

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS



Boletín de Ejercicios 01:
Primer parcial

Pablo A. Trinidad Paz
419004279

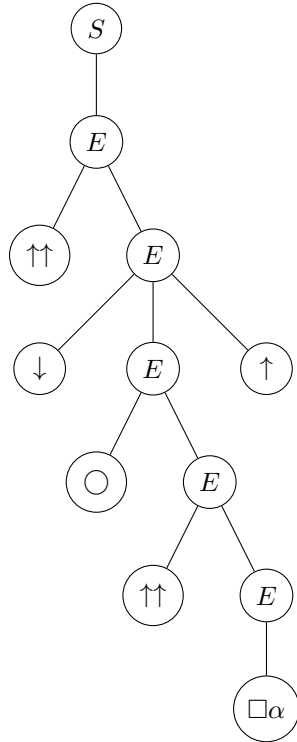
Trabajo presentado como parte del curso de **Estructuras Discretas** impartido por la profesora **Pilar Selene Linares Arévalo**.

12 de Septiembre de 2018

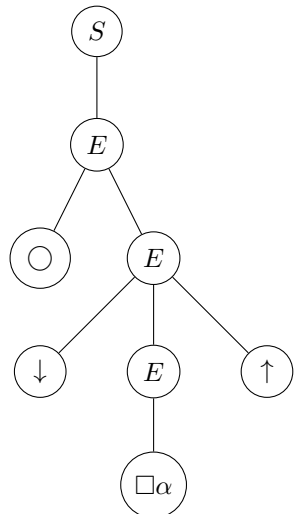
1. Considera la siguiente gramática

$$\begin{aligned} S &::= E \\ E &::= \downarrow E \uparrow \\ E &::= \bigcirc E \\ E &::= \uparrow\uparrow E \\ E &::= \square\alpha \\ E &::= \delta \end{aligned}$$

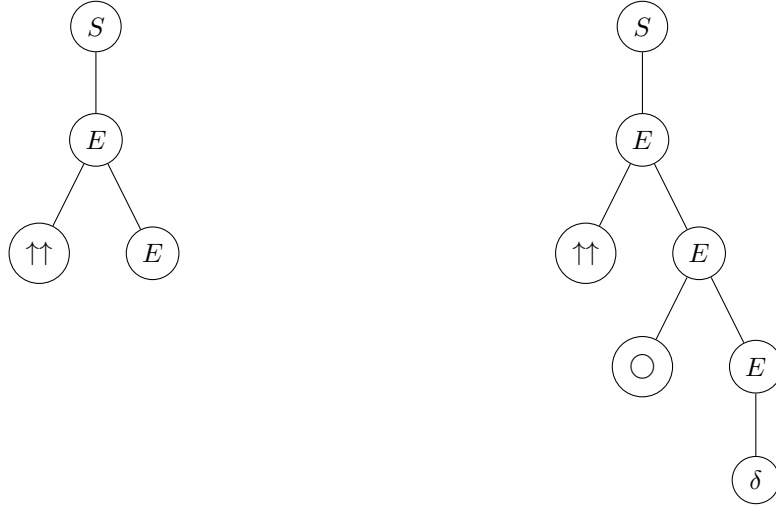
a) Construye una derivación correspondiente a la cadena $\uparrow\downarrow\bigcirc\uparrow\uparrow\square\alpha\uparrow$.



b) Da el árbol que corresponde a la expresión $\bigcirc\downarrow\square\alpha\uparrow$.



c) ¿La cadena $\uparrow\uparrow\bigcirc\delta$ está bien formada? Justifique su respuesta.



La cadena no está bien formulada ya que a partir de los únicos dos posibles árboles de derivación fue imposible llegar a la cadena final.

2. Sea p , q y r las proposiciones con el siguiente significado:

- p : Se han visto osos pardos en la zona.
- q : Acampar en esta zona es seguro.
- r : La luna se ve gigante esta noche.

Escribe los enunciados en lógica proposicional utilizando únicamente p , q y r y los conectivos lógicos.

a) La luna se ve gigante esta noche, pero se han visto osos pardos en la zona.

$$r \wedge p$$

b) No se han visto osos pardos en la zona y acampar en esta zona es seguro pero la luna se ve gigante esta noche.

$$\neg p \wedge q \wedge r$$

c) Si la luna se ve gigante esta noche, entonces acampar en esta zona es seguro si y sólo si no se han visto osos pardos en la zona.

$$(r \rightarrow q) \leftrightarrow \neg p$$

d) Para que acampar en esta zona sea seguro, es necesario que la luna se vea gigante esta noche y que no se hayan visto osos pardos en la zona.

