TAREA RESUELTA CLASE 10 (15-06-20)

Cuestionario

2.- Dada el siguiente sistema trifásico de señales de tensiones de línea :

$$u_{L_{1-2}}\,[V] = \sqrt{2} \times 568 \cos\left(22512 \times t - 62^o\right)$$
$$u_{L_{2-3}}\,[V] = \sqrt{2} \times 568 \cos\left(22512 \times t + 58^o\right)$$
$$u_{L_{3-1}}\,[V] = \sqrt{2} \times 568 \cos\left(22512 \times t - 182^o\right)$$

- **a-** hallar la terna de fasores de tensiones de fase correspondiente
- **b-** representar en un mismo gráfico ambas ternas de tensiones
- **c-** considerando el fasor correspondiente a la tensión de línea **U $_{\mathbf{L,\,2\text{-}3}}$**, como referencia para las fases angulares, escribir las ternas de fasores de tensiones de línea y de fase resultantes.

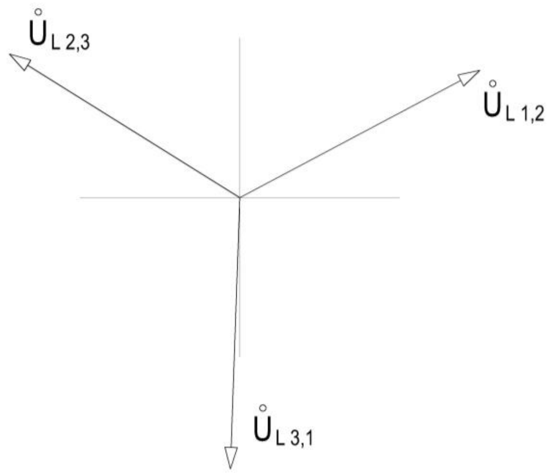
Solución 2.a.- :

El valor eficaz de las tensiones de fase se obtiene como cociente del valor eficaz de las tensiones de línea dividido por $\sqrt{3}$, haciendo :

$$U_f = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{568}{1{,}7321} = 327{,}9256\,[V]$$

Para hallar la secuencia, representamos gráficamente la terna de fasores de tensiones de línea, cuyas expresiones son :

$$\mathring{U}_{L,1-2} = 568 \langle 28^o\,[V] \qquad \mathring{U}_{L,2-3} = 568 \langle 148^o\,[V] \qquad \mathring{U}_{L,3-1} = 568 \langle -92^o\,[V]$$



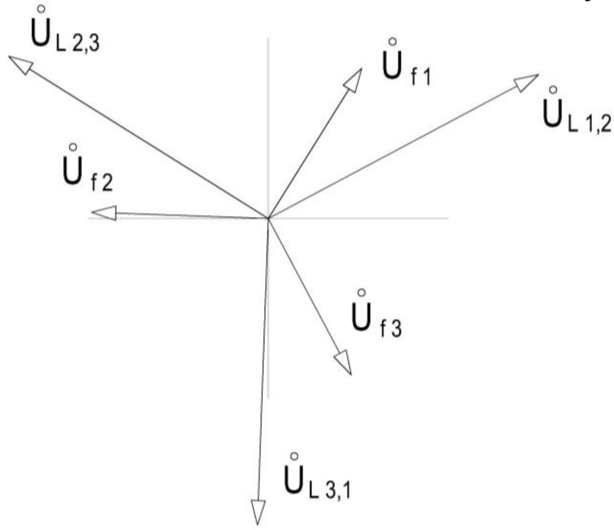
Considerando el paso de los fasores por cero positivo el orden de sucesión es : 1-3-2, siendo entonces una terna de secuencia indirecta. Por tal motivo, la terna de fasores de tensiones de fase adelantará 30º a la de línea siendo sus expresiones :

$$\mathring{U}_{f,1} = 327{,}9256 \langle 58^o\,[V] \qquad \mathring{U}_{f,2} = 327{,}9256 \langle 178^o\,[V]$$

$$\mathring{U}_{f,3} = 327{,}9256 \langle -62^o\,[V]$$

Solución 2.b.- :

El gráfico que muestra las ternas de fasores de tensiones de línea y de fase es el siguiente :



Solución 2.c.- :

