

ING. ANDRES M. KARCZ

PROFESOR TITULAR DE MEDICIONES ELÉCTRICAS
DEL INSTITUTO UNIVERSITARIO POLITÉCNICO
DE BARQUISIMETO VENEZUELA

FUNDAMENTOS
DE
METROLOGIA ELECTRICA

TOMO II

Parámetros básicos



EDICIONES TÉCNICAS MARCOMBO, S.A.
BOIXAREU EDITORES

Av. José Antonio, 594 - BARCELONA - 7

© Andrés M. Karcz, 1976

Reservados todos los derechos de
publicación en cualquier idioma
por MARCOMBO. S. A. 1976

ISBN: 84-267-0294-5 (obra completa)

ISBN: 84-267-0326-7 (tomo II)

Impreso en España

Depósito Legal: B. 3.488-1975 (II)

Printed in Spain

Gráficas Casulleras — Sepúlveda, 79 — Barcelona - 15

I N D I C E

	<u>PAG.</u>
Introducción	9

CAPÍTULO I

ORGANIZACIÓN DE MEDICIONES Y ERRORES

Exactitud, alcance y selección de métodos	12
Preparación y realización de la medición. Informe	13
Errores en mediciones	20
Valor medio de la medición	25

CAPÍTULO II

MEDICIONES POR MÉTODOS TÉCNICOS E INDUSTRIALES

Mediciones de tensiones e intensidades	28
Medición de resistencias puras por método técnico	33
Medición de resistencias por comparación de caídas de tensión	37
Medición de resistencia, reactancia e impedancia por el método de tres voltímetros	38
Medición de resistencia, reactancia e impedancia por el método de tres amperímetros	41
Determinación de resistencia, reactancia e impedancia por el método técnico de corriente alterna	43
Determinación de la inductancia propia (L) por el método voltiamperimétrico de Joubert	47

	<u>PAG.</u>
Medición de la inductancia (L) por comparación de caídas de tensión	50
Medición de capacidades. Generalidades	52
Determinación de la capacidad por el método voltiamperimétrico ...	54
Medición de capacidad por el método de comparación	57
Determinación de la capacidad por el método de comparación con la caída de tensión	59
Determinación del ángulo de pérdidas y del factor de pérdidas ...	61

CAPÍTULO III

MÉTODO DE CERO. PUENTES DE CORRIENTE CONTINUA

Puentes de corriente continua	65
Ejemplos de puentes fabricados	90

CAPÍTULO IV

MÉTODOS DE CERO. PUENTES DE CORRIENTE ALTERNA

Generalidades sobre el uso de puentes de corriente alterna	104
Tipos de puentes de corriente alterna	105
Resumen de puentes de corriente alterna	153

CAPÍTULO V

MÉTODOS DE DEFLEXIÓN

Método de sustitución - comparación de desviaciones. Resistencias grandes y muy grandes	156
Determinación de la resistividad de materiales aislantes	160
Métodos balísticos de medición de capacidades	164
Determinación de la inductancia mutua M con el método balístico ...	169
Determinación de la fuerza electromotriz de una pila	172
Métodos de medición por resonancia	177

CAPÍTULO VI

**MÉTODOS DE COMPENSACIÓN.
COMPENSADORES**

	<u>PAG.</u>
Principio de Poggendorff	185
Compensación con la fuente auxiliar	186
Compensador de regulación doble	189
Compensador de Feussner	192
Compensador de Raps	193
Compensador de Diesselhorst	196
Mediciones con compensadores de corriente continua	198
Compensador con desfasador	203
Compensador de coordenadas	204
Bibliografía	207

INTRODUCCIÓN

El presente volumen es el segundo tomo de la obra FUNDAMENTOS DE METROLOGÍA ELÉCTRICA. El primer tomo titulado UNIDADES, PATRONES e INSTRUMENTOS, contiene toda la información necesaria sobre los instrumentos y otros elementos que se utilizan en múltiples circuitos de medición. Por lo tanto, en este tomo titulado PARÁMETROS BÁSICOS me refiero únicamente a la descripción de los métodos y procedimientos empleados, en su mayoría, en laboratorios de medición para medir parámetros tales como resistencias, inductancias, capacidades y fuerzas electromotrices. No está incluido ningún tema referente a las mediciones de potencia y energía eléctricas, ya que de éstas se tratará ampliamente en el tercer tomo de mis FUNDAMENTOS, bajo el título POTENCIA Y ENERGÍA.

Los temas están agrupados según los métodos y no según los parámetros a medir, de manera que en cada capítulo se describe un número determinado de procedimientos similares, como por ejemplo "Métodos de cero - puentes de corriente alterna", con los cuales se pueden medir varios parámetros. Considero esta agrupación más didáctica que la frecuentemente utilizada: la división por parámetros a medir. En cada método descrito se deduce primero la ecuación a utilizar y se termina con un ejemplo de la medición. Los ejemplos fueron seleccionados de una serie de experiencias escrupulosamente realizadas en laboratorio y con la descripción de los instrumentos y patrones utilizados (marca, tipo, clase, etc.). Considero que de este modo se da al lector una orientación más amplia y le ayudará, al efectuar la experiencia por primera vez, en la selección de instrumentos y en el "tanteo" de los valores de los patrones.

Las mediciones de las magnitudes magnéticas no entran en este temario, ya que son descritas ampliamente en el volumen titulado ELECTROMETRÍA DE MATERIALES MAGNÉTICOS, ya publicado.

Mg. Ing. ANDRÉS M. KARCZ

Capítulo I

ORGANIZACIÓN DE MEDICIONES Y ERRORES

La medición es un proceso de reconocimiento que se reduce a la comparación, mediante un experimento físico, de una magnitud dada con un valor de esta magnitud elegido como unidad.

El desarrollo de la ciencia está relacionado con el desarrollo de las técnicas de las mediciones. Las teorías no pueden ser confirmadas sino con las mediciones. Las mediciones son parte esencial de la tecnología de producción y de la ciencia misma.

Es inevitable que un ingeniero tenga que realizar mediciones utilizándolas como medio para obtener informaciones o para investigaciones técnicas o científicas. El uso de instrumentos de medición por separado o varios en conjunto, interpretación, análisis de sus lecturas y los cálculos efectuados en base a éstas significan para un ingeniero investigador lo que significa para un médico el uso de sus instrumentos de medición sin lo cual le sería imposible diagnosticar cada caso de enfermedad. En consecuencia, el ingeniero, técnico e investigador deben estar familiarizados a fondo con los instrumentos de medición y los métodos y la técnica de mediciones.

El dominio de las mediciones es "todo un arte". Por ejemplo, dos individuos ante el mismo problema de medición pueden tomar distintos caminos y hasta llegar a distintos resultados. También uno puede obtener los mismos resultados que el otro, pero utilizando un método más simple y en menos tiempo. Por lo tanto, el experimentador, antes de empezar una medición, debe considerar cuidadosamente todo el problema y decidir sobre el procedimiento más práctico y más apropiado a seguir. Una de las características de las mediciones es que todas las observaciones están sujetas a cierto grado de error que debe ser en cada caso evaluado cuidadosamente. Se deben explorar todos los factores que pueden afectar a los resultados y evitar esto cuando

sea posible. Para cumplir con estas exploraciones es indispensable tener un conocimiento profundo de los instrumentos y de los métodos empleados.

Exactitud, alcance y selección de métodos

Teniendo en cuenta estas consideraciones se pueden determinar los tres primeros pasos que debe dar el experimentador para efectuar una medición.

1. *Precisar el grado de exactitud requerida.* — Esta decisión es de mayor importancia, ya que los resultados aproximados de poca exactitud se pueden obtener fácilmente en poco tiempo y con métodos e instrumentos simples; en cambio los resultados muy exactos requieren tiempo, paciencia, equipo costoso, alto nivel de preparación y conocimientos del experimentador. Se deben tener en cuenta siempre los fines para los cuales se utilizarán los datos obtenidos (taller, producción, experimentos, investigación, etc.).

2. *Estimar el valor aproximado de la magnitud a medir.* — El valor de la estimación depende de la experiencia del profesional en un campo muy amplio. Una buena estimación permite ahorrar tiempo, limitar la cantidad de instrumentos a emplear y facilitar la elección del método más apropiado. Existen magnitudes relativamente fáciles de apreciar y otras que requieren conocimientos más profundos y gran experiencia. Las fáciles son, por ejemplo, tensiones e intensidades y las otras son resistencia interna, consumo y sensibilidad de instrumentos de medición, reactancias de condensadores según la frecuencia aplicada, inducciones magnéticas en núcleos, etc. La lista de las magnitudes a estimar podría ser extremadamente larga, pero es sorprendente la cantidad de estas magnitudes que un ingeniero experimentado es capaz de estimar con bastante exactitud.

3. *Elegir el método a utilizar en la medición.* — Esta elección depende por un lado de la exactitud requerida (punto 1) y de la estimación del valor (punto 2), y en segundo lugar depende de la disponibilidad del equipo necesario para aplicar el método elegido (instrumentos, fuentes etc.). En esto influye mucho la preparación y adiestramiento del personal operante. Lógicamente el método elegido fija los límites de exactitud de las mediciones e impone exigencias en cuanto al tipo y clase de instrumentos de medición y aparatos de control que se utilizarán en el proceso. La tabla I-1 es un cuadro sinóptico en el cual se ponen de manifiesto los principales puntos que deben tenerse en cuenta al realizar una medición.

TABLA I-1

	<i>Exactitud requerida</i>			
	<i>Poca</i>	<i>Mediana</i>	<i>Alta</i>	<i>Muy Alta</i>
Aplicación típica en	Industria y comercio	Industria, Calibración Investigación	Laboratorios de investigación y de normalización Calibración	Laboratorios especiales y de normalización
Entrenamiento y preparación del experimentador	Limitadas	Mediana	Grande	Expertos
Tiempo requerido para operaciones	Minutos	Minutos y hasta horas	Horas y hasta días	Días y hasta semanas
Costo del equipo a utilizar	Bajo	Mediano	Muy costoso	Sumamente costoso
Métodos y clase de instrumentos	Lectura directa de instrumentos clase 1,5 a 5	Comparación Patrones Instrumentos clase superior a 0,5	Puentes, sustitución. Galvanómetros.	Puentes, compensadores Instrumentos especiales

Preparación y realización de la medición. Informe

Una vez realizados los tres primeros pasos se puede iniciar la realización de la experiencia misma. Distinguimos tres etapas en el proceso de medición: a) la preparación; b) las mediciones y c) el informe.

a) *Preparación de la experiencia.*

Se debe siempre trazar detalladamente el esquema de las conexiones a utilizar aunque se trate de un circuito muy sencillo. El esquema debe incluir todos los elementos a utilizar (instrumentos, controles, fuentes). Se analiza el circuito diseñado recordando que un cortocircuito trazado sobre el papel no causa perjuicios mientras un cortocircuito real puede producir daños irreparables en el instrumental.

Al trazar el circuito es conveniente utilizar símbolos convencionales. Lamentablemente existe una gran variedad de símbolos utilizados por profesionales y por las firmas en sus catálogos. En la página 23 se muestra una tabla con los símbolos más frecuentemente usados.

Todas las anotaciones deben realizarse en forma prolija y sistemática. Los datos se deben anotar en los cuadros de valores los cuales se deben preparar antes de iniciar las mediciones. A continuación se muestran ejemplos de cuadros de valores que se utilizan. Es muy conveniente utilizar formularios especiales o por lo menos cuadernos, evitando siempre el empleo de papeles sueltos. La práctica de anotar las cifras sobre papeles sueltos y de confiar en la memoria para llenar los vacíos es un camino seguro para cometer errores. El orden y la cantidad de columnas del cuadro deben coincidir con la secuencia con la cual se toman las lecturas de los respectivos instrumentos y se efectúan los cálculos. Cada columna debe ser encabezada por el símbolo de la magnitud medida o calculada y por el símbolo de la unidad respectiva.

CUADRO DE VALORES

N.º	Condensador	f	I	U	C_x	$C_{x \text{ prom}}$	Observaciones
		Hz	A	V	μF	μF	
1							
2							
3							

N.º	Elemento a medir	Desviación Divisiones			R_1	R_2	R_x	$R_{x \text{ Promed.}}$	Observaciones
		α_1	α_2	α_x	Ω	Ω	Ω	Ω	
1									
2									
3									

N.º	Elemento	E_p	l_1	l_2	E_x	Observaciones
		V	mm	mm	V	

Identificar en un cuadro todos los instrumentos y elementos que pueden influir en los resultados obtenidos. Esto permitirá la revisión del proceso y también en un caso de duda sobre uno o más instrumentos posiblemente defectuosos facilitará la repetición de las mediciones en condiciones similares.

INVENTARIO DE INSTRUMENTOS UTILIZADOS (Ejemplo)

N.º	Denominación	Características	N.º de Inv. o de Fábr.	Observaciones
1	<i>Voltímetro</i>	Δ ' 0,5. 0-300 V	<i>EL.M. 127</i>	<i>Requiere ajuste de cero.</i>
2				

Todas las anotaciones y datos deben ser suficientemente legibles y completos, acompañados por las fórmulas empleadas, de manera que en el futuro los interprete no únicamente el autor de las mediciones sino cualquier persona técnicamente capacitada para preparar un informe completo.

b) *Realización de la medición.*

Antes de efectuar las conexiones del circuito correspondiente al método elegido, se distribuyen los instrumentos de manera que su ubicación permita tomar lecturas en forma cómoda. Conviene, si es posible, ubicarlos de modo que coincidan con el orden fijado por el cuadro de valores. Las conexiones deben ser lo más cortas posible, utilizando para ellas cables flexibles provistos de terminales adecuados para los bornes de instrumentos. Una conexión floja puede causar un daño considerable al instrumento; por ejemplo la conexión de un amperímetro con un shunt exterior. Si es posible se utilizarán cables de distintos colores para diferenciar los circuitos. Las secciones de los cables deben corresponder a las intensidades previstas; las secciones inadecuadas producen errores adicionales en las mediciones. Cuando se utilizan elementos que disipan potencia, debe preverse el límite fijado por el fabricante. Esto es muy importante en toda clase de patrones de resistencias, inductancias y potenciómetros. No sobrepasar el límite de tensión prevista para los condensadores.

Al efectuar las mediciones es conveniente tener siempre en cuenta las reglas siguientes:

1. Un instrumento de medición es un instrumento de precisión que debe ser tratado con sumo cuidado.

2. Para cada tipo de medición se selecciona el instrumento más adecuado desde el punto de vista de su clase de exactitud y de sus alcances.

3. Antes de utilizar un instrumento, verificar los datos técnicos del mismo. Leer toda la información contenida en su cuadrante. Cuando se trata de un instrumento de alta precisión, estudiar previamente las instrucciones que trae su folleto de fábrica.

5. Antes de empezar la medición verificar la correcta posición sobre el cero de la aguja indicadora. En caso de necesidad ajustar la posición de la aguja con el corrector correspondiente.

6. Cuando se utilizan instrumentos de varios alcances, conectarlos *siempre* para su alcance máximo al iniciar la experiencia. Pasar al alcance más adecuado después de obtener su lectura en el alcance máximo. El alcance más adecuado es aquél con el cual se obtienen lecturas entre 30 y 60 % de las divisiones de la escala.

7. Al evaluar las lecturas tener en cuenta la clase de exactitud del instrumento.

8. Tener en cuenta la influencia de los campos magnéticos exteriores sobre las desviaciones de algunos tipos de instrumentos. Son especialmente sensibles los instrumentos magnetoeléctricos con imán exterior y los instrumentos electromagnéticos.

9. Recordar que los conductores que unen los amperímetros con el shunt exterior en el caso de c.c. y con el transformador de intensidad en el caso de c.a., pueden causar un error importante. La sección de estos conductores debe ser calculada previamente.

10. Al limpiar los vidrios de los instrumentos con trapos se producen cargas estáticas que pueden originar una desviación de la aguja. Al soplar contra el vidrio, después de limpiarlo, la aguja vuelve a su posición inicial.

Las mediciones se pueden clasificar en *directas* e *indirectas*. Cuando la medición es *directa*, el parámetro buscado es idéntico al parámetro que se mide, lo que se puede expresar así:

$$Y = a \cdot X$$

donde Y es el parámetro buscado, X es el parámetro que se mide y a es la constante de multiplicación según la escala y el alcance del instrumento. Ejemplos de este tipo de mediciones son: la medición de intensidad de corriente con un amperímetro, medición de la tensión con un voltímetro, etc. Por lo general las mediciones directas son aquellas en las cuales el instrumento indica directamente el valor de la magnitud medida.

En mediciones *indirectas* el parámetro buscado no está indicado por un instrumento sino que es función de otras magnitudes que se miden directamente. El valor del parámetro buscado se obtiene resolviendo una ecuación que representa esta relación funcional, lo que se puede expresar de la manera siguiente:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_{n-1}, X_n)$$

donde X_1 a X_n representan los parámetros que se miden directamente.

Ejemplo: Medir la inductancia L de una bobina cuya resistencia es $R = 5,5 \Omega$.

Solución: Utilizando el método industrial de Joubert empleamos la fórmula:

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} = \sqrt{R^2 + 4\pi^2 f^2 L^2}$$

En esta ecuación el parámetro buscado es L (en henrios o milihenrios) y los parámetros que se miden son U (en voltios), I (en amperios) y f (en hercios), siendo R un valor constante y conocido.

Resolviendo la ecuación obtenemos:

$$L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2}$$

Los resultados de un proceso de medición nunca deben basarse en una medición única. El resultado final debe ser un promedio de varias mediciones; en consecuencia es obligatorio efectuar varias mediciones (tres como mínimo) de la misma magnitud, variando en cada medición los valores de los parámetros medidos.

Ejemplo: Determinar la resistencia del devanado del motor:

N.º	Elemento a medir	I	U	$R = \frac{U}{I}$	R Promedio ohm	Observaciones
		A	V	Ω		
1	Devanado del	1,00	8,59	8,59	} 8,55	Error casual.
2	Motor Siemens	1,01	8,61	8,54		
3	N.º 175261	4,1	8,5	7,75		
4	220 V 3,1 A 0,75 kW	0,99	8,40	8,50		

Se utilizó el método voltiamperimétrico. En el cuadro de valores se puede apreciar que en las cuatro mediciones se obtuvo 4 distintos valores de los cuales tres difieren muy poco y uno es muy diferente. Es obvio que la medición cuyo resultado es diferente es dudosa; por lo tanto se la descarta (tachada en el cuadro). El valor promedio de los tres resultados muy similares será el valor que consideramos como verdadero.

c) *Informe.*



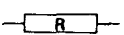
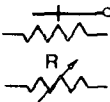
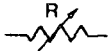
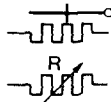
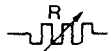
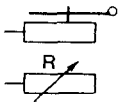
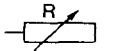

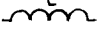


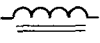


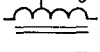









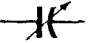

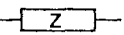
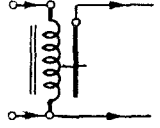
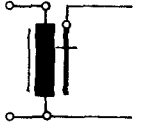
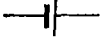
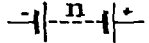
El proceso de medición tiene la finalidad de proporcionar una información. Ésta se redacta en forma de un informe muy sintético y concreto. Es casi imposible prescribir la forma que debe tener un informe técnico sobre mediciones; cada laboratorio científico o docente y cada industria tienen sus propias normas. Sin embargo, al realizarlo, es conveniente hacerlo siguiendo los 5 puntos siguientes, los cuales abarcan toda la información que se desea;

- a) Qué se mide. — Objetivo, parámetro buscado.
- b) Cómo se mide. — El método empleado, esquema de conexiones, parámetros medidos, fórmulas utilizadas.
- c) Con qué se mide. — Instrumentos empleados, controles, fuentes.
- d) Ejecución. — Datos obtenidos y cálculos.
- e) Evaluación y conclusiones.

Un informe debidamente hecho debe contener: (1) la anotación de todo el procedimiento seguido durante el proceso de manera que cualquier persona capacitada pueda analizarlo nuevamente y en caso de necesidad repetirlo en las mismas condiciones y con el mismo equipo y (2) conclusiones expuestas con claridad de modo que cualquier persona aún sin ser especialista pueda entenderlas y utilizarlas.

Observación: Después de tomar una decisión con respecto al método a utilizar se hace el esquema de las conexiones correspondiente al método elegido. En éste deben figurar todos los instrumentos, aparatos y dispositivos que se van a utilizar. Un esquema bien hecho, de trazos claros y con los símbolos aceptados, facilita su análisis y permite la ordenación de los instrumentos según la secuencia de lecturas, lo que ayuda a evitar errores durante las mediciones. Este esquema debe figurar en el informe. En la Tabla 1-2, se presenta un cuadro sinóptico de los símbolos más utilizados.

TABLA I-2

	Símbolo convencional		Símbolo normalizado
Resistencia en general			
Resistencia variable	 	 	 
Inductancia en general			
Inductancia con núcleo ferromagnético			
Inductancia con núcleo variable			
Inductancia sin núcleo variable			
Condensador		USA  UK 	
Condensador variable			
Impedancia en general			
Alimentación con autotransformador de relación variable			
Pila o acumulador			
Batería de pilas o acumuladores			

Errores en mediciones

El proceso de medición es un experimento físico. Una inexactitud en el experimento origina la deformación del resultado, y en consecuencia el valor obtenido por el experimento difiere del valor real de la magnitud medida. La diferencia Δ entre el valor obtenido X_0 durante la medición y el valor real X se denomina *error absoluto de la medición*.

$$\Delta = X_0 - X$$

La exactitud de la medición se caracteriza por el *error relativo* δ , o sea, por la relación entre el error absoluto Δ y el valor real X de la magnitud medida.

$$\delta = \frac{\Delta}{X} = \frac{X_0 - X}{X}$$

El error relativo de la medición está frecuentemente **expresado en un tanto por ciento** del valor de la magnitud medida.

$$\delta \% = \frac{\Delta}{X} 100 (\%)$$

El **error absoluto** Δ con el signo contrario se denomina *corrección "ε"*.

$$\text{Corrección } \varepsilon = -\Delta = X - X_0$$

Para obtener el valor real de la magnitud medida se suma la corrección al valor obtenido por la medición: $X = X_0 - \varepsilon$

Los errores se originan debido a varias causas que son las siguientes:

1. El método y/o los instrumentos empleados inadecuados.
2. Falta de conocimientos de todas las condiciones relacionadas con la magnitud medida.
3. Experiencia del observador insuficiente.
4. Variación de parámetros considerados como constantes durante la medición.

Ejemplo: Para medir la fuerza electromotriz de una pila galvánica se utiliza un voltímetro. Durante la medición, por el voltímetro circula corriente que produce una caída de tensión en la resistencia interna de la pila. En consecuencia se obtiene un valor inferior a la fuerza electromotriz de la pila, por aparecer la diferencia de potenciales entre los bornes de la pila. El error es negativo y está originado por

el empleo de un método inadecuado; se debía utilizar el método de compensación o un voltímetro de tan alta resistencia que su corriente fuese inapreciable.

Los errores pueden clasificarse en tres grupos principales: A. Errores sistemáticos; B. Errores casuales y C. Equivocaciones.

ERRORES SISTEMÁTICOS

Los errores sistemáticos son de origen conocido; pueden tener un valor constante o también pueden variar según alguna función. Estos errores pueden compensarse o eliminarse determinando su valor y luego considerándolo en la elaboración matemática de los resultados de las mediciones. Como ejemplo de errores sistemáticos se pueden citar: errores de patrones, errores de instrumentos de medición y errores que se deben a cambios de las condiciones ambientales (temperatura). Los errores sistemáticos se deben a varias causas: simplificación de la fórmula a utilizar o simplificación del circuito de medición, omisión de fuerzas termoelectricas que aparecen en los bornes, escalas inexactas u otros fallos de instrumentos de medición. Son los errores característicos del método utilizado y errores de instrumentos. Se los puede agrupar de la siguiente manera:

1. Errores sistemáticos que se deben al método de medición utilizado. Son errores originados por la simplificación de la fórmula para redondear las cifras, por asumir las condiciones ideales, por omisión del efecto de las resistencias de los conductores, de capacidades y de inductancias en el circuito.

2. Errores sistemáticos originados por instrumentos de medición cuyas indicaciones son afectadas por acoplamientos eléctricos, calentamiento, escalas inexactas u otros fallos.

3. Errores sistemáticos que se deben a la influencia del ambiente como por ejemplo su temperatura, su humedad, campos magnéticos y eléctricos externos o inestabilidad de la alimentación.

4. Errores sistemáticos subjetivos. Estos se deben a errores del operador en las lecturas de instrumentos, especialmente cuando se trata de apreciación equivocada de los valores estimados.

Para analizar errores sistemáticos tomemos un ejemplo de errores originados por dos causas: una por inexacta determinación de parámetros medidos y la otra por la variación, durante la medición, de estos parámetros.

La magnitud buscada Y es la función de una serie de parámetros auxiliares y se expresa:

$$Y = f(X, A, B, C, \dots, N)$$

donde X es el parámetro que se mide y los parámetros $A, B, C, \dots N$ se consideran constantes.

Se asume que el error en el parámetro buscado Y se debe a la falta de exactitud en la determinación del parámetro X . Su valor fue determinado erróneamente como $X + \Delta X$. En consecuencia, el valor de parámetro buscado Y está evaluado también con error y por lo tanto se expresa:

$$Y + \Delta Y = f(X + \Delta X, A, E, C, \dots N)$$

El error absoluto ΔY del parámetro Y se define por la diferencia entre el valor obtenido y el valor real de la magnitud medida:

$$\Delta Y = (Y + \Delta Y) - Y = f(X + \Delta X, A, B, C, \dots, N) - f(X, A, B, C, \dots, N)$$

El error relativo de la medición del parámetro Y se obtiene de la relación:

$$\delta_Y = \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{f(X + \Delta X, A, B, C, \dots, N) - f(X, A, B, C, \dots, N)}{f(X, A, B, C, \dots, N)}$$

Ejemplo: En los bornes de una resistencia R se mide la caída de tensión U originada por la corriente continua I :

$$I = f(U, R) = \frac{U}{R}$$

Al medir se comete un error positivo $+\Delta U$ y en consecuencia la **intensidad de corriente** calculada será:

$$I + \Delta I = f(U + \Delta U, R) = \frac{U + \Delta U}{R}$$

El error relativo en la medición de la intensidad de corriente es:

$$\delta_I = \frac{f(U + \Delta U, R) - f(U, R)}{f(U, R)} = \frac{\frac{U + \Delta U}{R} - \frac{U}{R}}{\frac{U}{R}} = \frac{\Delta U}{U} = \delta_U$$

Los errores mencionados en los puntos 2 y 3 pueden evitarse eliminando las causas que los originan. La eliminación de las causas se consigue de varias maneras: colocando los instrumentos en una posi-

ción adecuada, utilizando blindajes, intercalando estabilizadores de tensión en la red de alimentación, etc. También se pueden compensar este tipo de errores al efectuar los cálculos finales de los resultados en base a la relación funcional entre el error de la medición y la causa.

La existencia de los acoplamientos magnéticos (inductivos) se puede descubrir fácilmente efectuando dos mediciones previas y haciendo girar la posición del elemento (o del instrumento) 180° ; la diferencia entre dos lecturas significará la existencia del acoplamiento.

ERRORES CASUALES

Errores casuales son aquellos cuyo origen y valor son desconocidos. Estos errores consisten en apreciables diferencias entre las últimas cifras de los resultados, que aparecen cuando se repite la experiencia. Los errores casuales no son determinados en su valor y no se los puede eliminar experimentalmente. Utilizando el cálculo de probabilidad se puede determinar su influencia en el resultado de la medición.

La evaluación del error casual está basada en el cálculo de probabilidad y en estadística matemática. Su valor y su signo no se pueden determinar en forma funcional debido a la variedad de las causas y variabilidad. La estimación del error casual permite únicamente determinar su probable valor y el margen dentro del cual estaría ubicado este error.

Los errores casuales aparecen cuando se efectúan lecturas de un instrumento y también durante los ajustes necesarios en los métodos de cero. Las causas que los pueden originar son: inexactitud de observación, fricciones en partes móviles de instrumentos, bruscos cambios de temperatura, de la tensión de alimentación, de frecuencia, histéresis, etc. Los errores casuales se ponen de manifiesto cuando se repite la medición de una magnitud con la misma exactitud y, aparentemente, en las mismas condiciones. Se los puede someter a las leyes de estadística.

1. Los errores casuales son acontecimientos independientes; no guardan relación alguna con la posibilidad de la aparición de cualquiera de los demás tipos de errores mencionados.

2. En cada medición puede aparecer únicamente un error casual y de un solo valor.

3. Los errores casuales pequeños aparecen más frecuentemente que los errores grandes. Esto se debe a que las mediciones se efectúan en condiciones en las cuales se persiguen resultados con el menor error posible. La probabilidad de errores casuales disminuye con el aumento del valor absoluto del error.

Estas leyes de la estadística posibilitan la eliminación de los errores casuales, repitiendo la misma medición varias veces y calculando el valor promedio en base a los resultados parciales:

$$A_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n}$$

Para ejemplificar lo expuesto imaginemos que se hace un experimento en el cual todos los errores sistemáticos fueron ya eliminados. Se efectúa una serie de mediciones de la misma magnitud y cantidad, por la misma persona y con los mismos instrumentos. Al calcular los resultados de estas mediciones se observará que no todos son idénticos; puede aparecer una variación muy grande entre los valores máximos y mínimos obtenidos. Esta variedad de los valores obtenidos en condiciones idénticas proviene de errores casuales. Estos errores se deben a varios pequeños factores por los cuales los resultados fluctúan entre un valor determinado y el otro y son más bien resultado del azar. El problema radica en la evaluación de este conjunto de datos, con la finalidad de encontrar el valor que más se acerque a la cantidad medida y, adicionalmente, establecer los límites entre los cuales el valor es más acertado y coincide más con el valor real.

Se asume que existe una distribución normal (Gaussiana) de valores cuando los errores casuales son debidos a un gran número de muy pequeños errores los cuales tienen la misma probabilidad de ser negativos que positivos. En la práctica no se consigue una curva continua sino la representada en la figura I-1; cada medición corresponde a una determinada cantidad desde x hasta $x + \Delta x$. Cuando el ancho de los incrementos Δx es pequeño, la curva escalonada puede ser sustituida por una curva continua (fig. I-2) que representa la curva *normal* de distribución de los resultados.

EQUIVOCACIONES

Los errores muy grandes que deforman el resultado de la medición en forma muy visible se denominan equivocaciones. Por lo general las equivocaciones son el resultado de negligencia o inexperiencia del experimentador. Los resultados producidos por equivocaciones se descartan en la elaboración matemática.

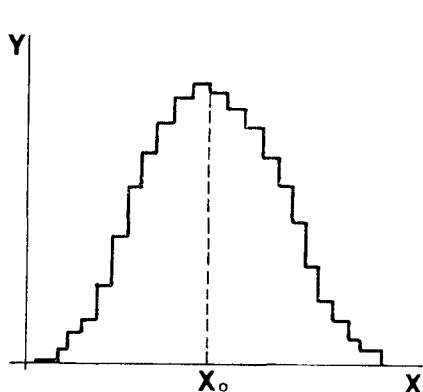


Figura I-1.

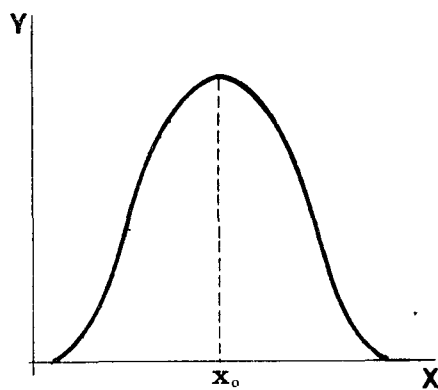


Figura I-2.

Valor medio de la medición

En la elaboración matemática de la medición se parte de la determinación de errores sistemáticos. Luego se resta de cada lectura el error sistemático que la deforma. Como resultado se obtiene una serie de lecturas afectadas únicamente por errores casuales.

La exactitud de los resultados de la medición se determina mediante la probabilidad y estadística. Este cálculo se basa en el valor aritmético medio. Partiendo de este principio se asume que el más verídico valor de la medición, el cual se obtiene en base a una cantidad de lecturas aceptables como correctas, es el valor medio aritmético de estas lecturas. Utilizando la fórmula anteriormente mencionada obtenemos un valor denominado *el valor medio aritmético de la medición*

$$A_m = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} = \frac{\sum a}{n}$$

donde $a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ son lecturas del instrumento después de la eliminación de los errores sistemáticos y n es la cantidad de lecturas. La dispersión de las lecturas caracteriza la medición. Cuanto menor es la dispersión, mayor es la probabilidad de que el valor medio difiera poco del valor real de la magnitud medida. La determinación de la probable diferencia entre el valor medio y el valor real es la finalidad de la elaboración matemática.

La dispersión de las lecturas se puede apreciar en el siguiente ejemplo: Se mide una resistencia. Se tomó 50 lecturas ($n = 50$). La

suma total de las lecturas es 500 ($\Sigma = 500$). El valor aritmético medio es:

$$A_m = \frac{500}{50} = 10 \, \Omega$$

Lectura	Cantidad de lecturas iguales	Cantidad de lecturas iguales en %
9,97	1	2
9,98	5	10
9,99	13	26
10,00	16	32
10,01	8	16
10,02	4	8
10,03	2	4
10,04	1	2
$\Sigma = 500,00$	$n = 50$	100 %

A este valor lo consideramos como valor verídico de la medición. Los detalles se pueden apreciar en el gráfico de la figura I-3 y en la tabla adjunta. 16 lecturas, o sea, 32 % de la totalidad de lecturas

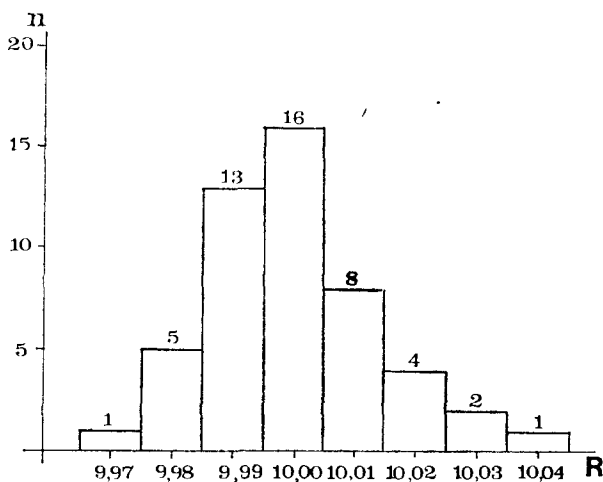


Figura I-3.

es igual al valor medio y 42 % difiere solamente en $0,01 \Omega$, o sea, 0,1 %. Las lecturas que difieren más aparecen poco.

El valor medio de la medición es probablemente más exacto que un valor obtenido en cualquier lectura efectuada durante la medición. El valor del error calculado a base del valor medio de la medición, debe ser también menor que el valor del error calculado a base de una lectura.

CURVA NORMAL DE DISTRIBUCIÓN DE ERRORES

Cuando se representan gráficamente los resultados de un proceso de medición, en el que se efectúan muchas lecturas se procede ubicando sobre el eje de abscisas los valores de los errores relativos δ y sobre el eje de ordenadas el número de errores del mismo valor (fig. I-4)

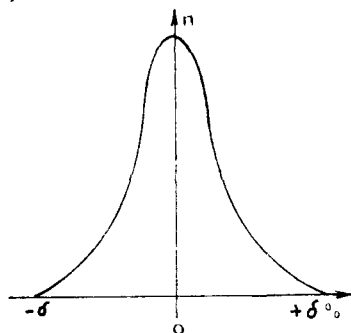


Figura I-4.

relacionado con el número total n de lecturas. Se obtiene una curva Gaussiana de la probabilidad de errores. Mediante el análisis de esta curva se puede llegar a las siguientes conclusiones:

1. La frecuencia con que aparecen los errores pequeños es mayor que la de los errores grandes.
2. La curva es simétrica, lo que significa que los errores del mismo valor absoluto aparecen con la misma frecuencia.

Capítulo II

MEDICIONES POR MÉTODOS TÉCNICOS E INDUSTRIALES

Se entiende por método técnico o industrial aquél que se caracteriza por el empleo de instrumentos simples y accesibles en talleres e industrias y que permite obtener resultados de exactitud satisfactoria para fines industriales, sin necesidad de recurrir a los laboratorios especiales de medición. En la mayoría de los casos se utilizan como instrumentos los voltímetros, amperímetros y vatímetros.

Mediciones de tensiones e intensidades

El amperímetro (en serie con el receptor) se intercala en el conductor por el cual circula la intensidad de corriente a medir. El voltímetro (en paralelo con el receptor) se conecta a los puntos entre los cuales existe la diferencia de potenciales a medir. En circuitos de potencia, los consumos internos de voltímetros y amperímetros generalmente tienen poca importancia e influyen poco en los resultados de la medición de las tensiones e intensidades. En cambio, cuando se trata de medición de intensidades y caídas de tensión pequeñas, el consumo interno de los instrumentos tiene influencia en los resultados y hay que tomarlo en consideración para obtener resultados satisfactorios en las mediciones. En estos casos la caída de tensión que se origina en un amperímetro y la intensidad de corriente que circula por el voltímetro pueden ser un factor de mucha importancia.

Observemos estos casos en los dos esquemas de las figuras II-1 y II-2. En el esquema de la figura II-1 se mide correctamente la tensión aplicada al receptor, en cambio, el amperímetro no mide la intensidad

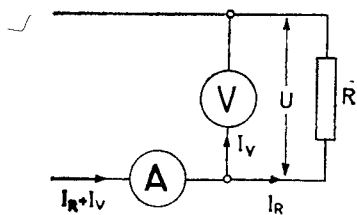


Figura II-1.

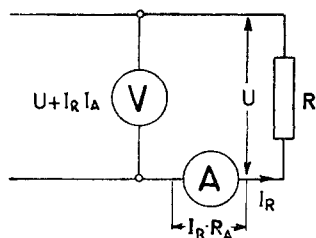


Figura II-2.

del receptor sino la suma de las corrientes del receptor I_R y del voltímetro I_v , ($I = I_R + I_v$). Si la intensidad I_v que circula por el voltímetro es muy pequeña en comparación con la corriente del receptor I_R ($I_R \gg I_v$), el error es despreciable y se lo puede omitir.

En el esquema de la figura II-2, se mide correctamente la intensidad del receptor (I_R), en cambio la tensión se mide con error pues el voltímetro acusa la suma de la tensión del receptor U y la caída de tensión en el amperímetro ($I_R \cdot R_A$). También este error se puede despreciar cuando la caída de tensión en el amperímetro es insignificante en comparación con la tensión del receptor ($U \gg I \cdot R_A$).

De estas consideraciones surge la advertencia: se deben tener en cuenta las características de los instrumentos que se utilizan en relación a los valores a medir.

MEDICIÓN DE INTENSIDAD DE CORRIENTE CONTINUA UTILIZANDO UN AMPERÍMETRO CON UN SHUNT EXTERIOR

El shunt es una resistencia calibrada conectada en paralelo con el sistema medidor del instrumento. En consecuencia, la intensidad que se mide circula por el instrumento en un pequeño tanto por ciento de la intensidad total que se mide. En realidad el instrumento en este caso es un milivoltímetro que mide la caída de tensión producida por la corriente medida sobre la resistencia patrón, el shunt. Es de suma importancia tener en cuenta la resistencia de los conductores que unen el milivoltímetro con los extremos del shunt; estos conductores forman parte de la resistencia del sistema medidor. En la figura II-3 se muestra un ejemplo de un amperímetro con un shunt exterior. El sistema consta de un milivoltímetro de 60 mV conectado a un shunt en el cual la intensidad de 10 A produce la caída de tensión correspondiente. Los dos cables que unen al milivoltímetro con el shunt están representados por dos resistencias de 0,015 Ω . La intensidad medida de 10 A

se reparte en 9,997 A que circula por el shunt y en 0,003 A que circula por el milivoltímetro.

Por lo general los amperímetros con el shunt están provistos de los cables calibrados para la conexión con el shunt exterior. En caso de que no estén provistos estos cables o cuando la distancia entre el

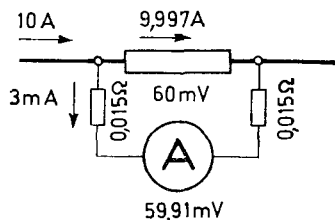


Figura II-3.

milivoltímetro y el shunt no coincide con la longitud de los cables provistos con el instrumento se los calcula y se determinan sus secciones de acuerdo con la longitud requerida utilizando el nomograma de la figura II-4.

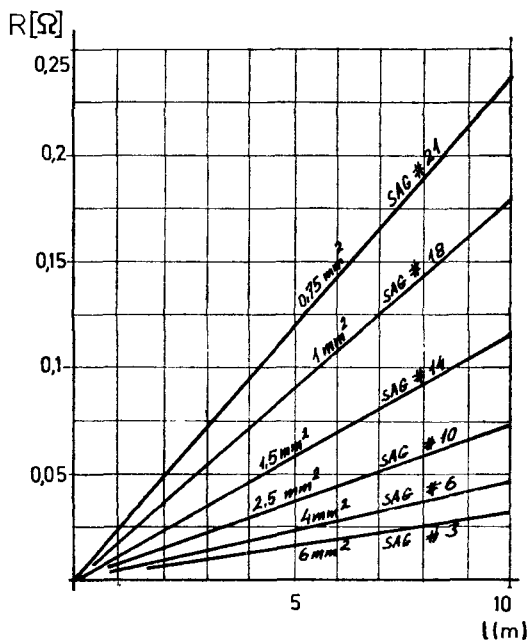


Figura II-4.

MEDICIÓN DE CAÍDAS DE TENSIÓN EN CIRCUITOS DE ALTAS RESISTENCIAS

El amperímetro se conecta en serie con el circuito en el cual se mide la intensidad de corriente; por tanto, un amperímetro ideal debería tener una resistencia interna igual a cero. Cuando la resistencia interna del amperímetro es comparable con la resistencia del circuito, al intercalar el instrumento aumenta la resistencia total y en consecuencia la intensidad que se mide difiere de la que realmente circula sin el amperímetro. Generalmente la resistencia interna de los amperímetros es prácticamente nula de modo que casi no influye en el valor de lectura.

A diferencia de los amperímetros, el consumo interno del voltímetro tiene mucha influencia en la lectura y en el circuito mismo cuando se le utiliza para mediciones en circuitos cuya resistencia es de un valor comparable con la resistencia del instrumento. A veces el voltímetro se conecta en paralelo con una sección del circuito en la cual se mide la caída de tensión. Un voltímetro ideal debería tener una resistencia infinitamente alta, lo que nunca sucede. En consecuencia, al conectar en paralelo un voltímetro cuya resistencia es comparable con la porción del circuito a la cual ha sido conectado el instrumento, varía la resistencia total del circuito y la lectura obtenida difiere de la tensión real que existe cuando el voltímetro no está conectado. En el ejemplo de la figura II-5, se muestra el efecto de carga que origina el voltímetro en tales casos.

En la figura II-5 A, se tiene un divisor de tensión compuesto de dos resistencias parciales de 200 y 100 k Ω conectadas en serie a una fuente de corriente continua (c.c.) de 300 V. Se debe medir la tensión sobre la resistencia parcial $R_1 = 100$ k Ω . Sin tener conectado el voltímetro las caídas de tensión se dividen en relación de resistencias parciales:

$$\frac{U}{U_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

$$U_1 = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{y} \quad U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1}$$

En la figura II-5 B, se conectó a la resistencia $R_1 = 100$ k Ω un voltímetro para medir la correspondiente caída de tensión. La resistencia interna del voltímetro es $R_v = 1000$ k Ω . La resistencia R'_1 resultante de la conexión en paralelo de la resistencia R_1 y de la resistencia del voltímetro R_v es:

$$R'_1 = \frac{R_1 \cdot R_v}{R_1 + R_v}$$

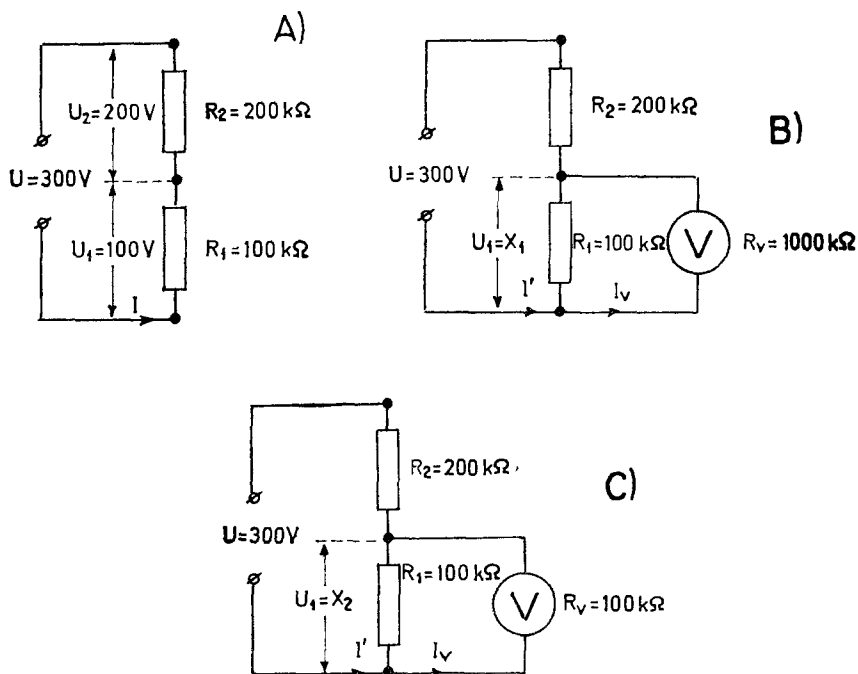


Figura II-5.

$$R'_1 = \frac{100\text{ k}\Omega \cdot 1000\text{ k}\Omega}{100\text{ k}\Omega + 1000\text{ k}\Omega} = 91\text{ k}\Omega$$

La resistencia resultante R'_1 es inferior a la resistencia parcial R_1 del divisor y en consecuencia no se mide la tensión U_1 sino una tensión diferente U'_1 :

$$U'_1 = X_1 = 300 \cdot \frac{91}{91 + 200} = 93,7\text{ V}$$

La diferencia de potenciales que corresponde a la resistencia $R_2 = 200\text{ k}\Omega$ será: $U'_2 = 300\text{ V} - 93,7\text{ V} = 206,3\text{ V}$.

En el ejemplo del esquema de la figura II-5 C, se utilizó un voltímetro de baja calidad cuya resistencia interna R_v era $100\text{ k}\Omega$. En este

caso la resistencia resultante R''_1 de la conexión en paralelo de dos resistencias de 100 k Ω será:

$$R''_1 = \frac{R_1 \cdot R_v}{R_1 + R_v} = \frac{100 \cdot 100}{100 + 100} = 50 \text{ k}\Omega$$

Ahora la diferencia de potenciales que existe en los extremos de la resistencia R_1 es U''_1 :

$$U''_1 = X_2 = 300 \cdot \frac{50}{50 + 200} = 60 \text{ V}$$

Este ejemplo numérico muestra que la resistencia parcial en un circuito compuesto por resistencias de alto valor, comparable con la resistencia del voltímetro, disminuye al conectar a una de ellas el instrumento. Una resistencia parcial en conjunto con el voltímetro forma un circuito en paralelo cuya resistencia resultante es inferior a la parcial R_1 . En consecuencia la tensión medida con el voltímetro sobre la resistencia parcial *es inferior* a la real. En conclusión, esta diferencia depende de la resistencia interna del voltímetro y por lo tanto es conveniente utilizar voltímetros con elevada resistencia interna (100000 Ω/V) para la medición de diferencias de potencial en circuitos de altas resistencias. Los mejores resultados se obtienen con voltímetros electrostáticos.

El error sistemático en este tipo de mediciones se puede calcular partiendo de la definición del error. Por error de medición se entiende la diferencia porcentual entre el valor indicado en la escala del instrumento y el valor real de la magnitud. La relación entre los distintos valores de la tensión parcial es igual a la relación de las resistencias correspondientes. El error se puede expresar:

$$\delta = \frac{U'_1 - U_1}{U_1} \cdot 100 \%$$

Medición de resistencias puras por método técnico

El método técnico o voltiamperimétrico consiste en alimentar con una fuente de c.c. un circuito que contiene la resistencia a medir, y midiendo la caída de tensión en la resistencia examinada y la intensidad de corriente que la origina, calcular por medio de la Ley de Ohm el valor de la resistencia. La exactitud de este método no es alta, dependiendo de la clase de instrumentos empleados y del tiempo de dura-

ción de la medición. El eventual problema radica en el calentamiento de la resistencia medida, lo que origina la variación de sus características durante la medición. Con cierta práctica se pueden efectuar las mediciones en poco tiempo y con bastante exactitud.

El método se utiliza con dos variantes cuyos esquemas muestra la figura II-6. Al utilizar el esquema *a* el amperímetro mide la suma de dos intensidades de corriente, una (I_x) que circula por la resistencia

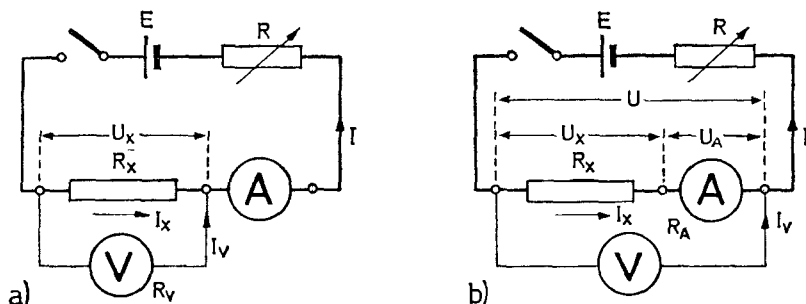


Figura II-6.

medida y la otra (I_v) que circula por el voltímetro. El voltímetro mide la caída de tensión (U_x) en la resistencia a medir. En el esquema *b* el amperímetro mide solamente la intensidad que circula por la resistencia (I_x); en cambio el voltímetro mide la suma de las caídas de tensión, una en la resistencia examinada (U_x) y la otra en el amperímetro (U_A). En ambos casos se comete un error sistemático fácil de determinar.

Por la Ley de Ohm la resistencia se expresa:

$$R_x = \frac{U}{I}$$

donde U es la lectura del voltímetro e I es la lectura del amperímetro. Para simplificar el análisis se admite que ambos instrumentos indican sin error.

Utilizando el esquema *a* se comete el error de medir R'_x en lugar de R_x

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} \quad \text{y} \quad R'_x = \frac{U_x}{I_x + I_v}$$

El error relativo de la medición es:

$$\delta_a = \frac{R'_x - R_x}{R_x}$$

Sustituyendo los valores de R'_x y R_x obtenemos:

$$\delta_a = \frac{\frac{U_x}{I_x + I_v} - \frac{U_x}{I_x}}{\frac{U_x}{I_x}} = - \frac{1}{1 + \frac{I_x}{I_v}}$$

Siendo $I_x \cdot R_x = I_v \cdot R_v$, donde R_v es la resistencia del voltímetro tenemos:

$$\delta_a = \frac{1}{1 + \frac{R_v}{R_x}}$$

El error tiene valor negativo por ser $R'_x < R_x$; se miden dos resistencias en paralelo R_x y R_v . La variante "a" se utiliza en los casos en que la resistencia del voltímetro es mucho mayor que la resistencia que se mide.

