

Práctica 5

Pablo Gutiérrez Aguirre
pgutierrez2018@udec.cl

25 de abril 2022

Tabla de contenidos

1 Ejercicio 1

- Prim
- Dijkstra

2 Ejercicio 3

- Coloreamiento de grafos

3 Listado 4

- Ejercicio 5: Dijkstra

Ejercicio 1: Prim

Algorithm: Prim

Entrada : G: Grafo, w: pesos aristas,
u: vertice inicial

Salida : G con *key* y π en vértices

```

1 for  $v \in G.V$  do
2   |  $v.key \leftarrow \infty$ 
3   |  $v.\pi \leftarrow NULL$ 
4 end
5  $u.key \leftarrow 0$ 
6  $Q \leftarrow G.V$ 
7 while  $Q \neq \emptyset$  do
8   |  $u \leftarrow EXTRAER - MIN(Q)$ 
9   | for  $v \in G.adyacentes(u)$  do
10    | | if  $v \in Q$  y  $w(u, v) < v.key$ 
11    | |   then
12    | |     |  $v.\pi \leftarrow u$ 
13    | |     |  $v.key \leftarrow w(u, v)$ 
14    | |   end
15 end

```

Algorithm: Prim

Entrada : G: Grafo, w: pesos aristas,
u: vertice inicial

Salida : G con *key* y π en vértices

```

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

```

Ejercicio 1: Prim

Algorithm: Prim

Entrada : G : Grafo, w : pesos aristas,
 u : vertice inicial

Salida : G con key y π en vértices

```

1 for  $v \in G.V$  do
2    $v.key \leftarrow \infty$ 
3    $v.\pi \leftarrow NULL$ 
4 end
5  $u.key \leftarrow 0$ 
6  $Q \leftarrow G.V$ 
7 while  $Q \neq \emptyset$  do
8    $u \leftarrow EXTRAER - MIN(Q)$ 
9   for  $v \in G.adyacentes(u)$  do
10    if  $v \in Q$  y  $w(u, v) < v.key$ 
11      then
12         $v.\pi \leftarrow u$ 
13         $v.key \leftarrow w(u, v)$ 
14      end
15    end
16  end
17 end

```

Algorithm: Prim

Entrada : G : Grafo, w : pesos aristas,
 u : vertice inicial

Salida : G con key y π en vértices

```

1  $O(n)$ 
2    $|O(1)$ 
3    $|O(1)$ 
4  $O(1)$ 
5  $O(1)$ 
6  $O(1)$ 
7  $O(n)$ 
8    $|O(n)$ 
9    $|O(n-1)$ 
10   $|O(1)$ 
11   $|O(1)$ 
12   $|O(1)$ 
13   $|O(1)$ 
14   $|O(1)$ 
15  $O(1)$ 

```

Ejercicio 1: Prim

$$\begin{aligned} &= n \cdot (1 + 1) + 1 + 1 + 1 + n \cdot (n + (n - 1)(1 + 1 + 1 + 1) + 1) + 1 \\ &= 2n + 4 + n \cdot (n + (n - 1)(4) + 1) \\ &= 2n + 4 + n \cdot (n + 4n - 4 + 1) \\ &= 2n + 4 + n \cdot (5n - 3) \\ &= 2n + 4 + 5n^2 - 3n \\ &= 5n^2 - n + 4 \\ &= \cancel{5}n^2 - \cancel{n} + \cancel{4} \\ &= O(n^2) \end{aligned}$$

Ejercicio 1: Dijkstra

Algorithm: Dijkstra

Entrada : G : Grafo, w : pesos aristas,
 s : vértice inicial

```

1 for  $v \in G.V$  do
2   |  $v.d \leftarrow \infty$ 
3   |  $v.\pi \leftarrow NULL$ 
4 end
5  $s.d \leftarrow 0$ 
6  $S \leftarrow \emptyset$ 
7  $Q \leftarrow G.V$ 
8 while  $Q \neq \emptyset$  do
9   |  $u \leftarrow \text{Extraer} - \min(Q)$ 
10  |  $S \leftarrow S \cup \{u\}$ 
11  | for  $v \in G.\text{adyacentes}(u)$  do
12    | if  $v.d > u.d + w(u, v)$  then
13      |    $v.d \leftarrow u.d + w(u, v)$ 
14      |    $v.\pi \leftarrow u$ 
15    | end
16  | end
17 end