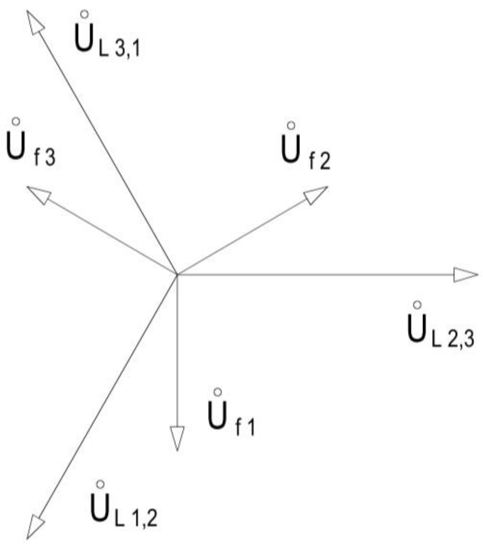
Al considerar el fasor correspondiente a la tensión de línea **U $_{L\,2\text{-}3}$** como referencia para las fases angulares, su fase angular inicial pasa a ser igual a **0 º**. Dado que su fase angular inicial actual es de **148 º** se le debe restar **148 º** para que resulte nula. En otras palabras hay que girar el fasor correspondiente a **U $_{L\,2\text{-}3}$ 148 º** en sentido horario. Para mantener los defasajes con las otras tensiones de línea deben girarse también los fasores **U $_{L\,1\text{-}2}$** y **U $_{L\,3\text{-}31}$**, vale decir que se debe restar **148 º** a sus fases angulares iniciales, obteniéndose :

$$\overset{\circ}{U}_{L,1-2} = 568 \langle -120^o \left[V\right] \qquad \overset{\circ}{U}_{L,2-3} = 568 \langle\ 0^o \left[V\right] \qquad \overset{\circ}{U}_{L,3-1} = 568 \langle\ 120^o \left[V\right]$$

Dado que la secuencia es inversa, la terna de fasores de tensión de fase adelanta 30º a la terna de tensiones de línea resultando :

$$\overset{\circ}{U}_{f,1} = 327{,}9256 \langle -90^o \left[V\right] \qquad \overset{\circ}{U}_{f,2} = 327{,}9256 \langle\ 30^o \left[V\right] \qquad \overset{\circ}{U}_{f,3} = 327{,}9256 \langle\ 150^o \left[V\right]$$

El gráfico del punto **2.b** resulta ahora :



RESPUESTA : a.- $\overset{\circ}{U}_{f,1} = 327{,}9256 \langle 58^o \, [V]$ $\quad \overset{\circ}{U}_{f,2} = 327{,}9256 \langle 178^o \, [V]$

$$\overset{\circ}{U}_{f,3} = 327{,}9256 \langle -62^o \, [V]$$

b.- $\overset{\circ}{U}_{L,1-2} = 568 \langle -120^o \, [V]$ $\quad \overset{\circ}{U}_{L,2-3} = 568 \langle 0^o \, [V]$

$$\overset{\circ}{U}_{L,3-1} = 568 \langle \; 120^o \, [V]$$

$$\overset{\circ}{U}_{f,1} = 327{,}9256 \langle -90^o \, [V] \quad \overset{\circ}{U}_{f,2} = 327{,}9256 \langle 30^o \, [V]$$

$$\overset{\circ}{U}_{f,3} = 327{,}9256 \langle 150^o \, [V]$$

3.- Dada la siguiente terna trifásica de corrientes de línea hallar las expresiones de la terna de fasores de corriente de fase correspondiente y representar ambas ternas en un mismo gráfico.

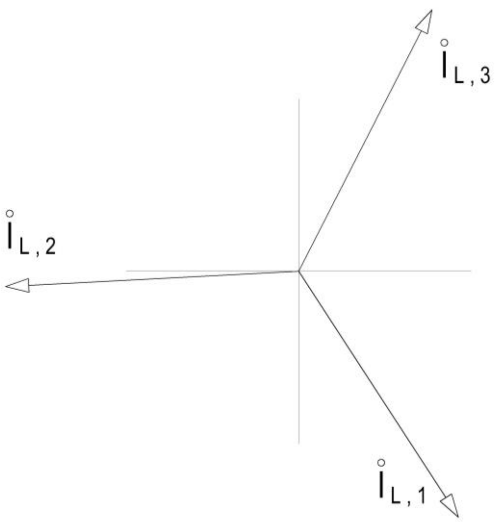
$$\overset{\circ}{I}_{L,1} = 278 \langle -57^o \, [A] \qquad \overset{\circ}{I}_{L,2} = 278 \langle -177^o \, [A] \qquad \overset{\circ}{I}_{L,3} = 278 \langle 63^o \, [A]$$

<u>Solución</u> :

El valor eficaz de las corrientes de fase se obtiene como cociente del valor eficaz de las corrientes de línea dividido por $\sqrt{3}$, haciendo :

$$I_f = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{278}{1{,}7321} = 160{,}4988 \, [A]$$