Utilizando el esquema b se mide la suma de dos resistencias, o sea la de la resistencia examinada y la resistencia del amperímetro (R_A). Se mide R''_x en lugar de R_x .

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} \quad \text{y} \quad R''_x = \frac{U_x + U_A}{I_x}$$

El error relativo de la medición es:

$$\delta_b = \frac{R''_x - R_x}{R_x}$$

Sustituyendo los valores de R''_x y R_x obtenemos:

$$\delta_b = \frac{\frac{U_x + U_A}{I_x} - \frac{U_x}{I_x}}{\frac{U_x}{I_x}} = \frac{U_A}{U_x} \quad ; \quad U_A = I_x \cdot R_A \quad \text{y} \quad U_x = I_x \cdot R_x$$

$$\delta_b = \frac{U_A}{U_x} = \frac{I_x \cdot R_A}{I_x \cdot R_x} = \frac{R_A}{R_x}$$

La variante *b* se utiliza cuando la resistencia del amperímetro R_A es inapreciable en comparación con la resistencia examinada (R_x).

Ejemplo: Medir la resistencia del arrollamiento de excitación del generador del automóvil Ford.

Se utilizan los siguientes instrumentos: voltímetro magnetoeléctrico 0—7,5 V de resistencia interna $R_v = 7500 \Omega$ y amperímetro 0—0,6 A de resistencia interna $R_A = 240 \text{ m}\Omega$.

Utilizando el esquema *a* se obtuvieron los valores 1, 2 y 3. Calculando el error originado por la corriente del voltímetro se obtuvo:

$$I_v = \frac{2,95}{7500} = 0,00039 \quad ; \quad \frac{3,00}{7500} = 0,0004 \quad ; \quad \frac{2,91}{7500} = 0,00038$$

Comparando estos valores con los de la intensidad que se mide, se los puede considerar despreciables.

Utilizando el esquema *b* se obtuvieron los valores anotados en el cuadro bajo los números 4, 5, 6. Calculando el error originado por la caída de tensión en el amperímetro se obtuvieron los valores siguientes de $U_A = I \cdot R_A$:

$$0,500 \cdot 0,240 = 0,120 \text{ V}; \quad 0,510 \cdot 0,240 = 0,122 \text{ V}; \quad 0,495 \cdot 0,240 = 0,119 \text{ V}$$

Restando estos valores de las respectivas tensiones se obtienen los valores reales de las tensiones en la resistencia R_x . Calculando nuevamente con valores de tensiones corregidos se obtienen los valores corregidos de la resistencia R_x .

Analizando el cuadro de valores se llega a conclusión de que para la resistencia examinada es más conveniente utilizar el esquema *a* por ser $R_x \ll R_v$.

CUADRO DE VALORES

N.º	Elemento a medir	U	I	$R_x = \frac{U}{I}$	Valor corregido R_x	Valor promedio R_x	Observaciones
		V	A	Ω	Ω	Ω	
1	Bobinas de campo Generador FORD	2,95	0,505	5,82	—	5,85	a) Corrección por I_v despreciable
2		3,00	0,510	5,88	—		
3		2,91	0,495	5,90	—		
4		3,08	0,500	6,16	5,92	5,93	b) Corrección por U_A
5		3,13	0,510	6,14	5,92		
6		3,07	0,455	6,17	5,96		

Medición de resistencias por comparación de caídas de tensión

El principio de este método está basado en la comparación de dos caídas de tensión originadas por la misma intensidad de corriente en dos resistencias conectadas en serie, una de valor conocido R_p y la otra R_x , cuyo valor se determina.

La figura II-7, muestra el esquema de conexión a utilizar. El esquema *a* se utiliza con el voltímetro polarizado (magnetoelectrónico) y el esquema *b* con un voltímetro no sensible a la polaridad; al cambiar

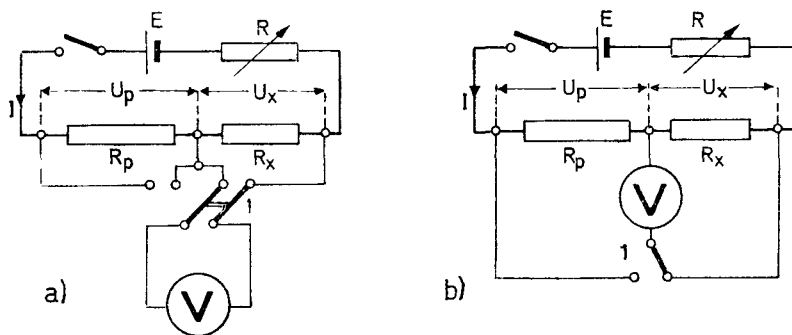


Figura II-7.

la posición del conmutador 1 cambia el sentido de corriente en el voltímetro. Además del voltímetro es necesario disponer de una resistencia patrón de valor comparable con el de la resistencia desconocida. La precisión de la medición depende de la clase de exactitud del voltímetro y de la exactitud de la resistencia elegida como patrón. Lo mismo que en el caso anterior, la medición se debe efectuar en tiempo breve para que no varíen por calentamiento las características de ambas resistencias. La fuente debe proporcionar una tensión de valor estable.

La caída de tensión originada en la resistencia desconocida (R_x) se expresa: $U_x = I \cdot R_x$. La caída de tensión originada en la resistencia patrón: $U_p = I \cdot R_p$. Resolviendo las ecuaciones se obtiene:

$$R_x = \frac{U_x}{U_p} \cdot R_p$$

Es conveniente intercalar un amperímetro (no aparece en la figura), para controlar la intensidad de corriente limitada por las características de las resistencias.

Ejemplo: Se mide la resistencia de las bobinas de campo del generador de automóvil, marca Ford.

Se utiliza el voltímetro magnetoeléctrico 0-7,5 V de resistencia interna 7500 Ω y una resistencia patrón de 10 Ω .

Se utilizó el esquema *a*. Se efectuaron tres mediciones con distintos valores de caídas de tensión sobre R_p y R_x , regulando la intensidad de corriente con el reostato R . De las tres mediciones se obtuvieron tres resultados casi idénticos (ver cuadro de valores).

CUADRO DE VALORES

N.º	Elemento a medir	U_p	U_x	R_p	R_x	Valor promed. R_x	Observaciones
		V	V	Ω	Ω	Ω	
1	Bobinas de campo Generador FORD	4,95	2,85	10	5,76	5,753	
2		4,00	2,30	10	5,75		
3		4,45	2,56	10	5,75		

Medición de resistencia, reactancia e impedancia por el método de tres voltímetros

Se puede utilizar el método de tres voltímetros para medir resistencia, reactancia e impedancia de bobinas con núcleos ferrodinámicos. El método consiste en conectar la bobina cuyos valores se determinan, en serie con una resistencia de valor conocido (patrón) y medir las tres caídas de tensión que aparecen en el conjunto. Con los valores obtenidos de la medición se calculan las tres características. Los parámetros medidos son las tres tensiones y los parámetros buscados son la resistencia, la reactancia y la impedancia de la bobina.

La figura II-8 *a* muestra el esquema de conexión del circuito de medición. La alimentación del circuito la proporciona una fuente de corriente alterna de tensión y frecuencia constantes. El ajuste y la regulación de la tensión aplicada se pueden efectuar con cualquiera de los dispositivos descritos en el capítulo II del primer tomo de esta obra. Lo más aconsejable es utilizar un autotransformador de relación variable (VARIAC), o un transformador de varias salidas. Los voltímetros

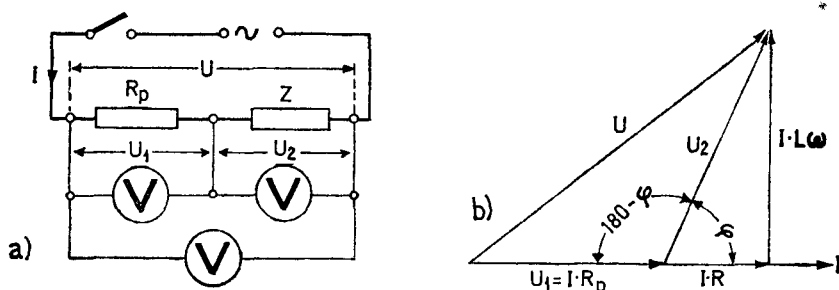


Figura II-8.

deben ser de muy alta resistencia interna para evitar errores debidos a la conexión en paralelo con la resistencia y la impedancia medidas.

La intensidad de corriente I origina las caídas de tensión: U_1 en la resistencia patrón (R_p), U_2 en la impedancia de la bobina (Z) y U en la resistencia e impedancia en serie. Del diagrama vectorial (fig. II-8 b) se obtiene:

$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2 \cdot U_1 \cdot U_2 \cos (180 - \varphi)$$

$$\cos \varphi = \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2 \cdot U_1 U_2}$$

La resistencia R de la bobina se determina: $R = \frac{U_2}{I} \cos \varphi = Z \cdot \cos \varphi$

Además: $U_2 = I \cdot Z$ y $U_1 = I \cdot R_p$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{Z}{R_p} \quad ; \quad Z = \frac{U_2}{U_1} \cdot R_p$$

Sustituyendo $\cos \varphi$ y Z se obtiene:

$$R = Z \cdot \cos \varphi = \frac{U_2}{U_1} R_p \cdot \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2 \cdot U_1 \cdot U_2}$$

La reactancia de la bobina es: $X = \sqrt{Z^2 - R^2}$

Por lo general, los resultados que se obtienen por el método de tres voltímetros, carecen de exactitud. Son dos las causas principales de errores en este método; la primera es que los voltímetros actúan como resistencias en paralelo y la segunda que los valores de tensiones son

elevados al cuadrado en el cálculo de $\cos \varphi$ y multiplican el error en las lecturas. Los mejores resultados se obtienen al medir resistencias de bajo valor.

Ejemplo: Se mide una bobina de choque de núcleo abierto. La intensidad nominal es $I = 5$ A.

Se utiliza el circuito de la figura II-8 a, con la diferencia de intercalar un amperímetro para control del circuito. Se supone que la fuente funciona con la frecuencia nominal.

Como resistencia patrón se utiliza $R_p = 5 \Omega$ conectada en serie con la bobina examinada. Los valores obtenidos de las tres tensiones (U , U_1 , U_2) figuran en el cuadro de valores adjunto.

CUADRO DE VALORES

N.º	Elemento a medir	VALORES MEDIDOS				R_p	VALORES CALCULADOS				Observaciones
		I	U	U_1	U_2		$\cos \varphi$	Z	R	X	
		A	V	V	V			Ω	Ω	Ω	
1	Bobina de choque	5,2	58,0	27,0	43,0	5	0,36	7,96	2,68	7,50	

$$\cos \varphi = \frac{58^2 - 27^2 - 43^2}{2 \cdot 27 \cdot 43} = \frac{3364 - 729 - 1849}{2322} = 0,335 \quad ; \quad \varphi = 70^\circ 24'$$

$$Z = \frac{U_2}{U_1} \cdot R_p = \frac{43}{27} \cdot 5 = 7,96 \Omega$$

$$R = Z \cdot \cos \varphi = 7,96 \cdot 0,335 = 2,68 \Omega$$

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{7,96^2 - 2,68^2} = 7,5 \Omega$$

Para verificar los resultados obtenidos de la medición y de cálculos se construye un diagrama vectorial de tensiones (fig. II-9).

Los resultados obtenidos son válidos solamente para una frecuencia determinada y constante.

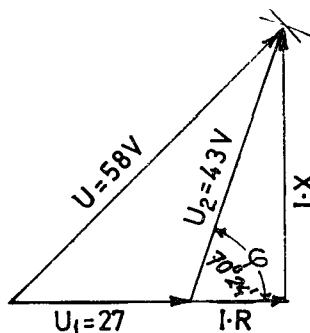


Figura II-9.

Medición de resistencia, reactancia e impedancia por el método de tres amperímetros

El método de tres amperímetros consiste en conectar la bobina examinada *en paralelo* con una resistencia de valor conocido, considerada como patrón, y medir las tres intensidades de corriente que circulan por el circuito: la que circula por la bobina examinada, la que circula por la resistencia patrón y la intensidad total. Con los valores de las tres intensidades obtenidos durante la medición se calculan los tres parámetros buscados: la resistencia, la reactancia y la impedancia.

La figura II-10 a, muestra el esquema de conexión a utilizar para este método. La alimentación la proporciona la fuente de corriente alterna regulada de igual manera que en el caso anterior. Los amperímetros deben tener una resistencia interna pequeña de valor no comparable con las resistencias a medir y patrón.

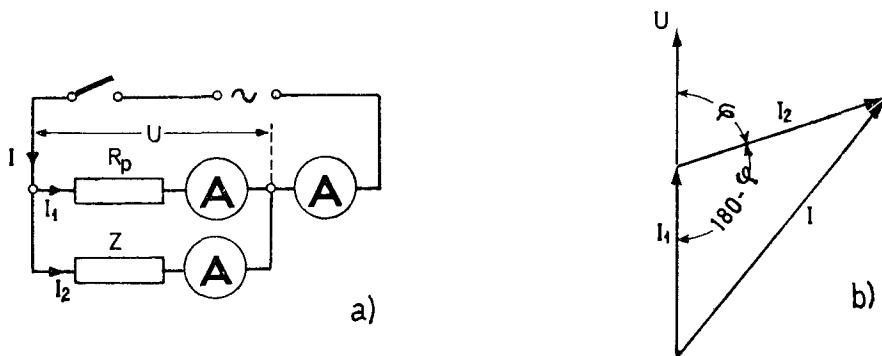


Figura II-10.

Al cerrar el circuito circulan las intensidades I_1 e I_2 y la resultante total I . Con los valores obtenidos de I , I_1 e I_2 se puede construir el triángulo de intensidades (fig. II-10 b) del cual se puede deducir:

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 - 2I_1I_2 \cos (180 - \varphi)$$

$$\cos \varphi = \frac{I^2 - I_1^2 - I_2^2}{2 \cdot I_1 \cdot I_2}$$

La impedancia de la bobina examinada es: $Z = \frac{U}{I_2} = \frac{I_1 \cdot R_p}{I_2}$

La resistencia de la bobina es: $R = Z \cdot \cos \varphi = \frac{I_1}{I_2} \cdot R_p \cdot \cos \varphi$

sustituyendo $\cos \varphi$ tenemos finalmente:

$$R = \frac{I_1}{I_2} \cdot R_p \cdot \frac{I^2 - I_1^2 - I_2^2}{2 \cdot I_1 \cdot I_2}$$

La reactancia es: $X = \sqrt{Z^2 - R^2}$

Ejemplo: Se mide la bobina de choque (reactancia, balastro) de una lámpara fluorescente de 20 W. La intensidad nominal de corriente es $I_{nom} = 0,38$ A.

Se utiliza el circuito de la figura II-10 a, conectando la bobina examinada en paralelo con una resistencia de 100Ω considerada como patrón. Para control del circuito se conecta además un voltímetro entre los bornes A y B (no se indica en la figura II-10 a). Por ser la intensidad nominal de la bobina $I_2 = 0,38$ A, se regula la tensión hasta obtener este valor en la bobina. Luego se miden las intensidades I (total) e I_1 (en la resistencia patrón). Los valores obtenidos se anotan en el cuadro de valores.

CUADRO DE VALORES

N.º	Elemento a medir	VALORES MEDIDOS				R_p	VALORES CALCULADOS				Observa- ciones
		U	I	I_1	I_2		$\cos \varphi$	Z	R	X	
		V	A	A	A			Ω	Ω	Ω	
1	Bobina de choque	92	1,06	0,95	0,38	100	0,105	250	26,2	248	

$$\cos \varphi = \frac{1,06^2 - 0,38^2 - 0,95^2}{2 \cdot 0,38 \cdot 0,95} = 0,1055$$

$$\varphi = 84^\circ$$

$$Z = \frac{I_1}{I_2} \cdot R_p = \frac{0,95}{0,38} \cdot 100 = 250 \, \Omega$$

$$R = Z \cdot \cos \varphi = 250 \cdot 0,1055 = 26,2 \, \Omega$$

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{250^2 - 26,2^2} = 248 \, \Omega$$

Para verificar los resultados obtenidos se construye el diagrama vectorial (fig. II-11), a escala, de las intensidades de corriente medidas.

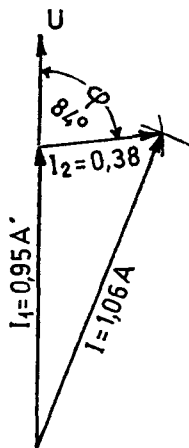


Figura II-11.

Determinación de resistencia, reactancia e impedancia por el método técnico de corriente alterna

El método técnico de corriente alterna es muy conveniente cuando se trata de determinar características de resistencias no lineales y de bobinas con núcleos ferrodinámicos. Los valores de este tipo de resistencias deben ser determinados para la intensidad y frecuencia nominales, o sea, de trabajo.

El método está basado en el uso de voltímetro, amperímetro y vatímetro; es muy recomendable utilizar también un frecuencímetro para medir la frecuencia de la red con la cual se determinan los valores buscados. Los valores obtenidos de las lecturas del voltímetro y del amperímetro permiten calcular el valor de la impedancia:

$$Z = \frac{U}{I}$$

Con el vatímetro se mide la potencia activa disipada en la resistencia examinada cuando circula la intensidad de corriente nominal. A base de esta potencia se calcula el valor de la resistencia, cualquiera que sea su tipo, lineal o no lineal:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = I^2 R$$

$$R = \frac{P}{I^2}$$

La reactancia o la resistencia reactiva se calcula: $X = \sqrt{Z^2 - R^2}$

Igual que en el método técnico de corriente continua (2), se pueden utilizar dos variantes de conexiones, una que es conveniente para determinar las características de resistencias pequeñas y la otra para las resistencias grandes.

La fig. II-12 muestra el esquema que se utiliza para mediciones de resistencias grandes. En este esquema circula solamente por el am-

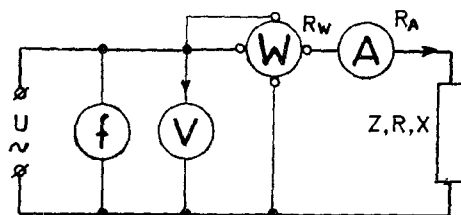


Figura II-12.

perímetro la corriente de la bobina examinada, lo que significa que la intensidad se mide sin error. En cambio, tanto el voltímetro como la bobina de tensión del vatímetro están conectados a una resistencia mayor que la resistencia examinada. Esta resistencia se compone de la resistencia medida, de la resistencia del amperímetro y de la re-

sistencia de la bobina de intensidad del vatímetro (R_{av}). En consecuencia se mide la tensión con un error: $U = U_x + I \cdot R_A + I \cdot R_{av}$. Cuando las resistencias del amperímetro y de la bobina de intensidad del vatímetro son muy pequeñas en comparación con la resistencia examinada ($R_A, R_{av} \ll R_x$) el error es despreciable y se lo puede omitir.

La fig. II-13 muestra el esquema de conexiones que se utiliza para mediciones de resistencias pequeñas. En este esquema se mide la ten-

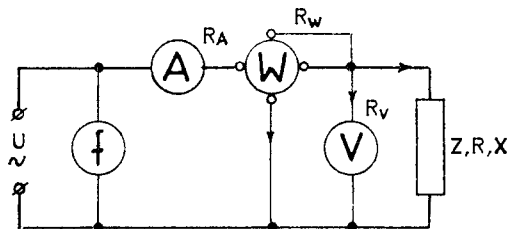


Figura II-13.

sión sin error por estar conectado el voltímetro y la bobina de tensión del vatímetro a los extremos del arrollamiento examinado. En cambio el amperímetro mide la suma de las intensidades del voltímetro, de la bobina de tensión del vatímetro y de la bobina medida ($I = I_x + I_v + I_{vw}$). De esto resulta que la intensidad se mide con error. Cuando las resistencias del voltímetro (R_v) y de la bobina de tensión del vatímetro (R_{vw}) son muy grandes en comparación con la resistencia medida ($R_v, R_{vw} \gg R_x$) el error es despreciable.

Utilizando los valores obtenidos de las mediciones con este método se puede determinar el valor de la inductancia (L) o de la capacidad (C) según las características que tenga la impedancia medida Z_x .

En el caso de carácter inductivo de la impedancia Z_x :

$$X = L \cdot \omega = L \cdot 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$L = \frac{X}{2 \cdot \pi \cdot f} \quad (\text{H})$$

En el caso de carácter capacitivo de la impedancia:

$$X = \frac{1}{C \cdot \omega} = \frac{1}{C \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}$$

$$C = \frac{1}{X \cdot 2 \cdot \pi \cdot f} \quad (\text{F})$$

Ejemplo: Determinar las características de la bobina de choque (reactancia, balastro) de un tubo fluorescente de 40 W. La intensidad de corriente y la frecuencia nominales son 0,68 A y 60 Hz, respectivamente.

Para poder despreciar errores debidos al error de medición de la tensión aplicada se utiliza el esquema de la fig. II-12; las resistencias del amperímetro y de la bobina de intensidad del vatímetro son muy pequeñas en comparación con la impedancia medida. La tensión se regula con un autotransformador (Cap. II del 1.º tomo), que no aparece en el esquema.

Al llegar al valor nominal de la intensidad de corriente que circula por la bobina se anota la tensión correspondiente. Basándose en los valores de intensidad y de tensión se calcula la impedancia de la bobina:

$$Z_x = \frac{U}{I_{\text{nom}}} = \frac{120}{0,68} = 75 \, \Omega$$

El vatímetro acusó la potencia disipada de 14 W. Utilizando este valor se calcula la resistencia:

$$R_x = \frac{P}{I^2} = \frac{14}{0,68^2} = 30,3 \, \Omega$$

La reactancia de la bobina es $X_x = Z_x^2 - R_x^2 = 68,5 \, \Omega$

CUADRO DE VALORES

N.º	Elemento a medir	f	U	I	P		Z	R	X	Observaciones
		Hz	V	A	α	W	Ω	Ω	Ω	
1	Bobina PHILIPS 40 W	60,1	120	0,68	$C = 1$ 14	14	75	30,3	68,5	

El valor de la inductancia de la bobina se calcula por los valores obtenidos de resistencia, reactancia y frecuencia (medida).

$$L_x = \frac{X_x}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{68,5}{2 \cdot 3,14 \cdot 60,1} = 0,183 \, (\text{H})$$

Determinación de la inductancia propia (L) por el método voltiamperimétrico de Joubert

En ciertas condiciones se puede determinar el valor de la inductancia propia L por un simple método voltiamperimétrico. El método no da resultados muy exactos, ya que los errores son del orden de 5 %; sin embargo, para ciertos fines industriales son suficientemente exactos. El método se puede utilizar en los casos en que la resistencia activa de la bobina examinada no difiere mucho de la resistencia equivalente en corriente alterna. Como es sabido, la resistencia equivalente es la resistencia correspondiente a todos los fenómenos disipativos. La potencia disipada se divide en dos partes: una que produce calor por efecto de Joule (en corriente continua y en corriente alterna) y la otra que se consume en efectos producidos por corrientes de Foucault y por histéresis (en corriente alterna solamente). Cuando la bobina no tiene núcleo ferromagnético (histéresis) ni piezas metálicas (corrientes de Foucault), su resistencia equivalente es prácticamente igual a la resistencia medida con corriente continua y por lo tanto se puede determinar su inductancia por el método de Joubert.

La fig. II-14 muestra el esquema de conexiones a utilizar. El circuito se alimenta de una fuente de corriente alterna de tensión U y de frecuencia f . La bobina examinada, de inductancia L_x y resisten-

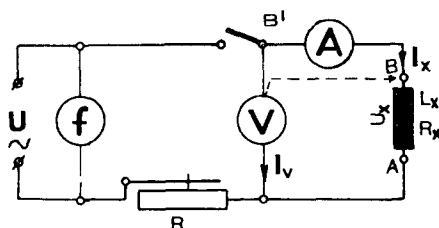


Figura II-14.

cia R_x , está conectada en serie con el amperímetro y la resistencia de regulación R . Utilizando el reostato R para obtener varias lecturas, se anotan los valores de la tensión U_x sobre la bobina y de la intensidad de corriente correspondiente I_x . El voltímetro se conecta a los puntos $A-B$ o $A-B'$ según los valores de las resistencias del amperímetro y del voltímetro.

Antes de iniciar la medición por el método de Joubert se determina el valor de la resistencia R_x de la bobina examinada, por el método

voltiamperimétrico de corriente continua. Luego a base de la tensión U_x y la intensidad I_x se calcula la impedancia (Z_x):

$$Z_x = \frac{U_x}{I_x} = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \quad ; \quad \omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\frac{U_x^2}{I_x^2} = R_x^2 + L_x^2 \cdot 4\pi^2 \cdot f^2 \text{ y de esta ecuación se obtiene}$$

$$\text{la inductancia } L_x \text{ de la bobina examinada: } L_x = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot \sqrt{\frac{U_x^2}{I_x^2} - R_x^2}$$

Ejemplo: Determinar el valor de inductancia propia L de una bobina de 600 espiras bobinadas sobre una carcasa de material aislante y sin núcleo.

1.º paso: Se mide por el método voltiamperimétrico de corriente continua la resistencia R_x de la bobina a examinar. El valor obtenido de esta medición $R_x = 2,5 \, \Omega$ se anota como un valor constante en la columna correspondiente del cuadro de valores.

CUADRO DE VALORES

N.º	Elemento a medir	R_x	f	U_x	I_x	I_x^2	L_x	prom. L_x	Observaciones
		Ω	Hz	V	A	I_x^2	mH	mH	
1	Bobina	2,5	60,0	9,4	2,0	22,10	10,4	10,4	temp. de amb. 28º C
2	de 600		60,0	8,3	1,8	21,2	10,2		
3	espiras		60,0	10,4	2,2	21,5	10,7		

2.º paso: Se monta el circuito según la fig. II-14, conectando el voltímetro a los puntos A y B ; el voltímetro utilizado es de 10.000/1 V y en consecuencia el error de medición de la corriente es despreciable. Se hacen tres mediciones en tres diferentes posiciones del cursor de la resistencia reguladora R . Se anotan las lecturas del voltímetro, amperímetro y frecuencímetro, en las casillas correspondientes.

3.^{er} *paso*: Se calculan los valores de la inductancia obtenidos en cada medición utilizando la fórmula:

$$L_x = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f} \sqrt{\frac{U_x^2}{I_x^2} - R_x^2}$$

Se calculan los valores constantes para las tres mediciones:

$$\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 60} = 0,00265$$

$R_x^2 = 2,5^2 = 6,25$. Sustituyendo estos valores y los de las tres mediciones de tensión U_x y de intensidad I_x se obtienen tres resultados que difieren muy poco uno del otro. Se calcula el valor medio de la inductancia L_x . El gráfico de la figura II-15, hecho a escala, verifica la exactitud de la medición.

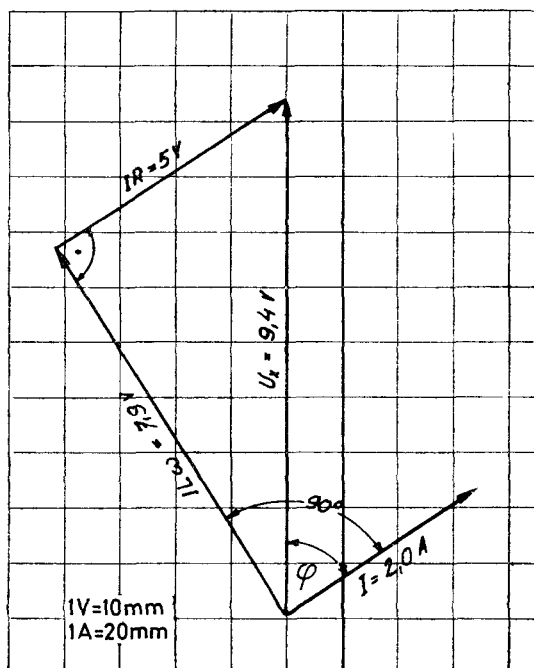


Figura II-15.

Medición de la inductancia (L) por comparación de caídas de tensión

El método de comparación es un método cómodo y exacto que se utiliza para la determinación del valor de la inductancia de un arrollamiento. Para poder aplicarlo es imprescindible disponer de un patrón con el cual se compara la bobina examinada. El patrón puede estar constituido por una bobina de resistencia e inductancia conocidas o por una resistencia calibrada. La exactitud de los resultados obtenidos con este método depende de la exactitud del patrón y de la clase (de exactitud) del único instrumento de medición que se utiliza que es un voltímetro.

El método consiste en hacer circular la misma intensidad de corriente por el patrón y por la bobina estando ambos conectados en serie (fig. II-16). La alimentación del circuito es proporcionada por

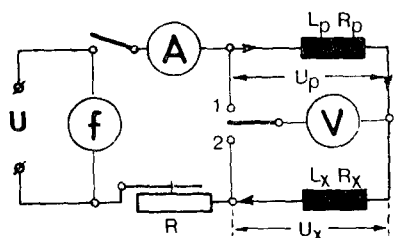


Figura II-16.

una fuente de corriente alterna de tensión y frecuencia constantes. La intensidad de corriente produce las caídas de tensión en el patrón y en la bobina examinada las cuales se miden mediante el voltímetro. Para facilitar la operación y medir con el mismo voltímetro ambas caídas de tensión se utiliza en el circuito un selector unipolar de dos posiciones (1, 2). Para controlar la intensidad de corriente y con el fin de efectuar varias mediciones requeridas para obtener un valor promedio, se utiliza un reostato (R) y un amperímetro.

La impedancia de la bobina patrón es: $Z_p = \frac{U_p}{I} = \sqrt{R_p^2 + (L_p \omega)^2}$

La impedancia de la bobina examinada es: $Z_x = \frac{U_x}{I} = \sqrt{R_x^2 + (L_x \omega)^2}$

Las respectivas caídas de tensión son: $U_p = I \cdot Z_p$ y $U_x = I \cdot Z_x$

$$\frac{U_p}{U_x} = \frac{\sqrt{R_p^2 + (L_p \cdot \omega)^2}}{\sqrt{R_x^2 + (L_x \cdot \omega)^2}} = \frac{Z_p}{Z_x} ; R_x^2 + (L_x \cdot \omega)^2 = \frac{U_x^2}{U_p^2} [R_p^2 + (L_p \cdot \omega)^2]$$

Sustituyendo $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ y operando se obtiene el valor de la inductancia L_w ;

$$L_x = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot \sqrt{\frac{U_x^2}{U_p^2} (R_p^2 + L_p^2 \cdot 4\pi^2 f^2) - R_x^2}$$

Cuando se utiliza como patrón una resistencia no inductiva de valor R_p la fórmula se transforma en:

$$L_x = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f} \cdot \sqrt{\frac{U_x^2}{U_p^2} \cdot R_p^2 - R_x^2}$$

Ejemplo: Determinar la inductancia de una bobina sin núcleo, de 600 espiras. Intensidad admisible $I_{max} = 2,0$ A.

1.º paso: Se determina la resistencia de la bobina por el método de corriente continua obteniendo el valor $R_x = 2,5 \Omega$. Se elige una inductancia patrón cuyas características son: $L_p = 0,01$ H y $R_p = 4,0 \Omega$. Se anotan estos valores como conocidos y constantes en las correspondientes casillas del cuadro de valores. La corriente máxima del patrón es $I_{max} = 1,0$ A.

2.º paso: Se monta el circuito según el esquema de la figura II-16. Se debe tener en cuenta la máxima intensidad de corriente admisible del patrón y de la bobina examinada. En este ejemplo la máxima corriente del circuito es de 1,0 A. La tensión de alimentación (U) y el reostato de regulación (R) deben permitir efectuar una regulación adecuada dentro de este límite para tomar varias mediciones. Como amperímetro de control se elige un instrumento electromagnético de alcance 0-2 A. El voltímetro es de alta resistencia interna ($10000 \Omega/1$ V) para disminuir el efecto de carga de una resistencia en paralelo y hacer despreciable el error. Se efectúan tres mediciones de las dos caídas de tensión (U_p y U_x), con tres distintos valores de la corriente que las origina (1,0; 0,75; 0,50 A), anotando simultáneamente las lecturas del frecuencímetro.

3.º paso: Una vez anotados los resultados de las lecturas del voltímetro se efectúan los cálculos que determinan los valores del parámetro buscado. Se utiliza la fórmula correspondiente al patrón inductivo:

$$L_x = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 60} \cdot \sqrt{\frac{4,7^2}{5,4^2} (4,0^2 + 0,01^2 \cdot 4 \cdot 3,14^2 \cdot 60^2) - 2,5^2} = 10,8 \text{ mH}$$

De la primera medición $L_{x(1)} = 10,8$ mH; de la segunda medición $L_{x(2)} = 10,7$ mH y de la tercera medición $L_{x(3)} = 10,4$ mH.

Se calcula el valor medio de las tres mediciones el cual (10,6 mH) se anota como resultado final.

CUADRO DE VALORES

Parámetros		Conocidos			Medidos			Buscados		Observaciones
N.º	Elemento	R_p	L_p	R_x	f	U_p	U_x	L_x	prom.	
	a								L_x	
	medir	Ω	H	Ω	Hz	V	V	mH	mH	
1	Bobina s/n. de 600 esp.	4,0	0,01	2,5	60	5,4	4,7	10,8	10,6	Con inductancia patrón
2		4,0	0,01	2,5	60	4,0	3,45	10,7		
3		4,0	0,01	2,5	60	2,6	2,2	10,4		
4		2,0	—	2,5	60	2,0	4,6	10,2	10,2	Con resistencia patrón
5		2,0	—	2,5	60	1,5	3,5	10,3		

Para verificar los resultados obtenidos con el patrón inductivo (L_x , R_x) se repiten las mediciones de igual manera, pero con la diferencia de que se utiliza un patrón no inductivo (R'_x). En este caso se calcula el resultado mediante la segunda fórmula:

$$L_x = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 60} \cdot \sqrt{\frac{4,6^2}{2,0^2} \cdot 2,0^2 - 2,5^2} = 10,2 \text{ mH}$$

El valor medio de las mediciones con el patrón no inductivo es $L_x = 10,2$.

Medición de capacidades. Generalidades

La determinación exacta de la capacidad de un condensador requiere tener en cuenta ciertos problemas que surgen de las características de un condensador real.

Un condensador consiste en dos electrodos separados por un aislante. Si se hubiera empleado un material aislante ideal ($R = \infty$), al aplicar una tensión alterna (U) a los electrodos del condensador se habría producido una corriente (I) desfasada 90° con respecto a la ten-

sión (fig. II-17). En un condensador real (C) el aislante, por bueno que sea, tiene una resistencia de un valor determinado y conduce las cargas haciendo el efecto de una componente activa. En consecuencia, en un condensador real el ángulo de desfase φ es inferior a 90° . Cuanto mayor es la diferencia δ entre el ángulo φ y los 90° ($\delta = 90 - \varphi$), peor

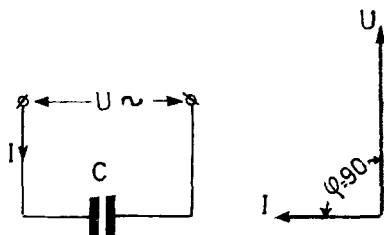


Figura II-17.

es la calidad del aislante utilizado en la construcción del condensador y en consecuencia la calidad del condensador. Considerando esto se puede representar un condensador con un circuito equivalente de dos maneras.

Un condensador real se puede imaginar como uno ideal C_0 (sin pérdidas) conectado en serie con una resistencia equivalente R' (figura II-18 a).

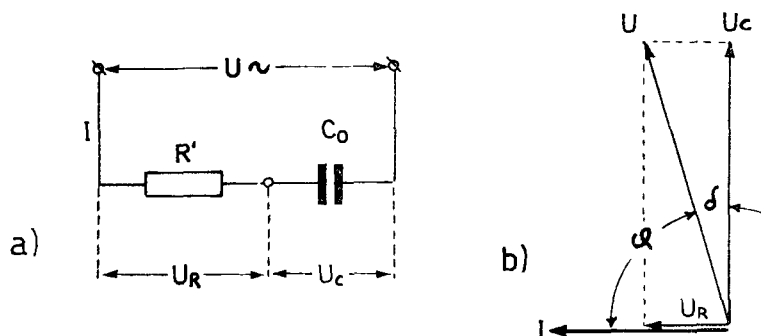


Figura II-18.

También se puede representar un condensador real como uno ideal C_0 conectado en paralelo con una resistencia equivalente R'' (fig. II-19 a).

Al considerar la conexión en serie se determina el ángulo δ , denominado *ángulo de pérdidas*, según el triángulo de tensiones (fig. II-18 b).

$$\frac{U_R}{U_C} = \operatorname{tg} \delta = \frac{I \cdot R'}{\frac{I}{C_0 \omega}} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot R' \cdot C_0$$

Al considerar la conexión en paralelo del condensador ideal C_0 con la resistencia equivalente R'' se obtiene el ángulo δ según el triángulo de intensidades (fig. II-19 b).

$$\frac{I_R}{I_C} = \operatorname{tg} \delta = \frac{\frac{U}{R''}}{U \cdot C_0 \omega} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot R'' \cdot C_0}$$

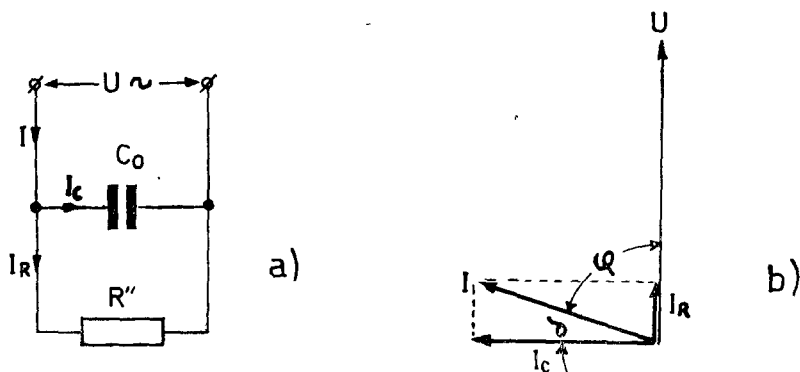


Figura II-19.

El ángulo δ se denomina *ángulo de pérdidas* y $\operatorname{tg} \delta$ es el factor de pérdidas. Por lo general el ángulo de pérdidas es muy pequeño (depende de la calidad del condensador) y en este caso se puede admitir que $\delta \approx \operatorname{tg} \delta$.

Determinación de la capacidad por el método voltiamperimétrico

El método voltiamperimétrico para medir capacidades es adecuado para los casos donde no se requiere mucha exactitud. Este método

es muy cómodo en procesos de producción o de recepción de materiales. Su exactitud depende de dos factores: uno es la clase y tipo de instrumentos empleados y el otro es la calidad de los condensadores examinados. El método no tiene en cuenta el ángulo de pérdidas δ , de modo que los resultados obtenidos se calculan como para condensadores ideales. Los errores son del orden de $\pm 3\%$.

La figura II-20 muestra el esquema de conexiones a utilizar. El condensador examinado C_x está conectado en serie con un amperímetro (o miliamperímetro) a una fuente de corriente alterna sinusoidal.

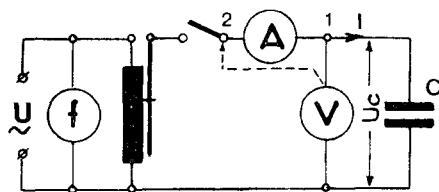


Figura II-20.

soidal de tensión regulable. En la figura aparece un autotransformador variable, pero se le puede sustituir con una resistencia variable. Según la intensidad de corriente que circule, la resistencia variable puede estar conectada en serie como un reostato o como un divisor de tensión. Al condensador examinado se conecta el voltímetro, preferiblemente electrostático de capacidad conocida. En tal caso se resta la capacidad del voltímetro de la capacidad del condensador medido. Cuando se utiliza un voltímetro común, éste debe ser de muy alta resistencia interna y se le conecta al punto 1 ó 2, según la resistencia del amperímetro empleado. El amperímetro debe ser térmico o magnetoeléctrico con termopar; en caso contrario aumenta el error. Como frecuencímetro se puede utilizar uno del tipo de lengüetas que acusa con exactitud de 0,25 Hz.

Al conectar el condensador a una tensión alterna sinusoidal U circulará la corriente I según la impedancia del condensador.

$$Z = \frac{U_c}{I_c} = \frac{1}{\omega C_x} \quad \omega = 2\pi f$$

(suponiendo que el condensador se acerca al ideal).

$$C_x = \frac{I_c}{U_c \omega} = \frac{I_c}{U_c \cdot 2\pi \cdot f} \quad (\text{F}) = \frac{I_c \cdot 10^6}{U_c \cdot 2\pi \cdot f} \quad (\mu\text{F})$$

Ejemplo: Verificar un condensador marca INDUSTRIAL COND. CORP. AR7214 de valores nominales: $C = 5 \mu\text{F}$; $U_{\text{max}} = 330 \text{ V c.a.}$

1.º paso: Se dispone de red de corriente alterna de 220 V, 60 Hz. Se utilizará un autotransformador regulable entre 0 y 250 V. Se prevén tres mediciones efectuadas con tensiones entre 40 y 250 V. A base de estas dos tensiones y de la capacidad nominal del condensador a examinar se calcula el alcance del amperímetro.

$$I = C_{\text{nom}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot U$$

$$I_{\text{min}} = C_{\text{nom}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot 40 = 5 \cdot 377 \cdot 40 \cdot 10^{-6} = \sim 0,075 \text{ A}$$

$$I_{\text{max}} = C_{\text{nom}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot 250 = 5 \cdot 377 \cdot 250 \cdot 10^{-6} = \sim 0,47 \text{ A}$$

Basándose en este cálculo previo se elige un miliamperímetro electromagnético de alcance 0—500 mA. Como voltímetro se utilizará uno electromagnético de 4 alcances: 0-12; 0-30; 0-150 y 0-300 V. Su resistencia interna es de 10.000 Ω /1V, suficientemente alta para despreciar errores debidos a la conexión en paralelo del voltímetro al condensador. El frecuencímetro es de lengüetas (55-65 Hz) con bobina para 220 V y se le conectará directamente a la red.

CUADRO DE VALORES

N.º	Condensador verificado	f	U_c	I_c	C_x	prom. C_x	Observaciones
		Hz	V	A	μF	μF	
1	Industrial	59,5	38	0,075	5,02	5,055	
2	Cond. Corp.	59,5	52	0,098	5,04		
3	AR 7214; 5 μF	59,5	250	0,485	5,05		

2.º paso: Se efectuaron tres mediciones. En la primera medición las lecturas tomadas fueron: $f=59,5 \text{ Hz}$; $U_c=38 \text{ V}$; $I_c=75 \text{ mA}$. En la segunda medición: $f=59,5 \text{ Hz}$; $U_c=52 \text{ V}$; $I_c=98 \text{ mA}$. En la tercera medición: $f=59,5 \text{ Hz}$; $U_c=250 \text{ V}$; $I_c=485 \text{ mA}$. Sustituyendo estos valores en la fórmula:

$$C_x = \frac{I_c}{U_c \omega}$$

se obtuvieron tres valores de la capacidad del condensador examinado (ver el cuadro de valores). El valor promedio (C_x prom.) calculado a base de estos tres valores se considera como resultado de la medición.

Medición de capacidad por el método de comparación

El método está basado en la comparación de dos condensadores, el examinado y el de capacidad conocida considerado como patrón. El método es muy apropiado en procesos de producción y de recepción de materiales. Además es muy simple, ya que se utiliza un solo instrumento de medición, el voltímetro. La exactitud depende en primer lugar de la clase de patrón y en segundo lugar de la clase del voltímetro con el cual se miden las diferencias de potencial entre los terminales de ambos condensadores. El error de medición no excede $\pm 5 \%$.

La figura II-21 muestra el esquema de conexiones a utilizar. El circuito está alimentado por la red de corriente alterna mediante un autotransformador regulable (Tr). Este último no es imprescindible;

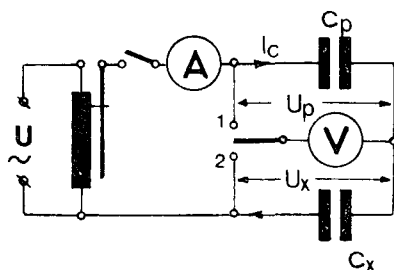


Figura II-21.

ble; se le puede sustituir por un reostato o un divisor de tensión. El circuito consiste en la conexión en serie de dos condensadores: el examinado C_x y el patrón C_p . Además está intercalado un amperímetro que sirve para control. Las lecturas del amperímetro no intervienen en el cálculo y por tanto su clase de exactitud y tipo no tienen importancia. En cambio, el error de la medición depende de la clase de exactitud del voltímetro. En consecuencia este instrumento debe ser seleccionado con gran cuidado. Los mejores resultados se obtienen con el voltímetro electrostático de capacidad conocida. Pero a falta de este tipo de voltímetro se puede utilizar un voltímetro magnetoeléctrico

con rectificador o con termopar y de muy alta resistencia interna ($100.000 \Omega/1 \text{ V}$) para aminorar el efecto de conexión en paralelo de la resistencia del voltímetro con el condensador.

La diferencia de potencial medida en el condensador patrón es $U_p = I \cdot \frac{1}{C_p \cdot \omega}$. La diferencia de potencial medida en el condensador examinado es $U_x = I \cdot \frac{1}{C_x \cdot \omega}$. Relacionando estas dos ecuaciones se obtiene:

$$\frac{U_p}{U_x} = \frac{C_p}{C_x} \quad \text{y de esto:} \quad C_x = \frac{U_p}{U_x} \cdot C_p$$

Como se puede apreciar existen pocas fuentes de error: la tensión medida con el mismo voltímetro y el patrón de capacidad.

Ejemplo: Verificar un condensador marca MOTOROLA 8B893625 de valores nominales $6 \mu\text{F}$, 250 V c.a.

1.º paso: Se dispone de la red de c.a. de 220 V y de un condensador de capacidad verificada de $2 \mu\text{F}$. Se prevén tres mediciones con tensiones comprendidas entre 50 y 150 V . Se calcula el alcance del amperímetro de control:

$$I_{\min} = 6 \cdot 377 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = \sim 100 \text{ mA}; \quad I_{\max} = 6 \cdot 377 \cdot 150 \cdot 10^{-6} = 340 \text{ mA}$$

Se elige un miliamperímetro de alcance $0\text{-}500 \text{ mA}$. Como voltímetro se utilizará uno de alta resistencia interna con escala $0\text{-}250 \text{ V}$. Regulación de tensiones como en el caso anterior.

2.º paso: Se efectuaron tres mediciones con tensiones 75 , 100 y

CUADRO DE VALORES

N.º	Condensador verificado	dado	medido		calculado		Observaciones
		C_p	U_p	U_x	C_x	prom. C_x	
		μF	V	V	μF	μF	
1	Motorola	2	75	25,2	5,98	5,96	
2	8B893625	2	100	33,5	5,96		
3	$6 \mu\text{F}$	2	125	43,0	5,94		

125 V. Con las lecturas anotadas en el cuadro de valores se **obtuvieron** tres resultados:

$$C_{x(1)} = \frac{75}{25,2} \cdot 2 = 5,98 \mu\text{F} \quad ; \quad C_{x(2)} = \frac{100}{33,5} \cdot 2 = 5,96 \mu\text{F}$$

$$C_{x(3)} = \frac{125}{43} \cdot 2 = 5,94 \mu\text{F}$$

Determinación de la capacidad por el método de comparación con la caída de tensión

En los casos de emergencia, cuando no están disponibles los patrones de capacidad, se puede utilizar el método basado en la comparación de la diferencia de potenciales medida sobre el condensador con la caída de tensión en una resistencia de valor conocido. El método no es muy exacto ($\pm 10 \%$) y los mejores resultados se obtienen cuando la caída de tensión en la resistencia y la diferencia de potenciales sobre el condensador son casi iguales. Para lograr esta condición es conveniente que se pueda regular la tensión de alimentación (divisor o autotransformador regulable) y el patrón de resistencia debe ser variable en décadas; si es de cursor, es necesario medir la resistencia del patrón después de cada comparación.

En el esquema de la figura II-22 se puede apreciar que la resistencia patrón R_p y la impedancia del condensador C_x están conectadas

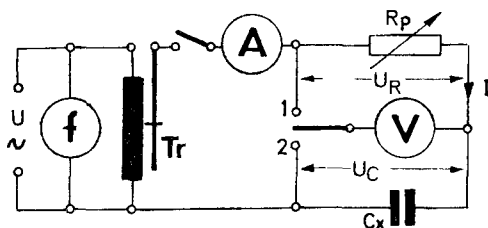


Figura II-22.

en serie de modo que por ambas circula la **misma** intensidad I . Esta intensidad produce en la resistencia patrón, — $U_R = I \cdot R_p$ y en el

condensador, — $U_c = I \cdot \frac{1}{C_x \cdot \omega}$.

Relacionando ambas tensiones: $\frac{U_R}{U_c} = R_p \cdot C_x \cdot \omega$; $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

Finalmente, sustituyendo y operando, obtenemos:

$$C_x = \frac{U_R}{U_c \cdot R_p \cdot 2 \cdot \pi f}$$

Ejemplo: Verificar el condensador INDUSTRIAL COND. CORP. AR 7214 de valores nominales: 5 μF , 330 V c.a.

1.º paso: Se determina el valor aproximado de la intensidad de corriente (ejemplo anterior). Se prevén tres mediciones con tensiones que no excedan de 50 V. Del cálculo resulta que la intensidad de corriente no excederá los 100 mA, lo que permite utilizar como resistencia patrón una resistencia en décadas (0,5 A máx.), de un valor total en 4 décadas de 999,9 Ω . El voltímetro disponible es del tipo electromagnético de tres alcances, 0-25; 0-100 y 0-200 V, y de resistencia interna de 10 k Ω /1 V. Como frecuencímetro se utilizará uno de lengüetas (0,5 %). Las características de la red son 220 V y 60 Hz.

CUADRO DE VALORES

N.º	Condensador verificado	dado	medido		calculado		Observaciones	
		R_p	f	U_R	U_c	C_x		prom.
		Ω	Hz	V	V	μF		μF
1	Industrial	500	59,5	26,6	28,0	5,08	5,083	
2	Cond. Corp.	500	59,5	30,0	31,4	5,12		
3	AR 7214; 5 μF	500	59,5	20,0	21,1	5,06		

2.º paso: Después de montar el circuito indicado en la figura II-22, se hacen mediciones de tanteo variando la tensión de alimentación y el valor de la resistencia patrón R_p . Con la resistencia patrón = 500 Ω se obtuvieron las tensiones U_R y U_c de valor similar, lo cual es condición de la mayor exactitud que se puede obtener con este método. Se efectúan tres mediciones anotando los valores obtenidos en el cuadro de valores.

