



DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURAS EN UNA PLACA

PABLO TEJERO GARCÍA



13 DE MAYO DE 2023
COMPUTACIÓN AVANZADA
PRÁCTICA III

- **Introducción y objetivos:** Para el desarrollo de esta práctica, se ha supuesto una placa térmica con dimensiones de 9 x 5 x 0.5 (cm) en cuya superficie se pierde calor a un ritmo $Q = 0.6 \text{ cal}/(\text{s} \cdot \text{cm}^3)$. Se nos presenta la siguiente **ecuación del sistema**, la cual describe el comportamiento de la placa:

$$\nabla^2 u = \frac{Q}{k \cdot d}$$

Además, existen una serie de **condiciones de frontera**:

- Los dos bordes laterales se mantienen a 20°C.
- En el borde superior se pierde calor a un ritmo constante descrito de la siguiente manera:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -15^\circ \text{C} / \text{cm}$$

- En el borde inferior, se pierde o gana calor según la siguiente ecuación:

$$k \frac{\partial u}{\partial y} = H(u - u_r)$$

En las ecuaciones, aparecen una serie de parámetros seguidamente descritos:

- $d = 0.5 \text{ cm} \rightarrow$ Espesor de la placa (*véanse dimensiones*).
- $k = 0.16 \text{ cal}/(\text{°C} \cdot \text{s} \cdot \text{cm}) \rightarrow$ Coeficiente de conductividad térmica.
- $H = 0.073 \text{ cal}/(\text{s} \cdot \text{cm}^2) \rightarrow$ Coeficiente de transferencia.
- $u_r = 25^\circ \text{C} \rightarrow$ Temperatura ambiente.

El objetivo de la práctica no es otro que la graficación de la distribución térmica de la placa descrita, previamente dividida en intervalos.

- **Procedimiento:** Para aproximar y graficar la distribución térmica de una placa, esta ha de ser clasificada mediante una matriz de intervalos de una longitud de lado a la cual denominamos h . Cada uno de los componentes de la matriz mencionada, por tanto, consiste en un cuadrado de dimensiones $h \times h$ al que se le asigna un valor correspondiente a la aproximación de la temperatura en el punto de la placa. Este procedimiento deriva en una mayor precisión a medida que disminuimos el valor de h . No obstante, se ha de tener en cuenta el drástico aumento en el tiempo de ejecución a medida que disminuye dicho elemento.

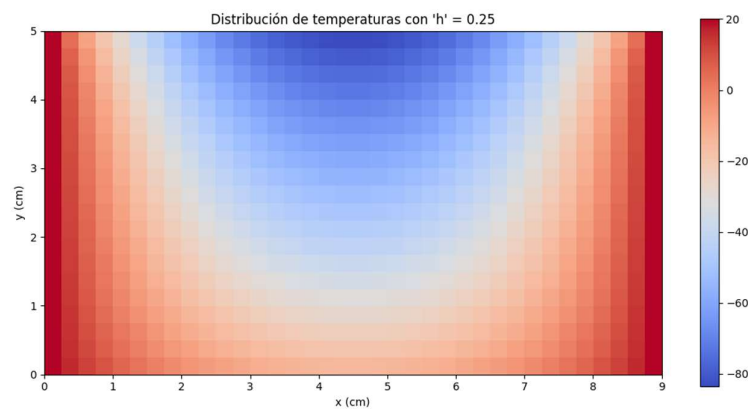
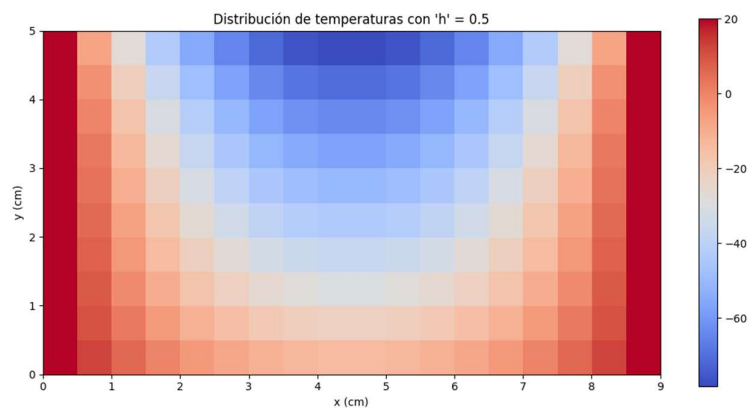
El fundamento de la aproximación se basa en el método iterativo de Gauss – Seidel. Dicho sistema, a modo de resumen, consiste en la aproximación del valor real de la placa a partir de una aproximación inicial (matriz de ceros), teniendo en cuenta las condiciones de frontera ya descritas (*véase introducción y objetivos*).

