

# Category Theory

## Arrows e Monads

### em Java

Mozart L. Siqueira  
Ciências da Computação  
Centro Universitário La Salle - Unilasalle  
Email: mozarts@unilasalle.edu.br

Pablo M. Parada  
Ciências da Computação  
Centro Universitário La Salle - Unilasalle  
Email: pablo.paradabol@gmail.com

*Resumo*—<escrever>  
*Index Terms*—<escrever>

## I. INTRODUÇÃO

<escrever>

## II. SOBRE O PARADIGMA FUNCIONAL

Influenciado principalmente pelo desenvolvimento do lambda calculus [1], compondo o grupo da programação declarativa, o paradigma funcional utiliza-se da ideia de expressar computações através de funções combinadas em expressões. Neste, funções determinam o que deverá ser computado, ao invés de como será computado [2]. Programas são construídos através da composição, tal que funções triviais (ou building blocks) são combinadas dando origem a novas funções que descrevem computações mais complexas.

Building blocks não devem fazer uso de variáveis que dependam de estado, isso significa que a computação deve ser pura e sem efeitos indesejados (ou side-effects). Também destaca-se o princípio de imutabilidade, onde o valor é de uma variável é determinado em sua criação, não permitindo novas atribuições posteriormente.

É possível afirmar que ao expressar um programa em uma linguagem funcional, obtém-se uma maneira concisa de solucionar problemas, dado que este constitui-se de operações e objetos atômicos e regras gerais para sua composição [3]. Estas qualidades são apreciadas nos tempos atuais, onde há necessidade de tratar os problemas oriundos do não-determinismo. Assim, o paradigma funcional mostra-se capaz, inclusive de influenciar outras linguagens como Java [4].

### A. Lambda Expressions e Anonymous Inner Classes

Ao fornecer funções de primeira classe (também lambda expressions ou closures)<sup>1</sup>, a linguagem Java habilita a substituição de anonymous inner classes (AIC) de forma transparente. Contudo, apesar destas expressarem o mesmo comportamento

a nível de código, ambas funcionalidades possuem diferentes implementações sob a Máquina Virtual Java (JVM). Conforme a listagem 1, a ordenação de inteiros pode ser implementada a partir de uma AIC em conjunto do método sort da classe Arrays.

```
Integer[] integers = new Integer[]{5, 4, 3, 2, 1};  
  
Arrays.sort(integers, new Comparator<Integer>() {  
    public int compare(Integer a, Integer b) {  
        return a.compareTo(b);  
    }  
});
```

Listagem 1: Sort - Anonymous Inner Class

Entretanto, o mesmo método pode ser simplificado por uma lambda expression conforme demonstrado na listagem 2. Nesta abordagem obtém-se o mesmo resultado sem os encargos impostos por AIC.

```
Arrays.sort(integers, (a, b) -> a.compareTo(b));
```

Listagem 2: Sort - Lambda Expressions

Conforme afirmou-se anteriormente, AIC e closures de fato diferem sob a JVM. AIC são compiladas, ou seja, geram novos arquivos contendo declarações de classes. Além do mais, ao utilizar a palavra reservada **this** referencia-se a própria instância anônima. Como representam instâncias de uma classe, estas devem ser carregadas pelo classloader e seus construtores invocados pela máquina virtual. Ambas etapas consomem memória, tanto heap [5] para alocação de objetos quanto permgen<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Lambda expression é uma função que não exige vínculos de classe, como exemplo podendo ser atribuída a uma variável. Com esta característica, uma função atua como dado, ou seja, pode ser passada como argumento para outras funções.

<sup>2</sup>Área de memória limitada separada da heap chamada Permanent Generation que possui a função de armazenar objetos de geração permanente como metadados, classes e métodos.