3.º paso. Cálculo de los resultados:

En la primera medición: $C_x = \frac{26,8 \cdot 10^6}{28 \cdot 500 \cdot 374} = 5,08 \mu\text{F}$ ($2 \cdot \pi f = 374$)

En la segunda medición: $C_x = \frac{30,0 \cdot 10^6}{31,4 \cdot 500 \cdot 374} = 5,12 \mu\text{F}$

En la tercera medición: $C_x = \frac{20,0 \cdot 10^6}{21,1 \cdot 500 \cdot 374} = 5,06 \mu\text{F}$

El valor promedio de las tres mediciones es $C_x = 5,083 \mu\text{F}$.

Determinación del ángulo de pérdidas y del factor de pérdidas

Se ha mencionado anteriormente que la calidad del condensador depende de la calidad del material aislante utilizado como dieléctrico en la confección del condensador. Este factor de calidad del condensador se determina midiendo "el ángulo de pérdidas".

El ángulo de pérdidas es $\delta = 90^\circ - \varphi$, donde φ es el ángulo de desfase entre la intensidad de corriente y la tensión aplicada al condensador. En uno ideal (sin pérdidas) el ángulo de desfase φ es igual a 90° . De esto se deduce que para determinar el ángulo de pérdidas δ es suficiente determinar con exactitud el ángulo de desfase. Midiendo la potencia real disipada en el condensador (P) y la potencia aparente ($U \cdot I$) se obtiene el ángulo de desfase:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad ; \quad \cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I}$$

Considerando el esquema equivalente del condensador de la figura II-19 se deduce:

$$\frac{I_R}{I_c} = \operatorname{tg} \delta = \frac{\cos \varphi}{\operatorname{sen} \varphi} = \operatorname{ctg} \varphi$$

El muy pequeño valor del ángulo de pérdidas δ dificulta su determinación por un método técnico. En los condensadores de precisión (patrones de laboratorio) $\operatorname{tg} \delta$ es del orden de 10^{-4} a 10^{-3} . En los condensadores industriales $\operatorname{tg} \delta$ oscila entre valores comprendidos entre 10^{-3} y 10^{-1} y el ángulo δ puede llegar a unos grados. En la industria se determina el factor de calidad del condensador ($\operatorname{tg} \delta$) utilizando uno de estos dos métodos: 1) método de vatímetro y 2) método de tres tensiones.

El primer método, o sea, el de vatímetro, requiere la utilización de un vatímetro de bajo $\cos \varphi$ (0,1) y siendo este un instrumento de alto costo, especialmente en las clases superiores a 0,5, no es muy usual. El segundo método, o sea, el de tres tensiones, es más accesible.

Para determinar el ángulo de pérdidas mediante un vatímetro se utiliza el esquema de la figura II-12, conectando en lugar de la impe-

dancia señalada Z , R , X el condensador examinado C_x . El vatímetro señala la potencia P_c disipada y del producto de las lecturas del amperímetro y del voltímetro se obtiene el valor de la potencia aparente. A base de los valores obtenidos de la medición se calcula el factor de potencia $\cos \varphi$, el cual en un condensador es de muy bajo valor.

$$P_c = U \cdot I \cdot \cos \varphi \quad \text{y} \quad \cos \varphi = \frac{P_c}{U \cdot I}$$

Del diagrama vectorial (fig. II-19) se deduce:

$$I_c = I \cdot \cos \delta = I \cdot \sin \varphi \quad \text{e} \quad I_R = I \cdot \sin \delta = I \cdot \cos \varphi$$

El factor de pérdidas del condensador C_x será:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{I_R}{I_c} = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} = \operatorname{ctg} \varphi$$

Ejemplo: Determinar la calidad del condensador de $5 \mu\text{F}$ y de 300 V c.a.

1.º paso: Basándose en el cálculo previo (ejemplos anteriores) se estima que la intensidad de corriente no sobrepasará a 1,0 A. Por lo tanto se puede utilizar un vatímetro de clase 0,1 y de las características siguientes: $I = 0,5$ y 1,0 A; $U = 62,5$; 125 y 250 V; $\cos \varphi = 0,1$. La intensidad se medirá con un amperímetro electrodinámico 0-1 A y la tensión se medirá con un voltímetro electrostático 0-150 V.

2.º paso: Después de montar el circuito según la figura II-12, se hicieron tres mediciones cuyos resultados se anotaron en el cuadro de valores.

CUADRO DE VALORES

N.º	Elemento	Medido					Calculado			Observaciones
		f	U	I	P		Cos φ	Factor de pér- didas tg δ	Angulo de per- didas δ	
		Hz	V	A	α	W				
1	Condensador	60	100	0,57		0,5	0,00877	114,6	30'	
2		60	125	0,68		0,75	0,00882			
3	5 μ F, 300V	60	150	0,85		1,1	0,00862			

3.^{er} paso: Cálculo de los resultados:

De la primera medición: $\cos \varphi = \frac{0,5}{100 \cdot 0,57} = 0,00877$

De la segunda medición: $\cos \varphi = \frac{0,75}{125 \cdot 0,68} = 0,00882$

De la tercera medición: $\cos \varphi = \frac{1,1}{150 \cdot 0,85} = 0,00862$

El valor promedio de las tres mediciones da como resultado $\cos \varphi = 0,0087$

El ángulo que corresponde a este valor es $\varphi = 89^{\circ} 30'$

El ángulo de pérdidas $\delta = 90^{\circ} - \varphi = 90^{\circ} - 89^{\circ} 30' = 30'$

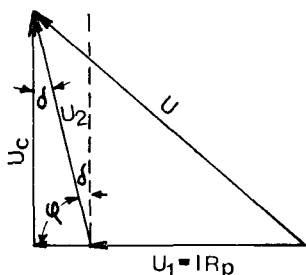


Figura II-23.

Para determinar el ángulo de pérdidas por el método de tres tensiones se utiliza el esquema de la figura II-8, con la única diferencia de que en lugar de la impedancia Z se conecta el condensador examinado C_x . Por tanto, habiéndose conectado el condensador C_x en serie con una resistencia conocida R_p son tres las tensiones a medir: la tensión U_1 en la resistencia conocida, la tensión U_2 en el condensador C_x y la tensión aplicada total U . Del triángulo de tensiones (figura II-23) se puede deducir que:

$$\cos \varphi = \frac{U^2 - U_1^2 - U_2^2}{2 \cdot U_1 \cdot U_2} \quad \text{y} \quad \operatorname{tg} \delta = \operatorname{ctg} \varphi$$

A base de estos cálculos se hallan el factor y el ángulo de pérdidas del condensador C_x .

Capítulo III

MÉTODOS DE CERO. PUENTES DE CORRIENTE CONTINUA

Los métodos de medición denominados “Métodos de cero” ofrecen la máxima precisión en mediciones y, por lo tanto, son los más utilizados en laboratorios y en los casos en que se requiere alta exactitud.

Al emplear el método de cero, también denominado de “puente”, se determina el valor del parámetro buscado a base de los valores de los patrones regulables. Esta comparación será válida en el instante en que el instrumento indicador acuse cero de corriente en cierta rama del circuito de medición. Debido a esta particularidad los valores obtenidos con este método no son afectados por errores y por la calibración del instrumento indicador sino que su exactitud depende únicamente de la sensibilidad del instrumento.

Se define entonces como de “puente” un método que está basado en la reducción a cero de la diferencia entre dos caídas de tensión originadas por la misma fuente de alimentación en un circuito especial compuesto por dos ramas o brazos paralelos, como mínimo. El método se caracteriza también por la independencia de los resultados de la medición con respecto al valor de la tensión de alimentación.

Se denominaría “puente” a un cuadripolo en el cual se ha conectado la fuente a un par de bornes y al otro par el indicador de equilibrio. Este indicador puede ser un instrumento de medición muy sensible (galvanómetro, audífono). Se puede apreciar en los esquemas que siguen que, variando uno o más parámetros del circuito, estos circuitos permiten durante las operaciones llegar a un estado de equilibrio en el cual desaparece la diferencia de potenciales entre los bornes a los cuales está conectado el indicador de cero.

La figura III-1 representa el esquema de un típico puente de cua-

tro brazos (cuadripolo). Estos consisten en cuatro impedancias Z_1 , Z_2 , Z_3 , Z_4 . La fuente de alimentación está conectada a los puntos A y B y el indicador de equilibrio (galvanómetro común, de vibración, audífono) a los puntos C y D. El indicador está conectado como si fuera un puente entre dos resistencias en paralelo compuestas por $Z_1 + Z_2$ y $Z_3 + Z_4$.

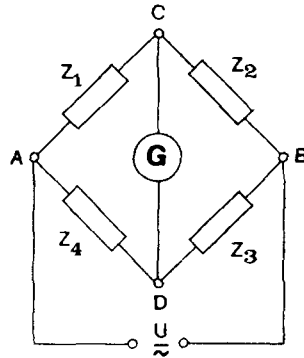


Figura III-1.

Existen también puentes de un mayor número de brazos (por ejemplo 6), pero siempre se los puede representar con un circuito equivalente a un cuadripolo.

Según el tipo de alimentación los puentes se dividen en puentes de corriente continua y puentes de corriente alterna. El puente constituido por un cuadripolo y alimentado por una fuente de corriente continua se conoce bajo el nombre de puente Wheatstone y se le utiliza para determinar valores de resistencias medianas. También existe otro puente de corriente continua denominado puente Kelvin o puente Thomson, especialmente diseñado para mediciones de resistencias muy pequeñas.

Los puentes de corriente alterna contienen en sus brazos resistencias, capacidades e inductancias propias y mutuas y se les utiliza para determinar magnitudes relacionadas con ellas.

Puentes de corriente continua

PUENTE WHEATSTONE

El puente Wheatstone es el primer tipo de puente de medición que se usó y que fue introducido en el año 1843 por C. Wheatstone.

Su inventor fue S. H. Christie que lo ideó en el año 1833; es el puente de uso más frecuente.

El puente Wheatstone es un cuadripolo compuesto por cuatro resistencias R_1, R_2, R_3, R_4 (fig. III-2) de las cuales una es desconocida

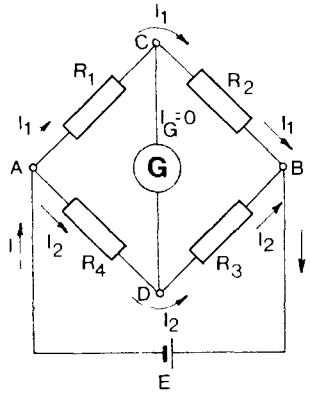


Figura III-2.

y cuyo valor se tiene que determinar. Además de las cuatro resistencias, las partes integrantes son: un galvanómetro G y una pila E que actúa como fuente de alimentación. El circuito comprendido entre los puntos A y B lo denominaremos "circuito de alimentación" y el circuito entre los puntos C y D "circuito de indicación". Los cuatro puntos de unión A, B, C y D son los nudos de la malla.

Condiciones de equilibrio

El estado de equilibrio se consigue cuando no circula corriente alguna entre los puntos C y D lo cual se detecta mediante un galvanómetro. Esto sucede cuando la diferencia de potencial $U_{CD} = 0$, lo que ocurre cuando se igualan las respectivas caídas de tensión:

$$U_{AC} = U_{AD} \quad \text{y} \quad U_{CB} = U_{DB}$$

En el nudo A las intensidades de corriente se distribuyen según la 1.ª ley de Kirchhoff: $I = I_1 + I_2$ y en consecuencia tenemos

$$U_{AC} = I_1 R_1; \quad U_{AD} = I_2 R_4 \quad \text{y} \quad U_{CB} = I_1 R_2; \quad U_{DB} = I_2 R_3$$

Sustituyendo estas relaciones en las ecuaciones anteriores y operando

se obtiene la condición clásica de equilibrio del puente, lo que se puede expresar en tres formas:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} \quad ; \quad \frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3} \quad ; \quad R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$$

De esta *condición de equilibrio* se deduce la propiedad de intercambio de las diagonales del puente. Cuando se cambia de lugar la fuente y el indicador (fig. III-3), no se alterará la condición de equi-

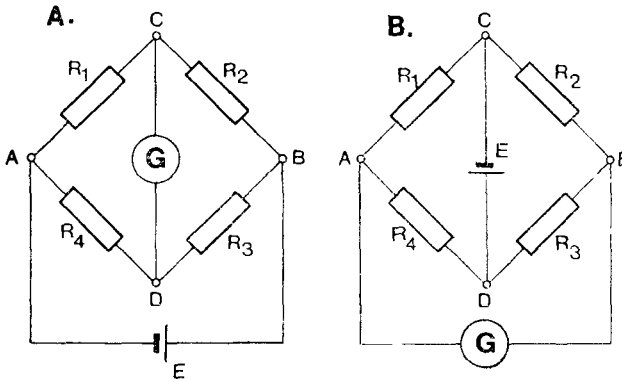


Figura III-3.

brio; la ubicación de las respectivas diagonales no interviene en el resultado de la medición en puentes cuadripolares equilibrados. La condición de equilibrio permite determinar el valor de la resistencia medida. Suponiendo por ejemplo que la resistencia desconocida es R_1 , se obtiene:

$$R_1 = R_x = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_3}$$

La operación de medición se reduce a variar los valores de las resistencias patrón R_2 , R_3 y R_4 hasta obtener un estado en el cual el galvanómetro acuse cero. Las tres resistencias R_2 , R_3 y R_4 son las resistencias patrón regulables por lo general en décadas de 3, 4, 5 y hasta seis escalones. Para facilitar la tarea se utilizan dos procedimientos:

A. Se regula la resistencia patrón R_4 manteniendo constante la relación $\frac{R_2}{R_3}$ (figura III-4, A).

B. Se regula la relación de las resistencias $\frac{R_2}{R_3}$ manteniendo constante al valor de la resistencia R_4 (fig. III-4 B).

Como se puede apreciar en el esquema de la figura III-4 B, las

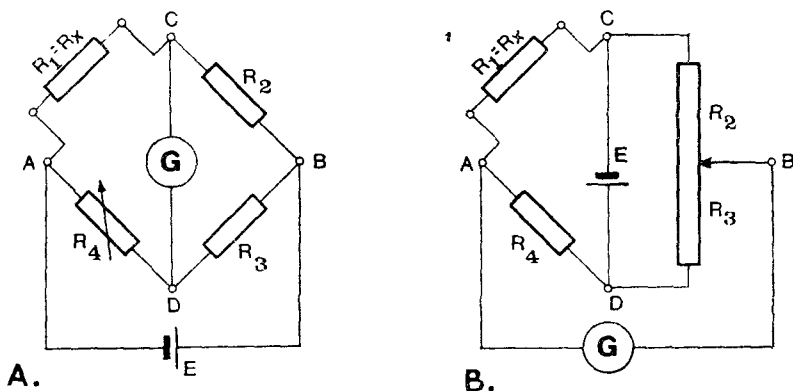


Figura III-4.

resistencias R_2 y R_3 constituyen una sola que, frecuentemente, se la construye en forma de un alambre calibrado con un cursor que actúa como el nudo móvil B. El puente Wheatstone con la resistencia de hilo provista de un cursor se denomina “puente de Kirchhoff” y se utiliza para mediciones en las cuales no es requerida una exactitud superior a 1 %.

Al considerar nuevamente el cuadripolo A, B, C, D del puente Wheatstone se aprecian dos valores de la resistencia resultante del puente. Una es la resistencia R_{AB} del circuito de alimentación medida entre los nudos A y B y la otra es la resistencia R_{CD} medida entre los nudos C y D. Podemos considerar la primera como resistencia de entrada y la segunda como resistencia de salida del cuadripolo. El valor de la resistencia de salida, o sea la resistencia del cuadripolo vista desde el lado del galvanómetro, tiene gran importancia para la selección del mismo. En el estado de equilibrio, o sea cuando se cumple la condición $R_1R_3 = R_2R_4$ la resistencia de salida se expresará:

$$R_{CD} = R_2 \frac{R_1 + R_4}{R_1 + R_2} \quad \text{o} \quad R_{CD} = R_1 \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2}$$

Al elegir el galvanómetro para un puente se debe tener en cuenta que el galvanómetro trabaja en forma más apropiada cuando tiene el movimiento aperiódico crítico (ver Tomo I, Capítulo X). Esta condición se obtiene cuando la resistencia de salida R_{CD} es igual a la resistencia crítica R_{cr} externa del galvanómetro. Cuando

$$R_{CD} < R_{cr}$$

se debe conectar en serie con el galvanómetro la resistencia adicional regulable (R_{ad}) (fig. III-5 A) y cuando

$$R_{CD} > R_{cr}$$

se utiliza la resistencia de regulación del galvanómetro (R_{sh}) conectada en paralelo con el instrumento (fig. III-5 B).

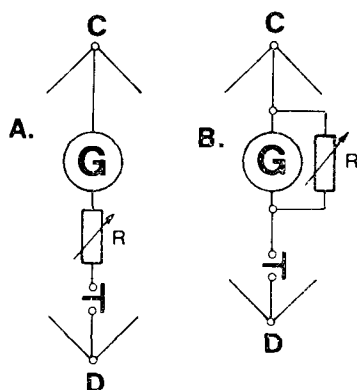


Figura III-5.

La exactitud de la medición efectuada con el puente Wheatstone depende de varios factores sin que influya en ello el valor de la tensión de alimentación. Lo importante es obtener la máxima potencia en la diagonal $C - D$ que actúa sobre el indicador (galvanómetro). Sin embargo, la tensión de alimentación está limitada por la potencia disipada en cada una de las resistencias que componen el puente, incluyendo la resistencia a medir R_x . Como orientación general, la tabla III-1

TABLA III-1

Resistencia R_x Ω	< 1	1 a 10^2	10^2 a 10^3	10^3 a 10^4	10^4 a 10^5	10^5 a 10^6
Tensión de alimentación V	2	4	6	8	10	20

presenta los valores de la tensión de alimentación más apropiados según el margen de la resistencia R_x .

Errores de mediciones con el puente Wheatstone

Los errores que aparecen en los resultados de las mediciones efectuadas con el puente Wheatstone tienen el siguiente origen:

1. La inexactitud de las resistencias patrón que componen el puente.
2. La insuficiente sensibilidad del galvanómetro.
3. Las fuerzas termoelectricas que se originan en el galvanómetro y en todas las uniones entre metales diferentes.
4. Las variaciones de los valores de las resistencias patrón y de la resistencia medida, debidas a cambios de temperatura.
5. La resistencia de conductores y contactos.

Las resistencias patrón y relacionadas están calibradas con cierta tolerancia. En puentes más exactos las resistencias son calibradas con tolerancias del orden $\pm 2 \cdot 10^{-4}$ e incluso $\pm 2 \cdot 10^{-5}$.

Los resultados de la medición se obtienen por la ecuación siguiente:

$$R_x = R_1 = R_2 \cdot \frac{R_4}{R_3} \quad \text{o} \quad R_x = R_1 = R_4 \cdot \frac{R_2}{R_3}$$

En consecuencia el error que se origina debido a la inexactitud de las resistencias R_2 , R_3 , R_4 se expresa:

$$R_{x(\text{medido})} = R_1 = \frac{(R_2 \pm \Delta R_2) \cdot (R_4 \pm \Delta R_4)}{R_3 \pm \Delta R_3}$$

y el error relativo de la medición debido a la inexactitud de patrones:

$$\delta = \frac{R_{x(\text{medido})} - R_{x(\text{real})}}{R_{x(\text{real})}}$$

Las lecturas del galvanómetro se efectúan con cierto error debido a la imperfección de la vista del observador. Como es sabido el ojo humano puede apreciar las desviaciones mayores de 0,1 mm. Puede suceder que según el observador el galvanómetro acusa cero a pesar de que por el instrumento todavía circula una corriente ΔI_g que origina una desviación inapreciable. Este error denominado "error por insensibilidad" del galvanómetro se puede expresar:

$$\delta = \frac{\Delta \alpha}{\alpha}$$

donde $\Delta \alpha$ es la mínima desviación apreciable

α es la máxima desviación sobre la escala.

En los puntos de unión de los conductores con el galvanómetro y con las resistencias se pueden generar fuerzas termoelectricas debido a la diferencia de temperaturas. Esta fem puede tener un valor de $1,5 \mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$ en el caso de utilizar las resistencias de manganina. Con resistencias de constatan la fuerza termoelectrica es de $41,5 \mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$. Debido a este fenómeno, por la diagonal del galvanómetro (entre *C* y *D*) puede circular una corriente adicional cuya intensidad depende de la resistencia de salida del cuadripolo y de la resistencia de dicha diagonal. Esta corriente adicional puede originar dificultades en la obtención del estado de equilibrio del puente.

La influencia de la temperatura se manifiesta en la variación de las resistencias patrón y de la resistencia medida. También origina la generación de las fuerzas termoelectricas en los contactos y las uniones de metales. Una resistencia patrón de manganina varía su resistencia en $1 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$. Por ejemplo, un cambio de temperatura de 10°C originará un cambio del valor de la resistencia en un 0,01 %. La modificación del valor de la resistencia que se mide depende del material utilizado para su confección.

Las resistencias de los conductores, de los contactos y de las uniones influyen en forma considerable en mediciones de resistencias pequeñas, o sea inferiores a 1Ω . Para disminuir o eliminar este error se debe hacer una corrección. El valor de la corrección puede ser determinado después de la medición de la resistencia R_x , uniendo entre sí los extremos de los conductores que conectan el puente con la resistencia medida y luego midiendo su resistencia. Hay que tener en cuenta que la resistencia de los contactos, conductores, etc. depende de su estado, temperatura, material, etc.

Realización del puente Wheatstone

La figura III-6 es el esquema detallado del puente Wheatstone correspondiente al esquema teórico de la figura III-4A. El puente se puede construir con elementos sueltos, lo que generalmente se hace en laboratorios. En estos casos se utilizan elementos de exactitud que requiere la medición a efectuar (galvanómetro, cajas de resistencias patrón en décadas, resistencias fijas, etc.). El tipo de resistencias está descrito en el primer tomo de esta obra (figs. I-14 a I-19). Para mediciones que no requieren alta precisión se utilizan puentes completos o semicompletos ya fabricados con esta finalidad por distintas firmas. Desde este punto de vista se agrupan los puentes en los tres grupos siguientes:

1. *Puente montado en laboratorio*: Consta de tres resistencias separadas (R_2 , R_3 y R_4), galvanómetro seleccionado especialmente para la exactitud requerida con sus respectivas resistencias reguladoras

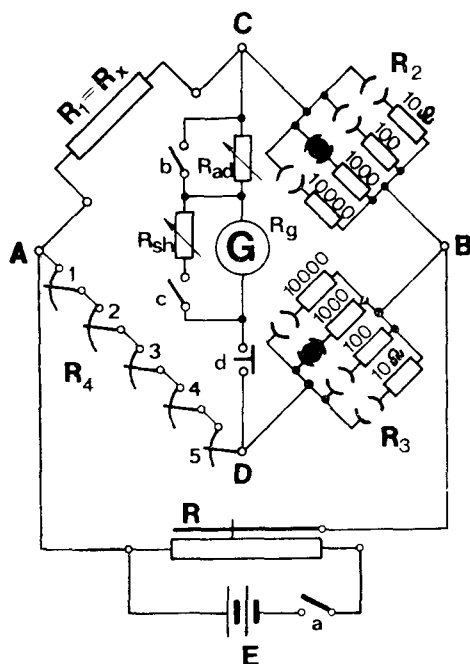


Figura III-6.

la fuente y los demás elementos como pulsador, interruptores, etc. La exactitud y alcance dependen de la clase de exactitud (tolerancias), del tipo de resistencias y de la sensibilidad del galvanómetro.

2. *Puente semicompleto*: Consta de una caja en la cual están montadas todas las resistencias ya conectadas en cuadripolo y provista de sus respectivos interruptores y pulsadores. A los bornes provistos especialmente se conecta una fuente de características determinadas por la fábrica y un galvanómetro. El alcance está dado por el tipo de resistencias, de características especificadas por el fabricante y la precisión depende de la sensibilidad del galvanómetro.

3. *Puente completo*: Consta de una unidad que contiene todos los elementos incluyendo la fuente y el galvanómetro, que es de aguja. Este tipo de puente se utiliza para mediciones de exactitud limitada, por lo general en fábricas y talleres de producción.

En el esquema de la figura III-6 se puede apreciar que para lle-

gar al estado de equilibrio (galvanómetro acusa cero), se regula la resistencia patrón R_4 manteniendo constante la relación $\frac{R_2}{R_3}$ previamente ajustada. En el esquema figura la fuente de alimentación que se conecta por medio de un divisor de tensión. Utilizando el divisor R se puede iniciar el tanteo con una tensión mínima y apreciar las reacciones del galvanómetro sin correr el peligro de dañar el instrumento. La resistencia R del divisor debe ser de un valor que permita una regulación muy fina de la tensión aplicada. Es recomendable utilizar para este fin una resistencia a cursor no menor de 100 Ω por cada 2 V de la fuente. El interruptor "a" conecta la fuente con el circuito. En la diagonal $C-D$ está conectado el galvanómetro en serie con una resistencia variable R_{ad} generalmente provista con el galvanómetro. Esta resistencia protege el galvanómetro contra una posible sobrecarga al iniciar la operación y también permite la obtención del movimiento aperiódico crítico del instrumento. Cuando se aproxima el estado de equilibrio, lo cual se aprecia por desviaciones pequeñas del galvanómetro, se elimina la resistencia adicional R_{ad} utilizando el interruptor "b". La resistencia R_{sh} está conectada en paralelo con el galvanómetro para la amortiguación de las oscilaciones de la aguja y, en consecuencia, disminuir el tiempo de estabilización. Además en la diagonal $C-D$ está intercalado un pulsador "c" que se utiliza para conectar instantáneamente el galvanómetro al empezar el tanteo al principio de la operación.

Determinación del alcance del puente

El alcance de mediciones del puente está determinado por las resistencias patrón R_2 , R_3 , R_4 que constituyen el cuadripolo. En el ejemplo de la figura III-6 las resistencias R_2 y R_3 son las resistencias relacionadas. Utilizando la clavija, se puede seleccionar en cada una de las resistencias los valores de 10 Ω , 100 Ω , 1000 Ω y 10000 Ω . La resistencia patrón R_4 consiste en una resistencia de 5 décadas (1.º tomo, figs. I-18 y I-19). Cada década tiene 10 posiciones que corresponden a los siguientes valores: (1) $10 \times 0,1 \Omega$; (2) $10 \times 1 \Omega$; (3) $10 \times 10 \Omega$; (4) $10 \times 100 \Omega$; (5) $10 \times 1000 \Omega$ de modo que el total de la resistencia suma 11111 Ω .

El alcance mínimo se obtiene utilizando $R_2 = 10 \Omega$ y $R_3 = 10000 \Omega$. En este caso el valor de la resistencia medida R_x se calcula:

$$R_x = R_1 = \frac{R_2}{R_3} \cdot R_4 = \frac{10}{10000} \cdot R_4 = 0,001 \cdot R_4$$

El alcance máximo será cuando $R_2 = 10000 \Omega$ y $R_3 = 10 \Omega$. En este caso el valor de la resistencia medida R_x se calcula:

$$R_x = R_1 = \frac{R_2}{R_3} \cdot R_4 = \frac{10000}{10} \cdot R_4 = 1000 \cdot R_4$$

PUENTE WHEATSTONE DE HILO (DE KIRCHHOFF)

El tiempo de operación que requiere un puente Wheatstone es del orden de varios minutos, pero puede durar más. Con el fin de facilitar la tarea y acortar el tiempo de operación se utiliza un tipo especial de puente Wheatstone, frecuentemente denominado puente Kirchhoff. El principio de funcionamiento de este puente se puede explicar en base a la figura III-4B. En este puente se regula la relación de las resistencias $\frac{R_2}{R_3}$ manteniendo constante la resistencia R_4 .

La variación continua de la relación $\frac{R_2}{R_3}$ se consigue utilizando una resistencia de hilo con cursor.

La figura III-7, representa el esquema de este puente. En este

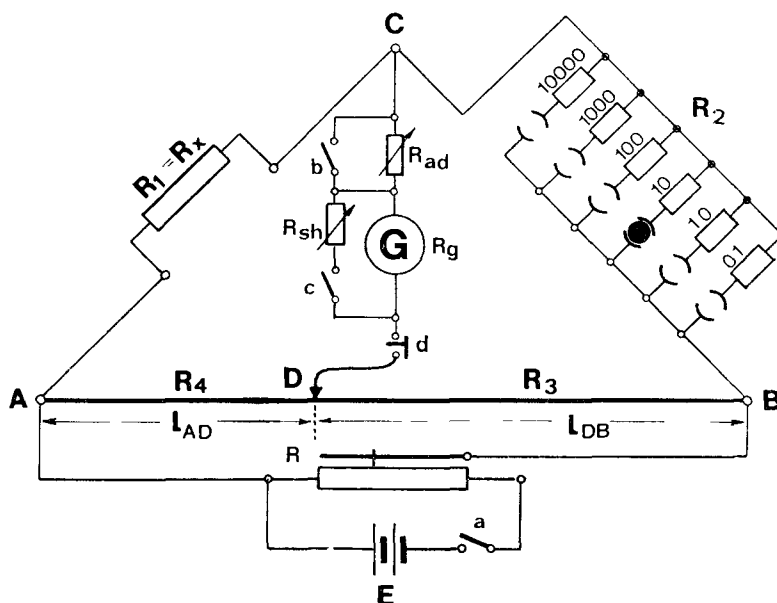


Figura III-7.

esquema, R_2 es la resistencia patrón constante y la suma de $R_3 + R_4$ es la resistencia total del hilo. Analizando este esquema se obtiene el valor de la resistencia buscada:

$$R_x = R_1 = R_2 \cdot \frac{R_4}{R_3}$$

En este caso la resistencia fija (de valor constante) es R_2 y las dos resistencias relacionadas son R_4 y R_3 . El hilo que constituye las resistencias R_4 y R_3 está confeccionado con alambre calibrado de material resistivo, de sección uniforme, de modo que se puede hacer la siguiente transformación: $R = \frac{l \cdot \rho}{s}$; l = longitud; ρ = resistencia específica; s = sección del conductor.

$$R_4 = \frac{l_{AD} \cdot \rho}{s} \quad ; \quad R_3 = \frac{l_{DB} \cdot \rho}{s}$$

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{l_{AD}}{l_{DB}} \quad ; \quad R_x = R_1 = R_2 \cdot \frac{l_{AD}}{l_{DB}}$$

El resultado se obtiene multiplicando el valor de la resistencia patrón (R_2) por la relación de longitudes medidas en milímetros (o en otras unidades), correspondientes a las resistencias R_4 y R_3 con las cuales se obtuvo el estado de equilibrio.

Las resistencias de alambres calibrados para los puentes de hilo se confecciona en dos tipos. Uno de ellos tiene forma de una línea de un metro de longitud provista de la escala milimétrica; sobre la línea está estirado el alambre resistivo. El cursor se desliza sobre el alambre. El otro tipo es de forma circular. Ejemplos de ambos tipos de fabricación inglesa (TINSLEY) se muestran en la figura III-8. El tipo más conveniente desde el punto de vista de exactitud es el de la figura III-8A. Pero en cambio es incómodo y por tanto se lo utiliza preferentemente en laboratorios. La resistencia de hilo varía según el alcance previsto y por lo general su valor está comprendido entre 0,1 y 10 Ω . Los resultados más exactos se consiguen cuando $R_i = R_2$ lo que aparece cuando:

$$l_{AD} = l_{DB} \quad \text{o} \quad \frac{l_{AD}}{l_{AD} + l_{DB}} = \frac{l_{AD}}{l} = 0,5$$

El error relativo de la medición se expresa por:

$$\delta = f \left(\frac{l_{AD}}{l} \right)$$

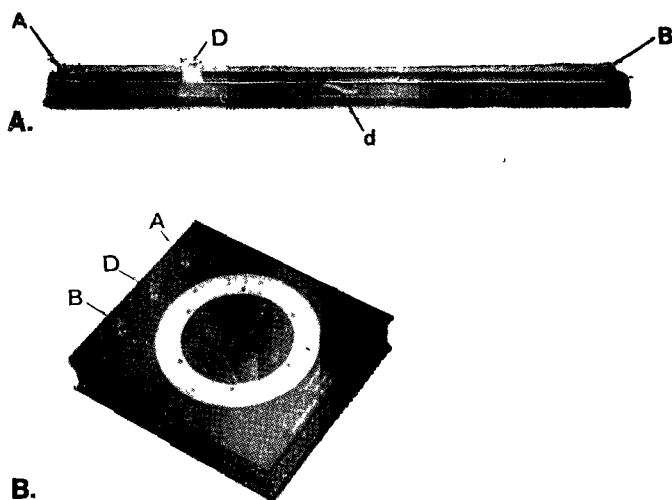


Figura III-8.

En el gráfico de la figura III-9 está representada esta función. La máxima exactitud en mediciones con el puente Kirchhoff se consigue con errores del orden de 1 %.

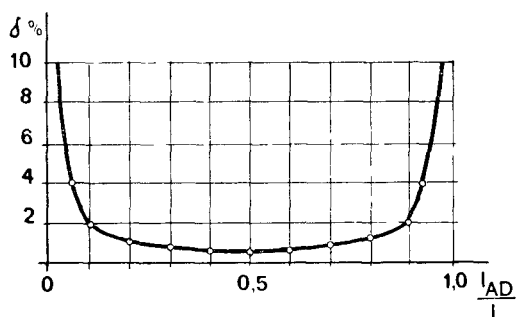


Figura III-9.

De estas consideraciones se deduce que al efectuar las mediciones con puente de hilo se debe seleccionar el valor de la resistencia patrón R_2 de modo que permita obtener el equilibrio del puente con la posición del cursor entre 30 y 60 % de la escala. En base a esto se

construyen los puentes portátiles en los cuales el alambre deslizable forma únicamente una parte de la suma de las resistencias R_4 y R_3 ; esta parte comprende solamente un 30 % del valor de la suma de ambas resistencias. El resto está constituido por las resistencias fijas R'_4 y R'_3 (fig. III-10). Con referencia al esquema representado en esta figura las respectivas resistencias se pueden expresar:

$$R_4 = R'_4 + \Delta R_4 \quad \text{y} \quad R_3 = R'_3 + \Delta R_3$$

donde $\Delta R_4 + \Delta R_3$ es la resistencia del alambre calibrado.

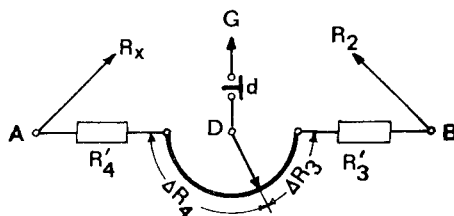


Figura III-10.

En el esquema de la figura III-7, se utilizó, igual que en el esquema de la figura III-6, un divisor de tensión (R) para facilitar las operaciones iniciales. A diferencia de puente Wheatstone, se establece primero el margen de la resistencia R_e con el patrón R_2 . Luego, utilizando el cursor sobre el hilo calibrado, se tantea su posición hasta obtener el estado de equilibrio (el galvanómetro acusa cero).

A continuación se dan algunos ejemplos de mediciones efectuadas con ambos tipos de puente Wheatstone.

Ejemplo 1. Determinar la resistencia de alambre calibrado re-
puesto en un puente de hilo.

1.º paso. Se monta el puente Wheatstone según el esquema de la figura III-6. Los elementos que lo constituyen son: R_2 y R_3 resistencias patrón a clavija $\pm 0,1 \%$; R_4 resistencia de 4 décadas $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000 \pm 0,2 \%$. El galvanómetro es de marca AOIP Mod. G321 de $R_{crit} = 750 \Omega$ y con la resistencia R_{sh} incorporada. Como fuente de alimentación se utilizan 2 pilas de 1,5 V conectadas en serie.

2.º paso. Se seleccionan las resistencias $R_2 = 10 \Omega$ y $R_3 = 10000 \Omega$ de manera que la relación $\frac{R_2}{R_3} = 0,001$. Por las dimensiones del alambre examinado se estima que el valor de la R_x es del orden 1 a 5 Ω .

Pulsando el pulsador "d" se ajusta la resistencia R_4 hasta que el galvanómetro cesa en sus oscilaciones, lo que se obtiene con el valor

$$R_4 = 2106 \Omega. \text{ El valor de la resistencia } R_x \text{ se calcula: } R_x = R_4 \cdot \frac{R_2}{R_3} =$$

CUADRO DE VALORES

N.º	Elemento a medir	R_2	R_3	$\frac{R_2}{R_3}$	R_4	$R_x = R_1$	R_x prom.	Observaciones
		Ω	Ω		Ω	Ω	Ω	
1	Alambre	10	10000	0,001	2106	2,106		Temp. amb. 21° C
2	calibrado	100	1000	0,1	21	2,1	2,0986	
3	para puen- te de hilo	10	1000	0,01	209	2,09		

$= 2106 \cdot 0,001 = 2,106 \Omega$. Se procede de la misma manera utilizando otros valores de R_2 y R_3 obteniendo las relaciones 0,1 y 0,01. Como resultado se obtuvieron tres valores: 2,106; 2,1; 2,09 Ω . Se calcula el valor promedio de estas tres mediciones con el resultado final $R_{x(\text{promedio})} = 2,0986 \Omega$.

Ejemplo 2. Medir la resistencia de bobinas de campo del generador de automóvil, marca Delco-Remy, 12 V.

Se procede de la misma manera que en el ejemplo anterior obteniendo el resultado final $R_x = 7,315 \Omega$ (ver el cuadro de valores).

CUADRO DE VALORES

N.º	Elemento a medir	R_2	R_3	$\frac{R_2}{R_3}$	R_4	$R_x = R_1$	R_x prom.	Observaciones
		Ω	Ω		Ω	Ω	Ω	
1	Bobinas de campo del generador DELCO- REMY 12 V	10	1000	0,01	730	7,30		Resistencia me- dida entre bor- ne «F» y masa
2		10	10000	0,001	7305	7,305	7,315	
3		100	10000	0,01	734	7,34		

Ejemplo 3. Verificar la resistencia de la bobina de un transformador experimental del equipo PHYWE. La bobina lleva la inscripción $45\ \Omega$ de modo que se puede ajustar el puente en base a este valor.

Procediendo de la misma manera que en ejemplos anteriores se obtuvieron los siguientes resultados: $R_{x1} = 45,23\ \Omega$ y $R_{x2} = 45,40\ \Omega$. El resultado final es el valor promedio $R_x = 45,315\ \Omega$.

CUADRO DE VALORES

N.º	Elemento a medir	R_2	R_3	$\frac{R_2}{R_3}$	R_4	$R_4 - R_1$	R_x prom.	Observaciones
		Ω	Ω		Ω	Ω	Ω	
1	Bobina del equipo ex- perimental PHYWE	10	1000	0,01	4523	45,23	45,315	Temp. 23° C
2		100	10000	0,01	4540	45,40		

Ejemplo 4. Se mide la resistencia de alambre calibrado del ejemplo núm. 1 con el puente de hilo.

1.º paso. Se monta el puente de hilo (Kirchhoff) según el esquema de la figura III-7, con los componentes siguientes: R_2 —resistencia en décadas $\times 0,1$; $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$ — 0,2 %. Alambre calibrado de $2,1\ \Omega$ con cursor en lugar de las resistencias R_4 y R_3 . El galvanómetro es de marca AOIP, Mod. G. 321 y su $T_0 = 2$ s. Como fuente de alimentación se utilizó una pila de 1,5 V y 1 Ah.

2.º paso. Después de cerrar la llave principal, se coloca el cursor aproximadamente en el medio de la escala del alambre calibrado (500 mm), de manera que $l_{AD} \sim l_{DB}$. Luego se tantea utilizando la resistencia R_2 (en década) hasta obtener una reacción lenta del galvanómetro en el instante de cerrar el pulsador “d”. Después de llegar a este estado se mantiene el pulsador cerrado corriendo simultáneamente el cursor hasta llegar a una posición con la cual el galvanómetro acusa cero. Se anota en el cuadro de valores los de R_2 , l_{AD} y l_{DB} .

3.º paso. Se calcula la resistencia R_x sustituyendo los valores obtenidos en la fórmula:

$$R_x = R_2 \cdot \frac{l_{AD}}{l_{DB}} = 2,0 \cdot \frac{512}{488} = 2,09\ \Omega$$

CUADRO DE VALORES

N.º	Elemento a medir	R_2	l_{AD}	l_{DB}	$\frac{l_{AD}}{l_{DB}}$	R_s	R_d prom.	Observaciones
		Ω	mm	mm		Ω	Ω	
1	Alambre calibrado	2	512	488	1,049	2,09	2,09	
2		4	336	664	0,506	2,02		
3		1	684	316	2,16	2,16		

Repitiendo la operación con diferentes valores de R_2 se obtienen tres valores de la resistencia R_x con los cuales se calcula el valor promedio $R_{x(\text{prom})}$ considerado como el resultado final de la medición. La diferencia entre los resultados obtenidos con el puente Wheatstone (Ejemplo 1) y con el puente Kirchhoff es de 1 % aproximadamente.

Ejemplo 5. Se mide la resistencia del campo del generador del ejemplo 2. Se siguen los mismos pasos que en el ejemplo anterior obteniendo 4 resultados siguientes: 7,21 Ω ; 7,50 Ω ; 7,02 Ω ; 7,71 Ω . El valor promedio de la resistencia es $R_x = 7,360 \Omega$. Comparando este valor con los resultados obtenidos con el puente Wheatstone en el ejemplo 2, se puede apreciar que la diferencia es de 0,6 %.

CUADRO DE VALORES

N.º	Elemento a medir	R_2	l_{AD}	l_{DB}	$\frac{l_{AD}}{l_{DB}}$	R_c	R_x prom.	Observaciones
		Ω	mm	mm		Ω	Ω	
1	Bobinas de campo del generador Delco-Remy 12 V	10	419	581	0,721	7,21	7,360	
2		5	600	400	1,5	7,50		
3		16	305	695	0,438	7,02		
4		3	720	280	2,57	7,71		

PUENTES WHEATSTONE MODIFICADOS PARA MEDICIONES ESPECIALES

Medición de la resistencia interna de pilas

La resistencia interna de una pila no se puede determinar con un puente corriente debido a la fuerza electromotriz generada por ella. En vista de esto se hace que la misma pila cuya resistencia se mide alimente el puente. El método se denomina "método de MANCE" y por ser una modificación del puente Wheatstone se incluye en este capítulo.

La figura III-11, muestra el correspondiente esquema. La pila E cuya resistencia interna se mide, se conecta en la rama $A - C$ del cua-

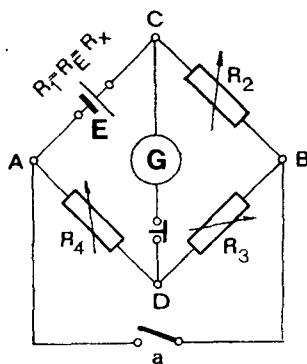


Figura III-11.

dripolo, o sea, en el lugar que corresponde a la resistencia R_1 (R_x). Entre los nudos A y B está intercalado el interruptor "a" que los puede unir.

La operación se inicia con la regulación de las resistencias R_2 , R_3 y R_4 hasta obtener un estado en el cual el galvanómetro acusa las desviaciones iguales con el cierre y con la apertura del interruptor "a". Esto significa que el incremento de la corriente ΔI_1 que se produce por cerrar el interruptor, es igual en la resistencia R_2 que en la resistencia R_x debido a que la corriente en el galvanómetro no varía. Por esta misma causa el incremento de la corriente ΔI_2 en la resistencia R_4 es igual que en la resistencia R_3 .

Cuando la diferencia de potencial entre los puntos C y D no varía

con el cierre y la apertura del interruptor "a" son válidas las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} R_x \cdot \Delta I_1 &= R_4 \cdot \Delta I_2 \\ R_2 \cdot \Delta I_1 &= R_3 \cdot \Delta I_2 \end{aligned}$$

por la división de las ecuaciones se obtiene:

$$\frac{R_x}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} \quad \text{y en consecuencia} \quad R_x = R_2 \cdot \frac{R_4}{R_3} = R_E$$

El método no ofrece resultados muy exactos debido a la variación de carga de la pila medida, lo que puede influir en la fem de la pila.

Ejemplo: Determinar la resistencia de una pila de 1,5 V, marca RAY-0-V c.a. 0,5. Se monta el circuito según el esquema de la figura III-11. Se estima el valor de la resistencia R_E inferior a 1 Ω . Las décadas disponibles no tienen escalones inferiores a 0,1 Ω ; por lo tanto se ajusta la R_2 como patrón fijo y se regulan las resistencias relacionadas R_3 y R_4 . Se obtienen tres valores y calculando el valor promedio el resultado final es $R_x = 0,478 \Omega$.

CUADRO DE VALORES

N.º	Pila exami- nada	α_1	α_2	R_2	R_3	R_4	$\frac{R_4}{R_3}$	R_3	R_x prom.	Observa- ciones
		mm	mm	Ω	$\Omega 10^3$	$\Omega 10^3$		Ω	Ω	
1	Pila «A»	109	109	0,2	390	890	2,25	0,456	0,478	E = 1,5 V
2	RAY-0-V	115	115	1,0	160	79	0,49	0,493		
3	c.a.	85	84	2,2	490	110	0,22	0,490		

Medición de la resistencia interna del galvanómetro

El galvanómetro cuya resistencia se mide se conecta en el brazo A - C, en lugar de la resistencia R_x , y se intercala entre los puntos C y D el interruptor "b" (fig. III-12). Siguiendo el procedimiento del método anterior, se regulan las resistencias R_2 , R_3 y R_4 hasta obtener iguales desviaciones del galvanómetro con el cierre y apertura del interruptor "b". Cuando esto se consigue será válida la fórmula:

$$R_x = R_2 \frac{R_4}{R_3} = R_g$$

El procedimiento es muy laborioso y delicado debido a que se debe iniciar la operación con el galvanómetro sin ninguna resistencia en serie o en paralelo. Cualquier resistencia conectada al galvanómetro cambia el estado del cuadripolo imposibilitando la determinación de la

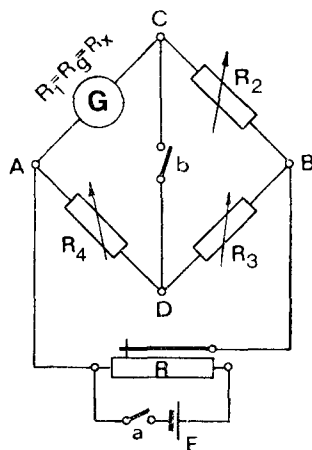


Figura III-12.

resistencia R_g . Para evitar este inconveniente y para operar con seguridad se debe conectar la pila de alimentación a una resistencia potenciométrica (R) e iniciar la operación con la mínima tensión.

Ejemplo: Determinar la resistencia interna (R_g) del galvanómetro marca A.O.I.P. Mod. G-325. Utilizando el método descrito se obtuvo el valor promedio de la resistencia $R_g = 1239 \Omega$. Comparando este valor con el valor de la resistencia interna indicado en el catálogo de la firma (1250Ω) se obtuvo la diferencia de 0,88 %.

CUADRO DE VALORES

N.º	Galvanómetro examin.	α_1	α_2	R_2	R_3	R_4	$\frac{R_4}{R_3}$	R_g	R_g prom.	Observaciones
		mm	mm	$\Omega 10^4$	$\Omega 10^3$	$\Omega 10^3$		Ω	Ω	
1	A.O.I.P.	140	140	900	688	0,95	0,00138	1242	} 1239	
2	G-325	122	122	930	888	1,18	0,00133	1236		

PUENTE DE THOMSON. PUENTE DOBLE DE KELVIN

Al efectuar mediciones de resistencias de pequeño valor, (inferior a $1\ \Omega$) con el puente Wheatstone, se presentan grandes inconvenientes debidos a la influencia de las resistencias de conductores, contactos y uniones que tienen resistencias de valores comparables con la resistencia medida. Por este motivo, el gran físico inglés W. Thomson lord Kelvin, ideó en el año 1862 un puente especial conocido como "Puente de Thomson" o "Doble puente de Kelvin".

Se puede efectuar una medición exacta de la resistencia de pequeño valor, cuando esta resistencia está provista de 4 terminales de los cuales dos se denominan "terminales de intensidad" y los otros dos "terminales de potencial" (fig. III-13; ver también en 1.º tomo la fig. IV-16).

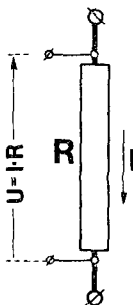


Figura III-13.

Se mide una resistencia de este tipo haciendo circular una intensidad de valor relativamente grande a través de los terminales de intensidad midiendo simultáneamente la caída de tensión entre los terminales de potencial. Esta caída de tensión, por ser pequeña, se mide con un milivoltímetro de suficiente sensibilidad y alcance.

El doble puente Thomson-Kelvin está diseñado a base de este principio. En este puente, una alta intensidad de corriente circula a través de los terminales de intensidad de la resistencia desconocida (R_x) siendo ésta a la vez conectada en serie con una resistencia patrón (R_p) de valor comparable. La resistencia patrón está también provista de 4 terminales. El resto del circuito tiene la finalidad de facilitar la comparación de las dos caídas de tensión ($I \cdot R_p$ e $I \cdot R_x$) mediante el método de cero.

La figura III-14 muestra el esquema convencional del puente Thomson. La corriente de alta intensidad I circula por el circuito ex-

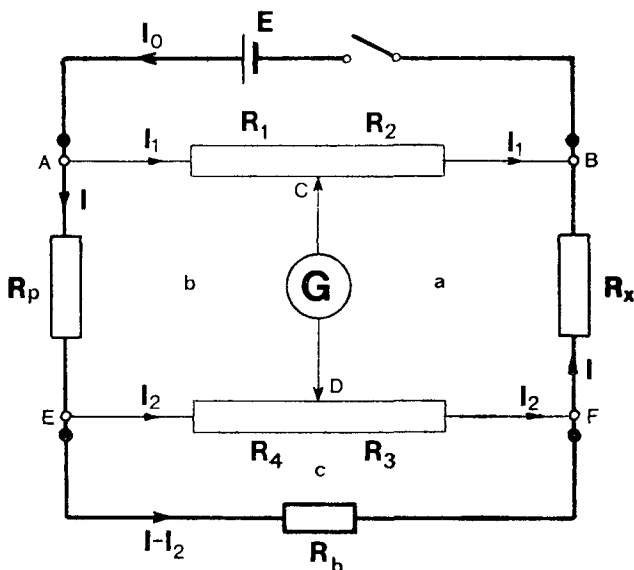


Figura III-14.

terior (trazos gruesos) y su recorrido es: fuente E — nudo A — resistencia patrón R_p — nudo E — barra de cortocircuito representada por R_b — resistencia a medir R_x — nudo B — fuente E . El galvanómetro “ G ” está conectado a los puntos C y D . La intensidad I puede tener un valor desde varios amperios hasta cientos de amperios, y depende de las características de la resistencia patrón R_p y de la resistencia que se mide R_x . La intensidad I debe ser de un valor suficientemente alto para que pueda originar caídas de tensión apreciables en las R_x y R_p . El valor de la resistencia patrón (R_p) debe ser comparable con el valor de la resistencia medida (R_x). El circuito interior (trazos finos), consiste en las resistencias R_1 , R_2 , R_3 y R_4 y el galvanómetro (G), y está conectado a los terminales de potencial de las resistencias R_p y R_x .

