U2.03.- Dada la señal de intensidad de corriente, **$i_1(t)$**, escribir la expresión de otra señal de intensidad de corriente, **$i_2(t)$** , tal que transporte un 75 % más de energía por ciclo y esté retrasada 8,5 [ms] respecto de **$i_1(t)$**

$$i_1(t) = \frac{\pi}{2}\, 15 \cos\left(350\, t + \frac{\pi}{6} \right) \quad [A]$$

RESPUESTA: $$i_2(t) = 31{,}17\, sen\left(350\, t - \frac{5}{18}\pi \right) \quad [A]$$

SOLUCIÓN U2.03

La energía transportada por una señal periódica en el intervalo correspondiente a un ciclo es proporcional al producto del cuadrado de su valor eficaz multiplicado por el período.Para las señales **$i_1(t)$** e **$i_2(t)$** se debe verificar la siguiente igualdad :

$$I_2^{\,2}\, T_2 = 1{,}75 \left(I_1^{\,2}\, T_1 \right) \quad [1]$$

Dado que es necesario establecer una diferencia de fase entre las señales **$i_1(t)$** e **$i_2(t)$**, ambas tienen que tener igual período, vale decir : **$T_1 = T_2$**.El valor eficaz de la señal **$i_1(t)$** se obtiene a partir del factor de cresta de una señal senoidal :

$$F_c = \frac{\hat{I}_1}{I_1} = \sqrt{2} \quad \therefore \quad I_1 = \frac{\frac{\pi}{2}\times 15}{\sqrt{2}} = \frac{1{,}5708\times 15}{1{,}4142} = 16{,}66\, [A]$$

El valor eficaz correspondiente a la señal **$i_2(t)$** empleando la expresión [1] viene dado por :

$$I_2 = \sqrt{1{,}75}\, I_1 = 1{,}3229\times 16{,}66 = 22{,}04\, [A]$$

Luego, el valor máximo de la señal **$i_2(t)$** resulta igual a :

$$\hat{I}_2 = \sqrt{2}\, I_2 = 1{,}4142\times 22{,}04 = 31{,}17\, [A]$$

Para hallar la fase inicial de la señal **$i_2(t)$** tal que resulte retrasada 8,5 [ms] respecto de la señal **$i_1(t)$**, se debe determinar en primer lugar la fase inicial de dicha señal.Para ello es necesario expresar matemáticamente **$i_1(t)$** utilizando la función seno en lugar de la función coseno.Entre éstas funciones vale la igualdad :

$$\cos(\alpha) = sen\left(\alpha + \pi/2 \right)$$

En consecuencia :

$$i_1(t) = \frac{\pi}{2}\, 15 \cos\left(350\, t + \frac{\pi}{6} \right) = 23{,}56\, sen\left(350\, t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} \right) =$$

$$i_1(t) = 23{,}56\, sen(350\, t + 120^{o}) \quad [A] \qquad (\pi\,[rad] = 180\,[^{o}])$$

Por lo tanto, la fase inicial de la señal **i ₁ (t)** vale : **θ ₁** = 120 [º]

Para hallar el valor en [º] de la diferencia de fase pedida se debe tener en cuenta la siguiente relación :

$$\frac{\Delta t\,[ms]}{T\,[ms]} = \frac{\Delta\theta\,[^{o}]}{360\,[^{o}]} \quad \therefore \quad \Delta\theta\,[^{o}] = \frac{\Delta t\,[ms]}{T\,[ms]}\, 360\,[^{o}] \quad [2]$$

El período de las señales senoidales consideradas vale :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}\,[rad/s] \quad \therefore \quad T = \frac{2\,\pi}{\omega} = \frac{2\times 3{,}1416}{350} = 0{,}018\,[s] = 18\,[ms]$$

Reemplazando valores en la expresión [2] se obtiene la diferencia de fase entre las señales **i ₁ (t)** e **i ₂ (t)** , expresada en [º] :

$$\Delta\theta\,[^{o}] = \frac{\Delta t\,[ms]}{T\,[ms]}\, 360\,[^{o}] = \frac{8{,}5}{18}\, 360 = 170\,[^{o}]$$

Por lo tanto la fase inicial de la señal **i ₂ (t)** , (**θ ₂**) ,viene dada por :

$$\theta_2\,[^{o}] = \theta_1\,[^{o}] - \Delta\theta\,[^{o}] = 120 - 170 = -\,50\,[^{o}]$$

La expresión de la señal **i ₂ (t)** resulta igual a :

$$i_2(t) = \hat{I}_2\, sen(350\, t + \theta_2) = 31{,}17\, sen\left(350\, t - 50^{o} \times \frac{\pi}{180^{o}}\right) \quad [A]$$