```

Algorithm: Dijkstra

Entrada : G : Grafo, w : pesos aristas,
 s : vértice inicial

```

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17

```

Ejercicio 1: Dijkstra

Algorithm: Dijkstra

Entrada : G: Grafo, w: pesos aristas,
s: vértice inicial

```

1 for  $v \in G.V$  do
2   |  $v.d \leftarrow \infty$ 
3   |  $v.\pi \leftarrow \text{NULL}$ 
4 end
5  $s.d \leftarrow 0$ 
6  $S \leftarrow \emptyset$ 
7  $Q \leftarrow G.V$ 
8 while  $Q \neq \emptyset$  do
9   |  $u \leftarrow \text{Extraer} - \min(Q)$ 
10  |  $S \leftarrow S \cup \{u\}$ 
11  | for  $v \in G.\text{adyacentes}(u)$  do
12    | if  $v.d > u.d + w(u, v)$  then
13      | |  $v.d \leftarrow u.d + w(u, v)$ 
14      | |  $v.\pi \leftarrow u$ 
15    | end
16  | end
17 end

```

Algorithm: Dijkstra

Entrada : G: Grafo, w: pesos aristas,
s: vértice inicial

```

1  $O(n)$ 
2   |  $O(1)$ 
3   |  $O(1)$ 
4  $O(1)$ 
5  $O(1)$ 
6  $O(1)$ 
7  $O(1)$ 
8  $O(n)$ 
9   |  $O(n)$ 
10  |  $O(1)$ 
11  |  $O(n-1)$ 
12    |  $O(1)$ 
13    |  $O(1)$ 
14    |  $O(1)$ 
15    |  $O(1)$ 
16    |  $O(1)$ 
17  $O(1)$ 

```

Ejercicio 1: Dijkstra

$$\begin{aligned} &= n(1 + 1) + 1 + 1 + 1 + 1 + \\ &\quad n(n + 1 + (n - 1)(1 + 1 + 1 + 1)) + 1 \\ &= 2n + 5 + n(n + 1 + 4(n - 1)) \\ &= 2n + 5 + n(n + 1 + 4n - 4) \\ &= 2n + 5 + n(5n - 3) \\ &= 2n + 5 + 5n^2 - 3n \\ &= 5n^2 - n + 5 \\ &= \cancel{5}n^2 - \cancel{n} + \cancel{5} \\ &= O(n^2) \end{aligned}$$

Ejercicio 3: Coloreamiento de grafos

Algorithm: Welsh-Powell

Entrada : $G = (V, E)$

```
1  $Color_j \leftarrow \emptyset, \forall j, \dots, \max\{deg(v) : v \in V\} + 1;$  1
2  $i \leftarrow 1; Wait \leftarrow \emptyset; W \leftarrow V;$  2
3 while  $\cup_j Color_j \neq V$  do 3
4   | Seleccionar  $v \in W$  tal que 4
5   |  $deg(v) = \max\{deg(w) : w \in W\};$  5
6   | if  $(v, w) \notin E, \forall w \in Color_i$  then 6
7   | |  $Color_i \leftarrow Color_i \cup \{v\}; W \leftarrow W - \{v\};$  7
8   | else 8
9   | |  $Wait \leftarrow Wait \cup \{v\}; W \leftarrow W - \{v\};$  9
10  | | if  $W = \emptyset$  then 10
11  | | |  $W \leftarrow Wait; i \leftarrow i + 1; Wait \leftarrow \emptyset;$  11
11 end
```