El estado de equilibrio, o sea, cuando el galvanómetro acusa cero, se consigue regulando las resistencias del circuito interno hasta llegar a la diferencia de potencial entre C y D igual a cero. La diferencia de potencial entre C y D será igual a cero cuando la caída de tensión $A-C$ sea igual a la suma de las caídas $A-E$ y $E-D$ y, al mismo tiempo la caída $C-B$ es igual a la suma de caídas $B-F$ y $F-D$. Para analizar el puente Thomson se parte del esquema básico de la figu-

ra III-14. En este esquema aparecen cuatro intensidades de corriente que son las siguientes:

I_0 es la intensidad que suministra la fuente E

I es la intensidad que circula por la resistencia medida R_x y por la resistencia patrón R_p

I_1 es la intensidad que circula por la rama de las resistencias relacionadas R_1 y R_2

I_2 es la intensidad que circula por la rama de las resistencias relacionadas R_3 y R_4

La suma de las caídas de tensión es igual a cero, por lo tanto valen las ecuaciones:

$$a) \quad I_1 \cdot R_2 = I_2 \cdot R_3 + I \cdot R_x$$

$$b) \quad I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_4 + I \cdot R_p$$

$$c) \quad I_2(R_3 + R_4) = (I - I_2)R_b \quad \text{o} \quad \frac{I_2}{I} = \frac{R_b}{R_3 + R_4 + R_b}$$

Dividiendo las ecuaciones $a)$ por $b)$ se obtiene:

$$\frac{R_2}{R_1} (I_2 R_4 + I R_p) = I_2 R_3 + I R_x \quad ; \quad \frac{I_2 R_2 R_4}{R_1} + \frac{I R_2 R_p}{R_1} = I_2 R_3 + I R_x$$

$$I \cdot R_x = \frac{I_2 R_2 R_4}{R_1} + \frac{I R_2 R_p}{R_1} - I_2 R_3 \quad ;$$

$$R_x = \frac{I_2 R_2 R_4}{I R_1} + \frac{R_2 R_p}{R_1} - \frac{I_2}{I} \cdot R_3 = \frac{R_2 R_p}{R_1} + \frac{I_2}{I} \left(\frac{R_2 R_4}{R_1} - R_3 \right)$$

sustituyendo $\frac{I_2}{I}$ por la ecuación $c)$:

$$R_x = \frac{R_2 R_p}{R_1} + \frac{R_b}{R_3 + R_4 + R_b} \left(\frac{R_2 R_4}{R_1} - R_3 \right)$$

multiplicando y dividiendo a la vez el término entre paréntesis por R_4 se tiene:

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} \cdot R_p + \frac{R_b}{R_3 + R_4 + R_b} \cdot R_4 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1} - \frac{R_3}{R_4} \right)$$

Cuando $R_b = 0$ o cuando $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_4}$ desaparecerá el segundo tér-

mino del lado derecho de la ecuación y es válida la fórmula:

$$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_p$$

que es la misma que para un puente Wheatstone.

En la práctica es casi imposible conseguir que se cumpla exactamente la condición $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_4}$ debido a la inexactitud en la cons-

trucción de las resistencias parciales. Por lo tanto es muy importante utilizar la barra de cortocircuito de la resistencia R_b para poder acercar a cero el valor del segundo término de la ecuación y, en consecuencia utilizar la fórmula simplificada de Wheatstone.

El puente Thomson puede ser montado o fabricado con las resistencias en décadas y en combinación con los alambres calibrados con cursor (puentes de hilo). La resistencia patrón fija (R_p) se conecta con la resistencia examinada (R_x) mediante una gruesa barra de cobre (R_b). Para la alimentación es aconsejable utilizar una batería de acumuladores de una capacidad no inferior de 100 Ah (depende de la intensidad I). El alcance de mediciones que por lo general tiene un puente de Thomson es entre $10^{-6} \Omega$ y $1,0 \Omega$. Para cada alcance se utiliza un patrón fijo de una resistencia R_p de valor comparable con la resistencia medida R_x .

Son de uso más frecuente los puentes semicompletos o completos. Los primeros se prestan para uso en laboratorios o donde sea necesaria una alta exactitud de mediciones. A este tipo de puente Thomson se conecta exteriormente un galvanómetro de la sensibilidad requerida y una fuente de alimentación y se monta el circuito exterior con la resistencia patrón R_p , barra R_b , resistencia a medir R_x . Este tipo de puente fabricado comprende en realidad únicamente el circuito interior (esquema de la fig. III-14).

El otro tipo de puente, o sea el puente completo, tiene todo incluido: el galvanómetro, la resistencia patrón y a veces la fuente de alimentación. Es de precisión relativamente baja y se le utiliza en talleres o en la línea de producción, donde se requiere una rápida apreciación de valores. A continuación se presentarán varios ejemplos de puentes fabricados.

Basándonos en las consideraciones expuestas y guiándonos por el esquema de la figura III-14, distinguiremos tres variantes de puentes de Thomson. En todos los tipos de este puente, la condición que nos

permite utilizar la fórmula básica de Wheatstone y en consecuencia obtener valores exactos de la resistencia medida es:

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3} \quad \text{o} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

Desde el punto de vista de la construcción es conveniente obtener esta condición haciendo:

$$R_1 = R_4 \quad \text{y} \quad R_2 = R_3 \quad (\text{fig. III-14})$$

Variante 1. Puentes en los cuales la resistencia patrón (R_p) tiene un valor fijo, no regulable ($R_p = \text{constante}$), y el estado de equilibrio se obtiene regulando directamente la relación:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} \quad (\text{figura III-15})$$

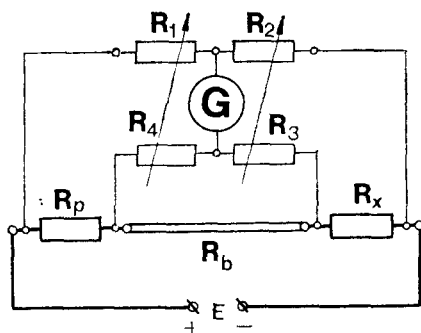


Figura III-15.

Las resistencias R_1 , R_4 y R_2 , R_3 están acopladas mecánicamente de modo que al efectuar la regulación se las regula por pares. La indicación en la escala de resistencias acusa directamente la relación: 0,0001; 0,001; 0,01; 0,1; 1,0; o sea la relación por la cual se multiplica el valor de la resistencia patrón R_p .

Variante 2. Puentes en los cuales se selecciona el margen de la caída de tensión sobre la resistencia patrón ($I \cdot R_p$) y luego se regulan las resistencia relacionadas (fig. III-16). En este tipo de puente las resistencias relacionadas son combinación de resistencias en décadas

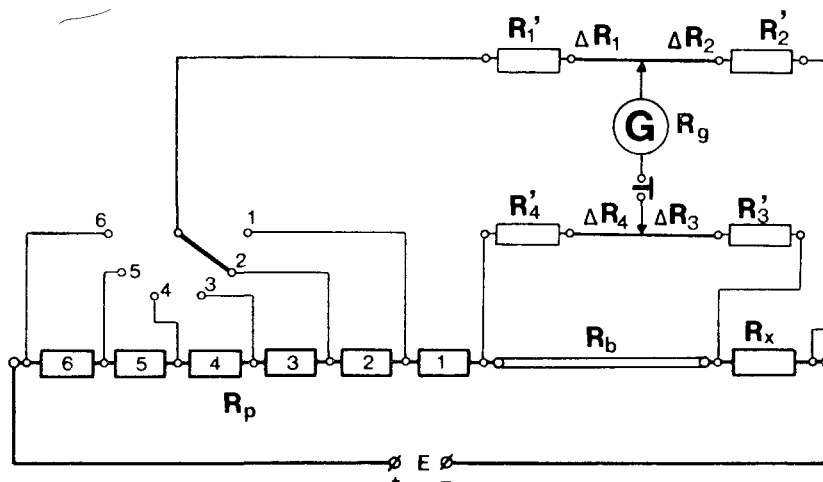


Figura III-16.

y alambre calibrado con cursor (similar al puente de Kirchhoff). En este caso tenemos:

$$\begin{aligned} R_1 &= R'_1 + \Delta R_1 & R_2 &= R'_2 + \Delta R_2 \\ R_3 &= R'_3 + \Delta R_3 & R_4 &= R'_4 + \Delta R_4 \end{aligned}$$

Las resistencias R'_1 , R'_2 , R'_3 y R'_4 están en décadas y $\Delta R_1 + \Delta R_2$ y $\Delta R_3 + \Delta R_4$ son las resistencias de los respectivos alambres con cursor.

Variante 3. Puentes en los cuales se selecciona la relación constante

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$ y luego se busca el margen de la caída de tensión en la

resistencia patrón (R_p) (fig. III-17). Después se consigue el estado de equilibrio mediante la afinación de la caída de tensión utilizando para este fin la extensión de la resistencia patrón ΔR_p formada por un alambre calibrado con cursor. El valor total de la resistencia patrón sobre la cual se toma la caída de tensión es:

$$R_p = R'_p + R''_p + R'''_p + \Delta R_p$$

donde ΔR_p es la resistencia que corresponde a la porción del alambre calibrado con la cual se ha podido equilibrar el puente.

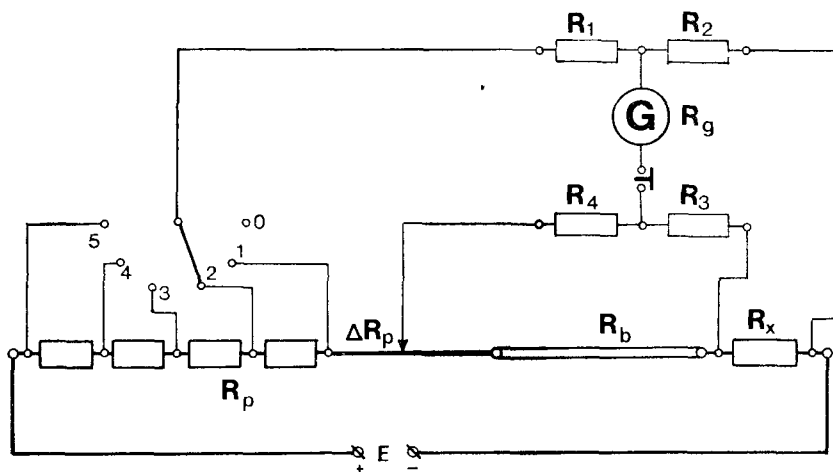


Figura III-17.

Ejemplos de puentes fabricados

PUENTE DE WHEATSTONE PORTÁTIL MARCA TINSLEY & Co. - INGLATERRA

Este modelo de puente se compone de dos unidades, colocadas ambas en una caja. La unidad A (fig. III-18), contiene las resistencias R_2 , R_3 y R_4 y la unidad B contiene el galvanómetro y la batería de alimentación.

La resistencia R_2 consiste en tres décadas ($\times 1$; $\times 10$; $\times 100$), lo que permite seleccionar la resistencia patrón de valores entre 0 y 1110 Ω . Las resistencias relacionadas están mecánicamente acopladas de modo

que se obtiene la relación $\frac{R_4}{R_3}$ en valores: 0,1; 0,5; 1; 2; 5; 10; 20; 50;

100 y 1000. La intensidad de corriente admisible en las resistencias es de 0,1, 0,03 y 0,01 A en las respectivas décadas.

El aparato se presta para efectuar rápidas determinaciones de resistencias cuyos valores están comprendidos entre 0,1 Ω y 1 M Ω . La exactitud de mediciones es de $\pm 0,2 \%$. El peso total del aparato es 2,8 kg.

PUENTE DE WHEATSTONE PORTÁTIL MARCA YOKOGAWA (YEW) - JAPÓN

El aparato está montado como una unidad (fig. III-19) de dimensiones reducidas. Contiene las resistencias patrón R_2 , relaciona-

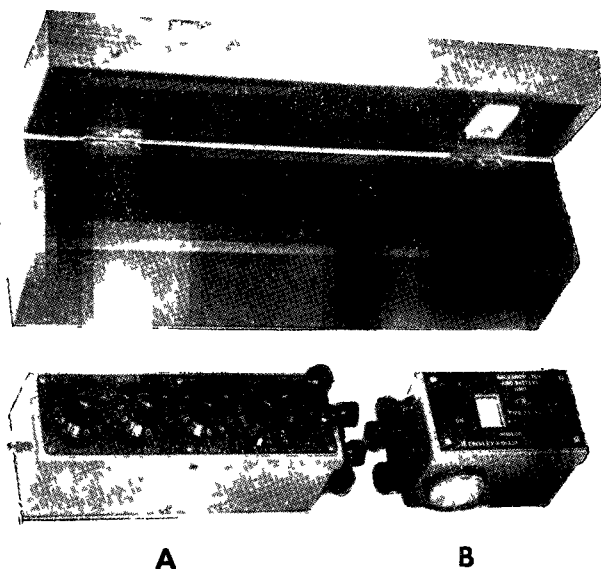


Figura III-18.

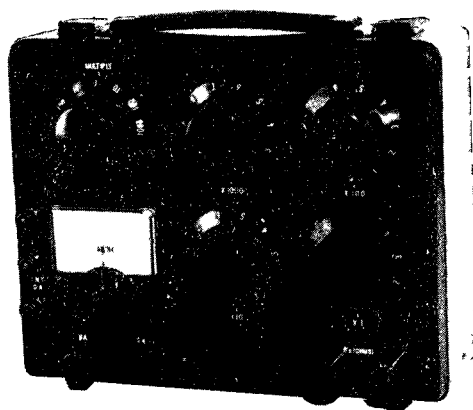


Figura III-19

das $\frac{R_4}{R_3}$, galvanómetro y fuente. Su alcance de mediciones está comprendido entre 1Ω y $10 \text{ M}\Omega$. La resistencia R_2 está compuesta por 4

décadas ($\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$), lo que representa un total de 11110 Ω . Las resistencias relacionadas acopladas mecánicamente permiten utilizar el multiplicador de 0,001, 0,01, 0,1, 1, 10, 100, 1000. La precisión de las mediciones efectuadas con este puente depende del alcance de la medición y está comprendida entre $\pm 0,6$ y $\pm 0,3$ %. Está equipado con un galvanómetro de aguja de $0,9 \mu\text{A}/1^\circ$ de sensibilidad. Su fuente de alimentación consiste en 3 pilas de 1,5 V. El peso total del aparato es 2 kg.

**PUENTE DE WHEATSTONE PORTÁTIL DE ALTA PRECISIÓN,
MARCA TINSLEY & Co. INGLATERRA**

Este puente (fig. III-20) está diseñado para el uso en laboratorios y se compone de todos los elementos, inclusive el galvanómetro de espejo y la batería de alimentación. Está provisto de bornes adicionales

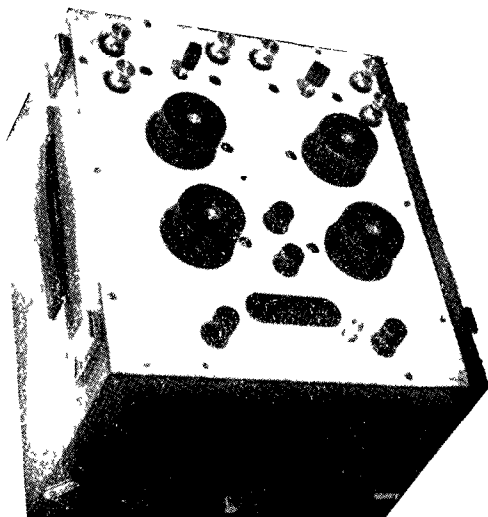


Figura III-20.

para conectar una batería exterior cuando sea necesario utilizar tensiones superiores a la tensión de la fuente interna (mediciones de resistencias altas [1 M Ω]). La resistencia patrón (R_2) comprende 4 décadas ($\times 1$, $\times 10$, $\times 100$ y $\times 1000$) cuyas tolerancias respectivas son 0,1, 0,05, 0,02, y 0,01 %. La relación entre R_4 y R_3 se selecciona

mediante dos clavijas y se obtiene el multiplicador de 0,001, 0,01, 0,1, 1, 10, 100 y 1000. El error máximo es de 0,02 %. El peso total es de 17 kg.

DOBLE PUENTE THOMSON-KELVIN PORTÁTIL, MARCA Y.E.W. - JAPÓN

El aparato que muestra la figura III-21 es un puente Thomson portátil cuyos alcances de medición están comprendidos entre 0,0001 Ω

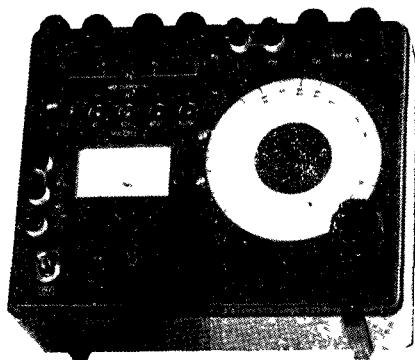


Figura III-21.

y 110 Ω . Contiene todos los elementos del puente Thomson inclusive un galvanómetro de aguja y dos pilas de 1,5 V como fuente de alimentación. El galvanómetro es de tipo electrónico y de sensibilidad de 20 $\mu\text{V}/1^\circ$. Para mediciones de resistencias cuyo valor está comprendido entre 0,1 y 1,1 m Ω se requiere una resistencia patrón exterior. Su construcción está basada en el esquema de la figura III-17. La máxima intensidad de corriente admisible es de 10 A. La resistencia multiplicadora se selecciona mediante clavijas disponiendo de los siguientes valores: $\times 0,0001$; $\times 0,001$; $\times 0,01$; $\times 0,1$; $\times 1$; $\times 10$. El dial con el cual se acciona el cursor sobre alambre calibrado permite las lecturas mínimas 0,005 y máximas 0,5 Ω en 5 alcances diferentes. La exactitud de las mediciones es de $\pm 0,05 \Omega$ aproximadamente.

**DOBLE PUENTE THOMSON-KELVIN, MODELO INDUSTRIAL,
MARCA TINSLEY & Co.**

El modelo industrial de Tinsley (fig. III-22), está diseñado para mediciones precisas de resistencias de muy bajo valor. Se presta es-

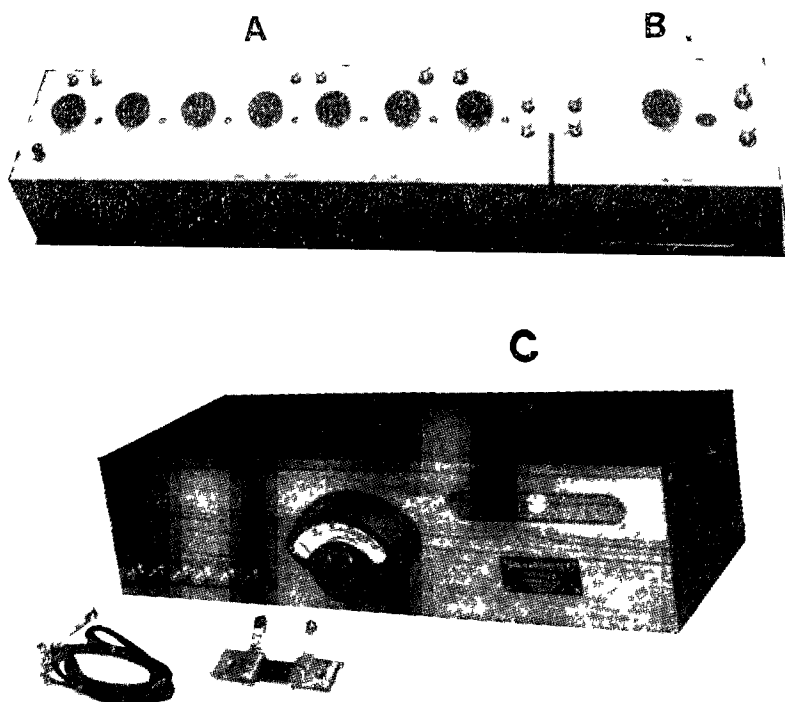


Figura III-22.

pecialmente para mediciones en la industria manufacturera de cables y conductores los cuales están sometidos a normas rigurosas y requieren especificaciones de resistencias por unidad de longitud. El equipo está compuesto de tres unidades: circuito interno de 5 décadas de regulación (A), resistencias patrón R_p (B) y galvanómetro de corto periodo de oscilación T_o . También está provisto de un amperímetro (0-100 A) para el control de la alimentación. El galvanómetro y el amperímetro están colocados en la tercera unidad (C). Como fuente de alimentación se utilizan baterías de acumuladores de gran capacidad. Sus datos característicos son los siguientes:

Alcance: entre 2Ω y $20 \mu \Omega$; exactitud, 0,1 %, y manejándolo con sumo cuidado se pueden efectuar mediciones con exactitud de hasta 0,01 %. Las resistencias relacionadas $\left(\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \right)$ dan relaciones:

0,001; 0,002; 0,005; 0,01; 0,02. Las décadas ofrecen las multiplicaciones de la resistencia patrón empleada: $\times 100$; $\times 10$; $\times 0,1$; $\times 0,01$. El peso total de las tres unidades (A, B, C) es de 100 kg aproximadamente.

PUENTE COMBINADO DE DOBLE USO WHEATSTONE-THOMSON,
MARCA A.O.I.P. MODELO B20R - FRANCIA

El aparato presentado en la figura III-23A puede ser empleado tanto como puente Wheatstone como puente Thomson, según la conexión empleada. Para utilizarlo como puente Wheatstone contiene las resistencias patrón (R_4) y las resistencias relacionadas $\left(\frac{R_2}{R_3}\right)$ de modo

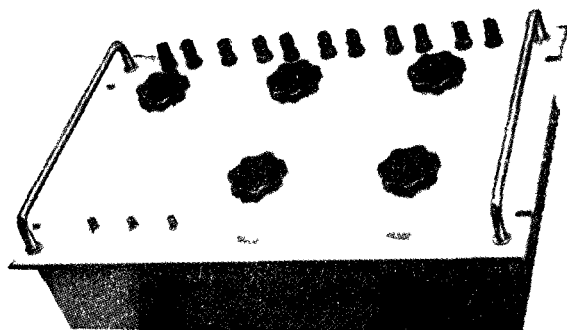


Figura III-23A

que se conecta un galvanómetro (G) y una pila exterior de alimentación. Para utilizarlo como puente Thomson se le conecta a un circuito exterior de alta intensidad requerida para cada caso. La figura III-23B muestra el esquema de conexiones. Los puntos señalados con las letras A-B-C-D corresponden a los nudos del cuadripolo convencional del puente Wheatstone (figura III-2). El conmutador principal (WT) tiene dos márgenes: uno da las relaciones de las resistencias $\frac{R_2}{R_3}$ cuando se utiliza el aparato como puente Wheatstone y el otro es la relación de las resistencias $\frac{R_1}{R_2}$ cuando se mide con el puente Thomson. Al utilizar el aparato como puente Thomson se monta un circuito exterior trazos gruesos en fig. III-23B) que consiste en la resistencia R_x ($M'-M$)-barra $M-N$, resistencia patrón R_p ($N'-N$), interruptor, amperímetro,

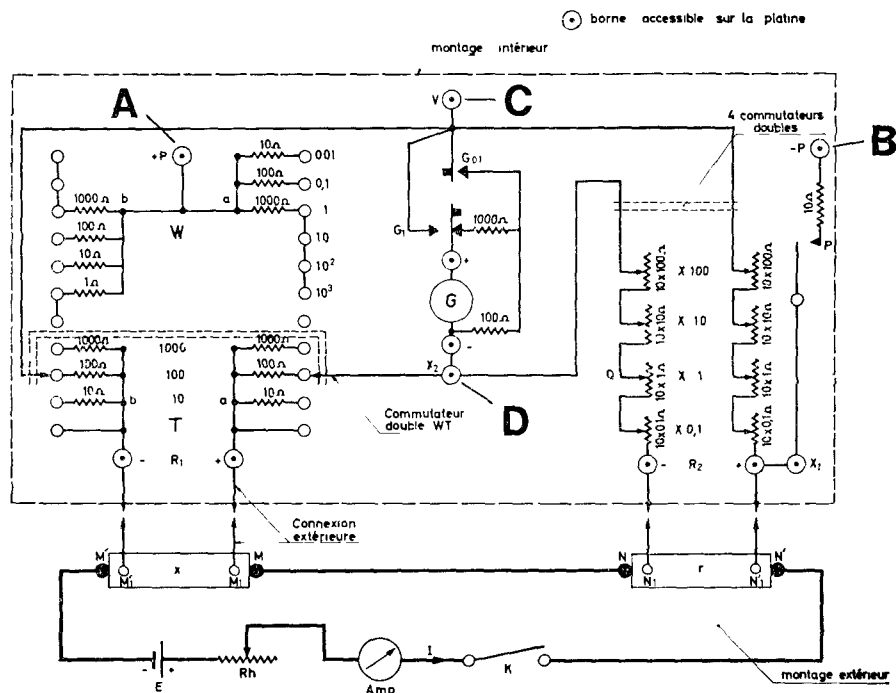


Figura III-23B.

reostato de regulación (R_h), y la fuente de energía (E). La regulación en ambos puentes se efectúa mediante 4 décadas: $\times 0,1$, $\times 1$, $\times 10$, $\times 100$. Los multiplicadores de las resistencias acopladas para puente Wheatstone son: 0,01, 0,1, 1, 10, 100, 1000 y para puente Thomson: 10, 100, 1000. Exactitud 0,1 a 0,05 %.

Ejemplo: Verificar las resistencias de dos shunts intercambiables de un amperímetro magnetoeléctrico (el amperímetro indica con errores). Uno de los shunts es para el alcance de 15 A y el otro de 30 A.

Procedimiento: Se monta el circuito de puente Thomson según el esquema trazado en la figura III-24. Las resistencias de los respectivos shunts se medirá con las intensidades nominales circulando. En consecuencia el circuito de alimentación se compone de una batería de acumuladores de 12 V y 100 Ah, un reostato de regulación (R), un amperímetro y un interruptor. Como resistencias relacionadas se utiliza la combinación de 4 resistencias en década ($\times 1$, $\times 10$, $\times 100$, $\times 1000$) y dos alambres calibrados con cursor de 10 Ω de resistencia.

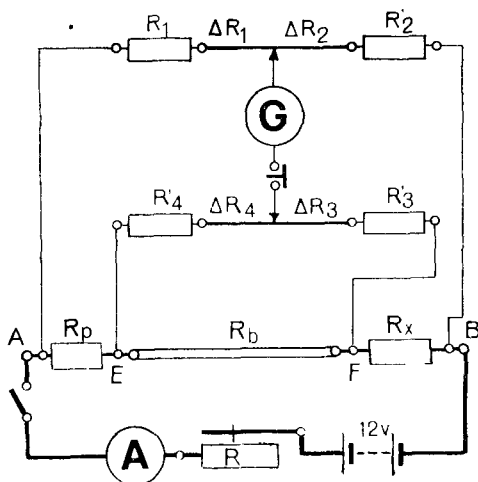


Figura III-24.

La resistencia patrón (R_p) disponible es de $0,001 \Omega$. Para barra de cortocircuito R_b se utilizó una varilla de cobre de 10 mm de diámetro provista en ambos extremos de terminales adecuados para efectuar la unión con las resistencias R_p y R_x .

1.º paso. Utilizando el reostato (R) se regula la intensidad de corriente hasta obtener valores de 15 y 30 A, respectivamente. Luego se ajustan a pares las resistencias R'_1 , R'_4 y R'_2 , R'_3 pulsando en forma intermitente el pulsador del galvanómetro y a la vez ajustando su sensibilidad. Al llegar a una desviación mínima (cerca de cero), se mueven simultáneamente los dos cursores hacia la derecha o hacia la izquierda hasta llegar a la desviación nula (cero).

2.º paso. Los valores correspondientes al estado de equilibrio que fueron anotados durante la medición son los siguientes:

$$R'_1 = 265 \Omega ; \Delta R_1 = 3 \Omega ; R'_2 = 100 \Omega ; \Delta R_2 = 7 \Omega ; R'_4 = 261 \Omega ; \\ \Delta R_4 = 3,5 \Omega ; R'_3 = 101 \Omega ; \Delta R_3 = 6,5 \Omega. \text{ El patrón } R_p = 0,001 \Omega.$$

Se sustituyen los valores obtenidos en la fórmula básica: $R_x = R_p \cdot \frac{R_1}{R_2}$

$$\text{o en } R_x = R_p \cdot \frac{R_4}{R_3}.$$

Ambos valores difieren poco entre si, de modo que consideramos el valor promedio de ambos como resultado de la medición. En el cuadro de valores adjunto están anotados los resultados de medición de dos tipos de shunt.

VALORES

	R'_3	ΔR_3	R_3	$\frac{R_4}{R_3}$	R_p	R_x	R_x prom.	Observaciones
	Ω	Ω	Ω		Ω	Ω	Ω	
	101	6,5	107,5	2,46	0,001	0,00250 0,00246	0,00248	

Capítulo IV

MÉTODOS DE CERO. PUENTES DE CORRIENTE ALTERNA

En el capítulo anterior se consideraban los puentes compuestos únicamente por las resistencias activas, alimentados por fuente de corriente continua y con el indicador de cero constituido por un galvanómetro magnetoeléctrico común, de período de oscilación T_0 entre 1 a 3 segundos. Básicamente no habrá diferencia si se compone el puente por impedancias o se le alimenta con la fuente de corriente alterna; en consecuencia se utilizará como indicador de cero un galvanómetro de vibración u otro tipo de indicador de señales de corriente alterna, como por ejemplo un audifono o un osciloscopio.

Las reglas generales utilizadas para los puentes de corriente continua serán válidas también para los puentes de corriente alterna, pero debido a las particulares propiedades de los circuitos de corriente alterna, existen también grandes diferencias.

A diferencia de los puentes de corriente continua, de los que existen dos tipos de circuitos cuya única finalidad es la determinación de valores de resistencias, existe una gran variedad de puentes de corriente alterna. Por medio de los puentes de corriente alterna se pueden determinar valores de varios tipos de resistencias, inclusive electrolíticas, inductancias propias y mutuas, capacidades, ángulo de pérdidas y frecuencias.

En los puentes de corriente continua se regulan los valores de las resistencias de las ramas del cuadripolo y en los puentes de corriente alterna el cuadripolo está compuesto por 4 impedancias de las cuales cada una puede ser resistencia, capacidad, inductancia o combinaciones de ellas. En consecuencia, el equilibrio se obtiene regulando dos parámetros, lo que hace la tarea mucho más difícil.

Básicamente se puede representar el cuadripolo de un puente de

corriente alterna por la figura IV-1. Como se puede apreciar, el esquema es igual al del puente de corriente continua y por tanto se puede determinar la condición de equilibrio de la manera siguiente:

$$Z_1 \cdot Z_3 = Z_2 \cdot Z_4$$

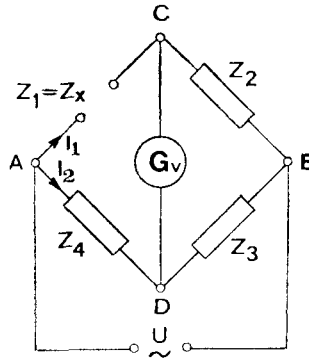


Figura IV-1.

Suponiendo que las impedancias “Z” del puente se componen de capacidad, inductancia y resistencia tenemos:

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_1 + jX_1 & ; & & Z_2 &= R_2 + jX_2 \\ Z_3 &= R_3 + jX_3 & ; & & Z_4 &= R_4 + jX_4 \end{aligned}$$

Sustituyendo estos valores en la ecuación de equilibrio obtenemos:

$$(R_1 + jX_1) \cdot (R_3 + jX_3) = (R_2 + jX_2) \cdot (R_4 + jX_4)$$

y de esto:

$$(R_1R_3 - X_1X_3) - j(R_1X_3 + X_1R_3) = (R_2R_4 - X_2X_4) - j(R_2X_4 + X_2R_4)$$

Comparando componentes reales e imaginarios se obtienen dos ecuaciones simultáneas:

$$\begin{aligned} R_1R_3 - X_1X_3 &= R_2R_4 - X_2X_4 \\ R_1X_3 + X_1R_3 &= R_2X_4 + X_2R_4 \end{aligned}$$

De la existencia simultánea de dos ecuaciones se deduce que el estado de equilibrio requiere el cumplimiento simultáneo de dos condiciones. En consecuencia la obtención del equilibrio del puente de corriente alterna es mucho más laboriosa que en los puentes de co-

riente continua; es preciso efectuar la regulación simultánea de dos elementos componentes de una rama. El resultado de la medición permite la determinación de dos incógnitas (componentes de una impedancia). Las condiciones en las cuales se obtiene el equilibrio se pueden expresar por medio de dos ecuaciones:

1. $Z_1 \cdot Z_3 = Z_2 \cdot Z_4$
2. $\varphi_1 + \varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_4$

Del análisis del diagrama vectorial del puente (fig. IV-2), se deduce que el puente estará en equilibrio cuando se cumplan simultáneamente ambas ecuaciones. En este instante el punto C coincide con el

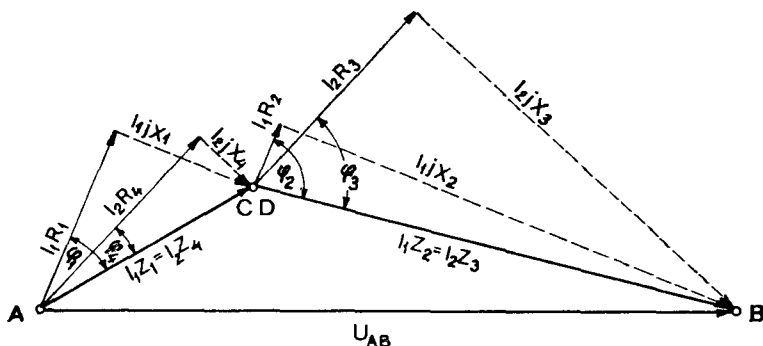


Figura IV-2.

punto D del diagrama, por ser $U_{CD} = 0$, y entre los ángulos de fase existe la dependencia $\varphi_1 - \varphi_4 = \varphi_2 - \varphi_3$ o $\varphi_1 + \varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_4$. El equilibrio se obtiene regulando simultáneamente dos parámetros (la impedancia y el ángulo). En el diagrama:

$$I_1 \cdot Z_1 = I_2 \cdot Z_4 \quad ; \quad I_1 \cdot Z_2 = I_1 \cdot Z_3$$

$\varphi_1 - \varphi_4 = \varphi_2 - \varphi_3$ esta relación se debe al paralelismo de los vectores $I_2 R_4$ e $I_2 R_3$ y de los vectores $I_1 R_1$ e $I_1 R_2$.

El cuadripolo de la mayoría de los puentes de corriente alterna consiste en dos impedancias (Z) y dos resistencias (R). Las resistencias (R) pueden estar ubicadas en ramas adyacentes (fig. IV-3A) o en ramas opuestas (fig. IV-3B).

Si el puente está conectado según el esquema de la figura IV-3A, se le puede equilibrar cuando:

$$Z_1 = \frac{Z_2 Z_4}{Z_3} = R_1 + jX_1 = \frac{(R_2 + jX_2) \cdot R_4}{R_3} = \frac{R_4}{R_3} \cdot R_2 + j \frac{R_4}{R_3} \cdot X_2$$

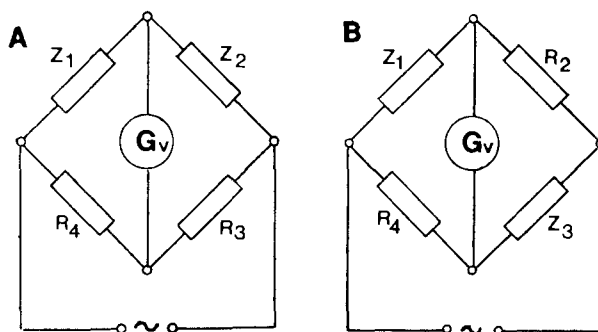


Figura IV-3.

En consecuencia el equilibrio del puente es factible cuando los signos de los términos imaginarios son iguales, lo que significa que las impedancias buscadas $Z_1 = Z_x$ y Z_2 tienen las mismas características, inductivas o capacitivas (fig. IV-4, A, B).

En el caso de utilizar la conexión según la figura IV-3 B el equilibrio se obtiene cuando:

$$Z_1 = \frac{Z_2 Z_4}{Z_3} = R_1 + jX_1 = \frac{R_2 R_4}{R_3 + jX_3} = \frac{R_2 R_4 R_3}{R_3^2 + X_3^2} - j \frac{R_2 R_4 R_3}{R_3^2 - X_3^2}$$

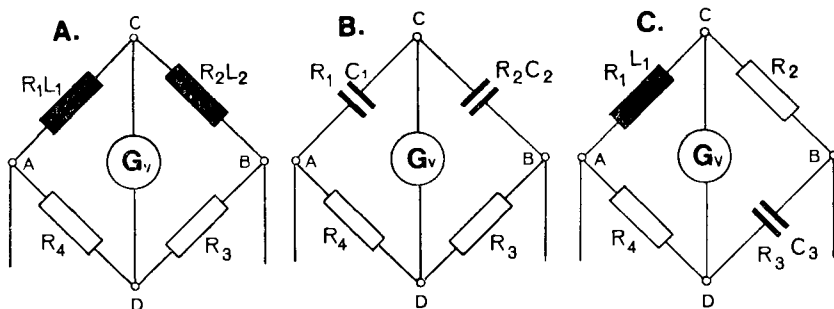


Figura IV-4.

Esto significa que la condición que permite equilibrar el puente es que las características de la impedancia buscada Z_1 e impedancia patrón Z_3 sean diferentes, inductiva y capacitiva respectivamente o viceversa (fig. IV-4 C).

Generalidades sobre el uso de puentes de corriente alterna

Como se puede apreciar por lo expuesto anteriormente, no es imprescindible la igualdad de ángulos de desfase de las cuatro impedancias que componen el cuadripolo ni tampoco es imprescindible que las impedancias sean de características iguales. Cada una de las cuatro impedancias puede ser diferente, pero con la condición que la diferencia entre los ángulos de desfase satisfaga la ecuación $\varphi_1 - \varphi_4 = \varphi_2 - \varphi_3$.

Por lo general resulta muy conveniente utilizar dos de las ramas como valores fijos, relacionados, siendo también aconsejable que las ramas relacionadas sean de carácter resistivo, ya que en este caso pueden ser confeccionadas con alta precisión. A veces se utiliza las ramas relacionadas de carácter capacitivo; esto sucede cuando se requiere la relación de altas impedancias. Generalmente, las impedancias inductivas no se prestan a ser utilizadas como relacionadas debido a que su inexactitud en los desfases es mucho mayor que en el caso de utilizar las resistencias y capacidades.

La fuente de alimentación más común es la red de frecuencia industrial (50 o 60 Hz). Los laboratorios bien equipados disponen de alternadores accionados por un motor de velocidad regulable, lo que representa grandes ventajas. Para mediciones en audiofrecuencia el más utilizado es un oscilador con amplificador (500 a 2000 Hz). En los equipos portátiles se utiliza la bobina de inducción con zumbador alimentada por pilas, pero este sistema presenta el inconveniente de la inestabilidad de la onda y de la frecuencia.

El detector de cero, o sea el indicador de equilibrio puede ser de varios tipos. Un auricular es un detector muy sensible y con él se obtienen muy buenos resultados en audiofrecuencias medianas. Su resistencia (en c.c.) debe ser del orden de cientos de ohmios (300 a 500), y su impedancia en audiofrecuencia media debe tener un valor que oscila entre 1500 y 2000 ohmios. En las frecuencias industriales y audiofrecuencias bajas los mejores resultados se obtienen con un galvanómetro de vibración (ver 1.^{er} tomo, Cap. X), por ser muy sensible y muy selectivo. También se pueden utilizar microamperímetros y osciloscopios.

Para conseguir el estado de equilibrio durante el funcionamiento del puente de corriente alterna, se deben observar las dos condiciones expuestas anteriormente. La tarea es mucho más difícil que en los puentes de corriente continua en los cuales las variaciones de la señal del detector (visual o audio) son muy apreciables cuando se ajusta la rama

de la resistencia patrón (R_4) o la relación $\left(\frac{R_2}{R_3} \right)$. En cambio, en los puentes de corriente alterna, la variación de la señal durante el ajus-

te de las resistencias puede ser inapreciable, cuando en este instante los valores de las inductancias permanecen constantes y viceversa. El modo más conveniente de obtención del equilibrio es seguir las dos reglas:

1. *El valor nominal de la impedancia a medir es conocido.* Se selecciona la relación de las ramas según el valor del patrón disponible y luego se ajustan por separado los componentes (activo y reactivo) del patrón, al valor estimado. Variando después el valor resistivo o reactivo del patrón se observa cualquier cambio en indicaciones del detector. Este cambio, con tal de ser apreciable, por más insignificante que sea, implica ya una aproximación. Alternando el ajuste entre la resistencia y la reactancia del patrón se llega al equilibrio.

2. *El valor nominal de la impedancia no es conocido.* Primero se hace una estimación basada en todos los datos disponibles (construcción, tamaño). Por lo general se consigue de esta manera los datos para estimar la relación $\frac{Z_2}{Z_3}$; en caso contrario se prueban sistemáticamente

relaciones mayores y menores. Sin embargo, hay que tener en cuenta que al aumentar los valores de impedancias se reduce la corriente en el detector y lo mismo ocurre al disminuirlos demasiado. No se debe confundir estos síntomas con la señal de equilibrio.

Tipos de puentes de corriente alterna

En este capítulo nos limitaremos a considerar solamente algunos de los tipos de puentes de corriente alterna que son los más frecuentemente usados. El mayor uso corresponde a los puentes en los cuales las ramas fijas (relacionadas) están compuestas por resistencias ($Z_2=R_2$ y $Z_3=R_3$). Estos puentes se utilizan para comparaciones de la impedancia Z_1 con la impedancia Z_4 . Se obtienen los resultados más exactos cuando las resistencias relacionadas R_2 y R_3 no contienen ni rastro de inductancia (L) ni de capacidad (C), mientras Z_4 (comparativo) consiste en una inductancia patrón y una resistencia patrón regulables (décadas). La impedancia de comparación (Z_4) debe tener una construcción similar a la examinada (Z_x).

PUENTE WHEATSTONE DE CORRIENTE ALTERNA

El puente Wheatstone de corriente alterna no difiere mucho del puente original de corriente continua, pues únicamente se diferencia en que las resistencias R_2 , R_3 y R_4 deben ser del tipo no inductivo, la alimentación es corriente alterna de frecuencia industrial (50 o 60 Hz)

y el detector de cero es un galvanómetro de vibración o un audífono de características descritas anteriormente. Su uso es recomendable para mediciones de resistencias especiales con las cuales no se puede utilizar la corriente continua (electrólitos) o para obtener valores de resistencia en corriente alterna.

A modo de ejemplo se considerará el caso de la medición de la resistencia de pilas. En la medición de esta resistencia aparecen dos inconvenientes. El primero se origina debido a la propia fuerza electromotriz de la pila y el segundo se debe a la polarización del electrolito que contiene. El primer inconveniente se compensa midiendo la resistencia de dos pilas iguales conectadas en oposición y el segundo utilizando la corriente alterna como fuente de alimentación del puente. La figura IV-5 muestra el esquema de conexiones, que está

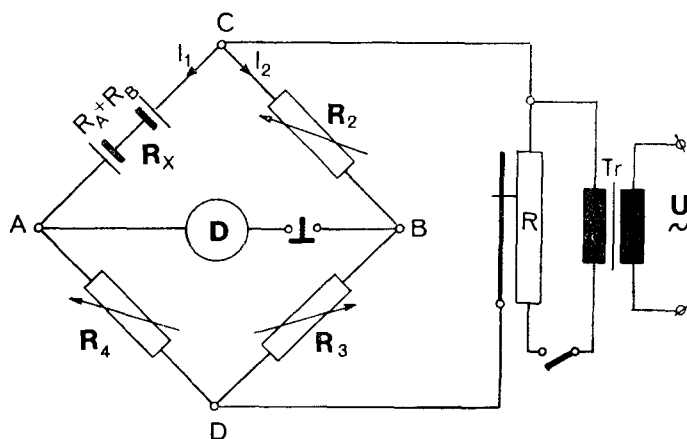


Figura IV-5.

basado en la variante del puente Wheatstone de la figura III-3 A del capítulo anterior. El detector de cero (D), galvanómetro de vibración o audífono, está conectado entre los puntos A y B del cuadripolo y la alimentación con la corriente alterna a los puntos C y D.

Como se ha mencionado, se efectúa la medición de dos pilas iguales acopladas en posición y se repite la operación tres veces utilizando tres pilas, obteniéndose de esta manera 3 soluciones.

El equilibrio se obtiene cuando $I_1 \cdot R_x = I_2 \cdot R_2$ e $I_1 \cdot R_4 = I_2 \cdot R_3$; de esto tenemos:

$$R_x = \frac{R_2}{R_3} \cdot R_4$$

En la primera medición: $R_{x1} = R_A + R_B$

En la segunda medición: $R_{x2} = R_B + R_C$

En la tercera medición: $R_{x3} = R_C + R_A$

De estas tres ecuaciones se obtienen los valores de las resistencias de cada una de las tres pilas A, B y C.

$$R_A = \frac{R_{x1} - R_{x2} + R_{x3}}{2} ; R_B = \frac{R_{x1} - R_{x3} + R_{x2}}{2} ; R_C = \frac{R_{x3} - R_{x1} + R_{x2}}{2}$$

Ejemplo: Determinar la resistencia interna de pilas marca Ever-ready de valores nominales: 1,5 V; 0,5 Ah.

Procedimiento. Se utilizará el circuito de la figura IV-5. Para alimentación del puente se utiliza el transformador (Tr) reductor conectado a la red de 220 V, 60 Hz. El secundario del transformador de 2 V está conectado a una resistencia divisora (R) lo que permitirá la regulación de la tensión de alimentación entre 0 y 2 V. En calidad de detector de cero (D) se utilizará el galvanómetro de vibración (de resonancia) marca AOIP cuya resonancia es regulable entre 25 y 100 Hz. Las resistencias R_2 , R_3 y R_4 son las resistencias en década de 6 escalones: $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$; $\times 10000$; $\times 100000$.

El equilibrio se obtuvo utilizando los valores anotados en la tabla de valores midiendo a pares las tres combinaciones de pilas de mues-

N.º	Par de pilas medido	R_2	R_3	$\frac{R_2}{R_3}$	R_4	R_x	Resist. de pila	Observaciones
		Ω	Ω		Ω	Ω	Ω	
1	A y B	10	65×10^3		9×10^3	1,385	$R_A = 0,900$	R_{11}
2	B y C	6	65×10^3		9×10^3	0,830	$R_B = 0,480$	R_{12}
3	C y A	9	65×10^3		9×10^3	1,246	$R_C = 0,345$	R_{13}

tra A, B y C. Utilizando la fórmula básica: $R_x = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_3}$ se obtuvieron tres valores de R_x .

$$R_{x1} = 9 \cdot 10^3 \cdot \frac{10}{65 \cdot 10^3} = 1,385 \Omega ; R_{x2} = 9 \cdot 10^3 \cdot \frac{6}{65 \cdot 10^3} = 0,83 \Omega$$

$$R_{x3} = \frac{9}{65 \cdot 10^3} = 1,246 \Omega$$

Estos valores comprenden las resistencias de las pilas medidas a

pares. Sustituyéndolos en las fórmulas de interpolación se obtuvo por separado la resistencia de cada pila.

$$R_A = \frac{1,385 - 0,830 + 1,246}{2} = 0,900 \, \Omega$$

$$R_B = \frac{1,385 - 1,246 + 0,830}{2} = 0,48 \, \Omega$$

$$R_C = \frac{1,246 - 1,385 + 0,830}{2} = 0,345 \, \Omega$$

PUENTE KOLRAUSCH. MEDICIÓN DE RESISTENCIAS ELECTROLÍTICAS

La medición de resistencias electrolíticas con métodos y puentes comunes es inexacta debido a la fem de polarización que se produce en el electrolito cuando por él circula la corriente continua. Se evita este inconveniente utilizando un puente especial de corriente alterna denominado "puente Kolrausch". Este puente (fig. IV-6) es una modificación del puente de hilo descrito en el capítulo anterior. Tal como se puede apreciar en la figura, el puente está conectado según el cuadripolo de la figura III-3 B. Está alimentado por la corriente alterna

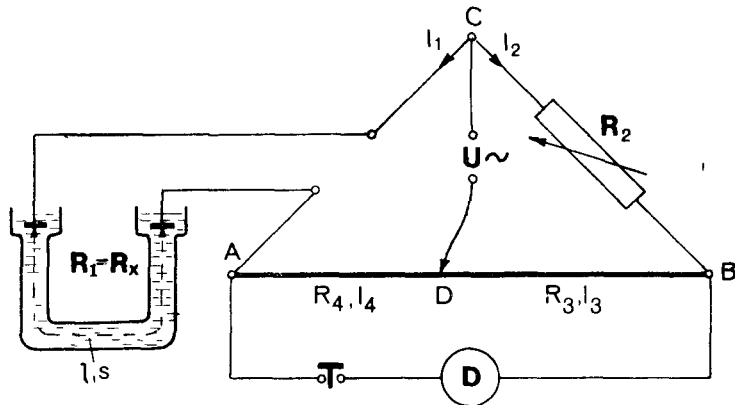


Figura IV-6.

de audiofrecuencia o de frecuencia industrial y, en consecuencia, el indicador de cero consiste en un galvanómetro de vibración o un audífono. Debido a estas características, el puente Kolrausch está clasificado como de corriente alterna aunque el cuadripolo está formado por resistencias.

El equilibrio se establece cuando entre los nudos *A* y *B* (fig. IV-6) no existe diferencia de potenciales, lo que ocurre cuando:

$$\begin{aligned} I_1 \cdot R_x &= I_2 \cdot R_2 \\ I_1 \cdot R_4 &= I_2 \cdot R_1 \end{aligned} \quad \text{y de esto} \quad R_x = \frac{R_4 \cdot R_2}{R_3}$$

Se elige como resistencias relacionadas a $\frac{R_4}{R_3}$ por estar constituidas por alambre calibrado con cursor lo cual permite una regulación fácil, lineal y exacta, quedando de este modo la resistencia R_2 como patrón regulable. Por estar constituidas las resistencias R_4 y R_3 por un alambre calibrado y, siendo su resistencia total $R_4 + R_3 = \frac{\rho \cdot l}{s}$ se puede utilizar en el cálculo la relación de longitudes en lugar de las resistencias:

$$R_x = \frac{l_4}{l_3} \cdot R_2 = \frac{R_4}{R_3} \cdot R_2$$

Esto depende de la construcción y de la graduación del alambre calibrado (ohmios o milímetros).

