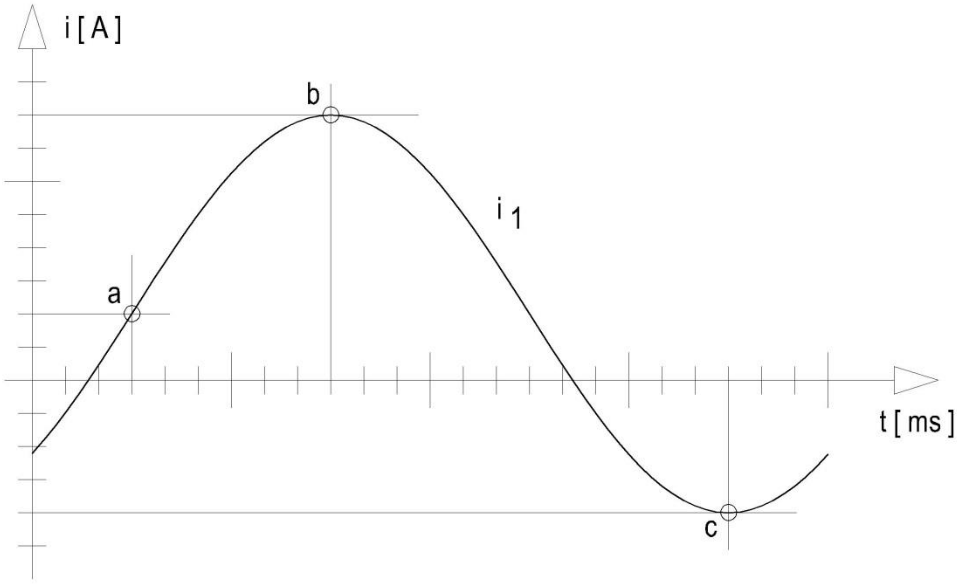
U2.06.- Para la señal de corriente cuya forma de onda se representa en el siguiente gráfico (escala **i [A]** = 10 [A/div] ; escala **t [ms]** = 0,5 [ms/div]), hallar :

a.- factor de forma (F_f)

b.- valor instantáneo para t_1 = 6,5 [s]



RESPUESTAS: **a.-** $F_f = 0{,}806$ **b.-** $i(t_1) = 4{,}47$ [A]

SOLUCIÓN U2.06.a

El factor de forma (F_f) de una señal periódica viene dado por el cociente de su valor eficaz dividido por su valor medio de módulo :

$$F_f = \frac{I}{\left|\bar{I}\right|} \quad [1]$$

La forma de onda de la señal de corriente dada es del tipo señal senoidal con componente de continua, cuya expresión general es :

$$i(t) = A + \hat{I}\ sen(\omega t + \theta) \quad [2]$$

El valor pico a pico (I_{pp}) de ésta señal viene dado por la distancia (en sentido vertical) entre los puntos característicos **b** y **c** , correspondientes a los valores pico positivo y negativo, respectivamente :

$$I_{pp} = (n^{\circ}\ div\ b - c) \times (A/div) = 12 \times 10 = 120\,[A]$$

El valor pico (**I** $_{max}$) de la componente senoidal de la señal dada resulta igual a :

$$\hat{I} = \frac{I_{pp}}{2} = \frac{120}{2} = 60\,[A]$$

Para hallar la fase inicial (**θ** [º]) partiendo de la representación gráfica de la forma de onda de la señal se determina, en primer lugar, la fase correspondiente al valor pico positivo más cercano al origen de coordenadas.

$$para\;\; i(t) = \hat{I} \qquad t\left(\hat{I}\right) = (n^{o}\; div)\times(ms/div) = 9\times 0{,}5 = 4{,}5\,[ms]$$

La condición para que la componente senoidal tenga un valor instantáneo igual al valor pico positivo, viene dada por :

$$i(t) = \hat{I} \quad \Rightarrow \quad sen\left[\omega\, t\left(\hat{I}\right) + \theta\right] = 1 \quad \Rightarrow \quad \omega t\left(\hat{I}\right) + \theta = 90\,[^{o}]$$