Salida : $Color_1, \dots, Color_{i-1}$

Ejercicio 3: Coloreamiento de grafos

Algorithm: Welsh-Powell

Entrada : $G = (V, E)$

```
1  $Color_i \leftarrow \emptyset, \forall j, \dots, \max\{deg(v) : v \in V\} + 1;$ 
2  $i \leftarrow 1; Wait \leftarrow \emptyset; W \leftarrow V;$ 
3 while  $\cup_j Color_j \neq V$  do
4   | Seleccionar  $v \in W$  tal que
      |  $deg(v) = \max\{deg(w) : w \in W\};$ 
5   | if  $(v, w) \notin E, \forall w \in Color_i$  then
6   |   |  $Color_i \leftarrow Color_i \cup \{v\}; W \leftarrow W - \{v\};$ 
7   | else
8   |   |  $Wait \leftarrow Wait \cup \{v\}; W \leftarrow W - \{v\};$ 
9   |   | if  $W = \emptyset$  then
10  |     |  $W \leftarrow Wait; i \leftarrow i + 1; Wait \leftarrow \emptyset;$ 
11 end
Salida :  $Color_1, \dots, Color_{i-1}$ 
```

```
1  $O(n)$ 
2  $O(3)$ 
3  $O(n)$ 
4   |  $O(n)$ 
5   |  $O(1)$ 
6   |  $O(2)$ 
7
8
9    $O(1)$ 
10   $O(3)$ 
11  $O(1)$ 
```

Ejercicio 3: Coloreamiento de grafos

$$=n + 3 + n(n + 1 + 2 + 1 + 3) + 1$$

$$=n + 4 + n(n + 7)$$

$$=n + 4 + n^2 + 7n$$

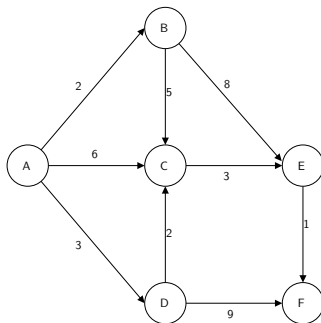
$$=n^2 + 8n + 4$$

$$=n^2 + \cancel{8n} + \cancel{4}$$

$$=O(n^2)$$

Listado 4: Ejercicio 5: Dijkstra

Considere la siguiente red:



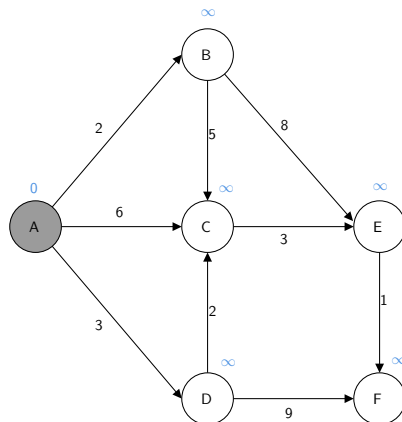
(a) Encuentre el camino más corto entre el nodo 1 y el nodo 6.

Listado 4: Ejercicio 5: Dijkstra

Algorithm: Dijkstra

Entrada : G : Grafo, w : pesos aristas,
 s : vértice inicial

```
1 for  $v \in G.V$  do
2   |  $v.d \leftarrow \infty$ 
3   |  $v.\pi \leftarrow NULL$ 
4 end
5  $s.d \leftarrow 0$ 
6  $S \leftarrow \emptyset$ 
7  $Q \leftarrow G.V$ 
8 while  $Q \neq \emptyset$  do
9   |  $u \leftarrow \text{Extraer} - \min(Q)$ 
10  |  $S \leftarrow S \cup \{u\}$ 
11  | for  $v \in G.\text{adyacentes}(u)$  do
12    | if  $v.d > u.d + w(u, v)$  then
13      | |  $v.d \leftarrow u.d + w(u, v)$ 
14      | |  $v.\pi \leftarrow u$ 
15    | end
16  | end
17 end
```

