

# LABORATORIO DE MEDICIONES





## INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE ERRORES

Una magnitud física es un atributo de un cuerpo, un fenómeno o una sustancia, que puede determinarse cuantitativamente; es decir, es un atributo susceptible de ser **medido**.

Ejemplos de magnitudes son: la *longitud*, la *masa*, la *potencia*, la *velocidad*, etc.



La operación de medir define la **magnitud**. Al pretender definir una magnitud en particular se recurre a una definición operacional. Estas propiedades se cuantifican por comparación con un patrón o con partes del mismo



**Unidad de Medida:** Es una cantidad estandarizada de una determinada magnitud física. En general, una unidad de medida toma su valor a partir de un patrón o de una composición de otras unidades definidas previamente.

- a. Las primeras unidades se conocen como unidades básicas o fundamentales. Ejemplo: metro, segundo, Kelvin, etc.
- b. Las segundas se llaman unidades derivadas. Ejemplo:  $\text{m/s}$ ,  $\text{g/cm}^3$ .



A la magnitud de un objeto específico, que es de interés medir, se llama **cantidad**. En otras palabras, una cantidad es el número, vector o matriz que permite comparar cualitativamente respecto de la que se tomó como unidad de la magnitud. Es decir, es el valor particular de la medición de una magnitud dada. Por ejemplo, si interesa medir la longitud de una barra, esa longitud específica será la cantidad.



**Medir** es asociar una cantidad a una dada magnitud física. Al resultado de medir se lo llama “**medida**”. El **proceso de medición** es una operación física experimental en la cuál se asocia a una magnitud física un valor dimensionado, en relación a la unidad que arbitrariamente se a definido para medir dicho valor



En ciencias e ingeniería, el **error** está asociado al concepto de **incerteza** en la determinación del resultado de una medición. Más precisamente, se procura en toda medición conocer las cotas (o límites probables) de estas incertezas.



Se busca establecer un intervalo (Fig. 1), donde con cierta probabilidad, podamos decir que se encuentra el mejor valor de la magnitud  $x$ . Este mejor valor es el más representativo de nuestra medición y al intervalo lo denominamos la **incerteza** o **error absoluto de la medición**. La Fig.1 representa el resultado de una medición, en lugar de dar un único número como resultado, definimos un intervalo.

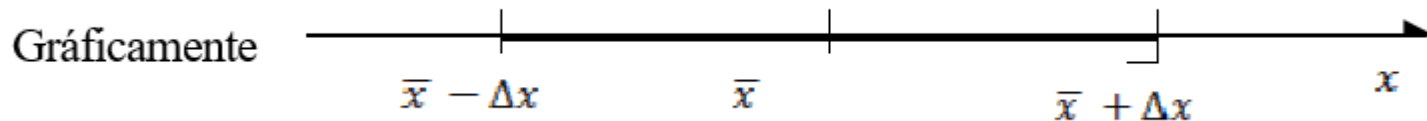
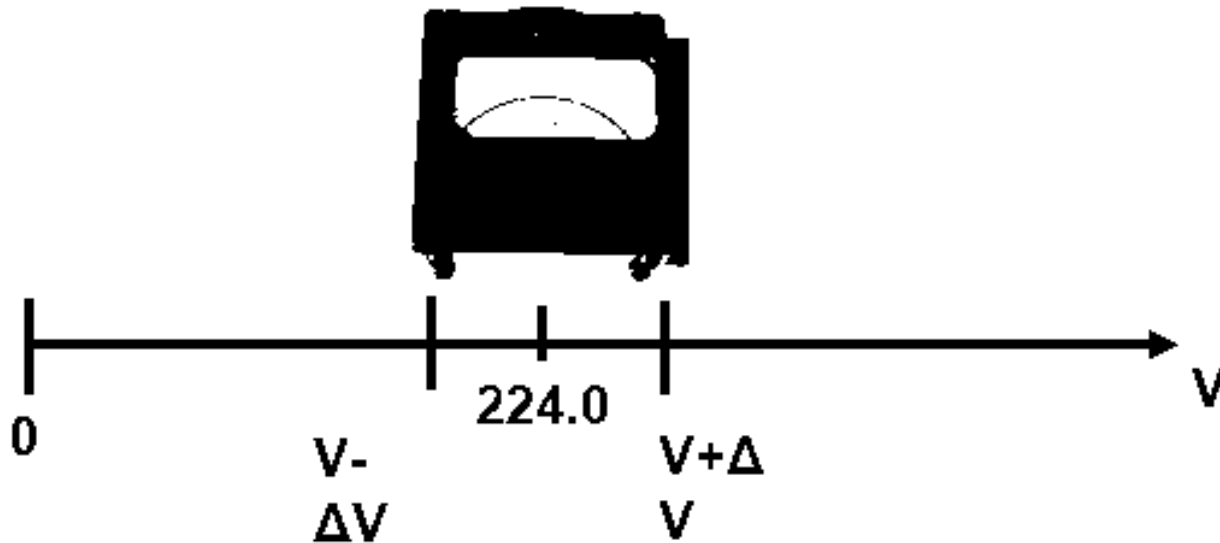


