Teoria das Categorias
Flechas e Mónades
em Java

Mozart L. Siqueira¹, Pablo M. Parada²
Ciência da Computação
Centro Universitário La Salle - Unilasalle
E-mail: mozarts@unilasalle.edu.br¹, pablo.paradabol@gmail.com²

***Resumo*—<escrever>**
***Index Terms*—<escrever>**

I. INTRODUÇÃO

<escrever>

II. PARADIGMA FUNCIONAL

Influenciado principalmente pelo desenvolvimento do lambda calculus [1], compondo o grupo da programação declarativa, o paradigma funcional utiliza-se da ideia de expressar computações através de funções combinadas em expressões. Neste, funções determinam o que deverá ser computado, ao invés de como sera computado [2]. Programas são construídos através da composição, tal que funções triviais (building blocks) são combinadas dando origem a novas funções que descrevem computações mais complexas.

Building blocks não devem fazer uso de variáveis que dependam de estado, isso significa que a computação deve ser pura e sem efeitos colaterais (side-effects). Também destaca-se o princípio de imutabilidade, onde o valor de uma variável é determinado em sua criação, não permitindo novas atribuições posteriormente. Ao expressar um programa em uma linguagem funcional obtém-se uma maneira concisa de solucionar problemas, sendo que este constitui-se de operações e objetos atômicos e regras gerais para sua composição [3].

Tais propriedades são apreciadas nos tempos atuais, visto que a Lei de Moore nos fornece cada vez mais núcleos, não necessariamente núcleos mais rápidos [4]. Em programas não-determinísticos, múltiplas threads podem alterar os dados representados por objetos imutáveis sem ocasionar os diversos problemas já conhecidos como dead locks e race conditions. Além do thread safety oferecido pela propriedade de imutabilidade, há também o conceito de funções transparentes referencialmente, ou seja, funções que não utilizam variáveis de estado. Em ambientes distribuídos onde a execução é subdivida em diferentes threads, a transparência referencial garante sempre o mesmo retorno, dados os mesmos argumentos.

O paradigma funcional expressa programas através de composições mantendo a imutabilidade e a transparência referencial, portanto apresenta caraterísticas importantes para os tempos atuais. A complexidade intrínseca à ambientes distribuídos é reduzida. Programas completos são vistos como apenas uma aplicação de função.

III. JAVA LAMBDA EXPRESSIONS

Na última década muitos dos problemas encontrados – como enviar não só dados, mas também comandos através de redes – já foram solucionados em linguagens que suportam o paradigma funcional [5]. Assim, linguagens multi-paradigma têm adicionado suporte à estas mesmas estruturas, aumentando sua flexibilidade e ganho para com os desenvolvedores. O suporte a lambda expressions em Java não tem como objetivo apenas substituir Anonymous Inner Classes, mas também ser capaz de trazer os benefícios deste paradigma ao ponto de incrementar o ecossistema da linguagem.

A. Lambda Expressions e Anonymous Inner Classes

Ao fornecer suporte a funções de primeira classe, também chamadas de lambda expressions ou closures[1], a linguagem Java habilita a substituição de annonymous inner classes (AIC) de forma transparente. Conforme a Listagem 1, em Java a ordenação de inteiros pode ser implementada a partir de uma AIC em conjunto do método sort da classe Arrays.

```
Integer[] integers = new Integer[]{5, 4, 3, 2, 1};

Arrays.sort(integers, new Comparator<Integer>() {
    public int compare(Integer a, Integer b) {
        return a.compareTo(b);
    }
});
```

Listagem 1: Sort - Anonymous Inner Class

Neste trecho de código o método *sort* recebe como primeiro argumento um array de inteiros (já declarado na variável *integers*) e como segundo qualquer instância que satisfaça o contrato de *Comparator*. Assim, para satisfazer o segundo argumento, instância-se uma AIC através da palavra reservada **new** que implementa o método *compare* declarado no contrato.

[1]Lambda expressions ou closures são funções que não exigem vínculos de classe, como exemplo podendo ser atribuída a uma variável. Com esta caraterística, uma função atua como dado, ou seja, pode ser passada como argumento para outras funções.