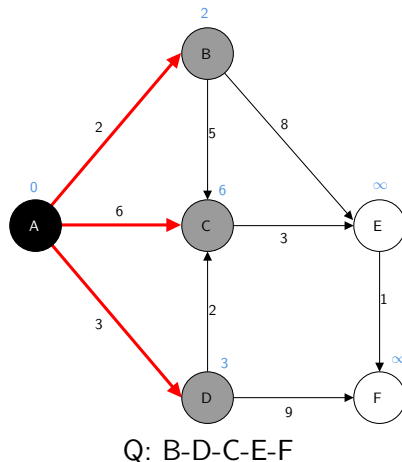


Listado 4: Ejercicio 5: Dijkstra

Algorithm: Dijkstra

Entrada : G : Grafo, w : pesos aristas,
 s : vértice inicial

```
1 for  $v \in G.V$  do
2   |  $v.d \leftarrow \infty$ 
3   |  $v.\pi \leftarrow NULL$ 
4 end
5  $s.d \leftarrow 0$ 
6  $S \leftarrow \emptyset$ 
7  $Q \leftarrow G.V$ 
8 while  $Q \neq \emptyset$  do
9   |  $u \leftarrow \text{Extraer} - \min(Q)$ 
10  |  $S \leftarrow S \cup \{u\}$ 
11  | for  $v \in G.\text{adyacentes}(u)$  do
12    | if  $v.d > u.d + w(u, v)$  then
13      | |  $v.d \leftarrow u.d + w(u, v)$ 
14      | |  $v.\pi \leftarrow u$ 
15    | end
16  | end
17 end
```

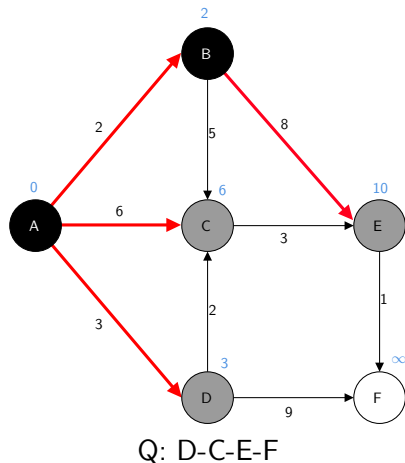


Listado 4: Ejercicio 5: Dijkstra

Algorithm: Dijkstra

Entrada : G : Grafo, w : pesos aristas,
 s : vértice inicial

```
1 for  $v \in G.V$  do
2   |  $v.d \leftarrow \infty$ 
3   |  $v.\pi \leftarrow NULL$ 
4 end
5  $s.d \leftarrow 0$ 
6  $S \leftarrow \emptyset$ 
7  $Q \leftarrow G.V$ 
8 while  $Q \neq \emptyset$  do
9   |  $u \leftarrow \text{Extraer} - \min(Q)$ 
10  |  $S \leftarrow S \cup \{u\}$ 
11  | for  $v \in G.\text{adyacentes}(u)$  do
12    | if  $v.d > u.d + w(u, v)$  then
13      | |  $v.d \leftarrow u.d + w(u, v)$ 
14      | |  $v.\pi \leftarrow u$ 
15    | end
16  | end
17 end
```

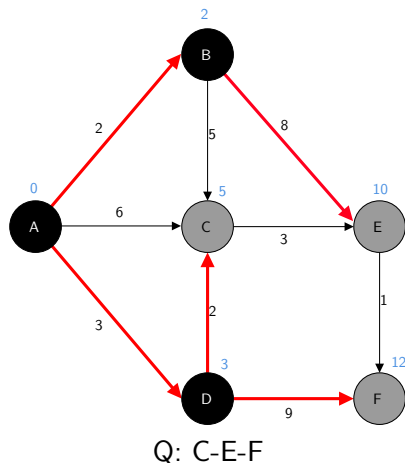


Listado 4: Ejercicio 5: Dijkstra

Algorithm: Dijkstra

Entrada : G : Grafo, w : pesos aristas,
 s : vértice inicial

```
1 for  $v \in G.V$  do
2   |  $v.d \leftarrow \infty$ 
3   |  $v.\pi \leftarrow NULL$ 
4 end
5  $s.d \leftarrow 0$ 
6  $S \leftarrow \emptyset$ 
7  $Q \leftarrow G.V$ 
8 while  $Q \neq \emptyset$  do
9   |  $u \leftarrow \text{Extraer} - \min(Q)$ 
10  |  $S \leftarrow S \cup \{u\}$ 
11  | for  $v \in G.\text{adyacentes}(u)$  do
12    | if  $v.d > u.d + w(u, v)$  then
13      | |  $v.d \leftarrow u.d + w(u, v)$ 
14      | |  $v.\pi \leftarrow u$ 
15    | end
16  | end
17 end
```

