Modelos matemáticos para sistemas de lazo abierto y cerrado

CAPITULO 3

Libro: Teoría de Control para Informáticos

ESTADO ESTABLE

- Estado estable o régimen permanente es aquel para el cual ya han sido superadas las transiciones del sistema, propias de la etapa de establecimiento inicial o régimen

MODELO MATEMATICO DE SISTEMAS

- Podemos afirmar que un modelo matemático de un sistema posibilita relacionar las entradas con las salidas de forma que se constituye en una réplica de esas relaciones.

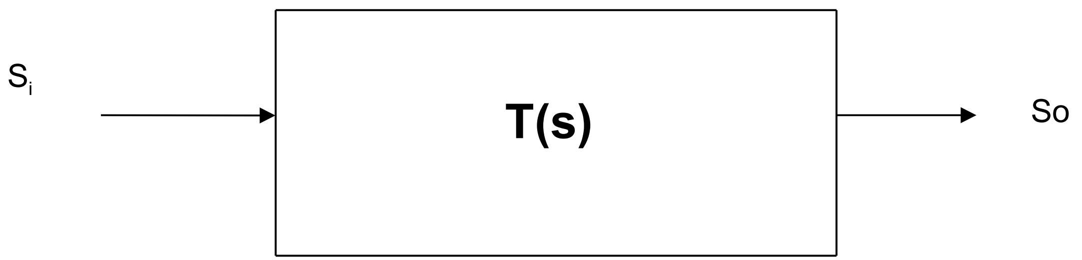
Función de transferencia

$$FT = \frac{\text{Salida en estado estable}}{\text{Entrada en estado estable}}$$

Estado estable y régimen transitorio en la carga de un capacitor.

- Copiar figura 3.1

Esquema de un sistema de lazo abierto



Ejemplo de control de velocidad de lazo abierto.

- Copiar figura 3.4

Funcion transferencia de un sistema de lazo abierto de varios elementos

- Copiar figura 3.5

Funcion transferencia en lazo abierto

- ***La función de transferencia global en lazo abierto es el producto de las funciones de transferencia de los elementos individuales, cualquiera sea el numero de elementos conectados en serie.***

Modelos matemáticos para sistemas en lazo cerrado

- Cpiar figura 3.6

Sistema de lazo cerrado

Cada subsistema en el sistema global tiene su propia función de transferencia. En el trayecto directo la función transferencia es *Td* y en el de realimentación es *R*. De este modo, si el sistema que se controla tiene una función de transferencia *Td*, entonces

podemos establecer las siguientes relaciones:

$$T_d = \frac{S_0}{S_e} \qquad S_e = \frac{S_0}{T_d}$$

$$R = \frac{S_I}{S_0}$$

Donde R es la funcion transferencia de la realimentacion

Sistema de lazo cerrado

$$S_r = R\,S_0 \qquad S_e = S_i - S_r \qquad S_i = S_e + S_r$$

$$S_i = \frac{S_0}{T_d} + R\,S_0$$

Donde S_e es la señal de error

$$S_0\left(\frac{1}{T_d} + R\right) = S_i$$

$$S_0\left(\frac{1 + T_d R}{T_d}\right) = S_i \qquad \frac{S_o}{Si} = \frac{T_d}{1 + T_d R}$$