Fig. 1







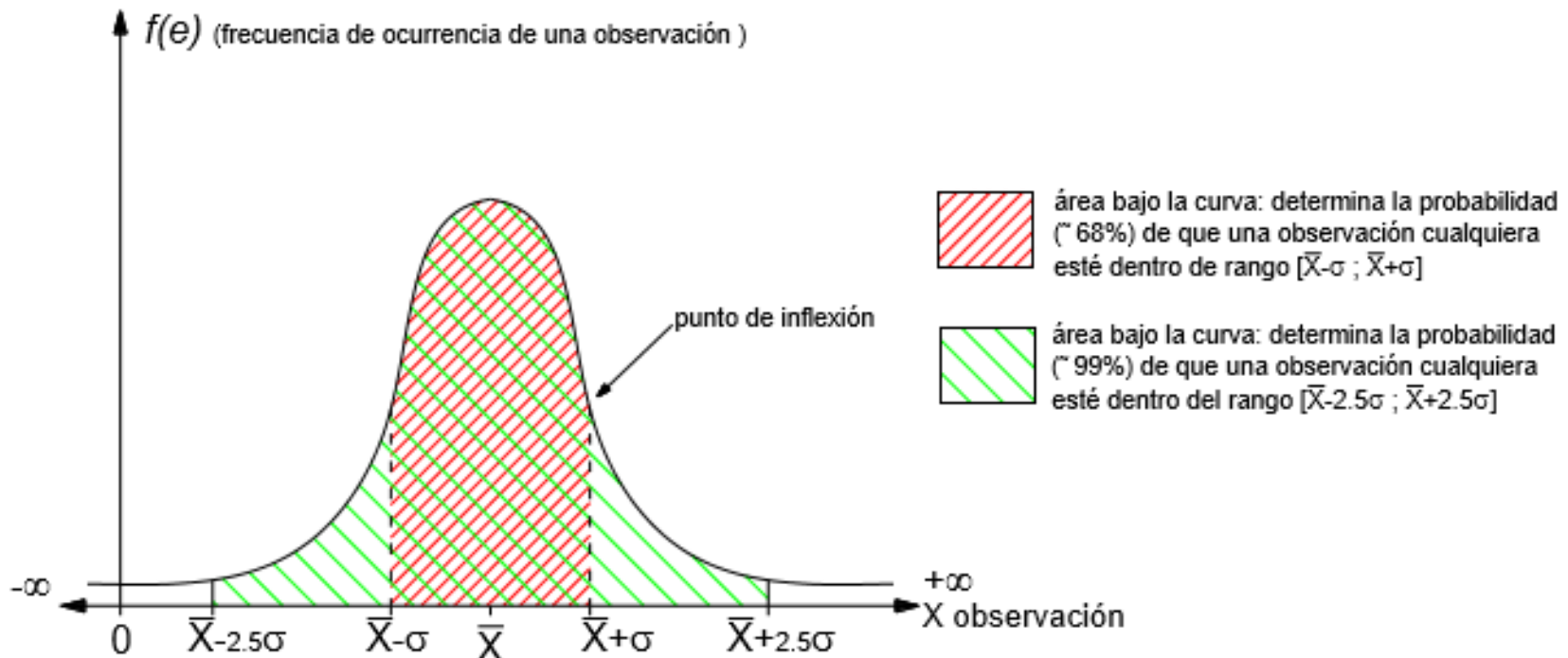
## Apreciación

Es la distancia entre dos graduaciones mínimas consecutivas hechas en cualquier instrumento, la apreciación del instrumento se refiere a la precisión del mismo y depende del fabricante y el diseño (cada instrumento tendrá entonces diferente precisión). Para hallar la apreciación de un instrumento se recurre a la siguiente expresión:

$$Ap = \frac{(\textit{lectura mayor} - \textit{lectura menor})}{n^{\circ} \textit{ de divisiones menores}}$$



Los errores accidentales responden a una distribución normal, es decir que la distribución de probabilidad que describe sus comportamientos tiene las siguientes características:



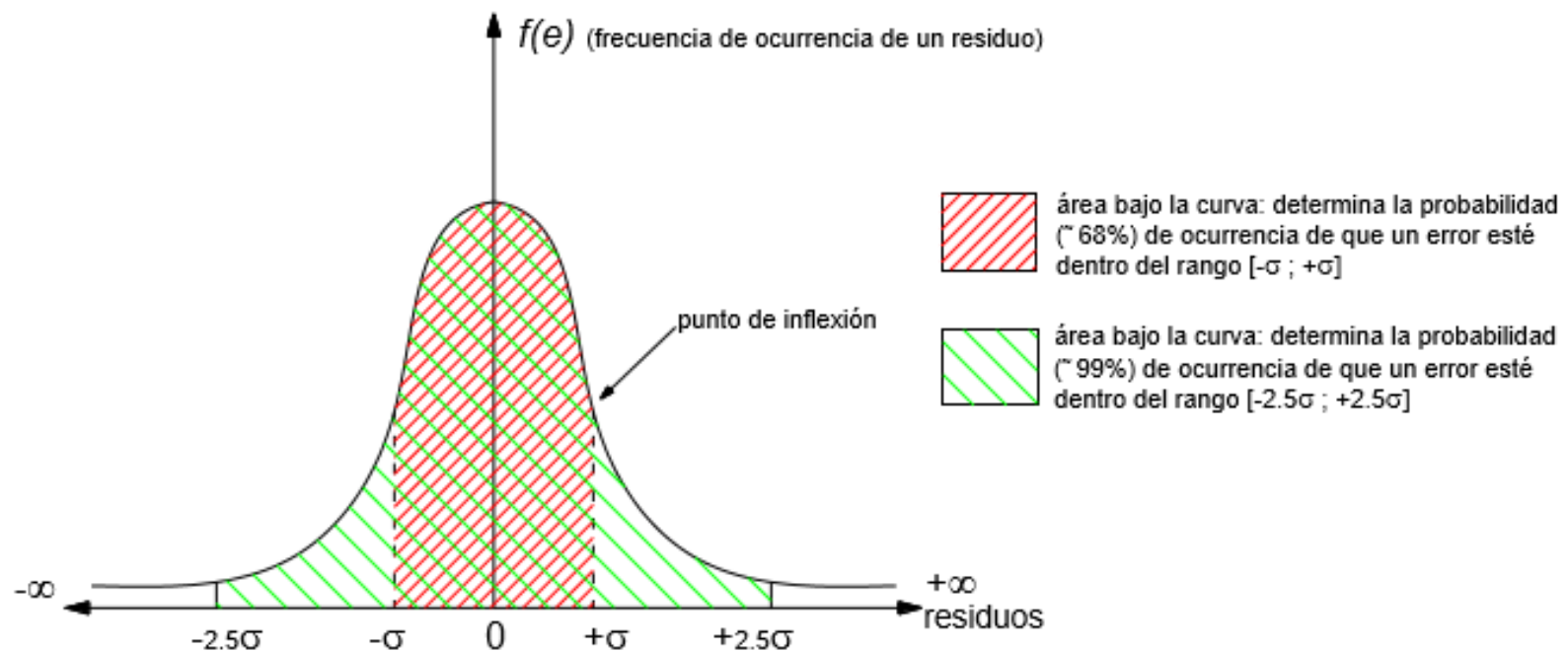


Si se realizaran  $n$  observaciones ( $n$  tendiendo a  $\infty$ ) de una misma magnitud en igualdad de condiciones, obtendremos muchos valores que se repetirán, algunos con más y otros con menos frecuencia. Éste gráfico muestra los valores arrojados en el proceso de medición ( $X$ =abscisas), en función de las frecuencias de ocurrencia de dichos valores ( $f(x)$ =ordenadas).

$u$ =promedio o media aritmética de las observaciones



Si a cada valor de las abscisas se le restase  $u$  la campana se ubicaría simétrica respecto del eje  $f$  y obtendríamos la distribución de los residuos.





De la siguiente distribución se desprenden los siguientes postulados:

- Son igualmente probables los errores positivos como negativos.
- Son más frecuentes los errores pequeños que los grandes.
- Los errores varían entre  $-\infty$  y  $+\infty$ .
- +/- puntos de inflexión de la curva.



La **precisión** se refiere al grado de dispersión o concordancia de un conjunto de valores obtenidos de mediciones repetidas de una misma magnitud realizadas en igualdad de condiciones. Cuanto menor es la dispersión entre las observaciones, mayor es la precisión. Esta precisión dependerá principalmente del instrumental y el método utilizado



## Error medio cuadrático:

Por definición:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} [e]^2/n \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}}$$

Cuando  $n \rightarrow \infty$ , el  $\sigma$  tiende a una constante que caracteriza la precisión de cada observación realizada en determinadas condiciones (instrumental/método/condiciones generales), o sea que éste no depende de  $n$ . Si queremos mejorar la precisión al medir, debemos cambiar el método de medición, el instrumental con el que trabajamos, las condiciones, etc.





## Error medio de la media:

Es la precisión con la cual se calculó la media o promedio.

Según la ley de propagación de errores (ver errores en mediciones indirectas)

$$\sigma_{x_m} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

El error medio de la media (calidad o precisión con que se calculo el promedio) está en función del número de observaciones y de la precisión de cada una de ellas. O sea, si aumento el número de observaciones, estoy mejorando la calidad del promedio, pero la precisión con la que realizo cada medición no varía.



## Propagación del error

Las mediciones indirectas son aquellas en las que la observación de una magnitud no se hace de manera directa, sino que se determina mediante una función o fórmula matemática que vincula variables que sí se determinan experimentalmente de manera directa.