La fase inicial (**θ**) resulta entonces igual a :

$$\theta\,[^{o}] = 90\,[^{o}] - \omega t\left(\hat{I}\right)\;[^{o}] \quad [3]$$

El valor de la pulsación (**ω**), expresado en [º] , viene dado por :

$$\omega\,[^{o}/s] = \frac{2\pi\,[rad]}{T\,[s]}\,\frac{180\,[^{o}]}{\pi\,[rad]} = \frac{360\,[^{o}]}{T\,[s]}$$

El período , **T** , de la señal de corriente cuya forma de onda se muestra en el gráfico puede calcularse a partir del intervalo correspondiente a ¼ de ciclo (determinado por el punto **a** y el punto **b)** , haciendo :

$$T = 4\times(n^{o}\; div\; 1/4 ciclo)\times(ms/div) = 4\times 6\times 0{,}5 = 12\,[ms]$$

en consecuencia :

$$\omega\,[^{o}/s] = \frac{360\,[^{o}]}{T\,[s]} = \frac{360}{12\times 10^{-3}} = 30\times 10^{3}\,[^{o}/s]$$

Reemplazando valores en la expresión [3] se obtiene la fase inicial de la componente senoidal de la señal dada :

$$para\; i(t) \qquad \theta\;[^{o}] = 90\,[^{o}] - \omega t\left(\hat{I}\right)\;[^{o}] = 90 - \frac{360}{12}\times 4{,}5 = -45\,[^{o}]$$

El valor de la componente de continua (**A**) viene dado por la ordenada del punto de inicio del semiciclo positivo de la señal senoidal (punto **a**) y vale :

$$A = (n^{o}\; div\; ordenada\;\; punto\; a)\times(A/div) = 2\times 10 = 20\,[A]$$

Reemplazando valores en la expresión [2] se obtiene la ecuación de la señal de corriente dada :

$$i\,(t) = A + \hat{I}\ sen(\omega t + \theta\,) = 20 + 60\ sen\left(30 \times 10^{3}\, t - 45^{o}\right) \quad [\,A\,]$$

El valor medio de módulo de la señal de corriente cuya forma de onda se muestra en el gráfico viene dado por :

$$\left|\,\overline{I}\,\right| = \frac{1}{T}\int_0^T \left| i(t) \right| dt = \frac{1}{T}\int_0^T \left| A + \hat{I}\ sen(\omega t + \theta) \right| dt = \frac{|A|}{T}\int_0^T dt + \frac{\hat{I}}{T}\int_0^T \left| sen(\omega t + \theta) \right| dt$$

$$\left|\,\overline{I}\,\right| = |\,A\,| + \frac{2}{\pi}\,\hat{I} = |\,20\,| + \frac{2}{3{,}1416} \times 60 = 58{,}20\,[\,A\,]$$

El valor eficaz de la señal de corriente cuya forma de onda se muestra en el gráfico viene dado por :

$$I^{2} = \frac{1}{T}\int_0^T \left[\,A + \hat{I}\ sen(\omega t + \theta)\right]^{2} dt = \frac{1}{T}\int_0^T (A)^{2}\, dt + \frac{2\,A\,\hat{I}}{T}\int_0^T sen(\omega t + \theta)\, dt +$$

$$+ \frac{\left(\hat{I}\right)^{2}}{T}\int_0^T \left[sen(\omega t + \theta) \right]^{2} dt = A^{2} + 0 + \frac{\left(\hat{I}\right)^{2}}{2} = 20^{2} + \frac{60^{2}}{2} = 2200\,[\,A\,]^{2}$$

$$I = \sqrt{2200} = 46{,}90\,[\,A\,]$$

Reemplazando valores en la expresión [1] se obtiene el factor de forma (**F$_{f}$**) de la señal de corriente dada :

$$F_{f} = \frac{I}{\left|\,\overline{I}\,\right|} = \frac{46{,}90}{58{,}20} = 0{,}806$$

SOLUCIÓN U2.06.b

El valor instantáneo para **t$_{1}$** = 6,5 [s] se obtiene empleando la expresión matemática de la señal dada :

$$i\,(t_{1}) = 20 + 60\ sen\left(30 \times 10^{3} \times 6{,}5 - 45^{o}\right) = 20 - 15{,}53 = 4{,}47 \quad [\,A\,]$$