Funcion transferencia con realimentacion negativa

$$\text{Función de transferencia} = \frac{S_o}{S_i} = \frac{Td}{1 + Td\ R}$$

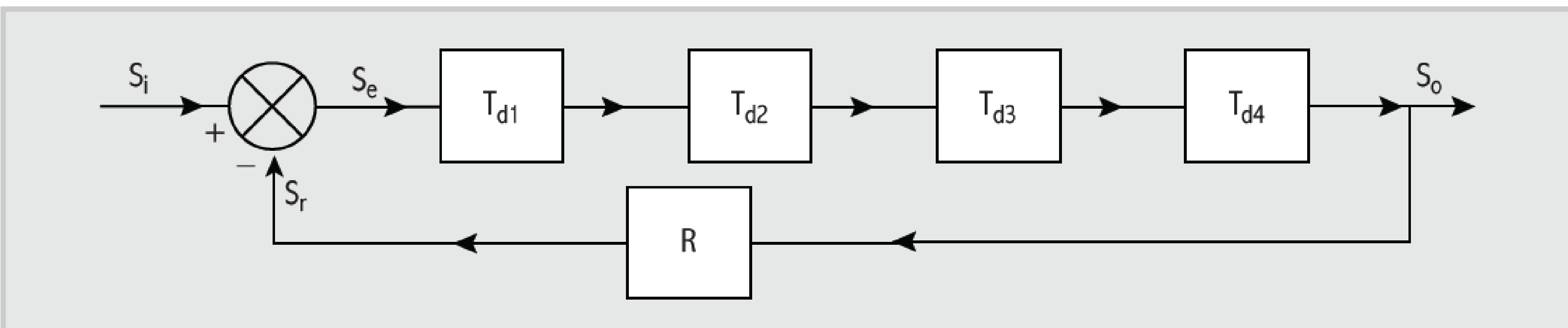
Funcion transferencia con realimentacion positiva

$$\text{Función de transferencia} = \frac{S_o}{S_i} = \frac{Td}{1 - Td\ R}$$

A la función T_d se la denomina "función transferencia directa" debido a que relaciona las señales que se mueven hacia adelante a través del sistema desde la entrada hacia la salida. Por otro lado, al producto de las funciones $T_d R$ se lo conoce como *función de transferencia de lazo*, dado que representa el resultado del lazo de realimentación.

Sistemas en lazo cerrado con elementos múltiples en el trayecto directo

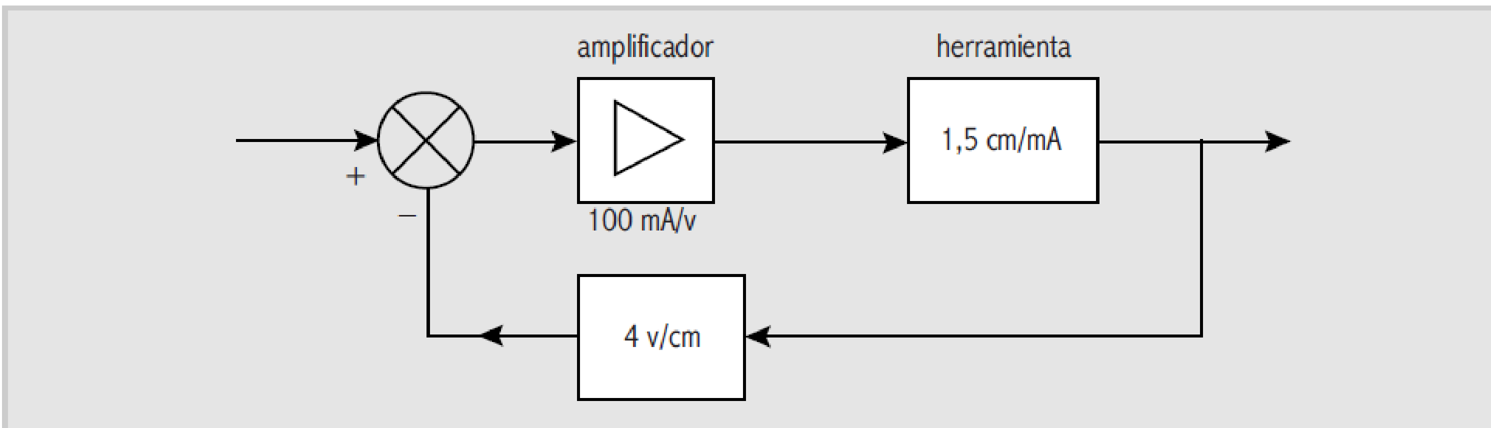
$$F.\ T.\ de\ los\ elementos\ en\ serie = T_{d1} \cdot T_{d2} \cdot T_{d3} \cdot T_{d4} = T_t$$