Los errores en las determinaciones indirectas dependerán del valor y la precisión que tengan las variables y la fórmula que las vincula, vienen dados por la fórmula de propagación de errores.

Si  $A = f(X, Y, Z, \dots)$  es una función que vincula a las variables independientes (ninguna es combinación lineal de las restantes)  $X, Y, Z, \dots$ , éstas de posible determinación experimental, y  $f(X, Y, Z, \dots)$  es continua en los valores que adopten las variables  $(X, Y, Z, \dots)$ , entonces:

$$\sigma A = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 \cdot \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial y}\right)^2 \cdot \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2 \cdot \sigma_z^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial n}\right)^2 \cdot \sigma_n^2}$$



## **Errores en instrumentos de medición**

Una medida correctamente llevada a cabo no puede ser considerada exacta. En toda medición se comete un error del cual depende el grado de precisión de la medida misma. Saber valorar el error correspondiente a un método de medida, significa conocer perfectamente el método mismo.



## Clasificación:

- **Groseros:** Impericia o falta de atención del observador.
- **Sistemáticos:** Origen conocido, pueden corregirse.
- **Aleatorios:** No se pueden cuantificar, se desconoce su causa.
- **Resolución:**  $\pm 1$  unidad
- **Cuantificación:** La calidad exceda la posibilidad de apreciar suficiente cantidad de cifras significativas.



## ***Clasificación de los errores***

### ***Groseros***

- Transposición de cifras: 21.5  $\rightarrow$  25.1
- Leer en escalas incorrectas
- Utilizar fórmula inapropiada
- No efectuar el ajuste del cero mecánico o infinito previo a la medición

### ***Sistemáticos***

**Método empleado**

**Instrumento**

**Tendencia del Operador**

**Condiciones ambientales**

### ***Accidentales***

**Paralaje**

Poder separador del ojo

**Apreciación**



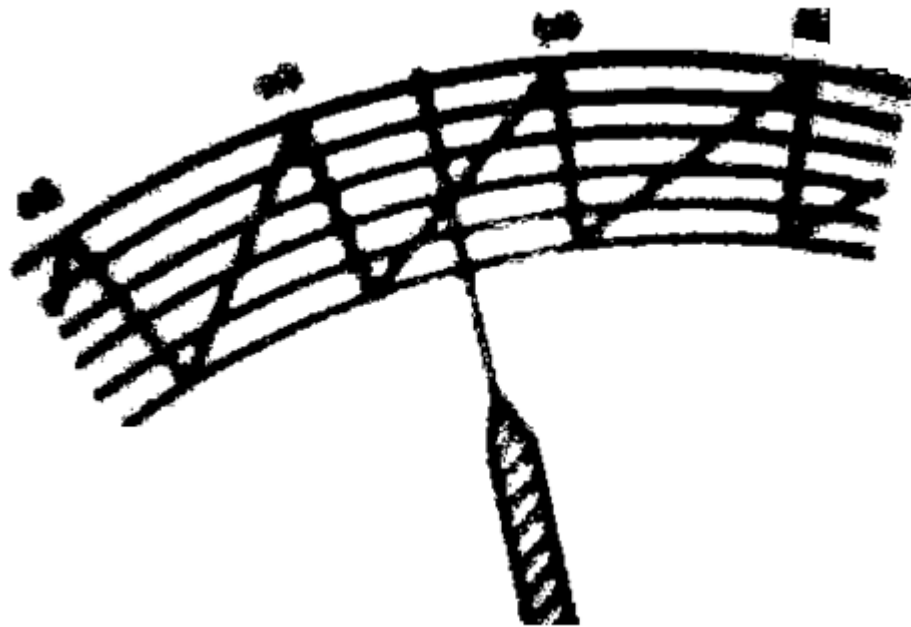
**Error de lectura:** En referencia a la posición relativa del índice y de la graduación.