La medición de la resistencia del electrólito se realiza utilizando un recipiente especial el cual puede ser construido de varias formas. La figura IV-7 muestra el tipo más común del recipiente que consiste

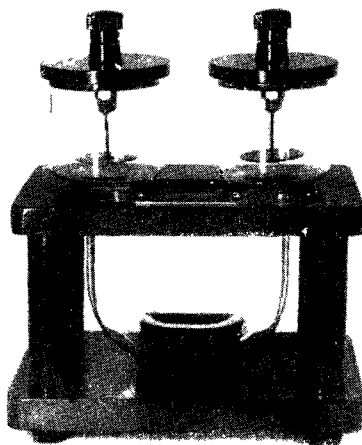


Figura IV-7.

en un tubo de vidrio de sección uniforme (s) en forma de "U" provisto en ambos extremos de electrodos planos circulares (A) de platino, de modo que la distancia entre los electrodos puede ser determinada exactamente. Para su conexión los electrodos tienen los bornes B . Por lo general los fabricantes calibran este conjunto dando en sus características la constante K la cual comprende la relación entre el área (s) y la longitud (l) del tubo:

$$K = \frac{s}{l}$$

Conectando este aparato en el lugar que corresponde a R_x se mide con el puente la resistencia total de la columna del electrólito entre ambos electrodos. La resistencia específica ρ se calcula:

$$\rho = R_x \cdot \frac{s}{l} = R_x \cdot K \quad (\Omega \text{ cm})$$

Sin embargo, debido al uso y al tiempo, el valor de la constante K puede diferir ligeramente del valor dado por la fábrica, por cambiar las condiciones de la superficie de electrodos. Por lo tanto, el mejor método para determinar la resistividad de un electrólito es el método de comparación con un electrólito normal, o sea un electrólito cuya resistencia específica es conocida. En este método se procede de la manera siguiente:

1.^{er} *paso*: Se vierte en el recipiente con electrodos el electrólito de características conocidas y llegando al estado de equilibrio del puente se obtiene el valor de la resistencia de la columna del electrólito conocido R_p :

$$R_p = \frac{R_{4p}}{R_{3p}} \cdot R_{2p}$$

2.^o *paso*: Se vierte en el recipiente el electrólito de características buscadas y se obtiene la resistencia de la columna:

$$R_x = \frac{R_{4x}}{R_{3x}} \cdot R_{2x}$$

3.^{er} *paso*: Se comparan ambos resultados obteniendo finalmente el valor de la resistencia específica ρ_x del electrólito desconocido:

$$\rho_x = \frac{R_x}{R_p} \cdot \rho_p$$

La exactitud de este método es de un 5 % aproximadamente.

Ejemplo: Determinar la resistividad de una muestra de solución de CuSO_4 de densidad desconocida, a la temperatura ambiente.

Procedimiento: Se utilizará el esquema de la figura IV-6 componiendo el puente con los siguientes elementos:

1. Recipiente con electrodos de platino (fig. IV-7) marca YEW (Japón), cuya constante $K = \frac{s}{l} = 0,08$ está dada en las instrucciones de fábrica.

2. Como fuente se utilizará un transformador monofásico 220/2 y 4 V, conectado a la red de 220 V, 60 Hz y cuyo secundario (2 ó 4 V) está conectado a un divisor de tensión (ejemplo anterior). La alimentación se conecta a los bornes señalados en el esquema por la letra "U".

3. Como detector de cero (*D*) actuará un galvanómetro de vibración marca A.O.I.P. de iguales características que el del ejemplo anterior.

4. La resistencia patrón (R_2) es de 4 décadas: $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$ de resistencia total 11110 Ω .

5. Para las resistencias relacionadas R_4 y R_3 se utilizará un resistor de alambre calibrado, marca Tinsley, modelo circular, cuya resistencia total (entre los nudos *A* y *B*) es de 6,273 Ω y con la escala graduada en ohmios.

Ejecución: Se hicieron tres mediciones, obteniéndose los resultados siguientes:

$$1) \quad 662 \cdot \frac{2,968}{3,204} = 613,012 \, \Omega ; \quad 2) \quad 546 \cdot \frac{3,332}{2,940} = 618,618 \, \Omega ;$$

$$3) \quad 1256 \cdot \frac{2,012}{4,110} = 614,859 \, \Omega$$

Multiplicando cada uno de los tres resultados por la constante $K = 0,08$ del recipiente provisto por fábrica se obtienen tres valores de la resistencia específica muy similares. Como resultado de la medición se considera el valor promedio de estos tres resultados (ver tabla de valores).

N.º	Especificación del electrolito	R_2	R_3	R_4	$\frac{R_4}{R_3}$	R_x	K	ρ_x	prom.	Observaciones
		Ω	Ω	Ω		Ω		$\Omega \text{ cm}$	$\Omega \text{ cm}$	
1	Solución	662	3,204	2,968	0,926	613,012	0,08	49,04	} 49,239	Temp. 27° C
2	desconocida	456	2,940	3,332	1,133	618,618	0,08	49,49		
3	de CuSO_4	1256	4,110	2,012	0,489	614,859	0,08	49,18		

EJEMPLO DE UN PUENTE KOHLRAUSCH FABRICADO

El aparato de marca YEW - Japón, modelo 2758 (fig. IV-8) está diseñado para su uso en mediciones de electrólitos como puente Kohlrausch o para mediciones de resistencias comunes como puente Kirch-

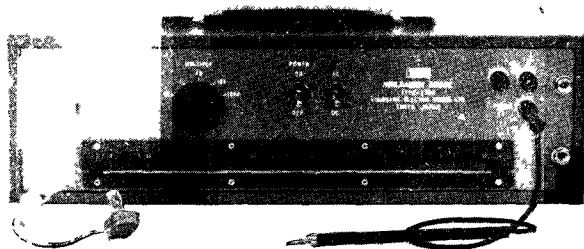


Figura IV-8.

hoff. Consiste en un juego de resistencias que forman el cuadripolo y las fuentes de alimentación para ambos casos, todo esto montado en una caja portátil. A dos bornes señalados con "D" se conecta el detector de cero. Al utilizar el aparato como puente Kohlrausch se conecta un audifono y para uso como puente Kirchhoff se conecta un galvanómetro. La fuente de potencia (incluida) consiste en un oscilador que alimenta el puente Kohlrausch con 3V y 700 a 1000 Hz y dos pilas secas de 1,5 V, conectadas en serie. A dos bornes señalados con "X" se conecta la resistencia a medir, la cual en el caso de medición de electrólitos consiste en un recipiente de vidrio en forma de U con electrodos de platino (fig. IV-7) llenado con el electrólito examinado. Las resistencias relacionadas R_3 y R_4 están formadas por un alambre calibrado provisto de un cursor y una escala graduada en ohmios. La resistencia multiplicadora R_4 es una resistencia en décadas: $\times 0,1$; $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$. La exactitud de las mediciones efectuadas con este puente es de un $\pm 2\%$ aproximadamente.

PUENTE MAXWELL. MEDICIONES DE INDUCTANCIAS

Los puentes de corriente alterna se utilizan en mediciones de inductancias cuando se requiere una gran exactitud en los resultados obtenidos y cuando se necesita además la determinación del valor de la resistencia en corriente alterna. Como es sabido, la diferencia entre la resistencia en c.c. y en c.a. radica en las pérdidas. Esta diferencia se manifiesta especialmente en las bobinas con núcleo ferromagnético.

El principio del puente Maxwell se basa en la comparación de la inductancia desconocida (L_x) con el valor de una inductancia patrón (L_p), utilizando para este fin el clásico esquema del puente (fig. IV-9). El puente Maxwell de este tipo consiste en los siguientes elementos: la inductancia medida $L_x = L_1$ y sus resistencia $R_x = R_1$ en c.a.; la

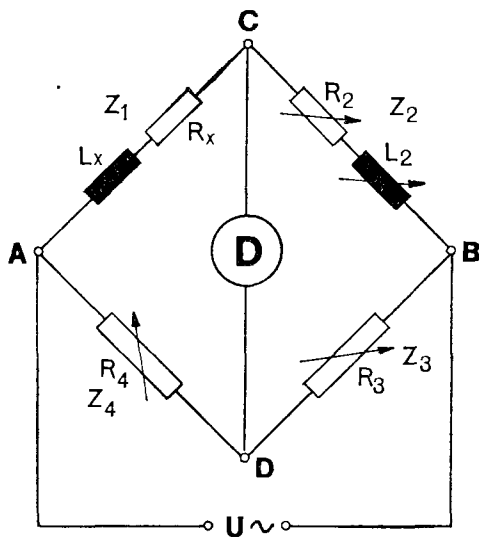


Figura IV-9.

inductancia patrón $L_p = L_2$ y su resistencia $R_p = R_2$ en c.a. (valores conocidos); las resistencias relacionadas R_3 y R_4 . Como detector de cero se utiliza un galvanómetro de vibración o un audífono según las características de la fuente. Para el estado de equilibrio deben ser valederas las ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} I_1 \cdot Z_1 &= I_2 \cdot Z_4 \\ I_1 \cdot Z_2 &= I_2 \cdot Z_3 \end{aligned}$$

o sea, cuando:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_4}{Z_3} \quad \text{o} \quad Z_1 \cdot Z_3 = Z_2 \cdot Z_4$$

Sustituyendo tenemos:

$$\begin{aligned} (R_x + j\omega L_x) \cdot R_3 &= (R_p + j\omega L_p) \cdot R_4 \\ R_x \cdot R_3 + j\omega L_x \cdot R_3 &= R_p \cdot R_4 + j\omega L_p \cdot R_4 \end{aligned}$$

Igualando los términos reales y los imaginarios se obtiene:

$$R_x \cdot R_3 = R_p \cdot R_4 \quad \text{y} \quad L_x \cdot R_3 = L_p \cdot R_4$$

De esto obtenemos las fórmulas finales para calcular la inductancia y la resistencia en c.a. buscadas:

$$L_x = L_p \cdot \frac{R_4}{R_3} \quad ; \quad R_x = R_p \cdot \frac{R_4}{R_3}$$

Dividiendo estas dos últimas ecuaciones entre si obtenemos:

$$\frac{L_x}{R_x} = \frac{L_p}{R_p}$$

De esto se deduce que para que se llegue al estado de equilibrio del puente, las constantes de tiempo de la inductancia buscada y de la inductancia patrón deben ser iguales.

El puente Maxwell en su forma primitiva (fig. IV-9) es muy difícil de manejar. Para llegar al estado de equilibrio se deben ajustar hasta cuatro parámetros, o sea, R_2 , L_2 , R_3 y R_4 . Un patrón de inductancia regulable (L_2 , R_2) es muy costoso y poco exacto debido a los acoplamientos entre la bobina móvil del patrón y la bobina examinada. Además raramente se consigue la igualdad de las constantes de tiempo. Para evitar los acoplamientos entre la bobina patrón y la examinada se las debe colocar a una distancia prudencial (1 m o más). En vista de estos inconvenientes se utiliza un puente Maxwell modificado, según la figura IV-10. La modificación consiste en la induc-

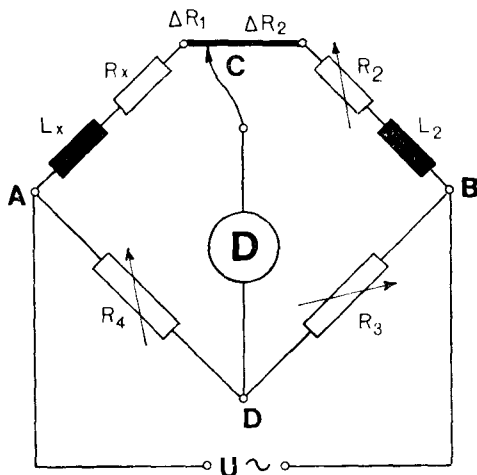


Figura IV-10.

tancia patrón de valor fijo, no regulable (0,01; 0,1; 10 H, etc.) estimado para cada caso y la intercalación de una resistencia patrón de alambre calibrado con cursor, entre la bobina examinada y la bobina patrón.

Utilizando el cursor se ajustan simultáneamente las resistencias R_x y R_2 . En consecuencia:

$$[(R_x + \Delta R_1) + j\omega L_x] \cdot R_3 = [(R_p + \Delta R_2) + j\omega L_p] \cdot R_4$$

$$(R_x + R_1) \cdot R_3 + j\omega L_x \cdot R_3 = (R_p + R_2) \cdot R_4 + j\omega L_p \cdot R_4$$

Igualando los términos reales y los imaginarios tenemos:

$$(R_x + \Delta R_1) \cdot R_3 = (R_p + \Delta R_2) \cdot R_4$$

$$L_x \cdot R_3 = L_p \cdot R_4$$

$$R_x + \Delta R_1 = \frac{(R_p + \Delta R_2) R_4}{R_3} ;$$

$$R_x = (R_p + \Delta R_2) \frac{R_4}{R_3} - \Delta R_1 \quad ; \quad L_x = L_p \frac{R_4}{R_3}$$

Medición de inductancia mutua M

Con el puente Maxwell descrito se puede determinar la inductancia mutua de dos bobinas. Para poder calcular la inductancia mutua de dos bobinas es necesario efectuar dos mediciones de inductancia del conjunto, una con las bobinas conectadas en serie (fig. IV-11 A) y

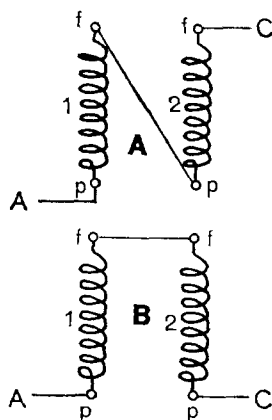


Figura IV-11.

la otra con las dos bobinas conectadas en oposición (fig. IV-11 B). Se obtienen dos resultados: L_A y L_B .

$$L_A = L_1 + L_2 + 2M$$

$$L_B = L_1 + L_2 - 2M$$

Restando el valor menor del valor mayor:

$$L_A - L_B = 4M$$

Finalmente se obtiene el valor de la inductancia **mutua**:

$$M = \frac{L_A - L_B}{4}$$

Se llega al estado de equilibrio consiguiendo las **relaciones adecuadas** de:

$$-\frac{R_4}{R_3} \quad \text{y} \quad \frac{R_x + \Delta R_1}{R_p + \Delta R_2}$$

Estas relaciones se obtienen mediante las aproximaciones sucesivas operando alternativamente las resistencias relacionadas $\frac{R_4}{R_3}$ y el cursor sobre el alambre calibrado.

Ejemplo: Determinar la inductancia propia L y la resistencia R en c.a. de una bobina de 1200 espiras sin núcleo, marca PHYWE.

Procedimiento: Se utilizará el puente Maxwell modificado según el esquema de la figura IV-9, montado con los elementos siguientes:

1. 1 resistencia de alambre calibrado con cursor de montaje rectilíneo de 1 m de largo (distancia) y de 14 Ω de resistencia entre borne y borne ($\Delta R_1 + \Delta R_2$).
2. 1 inductancia patrón (L_2 , R_2), marca Tinsley, de valores fijos 0,1 H y 16 Ω respectivamente. Exactitud $\pm 1 \%$. Debido a su valor resistivo relativamente alto (16 Ω) comparable con la resistencia del alambre calibrado se prescinde de la resistencia adicional regulable R_2 que figura en el esquema.
3. 2 resistencias en década: $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$, para ser utilizadas como resistencias relacionadas $\frac{R_4}{R_3}$.
4. 1 galvanómetro de vibración (22 a 120 Hz) marca AOIP como detector de cero.
5. 1 transformador 220/4/2 V 50 VA para la conexión a la red.
6. 1 resistencia variable de 100 Ω conectada a la salida de 2 V del transformador (según fig. IV-5).

1.^{er} paso: Para iniciar la operación con una relación $\frac{R_4}{R_3}$ determinada

se hace una estimación del valor de la inductancia de la bobina examinada basándose sobre el número de espiras, diámetro, longitud, etc. El valor estimado es 50 mH. En consecuencia se inicia la operación con

$R_4 = 1000 \, \Omega$ y $R_3 = 2000 \, \Omega$, $\left(\frac{1000}{2000} \cdot 0,1 = 0,05 \right)$. Se llega al equilibrio

con los valores siguientes: $R_3 = 1883 \, \Omega$; $R_4 = 790 \, \Omega$; $\Delta R_2 = 11,8 \, \Omega$; $\Delta R_1 = 2,2 \, \Omega$. Apuntándolos en el cuadro de valores se procede con:

2.º paso: Cálculo.

$$L_x = I_2 \cdot \frac{R_4}{R_3} = 0,1 \cdot \frac{790}{1883} = 0,04195 \, \text{H} ;$$

$$L_x = 41,95 \, \text{mH} \approx 42 \, \text{mH}.$$

$$R_x = \frac{R_4}{R_3} (R_2 + \Delta R_2) - \Delta R_1 = 0,419(16 + 11,8) - 2,2 =$$

$$R_x = 9,46 \, \Omega \, (\text{c.a.})$$

N.º	Bobina en prueba	R_4	R_3	$\frac{R_4}{R_3}$	ΔR_1	ΔR_2	$(\frac{L_p}{I_2})$	$(\frac{R_p}{R_2})$	L_x	R_x c.a.	Observa- ciones
		Ω	Ω		Ω	Ω	H	Ω	H	Ω	
1	1200 esp. PHYWE	790	1883	0,419	2,2	11,8	0,1	16	0,042	9,46	Resistencia de alambre calibrado $\Delta R_1 + \Delta R_2 =$ $= 14 \, \Omega$

PUENTE MAXWELL-WIEN I. MEDICIÓN DE INDUCTANCIA POR COMPARACIÓN CON CAPACIDAD

La figura IV-12 muestra el esquema de un puente denominado puente Maxwell-Wien I, ya que existen varias modificaciones del puente Maxwell hechas por Wien. Este puente se caracteriza por la sustitución del patrón inductivo por un patrón capacitivo en paralelo con una resistencia de alto valor. Esta modificación del puente Maxwell permite la determinación del valor de una inductancia comparándola con una impedancia capacitiva. La gran ventaja de este puente es la gran simplicidad en su manejo y en cálculos. Además este puente es independiente de la frecuencia. Se obtienen excelentes resultados en

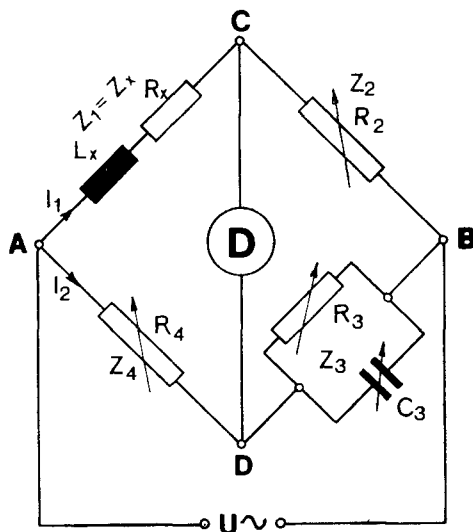


Figura IV-12.

mediciones de bobinas de constante de tiempo $\left(\frac{L}{R}\right)$ de pequeño valor lo que ocurre con bobinas sin núcleo ferromagnético.

El puente estará en equilibrio cuando se cumpla la condición:

$$Z_1 \cdot Z_3 = Z_2 \cdot Z_4$$

en esta ecuación se sustituye:

$$Z_1 = R_x + j\omega L_x \quad ; \quad Z_2 = R_2 \quad ; \quad Z_3 = \frac{R_3}{1 + j\omega R_3 C_3} \quad ; \quad Z_4 = R_4 \quad ;$$

$$(R_x + j\omega L_x) \cdot \frac{R_3}{1 + j\omega R_3 C_3} = R_2 \cdot R_4$$

$$(R_x + j\omega L_x) \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4 (1 + j\omega R_3 C_3)$$

$$R_x \cdot R_3 + j\omega L_x R_3 = R_2 \cdot R_4 + j\omega R_3 C_3 R_2 R_4$$

$$R_x \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4 \quad \text{y} \quad L_x \cdot R_3 = R_3 C_3 R_2 R_4$$

$$R_x = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_3} \quad \text{y} \quad L_x = C_3 \cdot R_2 \cdot R_4$$

Como se puede apreciar, los resultados de las mediciones efectuadas con este puente son independientes de la frecuencia y los dos

componentes se pueden regular independientemente con el condensador variable C_3 y con la resistencia variable R_3 . Lo más conveniente es utilizar como patrón capacitivo C_3 dos condensadores en paralelo, uno fijo (0,01; 0,1; 1 μF) y otro variable, de capacidad pequeña, para la regulación fina (1000 pF). La resistencia R_3 debe ser de un valor muy alto. La frecuencia de la fuente de alimentación se selecciona según los medios disponibles y lógicamente depende del indicador de cero a utilizar. Un galvanómetro de vibración trabaja en las frecuencias bajas; con un audífono se puede utilizar frecuencias mayores (1000 Hz) y con un osciloscopio hasta 1 MHz.

El puente Maxwell-Wien I es adecuado para las mediciones de inductancias propias de bobinas de constantes de tiempo bajas y su alcance está comprendido entre 1 μH y 10 H aproximadamente. La exactitud de las mediciones efectuadas con este puente es del orden de $\pm 0,2 \%$. Para llegar al equilibrio se regulan la capacidad patrón C_3 y la resistencia R_3 o las resistencias R_2 y R_3 . Intercambiando las ramas Z_2 con Z_3 , o sea, colocando en la rama de Z_2 el condensador con su resistencia en paralelo y en la rama de Z_3 la resistencia regulable se pueden medir capacidades. Sobre este principio se fabrican varios tipos de aparatos portátiles que se pueden utilizar para las mediciones de inductancias y capacidades indistintamente.

Ejemplo: Determinar la inductancia propia L y la resistencia R en c.a. de una bobina de 1300 espiras sin núcleo.

Procedimiento: Estimando los valores de patrones R_2 ; R_3 ; R_4 y C_3 a base de las características exteriores de la bobina a medir, se monta el puente según el esquema de la figura IV-12, empleando los elementos siguientes:

1. Dos resistencias no inductivas en décadas: $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$; $\times 10000$, para utilizarlas en las ramas de Z_2 y Z_4 .
2. Un condensador patrón de 0,1 μF de 1 % de exactitud marca Tinsley en paralelo con un condensador patrón variable de la misma marca. $C_{\min} = 100 \text{ pF}$; $C_{\max} = 1200 \text{ pF}$.
3. Una resistencia variable en década: $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$; $\times 10000$; $\times 100000$; $\times 1000000$, para conectarla como R_3 .
4. Una fuente de potencia de onda senoidal y de frecuencia regulable entre 0 y 1000 Hz.
5. Un galvanómetro de resonancia marca AOIP de 20 a 120 Hz.

1.º *paso:* Se ha estimado el valor de la inductancia de la bobina a medir entre 30 y 60 mH. Partiendo de un valor medio (50 mH), se ajustan las resistencias R_2 y R_4 en 700 Ω c/u. La resistencia R_3 se ajusta en 40.000 Ω a base de un cálculo aproximado de la resistencia R_x (14 Ω). Se empieza con la mínima sensibilidad del galvanómetro

y con la tensión de alimentación de 1 V. Luego, manipulando R_2 y R_4 y aumentando la tensión de alimentación hasta 4 V, se obtuvieron los siguientes valores correspondientes al equilibrio: $R_2 = 650 \, \Omega$; $R_4 = 628 \, \Omega$; $R_3 = 33000 \, \Omega$; $C_3 = 0,1 \, \mu\text{F}$ (se desconectó el condensador variable).

2.º *paso*: Cálculos. Se sustituyen en las fórmulas de R_x y L_x los valores obtenidos expresados en las unidades fundamentales.

$$R_x = \frac{R_2(\Omega) \cdot R_4(\Omega)}{R_3(\Omega)} = \frac{650 \cdot 628}{33000} = 12,37 \, \Omega$$

$$L_x = C_3(\text{F}) \cdot R_2(\Omega) \cdot R_4(\Omega) = 0,1 \cdot 10^6 \cdot 650 \cdot 628 = 0,04 \, \text{H}.$$

CUADRO DE VALORES

N.º	Bobina en prueba	R_2	R_4	$R_2 R_4$	R_3	$\frac{(C_p)}{C_3}$	R_r	R_r pr.	L_x	L_r pr.	Observaciones
		Ω	Ω		M Ω	μF	Ω	Ω	H	H	
1	Bobina de 1300 esp.	650	628	408200	0,033	0 1	12,37		0,04		Frecuencia utilizada 90 Hz

EJEMPLOS DE UN PUENTE MAXWELL-WIEN I, FABRICADO

El aparato INKAVI 2, fabricado por HARTMANN & BRAUN (Alemania Federal) (fig. IV-13) reúne todas las características de un puente Maxwell-Wien I y se le utiliza para mediciones rápidas de inductancias y capacidades. Es un instrumento portátil y contiene en una unidad todos los elementos componentes del puente Maxwell-Wien I, o sea, patrones, indicador y fuente. Sus características son las siguientes:

Alcances de mediciones: De inductancias: $0,1 \, \mu\text{H}$ a $110 \, \text{H} \pm 1 \, \%$.

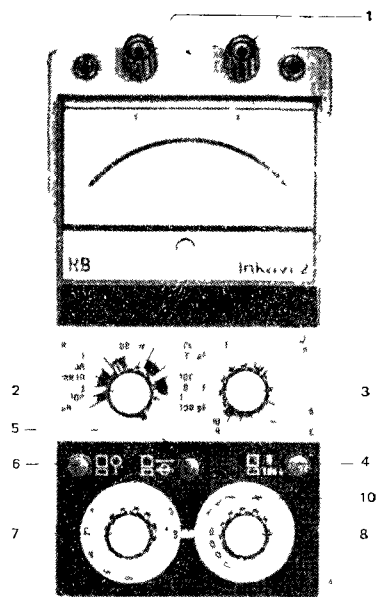
De capacidades: $1 \, \text{pF}$ a $1,1 \, \text{mF} \pm 0,1 \, \%$.

Fuente de alimentación: Consiste en un transformador (Tr) (figura IV-14) cuyo arrollamiento primario forma parte del circuito de oscilación en conjunto con el condensador (C) y el zumbador (Z) alimentado por tres pilas de 1,5 V c/u. El arrollamiento secundario del transformador está conectado a los puntos A y B del puente.

El esquema simplificado del puente se muestra en la figu-

Figura IV-13.

- 1 - Bornes de conexión de muestra (L.C.)
 2 - Selector del alcance
 3 - Resistencia variable
 4, 5, 6 - Interruptores
 7, 8 - Perillas con escala



ra IV-14. El esquema de la figura IV-14 A representa la conexión que corresponde para medición de inductancias propias y el de la figura IV-14 B para mediciones de capacidades. La diferencia consiste

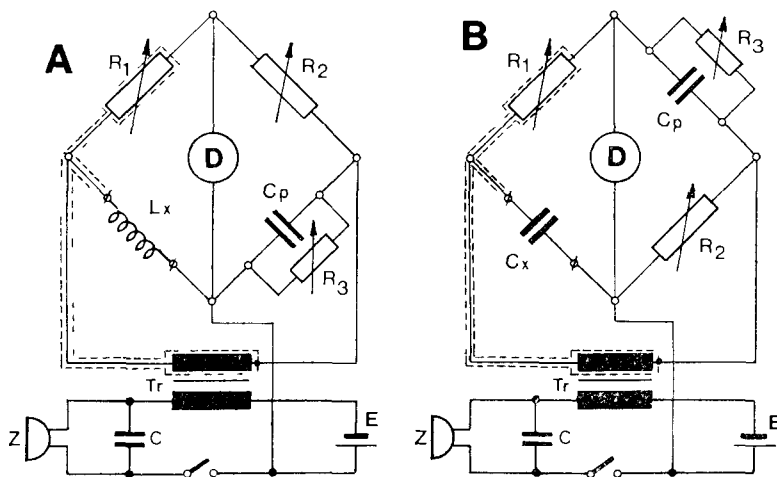


Figura IV-14.

en el intercambio entre las ramas correspondientes a las impedancias Z_2 y Z_3 indicadas en el esquema básico de la figura IV-12. Para utilizar el INKAVI en mediciones de inductancias se coloca el selector (2) en la posición que señala un margen estimado de la inductancia. Con esta operación se efectuó la conexión del puente según el principio de la figura IV-14 A. Para esta conexión es válida la fórmula:

$$L_x = C_p \cdot R_2 \cdot R_1$$

Al emplear el INKAVI para mediciones de las capacidades se utiliza la conexión de la figura IV-14 B, lo que se obtiene también mediante la operación del selector (2). En este caso se utilizará la fórmula:

$$C_x = C_p \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

El INKAVI 2 se puede utilizar con el indicador de cero propio o con un indicador exterior (D) (fig. IV-15 A). Como indicador exterior se puede utilizar un galvanómetro de vibración, un audífono o un osciloscopio. También se puede utilizar una fuente de alimentación ex-

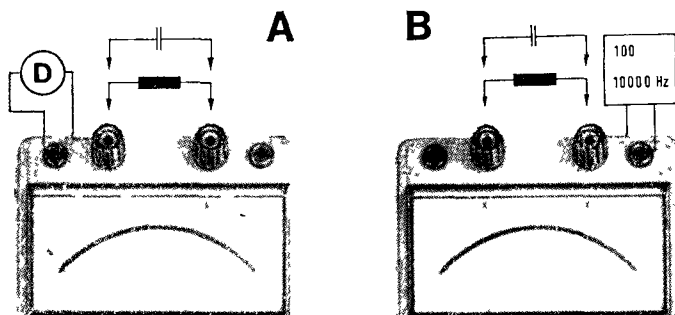


Figura IV-15.

terior en lugar de la fuente propia del aparato. La frecuencia de la fuente exterior debe estar comprendida entre 100 y 10000 Hz y su tensión de salida entre 50 mV y 1,5 V. La fuente exterior se conecta a los bornes indicados en la figura IV-15 B.

PUENTE MAXWELL-WIEN II. MEDICIÓN DE INDUCTANCIA MUTUA (M)

El puente Maxwell-Wien II es un puente mediante el cual se determina la inductancia mutua (M) de dos bobinas acopladas compa-

rándola con la inductancia propia (L) de una de las bobinas. La figura IV-16 muestra el esquema básico. Como se puede apreciar en este esquema, las tres ramas del puente (Z_2, Z_3, Z_4) están constituidas por las tres resistencias regulables R_2, R_3 y R_4 . En la rama correspondiente a Z_1 se intercala una de las dos bobinas acopladas ($L_{x1}; L_{x2}$) entre las cuales se determina el coeficiente de inducción mutua o inductancia mutua (M). Cuando el valor de la inductancia propia de las bobinas

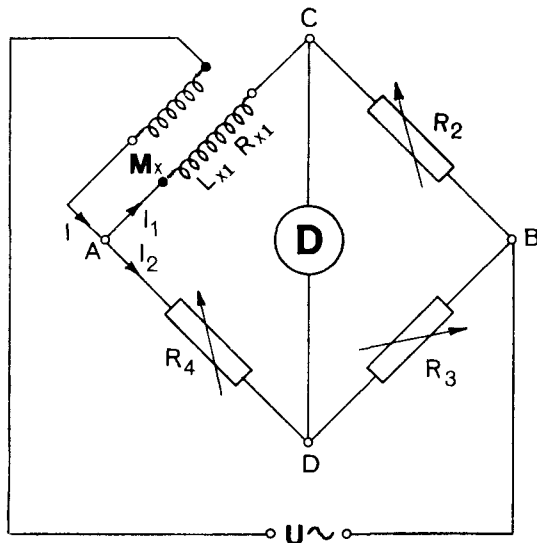


Figura IV-16.

($L_{x1}; L_{x2}$) difiere, se conecta en la rama del puente la bobina de inductancia mayor. Además, para obtener el estado de equilibrio del puente, las dos bobinas deben estar conectadas en oposición. En este sistema la resistencia (R_{x2}) y la inductancia (L_{x2}) de la bobina exterior no influyen sobre el estado de equilibrio. A base del esquema de la figura IV-16 se pueden determinar las condiciones del equilibrio:

$$U_{CA} = U_{AD} \quad \text{y} \quad U_{BC} = U_{BD}$$

La intensidad de corriente que circula por la bobina exterior (no conectada al puente) es: $I = I_1 + I_2$.

$$- Ij\omega M + I_1j\omega L_{x1} + I_1R_{x1} = I_2R_4$$

$$I_1R_2 = I_2R_3 \quad \text{de esto} \quad I_2 = I_1 \frac{R_2}{R_3}$$

$$- (I_1 + I_2)j\omega M + I_1j\omega L_{x1} + I_1R_{x1} = I_2R_4$$

Sustituyendo I_2 en esta ecuación tenemos:

$$-- \left(I_1 + I_1 \frac{R_2}{R_3} \right) j\omega M + I_1 j\omega L_{x1} + I_1 R_{x1} = I_1 \frac{R_2}{R_3} R_4$$

y finalmente se obtiene las fórmulas finales del puente:

$$R_{x1} = \frac{R_2}{R_3} R_4 \quad ; \quad \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) M = L_{x1} \quad ; \quad M = \frac{R_3}{R_3 + R_2} L_{x1}$$

Para determinar el coeficiente de inductancia mutua M mediante este puente es imprescindible conocer previamente la inductancia propia (L_{x1}) de la bobina intercalada en la rama Z_1 del puente. La figura IV-17 muestra el diagrama vectorial del puente en el estado de equilibrio.

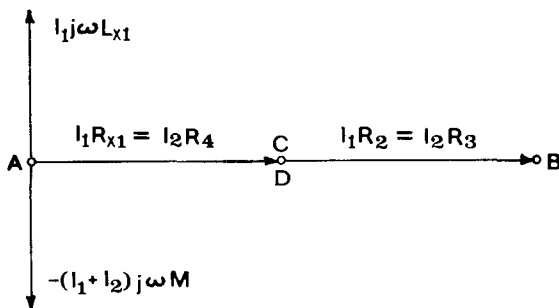


Figura IV-17.

Ejemplo: Determinar el coeficiente de inductancia mutua M entre dos bobinas acopladas en forma concéntrica. La bobina de mayor diámetro, exterior, tiene 1000 espiras y la bobina interior 2536.

Procedimiento. Como ya se ha mencionado anteriormente, para determinar la inductancia mutua (M) mediante un puente Maxwell-Wien II, es imprescindible el conocimiento previo del valor de la inductancia propia (L_x) de la bobina que forma la rama Z_1 del puente. El procedimiento más conveniente es montar el circuito del puente Maxwell-Wien I (fig. IV-12) para determinar el valor de L_{x1} , y luego quitando el condensador C_3 convertirlo en el puente Maxwell-Wien II. Se utilizaron los elementos siguientes:

1. 3 resistencias en década (R_2 , R_3 , R_4).
2. 1 fuente de señal de onda sinusoidal y frecuencia regulable.
3. 1 galvanómetro de resonancia.

1.º *paso*. Se monta el puente según el esquema de la figura IV-16. El valor de la inductancia propia (L_{x1}) de la bobina intercalada en la rama Z_1 obtenido con el otro método se anota como una constante. Para llegar al estado de equilibrio se regulan las resistencias R_2 y R_3 cuyos valores finales están apuntados en el cuadro.

CUADRO DE VALORES

N.º	Bobinas en prueba	L_{x1}	R_2	R_3	R_4	R_{x1}	M	Observaciones
		H	Ω	Ω	Ω	Ω	H	
1	1000 y 2536 espiras	0,084	2210	25600	140	12,08	0,077	L_x obtenido con otro método

2.º *paso - cálculos*. Se obtuvo el estado de equilibrio con los valores de las resistencias R_2 , R_3 y R_4 anotados en el cuadro de valores. Sustituyendo estos valores en las fórmulas deducidas se obtiene el valor de la resistencia activa en c.a. R_x y el coeficiente de inductancia mutua M entre ambas bobinas.

$$R_x = \frac{2210 \cdot 140}{25600} = 12,08 \Omega \quad M = \frac{25600}{25600 + 2210} = 0,077 \text{ H.}$$

PUENTE OWEN - MEDICIÓN DE INDUCTANCIAS

El puente de Owen, cuyo esquema muestra la figura IV-18, se presta a la determinación de la inductancia propia L_x de bobinas de constante de tiempo $\left(\frac{L}{R}\right)$ de alto valor. Por lo general esta característica aparece en las bobinas con núcleos ferromagnéticos. El alcance de mediciones de este puente está comprendido entre 5 μH y 1 H y su exactitud es del orden de 0,1 %. En este puente las ramas Z_2 y Z_3 permanecen constantes. Se mide la inductancia propia L_x y su resistencia efectiva R_x . En serie con la bobina examinada se conecta una resistencia regulable en décadas R'_1 de modo que la resistencia total de esta rama es:

$$R_1 = R_x + R'_1$$

y su impedancia:

$$Z_1 = R_1 - j\omega L_x$$

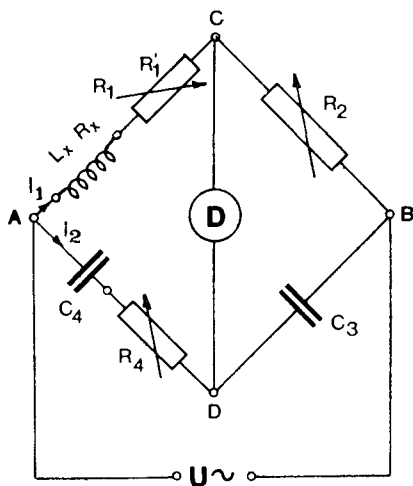


Figura IV-18.

La rama Z_2 consiste en una resistencia fija:

$$Z_2 = R_2$$

En la rama Z_3 está conectado un condensador patrón fijo C_3 de modo que su impedancia es:

$$Z_3 = \frac{1}{j\omega C_3}$$

La rama Z_4 se compone de un condensador fijo C_4 y una resistencia regulable R_4 , por lo tanto:

$$Z_4 = R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}$$

Las condiciones de equilibrio son:

$$U_{AB} = U_{AC} \quad \text{y} \quad U_{CB} = U_{DB}$$

sustituyendo los valores correspondientes a Z_1 , Z_2 , Z_3 y Z_4 tenemos:

$$I_1(R_1 + j\omega L_x) = I_2\left(R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}\right)$$

$$I_1 R_2 = I_2 \frac{1}{j\omega C_3}$$

$$(R_1 + j\omega L_x) \cdot \frac{1}{j\omega C_3} = R_2 \left(R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}\right)$$

De los términos reales e imaginarios se obtienen las fórmulas finales:

$$L_x = R_2 \cdot R_4 \cdot C_3 \quad R_1 = \frac{C_3}{C_4} \cdot R_2$$

La resistencia efectiva de la bobina se calcula:

$R_x = R_1 - R'_1$, donde R'_1 es la resistencia adicional regulable en la rama Z_1 . El estado de equilibrio se obtiene regulando las resistencias R'_1 y R_4 . Debido a que la determinación de la inductancia se basa en la comparación con la capacidad conocida, los valores de inductancia obtenidos pueden ser muy exactos y, en cambio, la determinación de la resistencia efectiva como resultado de la diferencia es inexacta.

Ejemplo: Determinar el valor de la inductancia propia (L_x) de una bobina de choque de 600 espiras con núcleo ferromagnético cerrado.

Procedimiento: Para montar el circuito del puente Owen según la figura IV-18, se han utilizado los siguientes elementos:

1. 3 resistencias decádicas: $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$; $\times 10000$, para emplearlas como R'_1 , R_2 y R_4 .
2. 1 condensador patrón, de papel, marca Tinsley de $1 \mu\text{F}$ para utilizarlo como C_3 .
3. 1 condensador patrón, de papel, marca Tinsley de $0,1 \mu\text{F}$ para utilizarlo como C_4 .
4. 1 galvanómetro de resonancia (AOIP) 20 a 120 Hz, como indicador.
5. 1 fuente de potencia regulable hasta 1000 Hz.

1.º paso: Se regula en forma independiente la resistencia R'_1 , conectada en serie con la bobina medida y la resistencia R_4 , prefijando el valor de la resistencia R_2 . Se obtuvo el equilibrio con los valores anotados en el cuadro de valores adjunto.

CUADRO DE VALORES

N.º	Bobina en prueba	R'_1	R_2	R_4	C_3	C_4	R_1	$R_x =$ $R_1 - R'_1$	L_r	Observa- ciones
		Ω	Ω	Ω	μF	μF	Ω	Ω	mH	
1	Bobina de choque 600 espiras	2180	220	970	1,0	0,1	2200	20	213	

2.º *paso.* - *Cálculos:* Sustituyendo los valores anotados en las fórmulas de L_x y de R_1 se obtiene finalmente el valor de inductancia L_x y de resistencia de la bobina de choque R_x :

$$L_x = R_2 \cdot R_4 \cdot C_3 = 220 \cdot 970 \cdot 0,000001 = 0,2134 \text{ H} = 213,4 \text{ mH}$$

$$R_1 = \frac{C_3}{C_4} \cdot R_2 = \frac{1}{0,1} \cdot 220 = 220 \Omega$$

$$R_x = R_1 - R'_1 = 2200 - 2180 = 20 \Omega$$

PUENTE DE HAY. MEDICIÓN DE INDUCTANCIAS

El puente de Hay se utiliza para las mediciones de inductancias propias de las bobinas con constante de tiempo $\tau = \frac{L}{R}$ de valor elevado. La bobina cuyas características se determinan forma la rama Z_1 . Las ramas Z_2 y Z_4 están constituidas por las resistencias patrón R_2 y R_4 decádicas y la rama Z_3 consiste en un condensador patrón fijo C_3 conectado en serie con la resistencia R_3 regulable (fig. IV-19). El estado de equilibrio se origina cuando:

$$U_{AB} = U_{AD} \quad \text{y} \quad U_{BC} = U_{BD}$$

sustituyendo tenemos:

$$I_1(R_x + j\omega L_x) = I_2 R_4$$

$$I_1 R_2 = I_2 \left(R_3 + \frac{1}{j\omega C_3} \right)$$

de esto:

$$(R_x + j\omega L_x) \cdot \left(R_3 + \frac{1}{j\omega C_3} \right) = R_4 \cdot R_2$$

$$\frac{R_x + j\omega L_x}{R_2} = \frac{R_4}{R_3 + \frac{1}{j\omega C_3}}$$

De esto se deducen dos ecuaciones:

$$\frac{L_x}{C_3} = R_2 R_4 - R_x R_3 \quad \text{y} \quad L_x C_3 = \frac{R_x}{\omega^2 R_3}$$

Resolviendo estas dos ecuaciones se obtiene finalmente:

$$L_x = R_2 \cdot R_4 \cdot \frac{C_3}{1 + \omega^2 R_3^2 C_3^2} \quad ; \quad R_x = \frac{R_2 R_4}{R_3} \cdot \frac{\omega^2 R_3^2 C_3^2}{1 + \omega^2 R_3^2 C_3^2}$$

También se puede determinar la constante de tiempo τ :

$$\tau = \frac{L_x}{R_x} = \frac{1}{\omega^2 R_3 C_3}$$

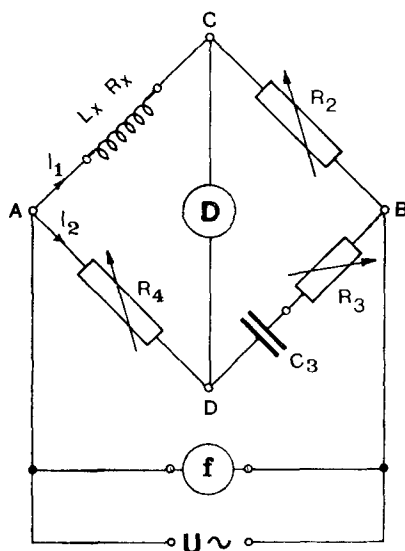


Figura IV-19.

De ambas se desprende que el equilibrio del puente depende de la frecuencia de la fuente de alimentación, lo cual implica el uso del frecuencímetro (fig. IV-19) y también resulta obvio que la fuente debe suministrar la tensión sinusoidal. La regulación del puente para llegar al estado de equilibrio se efectúa regulando las resistencia R_3 y R_4 y en caso necesario la capacidad patrón C_3 . Lo más cómodo resulta utilizar el patrón de capacidad C_3 fijo y regular únicamente las resistencias R_3 y R_4 . La resistencia R_2 , una vez establecido el alcance, permanece constante durante la operación.

Ejemplo: Determinar el valor de la inductancia propia de una bobina de 1200 espiras con el núcleo ferromagnético.

Procedimiento. Puente de Hay montado con los siguientes elementos:

1. 3 resistencias decádicas: $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$; $\times 10000$ utilizadas como R_2 , R_3 y R_4 .
2. 1 condensador patrón de $1 \mu\text{F}$, $\pm 1 \%$, marca Tinsley.
3. 1 frecuencímetro electrodinámico clase 0,5 marca H&B.
4. 1 galvanómetro de resonancia (20 a 120 Hz).
5. 1 generador de señales (LF Signal Generator) marca Advance utilizado en el margen 50 a 500 Hz, 0-3 y 0-10 V, de onda sinusoidal.

1.º paso: Regulando el generador de señales a una tensión de alimentación mínima (0,2 a 0,3 V) y a la frecuencia deseada (80 Hz) se hace una tentativa de apreciación de los valores de las resistencias R_2 , R_3 y R_4 . Se obtuvo el equilibrio, con esta tensión mínima, con la resistencia $R_2 = 10000 \Omega$ y las resistencias R_3 y R_4 de 150 y 100 ohmios respectivamente. Aumentando luego paulatinamente la tensión de alimentación hasta 3 V y regulando las resistencias se ha llegado finalmente al equilibrio con los valores anotados en el cuadro adjunto.

CUADRO DE VALORES

N.º	Bobina en prueba	f	ω	R_2	R_3	R_4	C_3	R_x	L_r	Observa- ciones
		Hz		Ω	Ω	Ω	μF	Ω	mH	
1	Bobina de 1200 esp.	80	502,65	9390	150	100	1,0	35,38	933,6	

2.º paso. — Cálculos: Sustituyendo los valores anotados en las fórmulas de R_x y L_x se obtuvieron los siguientes valores:

$$R_x = \frac{9390 \cdot 100}{150} \cdot \frac{502,65^2 \cdot 150^2 \cdot 0,000001^2}{1 - 502,65^2 \cdot 150^2 \cdot 0,000001^2} = 35,38 \Omega$$

$$L_x = 9390 \cdot 100 \cdot \frac{0,000001}{1 - 502,65^2 \cdot 150^2 \cdot 0,000001^2} = 0,9336 \text{ H} = 933,6 \text{ mH.}$$

PUENTE CAREY-FOSTER; MEDICIÓN DE INDUCTANCIA MUTUA

El puente Carey-Foster (fig. IV-20), permite determinar el valor de la inductancia mutua (M) entre dos bobinas acopladas, utilizando como patrones de comparación un condensador (C_2) y dos resisten-

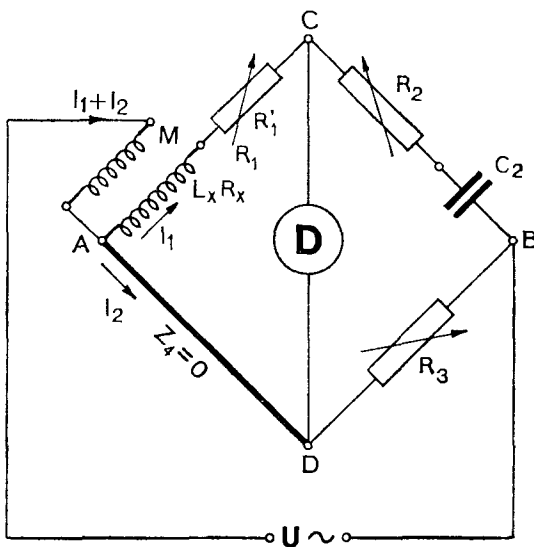


Figura IV-20.

cias (R_2 y R_3). Su característica muy especial es que la impedancia de una de las ramas (Z_4) es igual a cero. Las dos bobinas acopladas están conectadas en oposición. Valiéndonos de las condiciones de equilibrio usuales tenemos:

$$U_{AC} = U_{AD} \quad \text{y} \quad U_{BC} = U_{BD}$$

$$I_1 Z_1 = I_2 Z_4 = 0 \quad \text{e} \quad I_1 Z_2 = I_2 Z_3$$

$$I_1(R_1 + j\omega L_x) + (I_1 + I_2)j\omega M = 0 \quad \text{c}$$

$$I_1 \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right) = I_2 R_3 \quad ; \quad I_2 = I_1 \frac{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}{R_3}$$

Sustituyendo I_2 en la primera ecuación:

$$I_1(R_1 + j\omega L_x) + \left(I_1 + I_1 \frac{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}}{R_3} \right) j\omega M = 0$$

Finalmente se obtiene:

$$M = \frac{R_3}{R_3 + R_2} \cdot L_x \quad \text{y} \quad R_1 = M \cdot \frac{1}{C_2 R_3}$$

La resistencia de la bobina R_x en c.a. se obtiene por $R_x = R_1 - R'_1$, donde R'_1 es la resistencia regulable en la rama Z_1 .

El puente Carey-Foster se puede también utilizar para la determinación de capacidades. En tales casos se debe disponer de un patrón de inductancia mutua (M). La capacidad se calcula:

$$C_x = \frac{M}{R_1 \cdot R_3}$$

Ejemplo: Determinar el valor de la inductancia mutua (M_x) entre dos bobinas acopladas en forma concéntrica. La bobina interior tiene 1200 espiras y su inductancia propia $L_x = 933,6$ mH y la bobina exterior es de 600 espiras.

Procedimiento: Puente Carey-Foster montado con los siguientes elementos:

1. 2 resistencias en década: $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$; $\times 10000$; $\times 100000$, para resistencias R_2 y R_3 .
2. 1 resistencia en década (de baja resistencia): $\times 0,1$; $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$ para utilizarla en el caso de necesidad como resistencia adicional en la rama $Z_1 - R'_1$ (ver fig. IV-20).
3. 1 condensador patrón fijo de $1 \mu\text{F}$ ($\pm 1\%$).
4. 1 galvanómetro de resonancia 20 a 120 Hz, como detector de cero.
5. 1 fuente de señales de onda sinusoidal de frecuencia regulable.

1.º paso: Se obtuvo el estado de equilibrio con los valores anotados en el cuadro adjunto.

CUADRO DE VALORES

N.º	Denominación de lo medido	L_x	R_3	R_2	C_2	R_x	M_r	Observaciones
		H	Ω	Ω	F	Ω	H	
1	Bobinas acopladas 1200/600 espiras	0,9336	421100	800300	0,000001	1,45	0,61172	Bobina L_r de 1200 esp

2.º paso: Cálculos:

$$M = \frac{800300}{800300 + 421100} \cdot 0,9336 = 0,61172 \text{ H}$$

$$R_1 = 0,61172 \cdot \frac{1}{0,000001 \cdot 421100} = 1,45 \Omega$$

PUENTE DE SAUTY. MEDICIÓN DE CAPACIDADES

El puente de Sauty (fig. IV-21) se utiliza para las mediciones de condensadores de muy alta capacidad, o sea, condensadores cuyas pérdidas son de valor despreciable. El cuadripolo de este puente se compone, como casi todos los puentes, de 4 ramas. La rama corres-

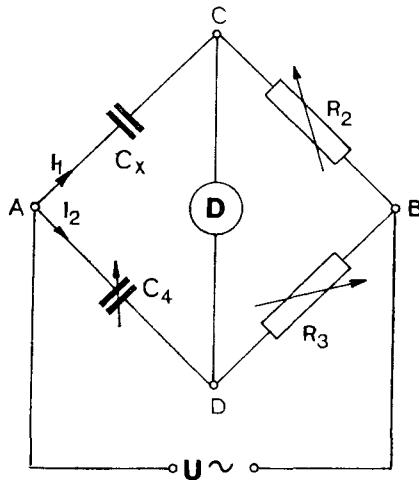


Figura IV-21.

pondiente a la impedancia Z_1 contiene el condensador en prueba (C_x), las ramas Z_2 y Z_3 se componen de las resistencias patrón R_2 y R_3 en década y la rama Z_4 del condensador patrón C_4 (variable o fijo).