Diferentemente de AIC, lambdas postergam a estratégia de compilação para em tempo de execução, utilizando a instrução `invokedynamic` [6]. Funções são traduzidas para métodos estáticos vinculados ao arquivo da classe correspondente a sua declaração, eliminando o consumo de memória. Agora, ao referir-se a **this**, a classe que delimita a lambda expression é acessada, ao contrário de AIC que acessa sua própria instância. Por fim, closures fornecem formas mais expressivas de representar comportamentos.

### III. CATEGORY THEORY E ESTRUTURAS

A Category Theory (CT) foi inventada no início dos anos 40 por Samuel Eilenberg e Saunders Mac Lane [7] como uma ponte entre os diferentes campos da topologia e álgebra [8]. Afim de demonstrar as relações entre estruturas e sistemas matemáticos [9], a CT estabelece uma linguagem formal capaz de encontrar aplicabilidade em várias áreas da ciência. Tal como Group Theory<sup>3</sup> abstrai a ideia do sistema de permutações como simetrias de um objeto geométrico, a CT manifesta-se como um sistema de funções entre conjuntos de objetos [10].

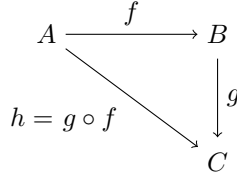


Figura 1: Sistema de funções e coleções de objetos

Conforme a figura 1, os conjuntos de objetos são representado por  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Nesta mesma estrutura, as funções  $f$  e  $g$  denotam os morfismos entre os diferentes conjuntos de objetos, tal que  $f : A \rightarrow B$  e  $g : B \rightarrow C$ . A função  $h$ , definida por  $h : A \rightarrow C$  dá-se como produto da composição de  $f$  e  $g$ . A composição de funções, conforme a seção II e expressa através de  $h$  na figura 1, firma uma ligação entre o paradigma funcional e a organização estrutural derivada da CT.

A partir desta ligação, Moggi em seus trabalhos [11, 12] introduziu o conceito de monad em Haskell. Este foi capaz de fornecer os mecanismos necessários para capacitar a solução de um dos problemas fundamentais da linguagem, pertencente ao conjunto The Awkward Squad [13]. A partir de outros conceitos como functors, categories, arrows, o trabalho de Moggi foi incrementado criando novas estruturas que estão presentes nas versões mais recentes da linguagem.

#### A. Category – Objetos e Morfismos

Uma category consiste em uma coleção de coisas, todas relacionadas de algum modo. As coisas são nomeadas de objetos e as relações de morfismos [8].

**Definição:** conforme [8, 9], uma category  $C$  é definida como:

- (a) uma coleção  $Ob(C)$ , contendo os objetos de  $C$ ;
- (b) para cada par  $a, b \in Ob(C)$ , um conjunto  $Hom_C(a, b)$  chamado de morfismos de  $a$  para  $b$ ;
- (c) para cada objeto  $a \in Ob(C)$ , um morfismo de *identidade* em  $a$  denotado por  $id_a \in Hom_C(a, a)$ ;
- (d) para cada três objetos  $a, b, c \in Ob(C)$ , uma função de composição  $\circ : Hom_C(b, c) \times Hom_C(a, b) \rightarrow Hom_C(a, c)$ ;

Dado os objetos  $a, b \in Ob(C)$ , denota-se o morfismo  $f \in Hom_C(a, b)$  por  $f : a \rightarrow b$ ; onde  $a$  é o domínio e  $b$  o contradomínio.

Estas operações em  $C$  devem satisfazer os seguintes axiomas:

(*Identidade*) Para todo objeto  $a, b \in Ob(C)$  e todo morfismo  $f : a \rightarrow b$ , tem-se  $f \circ id_a = f$  e  $id_b \circ f = f$ ;

(*Associatividade*) Sejam os objetos  $a, b, c, d \in Ob(C)$  e os morfismos  $f : a \rightarrow b$ ,  $g : b \rightarrow c$  e  $h : c \rightarrow d$ . Então  $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$ .

