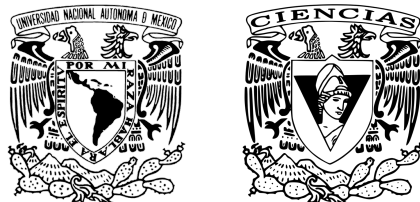


UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS



Tarea semanal 04:

Análisis de Argumentos

Pablo A. Trinidad Paz

419004279

Trabajo presentado como parte del curso de **Estructuras Discretas** impartido por la profesora
Pilar Selene Linares Arévalo.

17 de Septiembre de 2018

1. Sea Γ un conjunto de fórmulas y τ una tautología. Si Γ es insatisfacible, ¿cómo es $\Gamma \cup \{\tau\}$?
 - El nuevo conjunto de fórmulas $\varphi = \Gamma \cup \{\tau\}$ sigue siendo insatisfacible porque para que sea satisfacible debe existir una interpretación \mathcal{I} tal que $\mathcal{I}(P) = 1$ para toda $P \in \varphi$ y aunque todos los estados de τ son modelos, sabemos que no existe ningún estado de que satisfaga todas las fórmulas de Γ .
2. Decide si los siguientes conjuntos de fórmulas son satisfacibles. Justifica.
 - $\Gamma_1 = \{p \vee q \vee r, \neg p, \neg q, \neg r\}$

Para probar si el conjunto de fórmulas Γ_1 es satisfacible podemos asumirlo y tratar de encontrar los estados de cada variable proposicional.

- 1) $\mathcal{I}(\Gamma_1) = 1$
- 2) $\mathcal{I}(p \vee q \vee r) = 1$
- 3) $\mathcal{I}(\neg p) = 1$
- 4) $\mathcal{I}(\neg q) = 1$
- 5) $\mathcal{I}(\neg r) = 1$
- 6) $\mathcal{I}(p) = 0$ (por **3**)
- 7) $\mathcal{I}(q) = 0$ (por **4**)
- 8) $\mathcal{I}(r) = 0$ (por **5**)

Hemos llegado a una contradicción ya que

$\mathcal{I}(p \vee q \vee r)$ no puede evaluarse a 1

porque p, q y r son 0

$\therefore \nexists I \mid I(P) = 1 \forall P \in \Gamma_1$

$\therefore \Gamma_1$ es **Insatisfacible**

$$\blacksquare \Gamma_2 = \{p, \neg p \vee q, \neg p \vee r\}$$

Para probar si el conjunto de fórmulas Γ_2 es satisfacible podemos asumirlo y tratar de encontrar los estados de cada variable proposicional.

$$1) \mathcal{I}(\Gamma_2) = 1$$

$$2) \mathcal{I}(p) = 1$$

$$3) \mathcal{I}(\neg p \vee q) = 1$$

$$4) \mathcal{I}(\neg p \vee r) = 1$$

$$5) \mathcal{I}(q) = 1 \text{ (por 2)}$$

$$6) \mathcal{I}(r) = 1 \text{ (por 2)}$$

$$\therefore \exists I \mid I(P) = 1 \forall P \in \Gamma_2$$

$\therefore \Gamma_2$ es **Satisfacible** (En el estado anterior)

3. Decide si las siguientes afirmaciones son ciertas o no. Si lo son, justifica; Si no lo son, da un contraejemplo.

a) Si $\{P_1, P_2, \dots, P_n\} / \therefore C$ es un argumento incorrecto, entonces el conjunto $\{P_1, P_2, \dots, P_n, C\}$ es insatisfacible.

Si $\{P_1, P_2, \dots, P_n\} / \therefore C$ es un argumento incorrecto, quiere decir que la fórmula $\varphi = P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \dots \wedge P_n \rightarrow C$ no es tautología pero no limita a que sí existan algunos estados que sean modelo, por lo tanto el conjunto de fórmulas $\{P_1, P_2, \dots, P_n, C\}$

NO necesariamente es insatisfacible

CONTRAJEJEMPLO:

$\{p \vee q\} / \therefore p \wedge q$ es un argumento incorrecto porque se evalúa en 0 cuando $p = 1$ y $q = 0$

$$p \vee q \rightarrow p \wedge q$$

$$1 \vee 0 \rightarrow 1 \wedge 0$$

$$1 \rightarrow 0 = 0$$

Pero el conjunto de fórmulas $\varphi = \{p \vee q, p \wedge q\}$ es satisfacible para el estado: $p = 1$ y $q = 1$

$$\mathcal{I}(1 \vee 1) = 1, \mathcal{I}(1 \wedge 1) = 1$$

$$\therefore \exists I \mid I(P) = 1 \forall P \in \varphi$$

\therefore La afirmación anterior (a) es falsa.

b) *Cualquier argumento incorrecto se puede convertir en uno válido agregando una hipótesis extra.*

- Si $\{H_1, H_2, \dots, H_n\} / \therefore C$ es un argumento incorrecto, quiere decir que existe un estado de las variables que evalúa la implicación a falso, es decir, $H_1 \wedge H_2 \wedge \dots \wedge H_n \rightarrow C = 0$. También, sabemos que una implicación solamente es falsa cuando el precedente es verdadero y el consecuente es falso ($1 \rightarrow 0$).

Sabiendo esto, si agregamos una nueva hipótesis que evalúe la conjunción a falso, la implicación se vuelve verdadera porque $0 \rightarrow 0 = 1$.

i.e:

$$H_1 \wedge H_2 \wedge \dots \wedge H_n \rightarrow C = 0$$

$$H_1 \wedge H_2 \wedge \dots \wedge H_n = 1$$

$$C = 0$$

$$1 \rightarrow 0 = 0$$

Si agregamos una nueva hipótesis P donde $P = 0$,

entonces la nueva conjunción $H_1 \wedge H_2 \wedge \dots \wedge H_n \wedge P = 0$

dando como resultado una implicación del siguiente tipo: $0 \rightarrow 0$

la cual es verdadera

\therefore La afirmación anterior (b) **es verdadera.**