UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Tarea semanal 04:

Análisis de Argumentos

Pablo A. Trinidad Paz
419004279

Trabajo presentado como parte del curso de **Estructuras Discretas** impartido por la profesora **Pilar Selene Linares Arévalo**.

17 de Septiembre de 2018

1. Sea Γ un conjunto de fórmulas y τ una tautología. Si Γ es insatisfacible, ¿como es $\Gamma \cup \{\tau\}$?

   - El nuevo conjunto de fórmulas $\varphi = \Gamma \cup \{\tau\}$ sigue siendo insatisfacible porque para que sea satisfacible debe existir una interpretación $\mathcal{I}$ tal que $\mathcal{I}(P) = 1$ para toda $P \in \varphi$ y aunque todos los estados de τ son modelos, sabemos que no existe ningún estado de que satisfaga todas las fórmulas de Γ.

2. Decide si los siguientes conjuntos de fórmulas son satisfacibles. Justifica.

   - $\Gamma_1 = \{p \vee q \vee r, \neg p, \neg q, \neg r\}$

Para probar si el conjunto de fórmulas Γ_1
es satisfacible podemos asumirlo y tratar de encontrar
los estados de cada variable proposicional.

1) $\mathcal{I}(\Gamma_1) = 1$
2) $\mathcal{I}(p \vee q \vee r) = 1$
3) $\mathcal{I}(\neg p) = 1$
4) $\mathcal{I}(\neg q) = 1$
5) $\mathcal{I}(\neg r) = 1$
6) $\mathcal{I}(p) = 0$ (por **3**)
7) $\mathcal{I}(q) = 0$ (por **4**)
8) $\mathcal{I}(r) = 0$ (por **5**)

Hemos llegado a una contradicción ya que
$\mathcal{I}(p \vee q \vee r)$ no puede evaluarse a 1
porque p, q y r son 0
$\therefore \nexists I \mid I(P) = 1 \forall P \in \Gamma_1$

$\boxed{\therefore \Gamma_1 \text{ es } \textbf{Insatisfacible}}$

- $\Gamma_2 = \{p, \neg p \vee q, \neg p \vee r\}$

Para probar si el conjunto de fórmulas Γ_2
es satisfacible podemos asumirlo y tratar de encontrar
los estados de cada variable proposicional.

1) $\mathcal{I}(\Gamma_2) = 1$
2) $\mathcal{I}(p) = 1$
3) $\mathcal{I}(\neg p \vee q) = 1$
4) $\mathcal{I}(\neg p \vee r) = 1$
5) $\mathcal{I}(q) = 1$ (por **2**)
6) $\mathcal{I}(r) = 1$ (por **2**)

$\therefore \exists I \mid I(P) = 1 \forall P \in \Gamma_2$

$\therefore \Gamma_2$ es **Satisfacible** (En el estado anterior)

3. Decide si las siguientes afirmaciones son ciertas o no. Si lo son, justifica; Si no lo son, da un contraejemplo.

   a) *Si $\{P_1, P_2, ..., P_n\} / \therefore C$ es un argumento incorrecto, entonces el conjunto $\{P_1, P_2, ..., P_n, C\}$ es insatisfacible.*

Si $\{P_1, P_2, ..., P_n\} / \therefore C$ es un argumento incorrecto,
quiere decir que la fórmula $\varphi = P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge ... \wedge P_n \to C$
no es tautología pero no limita a que sí existan
algunos estados que sean modelo,
por lo tanto el conjunto de fórmulas $\{P_1, P_2, ..., P_n, C\}$

NO necesariamente es insatisfacible

CONTRAEJEMPLO:

$\{p \vee q\} / \therefore p \wedge q$ es un argumento incorrecto
porque se evalua en 0 cuando $p = 1$ y $q = 0$

$$p \vee q \to p \wedge q$$
$$1 \vee 0 \to 1 \wedge 0$$
$$1 \to 0 = 0$$

Pero el conjunto de fórmulas $\varphi = \{p \vee q, p \wedge q\}$
es satisfacible para el estado: $p = 1$ y $q = 1$

$$\mathcal{I}(1 \vee 1) = 1\,, \mathcal{I}(1 \wedge 1) = 1$$
$$\therefore \exists I \mid I(P) = 1 \forall P \in \varphi$$

$\therefore$ La afirmación anterior (a) **es falsa**.

b) *Cualquier argumento incorrecto se puede convertir en uno válido agragando una hipótesis extra.*

- Si $\{H_1, H_2, ..., H_n\} / \therefore C$ es un argumento incorrecto, quiere decir que existe un estado de las variables que evalua la implicación a falso, es decir, $H_1 \wedge H_2 \wedge ... \wedge H_n \rightarrow C = 0$. También, sabemos que una implicación sólamente es falsa cuando el precedente es verdadero y el consecuente es falso $(1 \rightarrow 0)$.
  Sabiendo esto, si agregamos una nueva hipótesis que evalue la conjunción a falso, la implicación se vuelve verdadera porque $0 \rightarrow 0 = 1$.

i.e:

$$H_1 \wedge H_2 \wedge ... \wedge H_n \rightarrow C = 0$$
$$H_1 \wedge H_2 \wedge ... \wedge H_n = 1$$
$$C = 0$$
$$1 \rightarrow 0 = 0$$

Si agregamos una nueva hipótesis P donde $P = 0$,
entonces la nueva conjunción$H_1 \wedge H_2 \wedge ... \wedge H_n \wedge P = 0$
dando como resultado una implicación del siguiente tipo: $0 \rightarrow 0$
la cual es verdadera

$\therefore$ La afirmación anterior (a) **es verdadera**.