✓INTERPOLACIÓN

✓PARALAJE



## Escala TICÓNICA







## Error mecánico o de movilidad

✓ FROTAMIENTO O FRICCIÓN

✓ BOMBOLEO

✓ DE CERO

**Nota:** Otros errores propios de los instrumentos se abordarán en apartados específicos.



## CAMPO DE APLICACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS

✓ LABORATORIO

✓ CAMPO

# LABORATORIO DE MEDICIONES



PARAMETRO A MEDIR: RESISTENCIA

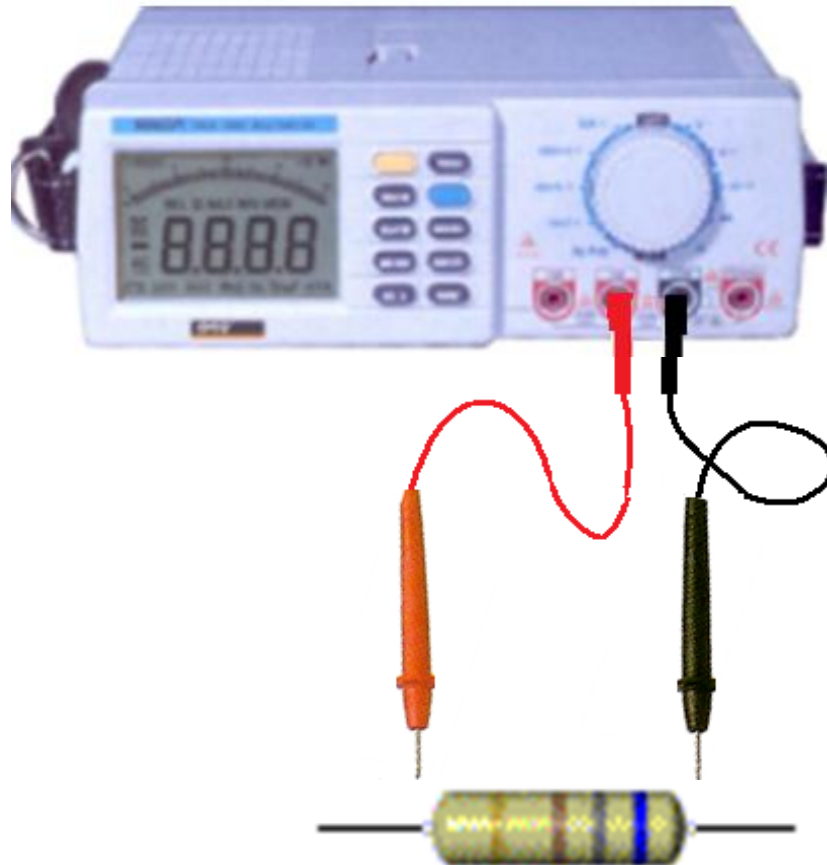


PARA MEDICION DE CAMPO  OHMETRO

TIPO DE INSTRUMENTO: ANALOGICO O DIGITAL

PARA MEDICION DE LABORATORIO  METODO DE CERO

TIPO DE INSTRUMENTO: PUENTE DE WHEATSTONE /  
PUENTE DOBLE DE KELVIN

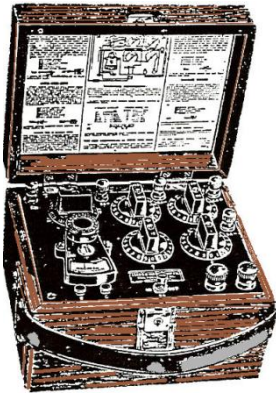


ÓHMETRO



## PUENTE DE WHEATSTONE

### CONDICION DE EQUILIBRIO

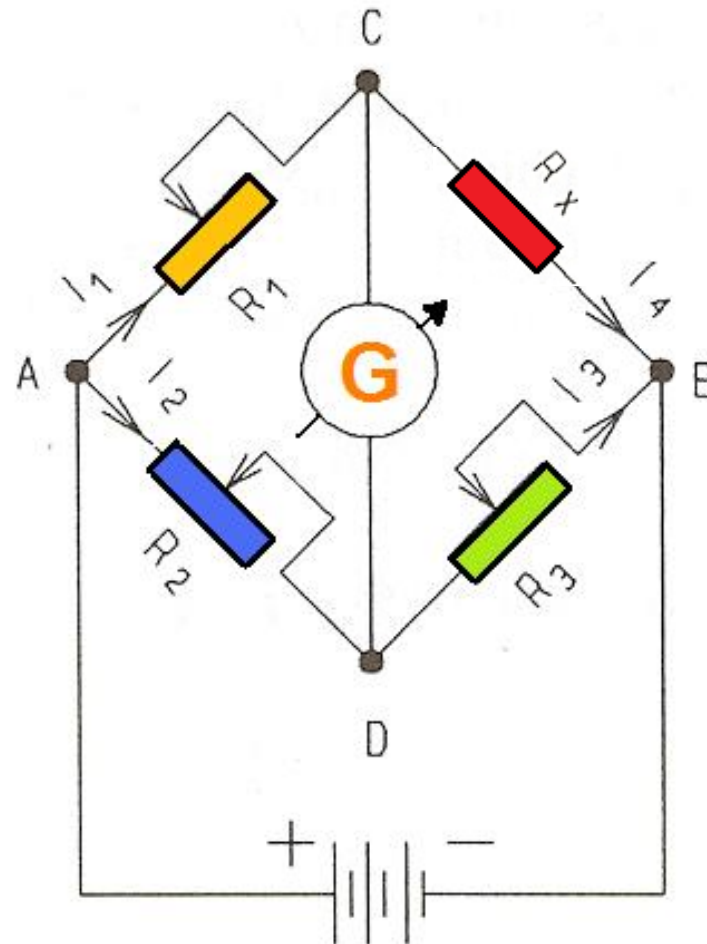


$$\frac{R_1}{R_2} = A \quad \text{MULTIPLO DE 10}$$

SE AJUSTA  $R_3$

CUANDO  $I_G = 0$ , SE OBTIENE

$$R_x = R_3 \times A$$



# LABORATORIO DE MEDICIONES



## VERIFICACION DE INSTRUMENTOS

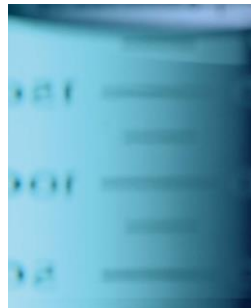
EN LA PRÁCTICA SE REALIZA EN  
LABORATORIOS CERTIFICADOS BAJO NORMAS

PROCEDIMIENTO: *CONTRASTE CON UN PATRON*

**CLASE DE UN INSTRUMENTO:** MAXIMO ERROR RELATIVO  
ADMISIBLE

CLASES NORMALIZADAS SEGÚN NORMA IEC

0,1 – 0,2 – 0,5 – 1 – 1,5 – 2 – 2,5





## CLASE DE UN INSTRUMENTO

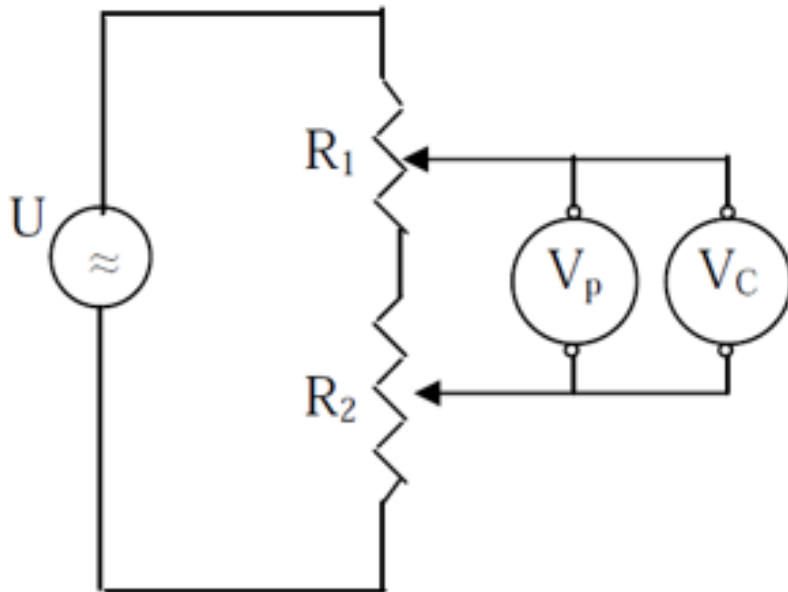
Se define como el **error absoluto** máximo referido al final de la escala, en tanto por ciento.

EXPRESIÓN MATEMÁTICA:

$$c = \frac{E_{\max}}{\text{Alcance}} \cdot 100$$



## ERROR ABSOLUTO Y ERROR RELATIVO



$$V_p = V_v$$

$$\underline{V_c} = V_{med}$$

$$E_{abs} = V_{med} - V_v$$

ERROR ABSOLUTO

$$e = \frac{E_{abs}}{V_v}$$

ERROR RELATIVO

$$e \% = \frac{E_{abs}}{V_v} \cdot 100$$

ERROR RELATIVO  
PORCENTUAL





## ERROR TÍPICO

$$E_T = \frac{\textit{clase . alcance}}{100}$$

En teoría de errores se considera como el error máximo probable.

