

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS



Tarea semanal 02:
Lógica proposicional

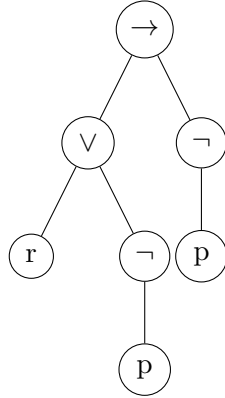
Pablo A. Trinidad Paz
419004279

Trabajo presentado como parte del curso de **Estructuras Discretas** impartido por la profesora
Pilar Selene Linares Arévalo.

29 de agosto de 2018

1. Encuentra el valor de verdad para las fórmulas generadas por los siguientes árboles de derivación, en el estado de las variables $p = 1$, $r = 1$ y $q = 0$.

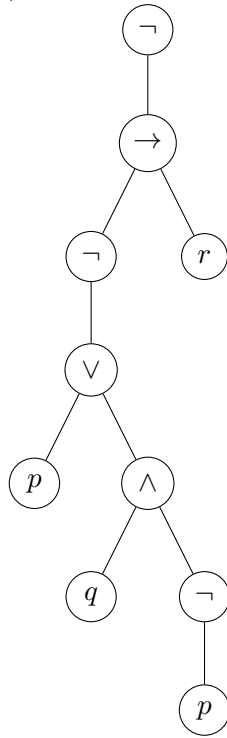
a)



El árbol se reescribe como $r \vee \neg p \rightarrow \neg p$ y sustituyendo por los valores de p y r :

$$\begin{aligned}
 & r \vee \neg p \rightarrow \neg p \\
 & 1 \vee \neg 1 \rightarrow \neg 1 \\
 & 1 \vee 0 \rightarrow 0 \\
 & 1 \rightarrow 0 \\
 & 0 \\
 & \therefore r \vee \neg p \rightarrow \neg p = 0
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

b)



El árbol se reescribe como $\neg(\neg(p \vee (q \wedge \neg p)) \rightarrow r)$ y sustituyendo por los valores de p , q y r :

$$\begin{aligned}
 & \neg(\neg(p \vee (q \wedge \neg p)) \rightarrow r) \\
 & \neg(\neg(1 \vee (0 \wedge \neg 1)) \rightarrow 1) \\
 & \neg(\neg(1 \vee (0 \wedge 0)) \rightarrow 1) \\
 & \neg(\neg(1 \vee 0) \rightarrow 1) \\
 & \neg(\neg(1) \rightarrow 1) \\
 & \neg(0 \rightarrow 1) \\
 & \neg(1) \\
 & 0 \\
 & \therefore \neg(\neg(p \vee (q \wedge \neg p)) \rightarrow r) = 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

2. Utilizando equivalencias lógicas, decide si la siguiente fórmula es una tautología, contradicción o contingencia:

$$(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s) \rightarrow p \wedge r \rightarrow q \wedge s \quad (3)$$

Aplicamos jerarquía de operaciones para agregar paréntesis a la operación:

$$\begin{aligned} & (p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s) \rightarrow p \wedge r \rightarrow q \wedge s \\ & (p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s) \rightarrow (p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s) \\ & (p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s)) \\ & (p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow s) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s))) \end{aligned} \quad (4)$$

Usando las equivalencias:

$$\begin{aligned} & (p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow s) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge s))) \\ & (p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow s) \rightarrow (\neg(p \wedge r) \vee (q \wedge s))) \\ & (p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow s) \rightarrow ((\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s))) \\ & (p \rightarrow q) \rightarrow (\neg(r \rightarrow s) \vee ((\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s))) \\ & (p \rightarrow q) \rightarrow (\neg(\neg r \vee s) \vee ((\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s))) \\ & (p \rightarrow q) \rightarrow ((r \wedge \neg s) \vee ((\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s))) \\ & (p \rightarrow q) \rightarrow ((r \wedge \neg s) \vee (\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s)) \\ & (\neg p \vee q) \rightarrow ((r \wedge \neg s) \vee (\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s)) \\ & \neg(\neg p \vee q) \vee ((r \wedge \neg s) \vee (\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s)) \\ & (p \wedge \neg q) \vee ((r \wedge \neg s) \vee (\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s)) \\ & (p \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg s) \vee (\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s) \\ & (p \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg s) \vee \neg p \vee \neg r \vee (q \wedge s) \\ & (\neg p \vee (p \wedge \neg q)) \vee (\neg r \vee (r \wedge \neg s)) \vee (q \wedge s) \\ & ((\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee (\neg r \vee (r \wedge \neg s)) \vee (q \wedge s) \\ & (1 \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee (\neg r \vee (r \wedge \neg s)) \vee (q \wedge s) \\ & (1 \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee ((\neg r \vee r) \wedge (\neg r \vee \neg s)) \vee (q \wedge s) \\ & (1 \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee (1 \wedge (\neg r \vee \neg s)) \vee (q \wedge s) \\ & (\neg p \vee \neg q) \vee (\neg r \vee \neg s) \vee (q \wedge s) \\ & \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee \neg s \vee (q \wedge s) \\ & \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee (\neg s \vee (q \wedge s)) \\ & \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee ((\neg s \vee s) \wedge (\neg s \vee q)) \\ & \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee (1 \wedge (\neg s \vee q)) \\ & \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee (\neg s \vee q) \\ & \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee \neg s \vee q \\ & \neg p \vee \neg r \vee \neg s \vee (q \vee \neg q) \\ & \neg p \vee \neg r \vee \neg s \vee 1 \\ & 1 \end{aligned} \quad (5)$$

\therefore la fórmula es tautología