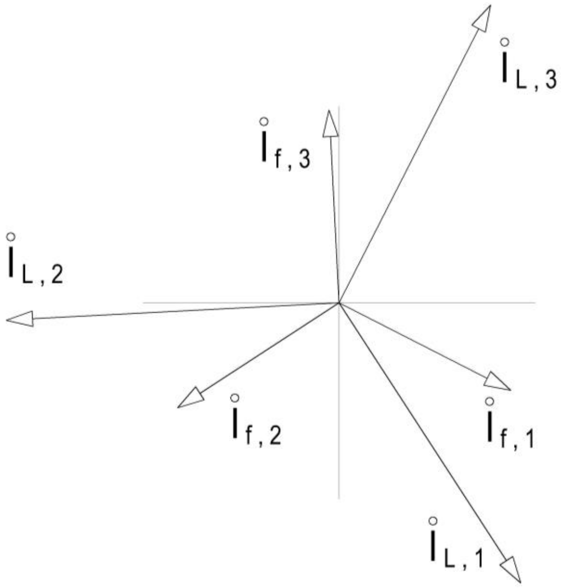
Para determinar la secuencia se representa gráficamente la terna de fasores de corriente de línea, resultando :



Considerando el paso de los fasores por cero positivo el orden de sucesión es : 1-2-3, siendo entonces una terna de secuencia directa. Por tal motivo, la terna de fasores de corrientes de fase adelantará 30º a la de línea siendo sus expresiones :

$$\overset{\circ}{I}_{f,1} = 160{,}4988 \langle -27^{o} \, [A] \quad \overset{\circ}{I}_{f,2} = 160{,}4988 \langle -147^{o} \, [A] \quad \overset{\circ}{I}_{f,3} = 160{,}4988 \langle 93^{o} \, [A]$$

El gráfico que muestra las ternas de fasores de corrientes de línea y de fase es el siguiente :



RESPUESTA : $\overset{\circ}{I}_{f,1} = 160{,}4988 \langle -27^{o} \, [A] \quad \overset{\circ}{I}_{f,2} = 160{,}4988 \langle -147^{o} \, [A]$

$\overset{\circ}{I}_{f,3} = 160{,}4988 \langle 93^{o} \, [A]$

4.- -A un nodo de un circuito eléctrico concurren cuatro ramas. Las corrientes **i_1** e **i_3** son entrantes al nodo, mientras que la corriente **i_2** sale del nodo. Hallar la corriente **i_4** .

$$i_1 \, [A] = 42{,}4260 \times \cos\left(356 \times t - \frac{\pi}{6} \right)$$

$$i_2 \, [A] = 70{,}71 \times sen\left(356 \times t - \frac{\pi}{9} \right)$$

$$i_3 \, [A] = 63{,}6390 \times sen\left(356 \times t + \frac{2}{5}\pi \right)$$

__Solución__ :

Se deben expresar las señales dadas como fasores, obteniéndose :

$$\overset{\circ}{I}_1 = \frac{\widehat{I}_1}{\sqrt{2}} \langle \theta_{1,0} + 90^{o} = \frac{42{,}4260}{1{,}4142} \langle -\frac{180^{o}}{6} + 90^{o} = 30 \langle 60^{o} \; [A]$$

$$\overset{\circ}{I}_2 = \frac{\widehat{I}_2}{\sqrt{2}} \langle \theta_{2,0} = \frac{70{,}71}{1{,}4142} \langle -\frac{180^{o}}{9} = 50 \langle -20^{o} \; [A]$$

$$\overset{\circ}{I}_3 = \frac{\widehat{I}_3}{\sqrt{2}} \langle\, \theta_{3,0} \;=\; \frac{63,6390}{1,4142} \langle\, \frac{2}{5} \times 180^{\circ} \;= 45 \langle\, 72^{\circ} \;\; [A]$$

Luego se expresan los fasores en forma rectangular, obteniéndose :

$$\overset{\circ}{I}_1 = I_1 \times \cos(\theta_{1,0}) + j\, I_1 \times sen(\theta_{1,0}) = 30 \times \cos(60) + j\, 30 \times sen\,(60) =$$

$$\overset{\circ}{I}_1 = 15 + j\,25,9808 \;\; [A]$$

$$\overset{\circ}{I}_2 = I_2 \times \cos(\theta_{2,0}) + j\, I_2 \times sen(\theta_{2,0}) = 50 \times \cos(-20) + j\, 50 \times sen\,(-20) =$$

$$\overset{\circ}{I}_2 = 46,9846 - j17,1010 \;\; [A]$$

$$\overset{\circ}{I}_3 = I_3 \times \cos(\theta_{3,0}) + j\, I_1 \times sen(\theta_{3,0}) = 45 \times \cos(72) + j\, 45 \times sen\,(72) =$$

$$\overset{\circ}{I}_3 = 13,9058 + j\,42,7975 \;\; [A]$$

La ley de nodos de Kirchhoff aplicada al nodo dado se expresa como :

$$i_1 - i_2 + i_3 = i_4 \quad \rightarrow \quad \overset{\circ}{I}_1 - \overset{\circ}{I}_2 + \overset{\circ}{I}_3 = \overset{\circ}{I}_4$$