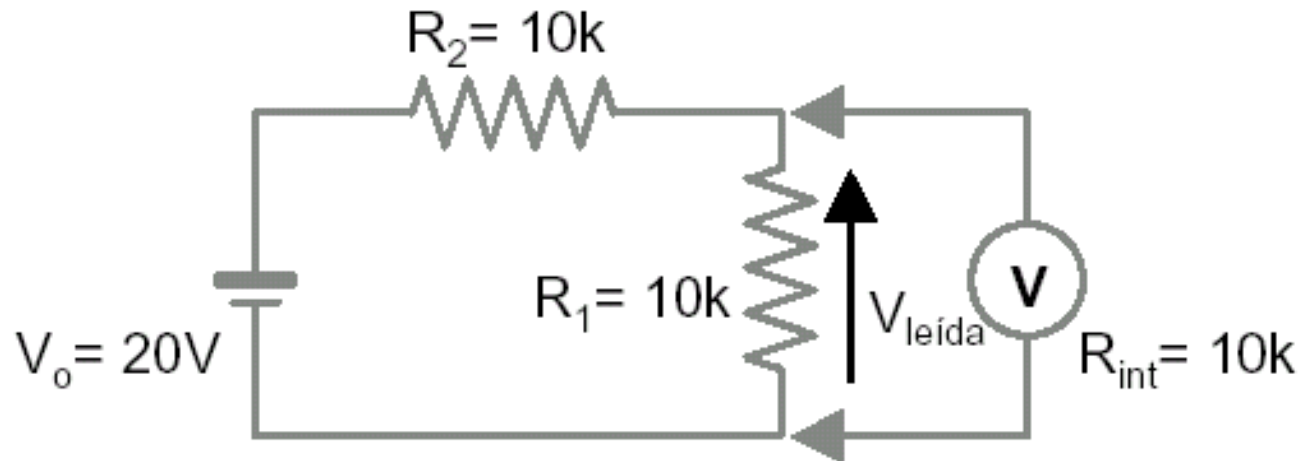


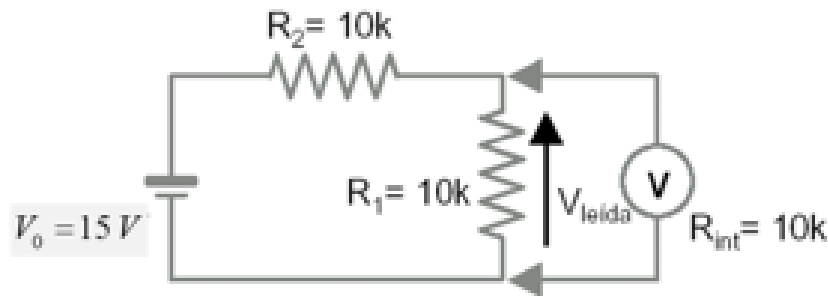
El resultado de la medida se puede entregar con su error absoluto  $\pm \Delta X$ , con su error relativo  $e$  o bien con su error relativo porcentual  $e \%$ .



## EFFECTO DE INSERCIÓN DE UN INSTRUMENTO EN UN CIRCUITO

- Circuito utilizado. **El circuito de medida modifica la magnitud a medir.**
  - Ejemplo: Efecto de carga.





$$V_{teórica} = \frac{V_0 \cdot R_1}{R_1 + R_2} = \frac{15V \cdot 10k}{20k} = 7.5V$$

$$V_{medida} = \frac{V_0 \cdot R_p}{R_p + R_2} = \frac{15V \cdot 5k}{15k} = 5V$$

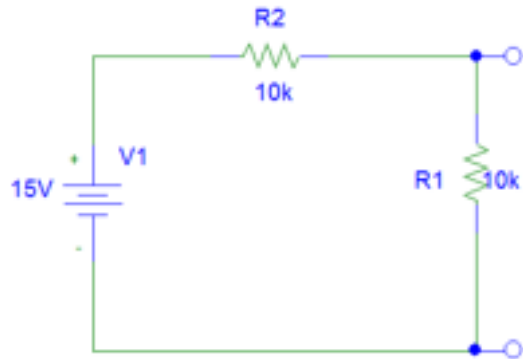
$$E_{absoluto} = 5V - 7.5V = -2.5V$$

$$e\% = \frac{E_{absoluto}}{V_{teórico}} \cdot 100 = \frac{2.5V}{7.5V} \cdot 100 = 33.33\%$$

El error **sistemático** por efecto de la carga del voltímetro es siempre negativo.

Se puede corregir si se conoce la resistencia de Thevenin y la resistencia interna del voltímetro.

# LABORATORIO DE MEDICIONES

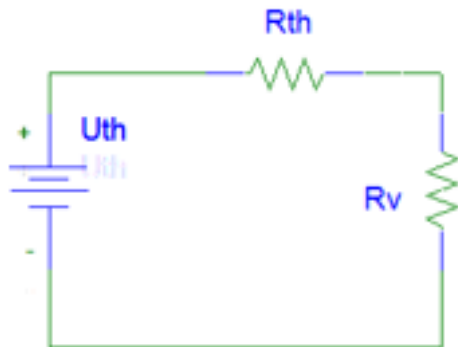


$$U_{Th} = \frac{V_o}{R_1 + R_2} R_1$$

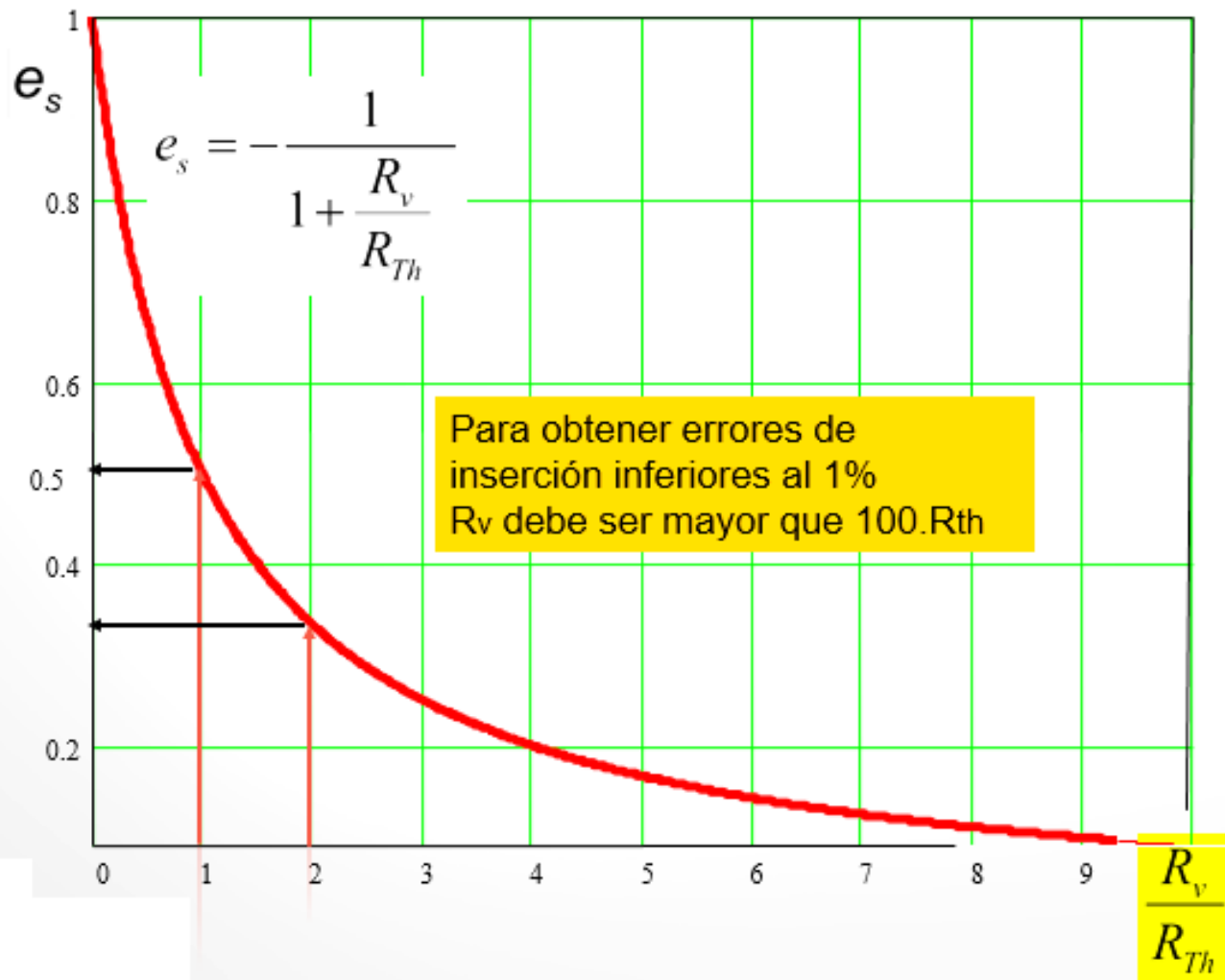
$$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$U_m = \frac{U_{Th}}{R_{Th} + R_v} R_v$$

$$e_s = \frac{U_m - U_{Th}}{U_{Th}}$$



$$e_s = -\frac{1}{1 + \frac{R_v}{R_{Th}}}$$





## **CONSUMO:**

Es la potencia que disipa el instrumento cuando se conecta a plena escala.