Ambos axiomas podem ser representados pelos diagramas comutativos das figuras 2 e 3.

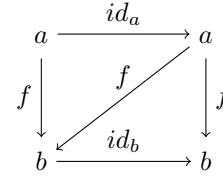


Figura 2: Identidade

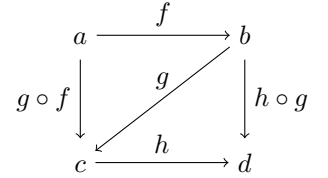


Figura 3: Associatividade

#### B. Functor – Categories e Morfismos

Um functor  $F$  consiste em um morfismo entre duas categories [9]. Estes morfismos, chamados homomorfismos, tem como característica a preservação de estrutura de  $F$ . Assim como categories, functors devem satisfazer os axiomas de associatividade e identidade.

<adicionar notações matemáticas e diagramas>

#### C. Monad – Endofunctor e Transformações Naturais

Endofunctors equipados com as natural transformations unit e multiplication [9] são chamados de monad. Define-se endofunctors como functors cujos morfismos dão-se em uma mesma category. Além disso, natural transformations são morfismos entre functors, tendo como principal característica a preservação de estrutura. Como todas as estruturas já mencionadas, monads também devem satisfazer as

<sup>3</sup>A Group Theory estuda as estruturas algébricas chamadas Group. Um Group é um conjunto de elementos finito ou infinito associado a uma operação binária [8], como por exemplo a adição ou multiplicação.

propriedades de associatividade e identidade.

<adicionar notações matemáticas e diagramas comutativos>

#### D. Arrow – Kleisli Triples

A partir de um monad podemos construir kleisli triples. Podemos pensar em kleisli triples como uma outra forma de representar sintaticamente um monad. Similar a monads, estas também obedecem as propriedades de associatividade e comutatividade.

<adicionar notações matemáticas e diagramas comutativos>

#### REFERÊNCIAS

- [1] P. Hudak, “Conception, evolution, and application of functional programming languages,” *ACM Computing Surveys (CSUR)*, vol. 21, no. 3, pp. 359–411, 1989.
- [2] K. Loudon *et al.*, *Programming Languages: Principles and Practices*. Cengage Learning, 2011.
- [3] G. Michaelson, *An Introduction to Functional Programming Through Lambda Calculus*. Courier Corporation, 2011.
- [4] B. Goetz *et al.*, “State of the lambda,” Sept 2013, White Paper. [Online]. Available: <http://cr.openjdk.java.net/~briangoetz/lambda/lambda-state-final.html>
- [5] C. Hunt and B. John, *Java Performance*. Prentice Hall Press, 2011.
- [6] B. Goetz, “Translation of lambda expressions,” Apr 2012, White Paper. [Online]. Available: <http://cr.openjdk.java.net/~briangoetz/lambda/lambda-translation.html>
- [7] S. Eilenberg and S. Mac Lane, “General theory of natural equivalences,” *Trans. Am. Math. Soc.*, vol. 58, pp. 231–294, 1945.
- [8] D. I. Spivak, *Category Theory for the Sciences*. The MIT Press, 2014, no. 1.
- [9] S. Mac Lane, *Categories for the Working Mathematician*, ser. Graduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, 1971, no. 5.
- [10] S. Awodey, *Category Theory - Oxford Logic Guides*, 2nd ed. Oxford University Press, 2010, vol. 52.
- [11] E. Moggi, “Computational lambda-calculus and monads,” pp. 14–23, 1989.
- [12] E. Moggi, “Notions of computation and monads,” *Inf. Comput.*, vol. 93, no. 1, pp. 55–92, Jul. 1991.
- [13] S. P. Jones, “Tackling the awkward squad: monadic input/output, concurrency, exceptions, and foreign-language calls in haskell,” in *Engineering theories of software construction*. Press, 2001, pp. 47–96.