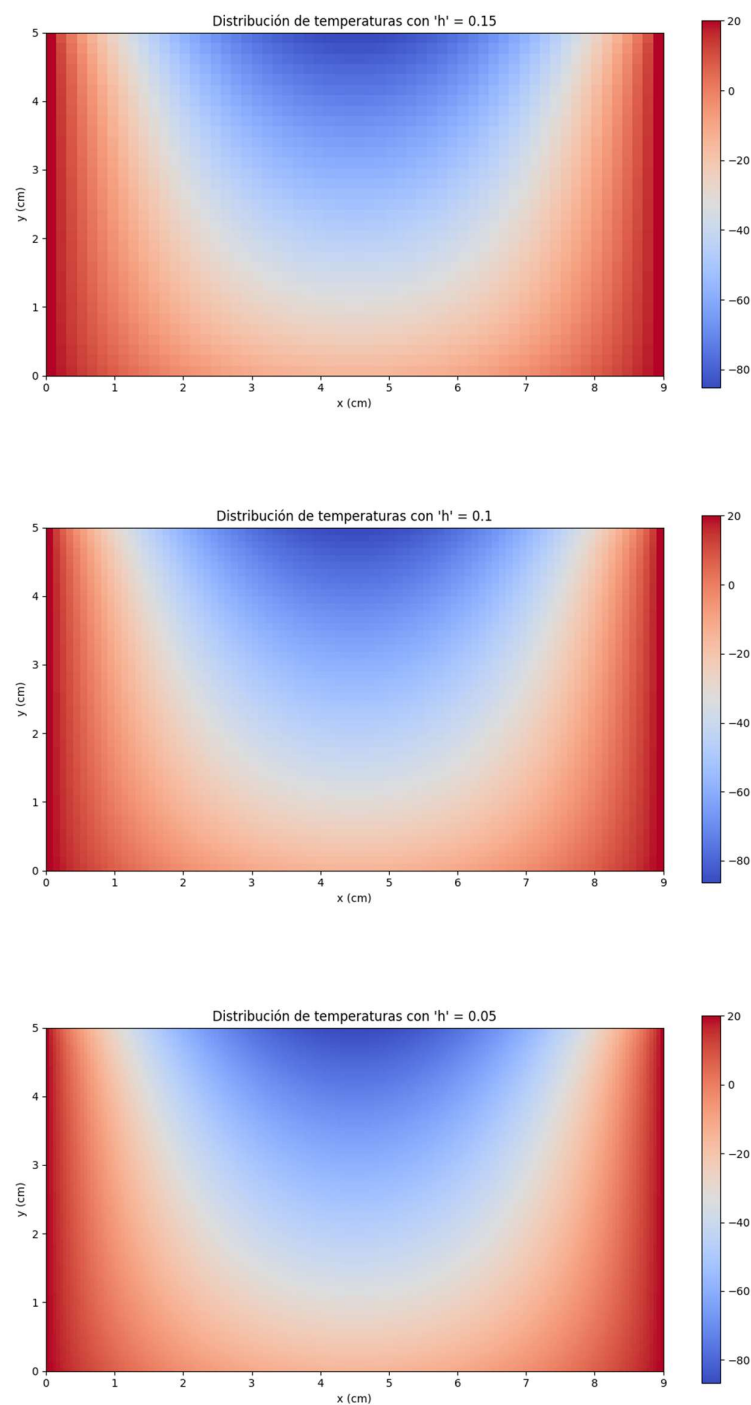
Los valores obtenidos en iteraciones (aproximaciones) previas se emplean en la consecución de las siguientes aproximaciones. El método se detiene en el momento que dos aproximaciones consecutivas son lo suficientemente parejas en base a una tolerancia predeterminada, en este caso 10^{-2} . La comparativa se realiza mediante la diferencia de las normas de dichas matrices consecutivas.

El fundamento empleado para recorrer la matriz en cada una de las iteraciones consiste en dos bucles anidados. Dichos bucles recorren cada uno de los puntos, aplicándole la ecuación del sistema (véase *introducción y objetivos*) y logrando una mayor precisión frente a ese mismo punto en la iteración previa.

No obstante, con objetivo de optimizar el código, se ha empleado la biblioteca *numpy*, la cual nos permite vectorizar la matriz logrando iterar toda una columna (la cual corresponde a una fila, ya que se trabaja con la matriz traspuesta) de una sola vez. El número de iteraciones frente a los bucles anidados aumenta, ya que se trabajan columnas en vez de puntos. No obstante, la idea se sigue basando en la aproximación iterativa por Gauss – Seidel y se logra un tiempo de ejecución drásticamente menor.

- **Resultados:** A continuación, la graficación de distintas aproximaciones variadas según h , esbozadas mediante el comando *imshow*, perteneciente a la biblioteca *matplotlib*. Tiempos en la terminal.





A continuación, una tabla con ciertas temperaturas requeridas en la tabla de dimensiones 90 x 50:

TABLA 90 x 50	CENTRO DE TABLA	BORDE INFERIOR	BORDE SUPERIOR
TEMPERATURAS (°C)	-51.818	-15.42	-86.242