$$q \rightarrow r \wedge \neg p$$

3. Utilizando tablas de verdad, decide si las siguientes expresiones son tautologías, contradicciones o contingencias:

a) $\neg p \wedge (p \vee q) \rightarrow q \rightarrow \neg p$

$$\varphi = \neg p \wedge (p \vee q) \rightarrow q \rightarrow \neg p$$

$$\Rightarrow \varphi = \neg p \wedge (p \vee q) \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$$

p	q	$((\neg p \wedge (p \vee q)) \rightarrow (q \rightarrow \neg p))$
F	F	T
F	T	T
T	F	T
T	T	T

$$\therefore \models \varphi$$

b) $(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow r$

$$\alpha = (p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow r$$

p	q	r	$((p \vee q) \wedge ((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r))) \rightarrow r$
F	F	F	T
F	F	T	T
F	T	F	T
F	T	T	T
T	F	F	T
T	F	T	T
T	T	F	T
T	T	T	T

$$\therefore \models \alpha$$

4. Utilizando las leyes de equivalencia de la lógica proposicional, muestra que se cumplen las siguientes equivalencias

a) $\neg r \rightarrow b \wedge \neg b \equiv r$

$$\begin{aligned}\neg r \rightarrow b \wedge \neg b &\equiv r \\ \neg r \rightarrow (b \wedge \neg b) &\equiv r \\ \neg r \rightarrow 0 &\equiv r \\ \neg(\neg r) \vee 0 &\equiv r \\ r \vee 0 &\equiv r\end{aligned}$$

$$r \equiv r$$

b) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \equiv \neg p$

$$\begin{aligned}(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q) &\equiv \neg p \\ (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) &\equiv \neg p \\ \neg p \vee (q \wedge \neg q) &\equiv \neg p \\ \neg p \vee 0 &\equiv \neg p\end{aligned}$$

$$\neg p \equiv \neg p$$

c) $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv \neg p \leftrightarrow q$

$$\begin{aligned}\neg(p \leftrightarrow q) &\equiv \neg p \leftrightarrow q \\ \neg((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) &\equiv (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \\ \neg(p \wedge q) \wedge \neg(\neg p \wedge \neg q) &\equiv (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \\ (\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q) &\equiv (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \\ (\neg p \wedge p) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg q \wedge q) &\equiv (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \\ 0 \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee 0 &\equiv (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \\ (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) &\equiv (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q)\end{aligned}$$

$$\neg p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow q$$

d) $p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

$$\begin{aligned}p \leftrightarrow q &\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\ (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) &\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\ (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p) &\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\ (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge p) \vee (q \wedge \neg q) \vee (q \wedge p) &\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\ (\neg p \wedge \neg q) \vee 0 \vee 0 \vee (q \wedge p) &\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)\end{aligned}$$

$$(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$$

5. Decidir para cada caso si $\mathcal{I} \models \phi$

a) $\phi = (p \rightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow r$ con $\mathcal{I}(p) = 1$, $\mathcal{I}(q) = 1$ y $\mathcal{I}(r) = 0$

$$\begin{aligned}\phi &= (p \rightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow r \\ \phi &= ((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow r \\ \phi &= ((1 \rightarrow 1) \wedge \neg 1) \rightarrow 0 \\ \phi &= (1 \wedge 0) \rightarrow 0 \\ \phi &= 0 \rightarrow 0 \\ \phi &= 1\end{aligned}$$

$$\therefore \mathcal{I} \models \phi$$

b) $\phi = r \rightarrow (p \rightarrow q) \wedge \neg q$ con $\mathcal{I}(p) = 1$, $\mathcal{I}(q) = 0$ y $\mathcal{I}(r) = 0$

$$\begin{aligned}\phi &= r \rightarrow (p \rightarrow q) \wedge \neg q \\ \phi &= r \rightarrow ((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \\ \phi &= 0 \rightarrow ((1 \rightarrow 0) \wedge \neg 0) \\ \phi &= 0 \rightarrow (0 \wedge 1) \\ \phi &= 0 \rightarrow 0 \\ \phi &= 1\end{aligned}$$

$$\therefore \mathcal{I} \models \phi$$

c) $\phi = (r \rightarrow \neg r) \vee ((p \rightarrow q) \wedge \neg q)$ con $\mathcal{I}(p) = 0$, $\mathcal{I}(q) = 1$ y $\mathcal{I}(r) = 0$

$$\begin{aligned}\phi &= (r \rightarrow \neg r) \vee ((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \\ \phi &= (0 \rightarrow \neg 0) \vee ((0 \rightarrow 1) \wedge \neg 1) \\ \phi &= (0 \rightarrow 1) \vee (1 \wedge 0) \\ \phi &= 1 \vee 0 \\ \phi &= 1\end{aligned}$$

$$\therefore \mathcal{I} \models \phi$$