Santiago Isaza Cadavid

Probabilidad - Parcial 3

Pregunta 1 (1 punto)

Se conoce que en una cierta población el 15% de las personas tiene un tipo específico de accidente en un año dado cualquiera. Encuentre la probabilidad de que una compañíia aseguradora tenga que indemnizar a más de 5 personas de los 10 asegurados que componen su cartera para este tipo de accidentes en un año.

X = # de personas a indemnizar

$P(X \geq 6)$

$X \sim \text{Binomial}(10, 0.15)$

$$P(X = x) = \binom{10}{x}(0.15)^{x}(0.75)^{10-x}$$

$$P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) = 1 - 0.9986168$$

$$P(X \geq 6) = 0.001383235$$

Go to file/functi

Console Terminal × Background Jobs ×

R 4.2.3 · /cloud/project/

```
> 1 - pbinom(5,size=10,prob=0.15)
[1] 0.001383235
> pbinom(5,size=10,prob=0.15)
[1] 0.9986168
>
```

Pregunta 2 (1 punto)

Una moneda equilibrada y marcada con "cara" y "cruz" se lanza repetidas veces hasta que aparecen 10 "caras". Sea X la variable que registra el número total de lanzamientos. Calcule la función de densidad de X.

$X = k + r$

k = # de fracasos antes del r-ésimo éxito

$X \sim$ binomial negativo $(r = 10,\ p = 0.5)$

$$\boxed{P(X = k+10) = \begin{cases} \binom{10 + (k+10) - 1}{k+10} (0.5)^{10} (0.5)^{k+10} & x \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}}$$

Pregunta 3 (1 punto)

El ancho de rollos de tela esta normalmente distribuido con media de 950 mm (milímetros) y desviación estándar de 10 mm.

a. ¿Cual es la probabilidad de que un rollo seleccionado al azar tenga un ancho de entre 947 y 958 mm?

b. ¿Cual es el valor apropiado para C de manera que un rollo seleccionado al azar tenga un ancho menor que C con probabilidad 0.8531?

$\mu = 950$ mm

$\sigma = 10$ mm

X = "Ancho rollo de tela"

a) $P(947 \leq X \leq 958) = P(X \leq 958) - P(X \leq 947)$

$= 0.7881446 - 0.3820886$

$= 0.406056$

b) Debemos encontrar el cuantil

$P = 0.8531$

$\text{Cuantil}(P) = 1.049822$

Podemos usar la fórmula de transformación para encontrar el valor en términos de μ, σ

$$C = \text{cuantil}(P) * \sigma + \mu$$

$$C = 960.498 \text{ mm} \Rightarrow 960.5 \text{ mm}$$

```
> pnorm(958,950,10)- pnorm(947,950,10)
[1] 0.406056
> pnorm(958,950,10)
[1] 0.7881446
> pnorm(947,950,10)
[1] 0.3820886
> media <- 950
> desv <- 10
> prob <- 0.8531
> valor <- qnorm(prob)
> valor*desv + media
[1] 960.4982
>
```

Pregunta 4 (1 punto)

Sea $X \sim Geom(p)$. Muestre que
$P(X \geq n+m | X \geq m) = P(X \geq n)$

$$P(X \geq n+m \mid X \geq m) = \frac{P(X \geq n+m \cap X \geq m)}{P(X \geq m)}$$

$$= \frac{P(X \geq n+m)}{P(X \geq m)} = \frac{(1-p)^{n+m}}{(1-p)^{m}} = (1-p)^{n}$$

$$= P(X \geq n)$$

Veamos que $P(X \geq n) = (1-p)^n$

$$P(X \geq n) = \sum_{x=n}^{\infty} p(1-p)^x = p(1-p)^n [1 + (1-p) + \ldots$$

$$= p(1-p)^n \sum_{x=0}^{\infty} p(1-p)^x = (1-p)^n \sum_{x=0}^{\infty} p(1-p)^x$$

$$= (1-p)^n$$

Así

$$P(X \geq n+m \mid X \geq m) = \frac{P(X \geq n+m)}{P(X \geq m)} = P(X \geq n)$$

$$= (1-p)^n$$