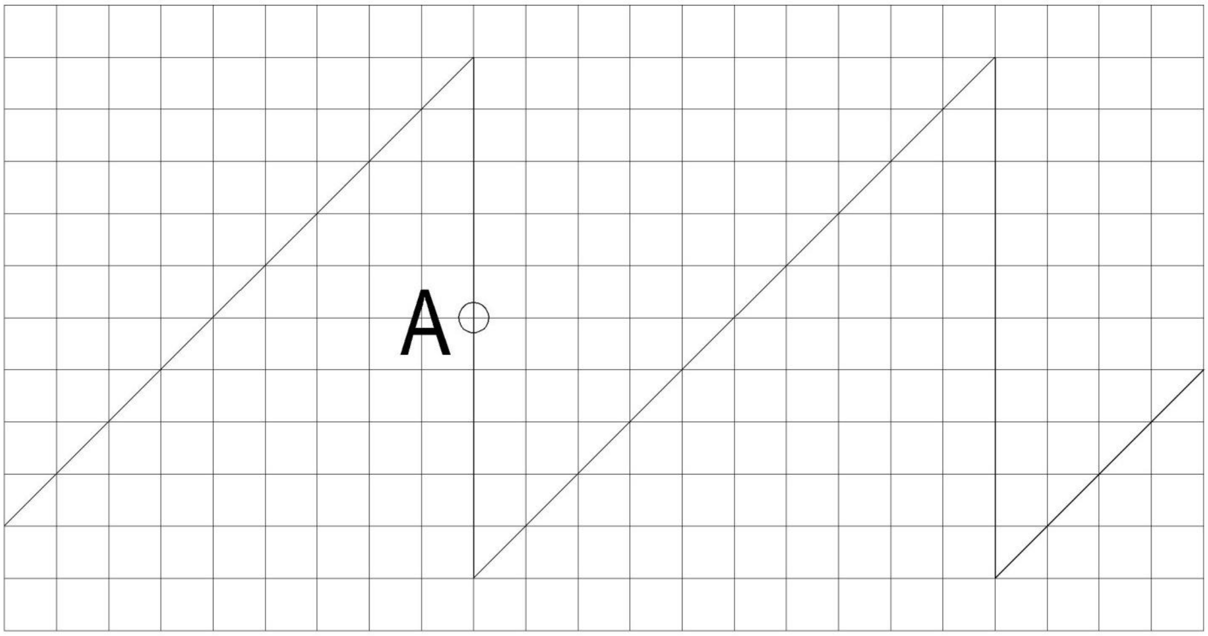
U2.01.- Analizar la señal de tensión cuya forma de onda se muestra en el siguiente oscilograma, utilizando como origen del par de ejes coordenados valor instantáneo-fase el punto **A**.Las escalas del gráfico son : 2,5 [mV/div] en sentido vertical y 5 [ms/div] en sentido horizontal



RESPUESTAS : señal periódica no senoidal, alterna, simetría impar, **T** = 50 [ms], **f** = 20 [Hz], U_{pp} =25 [mV], U_{max} (+) = 12,5 [mV], U_{max} (-) = -12,5 [mV], U_{med} = 0 [mV], $\left| \overline{U} \right|$ = 6,25 [mV], **U** = 7,22 [mV], F_f = 1,155 , $F_{|me|}$ = 2 , F_c = 1,73

SOLUCIÓN U2.01

Considerando el origen del par de ejes coordenados valor instantáneo [**u (t)**] – fase [(**t**)] en el punto **A**, el análisis de la forma de onda mostrada en el oscilograma permite establecer las siguientes características de la señal :

.- periódica , los valores instantáneos se repiten en una misma secuencia a intervalos regulares

.- alterna , los valores instantáneos cambian de signo a intervalos regulares

.- no senoidal , la relación valor instantáneo-fase no se puede representar matemáticamente con una función senoidal