## **CONSUMO ESPECÍFICO:**

Es la relación entre el consumo y el alcance.

$$p = \frac{\text{Potencia}}{\text{Alcance}}$$

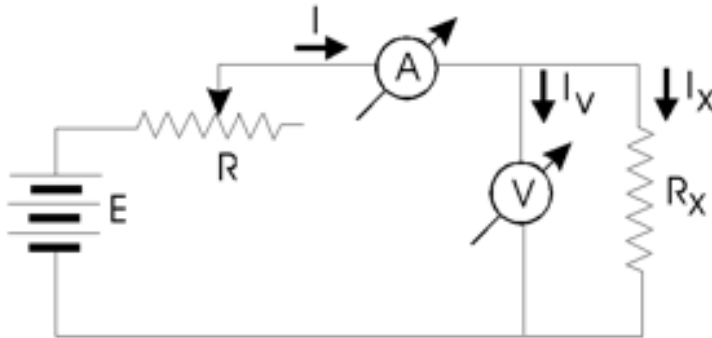


# ERRORES SISTEMÁTICOS

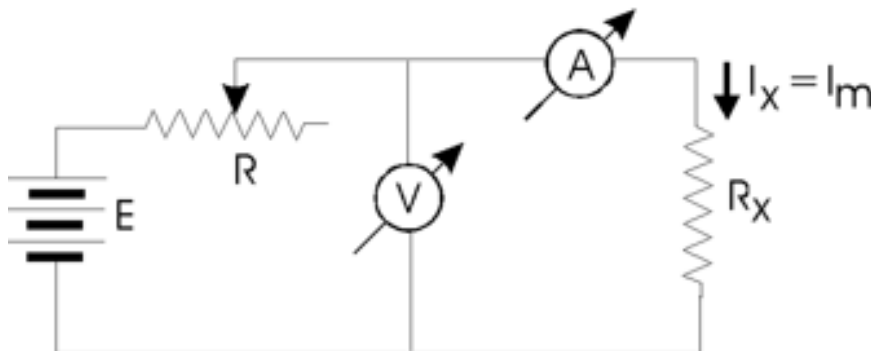




## ERRORES SISTEMÁTICOS EN MÉTODOS DE MEDICIÓN TBM (CONEXIÓN CORTA) y CBM (CONEXIÓN LARGA)



**a) Método Corto**



**b) Método Largo**



## Método corto

$$R_m = \frac{U_x}{I_x + I_v}$$

$$R_x = \frac{U_x}{I_x}$$

$$E_{abs} = \frac{U_x}{I_x + I_v} - \frac{U_x}{I_x} = \frac{U_x}{I_x} \left( \frac{-I_v}{(I_x + I_v)} \right) = -\frac{I_v}{I_m} R_x$$

$$e_s = \frac{E_{abs}}{R_x} = -\frac{I_v}{I_m} \frac{R_x}{R_x} = -\frac{R_m}{R_v}$$

