Práctica 7

Pablo Gutiérrez Aguirre
pgutierrez2018@udec.cl

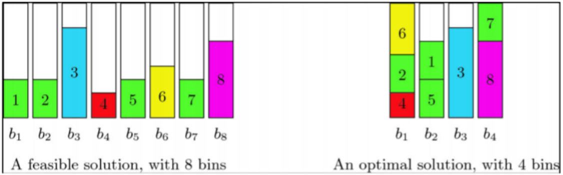
9 de mayo 2022

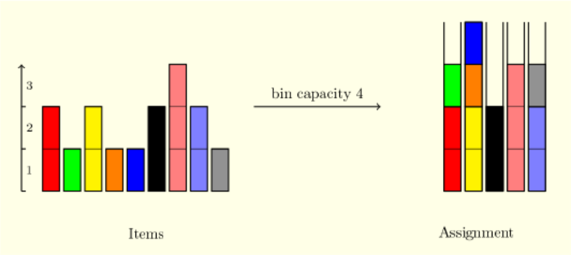
Tabla de contenidos

Ejercicio 1

Un hombre decide preparar un gran banquete para su familia y amigos, por lo que decide comprar los ingredientes que le faltan a un supermercado cercano a su domicilio. Su carro de compras contiene: 3 kilos de carne (separados en dos paquetes de 1 y 2 kilos), 1 kilo de pollo, 1 kilo de longanizas, 2 kilos chuletas de cerdo, 2 kilos de tomate, 3 kilos de papas, 3 botellas de vino con un peso aproximado de 1 kilo cada una, 1 kilo de queso y 1 botella de jugo que pesa aproximadamente 2 kilos. Al llegar a pagar a la caja, el hombre notó que no trajo bolsas para llevar los productos y el supermercado sólo puede vender bolsas de papel, cuya capacidad máxima es de 4 kilos, ya que la nueva ley no permite que el supermercado "regale" bolsas plásticas. Evidentemente, el hombre desea que este costo adicional sea el menor posible. Formule un modelo de optimización entera o binaria que represente el problema de transportar la compra hecha en la menor cantidad de bolsas posible. Considere que, a excepción que se indique, los paquetes no pueden ser divididos.

Ejercicio 1


1
2
3
4
5
6
7
8
b_1 b_2 b_3 b_4 b_5 b_6 b_7 b_8
A feasible solution, with 8 bins
6
2
4
1
5
3
7
8
b_1 b_2 b_3 b_4
An optimal solution, with 4 bins


3
2
1
bin capacity 4
Items
Assignment

Ejercicio 1

- Parámetros
  - I = Conjunto de objetos , $I = \{1, 2, ..., n\}$
  - J = Conjunto de bolsas, $J = \{1, 2, ..., n\}$
  - P_i= Peso del objeto i, $i \in I$
  - C = Capacidad de la bolsa, $C = 4$

Ejercicio 1

- Parámetros
  - I = Conjunto de objetos , $I = \{1, 2, ..., n\}$
  - J = Conjunto de bolsas, $J = \{1, 2, ..., n\}$
  - P_i= Peso del objeto i, $i \in I$
  - C = Capacidad de la bolsa, $C = 4$
- Variables
  - $x_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si el objeto } i \text{ va en la bolsa } j \\ 0 \text{ otro caso} \end{cases}$
  - $y_j = \begin{cases} 1 \text{ si la bolsa } j \text{ es utilizada} \\ 0 \text{ otro caso} \end{cases}$

Ejercicio 1

- Función objetivo

$$min \quad \sum_{j=1}^{n} y_j$$

Ejercicio 1

- Función objetivo

$$min \quad \sum_{j=1}^{n} y_j$$

- Restricciones

$$\sum_{i=1}^{n} P_i x_{ij} \leq 4y_j \qquad \forall j \in J$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad \forall i \in I$$

$$x_{ij}, y_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in I, \forall j \in J$$

Ejercicio 3

Suponga que la compañía del ejercicio anterior desea instalar las fábricas que sean necesarias, pero que por razones diversas razones económicas, el costo de instalación debe ser el menor posible. La Tabla 3 muestra el costo de instalar una fábrica en cada sitio. Además, se debe considerar el costo de traslado de cada unidad por kilómetro recorrido de 1 dólar (1 USD/(un$\times$km)). Así, el líder de proyecto no sólo debe decidir cuántas fábricas debe instalar, si no que también debe decidir dónde instalar estas fábricas y a qué ciudades abastecer, de tal forma de minimizar el costo total de instalación y abastecimiento. Todas las ciudades deben ser abastecidas por al menos una fábrica y cada fábrica puede abastecer a más de una ciudad. Escriba un modelo mixto que represente este problema, considerando las demandas y distancias dadas por las Tablas 1 y 2.

