3-1.1.- Introducción

Los circuitos eléctricos de lazo simple son aquéllos en los que no existe ningún nodo.Un circuito eléctrico de lazo simple se puede describir como una fuente ideal de tensión (o de intensidad de corriente) conectada a uno o más elementos de circuito de forma tal que todos ellos sean recorridos por la misma intensidad de corriente (***conexión serie***).
Los elementos de circuito a considerar son :

.- resistencia (**R**)
.- inductancia (**L**)
.- capacidad (**C**)

y se caracterizan por ser ideales, concentrados, lineales , bilaterales y pasivos .Un elemento de circuito es **ideal** cuando está asociado a un único parámetro eléctrico (R, L ó C) o *a una única forma de energía*.Un elemento de circuito es **concentrado** cuando no tiene dimensión alguna (en otras palabras : no se tiene en cuenta su tamaño). Un elemento de circuito es **lineal** cuando a un dado incremento (positivo o negativo) de la tensión aplicada le corresponde un incremento igual (en valor y signo) de la intensidad de corriente eléctrica que lo recorre. Un elemento de circuito es **bilateral** cuando su comportamiento es independiente del sentido en que es recorrido por la corriente eléctrica.Un elemento de circuito es **pasivo** cuando sólo disipa (o almacena) energía.
En la práctica, se utilizan interruptores que permiten conectar / desconectar las fuentes de energía que posibilitan el funcionamiento de los circuitos eléctricos.Se dice que el circuito *se energiza* cuando se establece la conexión entre las fuentes de energía y los elementos de circuito.Se dice que el circuito *se desenergiza* cuando son desconectadas todas las fuentes de energía que lo abastecen.
Cuando un dado circuito posee elementos capaces de almacenar energía en campos magnéticos y/o eléctricos, al energizarlo (o desenergizarlo) su comportamiento difiere del que se observa luego de finalizado el proceso de energización (o desenergización).Ello se debe a que la cantidad de energía contenida en un campo magnético (o eléctrico) no puede variar súbitamente.

Se dice que un circuito eléctrico al energizarse (o desenergizarse) funciona en ***régimen transitorio*** .Una vez finalizado el régimen transitorio, se establece un **flujo de energía estable** entre las fuentes y los elementos de circuito que funciona así en ***régimen permanente***.También tienen lugar comportamientos transitorios cuando se modifica la configuración de un circuito eléctrico agregando o quitando elementos sin desconectar las fuentes de energía.Este tipo de procesos se denominan ***conmutaciones***.
Por lo tanto, el funcionamiento de un circuito eléctrico y, en consecuencia, el análisis del mismo resulta diferente según el régimen considerado (transitorio de conexión, transitorio de desconexión, transitorio por conmutación o funcionamiento permanente, con flujo de energía estable).
En lo que sigue se estudiará el comportamiento de lazos simples, redes simples y redes múltiples funcionando en régimen permanente.

3-2.1.- Circuitos de lazo simple con un único elemento

3-2.1.1.- Circuito R

Sea un lazo simple constituído por una fuente ideal de tensión alterna senoidal, **$u = U_{max}$ sen (ω t)** ,conectada a una resistencia ideal **R** (una resistencia ideal verifica las leyes de Ohm y de Joule, únicamente).Aplicando la ley de lazos de Kirchhoff se obtiene :

$$u(t) = u_R(t)$$

Teniendo en cuenta la ley de Ohm se obtiene la intensidad de corriente **i (t)** que recorre la resistencia :

$$u(t) = i(t)R \quad \therefore \quad i(t) = \frac{u(t)}{R} = \sqrt{2}\,\frac{U}{R} sen(\omega t) = \sqrt{2}\, I\, sen(\omega t)$$

Se observa que la intensidad de corriente está en fase (diferencia de fase nula) con la tensión aplicada a la resistencia.Reemplazando las señales senoidales alternas de tensión e intensidad de corriente por los fasores correspondientes, obtenemos :

$$\mathring{I} = \frac{\mathring{U}}{R} = \frac{U\, e^{j\theta}}{R} = I\, e^{j\theta}$$

Si la fuente ideal de tensión suministra **una señal constante** de valor **U** , la resistencia será recorrida por una corriente de intensidad de valor constante, **I ,** dado por :

$$I = \frac{U}{R}$$

Definiendo el parámetro **conductancia , G** como inversa de la resistencia **R** , las ecuaciones del circuito **R** pueden reescribirse :

circuito **R** con fuente de tensión alterna senoidal : $\mathring{I} = G\,\mathring{U}$

circuito **R** con fuente de tensión constante : $I = G\,U$

La unidad de medida de la conductancia es el **Siemens** (**[S]**).