El equilibrio se produce cuando $U_{AC} = U_{AD}$ y $U_{CB} = U_{DB}$. sustituyendo tenemos:

$$I_1 \frac{1}{j\omega C_x} = I_2 \frac{1}{j\omega C_4}$$

$$I_1 R_2 = I_2 R_3$$

de esto:

$$\frac{R_3}{j\omega C_x} = \frac{R_2}{j\omega C_4} \quad ; \quad C_x = \frac{R_3}{R_2} \cdot C_4$$

En la figura IV-22 está trazado el diagrama vectorial del puente en el estado de equilibrio. Este estado de equilibrio se consigue regulando la relación $\frac{R_3}{R_2}$ o la capacidad C_4 , cuando ésta consiste en un patrón

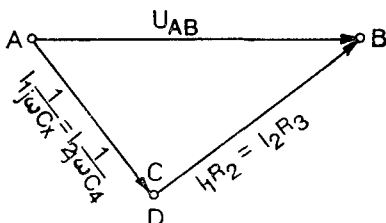


Figura IV-22.

variable. La regulación de este puente es fácil debido a que se regula un solo parámetro, pero cuando el condensador C_x acusa pérdidas apreciables no se puede llegar al equilibrio y las mediciones carecen de exactitud. Los resultados más exactos se obtienen cuando las capacidades C_x y C_4 son comparables.

El equilibrio se obtiene fácilmente cuando ambos condensadores, el patrón y el verificado, acusan el mismo ángulo de desfase. Como se puede apreciar, los resultados no dependen de la frecuencia. El alcance de las mediciones que permite la obtención de los resultados satisfactorios está comprendido entre 0,0001 μF y 10 μF . La exactitud de los resultados es de 1 % aproximadamente.

Ejemplo: Verificar la capacidad de un condensador marca Motorola, de papel, cuya capacidad nominal es de 2 μF .

Procedimiento: Se monta el puente de Sauty con los siguientes elementos:

1. 2 resistencias en década de 6 escalones: $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$; $\times 10000$; $\times 100000$ para utilizarlas en las ramas Z_2 y Z_3 .
2. 1 condensador patrón de 1 μF ($\pm 0,5\%$), fijo.
3. 1 generador de señales (descrito en el ejemplo anterior).
4. 1 galvanómetro de resonancia, marca AOIP (20 a 120 Hz).

1.ª *paso*: Se obtuvo el equilibrio regulando la relación $\frac{R_3}{R_2}$ con los valores anotados en el cuadro adjunto.

CUADRO DE VALORES

N.º	Condensador en prueba	R_2	R_3	$\frac{R_3}{R_2}$	C_4	C_x	Observaciones
		Ω	Ω		μF	μF	
1	Motorola 2 μF	19000	383000	2,015	1,0	2,015	Frecuencia empleada $f = 80 \text{ Hz}$

2.ª *paso*: Se sustituyen los valores obtenidos y anotados en la fórmula:

$$C_x = \frac{383000}{19000} \cdot 0,000001 = 2,015 \cdot 10^{-5} = 2,015 \mu F$$

PUENTE DE SAUTY-WIEN; MEDICIÓN DE LA CAPACIDAD Y DEL ÁNGULO DE PÉRDIDAS

Cuando se necesita obtener un valor más exacto de la capacidad medida, se deben regular también los componentes activos del puente. En este caso se conecta, en serie con el condensador patrón (C_4) (fig. IV-23) una resistencia regulable patrón, R_4 . De este modo se convierte el puente de Sauty en uno denominado puente de Sauty-Wien. En el esquema de este puente la capacidad medida está representada por el condensador C_x y por la resistencia de pérdidas en serie R_x . El condensador patrón C_4 también acusa cierta resistencia de pérdidas R'_4 , pero esta se incluye en la resistencia R_4 . Con este puente se puede determinar, además de la capacidad, el factor de potencia y en consecuencia el ángulo de pérdidas δ y el factor de pérdidas $\tan \delta$ (ver capítulo II, fig. II-18 y fig. II-19).

Partiendo de las condiciones de equilibrio:

$$\begin{aligned} U_{AC} &= U_{AD} \quad \text{y} \quad U_{BC} = U_{BD} \\ I_1 Z_1 &= I_2 Z_4 \quad \text{e} \quad I_1 Z_2 = I_2 Z_3 ; \\ Z_1 \cdot Z_3 &= Z_4 \cdot Z_2 \\ Z_1 &= R_x + \frac{1}{j\omega C_x} \quad ; \quad Z_2 = R_2 ; \\ Z_3 &= R_3 \quad ; \quad Z_4 = R_4 + \frac{1}{j\omega C_4} \end{aligned}$$

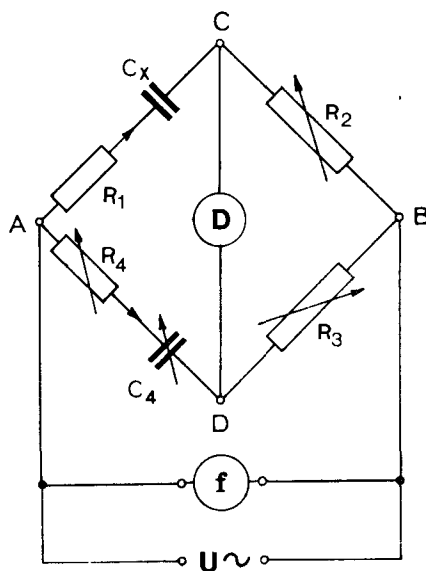


Figura IV-23.

Sustituyendo tenemos:

$$\left(R_x + \frac{1}{j\omega C_x}\right) \cdot R_3 = \left(R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}\right) \cdot R_2$$

De esta condición se derivan dos ecuaciones de valores **reales** e imaginarios de las cuales se obtienen las fórmulas finales para las **magnitudes** buscadas:

$$R_x = \frac{R_2}{R_3} \cdot R_4 \qquad C_x = \frac{R_3}{R_2} \cdot C_4$$

El factor de pérdidas está representado por $\operatorname{tg} \delta$, o sea, por la tangente del ángulo que, sumado al ángulo de desfase φ , da 90° . Este factor de pérdidas se puede expresar:

$$\operatorname{tg} \delta_x = \omega \cdot R_x \cdot C_x = \omega \cdot R_4 \cdot C_4$$

De esto resulta que es imprescindible conocer la frecuencia f cuyo valor se debe medir.

$$\operatorname{tg} \delta_x = 2\pi f \cdot R_4 \cdot C_4$$

En mediciones muy exactas la resistencia R_4 debe ser tomada como la suma de la resistencia conectada en serie con el condensador patrón C_4 y la resistencia de pérdidas de este condensador.

La figura IV-24, muestra el diagrama vectorial del puente de Sauty-Wien en estado de equilibrio.

Ejemplo: Evaluar un condensador de $8\text{ }\mu\text{F}$ de capacidad nominal, marca TOC.

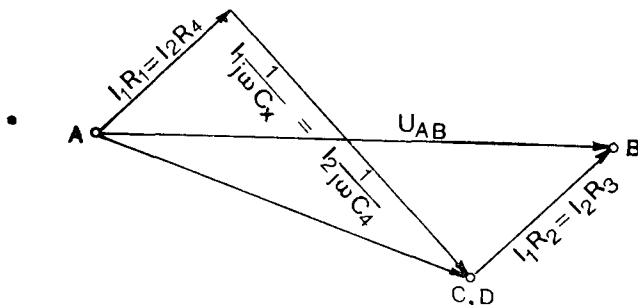


Figura IV-24.

Procedimiento: Se medirá la capacidad real del condensador y su factor de pérdidas ($\text{tg } \delta$), utilizando el puente de Sauty-Wien montado con los elementos siguientes:

1. 3 resistencias decádicas: $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$; $\times 10000$; $\times 100000$, para utilizarlas como R_2 , R_3 y R_4 .
2. 1 condensador patrón de $1\text{ }\mu\text{F}$ de pérdidas despreciables, como C_4 .
3. 1 frecuencímetro. Su conexión depende de la tensión nominal y del tipo del instrumento según la tensión que suministrará la fuente de señal. A veces se necesitará un transformador intermedio.
4. 1 fuente de señal de onda sinusoidal y de tensión y frecuencia regulables. Por lo general se puede prescindir del frecuencímetro cuando la fuente está provista de indicadores adecuados.
5. 1 galvanómetro de resonancia (20 a 120 Hz) como detector de cero.

1.º paso: Se obtuvo el equilibrio con los valores de las resistencias anotados en el cuadro, utilizando la frecuencia de prueba de 100 Hz.

2.º paso: Con los valores anotados en el cuadro se calcula:

$$R_x = \frac{100200}{830000} \cdot 200 = 24,14\text{ }\Omega \quad ; \quad C_x = \frac{830000}{100200} \cdot 0,000001 = 8,2834\text{ }\mu\text{F}$$

$$\text{Factor de pérdidas: } \text{tg } \delta_x = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot 200 \cdot 0,000001 = 0,125$$

CUADRO DE VALORES

N.º	Condensador en prueba	f	R_2	R_3	R_4	C_4	R_x	C_x	$\operatorname{tg} \delta$	Observaciones
		Hz	Ω	Ω	Ω	μF	Ω	μF		
1	TOC $8 \mu\text{F}$	100	100200	830000	200	0,1	24,14	8,2834	0,125	+ 3,54 %

PUENTE DE WIEN; MEDICIONES DE CAPACIDADES Y FRECUENCIAS

El puente de Wien se destina en principio a mediciones de capacidades, pero, como se verá a continuación, se le puede utilizar para las mediciones de frecuencias. El uso de este puente es muy recomendable para mediciones de capacidades que se pueden considerar como conectadas en paralelo con resistencias de pérdidas considerables, como por ejemplo en pruebas de cables. Según el esquema del puente de Wien (fig. IV-25), se pueden distinguir las cuatro impedancias del cuadripolo de la siguiente manera:

La impedancia Z_1 consiste en la capacidad C_x en paralelo con su resistencia de pérdidas R_x . En paralelo con la capacidad medida C_x se

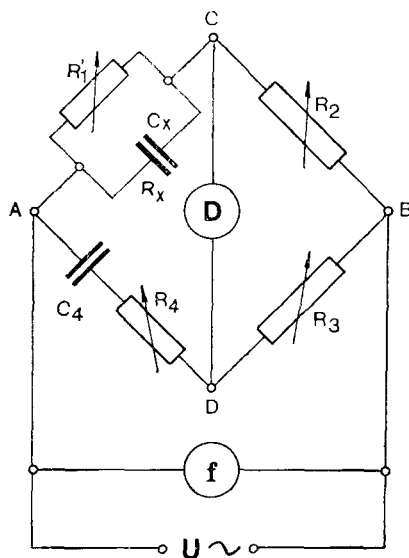


Figura IV-25.

conecta una resistencia regulable R'_1 para facilitar la obtención de equilibrio. En este caso la resistencia activa de la rama Z_1 será:

$$R_1 = \frac{R'_1 \cdot R_x}{R'_1 + R_x}$$

y la impedancia de la primera rama es:

$$Z_1 = \frac{R_1}{1 + j\omega C_x R_1}$$

La impedancia de la segunda rama es una **resistencia patrón regulable** no inductiva, por lo tanto:

$$Z_2 = R_2$$

La impedancia de la tercera rama consiste **igualmente en una resistencia patrón regulable** y no inductiva:

$$Z_3 = R_3$$

La impedancia Z_4 se compone del condensador patrón C_4 conectado en serie con una resistencia patrón regulable y no inductiva R_4 ; en consecuencia:

$$Z_4 = R_4 + \frac{1}{j\omega C_4}$$

Partiendo de las condiciones de equilibrio tenemos:

$$\begin{aligned} U_{AC} &= U_{AD} & \text{y} & & U_{CB} &= U_{DB} \\ I_1 Z_1 &= I_2 Z_4 & \text{e} & & I_1 Z_2 &= I_2 Z_3 \\ Z_1 \cdot Z_3 &= Z_4 \cdot Z_2 \end{aligned}$$

sustituyendo se obtiene la ecuación del equilibrio:

$$\frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_x} \cdot R_3 = \left(R_4 + \frac{1}{j\omega C_4} \right) \cdot R_2$$

Separando los términos reales e imaginarios y **resolviendo esta** condición se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{R_3}{R_2} &= \frac{R_4}{R_1} + \frac{1}{j\omega C_4 R_1} + j\omega C_1 R_4 + \frac{C_1}{C_4} \\ \frac{R_3}{R_2} &= \frac{R_4}{R_1} + \frac{C_1}{C_4} & \text{y} & & j\omega C_1 R_4 &= -\frac{1}{j\omega C_4 R_1} \\ \frac{C_1}{C_4} &= \frac{R_3}{R_2} - \frac{R_4}{R_1} & ; & & C_1 C_4 &= \frac{1}{\omega^2 R_1 R_4} \end{aligned}$$

De estas relaciones se obtienen las fórmulas finales:

$$R_x = R_1 = \frac{R_3}{R_2} \cdot R_4 \cdot \frac{1 + \omega^2 R_4^2 C_4^2}{\omega^2 R_4^2 C_4^2} \quad ; \quad C_x = C_1 = \frac{R_3}{R_2} \cdot \frac{C_4}{1 + \omega^2 R_4^2 C_4^2}$$

De estas fórmulas resulta que el equilibrio del puente de Wien depende de la frecuencia. El puente se puede equilibrar regulando las resistencias R_3 y R_4 . También se puede obtener el equilibrio variando la frecuencia según la condición:

$$\omega^2 = \frac{1}{R_1 R_4 C_1 C_4}$$

Basándose en esta condición se puede utilizar el puente para mediciones de la frecuencia equilibrándolo con los valores conocidos de R_1 , R_4 , C_1 y C_4 . Para mediciones de frecuencia es conveniente que $R_1 = R_4 = R$ y que $C_1 = C_2 = C$. En este caso:

$$\frac{R_3}{R_2} = \frac{R_4}{R_1} + \frac{C_1}{C_4} = 1 + 1 = 2$$

$$\omega^2 = \frac{1}{C^2 \cdot R^2} \quad ; \quad \omega = \frac{1}{C \cdot R} = 2\pi f \quad \text{y} \quad f = \frac{1}{2\pi C R}$$

El equilibrio se obtiene haciendo R_1 y R_4 iguales y el margen se selecciona variando de igual manera C_1 y C_4 .

Cuando no se pueda aplicar esta simplificación ($R_1 = R_4$ y $C_1 = C_2$), el valor de la frecuencia se determina mediante la fórmula:

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_1 R_4 C_1 C_4}}$$

La figura IV-26 muestra el diagrama vectorial del puente de Wien en el estado de equilibrio.

Ejemplo: Determinar la capacidad exacta de un condensador de capacidad nominal 8 μF . El condensador está previsto para trabajar en los circuitos alimentados de la fuente de 60 Hz.

Procedimiento. Se utilizará el puente de Wien compuesto de los siguientes elementos:

1. 1 fuente de señal de tensión sinusoidal y de frecuencia regulables.
2. 4 resistencias de 6 décadas: $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$; $\times 10000$ y $\times 100000$ ohmios para utilizarlas como R'_1 , R_2 , R_3 y R_4 .
3. 1 condensador patrón de 2 μF para la combinación de Z_4 .
4. 1 galvanómetro de resonancia que responde a las frecuencias 20 a 120 Hz.

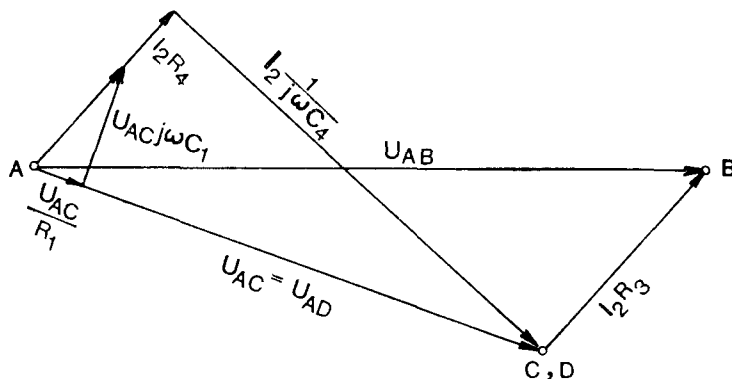


Figura IV-26.

1.ª *paso*: Se ajustó la frecuencia de la fuente a la frecuencia $f = 60$ Hz según las exigencias de la prueba. Durante la manipulación resultó que no era necesario conectar una resistencia R'_1 en paralelo con el condensador examinado. El equilibrio se consiguió con los valores anotados en el cuadro adjunto.

2.º *paso*: Cálculos.

La resistencia de pérdidas del condensador:

$$R_x = \frac{800000}{200000} \cdot 1 \cdot \frac{1 + (2 \cdot \pi \cdot 60)^2 \cdot 1^2 \cdot 0,000002^2}{(2 \cdot \pi \cdot 60)^2 \cdot 1^2 \cdot 0,000002^2} = 7,04 \text{ M}\Omega$$

$$C_x = \frac{800000}{200000} \cdot \frac{(2 \cdot \pi \cdot 60)^2 \cdot 1^2 \cdot 0,000002^2}{1 + (2 \cdot \pi \cdot 60)^2 \cdot 1^2 \cdot 0,000002^2} = 7,99 \text{ }\mu\text{F}$$

CUADRO DE VALORES

N.º	Condensador	f	R'_1	R_2	R_3	R_1	C_1	R_i	C	Observaciones
		Hz	$\Omega \cdot 10^3$	$\Omega \cdot 10^3$	$\Omega \cdot 10^3$	Ω	μF	M Ω	μF	
1	Sin marca	60	—	200	800	1	2	7,04	7,09	Se obtuvo equilib. sin R'_1

PUENTE DE NERNST. MEDICIÓN DE CAPACIDAD Y DEL ÁNGULO DE PÉRDIDAS

Cuando el ángulo de pérdidas δ del condensador examinado es relativamente grande, es conveniente utilizar el puente de Nernst que es el puente de Sauty modificado. En el esquema de este puente (figura IV-27) el condensador examinado está representado por la capaci-

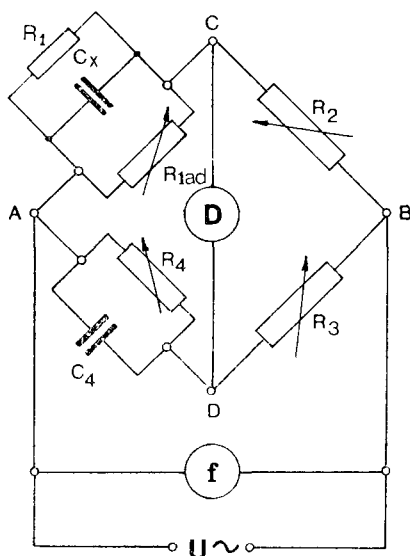


Figura IV-27.

dad $C_1 = C_x$ y por una resistencia de pérdidas R_1 conectada en paralelo. Se supone que el condensador patrón C_4 no tiene pérdidas y a éste se conecta una resistencia patrón R_4 regulable, en décadas. La condición de equilibrio del puente se puede expresar:

$$\frac{R_1}{1 + j\omega R_1 C_x} \cdot R_3 = \frac{R_4}{1 + j\omega R_4 C_4} \cdot R_2$$

Resolviendo esta ecuación se obtienen las fórmulas finales para el puente:

$$R_1 = \frac{R_2}{R_3} \cdot R_4$$

$$C_1 = C_x = \frac{R_3}{R_2} \cdot C_4$$

y la tangente del ángulo de pérdidas:

$$\operatorname{tg} \delta_x = \frac{1}{\omega C_4 R_4}$$

Puede resultar que el condensador examinado no tiene pérdidas muy elevadas y en consecuencia el equilibrio se obtiene agregando en paralelo con el condensador C_x una resistencia R_{1ad} . Esta resistencia adicional no debe ser inferior a 100 k Ω . En este caso la resistencia R_1 se calcula:

$$R_1 = \frac{R_{1ad} \cdot R_x}{R_{1ad} + R_x}$$

La manera más cómoda para llegar al estado de equilibrio es:

- a) regular la relación $\frac{R_3}{R_2}$ con el condensador patrón C_4 de valor fijo.
- b) mantener la relación $\frac{R_3}{R_2}$ fija y regular la capacidad del patrón C_4 .

Ejemplo: Verificar la capacidad de un condensador de 8 μF y determinar su factor de pérdidas ($\operatorname{tg} \delta$).

Procedimiento: Se monta el puente de Nernst con los siguientes elementos:

1. 3 resistencias en décadas para utilizarlas en las ramas Z_2 , Z_3 y Z_4 .
2. 1 galvanómetro de resonancia de 100 Hz y sensibilidad 0,5 mm/1 μV .
3. 1 fuente de señal de onda sinusoidal y de frecuencia regulable entre 50 y 500 Hz.
4. 1 frecuencímetro de aguja con escala 0-100 Hz de baja tensión.

1.º paso: Se ha obtenido el equilibrio sin necesidad de conectar la resistencia adicional (R_{1ad}) al condensador examinado. Obteniendo los valores de R_2 , R_3 y R_4 se anotaron en el cuadro junto con el valor del patrón de capacidad C_4 y de la frecuencia utilizada (f).

2.º paso: Cálculos.

$$R_1 = \frac{40000}{160100} \cdot 900000 = 224859 \, \Omega \quad ; \quad C_x = \frac{160100}{40000} \cdot 2(\mu\text{F}) = 8,005 \, \mu\text{F}$$

$$\operatorname{tg} \delta_x = \frac{1}{2\pi f \cdot 0,000002 \cdot 900000} = 0,001105$$

CUADRO DE VALORES

N.º	Conden- sador en prueba	f	R_2	R_3	R_4	C_t	R_t	C_t	$\operatorname{tg} \delta_x$	Observa- ciones
		Hz	Ω	Ω	Ω	μF	Ω	μF		
1		80	40000	160100	900000	2	224859	8,005	0,001105	

En los casos en que el condensador examinado es de una capacidad reducida y no hay disponible un condensador patrón (C_4) de valor adecuado, se conecta un paralelo con el condensador C_x , otro condensador patrón (C_1) de características conocidas y luego se le tiene en cuenta en los cálculos finales.

PUENTE DE RESONANCIA. MEDICIONES DE FRECUENCIAS Y DE RESISTENCIAS PURAS

Para mediciones muy exactas de la frecuencia en el análisis de la onda de tensión y para determinar el valor de la resistencia de un arrollamiento, se utiliza el puente de resonancia. Este tipo de puente es también conocido con el nombre de puente de Grüneisen-Giebe.

En este puente (fig. IV-28) la rama de la impedancia Z_1 del cua-

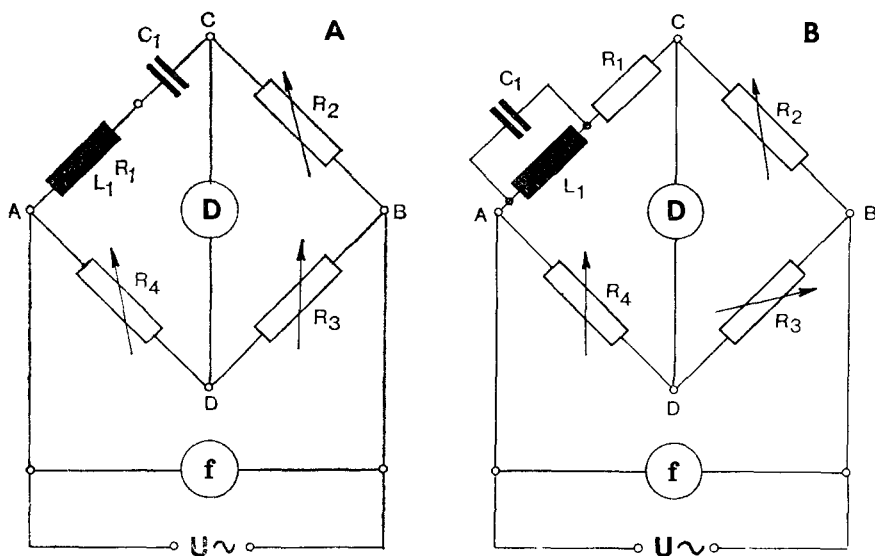


Figura IV-28.

dripolo consiste en un circuito resonante. El circuito resonante puede estar montado en serie (resonancia de tensiones, fig. IV-28A) o en paralelo (resonancia de intensidades, fig. IV-28B). La impedancia Z_1 se compone de la inductancia patrón L_1 , cuya resistencia es R_1 , y de la capacidad patrón C_1 . Las otras tres impedancias Z_2 , Z_3 y Z_4 son las resistencias no inductivas R_2 , R_3 y R_4 . La impedancia Z_1 al entrar en resonancia tendrá el carácter resistivo de modo que el puente, en el estado de equilibrio, tendrá características de un puente Wheatstone de c.a.

La condición de resonancia está dada por la ecuación:

$$\omega L_1 = \frac{1}{\omega C_1} \quad \text{o} \quad L_1 = \frac{1}{\omega^2 C_1}$$

Partiendo de las condiciones de equilibrio usuales tenemos:

$$U_{AB} = U_{AD} \quad \text{y} \quad U_{CB} = U_{DB}$$

$$I_1 Z_1 = I_2 Z_4 \quad \text{e} \quad I_1 Z_2 = I_2 Z_3$$

$$Z_1 = \left(R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) \quad ; \quad Z_2 = R_2 \quad ; \quad Z_3 = R_3 \quad ; \quad Z_4 = R_4$$

Durante el estado de equilibrio se tiene:

$$\left(R_1 + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4$$

De los términos reales e imaginarios surge:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4 \quad \text{y} \quad \omega^2 L_1 \cdot C_1 = 1$$

y resultan las fórmulas finales:

$$R_1 = \frac{R_2}{R_3} \cdot R_4 \quad \omega^2 = \frac{1}{L_1 \cdot C_1} \quad f = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 C_1}}$$

El puente es adecuado para la determinación exacta de frecuencias cuyos valores están comprendidos entre 200 y 300000 Hz. Para utilizarlo en la determinación de frecuencias más bajas se presentan dificultades, ya que en tales casos se requieren los patrones de inductancia L_1 y de capacidad C_1 de altos valores. El estado de equilibrio depende de la frecuencia; en consecuencia el equilibrio se produce con una sola frecuencia de resonancia.

Ejemplo: Determinar el valor de la resistencia ($R_1 = R_x$) de un patrón de inductancia 0,1 H, y la frecuencia de resonancia del circuito compuesto por la inductancia 0,1 H y por la capacidad 0,02 μF .

Procedimiento: Se monta el puente de resonancia según el esquema de la figura IV-28A. Como se trata de frecuencias del orden de

kHz, más altas que la frecuencia industrial, se utilizará como detector de cero un osciloscopio. Este se conecta a una resistencia R_0 conectada entre los puntos C y D del cuadripolo (fig. IV-29). La resistencia R_0 debe ser del orden de un par de $M\Omega$. Hay que tener presente que las

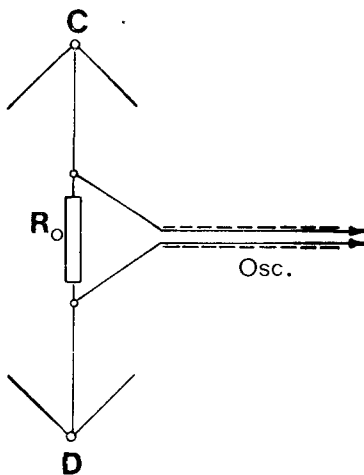


Figura IV-29.

conexiones entre los elementos del puente deben ser lo más cortas posible. La conexión del osciloscopio a la resistencia R_0 debe ser efectuada con un cable coaxial blindado. No se debe utilizar en la proximidad las luces del tipo fluorescente.

Los elementos componentes son:

1. 1 inductancia patrón de 0,1 H y resistencia desconocida.
2. 1 condensador patrón de 0,02 μF .
3. 3 resistencias en década para utilizarlas como R_2 , R_3 y R_4 .
4. 1 fuente de señal de tensión sinusoidal y de frecuencia regulable (50 a 500 Hz y 500 a 5000 Hz).
5. 1 osciloscopio de 1 canal como detector de cero.

1.º paso: Se mide con aproximación el valor de la resistencia en c.c. para establecer los valores aproximados de las resistencias relacionadas $\left(\frac{R_2}{R_3}\right)$ y de la resistencia patrón R_4 . El valor obtenido es $R_{x(c.c.)} = 50 \Omega$. Para esta medición previa es suficiente utilizar un óhmetro. Se prefija la relación $\frac{R_2}{R_3} = 0,5$. Luego, aumentando paulatina-

mente la frecuencia de la fuente de señal y ajustando la resistencia patrón R_4 , se obtuvo el equilibrio.

2.º *paso*: Con los valores anotados en el cuadro adjunto se calcula:

$$R_x = R_1 = \frac{R_2}{R_3} = \frac{51000}{100000} \cdot 112 = 57,12 \, \Omega$$

$$f_x = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{0,1 \cdot 0,0000002}} = 1125,395 \, \text{Hz}$$

CUADRO DE VALORES

N.º	Circuito en prueba	R_2	R_3	R_4	C_1	L_1	f_x	$R_1=R_x$	Observaciones
		Ω	Ω	Ω	μF	H	Hz	Ω	
1	Bobina patrón 0,1 H	51000	100000	112	0,02	0,1	1125,395	57,12	

PUENTE DE SCHERING. MEDICIÓN DE LA CAPACIDAD Y DEL FACTOR DE PÉRDIDAS

El puente Schering es de uso muy frecuente, siendo utilizado para la medición de capacidades (C_x) y del factor de pérdidas ($\text{tg } \delta$) de condensadores y de otros elementos de características capacitivas. Tales elementos son, por ejemplo, cables armados de A.T., aisladores, aceites de transformador, etc. El puente de Schering difiere de los puentes ya descritos en el método y en el procedimiento a seguir para obtener el estado de equilibrio; además permite las mediciones de la capacidad y del ángulo de pérdidas con alta tensión de alimentación. Esto es requerido por las normas que rigen las pruebas de materiales aislantes y elementos que los contienen.

La figura IV-30 muestra el esquema básico del puente Schering. El cuadripolo se compone del condensador examinado C_x , de los condensadores patrón C_3 y C_4 , de la resistencia fija R_3 en paralelo con el condensador C_3 y de la resistencia patrón regulable en décadas R_2 . El condensador patrón C_4 , de valor fijo (fig. IV-31), puede ser de aire o de gas comprimido y tiene una construcción especial (ver Tomo I, Cap. II). Como se ha mencionado, se lo utiliza en calidad de patrón fijo pues es difícil construirlo variable. Está provisto de 3 terminales. Entre los bornes 1 y 2 está comprendida su capacidad nominal cuyo

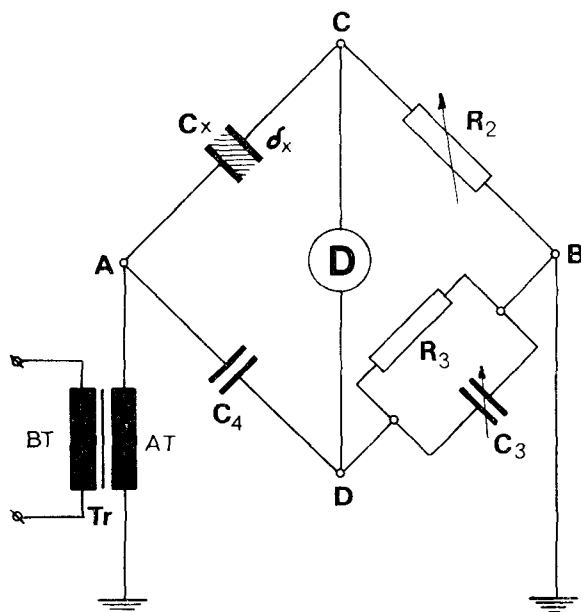


Figura IV-30.

valor puede oscilar entre 50 y 100 pF en los puentes Schering de alta tensión. Para bajas tensiones la capacidad del condensador C_4 es mayor. El borne 3 del condensador (fig. IV-31) está conectado con un

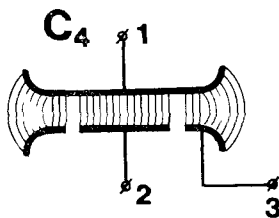


Figura IV-31.

electrodo adicional, concéntrico con el electrodo 2, lo que permite la obtención de un campo eléctrico uniforme entre los electrodos 1 y 2 y, en consecuencia, un valor estable de la capacidad nominal $C_{12} = C_4$.

Aunque en tal caso aparecen pequeñas capacidades adicionales C_{13} y C_{23} , su influencia queda eliminada al conectar el borne 3 a tierra. Como condensador patrón C_3 se utiliza una capacidad decádica (de 2 ó 3 décadas), construida a base de condensadores de mica y su valor total no excede $1 \mu\text{F}$.

Del análisis del circuito de la figura IV-30 se obtiene:
Las impedancias de las cuatro ramas del cuadripolo son

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_x = R_x + \frac{1}{1 + j\omega C_x} \\ Z_2 &= R_2 \\ Z_3 &= \frac{1}{\frac{1}{R_3} + j\omega C_3} = \frac{R_3}{1 + j\omega R_3 C_3} \\ Z_4 &= \frac{1}{j\omega C_4} \end{aligned}$$

Sustituyendo los valores de las impedancias de las cuatro ramas en la ecuación básica de equilibrio del puente tenemos:

$$Z_x \cdot Z_3 = Z_2 \cdot Z_4$$

$$\left(R_x + \frac{1}{j\omega C_x} \right) \cdot \frac{R_3}{1 + j\omega R_3 C_3} = R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_4}$$

y de la comparación de los valores reales e imaginarios se obtiene:

$$R_x = \frac{C_3}{C_4} \cdot R_2 \quad \text{y} \quad C_x = \frac{R_3}{R_2} \cdot C_4$$

Estas dos fórmulas permiten la determinación inmediata de los valores de las magnitudes buscadas C_x y R_x . Sin embargo, el puente Schering se utiliza más en los exámenes de materiales aislantes, por lo cual es interesante la medición no tanto de la resistencia R_x sino de la tangente del ángulo de pérdidas

$$\text{tg } \delta_x = \omega C_x R_x$$

Sustituyendo los valores de R_x y C_x se obtiene:

$$\text{tg } \delta_x = \omega \cdot C_4 \cdot \frac{R_3}{R_2} \cdot R_2 \cdot \frac{C_3}{C_4} = \omega \cdot C_3 \cdot R_3$$

Las fórmulas finales para utilizarlas con el puente Schering serán:

$$C_x = C_4 \cdot \frac{R_3}{R_2} \quad \text{y} \quad \text{tg } \delta_x = \omega \cdot C_3 \cdot R_3$$

La operación más fácil para obtener el equilibrio se consigue manteniendo valores constantes de R_3 y de C_4 regulando R_2 y C_3 . En este caso se consigue la lectura independiente pues C_3 no entra en la fórmula para C_x y determina $\text{tg } \delta_x$ solamente. En cambio la resistencia R_2 debe ser regulada. Para mayor comodidad se elige:

$$R_3 = \frac{10000}{\pi} \approx 3183 \Omega$$

Cuando el puente trabaja con la frecuencia industrial $f = 50 \text{ Hz}$:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 100 \pi$$

y con la frecuencia $f = 60 \text{ Hz}$:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 120 \pi$$

En el primer caso:

$$\text{tg } \delta_x = 100 \pi \cdot \frac{10000}{\pi} C_3 = 10^6 \cdot C_3 \quad (C_3 \text{ en faradios})$$

y $\text{tg } \delta_x = C_3 \quad (C_3 \text{ en } \mu\text{F})$

En el segundo caso:

$$\text{tg } \delta_x = 120 \pi \cdot \frac{10000}{\pi} C_3 = 1,2 \cdot 10^6 \cdot C_3 \quad (C_3 \text{ en faradios})$$

y $\text{tg } \delta_x = 1,2 C_3 \quad (C_3 \text{ en } \mu\text{F})$

El diagrama vectorial (fig. IV-32) se construye de la manera siguiente: como punto de partida se toma el vector de la tensión aplicada U_{AB} . El vector de la corriente I_1 precede al vector de la tensión U_{AB} en un ángulo menor de 90° . Con la posición del vector I_1 coincide el vector de la caída de tensión $I_1 \cdot R_x$ y se proyecta en ángulo recto

la caída $I_1 \cdot \frac{1}{1 - j\omega C_v}$ la que aparece sobre la capacidad C_x . De esta

manera se consigue el punto topográfico C . Proyectando desde el punto C paralelamente al vector I_1 el vector de la caída de tensión $I_1 \cdot R_2$ se obtiene finalmente el punto B . Entre los puntos A y C aparece la

caída de tensión $I_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_4}$ pues el punto D coincide con el punto C durante el estado de equilibrio.

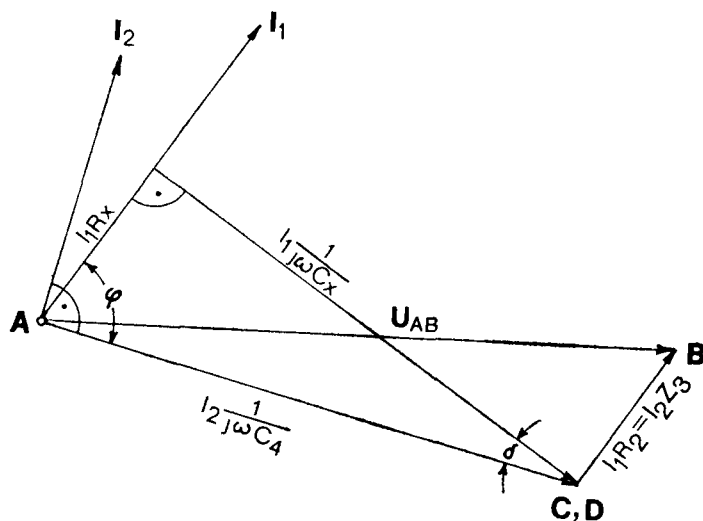


Figura IV-32.

Observaciones generales

Como detector de cero se utiliza un galvanómetro de vibración; en casos de frecuencias más altas que las industriales, es recomendable utilizar un osciloscopio.

Midiendo el factor de pérdidas $\text{tg } \delta$ se obtienen a la vez el factor de potencia por ser $\delta = \cos \varphi$.

El alcance de las mediciones de capacidad depende de la capacidad del condensador C_4 . Con un condensador C_4 de 100 pF el alcance es de 1 pF a 10 μF .

EJEMPLO DE PUENTE SCHERING

La figura IV-33 muestra un puente Schering de alta tensión fabricado por la firma Tinsley & Co., Ltd., Inglaterra, como modelo N.º 4550. El aparato está destinado a las mediciones de alta tensión y en frecuencias industriales (50 y 60 Hz) de las capacidades, del factor de pérdidas y del factor de potencia de condensadores, cables, aisladores y otros elementos que trabajan en A.T.

La unidad 4550. El aparato consiste en dos ramas del puente Z_2 y



Figura IV-33.

Z_3 . La rama Z_2 es una resistencia no inductiva decádica de 5 escalones: $\times 0,1$; $\times 1$; $\times 10$; $\times 100$; $\times 1000$ y de alambre calibrado con cursor y de alcance 0,01 a 0,1 Ω . La rama Z_3 consiste en el condensador C_3 y la resistencia R_3 en paralelo. El condensador C_3 es de variación lineal hasta 2,111 μF y la resistencia R_3 es de 3 décadas para obtener el valor

$R_3 = \frac{10^6}{\omega}$. El aparato tiene dos alcances de medición de $\text{tg } \delta$: desde

0 a 0,211 y desde 0 a 0,0211. El alcance de medición de la capacidad depende del valor del condensador patrón (C_4). Con el condensador $C_4 = 100 \text{ pF}$ el alcance está comprendido entre 10 y 1000 pF. La intensidad de corriente máxima admisible es de 30 mA.

El condensador patrón C_4 , que se utiliza con la unidad 4550 forma la rama Z_4 ; debe ser de construcción blindada, de aire y prácticamente sin pérdidas. Su capacidad nominal es de $100 \text{ pF} \pm 0,01 \%$.

El detector de cero. Se recomienda utilizar un galvanómetro de vibración de bobina o de hierro móvil (ver Tomo I, Cap. XI). Su sensibilidad debe ser del orden de $1 \mu\text{A}/50 \text{ mm}$. El galvanómetro debe estar provisto de blindajes electrostático y magnético.

Fuente de alimentación. El aparato se alimenta por medio de un transformador cuya relación de transformación es suficientemente alta para asegurar la carga capacitiva de la muestra examinada. También se puede utilizar en el primario del transformador un regulador inductivo.

Resumen de puentes de corriente alterna

Denominación del puente	Magnitud que mide	Característica	Alcance aproximado	Formulas utilizadas
Wheatstone de c.a.	R en c.a.	$\varphi_2 - \varphi_3 = 0$	10^1 a $10^3 \Omega$	$R_x = \frac{R_2}{R_1} R_4$
Kohlrausch	R electrolit	$\varphi_2 - \varphi_3 = 0$	10^1 a $10^4 \Omega$	$R_x = \frac{l_4}{l_1} R_2$
Maxwell	L R M	$\varphi_2 - \varphi_3 = 0$	10^{-2} a 10 H sin nucleo	$L_x = \frac{R_4}{R} L_p, R_x = \frac{R_4}{R_1} R_p$ $R_x = (R_p + \Delta R_2) \frac{R_4}{R_1} - \Delta R_1$ $M_x = \frac{L_A - L_B}{4}$
Maxwell-Wien I	L R	$\varphi_2 + \varphi_4 = 0$	10^{-2} a 10 H (R)	$L_x = C_3 R_2 R_4, R_x = \frac{R_2 R_4}{R}$
Maxwell-Wien II	M	$\varphi_2 - \varphi_3 = 0$	10^{-1} a 1 H	$M_x = \frac{R_3}{R_1 + R_2} L_1$
Owen	L R	$\varphi_2 - \varphi_3 = \pm 90^\circ$	$5 \mu\text{H}$ a 1 H	$L_x = C_3 R_2 R_4, R_x = \frac{C_3}{C_4} R_2$
Hay	L R	$\varphi_2 + \varphi_4 = 0$	bobinas de $\frac{L}{R}$ grande	$L_x = R_2 R_4 \frac{C_3}{1 + \omega^2 R_3^2 C_3^2}$ $R_x = \frac{R_2 R_4}{R_1} \frac{\omega^2 R_3^2 C_3^2}{1 + \omega^2 R_3^2 C_3^2}$

Resumen de puentes de corriente alterna (Continuación)

Denominación del puente	Magnitud que mide	Característica	Alcance aproxim.	Fórmulas utilizadas
Carey-Foster	M R	$\varphi_2 - \varphi_3 = \mp 90^\circ$	$M < L$	$M_x = \frac{R_3}{R_3 + R_2} \cdot L_1$ $R_1 = M_x \cdot \frac{1}{C_2 R_3}$
De Sauty	C	$\varphi_2 - \varphi_3 = 0$	Cuando δ despreciable	$C_x = \frac{R_3}{R_2} \cdot C_4$
De Sauty-Wien	C $\text{tg } \delta$	$\varphi_2 - \varphi_3 = 0$	$\delta > 50^\circ$	$C_x = \frac{R_3}{R_2} \cdot C_4$; $R_x = \frac{R_2}{R_3} \cdot R_4$ $\text{tg } \delta_x = 2\pi f \cdot R_4 \cdot C_4$
Wien	C f	$\varphi_2 - \varphi_3 = 0$	10 μF a 1 F	$C_x = \frac{R_3}{R_2} \cdot \frac{C_3}{1 + \omega^2 R_1^2 C_4^2}$ $f_x = \frac{1}{2\pi \sqrt{R_1 R_4 C_1 C_4}}$
Nernst	C $\text{tg } \delta$	$\varphi_2 - \varphi_3 = 0$	Cuando δ es de valor considerable	$C_x = \frac{R_3}{R_2} \cdot C_4$ $\text{tg } \delta_x = \frac{1}{\omega \cdot C_4 R_1}$
De resonancia	f R	$\varphi_2 - \varphi_3 = 0$	sin límite	$R_1 = \frac{1}{R_3} \cdot R_4$; $f = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_1 C_1}}$
Schering	C $\text{tg } \delta$	$\varphi_2 + \varphi_4 = \mp 90^\circ$	0,1 C_1 a 10 C_4 0,2 a 0,02	$C_x = C_4 \frac{R_3}{R_2}$; $\text{tg } \delta_x \approx C_3 R_3$

Los tipos de puentes agrupados en la tabla son los denominados "clásicos". Existe mayor variedad de puentes pero todos están contruidos según los principios mencionados.

Capítulo V

MÉTODOS DE DEFLEXIÓN

Los métodos de medición en los cuales los resultados se calculan a base de una determinada desviación del instrumento (o instrumentos) se denominan “Métodos de deflexión”. En realidad todos los métodos ya descritos en el capítulo II pertenecen a este grupo, pero considerando que se utilizan instrumentos de clase de exactitud relativamente baja y que no requieren laboratorios para su ejecución, se los ha agrupado bajo la denominación de “métodos técnicos e industriales”. Debido a su simplicidad en operaciones, los métodos técnicos se utilizan con frecuencia en la industria.

En este capítulo se analizarán también los métodos basados sobre las desviaciones determinadas de los instrumentos, pero éstos serán de alta sensibilidad y de alta precisión. Por lo general, la mayoría de los instrumentos que se emplean en laboratorios en métodos de deflexión son también galvanómetros, pero éstos, al contrario de los utilizados en métodos de cero, deben estar provistos de escala graduada y preferiblemente con el cero al principio de la escala. Calculando la constante para cada caso se los puede utilizar como microamperímetros o como microvoltímetros. En los métodos de comparación de desviaciones, la constante es innecesaria.

Como ya es sabido, los métodos de medición se dividen en los cuatro grupos principales: métodos voltiamperimétricos (técnicos), métodos de cero (puentes), métodos de deflexión y métodos de compensación. Cada uno de estos métodos tiene su campo de aplicación que se rige por la precisión requerida, por el alcance de la magnitud medida y por la disponibilidad del equipo.

Tomando como ejemplo el área de las mediciones de resistencias tenemos:

a. *Resistencias pequeñas* — de valor inferior a $1\ \Omega$.

- b. *Resistencias medianas* — de valor comprendido entre $1\ \Omega$ y $100000\ \Omega$.
- c. *Resistencias grandes* — de valor superior a $100000\ \Omega$.

Lógicamente esta división no puede ser muy precisa y los valores límites se dan sólo como orientación. En la práctica, las resistencias denominadas “pequeñas” se encuentran en arrollamientos de máquinas y transformadores de potencia mediana y grande, en los shunts de los instrumentos, en los cables, contactos, etc. Las resistencias denominadas “medianas” abarcan un campo muy amplio y, por lo tanto aparecen en casi todos los diversos componentes de instrumentos, aparatos y máquinas eléctricos. Las resistencias “grandes” existen en circuitos electrónicos y también caracterizan los materiales aislantes de diferentes tipos. Al elegir un método de medición se tienen en cuenta la precisión requerida y el alcance. La figura V-1 muestra una

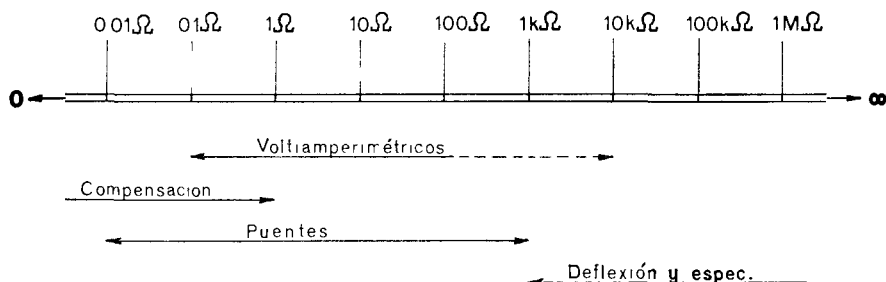


Figura V-1

escala de resistencias y alcances aproximados de mediciones de cada grupo de métodos de medición. A continuación y a base de este gráfico analizaremos varias aplicaciones de los métodos “de deflexión”. Como ya hemos mencionado, muchos de estos métodos son voltiamperimétricos, pero debido al tipo de los instrumentos utilizados, a su precisión y a su finalidad no pertenecen al grupo de “métodos técnicos”.

Método de sustitución - comparación de desviaciones. Resistencias grandes y muy grandes

Las resistencias grandes, o sea mayores de $1\ M\Omega$, no se pueden medir satisfactoriamente por los métodos descritos en los capítulos anteriores. Muchas veces el valor de la resistencia a medir tiene valor

comparable con el valor de la resistencia del material aislante. Se deben tomar precauciones que pueden excluir la influencia de corrientes de fuga las cuales también pueden tener valores comparables a la intensidad de corrientes de prueba.

Un método muy simple aunque no muy exacto, de medición de resistencias grandes es la comparación directa de las desviaciones del instrumento indicador. Para este fin se utiliza un galvanómetro magnetoelectrónico, de gran resistencia ($1000\ \Omega$ o más). La resistencia del shunt universal (Ayrton, 1.^{er} tomo, Cap. X) conectada a los terminales del galvanómetro debe ser calculada de tal modo que el galvanómetro tenga un movimiento aperiódico crítico, lo que facilitará tomar las lecturas.

El método de sustitución parte del principio según el cual al tener dos resistencias iguales intercaladas alternamente en el mismo circuito, circulará la misma intensidad de corriente. El circuito montado según la figura V-2 permite efectuar este tipo de operación. En

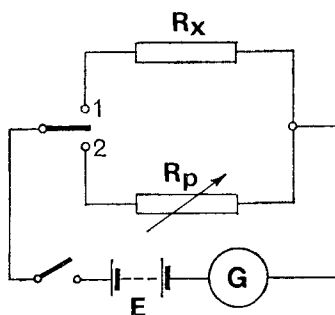


Figura V-2

resumen, primero se coloca el selector en la posición 1, con lo cual queda conectado el galvanómetro en serie con la resistencia R_x y con la fuente de corriente continua E . Se obtiene una desviación del galvanómetro α_x . Luego se coloca el selector en la posición 2, lo cual conecta el galvanómetro en serie con una resistencia patrón R_p regulable y con la misma fuente. Se regula el patrón hasta obtener una desviación del galvanómetro igual a α_x . En este caso tenemos:

$$R_x = R_p$$

Se supone que, durante la medición, la fem de la fuente no ha sufrido variación alguna, lo que se consigue empleando intensidades de corriente muy pequeñas. Lógicamente la resistencia total del pa-

trón R_p debe ser de valor igual o mayor que el valor supuesto (estimado) de la resistencia R_x . La resistencia patrón R_p debe tener una construcción decádica para poder regularla en pequeñas fracciones.

