Santiago Isaza Cadavid

Probabilidad: Parcial 1

1) Supanga que $\lim_{n \to \infty} A_n = A$

Muestre que $\lim_{n \to \infty} A_n^c = A^c$.

Sabemos que $\liminf_{n \to \infty} A_n = A$

$(\liminf_{n \to \infty} A_n)^c = A^c$; complemento a ambos lados

$$\left(\bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k\right)^c = \left(\bigcap_{n=1}^{\infty}\bigcup_{k=n}^{\infty} A_k^c\right) = \limsup_{n \to \infty} A_n^c = A^c$$

Veamos ahora que, igualmente. $\limsup_{n \to \infty} A_n = A$

$(\limsup_{n \to \infty} A_n)^c = A^c$

$$\left(\bigcap_{n=1}^{\infty}\bigcup_{k=n}^{\infty} A_k\right)^c = \left(\bigcup_{n=1}^{\infty}\bigcap_{k=n}^{\infty} A_k^c\right) = \liminf_{n \to \infty} A_n^c = A^c$$

finalmente, como $\limsup_{n \to \infty} A_n^c = \liminf_{n \to \infty} A_n^c = A^c$

$\lim_{n \to \infty} A_n^c = A^c$

2) $P(A\cap B) - P(A)P(B) = P(A^c)P(B) - P(A^c \cap B)$

$P(A\cap B) = 1 - P(A^c \cup B^c) = 1 - (P(A^c) + P(B^c) - P(A^c \cap B^c))$

$= 1 - ((1 - P(A)) + (1 - P(B)) - P(A^c \cap B^c))$

$= P(A) - 1 + P(B) + P(A^c \cap B^c)$

$= P(A) + P(B) + P(A^c \cap B^c) - 1$

$\Rightarrow P(A\cap B) - P(A)P(B) = P(A) + P(B) + P(A^c \cap B^c) - 1 - P(A)P(B)$

$= P(A) + P(B) - P(A)P(B) + P(A^c \cap B^c) - 1$

$= P(B[1 - P(A)] + P(A) + P(A^c \cap B^c) - 1$

$= P(B)P(A^c) + P(A) + P(A^c \cap B^c) - 1 = P(B)P(A^c) + P(A^c \cap B^c) + P(A) - 1$

$= P(B)P(A^c) + P(A^c \cap B^c) + P(A) + \underline{P((A^c \cap B^c)\cap A) - P((A^c \cap B^c)\cap A)} - 1$

$= P(B)P(A^c) + P((A^c \cap B^c) \cup A) - P((A^c \cap B^c \cap A) - 1$

$= P(B)P(A^c) + P((A^c \cap B^c) \cup A) - P(\phi) - 1$

$= P(B)P(A^c) + P(A \cup (A^c \cap B^c)) - 1$

$= P(B)P(A^c) + P((A \cup A^c) \cap (A \cup B^c)) - 1$

$= P(B)P(A^c) + P(\Omega \cap (A \cup B^c)) - 1 = P(B)P(A^c) + P(A \cup B^c) - 1$

$= P(B)P(A^c) - (1 - P(A \cup B^c))$

$= P(B)P(A^c) - P((A \cup B^c)^c)$

$= P(B)P(A^c) - P(A^c \cap B)$ □

3) Un analista bursátil examinó las expectativas de las acciones de un gran número de empresas. Cuando analizó los resultados de estas acciones un año más tarde, resultó que el 25% obtuvo unos resultados mucho mejores que la media, el 25% obtuvo unos resultados mucho peores que la media, y el 50% restante obtuvo unos resultados parecidos a la media. El 40% de las acciones que tuvieron resultados mucho mejores que la media fueron calificados de "buenas compras" al igual que el 20% de los que obtuvieron unos resultados parecidos a la media y el 10% de los que obtuvieron resultados mucho peores que la media

a) Una acción sea calificada como buena.

Sea A_1: acciones mejores resultados

A_2. acciones similares media

A_3: acciones peores media

B : Acción considerada como buena compra.

$P(A_1) = 0.25 \quad P(A_2) = 0.5 \quad P(A_3) = 0.25$

$P(B|A_1) = 0.4 \quad P(B|A_2) = 0.2 \quad P(B|A_3) = 0.1$

$$P(B) = P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + P(B \cap A_3)$$
$$= P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) + P(B|A_3)P(A_3)$$
$$= (0.4)(0.25) + (0.2)(0.5) + (0.1)(0.25)$$
$$= 0.225$$

b) Una acción no calificada como buena compra por el analista no obtuviera resultados mejores que la media B^c = no buena compra

$$P(B^c) = 1 - P(B)$$
$$= 1 - 0.225 = 0.775$$

$$P(A_3^c) = 1 - 0.25$$
$$= 0.75$$

$$P(A_3^c \mid B^c) = \frac{P(A_3^c \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{1 - P(A_3 \cup B)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{1 - (P(A_3) - P(B) - P(B_3 \cap A_3)}{P(B^c)} = \frac{1 - P(A_3) - P(B) + P(B \mid A_3) P(A_3)}{P(B^c)}$$

$$= \frac{1 - 0.25 - 0.225 + (0.1)(0.25)}{0.775} = 0.709$$