

Taller preparatorio matemáticas décimo

Juan Pablo Urrego Gaviria

September 2025

Ejercicios — Ecuaciones Trigonométricas

1. Resuelve $\sin(2x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ para $0 \leq x < 2\pi$.
2. Encuentra todas las soluciones de $2 \cos(x) - 1 = 0$ cuando x está en R .
3. Resuelve $\tan^2(x) - 3 \tan(x) + 2 = 0$ para $0 \leq x < \pi$.
4. Calcula x si $\sin(x) + \sin(2x) = 0$ para $0 \leq x < 2\pi$.
5. Resuelve $\cos(2x) + \cos(x) = 0$ en el intervalo $[0, 2\pi)$.
6. Encuentra las soluciones de $\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$ para x en R .
7. Resuelve $3 \sin(3x) = \sqrt{3}$ para $0 \leq x < \frac{2\pi}{3}$.
8. Halla x tal que $\sin(x) = \tan(x)$ para $0 \leq x < 2\pi$.
9. Resuelve $2 \sec(x) - 3 = 0$ para $0 \leq x < 2\pi$.
10. Encuentra todas las soluciones para $\cos(x) = -\frac{1}{2}$ en $[0, 2\pi)$.
11. Resuelve $2 \sin^2(x) - \sin(x) - 1 = 0$ para x en $[0, 2\pi)$.
12. Calcula las soluciones de $\sin(x) + \cos(x) = 0$ para x en $[0, 2\pi)$.
13. Halla x si $\cos(3x) = \frac{1}{2}$ con $0 \leq x < 2\pi$.
14. Resuelve $\tan(x) + \cot(x) = 2$ para $0 < x < \pi$.
15. Resuelve $\sin(2x) = \sin(3x)$ para $0 \leq x < 2\pi$.
16. Halla las soluciones de $\cos^2(x) - \sin(x) = 0$ en $[0, 2\pi)$.
17. Encuentra todas las soluciones reales de $4 \sin^3(x) - 3 \sin(x) = 0$.
18. Resuelve $\tan(2x) - \sqrt{3} = 0$ en intervalos adecuados.
19. Calcula x si $2 \cos^2(x) - 1 = \sin(x)$ para $0 \leq x < 2\pi$.
20. Resuelve $\sin(x) \cos(x) = \frac{1}{4}$ para x en $[0, 2\pi)$.

21. Halla x tal que $\sin(x) - \sqrt{3}\cos(x) = 0$ en $[0, 2\pi)$.
22. Resuelve $\cos(2x) - \sin(x) = 0$ para $0 \leq x < 2\pi$.
23. Encuentra todas las soluciones de $\sin(x) + \sin(2x) + \sin(3x) = 0$ para $0 \leq x < 2\pi$.
24. Resuelve la ecuación $3\cos(x) + 4\sin(x) = 1$ para x en R .
25. Calcula x si $\tan^3(x) - \tan(x) = 0$ para $0 < x < \pi$.
26. Resuelve $\sin(4x) = \cos(2x)$ en $[0, 2\pi)$.
27. Halla las soluciones de $\cos(3x) + \cos(x) = 0$ para $0 \leq x < 2\pi$.
28. Encuentra x si $\sin(x) = \cos(3x)$ para $0 \leq x < 2\pi$.
29. Resuelve $\tan(3x) + \tan(x) = 0$ en $[0, 2\pi)$.
30. Calcula las soluciones de $2\sin(2x) - \sqrt{3} = 0$ para x en $[0, 2\pi)$.

Ejercicios — Proposición y Lógica

1. Sea p : “Hoy es lunes”, q : “Está lloviendo”. Escribe la proposición que significa: “Hoy no es lunes, y está lloviendo”.
2. Determina si la proposición “Si apruebas el examen, entonces recibirás una recompensa” es equivalente a “Si no recibes recompensa, entonces no aprobaste”.
3. Construye la tabla de verdad de $(p \wedge q) \implies (r \vee \neg p)$.
4. Para p, q, r proposiciones, analiza si $(p \implies q) \wedge (q \implies r)$ es equivalente a $p \implies r$.
5. Verifica con tablas de verdad si la fórmula $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ es una tautología según De Morgan.
6. Haz la tabla de verdad de $(p \vee (q \wedge \neg r)) \leftrightarrow ((p \vee q) \wedge (p \vee \neg r))$ y determina si son equivalentes.
7. Sea el universo $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Considera los predicados $P(x)$: “ x es par”, $Q(x)$: “ $x > 2$ ”. Evalúa si $\forall x (P(x) \implies Q(x))$ es verdadero en U .
8. Con el mismo universo, evalúa $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$.
9. Cambia el universo a los naturales N . Evalúa si $\forall x \exists y (y > x)$.
10. Traduce al lenguaje lógico la frase: “Todos los estudiantes aprobaron si y sólo si hicieron tarea”.

11. Traduce la frase: “Hay alguien que no es amigo de nadie” usando cuantificadores.
12. Simplifica el enunciado $\neg(\forall x P(x))$ usando cuantificadores negativos apropiados.
13. Simplifica $\neg(\exists x (P(x) \wedge Q(x)))$.
14. Demuestra que $\forall x (P(x) \implies Q(x))$ es equivalente a $\neg\exists x (P(x) \wedge \neg Q(x))$.
15. Dado $P(x)$: “ x es primo” y universo los naturales, escribe el enunciado “No todos los números primos son impares” con cuantificadores formales.
16. Sea la proposición: “Si una figura es un cuadrado, entonces tiene 4 lados”, y “No tiene 4 lados”. Usa modus ponens / modus tollens para analizar implicaciones contrarias.
17. Analiza el valor de verdad de: “Si hoy llueve o hace frío, entonces mañana no va a haber sol”, en función de valores de verdad asignados arbitrarios.
18. Construye la tabla de verdad de $((p \implies q) \wedge (q \implies r)) \implies (p \implies r)$.
19. Construye la tabla de verdad de $\neg(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p)$.
20. Verifica si $(p \vee q) \implies (r \vee s)$ es equivalente a $((p \implies (r \vee s)) \wedge (q \implies (r \vee s)))$.
21. Sea el universo de discurso los enteros, $P(x)$: “ x es impar”. Evalúa $\exists x P(x)$, $\forall x P(x)$, $\forall x \neg P(x)$.
22. Traduce la frase: “Algún número entero mayor que cero tiene cuadrado menor que él”.
23. Traduce “Para todo número, su cuadrado es no negativo” con cuantificadores y evalúa si es verdadero en los reales.
24. Simplifica $\neg(\forall x (P(x) \vee Q(x)))$.
25. Simplifica $\neg(\exists x (P(x) \implies Q(x)))$.
26. Determina si $((p \implies q) \wedge (\neg p \implies r))$ es equivalente a $(p \vee r) \implies (q \vee r)$.
27. Haz tabla de verdad de $(\neg p \vee (q \wedge r)) \implies ((\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee r))$.
28. Traduce y evalúa “Si alguien no estudia, entonces todos reprobarán” con cuantificadores. ¿Cuál es su negación?