Cuando las unidades fraccionadas de la resistencia patrón no son suficientemente reducidas para poder obtener con exactitud la desviación α_p igual a α_x , se ajusta el patrón dos veces; primero para obtener la desviación inferior α_1 más cercana a α_x y segundo para obtener la desviación superior α_2 más cercana a α_x . Luego se calcula el valor de R_x por interpolación, lo que ilustra el gráfico de la figura V-3.

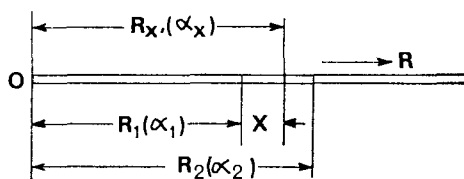


Figura V-3

A base del diagrama resulta que:

$$R_1 < R_x < R_2 \quad \text{y en consecuencia} \quad \alpha_1 > \alpha_x > \alpha_2$$

$$\frac{R_2 - R_1}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{R_x - R_1}{\alpha_1 - \alpha_x} \quad ; \quad R_x - R_1 = X$$

$$X = (R_2 - R_1) \cdot \frac{\alpha_1 - \alpha_x}{\alpha_1 - \alpha_2}$$

$$R_x = X + R_1$$

$$R_x = R_1 + (R_2 - R_1) \cdot \frac{\alpha_1 - \alpha_x}{\alpha_1 - \alpha_2}$$

Ejemplo: Determinar la tolerancia de una resistencia de 0,5 W y de valor nominal 2,4 M Ω .

Procedimiento: Se utilizará el método de sustitución según el circuito de la figura V-2. La tensión de alimentación se regulará mediante un divisor de tensión (R), similar al de la figura III-12 (no aparece en la fig. V-2). Para montar el circuito se utilizaron los siguientes elementos:

- 1 galvanómetro magnetoeléctrico marca AOIP de sensibilidad regulable hasta 1 pA/mm.
- 2 pilas Leclanché de 1,5 V conectadas en serie.

- 1 resistencia (R) variable de $500\ \Omega$ para utilizarla como divisor de tensión.
- 1 resistencia patrón en décadas (valor total $999999\ \Omega$) conectada en serie con un patrón fijo de $2\ M\Omega$. Valor total disponible $2999999\ \Omega$.
- 1 selector de dos vías.

1.º *paso*. Operación: con el selector en la posición 1 (intercalada la resistencia examinada) y, con un tensión mínima ($0,5\ V$) y baja sensibilidad del galvanómetro se cierra el circuito. Luego, ajustando la tensión y regulando la sensibilidad del galvanómetro, se obtuvo la desviación del galvanómetro $\alpha_x = 92$ divisiones. Pasando el selector a la posición 2 (intercalado el máximo valor del patrón) se reguló el patrón hasta obtener dos desviaciones más cercanas a la desviación α_x . Se obtuvo $\alpha_1 = 100,5 < \alpha_x$ y $\alpha_2 = 35 > \alpha_x$. Se repite dos veces esta operación para obtener tres resultados.

CUADRO DE VALORES

N.º	Resistencia a medir	Desviación divisiones			R_1	R_2	R_x	Prom. R_r	Observaciones
		α_1	α_2	α_x	Ω	Ω	Ω	Ω	
1	Resistencia $0,5\ W$ $2,3\ M\Omega$	100,5	85	92	2200900	2600900	2420000	2395129	Variando la tensión de aliment.
2		154	148	149	2300900	2400900	2384000		
3		64	59	62	2300900	2500900	2380000		

2.º *paso*. Cálculos:

De la primera medición:

$$R_x = 2200900 + (400000) \frac{100,5 - 92}{100,5 - 85} = 2420254\ \Omega$$

De la segunda medición: $R_x = 2384233\ \Omega$

De la tercera medición: $R_x = 2380900\ \Omega$

El valor promedio de las tres mediciones $R_{x\ prom} = 2395129 = 2,395\ M\Omega$

$$\text{Tolerancia: } \frac{2395129 - 2400000}{2400000} \cdot 100 = -0,2\ \%$$

Determinación de la resistividad de materiales aislantes

La resistividad (resistencia específica ρ) de materiales aislantes, como también la resistencia de aislamiento de equipos eléctricos, caben en la categoría de resistencias grandísimas. En su determinación se utiliza el método de comparación de deflexiones (descrito anteriormente) o un método voltiamperimétrico. El método voltiamperimétrico aplicado para estos casos comprende la utilización de los instrumentos de alta sensibilidad y, en consecuencia, pertenece al grupo de los métodos utilizados en los laboratorios.

Las características de materiales aislantes comprenden tres tipos de resistividad: la resistividad superficial ρ_s , la resistividad transversal ρ_t y la resistividad interna ρ_i . La figura V-4 ilustra cómo se miden

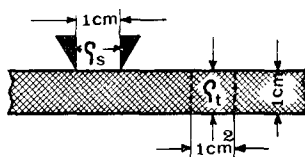


Figura V-4

estos tres tipos de resistencias. La resistencia superficial se mide entre dos electrodos colocados sobre la superficie de la muestra del material aislante examinado. La resistencia transversal es la resistencia efectiva medida a través de la muestra y la resistencia interna se mide entre dos electrodos clavados perpendicularmente a una distancia determinada. Las correspondientes resistividades se calculan a base de las resistencias determinadas y las superficies y espesores de las muestras empleadas durante el examen.

a) La resistividad superficial ρ_s de un material aislante es la resistencia medida entre dos electrodos aplicados a una determinada superficie del material y luego reducida al valor correspondiente a 1 cm de longitud de los electrodos y a 1 cm de distancia entre los mismos:

$$\rho_s = \frac{R_s \cdot l}{a} \quad (\Omega \text{ cm/cm}) \quad l = 1 \text{ cm} ; a = 1 \text{ cm}$$

b) La resistividad transversal ρ_t de un material aislante es la resistencia medida a través del material aislante entre dos electrodos aplicados a las capas exteriores del material y luego reducida al valor

correspondiente a 1 cm² de la superficie y a 1 cm de espesor. La resistividad transversal se denomina también resistividad de volumen:

$$\rho_t = \rho_v = \frac{R_t \cdot S}{d} \quad (\Omega \text{ cm}^2/\text{cm} = \Omega \text{ cm}) \quad S = 1 \text{ cm}^2; \quad d = 1 \text{ cm}$$

c) La resistividad interna ρ_i de un material aislante es la resistencia medida entre dos electrodos clavados en la muestra a la profundidad de 1 cm perpendicularmente a la superficie, y luego reducida al valor correspondiente a 1 cm de distancia entre dos electrodos y 1 cm de diámetro de cada electrodo.

Las figuras V-5 y V-6 muestran los dos tipos de electrodos normalizados. El tipo de electrodo más comúnmente utilizado para la determinación de la resistividad superficial es el de la figura V-5.

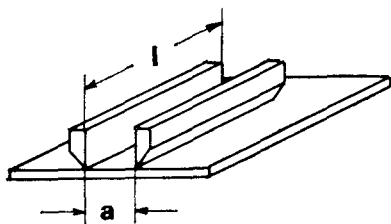


Figura V-5

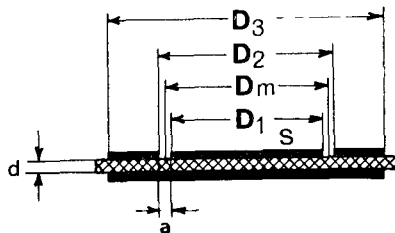


Figura V-6

Consiste en dos cuchillas revestidas de hoja metálica. Su longitud es $l = 100 \text{ mm}$ y la distancia entre ellas es $a = 10 \text{ mm}$. La figura V-6 muestra el otro tipo de electrodos normalizados, que permite su utilización para la determinación de la resistividad superficial y transversal. Consiste en un electrodo protegido, en un aro de protección y en un electrodo no protegido. Sus dimensiones se calculan a base del espesor de la muestra:

$$D_2 - D_1 = 2d; \quad D_3 - D_2 \geq 4d; \quad D_1 \geq 4d$$

El inconveniente de este tipo de electrodos es su preparación. La muestra se recubre en ambos lados con una capa fina de gasoil. Luego se aplica a presión una fina hoja metálica y se alisa con pequeños movimientos circulares con el fin que quede bien adherida a la superficie.

Con un compás, cuyo lápiz fue reemplazado por una herramienta cortante, se hacen tres cortes circulares concéntricos, de diámetros D_1 , D_2 y D_3 , respectivamente. Luego se retira la cinta estrecha resul-

tante ($D_2 - D_1$), quedando de este modo el electrodo circular de diámetro D_1 concéntrico con un aro protector de diámetro exterior D_3 . En la parte opuesta de la muestra se hace la operación recortando la hoja adherida únicamente al diámetro D_3 .

Elementos del circuito

El método voltiamperimétrico es el más frecuentemente usado siempre que se utilizan instrumentos especiales para medir la tensión y la intensidad. El circuito (figs. V-7; V-8 y V-9) se compone de los siguientes elementos:

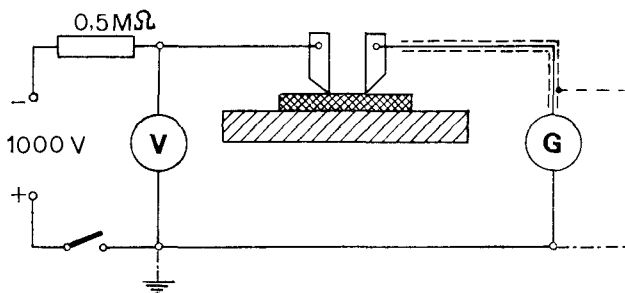


Figura V-7

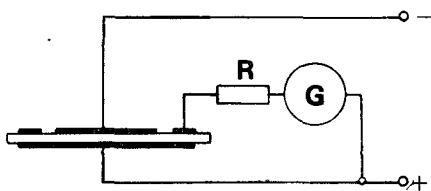


Figura V-8

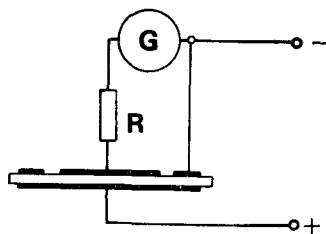


Figura V-9

- 1 Fuente de alimentación. Fuente de corriente continua o el transformador provisto de rectificador de onda completa. La tensión de la fuente es de 100, 500 o 1000 V según el caso y según las normas que se siguen (DIN, ASTM u otras).
2. 1 Galvanómetro magnetoelectrónico para medir la intensidad de corriente. La resistencia crítica del galvanómetro debe ser del or-

den de las decenas de $k\Omega$. La constante de intensidad debe estar comprendida entre los valores: $C_i = 10^{-10}$ a 10^{-12} A/mm. Es conveniente utilizar el galvanómetro con un shunt de Ayrton (ver Cap. V del 1.º tomo).

3. 1 Voltímetro electrostático, clase 0,2 como mínimo y del alcance correspondiente a la tensión de alimentación aplicada.
4. 1 Conjunto de electrodos (fig. V-5 o V-6), aplicados a la muestra.
5. 1 Resistencia de protección del orden de $0,5 M\Omega$. El valor de la resistencia se calcula de tal modo que en el caso de cortocircuito entre los electrodos la desviación del galvanómetro no sobrepase el máximo.

Procedimiento

Una vez construido el circuito, se comienza la operación aplicando una tensión mínima y utilizando el galvanómetro con poca sensibilidad. Se va elevando la tensión poco a poco hasta llegar al valor correspondiente a las normas a utilizar (100, 500 o 1000 V). Luego, utilizando el shunt universal del galvanómetro, se aumenta la sensibilidad del mismo, hasta obtener una desviación aproximadamente en la mitad de la escala. Debido a varias causas (absorción dieléctrica, circulación de iones, etc.), la intensidad de la corriente que circula a través de la muestra empieza a disminuir hasta que finalmente se estabiliza. El tiempo que se tarda desde la conexión hasta la estabilización depende del tipo del material examinado y puede oscilar entre un par de segundos y un par de horas. Las normas prescriben un tiempo mínimo de 1 minuto entre el instante de la aplicación de la tensión y el de la lectura. Este tiempo puede ser prolongado si la deflexión del galvanómetro no se ha establecido. Cuando se requiere tomar varias lecturas (p. ej., para obtener un valor promedio), se deben neutralizar entre cada lectura las cargas eléctricas acumuladas. Esto se consigue de dos maneras: a) cortocircuitando por un tiempo prolongado los electrodos desconectados o b) aplicando la tensión en sentido inverso. Se comprueba la neutralización total de las cargas cuando el galvanómetro, conectado directamente entre ambos electrodos, no acusa desviación alguna.

La resistencia R_x que se mide (superficial R_s o transversal R_t) se calcula a base de la intensidad de corriente I_x medida por el galvanómetro y la tensión U_x que acusa el voltímetro electrostático:

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} = \frac{U_x}{C_i \cdot \alpha_x \cdot k}$$

donde:

C_i es la constante de intensidad del galvanómetro.

α_x es la deflexión del galvanómetro (en divisiones).
 k es el multiplicador del shunt.

Los valores de la resistividad (resistencia específica) se **obtienen**:

- a) Con electrodos de cuchilla (fig. V-5):

La resistividad superficial:

$$\rho_s = \frac{R_x \cdot l}{a} (\Omega)$$

En electrodos normalizados $l = 10$ cm y $a = 1$ cm; por tanto:

$$\rho_s = 10 \cdot R_x (\Omega)$$

- b) Con electrodos circulares (fig. V-6):

La resistividad superficial:

$$\rho_s = \frac{R_x \pi \cdot D_m}{a} (\Omega) \quad D_m \text{ y } a \text{ en cm}$$

La resistividad transversal:

$$\rho_t = \frac{S \cdot R_x}{d} \quad ; \quad S = \pi \cdot D_m^2$$

$$\rho_t = \frac{R_x \cdot \pi \cdot D_m^2}{d} (\Omega \text{ cm}) \quad D_m \text{ y } d \text{ en cm}$$

Métodos balísticos de medición de capacidades

Se puede medir la capacidad de un condensador utilizando el galvanómetro balístico como instrumento de medición cuya deflexión se toma como base del cálculo. El método "balístico" se puede utilizar de dos maneras: a) Comparando la capacidad desconocida C_x con la capacidad de un condensador patrón C_p y, b) conociendo la constante balística del galvanómetro y la tensión de carga del condensador examinado, calcular la capacidad a base de una sola desviación.

a) La figura V-10 muestra el esquema que se utiliza para el método de comparación. El circuito se compone del condensador examinado C_x , del condensador patrón C_p , de la fuente E y del galvanómetro balístico. En el esquema no aparece el shunt universal del galvanómetro el cual está previsto junto con el instrumento. En el circuito se utiliza un selector bipolar de dos posiciones (vías) 1, un selector unipolar de dos posiciones 2 y un pulsador de cortocircuito 3.

Procedimiento: Se coloca el selector 1 en la posición "c" (carga)

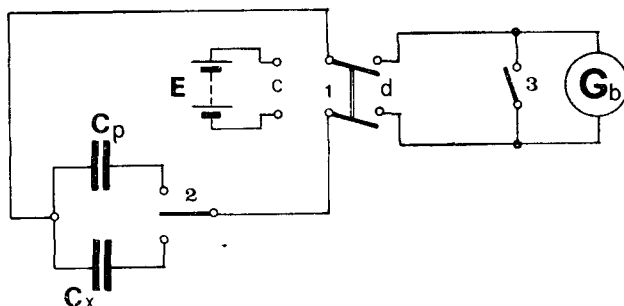


Figura V-10

y luego, utilizando el selector 2 se cargan seguidamente los dos condensadores C_p y C_x . Después se pasa el selector 1 a la posición "d" (descarga) y utilizando el selector 2 se descarga el condensador C_x a través del galvanómetro, tomando la lectura de la desviación máxima α_x durante la primera oscilación. Utilizando el pulsador 3 se frena el galvanómetro cortocircuitándolo. Después se pasa el selector 2 a la posición correspondiente al condensador patrón C_p , se le descarga también a través del galvanómetro y se anota la desviación α_p de la primera oscilación.

Ambos condensadores C_x y C_p estaban cargados por la misma fuente de c.c. con la misma tensión, lo que significa que sus cargas son proporcionales a sus respectivas capacidades:

$$\frac{Q_x}{Q_p} = \frac{C_x}{C_p}$$

Las descargas de los condensadores efectuadas a través del galvanómetro balístico originan las desviaciones α_x y α_p proporcionales a las correspondientes cargas Q_x y Q_p :

$$\frac{\alpha_x}{\alpha_p} = \frac{C_x}{C_p} \quad \text{y de esto obtenemos:} \quad C_x = C_p \frac{\alpha_x}{\alpha_p}$$

Ejemplo: Verificar la capacidad de un condensador marca SPRAGUE: $.1 \pm 10 \%$ 600 DC.

Procedimiento: Se empleará el método balístico de comparación. En el circuito montado según el esquema de la figura V-10 se utilizarán los siguientes elementos:

1. 1 Galvanómetro balístico marca Tinsley Type 4789 de las siguientes características: Período de oscilación libre $T_0 = 17$ s. Re-

sistencia interna $R_p = 15,2 \Omega$. Se utilizará un shunt universal tipo Ayrton con 14 valores de multiplicación (1 a 20000).

2. 1 Juego de condensadores patrón: 1 de $0,1 \mu\text{F}$ y 2 de $0,01 \mu\text{F}$ para disponer de tres capacidades normalizadas: 0,10; 0,11 y $0,12 \mu\text{F}$.
3. 1 Condensador examinado Sprague.
4. 1 Batería de acumuladores de 12 V para carga de condensadores.
5. 1 Selector bipolar de dos posiciones.
6. 1 Selector unipolar de dos posiciones.
7. 1 Pulsador de cortocircuito.

1.º *paso*: Siguiendo las indicaciones mencionadas anteriormente se obtuvieron los siguientes resultados: En la primera medición, con el condensador patrón $C_p = 0,1 \mu\text{F}$, descargándolo a través del galvanómetro, se obtuvo la desviación de la primera oscilación $\alpha_p = 168 \text{ mm}$ y con el condensador examinado, $\alpha_x = 172 \text{ mm}$. Para obtener los otros dos valores necesarios para calcular el valor promedio se conectó al patrón primero un condensador de $0,01 \mu\text{F}$ y luego 2 condensadores, de modo que se podía utilizar la capacidad normalizada de 0,1; 0,11 y $0,12 \mu\text{F}$, respectivamente.

CUADRO DE VALORES

N.º	Condensador en prueba	C_p	α_x	α_p	C_x	prom. C_x	Observaciones
		μF	mm	mm	μF	μF	
1	Condensador	0,10	172	168	0,1023	0,1028	
2	SPRAGUE	0,11	175	188	0,1024		
3	0,1 μF 600 c.c.	0,12	172	199	0,1037		

2.º *paso*: Cálculos.

$$C_x = C_p \cdot \frac{\alpha_x}{\alpha_p}; \quad C_{x1} = 0,1 \cdot \frac{172}{168} = 0,1023; \quad C_{x2} = 0,1024; \quad C_{x3} = 0,1037.$$

El valor promedio considerado como verdadero es $C_x = 0,1028 \mu\text{F}$.

b) Para la segunda variante del método balístico se utiliza el esquema de la figura V-11. El circuito está compuesto por el condensador en prueba C_x , el galvanómetro balístico G_b , un voltímetro magnetoelectrónico V, la fuente de carga E y un selector unipolar de dos posiciones o vías, c y d.

La medición se efectúa en dos etapas: 1) carga del condensador

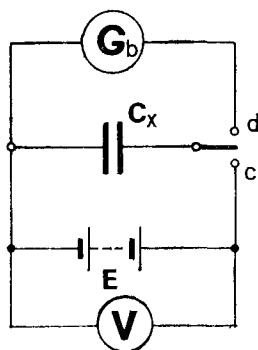


Figura V-11

C_x con el selector en la posición “c” y 2) descarga del condensador C_x (selector en la posición “d”) a través del galvanómetro balístico, tomando la lectura de la primera oscilación (α_x) del instrumento. La primera oscilación es proporcional a la carga del condensador:

$$Q = C_b \cdot \alpha_x$$

donde:

C_b es la constante balística del galvanómetro

α_x es la desviación en la primera oscilación.

Es sabido que $Q = C \cdot U$ y por lo tanto:

$$C_x \cdot U = C_b \cdot \alpha_x$$

$$C_x = \frac{C_b \cdot \alpha_x}{U}$$

Procedimiento: Con el selector en la posición “c” se carga el condensador examinado C_x de la fuente E . Simultáneamente se toma la lectura de la tensión de carga que acusa el voltímetro. Después de cargar el condensador se pasa el selector a la posición “d” y se toma la lectura de la primera oscilación α_x del galvanómetro. Sustituyendo en la fórmula los valores obtenidos, se puede calcular el valor de la capacidad C_x . Evidentemente es imprescindible conocer la constante balística del galvanómetro. Cuando las especificaciones de la fábrica no la incluyen o, cuando la escala está separada del instrumento, la constante C_b se calcula o se determina mediante un experimento. El procedimiento a seguir está descrito en el capítulo XI del 1.^{er} tomo de esta obra.

Ejemplo: Verificar la capacidad del condensador marca SPRA-GUE: $.1 \pm 10 \%$.

Ejecución: Se empleará el método balístico directo con el circuito de la figura V-11. Se utilizarán los siguientes elementos:

1. 1 Galvanómetro balístico de las características del ejemplo anterior (escala separada).
2. 1 Condensador examinado Sprague.
3. 1 Condensador patrón (para determinar la constante C_b).
4. 1 Batería de acumuladores de 12 V.
5. 1 Voltímetro magnetoeléctrico, clase 0,2.
6. 1 Selector unipolar de dos posiciones.

OBSERVACIÓN: Se debe tener en cuenta que la constante balística (C_b) del galvanómetro es diferente para cada grado de amortiguamiento. Por lo tanto, antes de la determinación de la constante, es conveniente tantear la posición del selector del shunt del galvanómetro con la cual se efectuarán las mediciones. En el ejemplo presente se procedió de la manera siguiente: 1. Se carga el condensador C_x (selector en la posición "c"). 2. Se coloca el selector del shunt del galvanómetro en la posición de la mínima sensibilidad. 3. Se descarga el condensador a través del galvanómetro en varias posiciones del selector del shunt buscando la desviación ubicada dentro de la mitad de la escala aproximadamente; la escala es 500 — 0 — 500 mm y por lo tanto es conveniente obtener una desviación entre 200 y 400 mm. 4. Se elige un condensador patrón cuya capacidad producirá la desviación dentro de los mismos límites. Utilizando el condensador patrón $C_p = 0,1 \mu\text{F}$ se obtuvo la desviación $\alpha_p = 347 \text{ mm}$. La constante balística es:

$$C_b = \frac{Q}{\alpha_p} = \frac{C_p \cdot U}{\alpha_p} = \frac{0,0000001 \text{ F} \cdot 12 \text{ V}}{347} = 3,458 \cdot 10^{-9} \text{ Coul/mm}$$

Medición de la capacidad C_x : Sin cambiar la posición de la escala ni del multiplicador del shunt se conecta el condensador examinado y se procede de la misma manera obteniendo la desviación $\alpha_x = 356 \text{ mm}$. El valor de la capacidad se obtiene:

$$C_x = \frac{C_b \cdot \alpha_x}{U} = \frac{3,458 \cdot 356}{12} \cdot 10^{-9} = 0,1025 \mu\text{F}$$

CUADRO DE VALORES

N.º	Condensador	Const.	U	α_r	C_x	Observaciones
		C_b C/mm · 10 ⁻⁹				
1	SPRAGUE 0,1	3,458	12	356	0,1025	

Determinación de la inductancia mutua M con el método balístico

Inductancia mutua es una propiedad de dos circuitos acoplados por la cual al variar la intensidad de corriente en uno de ellos se genera una tensión en el otro. La unidad de medida de la inductancia mutua es el henrio, que se define así: *Cuando la intensidad de corriente varía en uno de los circuitos a razón de 1 amperio por segundo y en el otro circuito se produce la fuerza electromotriz de 1 voltio, la inductancia mutua M de ambos circuitos es igual a 1 henrio (H).* La inductancia mutua M entre dos circuitos A y B es exactamente la misma cuando la corriente varía en el circuito A e induce la fem en el circuito B y viceversa.

Cuando por una de las bobinas circula una corriente de intensidad máxima i_0 y el coeficiente de inducción mutua entre las dos bobinas es M , la segunda concatenará líneas de campo magnético $M \cdot i_0$ y, mientras la intensidad de corriente aumenta en el primario, el flujo magnético relacionado con el secundario varía. En consecuencia, mientras dura el aumento de la corriente primaria i_1 , aparece en el secundario una fem inducida igual a la variación del flujo magnético en el secundario durante la unidad de tiempo, es decir:

$$e_2 = M \frac{di_1}{dt}$$

donde i_1 es el valor instantáneo de la corriente primaria durante el período de aumento de esta misma.

Si L_2 es el coeficiente de autoinducción de la bobina secundaria e i_2 la corriente secundaria correspondiente a un valor de i_1 en el primario, tendremos en aquélla, otra fem originada por la autoinducción:

$$e'_2 = L_2 \frac{di_2}{dt}$$

Suponiendo que la resistencia total del circuito secundario es R , las dos fem cubren la caída de tensión del circuito secundario:

$$R \cdot i_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$$

El sentido de la fem originada por el acoplamiento magnético de las bobinas depende de la forma en que se haya devanado, lo cual queda indicado por el signo \pm .

La carga eléctrica Q que pasa por el secundario se expresa:

$$Q = \int i_2 dt$$

Esta integración se extiende a todo el lapso durante el cual i_1 aumenta hasta llegar al valor de régimen permanente i_0 .

$$Q = \int i_2 dt = \int \frac{L_2}{R} di_2 \pm \int \frac{M}{R} di_1$$

El valor de i_2 es igual a cero tanto al comienzo como al final de esta integración y, por lo tanto:

$$\int \frac{L_2}{R} di_2 = 0$$

$$Q = \int_0^{i_0} \frac{M}{R} di_1 = \frac{M \cdot i_0}{R} \quad \text{y de esto tenemos:}$$

$$M = \frac{R \cdot Q}{i_0}$$

A base de esta fórmula se puede determinar el coeficiente de inducción mutua M , conociendo el valor total de la resistencia R del circuito secundario, midiendo la carga Q que pasa por el secundario y el valor del régimen permanente de la corriente $i_0 = I_1$ que circula por el primario.

La figura V-12 muestra el esquema que se utiliza para la determinación del coeficiente M utilizando el galvanómetro balístico para

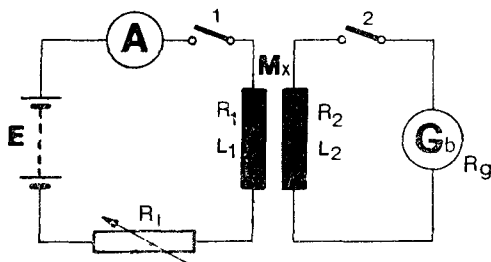


Figura V-12

la medición de la carga Q . En serie con la bobina primaria (L_1 , R_1) está conectado el amperímetro (A), la resistencia de regulación R_r y la fuente de alimentación de corriente continua E . Además está intercalado el interruptor 1. El circuito secundario está compuesto por la bobina secundaria (L_2 , R_2), el galvanómetro balístico (G_b) de resistencia interna R_g y el interruptor 2.

Procedimiento: Cerrando el interruptor 1, en el circuito primario se hace circular una corriente I_1 ajustando su valor mediante la resistencia de regulación R_r . Luego se cierra el interruptor 2 en el circuito secundario, quedando de este modo conectado el galvanómetro (G_b) a la bobina secundaria, y se abre el interruptor 1 en el circuito primario. En este instante se producirá una desviación del galvanómetro cuya primera oscilación es proporcional a la carga eléctrica Q .

$$Q = C_b \cdot \alpha_x$$

donde:

C_b es la constante balística del galvanómetro en Coul/mm

α_x es la amplitud de la primera oscilación en mm.

Sustituyendo los valores en la fórmula básica se tiene:

$$M = \frac{R \cdot Q}{i_0} = \frac{R \cdot C_b \cdot \alpha_x}{i_0}$$

La resistencia total del circuito secundario consiste en la suma de las resistencias R_2 del devanado secundario y de R_g del galvanómetro. Considerando que el régimen permanente (i_0) de i_1 es igual a la intensidad I_1 medida por el amperímetro tenemos finalmente la fórmula práctica:

$$M = \frac{(R_2 + R_g) \cdot C_b \cdot \alpha_x}{I_1}$$

Ejemplo: Determinar el coeficiente de acoplamiento M entre dos bobinas; una de 100 espiras y la otra de 2000 espiras, acopladas axialmente a una distancia de 15 cm.

Ejecución: Circuito montado según la figura V-12, con los siguientes elementos:

1. 1 Galvanómetro balístico de características siguientes: $T_0 = 17$ s. $R_g = 15,2 \Omega$, distancia de la escala, 1 m. La constante balística determinada experimentalmente es $C_b = 3,63 \cdot 10^{-9}$ Coul/mm.

2. 1 Amperímetro magnetoeléctrico clase 0,2 y la escala 0 — 3A.

3. 1 Reostato de 20Ω e intensidad máxima admisible de 2,5 A.

4. 1 Batería de acumuladores de 12 V.

5. 1 Juego de bobinas acopladas axialmente. El acoplamiento se puede regular por un movimiento axial.

Siguiendo el procedimiento indicado se ajustó la intensidad de corriente en la bobina de 100 espiras tres veces a 1,00; 0,85 y 0,90 A respectivamente. Se obtuvieron las tres desviaciones de la primera

oscilación de 126, 104 y 112 mm. Sustituyendo los valores obtenidos y datos conocidos en la fórmula se obtuvieron los tres resultados indicados en el cuadro adjunto. El valor promedio calculado a base de estos tres resultados se considera como verdadero.

CUADRO DE VALORES

N.º	Conjunto de bobinas	R_2	R_g	I_1	C_b	α_r	M	prom. M	Observa- ciones
		Ω	Ω	A	$\times 10^{-9}$	mm	μH	μH	
1	2000/100	10,0	15,2	1,00	3,63	126	115,26	116,65	
2	esp.	10,0	15,2	0,85	3,63	104	116,36		
3		10,0	15,2	0,90	3,63	112	118,35		

Determinación de la fuerza electromotriz de una pila

La determinación del valor de la fuerza electromotriz de una pila presenta ciertas dificultades. La fuerza electromotriz es la tensión generada dentro de la fuente. Cuando la fuente es de pequeña potencia, como por ejemplo una pila, hasta la más mínima intensidad de corriente, como la que consume un voltímetro, origina una caída de tensión en la resistencia interna de la pila de modo que el instrumento mide la tensión entre los bornes y no la fuerza electromotriz. El valor de la diferencia de potencial medida de este modo carece de exactitud y de valor. El mejor método para medición de la fuerza electromotriz es el de compensación y a éste se refiere el capítulo siguiente. Sin embargo, existen métodos comunes de deflexión, los cuales, en caso de necesidad y de carencia de equipo compensador, permiten la determinación del valor de la fuerza electromotriz con bastante aproximación. Uno de estos métodos es el balístico y el otro es el de deflexiones iguales.

MÉTODO BALÍSTICO

El método parte del principio de que la carga de un condensador es proporcional a su capacidad y a la tensión de carga:

$$Q = C \cdot U$$

Los elementos requeridos para este método son los siguientes: un condensador de buena calidad (ángulo de pérdidas pequeño) cuya

capacidad, al cargarlo con una pila, permite obtener una apreciable desviación del galvanómetro balístico, una pila normal Weston de características conocidas y, lógicamente, la pila examinada. Cargando el condensador mediante la pila normal se le descarga a través de un galvanómetro balístico el cual, como es sabido, mide la carga eléctrica con su primera oscilación. Después se carga el mismo condensador con la pila cuya fuerza electromotriz se desea determinar y seguidamente se le descarga también a través del mismo galvanómetro, obteniendo una desviación del primer impulso proporcional a la carga acumulada en el condensador. Las desviaciones del galvanómetro son proporcionales a las respectivas cargas y éstas son proporcionales a las tensiones que originaron las cargas. Por lo tanto, de la comparación se deduce:

$$\frac{E_x}{E_p} = \frac{\alpha_x}{\alpha_p} \quad \text{y de esto} \quad E_x = E_p \cdot \frac{\alpha_x}{\alpha_p}$$

donde: E_p es la fuerza electromotriz de la pila normal; E_x es la fuerza electromotriz de la pila examinada y α_p y α_x las correspondientes desviaciones del galvanómetro balístico. La figura V-13 muestra el es-

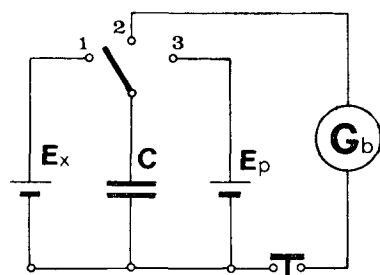


Figura V-13

quema de conexiones más apropiado para esta experiencia. El circuito consiste en un condensador C de pocas pérdidas, la pila normal (E_p), la pila examinada (E_x) y el galvanómetro balístico (G_b). Además, es conveniente utilizar un selector unipolar de 3 posiciones, y un pulsador intercalado en el circuito del galvanómetro para, pulsándolo, producir descargas del condensador a través del galvanómetro.

Procedimiento: Se coloca el selector en la posición 1, cargando de este modo el condensador por medio de la pila examinada E_x . Después se pasa el selector a la posición 2, en la cual, al pulsar el pulsa-

dor se efectúa la descarga del condensador a través del galvanómetro. Se toma la lectura de la primera oscilación α_x . Luego se coloca el selector en la posición 3, correspondiente a la carga del condensador por la pila patrón E_p . Volviendo a la posición 2, se descarga nuevamente el condensador por el galvanómetro tomando la lectura de la primera oscilación α_p . Sustituyendo los valores obtenidos se calcula el valor de la fuerza electromotriz E_x .

Ejemplo: Determinar la fem de una pila marca EVEREADY - 1,5 V.

Ejecución: Se construyó el circuito de la figura V-13 con los siguientes elementos:

- 1 Galvanómetro marca Tinsley Type 4789 de las siguientes características: $T_0 = 19$ segundos; $R_g = 152,2 \Omega$; distancia del espejo de la escala $l = 1$ m. Shunt universal de 14 posiciones de multiplicación.
- 2 1 Pila normal WESTON saturada, marca AOIP mod. WA de las siguientes características: $E_p = 1,0187$ V $\pm 1 \times 10^{-4}$; $R_{int} = 500 \Omega$.
- 3 1 Pila examinada marca EVEREADY - 1,5 V; 0,2 Ah.
- 4 1 Condensador de papel de 0,1 μ F.
- 5 1 Selector de tres posiciones.

Medición: Cargando el condensador C con la pila examinada E_x (selector en la posición 1) y descargándola luego a través del galvanómetro (selector en la posición 2) se obtuvo la desviación máxima de la primera oscilación; $\alpha_x = 225$ mm. Repitiendo la carga y descarga del condensador pero utilizando la pila patrón E_p (posiciones 3 y 2 del selector respectivamente) se obtuvo la desviación $\alpha_p = 150$ mm. La fuerza electromotriz de la pila examinada es:

$$E_x = 1,0187 \cdot \frac{225}{150} = 1,528 \text{ V.}$$

CUADRO DE VALORES

N.º	Pila examinada	E_p	α_p	α_x	E_x	Observaciones
		V	mm	mm	V	
1	Eveready 1,5 V	1,0187	150	225	1,528	Temp de amb. 28° C

MÉTODO DE DEFLEXIONES IGUALES

A diferencia del método balístico, el de “deflexiones iguales” es un método de circuito cerrado. Está basado en la 2.^a Ley de Kirchhoff, lo que se puede apreciar en la figura V-14 que muestra el esquema

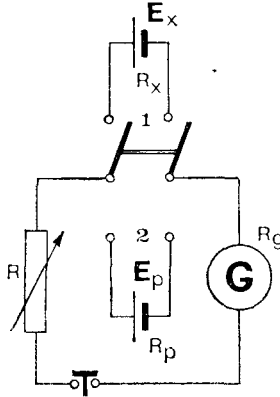


Figura V-14

apropiado. El conmutador de dos posiciones, en la posición 1, forma el circuito con la pila examinada E_x , como fuente. En este caso tenemos:

$$E_x - I_1 R_x - I_1 R_g - I_1 R_1 = 0 ; \quad E_x = I_1 (R_x + R_g + R_1) ;$$

donde: R_x es la resistencia interna de la pila examinada, R_g es la resistencia del galvanómetro y R_1 es el valor de la resistencia regulable R la cual origina una desviación α del galvanómetro.

Al pasar el conmutador a la posición 2, se conecta la pila patrón E_p como la fuente del circuito y se regula la resistencia R a un valor R_2 de modo que se obtendrá la misma desviación α del galvanómetro que con la pila examinada. En este caso tenemos:

$$E_p - I_2 R_p - I_2 R_g - I_2 R_2 = 0 ; \quad E_p = I_2 (R_p + R_g + R_2)$$

Mediante la regulación de la resistencia R se obtiene una desviación del galvanómetro con pila examinada igual a la desviación con pila patrón, o sea la intensidad $I_2 = I_1 = I$. Substituyendo las I_1 y I_2 por I en ambas ecuaciones y dividiéndolas se obtiene:

$$\frac{E_x}{E_p} = \frac{R_x + R_g + R_1}{R_p + R_g + R_2}$$

y finalmente el valor de la fuerza electromotriz de la pila examinada:

$$E_x = E_p \frac{R_x + R_g + R_1}{R_p + R_g + R_2}$$

en esta fórmula significan:

E_x y E_p las ffeemm de la pila examinada y de la pila patrón respectivamente.

R_1 y R_2 los valores de la resistencia R con los cuales se obtiene la misma desviación del galvanómetro que con la pila E_x y con la pila E_p .

R_x es la resistencia de la pila examinada.

R_p es la resistencia de la pila patrón.

R_g es la resistencia del galvanómetro.

De la fórmula se deduce que es imprescindible conocer los valores de las resistencias de las pilas. Sin embargo, al trabajar con un galvanómetro de alta sensibilidad se utilizan los valores de la resistencia R muy altas (orden de 10 M Ω o más). En consecuencia, en comparación con estos valores, las resistencias de las pilas influyen poco en el resultado (ver el ejemplo que sigue) y se puede utilizar la fórmula simplificada:

$$E_x = E_p \frac{R_g + R_1}{R_g + R_2}$$

Ejemplo: Determinar la fuerza electromotriz de la pila EVEREADY del ejemplo anterior con el método de desviaciones iguales.

Ejecución: Para utilizar el método de deflexiones iguales se emplea el circuito de la figura V-14, componiéndolo con los elementos siguientes:

1. 1 Galvanómetro marca AOIP, mod. G321 de las siguientes características: $T_0 = 2$ s; $R_g = 1500 \Omega$; sensibilidad de corriente 25 A \cdot 10⁻⁹/1°.
2. 1 Pila normal WESTON saturada, marca AOIP, mod. WA: $E_p = 1,0187$ V \pm 1 \cdot 10⁻⁴; $R_p = 500 \Omega \pm 200$.
3. 1 Pila examinada marca EVEREADY - 1,5 V; 0,2 Ah. $R_x \approx 18 \Omega$.
4. 1 Conmutador bipolar de dos posiciones.

Procedimiento: Para mayor exactitud de los resultados, y disponiendo de un galvanómetro de muy alta sensibilidad, se utilizará la resistencia R (valores R_1 y R_2) de valores altísimos. En este caso, como se verá a continuación, las resistencias internas de las pilas tendrán muy poca influencia en los resultados.

1.º *paso:* Colocando el conmutador en la posición 1 (fig. V-14), y regulando R hasta el valor $R_1 = 31988000$ se obtuvo la desviación del

galvanómetro $\alpha = 37,5$ mm. Después, colocando el conmutador en la posición 2, la que conecta con la pila patrón, se regula nuevamente la resistencia R y se obtiene la misma desviación que con la pila examinada ($\alpha = 37,5$ mm) con el valor de la resistencia R igual a $R_2 = 21500000$.

CUADRO DE VALORES

N.º	Pila exami- nada	E_p	R_p	R_η	R_1	R_2	R_x	E_x	Observa- ciones
		V	Ω	Ω	$M\Omega$	$M\Omega$	Ω	V	
1	Pila Eveready	1,0187	500	1500	31,998	21,500	18	1,51604	Sin tener R_x y R_p
2	1,5 V; 0,2 Ah	1,0187	—	1500	31,998	21,500	—	1,51607	

2.º paso: Cálculo.

a) Teniendo en cuenta las resistencias internas de las pilas:

$$E_{x1} = 1,0187 \frac{18 + 1500 + 31998000}{500 + 1500 + 21500000} = 1,516040786 \text{ V.}$$

b) Omitiendo las resistencias internas de las pilas:

$$E_{x2} = 1,0187 \frac{1500 + 31998000}{1500 + 21500000} = 1,51607518 \text{ V.}$$

De la comparación de los dos resultados se desprende que, al utilizar un galvanómetro de alta sensibilidad y en consecuencia la resistencia R de valores altísimos, no es imprescindible conocer los valores de las resistencias internas de las pilas. La diferencia entre los resultados es muy pequeña.

Métodos de medición por resonancia

Como es sabido, en un circuito compuesto por los elementos R , L , C conectados en serie y alimentado por una corriente alterna sinusoidal, la intensidad de corriente es también sinusoidal y de la misma

frecuencia que la tensión de alimentación. Esta intensidad de corriente se puede tratar como función de las oscilaciones propias del circuito R, L, C . La intensidad de corriente tendrá su valor máximo cuando se cumpla la condición:

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \quad \text{o} \quad 2\pi f = \frac{1}{2\pi f C}$$

lo que significa que las reactancias inductiva y capacitiva se compensan y en el circuito actúa la resistencia únicamente. La frecuencia con la cual se produce el efecto de resonancia se denomina "frecuencia de resonancia f_0 " y se expresa:

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \sqrt{LC}}$$

Se puede determinar cualquiera de las tres magnitudes, o sea la frecuencia de resonancia f_0 , la inductancia L o la capacidad C , conociendo las otras dos y ajustando el circuito para que se produzca la resonancia. Esta puede detectarse mediante un amperímetro conectado en serie o un voltímetro conectado en paralelo con la bobina o el condensador. Ya que el amperímetro o el voltímetro se utilizan para que indiquen solamente un valor máximo, estos instrumentos no necesitan ser calibrados ni su error ha de ser tenido en cuenta. Con las frecuencias altas se obtienen curvas de resonancia muy pronunciadas y por lo tanto la indicación es más precisa. El instrumento indicador no es necesario que sea de alta sensibilidad, sin embargo en algunas mediciones se debe tener en cuenta su impedancia.

La pendiente de la curva de resonancia (figura V-15) depende

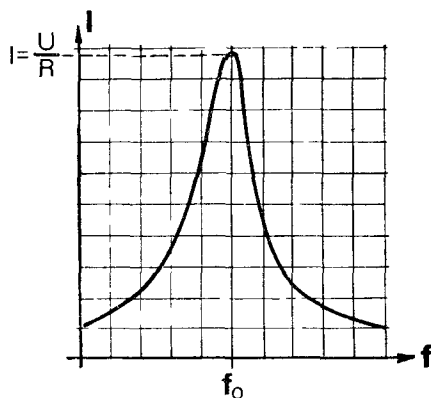


Figura V-15

de la relación $\frac{\omega L}{R}$ donde R es la resistencia equivalente de todas las resistencias en serie del circuito. Esta relación se denomina “factor de calidad” o también “ Q ” del circuito. El valor de Q se puede determinar a base de la forma de la curva de resonancia y, por lo tanto, conociendo o midiendo la frecuencia y la inductancia se puede determinar la resistencia efectiva del circuito. Por el término de “resistencia efectiva” se designa el valor total de la magnitud R , del término $I^2 \cdot R$ que origina la disipación de la potencia. La resistencia efectiva de una bobina es mayor que su valor calculado para la corriente continua debido a varias causas que son; efecto pelicular, pérdidas dieléctricas en el material aislante que rodea el conductor y pérdidas por corrientes parásitas.

Los métodos de medición por resonancia son de uso fácil. Su exactitud depende de la gama de la frecuencia empleada, ya que el ancho de la banda de la curva de resonancia es menor cuanto más alta es la frecuencia y en consecuencia la lectura del instrumento indicador es más exacta. Por lo general, este método es más apropiado para la determinación de las capacidades y de las inductancias pequeñas. Se requiere la utilización de un oscilador de precisión, de onda no deformada, con una amplia regulación de la tensión y de la frecuencia de salida. En cambio el instrumento indicador, voltímetro o miliamperímetro, no tiene que ser necesariamente de alta clase. Es de muchísima importancia utilizar un condensador patrón de alta precisión y calidad (de aire).

MEDICIÓN DE CAPACIDADES

La figura V-16 muestra el esquema que se utiliza en las mediciones de capacidad. El circuito está integrado por un oscilador de las características ya descritas, dos bobinas acopladas (primaria y secun-

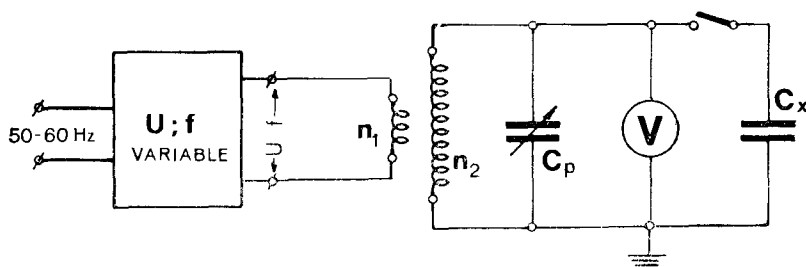


Figura V-16

daria), el condensador patrón C_p variable y el condensador en prueba C_x . La relación entre el número de espiras de ambas bobinas debe ser del orden de 1 a 5 hasta 1 a 10, pero su número de espiras depende del orden de la frecuencia de resonancia. Cuanto mayor es la capacidad C_x que se mide, más baja es la frecuencia de resonancia f_0 y mayor deben ser los números de espiras n_1 y n_2 de ambas bobinas. Como indicador de resonancia se puede emplear un voltímetro de alta resistencia y de poca sensibilidad a la frecuencia en cuestión. Se obtiene buen resultado con un instrumento magnetoeléctrico con rectificador de onda completa o con un instrumento con termoelemento de calentamiento indirecto.

Procedimiento: Montando el circuito según la figura V-16 y dejando el interruptor "p" abierto, se regula la frecuencia del oscilador y su tensión de salida hasta obtener la resonancia con el condensador patrón cerca de su máxima capacidad, lo que se manifestará con la máxima deflexión del voltímetro. Con la frecuencia por debajo o por encima de la resonancia, el voltímetro acusará desviaciones inferiores. Se anota en el cuadro de valores el valor C_{p1} del condensador patrón utilizado. Luego se cierra el interruptor "p", conectando de este modo el condensador patrón C_p en paralelo con el condensador C_x . Se vuelve a regular el condensador patrón, manteniendo la frecuencia constante, hasta obtener nuevamente la resonancia. En ambas condiciones el valor total de la capacidad en el circuito resonante debe ser el mismo y, por lo tanto, el condensador patrón se ajustó a otro valor C_{p2} . En consecuencia tenemos:

$$C_x = C_{p1} - C_{p2}$$

Cuando se trata de medir capacidades muy pequeñas (frecuencias altas), es aconsejable prescindir del interruptor "p" y solamente conectar y desconectar un cable. Las capacidades cuyo valor sea mayor que el del patrón se mide conectando el condensador patrón y el condensador examinado en serie.

Ejemplos: Determinar por resonancia las capacidades siguientes: 1 condensador cerámico WIMA 500 V; 2 condensadores variables marca RCA y GUMPERT.

Ejecución: Se monta el circuito de la figura V-16 con los siguientes elementos:

1. 1 Oscilador marca ADVANCE de las siguientes características: Márgenes regulables de las tensiones de salida: 0-30 V; 0-10 V; 0-3 V; 0-1 V; 0-300 mV; 0-100 mV. Márgenes de las frecuencias a seleccionar: 5-50 Hz; 50-500 Hz; 500-5000 Hz; 5-50 kHz y 50-125 kHz. Además el aparato está provisto de dos pares de

bornes de salida; uno es del circuito interno de $5\ \Omega$ y el otro de $600\ \Omega$, que se utilizan según la impedancia del circuito controlado. Onda sinusoidal.

2. 1 Voltamperímetro magnetoeléctrico con rectificador, marca ELA-VI, H&B, clase 1,5 de varios alcances de tensión y de intensidad. Se le utilizará como voltímetro conectado en paralelo a los condensadores.
3. 1 Condensador patrón variable marca Tinsley de capacidad mínima de $50\ \text{pF}$ y máxima de $1200\ \text{pF}$.
4. 2 Pares de bobinas de acoplamiento: a) $n_1 = 6\ \text{esp.}$ y $n_2 = 180\ \text{esp.}$ y b) $n_1 = 600\ \text{esp.}$ y $n_2 = 1000\ \text{esp.}$

Ejecución: Utilizando el equipo enumerado se montó el circuito según la figura V-16. Para el condensador fijo WIMA y el variable RCA se utilizó el acoplamiento mediante el juego de espiras de 6 a 180, con el cual se obtuvo la resonancia en la frecuencia $f_0 = 136\ \text{kHz}$. Para medir el condensador de marca GUMPERT, que se estimó de una capacidad mayor, se utilizó el juego 600 y 1000 espiras. La frecuencia de resonancia en este caso es $f_0 = 15,5\ \text{kHz}$. En el primer caso (mediciones 1, 2 y 3 del cuadro de valores) se conectó el circuito a la salida del oscilador de $600\ \Omega$ y en el segundo a la salida de $5\ \Omega$. Sustituyendo los valores obtenidos en la fórmula $C_r = C_{p1} - C_{p2}$ se obtuvieron los resultados anotados en el cuadro de valores adjunto.

CUADRO DE VALORES

N.º	Condensador	n_1	n_2	U_0	f_0	C_{p1}	C_{p2}	C_r	Observaciones
		esp.	esp.	V	kHz	pF	pF	pF	
1	Wima 500 V	6	180	15	136	465	195	270	en posición de la máxima capacidad en posición de la mínima capacidad
2	RCA	6	180	16	136	465	350	115	
3	Variable	6	180	16	136	465	435	30	
4	Gumpert	600	1000	14,5	15,5	1090	570	520	en posición de la mínima capacidad en posición de la máxima capacidad
5	Variable	600	1000	14,5	15,5	1090	1080	10	

MEDICIÓN DE INDUCTANCIAS

La figura V-17 muestra el esquema de conexiones que se utiliza para determinar, por el método de resonancia, la inductancia L de una bobina. Como se puede apreciar en el esquema, la bobina examinada

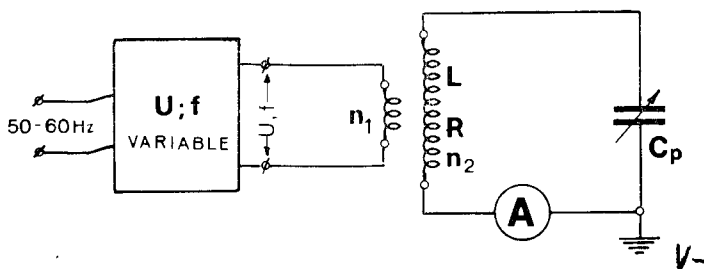


Figura V-17

actúa como arrollamiento secundario del juego de bobinas de acoplamiento n_1 y n_2 . El circuito resonante está compuesto por la bobina L , de n_2 número de espiras, el condensador patrón variable C_p y el amperímetro, el cual acusará la máxima intensidad (de resonancia) cuando:

$$L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

Partiendo de la fórmula que expresa la frecuencia f_0 de resonancia:

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{LC}}$$

y despejando L , se calcula la inductancia mediante la fórmula:

$$L = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f_0^2 \cdot C}$$

Las unidades de las magnitudes son henrios, faradios y hertzios pero también se puede sustituir por μH , μF y MHz , lo que en muchos casos resulta más cómodo.