Entretanto, com closures o mesmo método *sort* pode ter seus argumentos simplificados. Conforme demonstrado na Listagem 2, ao invés de instanciar uma AIC, uma lambda expression é passada como segundo argumento, removendo a necessidade de instanciação de uma classe e a implementação de um contrato imposto por *Comparator*.

```
Arrays.sort(integers, (a, b) -> a.compareTo(b));
```

Listagem 2: Sort - Lambda Expression

De fato, apesar de expressarem o mesmo comportamento a nível de código, ambas funcionalidades possuem diferentes implementações sob a Máquina Virtual Java (JVM). AIC são compiladas, ou seja, geram novos arquivos contendo declarações de classes. Além do mais, ao utilizar a palavra reservada **this** referencia-se a própria instância anônima. Como representam instâncias de uma classe, estas devem ser carregadas pelo classloader e seus construtores invocados pela máquina virtual. Ambas etapas consomem memória, tanto heap [6] para alocação de objetos quanto permgem[2].

Diferentemente de AIC, lambdas postergam a estratégia de compilação para em tempo de execução, utilizando a instrução invokedynamic [7]. Funções são traduzidas para métodos estáticos vinculados ao arquivo da classe correspondente a sua declaração, eliminando o consumo de memória. Agora, ao referir-se a **this**, a classe que delimita a lambda expression é acessada, ao contrário de AIC que acessa sua própria instância.

Dessa forma, o suporte a lambda expressions traz benefícios para os usuários da linguagem. Tal funcionalidade está além de uma mera substituição, pois acrescenta um novo paradigma no ecossistema Java.

IV. TEORIA DAS CATEGORIAS E SUAS ESTRUTURAS

A Teoria das Categorias (TC) foi inventada no início dos anos 1940 por Samuel Eilenberg e Sunders Mac Lane [8] como uma ponte entre os diferentes campos da topologia e álgebra [9]. Afim de demonstrar as relações entre estruturas e sistemas matemáticos [10], a TC estabelece uma linguagem formal capaz de encontrar aplicabilidade em várias áreas da ciência. Tal como a Teoria dos Grupos[3] abstrai a ideia do sistema de permutações como simetrias de um objeto geométrico, a TC manifesta-se como um sistema de funções entre conjuntos de objetos [11].

Conforme a Figura 1, os conjuntos de objetos são representado por A, B e C. Nesta mesma estrutura, f e g denotam os morfismos entre os diferentes conjuntos de objetos, tal que $f : A \to B$ e $g : B \to C$. Por fim, h expressa a ideia de composição, sendo produto da união dos morfismos f e g.

[2] Área de memória limitada separada da heap chamada Permanent Generation que possui a função de armazenar objetos de geração permanente como metadados, classes e métodos.

[3] Teoria que estuda as estruturas algébricas de grupos. Um grupo é formado por um conjunto de elementos finito ou infinito associado a uma operação binária, como por exemplo a adição ou multiplicação.

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "f"] \arrow[dr, "h = g \circ f"'] & B \arrow[d, "g"] \\ & C \end{tikzcd}$$

Figura 1: Funções entre coleções de objetos

Dentro da TC, o conceito de categoria pode ser visto como um contexto matemático. Contextos relacionam entre si dando origem a funtores. Transformações naturais relacionam funtores, mantendo a composição de todas estruturas subjacentes.

A. Categoria – Objetos e Morfismos

Uma categoria consiste em uma coleção de coisas, todas relacionadas de algum modo. As coisas são nomeadas de objetos e as relações de morfismos [9].

Definição [9, 10]: define-se a categoria C como:

(a) uma coleção $Ob(C)$, contendo os objetos de C;

(b) para cada par $a, b \in Ob(C)$, um conjunto $Hom_C(a, b)$ chamado de morfismos de a para b;

(c) para cada objeto $a \in Ob(C)$, um morfismo de *identidade* em a denotado por $id_a \in Hom_C(x, a)$;

(d) para cada três objetos $a, b, c \in Ob(C)$, uma função de composição $\circ : Hom_C(b, c) \times Hom_C(a, b) \to Hom_C(a, c)$;

Dado os objetos $a, b \in Ob(C)$, denota-se o morfismo $f \in Hom_C(a, b)$ por $f : a \to b$; onde a é o domínio e b o contradomínio.