.- simetría impar , se verifica que **u (t = x) = - u (t = - x)**

Partiendo del punto **A** los valores instantáneos se repiten a intervalos iguales a diez (10) divisiones en sentido horizontal.El período (**T**) de la señal resulta igual a :

$$T = \left(n^{o}\, div \right) \times \left(t / div \right) = 10 \times 5 = 50 \left[ms \right]$$

La frecuencia (**f**) de la señal vale entonces :

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{50\times 10^{-3}} = 20\left[Hz\right]$$

La distancia, en sentido vertical, entre valores instantáneos extremos es igual a diez (10) divisiones; en consecuencia el valor pico a pico ($\mathbf{U_{pp}}$) vale :

$$U_{pp} = \left(n^{o}\,div\right)\times\left(mV/div\right) = 10\times 2{,}5 = 25\ \left[mV\right]$$

Por otra parte, el valor instántaneo máximo del semiciclo positivo es igual al del semiciclo negativo (5 divisiones), en consecuencia :

$$\hat{U} = \left(n^{o}\,div\right)\times\left(mV/div\right) = 5\times 2{,}5 = 12{,}5\left[mV\right]$$

$$-\hat{U} = \left(n^{o}\,div\right)\times\left(mV/div\right) = -\,5\times 2{,}5 = -12{,}5\left[mV\right]$$

El valor medio de la señal es nulo porque el área del semiciclo positivo es igual al área del semiciclo negativo y de signo contrario.En efecto :

$$\acute{a}rea\ semiciclo\left(+\right) = \frac{1}{2}\,\hat{U}\,\frac{T}{2} = \frac{1}{2}\times 12{,}5\times\frac{50}{2} = 156{,}25\ \left[mV\times ms\right]$$

$$\acute{a}rea\ semiciclo\left(-\right) = \frac{1}{2}\left(-\hat{U}\right)\frac{T}{2} = \frac{1}{2}\times\left(-12{,}5\right)\times\frac{50}{2} = -156{,}25\ \left[mV\times ms\right]$$

Idéntico resultado se obtiene aplicando la definición matemática del valor medio de una señal, vale decir :

$$\overline{U} = \frac{1}{T}\int_{0}^{T} u\left(t\right)dt \quad \left[1\right]$$

La función **u (t)** es igual a la ecuación de una recta que no pasa por el origen de coordenadas cuya expresión general es :

$$y = b + m\,x$$

donde, **b** , es la ordenada al origen igual a : $\mathbf{-U_{max}}$ y, **m** , es la pendiente de la recta dada por :

$$m = \frac{\hat{U}}{\frac{T}{2}} = \frac{12{,}5}{\frac{50}{2}} = 0{,}5\left[mV/ms\right]$$

en consecuencia :

$$u\left(t\right) = -12{,}5 + 0{,}5\times t\left[mV\right] \quad \left[2\right]$$

Reemplazando la expresión [2] en la [1], se obtiene :

$$\overline{U} = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_0^T (-12{,}5 + 0{,}5\times t)\,dt = \frac{-12{,}5}{T}\int_0^T dt + \frac{0{,}5}{T}\int_0^T t\,dt =$$

$$\overline{U} = \frac{-12{,}5}{T}(T-0) + \frac{0{,}5}{T}\frac{(T^2-0)}{2} = -12{,}5 + 0{,}25\times 50 = 0\,[V]$$

El valor medio de módulo puede obtenerse aplicando la interpretación geométrica, de la siguiente manera :

$$\left|\overline{U}\right| = \frac{1}{T}\left(\left|\,\text{área semiciclo } +\right| + \left|\,\text{área semiciclo } -\right|\right) = \frac{1}{50}\left(\left|156{,}25\right| + \left|-156{,}25\right|\right) =$$

$$\left|\overline{U}\right| = \frac{312{,}5}{50} = 6{,}25\,[mV]$$

Idéntico resultado se obtiene aplicando la definición matemática del valor medio de módulo :

$$\left|\overline{U}\right| = \frac{1}{T}\int_0^T \left|u(t)\right| dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left|(-12{,}5 + 0{,}5\times t)\right| dt = \frac{2}{T}\int_{T/2}^T (-12{,}5 + 0{,}5\times t)\,dt$$

