Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Boletín de Ejercicios 01:
Primer parcial

Pablo A. Trinidad Paz
419004279

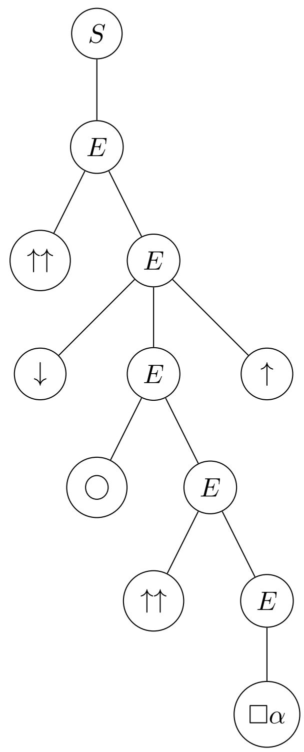
Trabajo presentado como parte del curso de **Estructuras Discretas** impartido por la profesora **Pilar Selene Linares Arévalo**.

12 de Septiembre de 2018

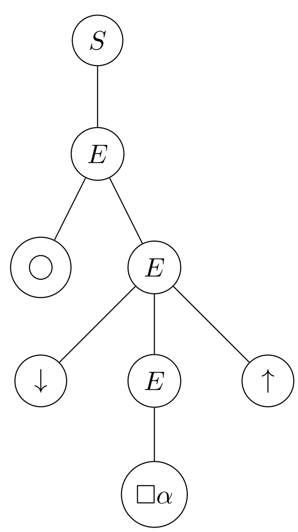
1. Considera la siguiente gramática

$$
\begin{aligned}
&S ::= E\\
&E ::=\downarrow E \uparrow\\
&E ::= \bigcirc E\\
&E ::=\uparrow\uparrow E\\
&E ::= \Box\alpha\\
&E ::= \delta
\end{aligned}
$$

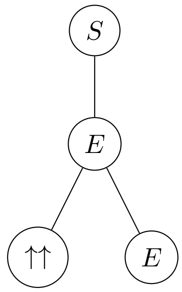
a) Construye una derivación correspondiente a la cadena $\uparrow\uparrow\downarrow \bigcirc \uparrow\uparrow \Box\alpha \uparrow$.

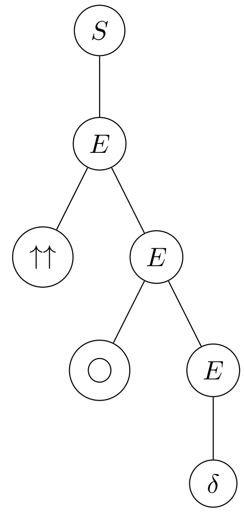


b) Da el árbol que corresponde a la expresión $\bigcirc \downarrow \Box\alpha \ \uparrow$.



c) ¿La cadena $\uparrow\uparrow\uparrow\ \bigcirc\delta$ está bien formada? Justifique su respuesta.





La cadena no está bien formulada ya que a partir de los únicos dos posibles árboles de derivación fue imposible llegar a la cadena final.

2. Sea p, q y r las proposiciones con el siguiente significado:

- p: Se han visto osos pardos en la zona.
- q: Acampar en esta zona es seguro.
- r: La luna se ve gigante esta noche.

Escribe los enunciados en lógica proposicional utilizando únicamente p, q y r y los conectivos lógicos.

a) La luna se ve gigante esta noche, pero se han visto osos pardos en la zona.

$$\boxed{r \land p}$$

b) No se han visto osos pardos en la zona y acampar en esta zona es seguro pero la luna se ve gigante esta noche.

$$\boxed{\neg p \land q \land r}$$

c) Si la luna se ve gigante esta noche, entonces acampar en esta zona es seguro si y sólo si no se han visto osos pardos en la zona.

$$\boxed{(r \rightarrow q) \leftrightarrow \neg p}$$

d) Para que acampar en esta zona sea seguro, es necesario que la luna se vea gigante esta noche y que no se hayan visto osos pardos en la zona.

$$\boxed{q \rightarrow r \land \neg p}$$

3. Utilizando tablas de verdad, decide si las siguientes expresiones son tautologías, contradicciones o contingencias:

   a) $\neg p \wedge (p \vee q) \rightarrow q \rightarrow \neg p$

$$\varphi = \neg p \wedge (p \vee q) \rightarrow q \rightarrow \neg p$$
$$\Rightarrow \varphi = \neg p \wedge (p \vee q) \rightarrow (q \rightarrow \neg p)$$

p	q	((¬p ∧ (p ∨ q)) → (q → ¬p))
F	F	**T**
F	T	**T**
T	F	**T**
T	T	**T**

$$\boxed{\therefore \models \varphi}$$

   b) $(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow r$

$$\alpha = (p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \rightarrow r$$

p	q	r	(((p ∨ q) ∧ ((p → r) ∧ (q → r))) → r)
F	F	F	**T**
F	F	T	**T**
F	T	F	**T**
F	T	T	**T**
T	F	F	**T**
T	F	T	**T**
T	T	F	**T**
T	T	T	**T**

