Transformação de base e compressão de dados

Pablo Goulart Silva

Teoria da Informação - UFMG

Introdução

- Por que utilizar transformadas?
- ► Transformadas Fourier, Cosseno e Seno
- JPEG
- Análise de Componentes Principais (PCA)

Transformadas

- Combinação linear da base original
- Ortonormalidade
- Características especiais do sinal de interesse

Transformada Discreta de Fourier (DFT)

Decomposição espectral:

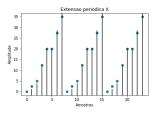
$$e^{j2\pi f_n t} = \cos 2\pi f_n t + j \sin 2\pi f_n t \tag{1}$$

Extensão periódica do sinal em torno de T

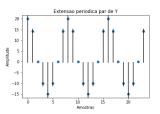
$$\mathbf{x} = [0.0, 2.5, 5.0, 12.5, 20.0, 20.0, 27.5, 35.0]$$

$$\mathbf{y} = [20.0, 14.2, 0.0, -10.0, -15.0, -10.0, 0.0, 14.2]$$

DFT: Gráficos



(a) Extensão periódica X



(b) Extensão periódica Y

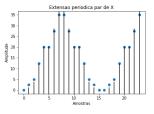
Figura 1: Gráficos de extensão periódica

Transformada Discreta do Cosseno (DCT)

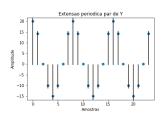
Decomposição espectral - Identidade Euler:

$$2\cos\theta = e^{i\theta} + e^{-i\theta} \tag{2}$$

Extensão periódica par do sinal em torno de T



(a) Extensão periódica X



(b) Extensão periódica Y

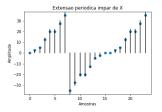
Figura 2: Gráficos de extensão periódica par

Transformada Discreta do Seno (DST)

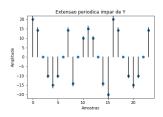
Decomposição espectral - Identidade Euler:

$$2i\sin\theta = e^{i\theta} + e^{-i\theta} \tag{3}$$

Extensão periódica ímpar do sinal em torno de T



(a) Extensão periódica X



(b) Extensão periódica Y

Figura 3: Gráficos de extensão periódica ímpar

JPEG: Algoritmo

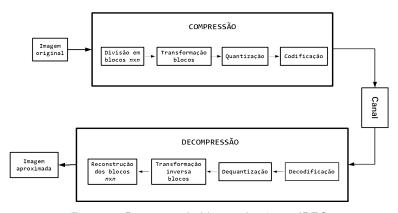


Figura 4: Diagrama de blocos algoritmo JPEG

Análise de Componentes Principais - PCA

Redução de dimensionalidade:

- Dados em diferentes bandas são correlacionados
- Bandas (de dados) são maus descritores
- PCA identifica direções que melhor descrevem variação dos dados

PCA - Exemplo



Figura 5: Maverick 1967

	red	green	blue
red	1.0000000	0.9911653	0.9713152
green	0.9911653	1.0000000	0.9499731
blue	0.9713152	0.9499731	1.0000000

Tabela 1: Correlação das bandas RGB da Figura 5

PCA - Exemplo

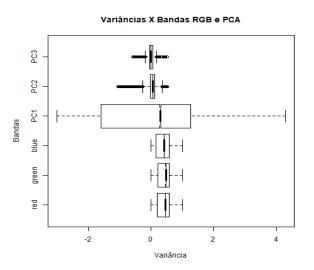


Figura 6: Variância por banda figura 5: RGB e PCA

PCA - Exemplo

	PC1	PC2	PC3
Standard deviation	1.7151	0.23005	0.07310
Proportion of Variance	0.9806	0.01764	0.00178
Cumulative Proportion	0.9806	0.99822	1.00000

Tabela 2: Contribuição dos novos eixos - PCA

Referências

- ► AGUIRRE, Luis Antonio. Introdução à identificação de sistemas. Editora UFMG, Belo Horizonte, v. 2, 2000.
- JOHNSON JR, Peter D.; HARRIS, Greg A.; HANKERSON, D. C. Introduction to information theory and data compression. Chapman and Hall/CRC, 2003.
- SHLENS, Jonathon. A tutorial on principal component analysis. arXiv preprint arXiv:1404.1100, 2014.
- ► FRERY, Alejandro C.; PERCIANO, Talita. Introduction to Image Processing Using R: learning by examples. Springer Science & Business Media, 2013.