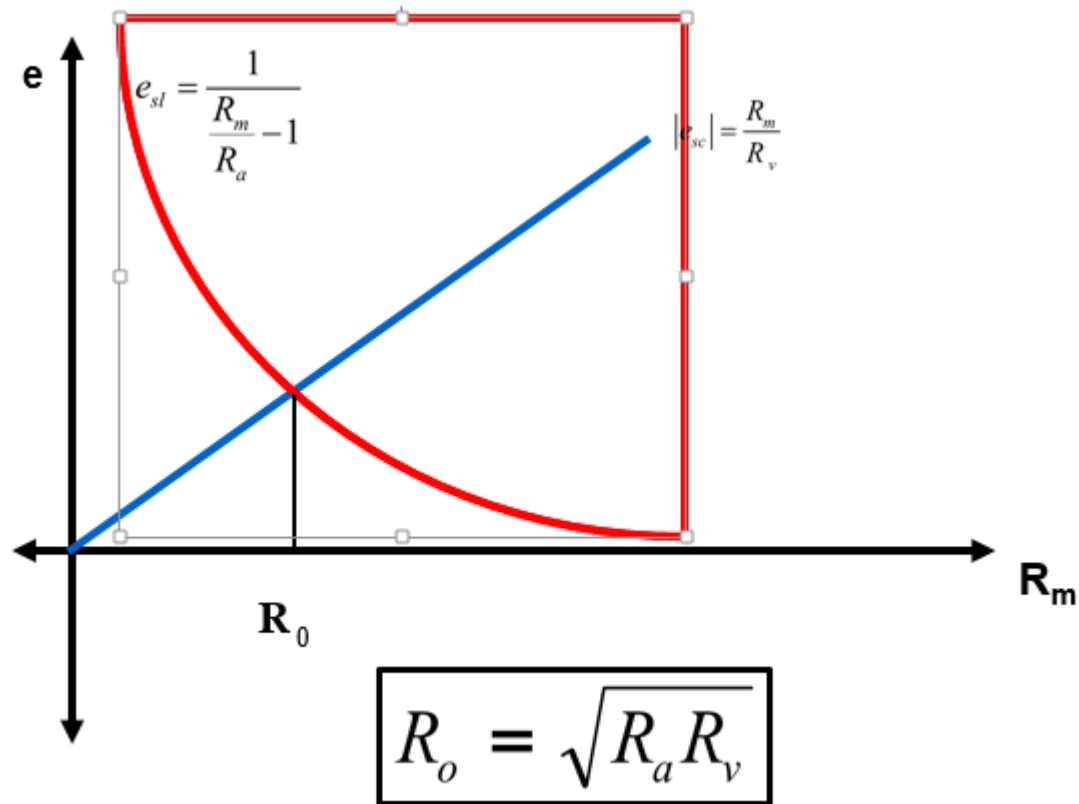
## Método Largo

$$R_m = \frac{U_x + U_a}{I_x} = R_x + R_a$$

$$E_{abs} = R_x + R_a - R_x = R_a$$

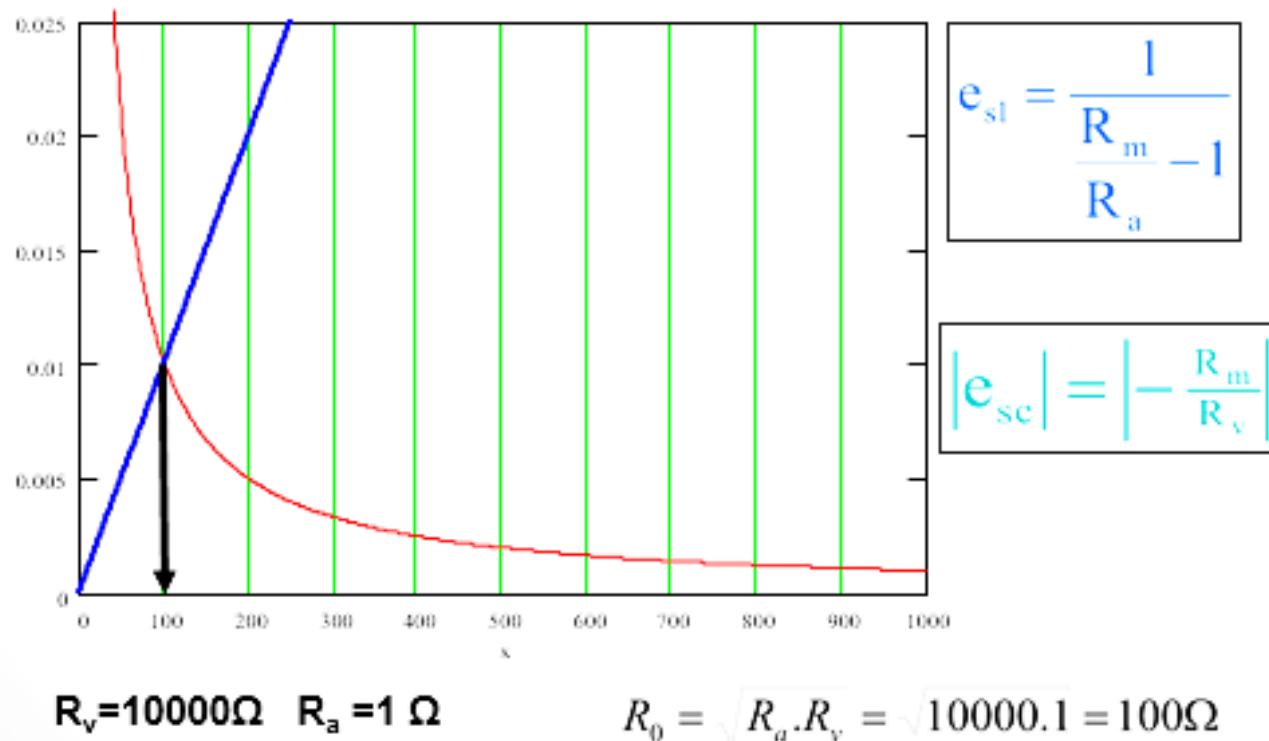
$$e_s = \frac{E_{abs}}{R_x} = \frac{R_a}{R_m - R_a}$$

$$e_s = \frac{1}{\frac{R_m}{R_a} - 1}$$





## EJEMPLO





## ERRORES SISTEMÁTICOS POR CONDICIONES DEL MEDIO

- ✓ Se deben a las condiciones exteriores al aparato de medida.
- ✓ Son causas perturbadoras que influyen en la medición.
- ✓ Ejemplo: variación de humedad, campos eléctricos, campos magnéticos, temperatura (alteraciones en la resistividad de los conductores, elasticidad en la cupla antagónica, influencia en la cupla motora).

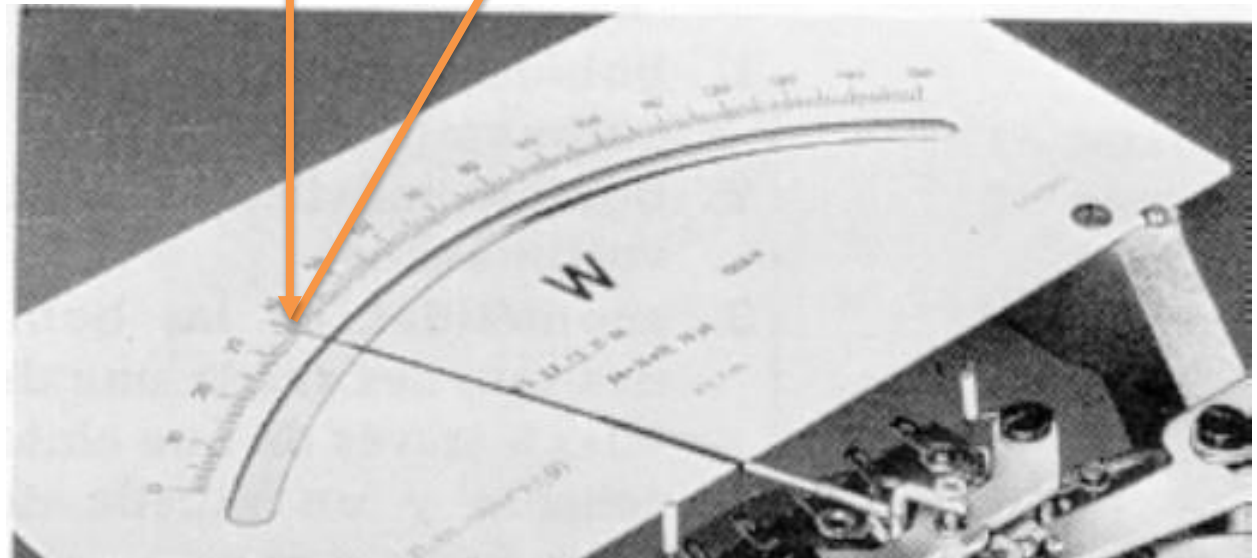
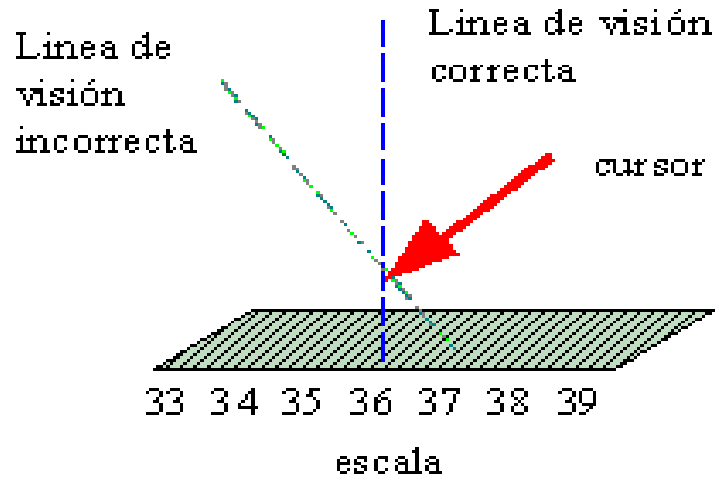


# **ERRORES ACCIDENTALES**



- ✓ **Error de paralaje**
- ✓ **Poder separador del ojo**
- ✓ **Error de estimación**