$$\boxed{\therefore \models \alpha}$$

4. Utilizando las leyes de equivalencia de la lógica proposicional, muestra que se cumplen las siguientes equivalencias

   a) $\neg r \to b \wedge \neg b \equiv r$

$$\begin{aligned} \neg r \to b \wedge \neg b &\equiv r \\ \neg r \to (b \wedge \neg b) &\equiv r \\ \neg r \to 0 &\equiv r \\ \neg(\neg r) \vee 0 &\equiv r \\ r \vee 0 &\equiv r \end{aligned}$$

$$\boxed{r \equiv r}$$

   b) $(p \to q) \wedge (p \to \neg q) \equiv \neg p$

$$\begin{aligned} (p \to q) \wedge (p \to \neg q) &\equiv \neg p \\ (\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q) &\equiv \neg p \\ \neg p \vee (q \wedge \neg q) &\equiv \neg p \\ \neg p \vee 0 &\equiv \neg p \end{aligned}$$

$$\boxed{\neg p \equiv \neg p}$$

   c) $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv \neg p \leftrightarrow q$

$$\begin{aligned} \neg(p \leftrightarrow q) &\equiv \neg p \leftrightarrow q \\ \neg((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) &\equiv (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \\ \neg(p \wedge q) \wedge \neg(\neg p \wedge \neg q) &\equiv (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \\ (\neg p \vee \neg q) \wedge (p \vee q) &\equiv (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \\ (\neg p \wedge p) \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee (\neg q \wedge q) &\equiv (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \\ 0 \vee (p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge q) \vee 0 &\equiv (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \\ (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) &\equiv (\neg p \wedge q) \vee (p \wedge \neg q) \end{aligned}$$

$$\boxed{\neg p \leftrightarrow q \equiv \neg p \leftrightarrow q}$$

   d) $p \leftrightarrow q \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

$$\begin{aligned} p \leftrightarrow q &\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\ (p \to q) \wedge (q \to p) &\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\ (\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p) &\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\ (\neg p \wedge \neg q) \vee (\neg p \wedge p) \vee (q \wedge \neg q) \vee (q \wedge p) &\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\ (\neg p \wedge \neg q) \vee 0 \vee 0 \vee (q \wedge p) &\equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \end{aligned}$$

$$\boxed{(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \equiv (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)}$$

5. Decidir para cada caso si $\mathcal{I} \vDash \phi$

a) $\phi = (p \to q) \land \neg q \to r$ con $\mathcal{I}(p) = 1$, $\mathcal{I}(q) = 1$ y $\mathcal{I}(r) = 0$

$$\begin{aligned}
\phi &= (p \to q) \land \neg q \to r \\
\phi &= ((p \to q) \land \neg q) \to r \\
\phi &= ((1 \to 1) \land \neg 1) \to 0 \\
\phi &= (1 \land 0) \to 0 \\
\phi &= 0 \to 0 \\
\phi &= 1
\end{aligned}$$

$$\boxed{\therefore \mathcal{I} \vDash \phi}$$

b) $\phi = r \to (p \to q) \land \neg q$ con $\mathcal{I}(p) = 1$, $\mathcal{I}(q) = 0$ y $\mathcal{I}(r) = 0$

$$\begin{aligned}
\phi &= r \to (p \to q) \land \neg q \\
\phi &= r \to ((p \to q) \land \neg q) \\
\phi &= 0 \to ((1 \to 0) \land \neg 0) \\
\phi &= 0 \to (0 \land 1) \\
\phi &= 0 \to 0 \\
\phi &= 1
\end{aligned}$$

$$\boxed{\therefore \mathcal{I} \vDash \phi}$$

c) $\phi = (r \to \neg r) \lor ((p \to q) \land \neg q)$ con $\mathcal{I}(p) = 0$, $\mathcal{I}(q) = 1$ y $\mathcal{I}(r) = 0$

$$\begin{aligned}
\phi &= (r \to \neg r) \lor ((p \to q) \land \neg q) \\
\phi &= (0 \to \neg 0) \lor ((0 \to 1) \land \neg 1) \\
\phi &= (0 \to 1) \lor (1 \land 0) \\
\phi &= 1 \lor 0 \\
\phi &= 1
\end{aligned}$$

$$\boxed{\therefore \mathcal{I} \vDash \phi}$$

6. Utilizando interpretaciones, comprobar si se cumplen las afirmaciones:

   a) $\{p \land q\} \vDash p \to q$

Sabemos que $\Gamma \vDash A \to B$ si y solo si $\Gamma \cup \{\neg A\}$ es insatisfacible.

por lo que podemos definir lo anterior como: $\{p \land q, p\} \vDash q$

1) $\mathcal{I}(p \land q) = 1$

2) $\mathcal{I}(p) = 1$

2) $\mathcal{I}(q) = 1$ (por **1** y **2**)

$$\boxed{\therefore \{p \land q\} \vDash p \to q}$$