## Universidad Nacional Autónoma de México

## FACULTAD DE CIENCIAS





Tarea semanal 04:

## Análisis de Argumentos

 $\begin{array}{c} Pablo~A.~Trinidad~Paz\\ 419004279\end{array}$ 

- 1. Sea  $\Gamma$  un conjunto de fórmulas y  $\tau$  una tautología. Si  $\Gamma$  es insatisfacible, ¿como es  $\Gamma \cup \{\tau\}$ ?
  - El nuevo conjunto de fórmulas  $\varphi = \Gamma \cup \{\tau\}$  sigue siendo insatisfacible porque para que sea satisfacible debe existir una interpretación  $\mathcal{I}$  tal que  $\mathcal{I}(P) = 1$  para toda  $P \in \varphi$  y aunque todos los estados de  $\tau$  son modelos, sabemos que no existe ningún estado de que satisfaga todas las fórmulas de  $\Gamma$ .
- 2. Decide si los siguientes conjuntos de fórmulas son satisfacibles. Justifica.
  - $\Gamma_1 = \{ p \lor q \lor r, \neg p, \neg q, \neg r \}$

Para probar si el conjunto de fórmulas  $\Gamma_1$  es satisfacible podemos asumirlo y tratar de encontrar los estados de cada variable proposicional.

- 1)  $\mathcal{I}(\Gamma_1) = 1$
- 2)  $\mathcal{I}(p \vee q \vee r) = 1$
- 3)  $\mathcal{I}(\neg p) = 1$
- 4)  $\mathcal{I}(\neg q) = 1$
- 5)  $\mathcal{I}(\neg r) = 1$
- 6) I(p) = 0 (por 3)
- 7) I(q) = 0 (por 4)
- 8) I(r) = 0 (por 5)

Hemos llegado a una contradicción ya que  $\mathcal{I}(p \vee q \vee r) \text{ no puede evaluarse a 1}$  porque p,q y r son 0

 $\therefore \nexists I \mid I(P) = 1 \forall P \in \Gamma_1$ 

 $\Gamma_1$  es Insatisfacible

 $\Gamma_2 = \{p, \neg p \lor q, \neg p \lor r\}$ 

Para probar si el conjunto de fórmulas  $\Gamma_2$  es satisfacible podemos asumirlo y tratar de encontrar los estados de cada variable proposicional.

- 1)  $\mathcal{I}(\Gamma_2) = 1$
- 2) I(p) = 1
- 3)  $\mathcal{I}(\neg p \lor q) = 1$
- 4)  $\mathcal{I}(\neg p \lor r) = 1$
- 5) I(q) = 1 (por 2)
- 6)  $\mathcal{I}(r) = 1 \text{ (por 2)}$

$$\therefore \exists I \mid I(P) = 1 \forall P \in \Gamma_2$$

 $\Gamma_2$  es **Satisfacible** (En el estado anterior)

- 3. Decide si las siguientes afirmaciones son ciertas o no. Si lo son, justifica; Si no lo son, da un contraejemplo.
  - a) Si  $\{P_1, P_2, ..., P_n\}$  : C es un argumento incorrecto, entonces el conjunto  $\{P_1, P_2, ..., P_n, C\}$  es insatisfacible.

Si  $\{P_1, P_2, ..., P_n\}/$  C es un argumento incorrecto, quiere decir que la fórmula  $\varphi = P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge ... \wedge P_n \to C$  no es tautología pero no limita a que sí existan algunos estados que sean modelo, por lo tanto el conjunto de fórmulas  $\{P_1, P_2, ..., P_n, C\}$ 

NO necesariamente es insatisfacible

## **CONTRAEJEMPLO:**

 $\{p \lor q\} / \therefore p \land q$  es un argumento incorrecto porque se evalua en 0 cuando p=1 y q=0

$$p \lor q \to p \land q$$

$$1 \lor 0 \to 1 \land 0$$

$$1 \rightarrow 0 = 0$$

Pero el conjunto de fórmulas  $\varphi=\{p\vee q,p\wedge q\}$  es satisfacible para el estado: p=1 y q=1

$$\mathcal{I}(1 \lor 1) = 1, \mathcal{I}(1 \land 1) = 1$$

$$\therefore \exists I \,|\, I(P) = 1 \forall P \in \varphi$$

: La afirmación anterior (a) es falsa.