Ejemplo de un sistema de control de lazo cerrado

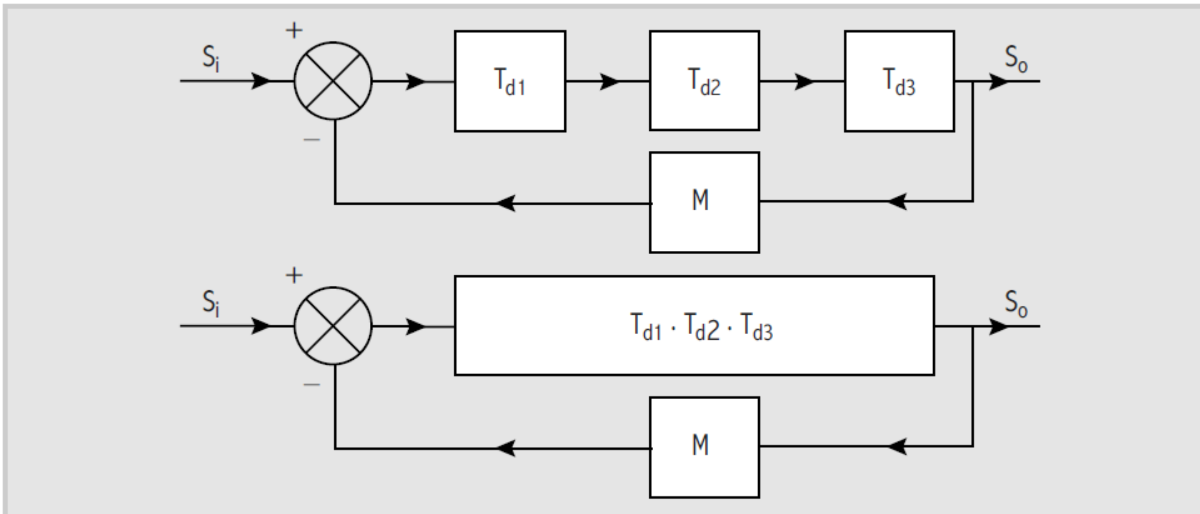
- Se tiene un amplificador de *100* mA/V que se conecta en serie con una herramienta de precisión que se desplaza a razón de *1,5* cm/mA. En el lazo de realimentación hay un sistema de medición cuya función transferencia es *4* V/cm. Hallar la función transferencia global del sistema.

Ejemplo de un sistema de control de lazo cerrado



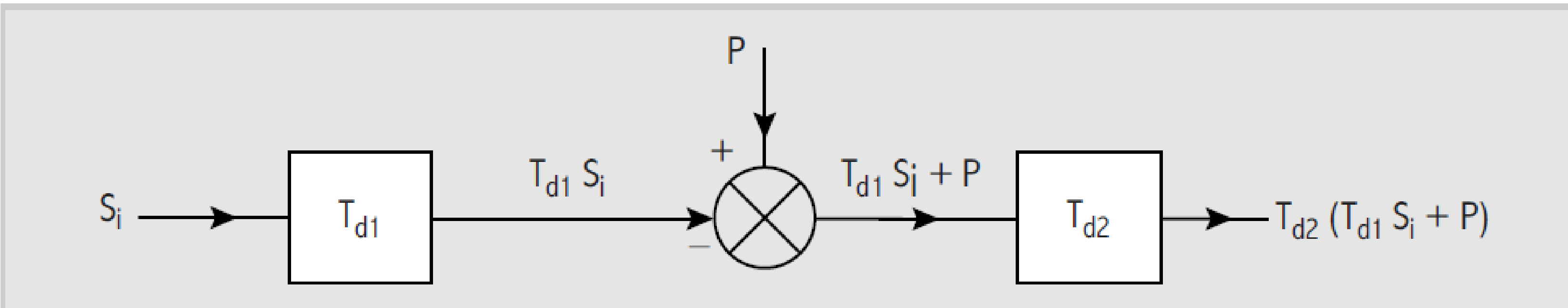
Función transferencia global: $$\frac{10 \cdot 10\left(\frac{mA}{V}\right) \cdot 1{,}5\left(\frac{cm}{mA}\right)}{1 + 150\left(\frac{cm}{V}\right) \cdot 4\left(\frac{V}{cm}\right)} = 0{,}249 \ \frac{cm}{V}$$