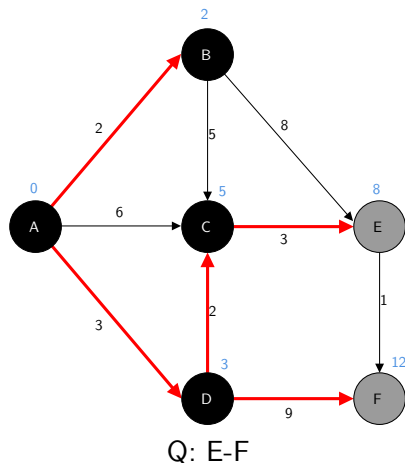


Listado 4: Ejercicio 5: Dijkstra

Algorithm: Dijkstra

Entrada : G : Grafo, w : pesos aristas,
 s : vértice inicial

```
1 for  $v \in G.V$  do
2   |  $v.d \leftarrow \infty$ 
3   |  $v.\pi \leftarrow NULL$ 
4 end
5  $s.d \leftarrow 0$ 
6  $S \leftarrow \emptyset$ 
7  $Q \leftarrow G.V$ 
8 while  $Q \neq \emptyset$  do
9   |  $u \leftarrow \text{Extraer} - \min(Q)$ 
10  |  $S \leftarrow S \cup \{u\}$ 
11  | for  $v \in G.\text{adyacentes}(u)$  do
12    | if  $v.d > u.d + w(u, v)$  then
13      | |  $v.d \leftarrow u.d + w(u, v)$ 
14      | |  $v.\pi \leftarrow u$ 
15    | end
16  | end
17 end
```



Listado 4: Ejercicio 5: Dijkstra

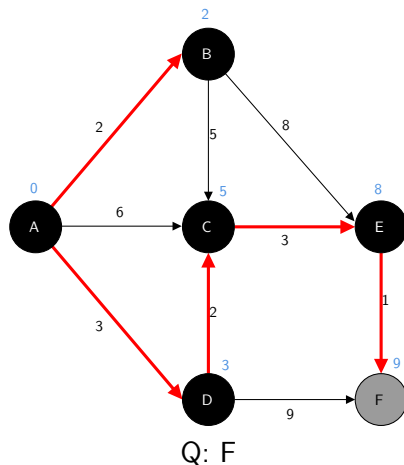
Algorithm: Dijkstra

Entrada : G: Grafo, w: pesos aristas,
s: vértice inicial

```

1  for  $v \in G.V$  do
2      |    $v.d \leftarrow \infty$ 
3      |    $v.\pi \leftarrow \text{NULL}$ 
4  end
5   $s.d \leftarrow 0$ 
6   $S \leftarrow \emptyset$ 
7   $Q \leftarrow G.V$ 
8  while  $Q \neq \emptyset$  do
9      |    $u \leftarrow \text{Extraer} - \min(Q)$ 
10     |    $S \leftarrow S \cup \{u\}$ 
11     |   for  $v \in G.\text{adyacentes}(u)$  do
12         |       if  $v.d > u.d + w(u, v)$  then
13             |           |    $v.d \leftarrow u.d + w(u, v)$ 
14             |           |    $v.\pi \leftarrow u$ 
15             |       end
16     end
17 end