Estas operações em C devem satisfazer os seguintes axiomas:

(Identidade) Para todo objeto $a, b \in Ob(C)$ e todo morfismo $f : a \to b$, tem-se $id_a \circ f = f = id_b \circ f$;

(Associatividade) Sejam os objetos $a, b, c, d \in Ob(C)$ e os morfismos $f : a \to b$, $g : b \to c$ e $h : c \to d$. Então $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$.

Ambos axiomas podem ser representados pelos diagramas comutativos das Figura 2 e Figura 3.

$$\begin{tikzcd} a \arrow[r, "id_a"] \arrow[d, "f"'] & a \arrow[d, "f"] \arrow[dl, "f"'] \\ b \arrow[r, "id_b"'] & b \end{tikzcd}$$

Figura 2: Identidade

$$\begin{tikzcd} a \arrow[r, "f"] \arrow[d, "g \circ f"'] & b \arrow[d, "h \circ g"] \arrow[dl, "g"'] \\ c \arrow[r, "h"'] & d \end{tikzcd}$$

Figura 3: Associatividade

B. *Funtor – Morfismos entre Categorias*

Um funtor é um mapeamento entre duas categorias de tal modo que o domínio, contradomínio, objetos e morfismos são preservados [11].

Definição [9, 10]: para as categorias C e D, um funtor $F : C \to D$ com domínio C e contradomínio D consiste em duas funções relacionadas. São elas:

(a) a função de objeto F que atribui cada objeto $a \in Ob(C)$ para um objeto $F(a) \in Ob(D)$;

(b) e a função de flecha (também chamada F) que atribui cada morfismo $f : a \to b \in Hom_C(a, b)$ para um morfismo $F(f) : F(a) \to F(b) \in Hom_D(a, b)$.

Tal que os seguintes axiomas são satisfeitos:

(Identidade) Para todo objeto $a \in Ob(C)$ existe um morfismo $F(id_a) = id_{F(a)}$ que preserva a identidade;

(Associatividade) Sejam os objetos $a, b, c \in Ob(C)$ e os morfismos $f : a \to b$ e $g : b \to c$. Então $F(g \circ f) = F(g) \circ F(f)$.

Estas funções capazes de preservar as características das categorias C e D também podem ser ilustradas a partir da Figura 4.

$C)$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $D)$

$$\begin{tikzcd} a \arrow[loop left, "id_a"] \arrow[r, "f"] \arrow[dr, "g \circ f"'] & b \arrow[d, "g"] \\ & c \end{tikzcd} \quad F \Rightarrow \quad \begin{tikzcd} F(a) \arrow[loop left, "F(id_a)"] \arrow[r, "f"] \arrow[dr, "F(g \circ f)"'] & F(b) \arrow[d, "g"] \\ & F(c) \end{tikzcd}$$

Figura 4: Funtor F

C. *Mónade – Endofuntor e Transformações Naturais*

Podendo ser visto como um padrão estrutural que ocorre diversos ramos da matemática [9], a construção fundamental mónade (também chamada de tripla) estrutura-se a partir de um endofuntor[4] e das transformações naturais[5] de identidade e multiplicação.

Definição [10, 11]: dada a mónade $T = (T, \eta, \mu)$ em uma categoria C consiste em:

(a) um endofuntor T, tal que $T : C \to C$;

(b) nas transformações naturais:

(Identidade) $\eta : id_C \to T$;

(Multiplicação) $\mu : T^2 \to T$, onde $T^2 = T \circ T$.

Fazendo com que os diagramas da Figura 5 e Figura 6 comutem, respeitando os axiomas de identidade (esquerda e direita) e associatividade.

$$\begin{tikzcd} T \arrow[r, "\eta_T"] \arrow[dr, "="'] & T^2 \arrow[r, "T_\eta"] \arrow[d, "\mu"] & T \arrow[dl, "="] \\ & T & \end{tikzcd}$$

Figura 5: Identidade à Esquerda e à Direita

$$\begin{tikzcd} T^3 \arrow[r, "T_\mu"] \arrow[d, "\mu_T"'] & T^2 \arrow[d, "\mu"] \\ T^2 \arrow[r, "\mu"'] & T \end{tikzcd}$$

Figura 6: Associatividade

D. *Flechas – Categoria de Kleisli*

A partir de uma tripla obtemos a Categoria de Kleisli (CK), capaz de representar a mesma estrutura monádica através de uma sintaxe diferente [12]. Mantendo definições similares as já apresentadas em IV-A, a CK destaca-se por abstrair a estrutura de objetos e morfismos sendo capaz compor o endofuntor subjacente.