La potencia instantánea entregada por la fuente de tensión alterna senoidal a la resistencia viene dada por :

$$p(t) = u(t)\,i(t) = 2\,U\,I\,sen^2(\omega t) = 2\,U\,I\left[1-\cos^2(\omega t)\right] = 2\,U\,I\left[1-\frac{1}{2}-\frac{\cos(2\omega t)}{2}\right]$$

$$p(t) = U\,I - U\,I\cos(2\omega t)$$

La potencia entregada a la resistencia es una señal del tipo senoidal con componente de continua que pulsa con el doble de la frecuencia de la tensión de alimentación y es siempre positiva.
El término **U I cos (2 ω t)** varía entre **U I** y **– U I** ; en consecuencia, la potencia variará entre **0** y **2 U I**.
Esto significa que la potencia **siempre fluye de la fuente hacia la resistencia** , donde se disipa en forma de calor, de acuerdo a la ley de Joule.En la siguiente figura se han representado las señales de tensión, intensidad de corriente y potencia en un mismo gráfico :

El valor medio de la potencia consumida en la resistencia viene dado por :

$$P = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} p(t)\,dt = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} U\,I\,dt - \frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} U\,I\cos(2\omega t)\,dt = U\,I = I^2\,R = \frac{U^2}{R}$$

Teniendo en cuenta la interpretación geométrica del valor medio de una señal, la energía disipada en la resistencia en el intervalo correspondiente a un período de la señal de tensión de la fuente viene dada por :

$$W = I^2\,R\,T$$

Sea, por ejemplo, una resistencia de 10 [Ω] conectada a una fuente de tensión alterna senoidal de 200 [V] eficaces y frecuencia 50 [Hz].La intensidad de corriente a través de la resistencia tendrá un valor eficaz igual a 20 [A].El valor medio de la potencia disipada en la resistencia resulta igual a 4000 [W] y a intervalos de 10 [ms], la fuente suministrará picos de potencia de 8000 [W].La energía disipada en un intervalo igual a un período de la señal de tensión (20 [ms]) resulta igual a 80 [J].

Si la fuente ideal de tensión suministra **una señal constante** de valor **U** , la potencia disipada en la resistencia viene dada por :

$$P = U\ I = I^2\ R = \frac{U^2}{R}$$

Sea, por ejemplo, una resistencia de 10 [Ω] conectada a una fuente de tensión constante de 200 [V] .La intensidad de corriente a través de la resistencia tendrá un valor constante igual a 20 [A].La potencia disipada en la resistencia resulta igual a 4000 [W] y en un intervalo de 20 [ms] la energía disipada resulta igual a 80 [J]. Entonces, en régimen permanente, puede analizarse el comportamiento de una resistencia excitada por una señal de tensión alterna senoidal, ***desde el punto de vista del flujo de energía***, reemplazando la señal periódica por una señal constante de valor igual al valor eficaz de aquélla.

3-2.1.2.- Circuito L

Sea un lazo simple constituído por una fuente ideal de tensión alterna senoidal, **u = U $_{max}$ sen (ω t)** ,conectada a una bobina ideal o inductancia **L**. En una bobina cualquiera se define como coeficiente de autoinducción, **L**, al cociente del flujo magnético concatenado, **λ** , por las **N** espiras de la bobina, dividido por la intensidad de corriente **i** que circula a través de ésta.En símbolos :

$$L = \frac{\lambda}{i} \qquad [H]$$

Una **bobina ideal** o **inductancia L** es aquélla que verifica la ley de Faraday, únicamente.Aplicando la ley de lazos de Kirchhoff, obtenemos :

$$u(t) = u_L(t)$$

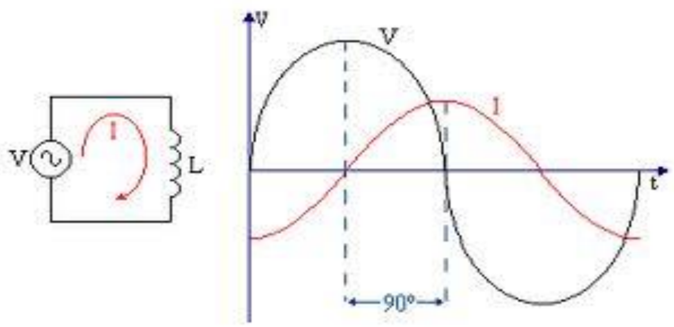
Teniendo en cuenta la ley de Faraday se obtiene la intensidad de corriente **i (t)** que recorre la inductancia :