```

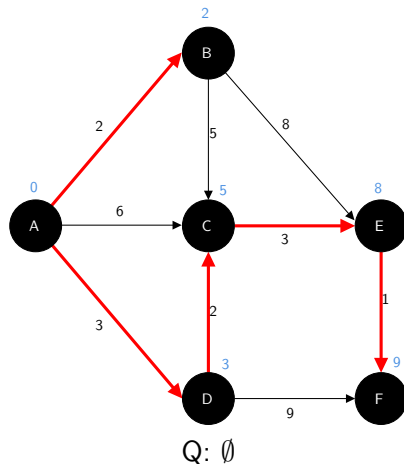


Listado 4: Ejercicio 5: Dijkstra

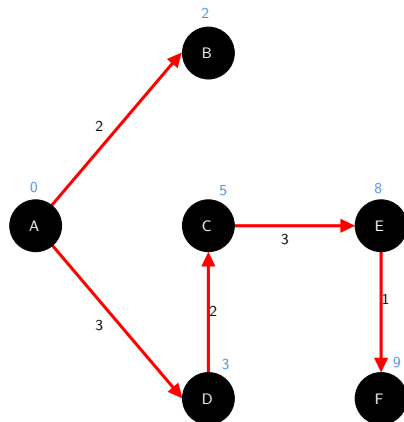
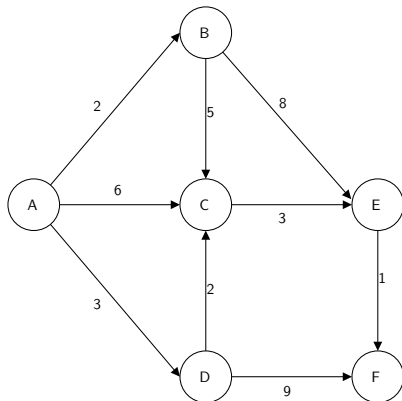
Algorithm: Dijkstra

Entrada : G: Grafo, w: pesos aristas,
s: vértice inicial

```
1 for  $v \in G.V$  do
2    $v.d \leftarrow \infty$ 
3    $v.\pi \leftarrow NULL$ 
4 end
5  $s.d \leftarrow 0$ 
6  $S \leftarrow \emptyset$ 
7  $Q \leftarrow G.V$ 
8 while  $Q \neq \emptyset$  do
9    $u \leftarrow \text{Extraer} - \min(Q)$ 
10   $S \leftarrow S \cup \{u\}$ 
11  for  $v \in G.\text{adyacentes}(u)$  do
12    if  $v.d > u.d + w(u, v)$  then
13       $v.d \leftarrow u.d + w(u, v)$ 
14       $v.\pi \leftarrow u$ 
15    end
16  end
17 end
```

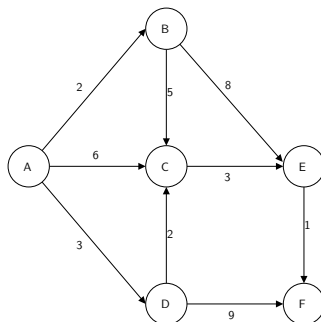


Listado 4: Ejercicio 5: Dijkstra



Listado 4: Ejercicio 5: Dijkstra

Considere la siguiente red:



(c) ¿Es posible encontrar el camino más largo entre el nodo 1 y el nodo 6 mediante el algoritmo de Dijkstra? Fundamente su respuesta, y si es positiva encuentre dicho camino.

Listado 4: Ejercicio 5: Dijkstra

Algorithm: Dijkstra más largo

Entrada : G : Grafo, w : pesos aristas,
 s : vértice inicial

```
1 for  $v \in G.V$  do
2   |  $v.d \leftarrow 0$ 
3   |  $v.\pi \leftarrow NULL$ 
4 end
5  $s.d \leftarrow \infty$ 
6  $S \leftarrow \emptyset$ 
7  $Q \leftarrow G.V$ 
8 while  $Q \neq \emptyset$  do
9   |  $u \leftarrow \text{Extraer} - \max(Q)$ 
10  |  $S \leftarrow S \cup \{u\}$ 
11  | for  $v \in G.\text{adyacentes}(u)$  do
12    | if  $v.d < u.d + w(u, v)$  then
13      | |  $v.d \leftarrow u.d + w(u, v)$ 
14      | |  $v.\pi \leftarrow u$ 
15    | end
16  | end
17 end
```

Para hacer el camino más largo ahora la implementación es con heap-binario de maximización, por lo tanto este se ordena de **mayor a menor**, siendo la raíz del árbol el elemento con mayor valor d .

Pueden guiarse con este pseudocódigo, donde las líneas modificadas respecto al algoritmo original son: **2,5,9,12**

Gracias por su atención
Dudas o consultas:
pgutierrez2018@udec.cl