Ejemplo: Determinar la inductancia de una bobina de 2000 espiras, de 50 mm de diámetro y de 0,5 m de longitud.

Ejecución: Se utiliza el equipo enumerado a continuación montando el circuito de resonancia según la figura V-17.

1. 1 Oscilador descrito en el ejemplo anterior.
2. 1 Voltamperímetro de características descritas en el ejemplo anterior, utilizándolo como miliamperímetro de c.a.
3. 1 Condensador patrón de 3 décadas, marca Tinsley (1 %). Las décadas son $\times 0,1$; $\times 0,01$; $\times 0,001$ μF . La capacidad máxima es de 1,11 μF .
4. 1 Bobina examinada de 2000 espiras. Para el acoplamiento al circuito se la introduce en otra bobina de 600 espiras y de diámetro mayor que 50 mm.

Medición: Se efectuaron 4 mediciones y utilizando la fórmula expuesta se obtuvieron cuatro valores similares con un promedio de $L = 67$ mH.

CUADRO DE VALORES

N.º	Bobina	n_1	n_2	I_o	f_o	C_p	L_x	pro. L_x	Observaciones
		esp.	esp.	mA	kHz	μF	mH	mH	
1	Bobina de 2000 esp. de 0,5 m de long.	600	2000	8,25	1,20	0,26	68	67	Se variaba la tensión secundaria
2		600	2000	7,55	1,04	0,35	67		
3		6000	2000	9,00	1,06	0,336	67		
4		6000	2000	9,55	0,64	0,936	66		

Capítulo VI

MÉTODOS DE COMPENSACIÓN. COMPENSADORES

Los métodos de compensación se utilizan básicamente para las mediciones de tensión; sin embargo se los puede también emplear para la exacta determinación de los valores de otras magnitudes como por ejemplo intensidades de corriente y resistencias. El principio del método de compensación está basado en la comparación de la tensión medida con una tensión procedente de un patrón de tensión, por ejemplo con la fem de la pila normal. Esto se efectúa conectando las dos tensiones, la medida y la del patrón, en oposición y regulando la tensión procedente del patrón hasta que un galvanómetro intercalado en el circuito acuse cero. Esto significará que en el circuito no circula corriente alguna y, por tanto, la tensión de comparación es igual a la tensión que se mide.

De esta consideración se desprende que el método de compensación ofrece una ventaja muy importante: la total independencia de la medición de la resistencia del circuito, incluyendo la resistencia de la fuente (pila), ya que la corriente no circula. Esta característica permite la medición de la fuerza electromotriz de una fuente. Generalizando se puede decir que un compensador es un voltímetro cuya resistencia es infinitamente grande.

Con los métodos de compensación se pueden efectuar mediciones tanto en corriente continua como en corriente alterna. En este último caso es imprescindible tener en cuenta el ángulo de desfase.

Los compensadores forman, igualmente que los patrones de todas las magnitudes, el equipo básico de los laboratorios de medición.

Principio de Poggendorff

La figura VI-1 muestra el principio del método de compensación, introducido en el año 1841 por POGGENDORFF. La fuerza electromotriz E_x que se va a medir (o también una tensión cualquiera U_x), se conec-

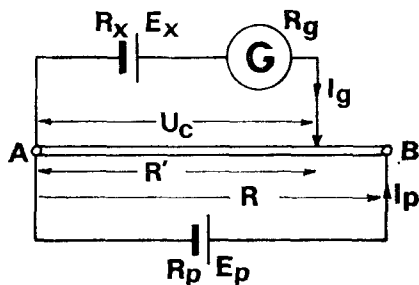


Figura VI-1

ta en oposición con la tensión compensadora U_c . La tensión compensadora U_c se produce por la caída de tensión originada por la corriente I_p que viene de la fuente patrón E_p . Variando la tensión U_c se llega a la indicación cero del galvanómetro (G), lo que significa inexistencia de la corriente en el circuito del galvanómetro. Este estado sucede cuando la fem E_x sea igual a la tensión compensadora U_c y esta última es una determinada porción de la fuerza electromotriz de la pila patrón E_p . El valor de la caída $U_c = I_p \cdot R'$ se puede variar de dos maneras: regulando la resistencia R_p' o regulando la intensidad de corriente I_p . Efectuando la medición por el método de Poggendorff tenemos:

$$E_x - I_p(R_x + R_g) - (I_g + I_p) \cdot R' = 0$$

Durante la regulación se ha llegado al estado en el cual el galvanómetro acusa cero (comparación de tensiones) y, por tanto $I_g = 0$. De esto:

$$E_x - I_p \cdot R = 0 \quad \text{y} \quad E_x = I_p R'$$

La intensidad de corriente I_p (que viene de la pila patrón) se calcula:

$$I_p = \frac{E_p}{R + R_p}$$

Sustituyendo este valor en la fórmula de E_x finalmente se obtiene:

$$E_x = I_p \cdot R = E_p \cdot \frac{R}{R + R_p}$$

Durante la medición no circula la corriente proveniente de la pila patrón. La exactitud de los resultados obtenidos por este método depende de la estabilidad de la fem de la pila patrón.

Compensación con la fuente auxiliar

La pila patrón es un elemento muy delicado; a su descripción se ha dedicado una parte del Capítulo I del tomo I de esta obra. Para mantener la estabilidad de su fuerza electromotriz no es conveniente utilizarla como fuente. De esta consideración ha surgido la idea de utilizar en el compensador una fuente auxiliar (E_a), cuya única finalidad es proporcionar una intensidad de corriente regulable que origina la tensión de comparación U_c sobre una resistencia calibrada. La figura VI-2, muestra el esquema correspondiente a esta modificación del método Poggendorff.

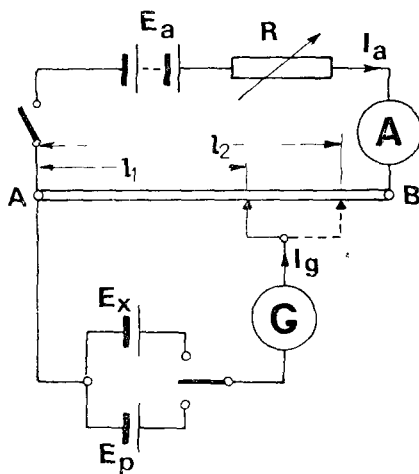


Figura VI-2

A los extremos A y B del alambre calibrado resistivo está conectada la fuente auxiliar E_a en serie con un reostato y un amperímetro de control. El alambre resistivo está estirado sobre una regla graduada

en mm y de longitud de 1 m. Sobre el alambre se desliza el cursor. El material resistivo del alambre calibrado es manganina y su resistencia entre A y B es de $1\ \Omega$ aproximadamente. Utilizando un selector se puede conectar entre el punto A y el cursor la pila patrón E_p o la pila examinada E_x en serie con el galvanómetro.

Antes de iniciar la medición se ajusta la intensidad de corriente auxiliar I_a a un valor determinado, utilizando el reostato R y el amperímetro. La caída de tensión U_{AB} sobre el alambre calibrado debe tener un valor un poco mayor que el valor de la fuerza electromotriz de la pila patrón E_p , o sea debe oscilar entre 1,1 y 1,5 V. Después, utilizando el selector, se conecta la pila patrón en serie con el galvanómetro entre el punto A y el cursor y moviendo éste sobre el alambre calibrado se busca una posición con la cual el galvanómetro acuse cero. En este instante tenemos:

$$E_p = I_a \cdot R_1 \quad \text{y de esto} \quad I_a = \frac{E_p}{R_1}$$

donde R_1 es la resistencia de la porción de alambre alcanzada por el cursor en el estado de equilibrio entre la caída de tensión U_{c1} y la fem de la pila patrón y que corresponde a la longitud l_1 . La resistencia R_1 es proporcional a la longitud l_1 ($R_1 = C \cdot l_1$).

La segunda operación consiste en el paso del selector a la posición en la cual se conecta en serie con el galvanómetro la pila examinada E_x y en la regulación con el cursor hasta llegar al estado de equilibrio entre la caída de tensión U_{c2} y la fem de la pila examinada, o sea, cuando el galvanómetro acuse otra vez cero:

$$E_x = I_a \cdot R_2$$

donde R_2 es la resistencia de la porción de alambre de longitud l_2 . Sustituyendo el valor de la intensidad de corriente auxiliar despejado de la ecuación anterior se obtiene:

$$E_x = I_a \cdot R_2 = E_p \cdot \frac{R_2}{R_1}$$

y por ser las resistencias proporcionales a las respectivas longitudes:

$$E_x = E_p \cdot \frac{l_2}{l_1}$$

El inconveniente de este tipo de compensador es su relativamente baja exactitud. Además, cuando existe una mayor diferencia entre los valores de E_x y E_p , pueden aparecer grandes saltos en las desviaciones

del galvanómetro; es imprescindible, en este caso, utilizar la regulación de la sensibilidad del galvanómetro. Para disminuir el error se puede utilizar el alambre calibrado de una longitud mucho mayor (5 m), enroscado en forma de una espiral sobre un tambor de material aislante.

Ejemplo: Establecer, mediante el método de compensación, el valor de la fuerza electromotriz que se origina entre los electrodos de cobre y de zinc sumergidos en una solución de sulfato de cobre.

Ejecución: Se monta un circuito de compensación con los siguientes elementos:

- 1 alambre calibrado de 1 m de largo y de resistencia de $1,5 \, \Omega$, con cursor.
- 1 amperímetro magnetoeléctrico marca AEG, con alcances 0,6; 1,5 y 3 A.
- 1 galvanómetro marca AOIP de características: $T_0 = 2 \, \text{s}$, $R_g = 1500 \, \Omega$, sensibilidad $0,9 \cdot 10^{-9} \, \text{A/mm}$.
- 1 reostato de $59 \, \Omega$.
- 1 pila WESTON, marca AOIP; $E_p = 1,0187 \, \text{V}$.
- 1 recipiente de plástico con dos electrodos de Cu y Zn y solución CuSO_4 .

Se inicia la operación con el ajuste de la intensidad de corriente auxiliar que proviene de una fuente auxiliar E_a (fig. VI-2). En este ejemplo se utilizó para este fin una batería de acumuladores, cuya capacidad asegura la estabilidad de la intensidad de corriente. Después, conectando el galvanómetro a la pila patrón (WESTON) mediante el selector y empleando su menor sensibilidad se busca la posición del cursor con la cual el galvanómetro acuse cero. En esta posición del cursor, la caída de tensión originada por la corriente auxiliar entre el punto A y el cursor, es igual a la fem de la pila patrón. Se anota en el cuadro la correspondiente longitud de la porción del alambre calibrado (l_1). Luego, pasando el selector a la posición en la cual el galvanómetro queda conectado con la pila examinada, se repite la operación obteniendo el equilibrio en la otra posición l_2 del cursor. Sustituyendo estos valores en la fórmula se obtiene el resultado. En este ejemplo se efectuó la medición con tres distintos valores de la corriente auxiliar I_a , obteniendo tres resultados iguales.

En esta variante del método Poggendorff la diferencia radica en la comparación indirecta de la fuerza electromotriz medida con la fuerza electromotriz patrón. Es una comparación por sustitución. El inconveniente de este método es la necesidad de equilibrar el circuito dos veces, una con la fem patrón y la segunda vez con la fem medida. De esto ha surgido la idea de una construcción del compensador en

CUADRO DE VALORES

N.º	Pila o par examinada	I_a	E_p	l_1	l_2	E_d	prom. E_t	Observaciones
		A	V	mm	mm	V	V	
1	Cu y Zn en solución CuSO_4	1,0	1,0187	479	395,5	0,841	0,841	
2		0,75	1,0187	655	541	0,841		
3		0,5	1,0187	984	813	0,841		

el cual se obtienen las lecturas directamente en voltios. Para esto es imprescindible mantener constante durante la medición la intensidad de la corriente auxiliar, previamente determinada. En este caso, las caídas de tensión en las porciones de la resistencia patrón serán siempre determinadas e iguales, y, en consecuencia los valores de las resistencias pueden ser señaladas en correspondientes valores de las caídas de tensión. Por lo general, la intensidad de corriente auxiliar está prevista para un valor multiplicado por 10^{-n} .

En un compensador de lecturas directas, la regulación de la corriente auxiliar en una operación de gran importancia; el error en el ajuste de esta corriente influye directamente en el error de la medición.

Copensador de regulación doble

Para obtener una mayor exactitud de medición se utilizan compensadores de dos etapas de regulación, una ordinaria y la otra fina. La figura VI-3 muestra el esquema de un compensador de este tipo. En el esquema la resistencia comprendida entre los nudos A y B se compone de 10 resistencias fijas de $r \Omega$, en serie con la resistencia de $r \Omega$ de alambre calibrado con cursor. Primero se utiliza la regulación ordinaria con el selector I (de $r \Omega$ cada paso) y luego se afina con el cursor sobre el alambre calibrado cuya resistencia total es también igual a r . El conjunto se puede graduar directamente en voltios o milivoltios, cuando la intensidad auxiliar I_a tenga el valor prefijado y constante. La intensidad de corriente I_a se regula mediante el reostato R y se controla con el amperímetro. La operación de ajuste de la corriente auxiliar se hace con la pila normal $E_p = 1,0187 \text{ V}$, conectada. Durante esta operación el cursor II debe estar colocado en la posición "CAL" (calibración), para lo cual la caída de tensión entre

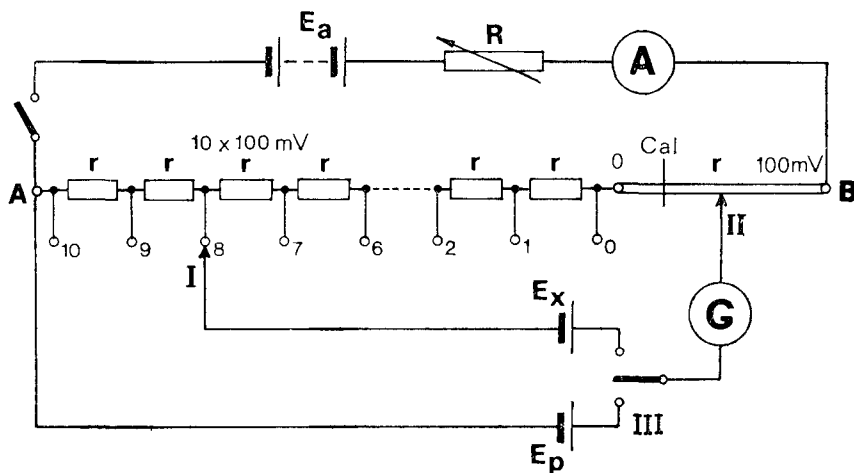


Figura VI-3

A y CAL es igual al valor de E_p , y el selector III en la posición correspondiente a la pila patrón.

Suponiendo que cada una de las resistencias r tiene el valor igual a 1Ω , la intensidad de corriente auxiliar es:

$$I_a = \frac{E_p}{10r - 0,0187r} = \frac{1,0187}{10,187} = 0,1 \text{ A}$$

donde 0,0187 es el valor de la resistencia de la porción del alambre calibrado comprendida entre los puntos 0 y CAL. La caída de tensión sobre cada una de las resistencias parciales es 0,1 V. Después de ajustar la intensidad de corriente auxiliar I_a se procede a la medición de la fem E_x colocando el selector III en la posición que intercala en el circuito la pila examinada en serie con el galvanómetro y utilizando nuevamente el selector II y el cursor I, se regula hasta llegar al estado de compensación (el galvanómetro tiene que acusar cero). El valor de la tensión compensada que corresponde al valor buscado E_x se obtiene así: la primera cifra la da la posición del selector I y las tres cifras siguientes se leen en la escala correspondiente a la perilla del cursor. Si la escala del cursor está dividida en 200 divisiones, sobre ésta se puede efectuar la lectura con la exactitud hasta 0,2 de la división y se puede calcular el valor de la fem medida E_x :

$$E_x = \left(n_1 + \frac{n_2}{200} \right) \cdot I_a$$

donde n_1 es la cifra que corresponde a la posición del selector I y n_2 es la cifra leída en la escala del cursor II.

La figura VI-4, muestra un compensador de fabricación inglesa, marca SCIENTIFIC INSTRUMENTS, diseñado para el uso en laboratorios universitarios. Para fines didácticos el aparato contiene el juego

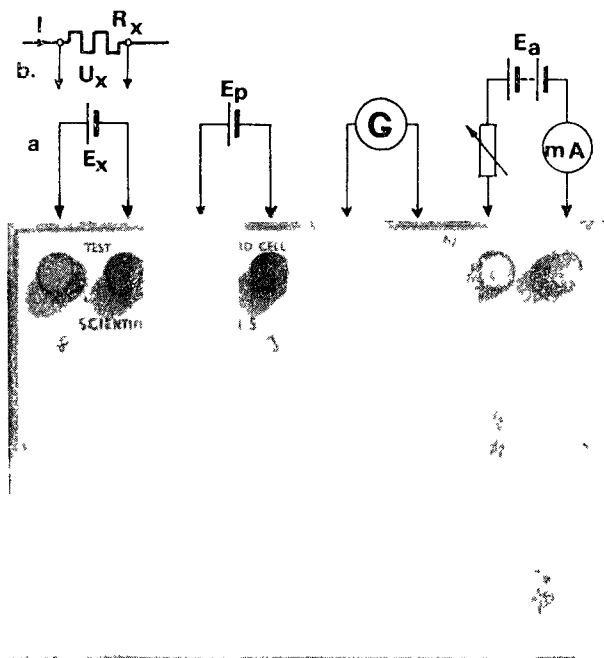


Figura VI-4

de resistencias y de interruptores solamente, con el fin de que el estudiante conecte todos los demás elementos exteriormente. Su conexión está basada en el esquema de la figura VI-3, con la diferencia que el selector "I" es de 8 + 1 posiciones y cubre la caída hasta 1,6 V. Los 200 mV restantes corresponden al alambre calibrado con el cursor "II" (perilla), de modo que el alcance total del aparato es de 1,8 V. El pulsador "STANDARDIZE" conecta el galvanómetro con la porción del alambre calibrado, correspondiente al CAL del esquema de la figura VI-3, o sea, al valor correspondiente a 1,0187 V del patrón. Una vez calibrado el aparato se puede proceder a la medición de la fem desconocida pulsando el botón "TEST". En este caso la pila E_x está

conectada a los bornes "TEST" (a). Cuando se desea medir una caída de tensión sobre una resistencia R , ésta se conecta de igual manera (b).

Compensador de Feussner

Tal como se puede apreciar en la figura VI-3, se puede realizar fácilmente una regulación de dos etapas en el compensador. En cambio una regulación más precisa que requiere un mayor número de etapas de regulación da lugar a ciertos problemas de construcción. En un ejemplo de compensador de Feussner (fig. VI-6) se muestra la regulación en 3 etapas. La construcción está basada en el empleo de las resistencias decádicas dobles (fig. VI-5) y estas resistencias son de valores: $n_3 = 9 \times 10 \Omega$; $n_4 = 9 \times 1 \Omega$; $n_5 = 10 \times 0,1 \Omega$. Este compensador

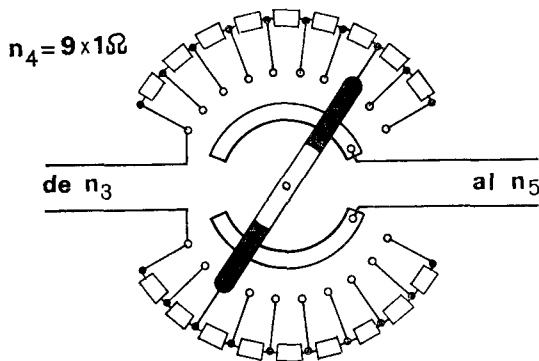


Figura VI-5

contiene también una resistencia patrón $R_p = 10186,5 \Omega$ para la comparación con la fem de la pila patrón ($E_p = 1,01865 \text{ V}$). La calibración se efectúa ajustando el valor de la intensidad de corriente auxiliar $I_a = 1 \cdot 10^{-4} \text{ A}$. La caída de tensión U_p que se utilizará como tensión patrón será:

$$U_p = I_a \cdot (1000n_1 + 100n_2 + 10n_3 + 1n_4 + 0,5n_5) = 10^{-4} \cdot (1000n_1 + 100n_2 + 10n_3 + 1n_4 + 0,5n_5)$$

El regulador n_1 está graduado en pasos de 100 mV, la resistencia n_2 en pasos de 10 mV, n_3 en pasos de 1 mV, n_4 de 0,1 mV y n_5 de 0,001. El inconveniente del compensador de Feussner es la ne-

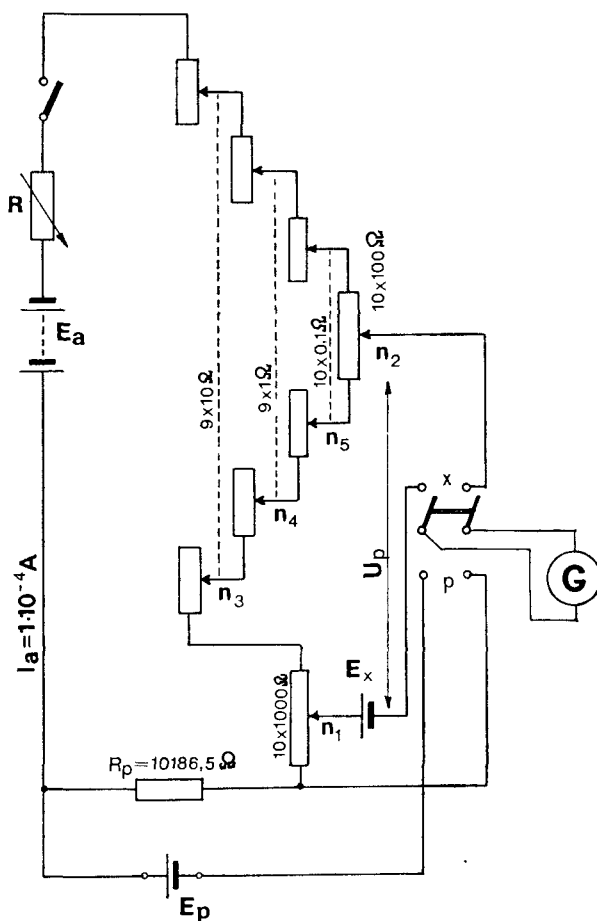


Figura VI-6

cesidad de utilizar las resistencias decádicas de construcción especial, es decir, las n_3 , n_4 y n_5 de contactos dobles.

Compensador de Raps

Una regulación mucho más precisa que la descrita anteriormente fue solucionada por Raps quien utilizó un sistema de conexión en

cascada. En su compensador se puede shuntar la resistencia de cada paso del resistor decádico de 11 resistencias, con una década de diez resistencias. La figura VI-7 muestra el principio de esta conexión. La

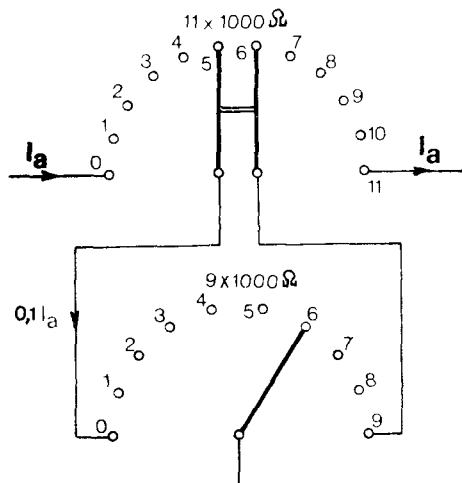


Figura VI-7

caída de tensión sobre una resistencia de la década shuntada es igual a $I_a \cdot 1000 \Omega$. La intensidad de corriente que circula por la década que funciona como shunt es:

$$I_a \cdot \frac{1000 \Omega}{9000 \Omega + 1000 \Omega} = 0,1 \cdot I_a$$

y la caída de tensión sobre cada una de las resistencias de esta década:

$$0,1 \cdot I_a \cdot 1000 \Omega = I_a \cdot 100 \Omega$$

En consecuencia, la caída de tensión sobre cada una de las resistencias de la década que funciona como shunt es diez veces menor que la caída de tensión sobre cada una de las resistencias de la década shuntada. De este modo se obtiene la regulación de la tensión compensadora $\times 1 \times 0,1$ sin necesidad de recurrir a la variación de la intensidad de la corriente auxiliar I_a .

En base a este principio se puede construir un compensador de 4 etapas de regulación, conectando en serie dos sistemas de regulación de 2 etapas. El segundo sistema está confeccionado con las resisten-

cias de valor igual a $0,01 r$. La figura VI-8 muestra el esquema de este tipo de compensador. En este compensador las resistencias parciales $r = 1000 \Omega$. La intensidad de corriente auxiliar I_a se ajusta, mediante el reostato R , a $100 \mu\text{A}$. Este valor se verifica compensando la caída de tensión $I_a \cdot R_p$ sobre la resistencia patrón $R_p = 10186,5 \Omega$, con la fuerza electromotriz de la pila patrón WESTON, $E_p = 1,01865 \text{ V}$, colocando en la correspondiente posición el conmutador del galvanómetro G .

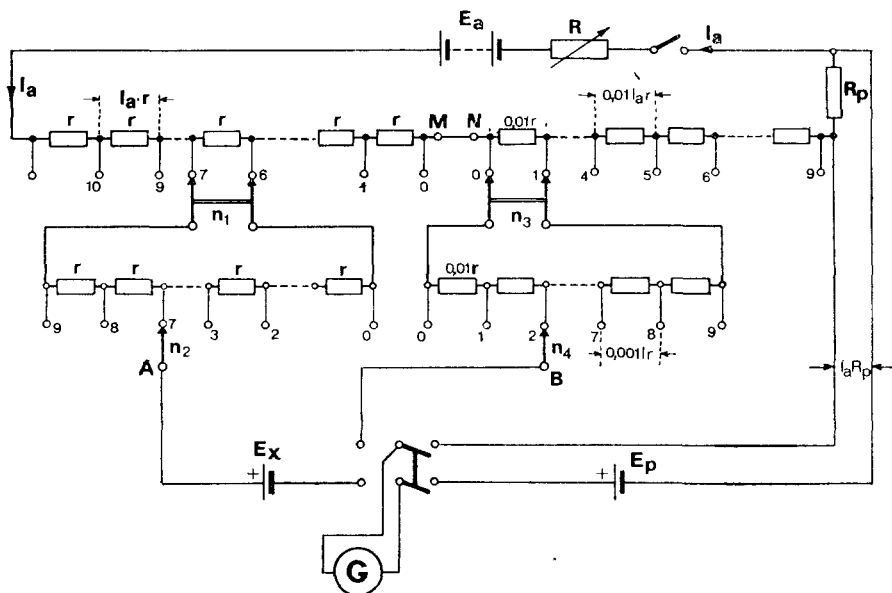


Figura VI-8

La medición de una fuerza electromotriz E_x se efectúa compensándola con la tensión patrón $U_p = U_{AB}$, tomada entre los puntos A y B del compensador. El valor de la tensión patrón se determina:

$$U_p = U_{AB} = r \cdot I_a (n_1 + 0,1 n_2 + 0,01 n_3 + 0,001 n_4)$$

Cuando $I_a = 1 \cdot 10^{-4} \text{ A}$, y $r = 10^3 \Omega$ tenemos:

$$U_p = U_{AB} = 0,1 (n_1 + 0,1 n_2 + 0,01 n_3 + 0,001 n_4)$$

En este caso el selector n_1 regula la tensión en pasos de $0,1 \text{ V}$, el selector n_2 de $0,01 \text{ V}$, n_3 de $0,001 \text{ V}$ y n_4 de $0,0001 \text{ V}$.

El alcance máximo de este compensador es de $U_p = 1,0999 \text{ V}$.

Los compensadores de Feussner y de Raps se caracterizan por su gran resistencia interna. Esto posibilita la confección de los resistores con gran exactitud, disminuye la influencia de las resistencias de los contactos y facilita la estabilidad de la intensidad de la corriente auxiliar I_0 . Sin embargo, la aplicación de los compensadores de gran resistencia interna presenta en algunos casos ciertos problemas. Estos problemas aparecen cuando se trata de mediciones de las fuerzas electromotrices muy pequeñas en comparación con la fem de la pila patrón.

Compensador de Diesselhorst

Los problemas originados por la influencia de los contactos de las resistencias decádicas desaparecen en compensadores de baja resistencia interna. Un ejemplo de compensador de este tipo es el de Diesselhorst que consiste en un puente alimentado por la corriente auxiliar I_a entre los puntos A y B del cuadripolo de igual modo que en los puentes ordinarios (fig. VI-9). Entre los puntos C y D del cuadripolo está

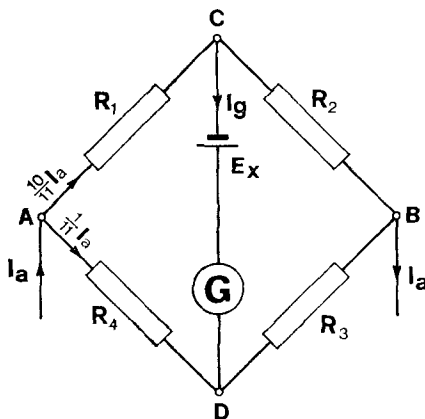


Figura VI-9

conectado el galvanómetro G en serie con la fuerza electromotriz E_x que se mide. La relación de las resistencias en paralelo conectadas entre los nudos A y B tiene un valor constante:

$$\frac{R_1 + R_2}{R_3 + R_4} = \frac{1}{10}$$

De esto resulta que, cuando la corriente del galvanómetro I_g es 0, por la rama superior ($R_1 + R_2$) circula la intensidad de valor igual a $\frac{10}{11} \cdot I_a$ y, por la rama inferior ($R_4 + R_3$), la intensidad igual a $\frac{1}{11} I_a$. Cuando no circula corriente por la rama del galvanómetro, los potenciales entre los nudos C y D son iguales y por lo tanto:

$$E_x = \frac{10}{11} \cdot I_a \cdot R_1 - \frac{1}{11} \cdot I_a \cdot R_4 = I_a \left(\frac{10}{11} \cdot R_1 - \frac{1}{11} \cdot R_4 \right)$$

El esquema fundamental está representado en la figura VI-10. El cuadripolo está montado con dos resistencias decádicas R_A y R_B diviso-

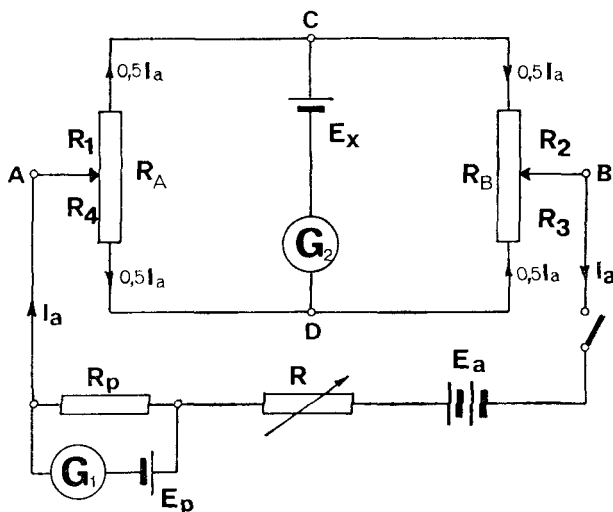


Figura VI-10

ras y es alimentado por la fuente auxiliar E_a que suministra la intensidad constante I_a , controlada con el reostato R . La intensidad I_a se ajusta con el galvanómetro G_1 , mediante una compensación auxiliar de la fuerza electromotriz de la pila patrón E_p con la caída de tensión $I_a \cdot R_p$, en la resistencia patrón R_p . Entre los nudos C y D , está conectado el otro galvanómetro G_2 en serie con la fuerza electromotriz examinada E_x . La compensación se obtiene moviendo los cursores sobre las resistencias R_A y R_B , variando de este modo los valores R_1 ,

R_2 , R_3 y R_4 de la relación constante $\frac{R_1 - R_2}{R_3 - R_4}$. Al mover el cursor A hacia arriba se mueve el cursor B hacia abajo y viceversa. En el estado de compensación no circula corriente alguna a través del galvanómetro G_2 lo que significa que la tensión en la salida del puente ($C - D$) está compensado por el valor de la fuerza electromotriz buscada E_x . Cuando sucede esto es válida la relación:

$$0,5 \cdot I_a \cdot R_1 + E_x = 0,5 \cdot I_a \cdot R_4 \quad \text{y de ésta:}$$

$$E_x = 0,5 \cdot I_a \cdot R_4 - 0,5 \cdot I_a \cdot R_1 = 0,5 \cdot I_a \cdot (R_4 - R_1)$$

Cuando el cursor de la resistencia R_A se encuentra en la posición en la cual $R_1 = R_4$ y el cursor de la resistencia R_B en la posición en la cual $R_2 = R_3$ y el galvanómetro G_2 acusa cero, el valor de la E_x es 0. Cuando el cursor de la resistencia R_A está en la posición límite superior y el cursor de la resistencia R_B en la posición límite inferior ($R_4 = R_A$ y $R_3 = 0$), le valor buscado de la fuerza electromotriz es:

$$E_x = 0,5 \cdot I_a \cdot R_A = 0,5 \cdot I_a \cdot R_B$$

Cuando la polaridad de la E_x es invertida, los cursores de las resistencias R_A y R_B estarán en las posiciones inversas.

La gran ventaja de este sistema consiste en que los contactos de los cursores de las resistencias decádicas R_A y R_B están conectados en serie con el circuito de alimentación y, por lo tanto, no influyen en la distribución de corrientes en los divisores de tensión debido a que actúan en serie con la fuente de alimentación auxiliar E_a . Según este principio se construyen los compensadores que tienen hasta 5 etapas de regulación. El alcance de compensadores de corriente continua está comprendido entre 0,01 y 1,10 V aproximadamente.

Mediciones con compensadores de corriente continua

Las mediciones que se efectúan con compensadores de corriente continua pertenecen al grupo de mediciones de mayor precisión. Por lo general los compensadores tienen las siguientes aplicaciones:

1. Mediciones de fuerzas electromotrices y de tensiones.
2. Contraste y verificación de milivoltímetros de clase superior a 0,2.
3. Contraste y verificación de miliamperímetros de clase superior a 0,2.
4. Mediciones muy exactas de resistencias pequeñas.

Con mayor frecuencia se utiliza el compensador para la determinación del valor exacto de una fuerza electromotriz muy pequeña (or-

den de los micro y milivoltios). Se efectúan estas mediciones cuando se trata de las fuerzas electromotrices de termoelementos, los cuales se utilizan en mediciones de temperatura. En estos casos, la fuerza electromotriz, por ser función de distinta temperatura en cada tipo de termopar, está dada en las correspondientes tablas provistas por los fabricantes de los termoelementos.

Para la verificación de voltímetros de alta clase de exactitud (superior a 0,2), se utiliza un circuito auxiliar exterior al compensador. En este circuito auxiliar, el voltímetro verificado puede ser conectado de dos maneras según su alcance nominal. Cuando el alcance verificado del voltímetro es inferior a 1,1 V ($U_x < 1,1$ V) se lo conecta directamente a la salida del compensador y cuando $U_x > 1,1$ V se lo conecta utilizando un divisor de tensión según indica la figura VI-11. En este caso la tensión se calcula:

$$U_x = U_p \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

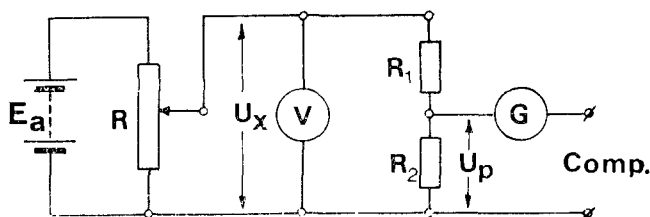


Figura VI-11

donde U_x es la tensión que debe acusar el voltímetro

U_p es la tensión que mide el compensador

R_1 y R_2 son las resistencias parciales del divisor de tensión de alta clase de precisión.

Para la verificación de miliamperímetros se utiliza el circuito auxiliar de la figura VI-12. Según este esquema, el miliamperímetro que

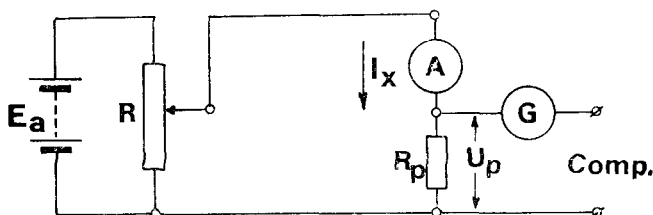


Figura VI-12

se verifica se conecta en serie con una resistencia patrón R_p , y con el compensador se mide la caída de tensión sobre la resistencia patrón R_p , originada por la intensidad de corriente I_x . La intensidad real que debe indicar el miliamperímetro se calcula:

$$I_x = \frac{U_p}{R_p}$$

Las mediciones de resistencias muy pequeñas se efectúan utilizando el esquema de la figura VI-13. La resistencia a medir R_x se co-

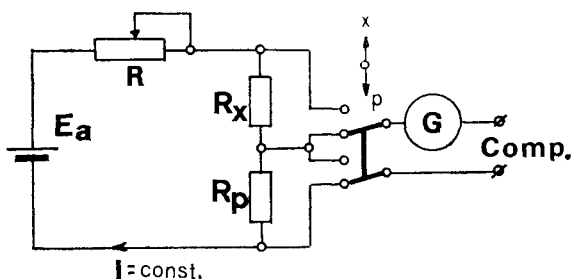


Figura VI-13

necta en serie con una resistencia patrón R_p , de valor comparable. El circuito que contiene ambas resistencias en serie ($R_x + R_p$) se alimenta por un acumulador cuya capacidad es suficientemente alta para asegurar la estabilidad de la intensidad de corriente ($I = \text{cte.}$). Con el compensador se miden por separado las caídas de tensión sobre la resistencia R_x y sobre la resistencia R_p , manteniendo la intensidad de corriente constante.

$$R_x = \frac{U_x}{I} \quad \text{con el selector en la posición "x"}$$

$$R_p = \frac{U_p}{I} \quad \text{con el selector en la posición "p"}$$

Sustituyendo $I = \frac{U_p}{R_p}$ se obtiene:

$$R_x = \frac{U_x}{\frac{U_p}{R_p}} = R_p \cdot \frac{U_x}{U_p}$$

Lo importante de este método de medición de resistencias de pequeño valor es que la resistencia de conexión entre R_x y R_p no influye en los resultados; el compensador toma las respectivas caídas de tensión por separado de igual manera como sucede en el puente de Thomson.

La figura VI-14 muestra el compensador marca Tinsley & Co.,

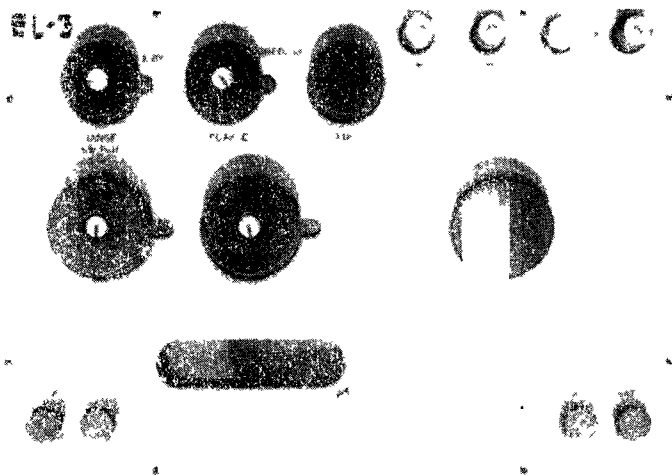


Figura VI-14

Mod. 3184 D. Es un aparato portátil y completo. Contiene todos los elementos que componen un compensador, o sea el galvanómetro, la pila patrón y las pilas de alimentación auxiliar. Sus características son las siguientes:

3 alcances de medición:

1 mV a 1,8 V con el selector multiplicador $\times 1$.

100 μ V a 0,18 V con el selector multiplicador $\times 0,1$.

10 μ V a 0,018 V con el selector multiplicador $\times 0,01$.

Exactitud de mediciones: 0,00001 %.

Galvanómetro: magnetoelectrónico de $T_0 = 2$ s.

Peso total: 14,5 kg.

La exactitud de las mediciones obtenidas con el método de compensación a la vez que la facilidad del uso del potenciómetro, explican su divulgación en el campo de mediciones que se efectúan con corriente continua. Se hizo indispensable desarrollar métodos similares que permiten la aplicación de los potenciómetros en mediciones con corriente alterna.

En corriente alterna aparecen varios factores que hacen, en este caso, la aplicación del método de compensación más difícil y los resultados obtenidos no son tan exactos como en compensación con corriente continua. En consecuencia, el equipo requerido para la aplicación del método de compensación en corriente alterna es más complejo y más costoso que el equipo utilizado en compensadores de corriente continua. Las características principales de los compensadores de corriente alterna son las siguientes:

1. Todas las resistencias del potenciómetro, inclusive la resistencia de alambre calibrado con cursor, deben ser no inductivas. El compensador se alimenta con corriente alterna y, por lo tanto, se utiliza el galvanómetro de vibración como detector de equilibrio.

2. La intensidad de corriente auxiliar en la resistencia calibrada se mide con un instrumento transductor. Este instrumento se calibra, previamente a la medición, alimentando el potenciómetro con corriente continua y utilizando la pila patrón en forma usual. El instrumento transductor es, por lo general, del tipo electrodinámico o electrotérmico (con termopar).

3. Para obtener el equilibrio, la diferencia de potencial suministrada por el potenciómetro debe ajustarse a dos condiciones: a) debe estar en fase con la diferencia de potenciales a medir y, b) su valor debe ser compensado. En consecuencia, a diferencia de los compensadores de corriente continua, se deben compensar dos parámetros: la propia tensión y el ángulo de desfase. Siguiendo este criterio se construyen principalmente dos tipos de compensadores de corriente alterna, los compensadores con desfasador y los compensadores de coordenadas. Utilizando el primer tipo, se varía la intensidad de corriente auxiliar utilizando el desfasador en forma independiente de la regulación de la amplitud de la tensión. En el segundo tipo, o sea en el compensador de coordenadas, se originan dos diferencias de potencial a 90° entre una y la otra y la resultante de la combinación se utiliza para obtener el equilibrio y la compensación de la tensión medida.

4. En compensadores de corriente continua la fuente de alimentación está separada del circuito de prueba y en cambio, en los compensadores de corriente alterna el potenciómetro debe ser alimentado de la misma fuente que el circuito medido. Esta condición es imprescindible para mantener constante el ángulo de fase entre la corriente del potenciómetro y la diferencia de potencial medida. Se puede alimentar los dos circuitos por separado utilizando para este fin dos alternadores acoplados axialmente en forma rígida (ver 1.º tomo).

5. El equilibrio perfecto se obtiene cuando la forma de la onda de ambas diferencias de potencial (del compensador y en prueba), son idénticas.

Compensador con desfasador

La figura VI-15, muestra el esquema de un compensador de corriente alterna con desfasador. Sobre el estator del desfasador están colocados dos arrollamientos magnetizantes I y II, cuyos ejes magnéticos están desplazados 90° . En serie con el arrollamiento II está co-

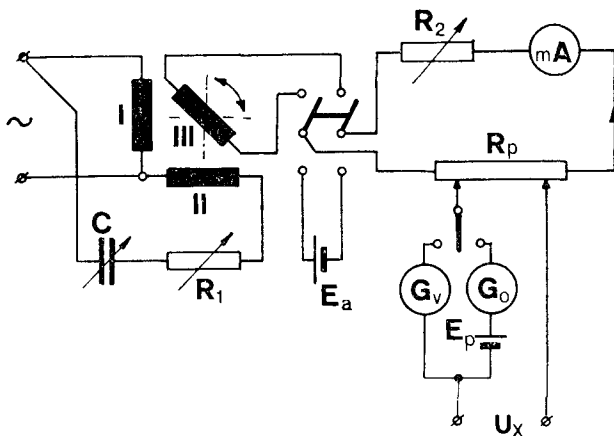


Figura VI-15

nectado un condensador C variable y una resistencia variable R_1 . Ajustando la capacidad del condensador y la resistencia se puede obtener un estado en el cual la corriente I_1 en el arrollamiento I es de igual valor que la intensidad de corriente I_2 en el arrollamiento II, pero ambas intensidades están desfasadas 90° . El campo magnético resultante del estator induce en el arrollamiento del rotor (III), una fuerza electromotriz cuyo valor es proporcional a la intensidad del campo magnético resultante del estator y del ángulo de desplazamiento (α) del rotor desde la posición correspondiente al máximo flujo. La fuerza electromotriz se expresa

$$e = nI \cdot \sin(\omega t - \alpha) \quad nI \text{ en amperiovueltas}$$

De esta ecuación se deduce que la amplitud de fem es constante y el ángulo de fase es la función de la posición del rotor.

El potenciómetro se calibra con corriente continua. Para efectuar esta operación se desconecta su circuito del rotor III y se lo conecta a una fuente auxiliar E_a (acumulador). Para la calibración se utiliza la

pila patrón E_p y un galvanómetro común G_0 . Al terminar la calibración se vuelve a alimentar el potenciómetro por el arrollamiento III del rotor del desfasador y se intercala el galvanómetro de vibración G_v como indicador de equilibrio conectando a su vez la tensión alterna a medir U_x .

Los elementos R_1 y C (fig. VI-15) que se utilizan para la regulación de la corriente en el arrollamiento II del estator imponen la dependencia del ángulo de desfase de la frecuencia de la fuente de alimentación. El alcance de la medición es de 2 V aproximadamente. La exactitud de los resultados obtenidos es de 0,2 %. La intensidad de corriente en el circuito de potenciómetro es estandarizada y tiene el valor de 50 mA controlada con un miliamperímetro electrodinámico.

Compensador de coordenadas

Las figuras VI-16 y VI-17 muestran el principio del compensador de coordenadas. La tensión U_x debe estar compensada con una tensión

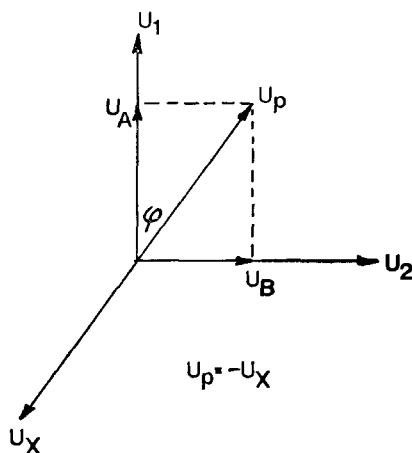


Figura VI-16

compensadora U_p de igual valor y de igual ángulo de fase. Estas condiciones se obtienen utilizando dos tensiones parciales (coordenadas), regulables separada e independientemente, y desfasadas entre sí 90° . Las dos tensiones parciales U_1 y U_2 se originan en un transformador

especial Tr (fig. VI-17). La tensión U_1 está conectada a la resistencia con cursor R_1 y la tensión U_2 , desfasada 90° respecto a la resistencia R_2 . En la resistencia R_1 se toma el valor requerido para la coordena-

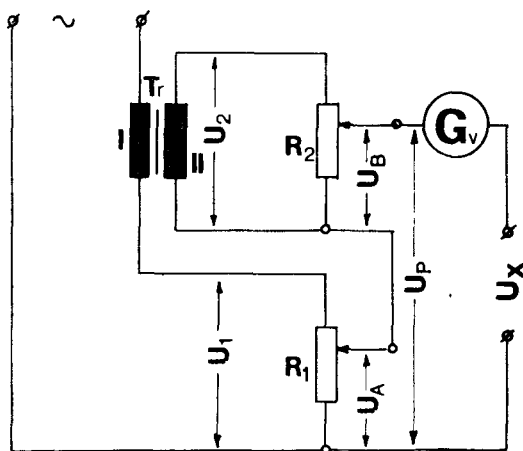


Figura VI-17

da U_A y en la resistencia R_2 el valor de la coordenada U_B . Al llegar al estado de compensación tenemos:

$$U_p = -U_x = \sqrt{U_A^2 + U_B^2}$$

El ángulo de fase se calcula:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_B}{U_A}$$

BIBLIOGRAFIA

- HARTMANN & BRAUN: *Elektrische und Wärmetechnische Messungen*. H & B, Frankfurt/M, 1963.
- HERBERT W. JACKSON: *Introduction to Electric Circuits*. Prentice-Hall, Inc. New Jersey, 1959.
- ROLAND B. MARSHALL: *Measurements in Electrical Engineering*. Purdue University, W. Lafayette, Indiana, 1948.
- NORMA FABRICK ELEKTR. MESSGERÄTE: *Technical Information*. Viena, 1968-1972.
- BUCKINGHAM AND PRICE: *Principles of Electrical Measurements*. The English Univ. Press, London, 1970.
- GOLDING & WIDDIS: *Electrical Measurements and Measuring Instruments*. Sir. Isaac Pitman & Sons Ltd., London, 1963.
- A. PALM-W. HUNSINGER & G. MÜNCH: *Elektrische Messgeräte und Messeinrichtungen*. Springer, Berlin, 1963.
- TRABAJO EN CONJUNTO: *Laboratorium Miernictwa Elektrycznego*. Universidad Tecn. Alta Silesia, Polonia, 1969.
- E. FRANK: *Ándlisis de medidas eléctricas*. McGraw-Hill, 1969.
- S. LEBSON: *Podstawy Miernictwa Elektrycznego*. W.N.T. Varsovia, 1966.
- M. LAPINSKI: *Miernictwo Elektryczne*. W.N.T. Varsovia, 1967.
- K. B. KARANDIEJEV: *Pomiary Elektryczne Metodami Mostkowemi i Kompensacyjnemi*. W.N.T. Varsovia, 1967 (trad. de ruso).
- TH. WALCHER: *Methods and Instruments of Electrical Metrology*. Viena, 1972 (NORMA).
- M. LAPINSKI: *Miernictwo Tele-elektryczne*. W.K.L. Varsovia, 1966.

H. TINSLEY & Co.: *Galvanometers*. London, 1973.

B. L. WORNENOP y H. T. FLINT: *Advanced Practical Physics*. Methuen Co., Ltd. London, 1960.

N. SOLINA: *Manual práctico de mediciones eléctricas*. A. Candiani. Madrid, 1953.

J. E. EDMINISTER: *Teoría y problemas de Circuitos Eléctricos*. McGraw-Hill, 1969, Colombia.