Reemplazando los fasores por sus valores en forma rectangular obtenemos :

$$\overset{\circ}{I}_4 = (15 + j\,25,9808) - (46,9846 - j17,1010) + (13,9058 + j\,42,7975) =$$

$$\overset{\circ}{I}_4 = (15 - 46,9846 + 13,9058) + j\,(25,9808 + 17,1010 + 42,7975) = -18,0788 + j\,85,8793\,[A]$$

$$\overset{\circ}{I}_4 = 87,7616 \langle\; 101^{\circ},89 \;\; [A]$$

Luego la señal **i $_4$** vendrá dada por :

$$i_4\,[A] = \sqrt{2} \times 87,7616 \times sen\left(356 \times \frac{180}{3,1416} \times t + 101^{\circ},89 \right)$$

$$i_4\,[A] = 124,1125 \times sen\,(20397,25 \times t + 101^{\circ},89)$$

RESPUESTA : la señal pedida es : $i_4\,[A] = 124,1125 \times sen\,(20397,25 \times t + 101^{\circ},89)$

5.- Dadas las tres señales de tensión cuyas expresiones se muestran a continuación , hallar La expresión de la señal que debe sumarse a la señal **u $_1$** para obtener un sistema trifásico equilibrado y simétrico

$$u_1(t) = \frac{\pi}{2}\, 250 \cos\,(300t - \frac{\pi}{4}) \quad [V] \qquad u_2(t) = \;315\, sen\,(300t + \frac{5}{6}\pi) \quad [V]$$

$$u_3(t) = \;315\, sen\,(300t + \frac{\pi}{6}) \quad [V]$$

Solución :

Se deben expresar las señales dadas como fasores, obteniéndose :

$$\mathring{U}_1 = \frac{\hat{U}_1}{\sqrt{2}} \angle \theta_{1,0} + 90^o = \frac{3{,}1416 \times 250}{2 \times 1{,}4142} \angle -\frac{180^o}{4} + 90^o = 277{,}6835 \angle 45^o \; [V]$$

$$\mathring{U}_2 = \frac{\hat{U}_2}{\sqrt{2}} \angle \theta_{2,0} = \frac{315}{1{,}4142} \angle \frac{5}{6} \times 180^o = 222{,}7408 \angle 150^o \; [V]$$

$$\mathring{U}_3 = \frac{\hat{U}_3}{\sqrt{2}} \angle \theta_{3,0} = \frac{315}{1{,}4142} \angle \frac{180^o}{6} = 222{,}7408 \angle 30^o \; [V]$$

Para que el sistema de señales sea trifásico equilibrado y simétrico, el fasor correspondiente a la tensión 1 debería ser :

$$\mathring{U}'_1 = 222{,}7408 \angle -90^o \; [V]$$

En consecuencia, se debe hallar una señal de tensión **u** $_x$ tal que se verifique :

$$\mathring{U}'_1 = \mathring{U}_1 + \mathring{U}_x$$

$$222{,}7408 \angle -90^o = 277{,}6835 \angle 45^o + \mathring{U}_x$$

$$0 - j\,222{,}7408 = 196{,}3510 + j196.3519 + \mathring{U}_x$$

De donde resulta :

$$\mathring{U}_x = -196{,}3510 - j\left(222{,}7408 + 196{,}3510\right) = -196{,}3510 - j\,419{,}0918 =$$

$$\mathring{U}_x = 462{,}8084 \angle -115^o{,}10 \,[V]$$

Luego la señal **u** $_x$ vendrá dada por :

$$u_x\,[V] = \sqrt{2} \times 462{,}8084 \times sen\left(300 \times \frac{180}{3{,}1416} \times t - 115^o{,}10\right)$$

$$u_x\,[V] = 654{,}5036 \times sen\left(17188{,}69 \times t - 115^o{,}10\right)$$

RESPUESTA : la señal pedida es : $u_x\,[V] = 654{,}5036 \times sen\left(17188{,}69 \times t - 115^o{,}10\right)$