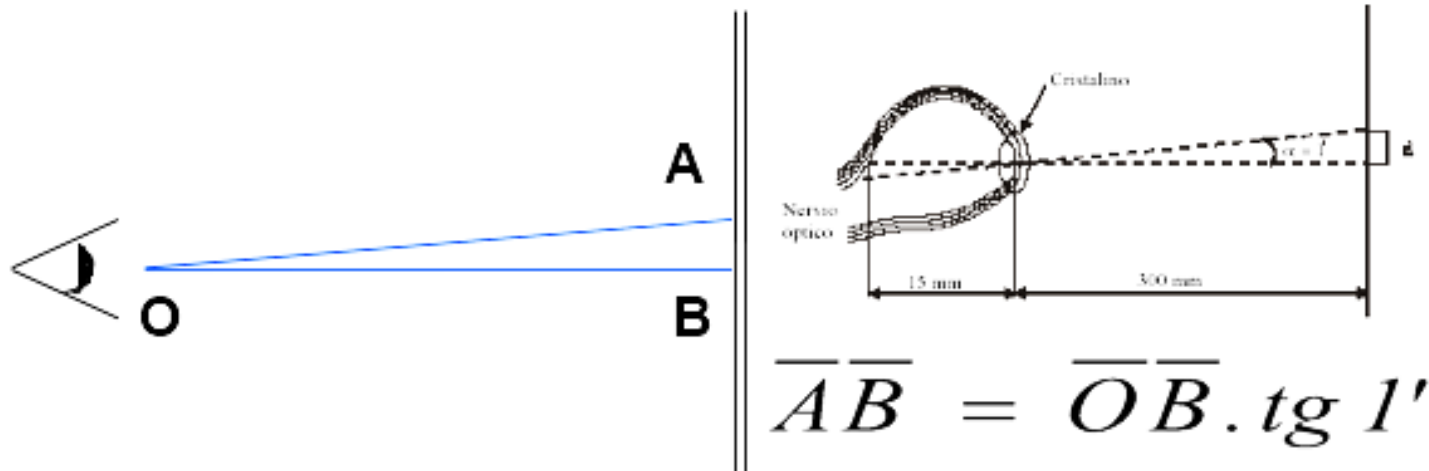
# LABORATORIO DE MEDICIONES







## PODER SEPARADOR DEL OJO

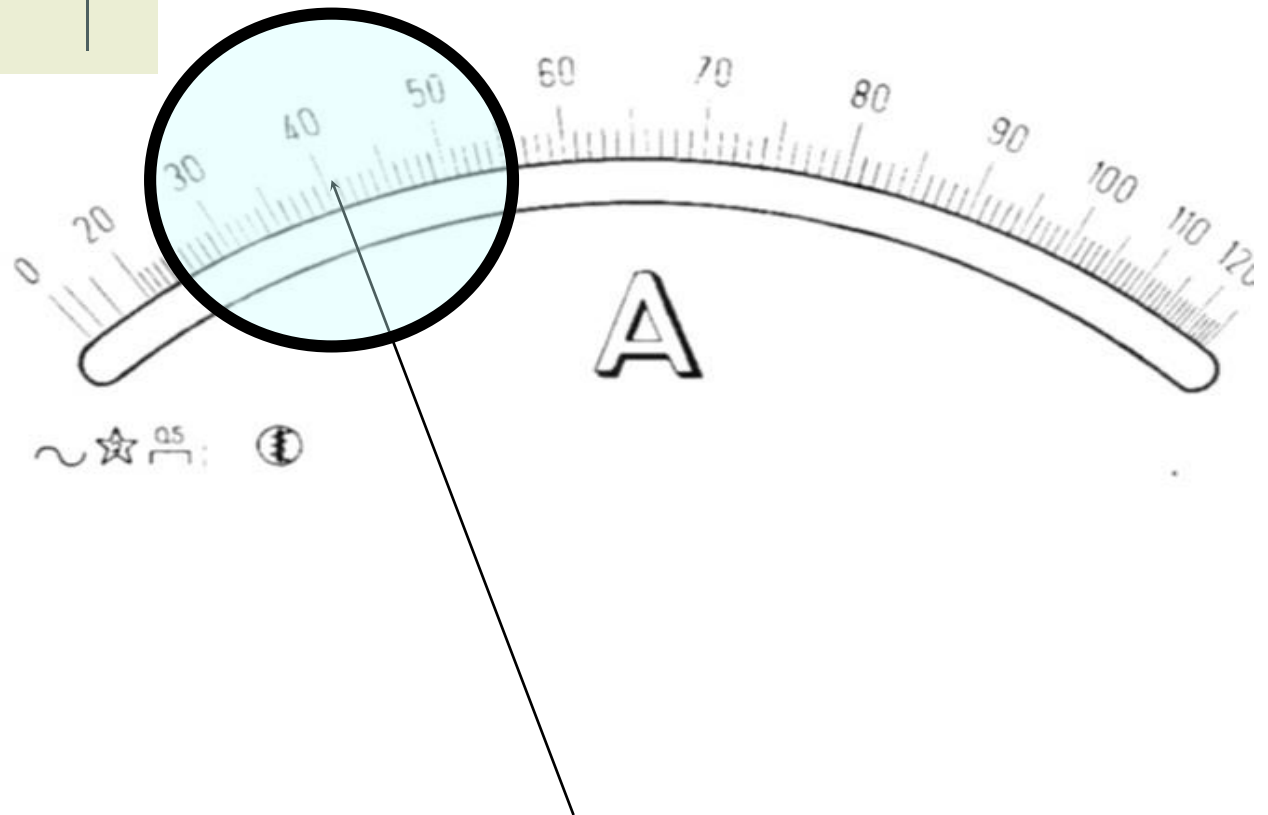
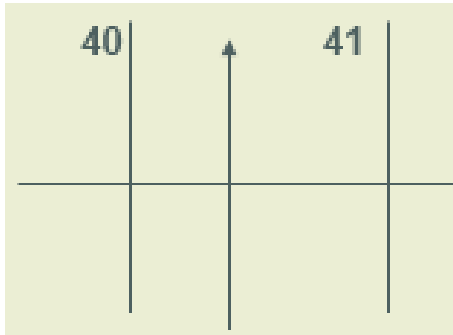


$$\overline{AB} = \overline{OB} \cdot \operatorname{tg} l'$$

$$\overline{AB} = 300 \cdot \operatorname{tg} l' = 0.1 \text{ mm}$$

$$\lambda = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{10}$$

# LABORATORIO DE MEDICIONES





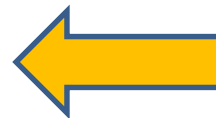
## CONTRASTAR UN INSTRUMENTO ES...

...COMPARAR SU FUNCIONAMIENTO CON UN PATRON O INSTRUMENTO DE REFERENCIA

SE CONTRASTA SIEMPRE CON UN INSTRUMENTO DE CLASE SUPERIOR



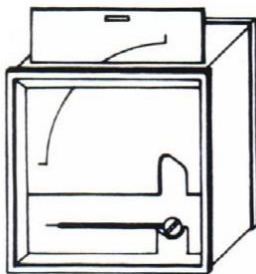
0,2



1



## INSTRUMENTOS DE PANEL





## Ejercicios

- 1- Para contrastar un amperímetro se conecta en serie con otro patrón en el mismo circuito. Cuando el patrón señala 10 A, el de prueba indica 10,25 A. Calcular el error absoluto y relativo de ese instrumento.
- 2- Un voltímetro de clase 0,2 tiene un alcance máximo de 300 V. ¿Cuál es el error absoluto máximo del instrumento?



1)

a) El error absoluto  $E_{ab} = V_a - V_e = 10,25 - 10 = 0,25 \text{ V}$

b) El error relativo  $E_{re} \% = \frac{E_{ab}}{V_e} \cdot 100 = \frac{0,25}{10} \cdot 100 = 2,5 \%$

2)

La clase del instrumento  $Kl = \frac{E_{abs \text{ máx}}}{C} \cdot 100$

El error absoluto máximo  $Emáx = \frac{C \cdot Kl}{100} = \frac{300 \cdot 0,2}{100} = \mathbf{0,6 \text{ V}}$

UTN-INSPT

LABORATORIO DE MEDICIONES ©2020

LIC. RICARDO DEFRANCE

**[ricardo.defrance@inspt.utn.edu.ar](mailto:ricardo.defrance@inspt.utn.edu.ar)**