Como el semiciclo positivo tiene la misma forma de onda que el semiciclo negativo, el cálculo del valor medio de módulo se realiza multiplicando por 2 el valor que se obtiene al calcular la integral en el intervalo correspondiente al semiciclo positivo.

$$\left|\overline{U}\right| = -\frac{2\times 12{,}5}{T}\int_{T/2}^T dt + \frac{2\times 0{,}5}{T}\int_{T/2}^T t\,dt = -\frac{25}{T}\left(T - \frac{T}{2}\right) + \frac{0{,}5}{T}\left(T^2 - \frac{T^2}{4}\right) =$$

$$\left|\overline{U}\right| = -\frac{25}{2} + \frac{0{,}5}{4}\times 3\times 50 = 6{,}25\,[mV]$$

Desde el punto de vista físico el valor medio de módulo de una señal periódica de tensión, es el valor de una señal de tensión constante tal que en el lapso de un período ocasiona el transporte de igual cantidad de carga eléctrica que la señal variable rectificada (onda completa) en igual intervalo de tiempo.

Si se rectifica la señal dada según el método de onda completa, la señal resultante es la denominada “ diente de sierra “.

Para hallar el valor eficaz (**U**) de la señal dada debe realizarse el siguiente cálculo :

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T [u(t)]^2\,dt}$$

desarrollando la expresión anterior se obtiene :

$$U^2 = \frac{1}{T}\int_0^T \left(-12,5 + 0,5\times t\right)^2 dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left(156,25 - 12,5\times t + 0,25\times t^2\right) dt =$$

$$U^2 = \frac{156,25}{T}\int_0^T dt - \frac{12,5}{T}\int_0^t t\,dt + \frac{0,25}{T}\int_0^T t^2\,dt =$$

$$U^2 = \frac{156,25}{T}\left(T-0\right) - \frac{12,5}{T}\frac{\left(T^2-0\right)}{2} + \frac{0,25}{T}\frac{\left(T^3-0\right)}{3} =$$

$$U^2 = 156,25 - \frac{12,5}{2}\times 50 + \frac{0,25}{3}\times\left(50\right)^2 = 156,25 - 312,5 + 208,33 = 52,08\left[\left(mV\right)^2\right]$$

$$U = 7,2166\,[mV] \cong 7,22\,[mV]$$

Desde el punto de vista físico, el valor eficaz de una señal de tensión es el valor de una señal de tensión constante que provoca en el lapso de un período el transporte de la misma cantidad de energía que la señal variable en igual intervalo de tiempo.

El factor de forma (**F** $_f$) de la señal viene dado por :

$$F_f = \frac{U}{\left|\overline{U}\right|} = \frac{7,2166}{6,25} = 1,155$$

El factor de forma es un indicador de la calidad de la señal obtenida físicamente ya que, cuanto más se aproxime al valor teórico correspondiente, la forma de onda de la señal real será más coincidente con la teórica.

El factor de media de módulo (**F** $_{me}$) viene dado por :

$$F_{|me|} = \frac{\hat{U}}{\left|\overline{U}\right|} = \frac{12,5}{6,25} = 2$$

El factor de media de módulo permite comparar la capacidad de transporte de carga eléctrica entre dos señales cualesquiera de igual valor pico y período : a mayor valor del factor de media de módulo menor capacidad de transporte de carga.La señal de máxima capacidad de transporte de carga es la onda cuadrada cuyo factor de media de módulo es igual a la unidad.

El factor de cresta (**F** $_c$) viene dado por :

$$F_c = \frac{\hat{U}}{U} = \frac{12,5}{7,22} = 1,73$$

El factor de cresta permite comparar la capacidad de transporte de energía entre dos señales cualesquiera de igual valor pico y período : a mayor valor del factor de cresta menor capacidad de transporte de energía.La señal de máxima capacidad de transporte de energía es la onda cuadrada cuyo factor de cresta es igual a la unidad.