Esquema de un sistema de control de lazo cerrado de varias etapas



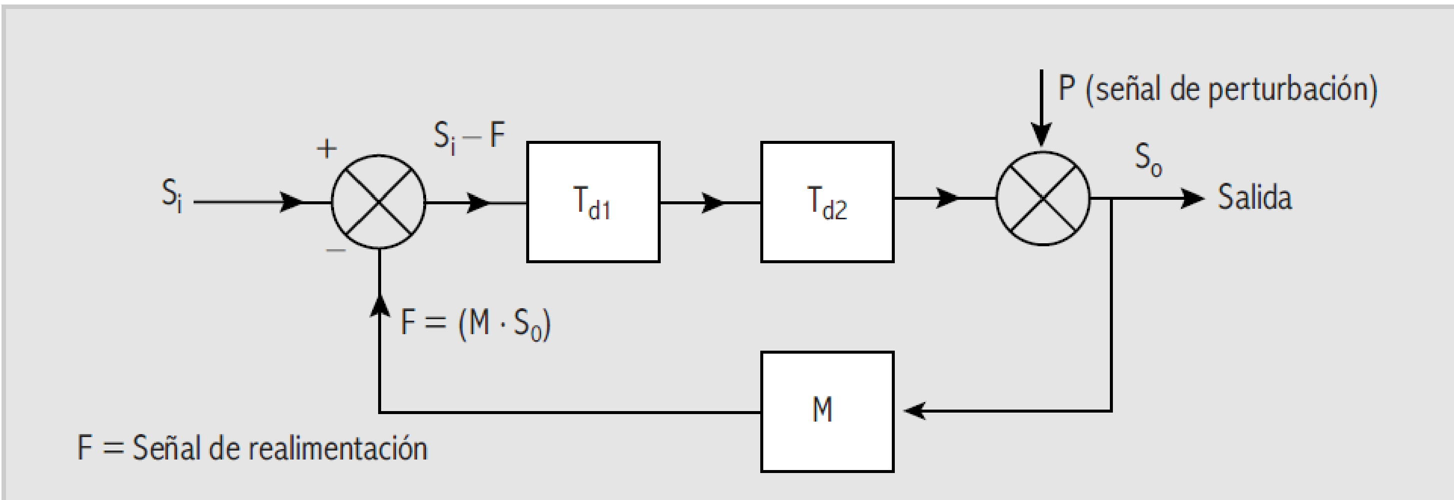
$$F.T.\ de\ sistemas: \frac{S0}{S_i} = \frac{T_{d1} \cdot T_{d2} \cdot T_{d3}}{1 + (1 + T_{d1} \cdot T_{d2} \cdot T_{d3})M}$$

