Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Tarea semanal 02:

Lógica proposicional

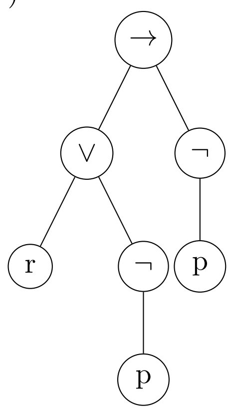
Pablo A. Trinidad Paz
419004279

Trabajo presentado como parte del curso de **Estructuras Discretas** impartido por la profesora **Pilar Selene Linares Arévalo**.

29 de agosto de 2018

1. Encuentra el valor de verdad para las fórmulas generadas por los siguientes árboles de derivación, en el estado de las variables $p = 1$, $r = 1$ y $q = 0$.

   a)

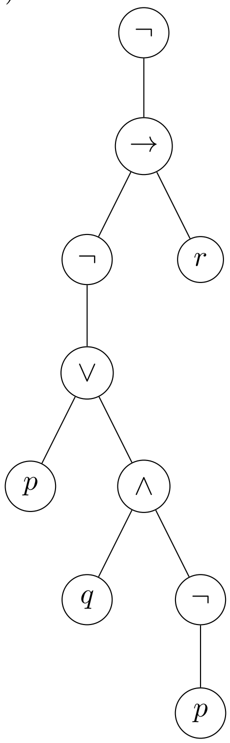
   

   El árbol se reescribe como $r \vee \neg p \to \neg p$ y sustituyendo por los valores de p y r:

$$
\begin{aligned}
r \vee \neg p \to \neg p \\
1 \vee \neg 1 \to \neg 1 \\
1 \vee 0 \to 0 \\
1 \to 0 \\
0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

   $\therefore\ r \vee \neg p \to \neg p = 0$, es decir, la fórmula es instatisfacible para el estado $p = 1$, $r = 1$ y $q = 0$

b)



El árbol se reescribe como $\neg(\neg(p \vee (q \wedge \neg p)) \rightarrow r)$ y sustituyendo por los valores de p, q y r:

$$\begin{aligned}
\neg(\neg(p \vee (q \wedge \neg p)) \rightarrow r) \\
\neg(\neg(1 \vee (0 \wedge \neg 1)) \rightarrow 1) \\
\neg(\neg(1 \vee (0 \wedge 0)) \rightarrow 1) \\
\neg(\neg(1 \vee 0) \rightarrow 1) \\
\neg(\neg(1) \rightarrow 1) \\
\neg(0 \rightarrow 1) \\
\neg(1) \\
0
\end{aligned} \tag{2}$$

$\therefore \neg(\neg(p \vee (q \wedge \neg p)) \rightarrow r) = 0$, es decir, la fórmula es instatisfacible para el estado $p = 1$, $r = 1$ y $q = 0$

2. Utilizando equivalencias lógicas, decide si la siguiente fórmula es una tautología, contradicción o contingencia:

$$(p \to q) \to (r \to s) \to p \wedge r \to q \wedge s \tag{3}$$

Aplicamos jerarquía de operaciones para agregar paréntesis a la operación:

$$\begin{aligned}(p \to q) \to (r \to s) \to p \wedge r \to q \wedge s \\ (p \to q) \to (r \to s) \to (p \wedge r) \to (q \wedge s) \\ (p \to q) \to (r \to s) \to ((p \wedge r) \to (q \wedge s)) \\ (p \to q) \to ((r \to s) \to ((p \wedge r) \to (q \wedge s)))\end{aligned} \tag{4}$$

Usando las equivalencias:

$$\begin{aligned}(p \to q) \to ((r \to s) \to ((p \wedge r) \to (q \wedge s))) \\ (p \to q) \to ((r \to s) \to (\neg(p \wedge r) \vee (q \wedge s))) \\ (p \to q) \to ((r \to s) \to ((\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s))) \\ (p \to q) \to (\neg(r \to s) \vee ((\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s))) \\ (p \to q) \to (\neg(\neg r \vee s) \vee ((\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s))) \\ (p \to q) \to ((r \wedge \neg s) \vee ((\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s))) \\ (p \to q) \to ((r \wedge \neg s) \vee (\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s)) \\ (\neg p \vee q) \to ((r \wedge \neg s) \vee (\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s)) \\ \neg(\neg p \vee q) \vee ((r \wedge \neg s) \vee (\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s)) \\ (p \wedge \neg q) \vee ((r \wedge \neg s) \vee (\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s)) \\ (p \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg s) \vee (\neg p \vee \neg r) \vee (q \wedge s) \\ (p \wedge \neg q) \vee (r \wedge \neg s) \vee \neg p \vee \neg r \vee (q \wedge s) \\ (\neg p \vee (p \wedge \neg q)) \vee (\neg r \vee (r \wedge \neg s)) \vee (q \wedge s) \\ ((\neg p \vee p) \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee (\neg r \vee (r \wedge \neg s)) \vee (q \wedge s) \\ (1 \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee (\neg r \vee (r \wedge \neg s)) \vee (q \wedge s) \\ (1 \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee ((\neg r \vee r) \wedge (\neg r \vee \neg s)) \vee (q \wedge s) \\ (1 \wedge (\neg p \vee \neg q)) \vee (1 \wedge (\neg r \vee \neg s)) \vee (q \wedge s) \\ (\neg p \vee \neg q) \vee (\neg r \vee \neg s) \vee (q \wedge s) \\ \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee \neg s \vee (q \wedge s) \\ \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee (\neg s \vee (q \wedge s)) \\ \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee ((\neg s \vee s) \wedge (\neg s \vee q)) \\ \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee (1 \wedge (\neg s \vee q)) \\ \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee (\neg s \vee q) \\ \neg p \vee \neg q \vee \neg r \vee \neg s \vee q \\ \neg p \vee \neg r \vee \neg s \vee (q \vee \neg q) \\ \neg p \vee \neg r \vee \neg s \vee 1 \\ 1 \\ \therefore \text{ la fórmula es tautología}\end{aligned} \tag{5}$$