Definição [10, 12, 13]: dada a tripla (T, η, μ) sob a categoria C, então define-se C_T como:

(a) cada objeto $a \in Ob(C)$, um novo objeto a_T;

(b) cada morfismo $f : a \to T_b$, um novo morfismo $f^* : a_T \to b_T$.

Dado os morfismos $f^* : a_T \to b_T$, $g^* : b_T \to c_T$ e $h : c \to d_T$ e o operador de extensão $-^*$, então:

(Composição) $g^* \circ f^* = (\mu_c \circ T(g) \circ f)^*$.

Similar as outras estruturas desta seção, C_T deve obedecer as seguintes leis:

(Identidade à Esquerda) $f^* \circ \eta_a = f$;

(Identidade à Direita) $\eta_a^* \circ h = id_{T(a)} \circ h$;

(Associatividade) $(g^* \circ (f^* \circ h)) = (g^* \circ f)^* \circ h$.

[4] Um funtor que mapeia uma categoria para ela mesma.

[5] Mapeamento entre dois funtores que possuem o mesmo domínio e contradomínio, tal que satisfaça a condição de naturalidade.

V. DEFININDO UM CONTRATO PARA MÓNADE

A partir desta ligação, Moggi em seus trabalhos [14, 15] introduziu o conceito de mónade em Haskell. Este foi capaz de fornecer os mecanismos necessários para capacitar a solução de um dos problemas fundamentais da linguagem, pertencente ao conjunto The Awkward Squad [16]. A partir de outros conceitos como funtores, categorias e flechas, o trabalho de Moggi foi incrementado criando novas estruturas que estão presentes nas versões mais recentes da linguagem.

REFERÊNCIAS

[1] P. Hudak, "Conception, evolution, and application of functional programming languages," *ACM Computing Surveys (CSUR)*, vol. 21, no. 3, pp. 359–411, 1989.

[2] K. Louden *et al.*, *Programming Languages: Principles and Practices*. Cengage Learning, 2011.

[3] G. Michaelson, *An Introduction to Functional Programming Through Lambda Calculus*. Courier Corporation, 2011.

[4] B. Goetz *et al.*, "State of the lambda," Sept 2013, White Paper. [Online]. Available: http://cr.openjdk.java.net/ briangoetz/lambda/lambda-state-final.html

[5] R. Fischer, *Java Closures and Lambda*, 1st ed. Apress, 2015.

[6] C. Hunt and B. John, *Java Performance*. Prentice Hall Press, 2011.

[7] B. Goetz, "Translation of lambda expressions," Apri 2012, White Paper. [Online]. Available: http://cr.openjdk.java.net/ briangoetz/lambda/lambda-translation.html

[8] S. Eilenberg and S. MacLane, "General theory of natural equivalences," *Transactions of the American Mathematical Society*, pp. 231–294, 1945.

[9] D. I. Spivak, *Category Theory for the Sciences*. The MIT Press, 2014, no. 1.

[10] S. Mac Lane, *Categories for the Working Mathematician*, ser. Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, 1971, no. 5.

[11] S. Awodey, *Category Theory - Oxford Logic Guides*, 2nd ed. Oxford University Press, 2010, vol. 52.

[12] J. M. Hill and K. Clarke, "An introduction to category theory, category theory monads, and their relationship to functional programming," Technical Report QMW-DCS-681, Department of Computer Science, Queen Mary and Westfield College, Tech. Rep., 1994.

[13] M. C. Pedicchio and W. Tholen, *Categorical Foundations Special Topics in Order, Topology, Algebra, and Sheaf Theory*. Cambridge University Press, 2004, no. 97.

[14] E. Moggi, "Computational lambda-calculus and monads," pp. 14–23, 1989.

[15] E. Moggi, "Notions of computation and monads," *Inf. Comput.*, vol. 93, no. 1, pp. 55–92, Jul. 1991.

[16] S. P. Jones, "Tackling the awkward squad: monadic input/output, concurrency, exceptions, and foreign-language calls in haskell," in *Engineering Theories of Software Construction*. Press, 2001, pp. 47–96.