Perturbacion en un sistema de lazo abierto



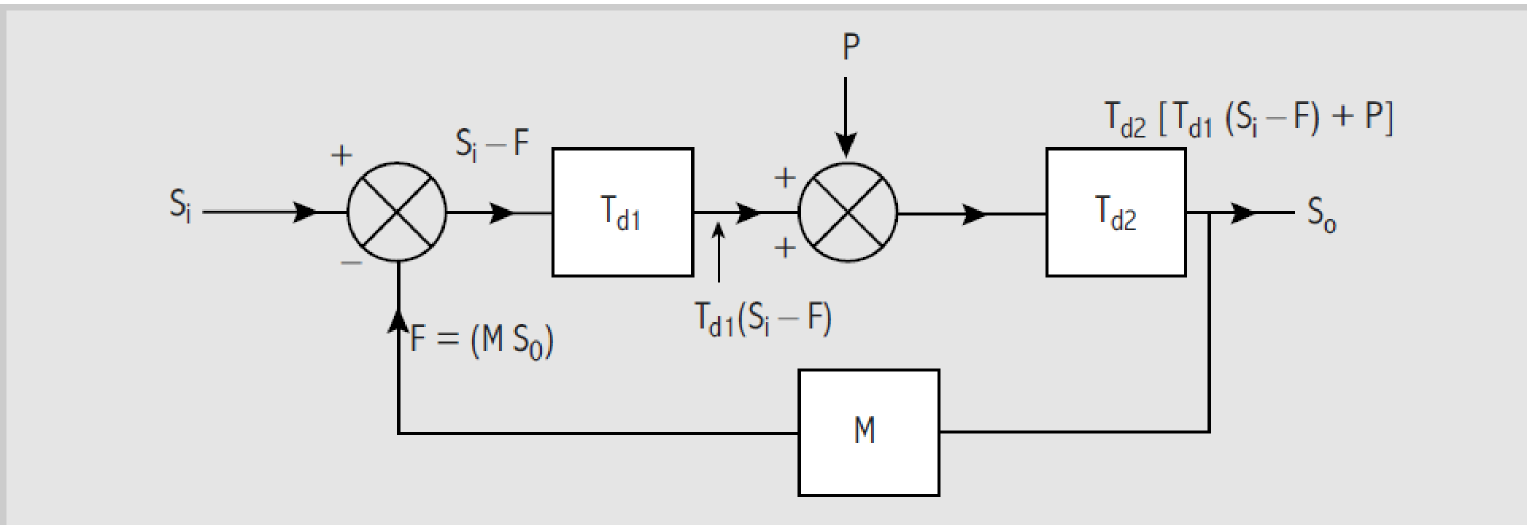
$$S_0 = (T_{d1} \cdot S_i + P)\, T_{d2} = T_{d1}.\, T_{d2}\, S_i + P T_{d2}$$

Perturbacion a la salida de un sistema en lazo cerrado



$$S_o = S_i \frac{T_{d1} \; T_{d2}}{1 + T_{d1} \; T_{d2} \, M} + P \frac{1}{1 + T_{d1} \; T_{d2} \, M}$$

Perturbacion entre dos elementos de un sistema en lazo cerrado



$$S_0 = S_i \frac{T_{d2}\, T_{d1}}{1 + T_{d1}\ T_{d2}\ M} + P \frac{T_{d2}}{1 + T_{d1}\ T_{d2}\ M}$$

Sensibilidad a los cambios de los componentes en un sistema de control

Podemos concluir que, siempre que se presente una perturbación en el sistema de lazo cerrado, su efecto se reduce por el factor, si la perturbación se produce a la salida del trayecto directo.

$$\frac{1}{(1 + T_{d1}\, M)}$$

donde Td es la función de transferencia de la trayectoria directa y M es la función de transferencia de realimentación. Ésta es una de las ventajas de los sistemas de control en lazo cerrado sobre los sistemas de control en lazo abierto atenuan mucho más los efectos de las perturbaciones en el sistema.

Ejemplo de calculo de Sensibilidad a los cambios de los componentes en un sistema de control

Supongamos que tenemos un sistema de lazo abierto compuesto por tres elementos que tienen como función transferencia:

$$T_{d1} = T_{d2} = T_{d3} = 100$$

$$Ft = 10^6$$

Si un elemento experimenta un cambio o alteración del 10% en su función transferencia:

$$\Delta T_{d1} = -10\% \quad \therefore \quad Ft = 90\ .\ 100\ .\ 100 = 900.000$$

La función transferencia total también disminuye 10%.

Si ahora el mismo sistema es de lazo cerrado, con una función trtansferencia en el lazo de realimentación $M = 0,1$ será:

$$Ft = \frac{T_{d1}\ .\ T_{d2}\ .\ T_{d3}}{1 + M.T_{d1}\ T_{d2}\ T_{d3}}$$

$$Ft = 9,9999$$

Si como en el caso anterior disminuye T_{d1} en un 10% será:

$$Ft = \frac{90\ .\ 100\ .\ 100}{1 + 0,1\ .\ 90\ .\ 100\ .100} = 9,9998$$

Podemos observar que la variación del T_{d1} en un 10% solo afectó a la función transferencia total en 0,01%.