Table 1: Demanda en unidades de producto de cada ciudad

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**
250000	125000	221000	99500	195000	144400	180500	201800

Table 2: Distancias (en km) entre las ciudades y los terrenos para instalaciones

d_{ij}	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**
I	721	283	400	224	283	583	510	224
J	224	224	412	583	781	608	224	632
K	583	316	583	224	510	283	283	539
L	632	200	200	412	447	707	510	224

Table 3: Costos de instalación de una fábrica en cada sitio, en USD

I	**J**	**K**	**L**
8600000	3610000	7210000	7610000

Ejercicio 3

Parámetros

- I = Conjunto de ciudades, $I = \{A, B, C, D, E, F, G, H\}$
- J = Conjunto de fábricas, $J = \{I, J, K, L\}$
- D_i = Demanda de la ciudad i, $i \in I$
- C_j = Costo de instalación de la fábrica j, $j \in J$
- d_{ij} = Distancia entre ciudad i y fábrica j , $i \in I, j \in J$

Ejercicio 3

Variables

- $x_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si la fábrica j abastece la ciudad i} \\ 0 \; otro \; caso \end{cases}$
- $y_j = \begin{cases} 1 \text{ si la fábrica j es construida} \\ 0 \; otro \; caso \end{cases}$

Ejercicio 3

- Función objetivo

$$min \quad \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} D_i \, d_{ij} \, x_{ij} + \sum_{j \in J} C_j y_j$$

Ejercicio 3

- Función objetivo

$$min \quad \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} D_i \, d_{ij} \, x_{ij} + \sum_{j \in J} C_j y_j$$

- Restricciones

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \geq 1 \qquad \forall i \in I \qquad (1)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \geq 1 \qquad \forall j \in J \qquad (2)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ij} \leq M y_j \qquad \forall j \in J \qquad (3)$$

$$x_{ij}, y_j \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in I, \forall j \in J \qquad (4)$$

Ejercicio 6

En una fábrica se requiere programar n trabajos en una máquina. La máquina puede procesar sólo un trabajo a la vez. Cada trabajo $i = 1, ..., n$ tiene un tiempo de proceso de p_i horas. Debido a que cada trabajo posee determinadas características, se requiere preparar la máquina para procesar un trabajo, una vez finalizado el anterior. Así, el tiempo de preparación de la máquina para procesar el trabajo j una vez finalizado el trabajo i es s_{ij}. Además, si j es el primer trabajo procesado, el tiempo de preparación de la máquina es s_{0j}. Considere la variable de decisión:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si el trabajo j se procesa inmediatamente después del trabajo i} \\ 0 \; \textit{otro caso} \end{cases}$$

Escriba el modelo de programación matemática que minimiza el tiempo de completación de todos los trabajos, es decir, el tiempo de completación del último trabajo de la secuencia. Explique la función objetivo y cada conjunto de restricciones que defina.

Ejercicio 6

- Parámetros
  - I: Conjunto de tareas, $I = \{1, ..., n\}$
  - p_i: Tiempo de proceso del trabajo i
  - s_{ij} : Tiempo de preparación para el trabajo j luego del trabajo i

Ejercicio 6

- Parámetros
  - I: Conjunto de tareas, $I = \{1, ..., n\}$
  - p_i: Tiempo de proceso del trabajo i
  - s_{ij} : Tiempo de preparación para el trabajo j luego del trabajo i
- Variables:

$$x_{ij} = \begin{cases} \text{1 si el trabajo j se procesa después del trabajo i} \\ 0 \ otro \ caso \end{cases}$$

Ejercicio 6

- Función objetivo

$$min \quad \sum_{j \in I} s_{0j} x_{0j} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in I / j \neq i} s_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I} p_i$$

Ejercicio 6

- Función objetivo

$$min \quad \sum_{j \in I} s_{0j} x_{0j} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in I / j \neq i} s_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in I} p_i$$

- Restricciones

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ij} = 1 \qquad \forall j \in I / i \neq j$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}$$

Ejercicio 6

- Función objetivo

$$min \quad s_{12}x_{12}+s_{13}x_{13}+s_{21}x_{21}+s_{23}x_{23}+s_{31}x_{32}+s_{01}x_{01}+s_{02}x_{02}$$

$+s_{03}x_{03}+p_1+p_2+p_3$

- Restricciones

$$x_{01}+x_{21}+x_{31}=1$$
$$x_{02}+x_{12}+x_{32}=1$$
$$x_{03}+x_{13}+x_{23}=1$$

Gracias por su atención

Dudas o consultas:

pgutierrez2018@udec.cl