$$u_L(t) = \frac{d\lambda}{dt} = \frac{d(Li)}{dt} = L\frac{di}{dt} \qquad \therefore \quad di = \frac{1}{L}u(t)\,dt$$

operando se obtiene :

$$i(t) = \frac{1}{L}\int u(t)\,dt = \frac{1}{L}\int \sqrt{2}\,U\ sen(\omega t)\,dt = -\frac{\sqrt{2}\,U}{\omega L}\cos(\omega t) + k = \frac{\sqrt{2}\,U}{\omega L}\ sen\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + k$$

La intensidad de corriente que atraviesa la inductancia tiene una diferencia de fase igual a **π/2 [rad]** (**90 [º]**) con la señal de tensión de la fuente , **en atraso**.Vale decir que cuando la tensión aplicada es máxima positiva, la intensidad de corriente es nula, como se muestra en la siguiente figura :



La constante de integración **k** depende de las condiciones iniciales del circuito y es igual a cero si el instante considerado como **t = 0** es suficientemente posterior al instante en que se conectó la inductancia.En otras palabras el análisis del circuito se efectúa luego de transcurrido el ***transitorio de conexión*** , que es el intervalo definido por el instante en que la fuente comienza a entregar energía al campo magnético asociado a la inductancia hasta el instante en que el flujo de energía fuente-inductancia se estabiliza.A partir de ése momento el circuito **L** comienza a funcionar en **régimen permanente**.
El valor eficaz de la intensidad de corriente que recorre la inductancia es igual a :

$$I = \frac{U}{\omega L} \quad donde \;\; \omega L = X_L \quad \therefore \quad I = \frac{U}{X_L}$$

El término **X_L** recibe el nombre de ***reactancia inductiva*** y su unidad de medida es el ohm [Ω].En efecto ,

$$\left[X_L \right] = \left[\omega \right] \left[L \right] = \frac{1}{\left[s \right]} \left[H \right] = \frac{1}{\left[s \right]} \frac{\left[Wb \right]}{\left[A \right]} = \frac{1}{\left[s \right]} \frac{\left[V \right] \left[s \right]}{\left[A \right]} = \frac{\left[V \right]}{\left[A \right]} = \left[\Omega \right]$$

La intensidad de corriente en régimen permanente que recorre la inductancia viene dada por :

$$i(t) = \sqrt{2}\, \frac{U}{X_L}\, sen\left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \sqrt{2}\, I\, sen\left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

Reemplazando las señales senoidales alternas de tensión e intensidad de corriente por sus fasores se puede escribir :

$$\mathring{I} = \frac{\mathring{U}}{\dot{X}_L} = \frac{U\, e^{\,j\theta}}{X_L\, e^{\,j90^{o}}} = \frac{U}{X_L}\, e^{\,j(\theta - 90^{o})} = I\, e^{\,j(\theta - 90^{o})}$$

Cuando <u>*se opera con fasores es necesario*</u> representar la reactancia inductiva como un número imaginario puro cuyo módulo es **ω L** y cuyo argumento es **90 [º]** (o **π/2 [rad]**); en símbolos :

$$\dot{X}_L = \omega L \,\langle\, 90^{o} = j\, \omega L$$

Definiendo la **suceptancia inductiva, B_L** , como la inversa de la reactancia inductiva **X_L** , la ecuación del circuito **L** se puede reescribir de la siguiente manera :

$$\mathring{I} = \dot{B}_L\, \mathring{U} = \left(B_L\, e^{-j90^{o}} \right) \left(U\, e^{\,j\theta} \right) = \frac{U}{\omega L}\, e^{\,j(\theta - 90^{o})} = I\, e^{\,j(\theta - 90^{o})}$$

En consecuencia , la **suceptancia inductiva** debe representarse como un número imaginario puro cuyo módulo es **1 / (ω L)** y cuyo argumento es **- 90 [º]** (o **– π/2 [rad]**); en símbolos :

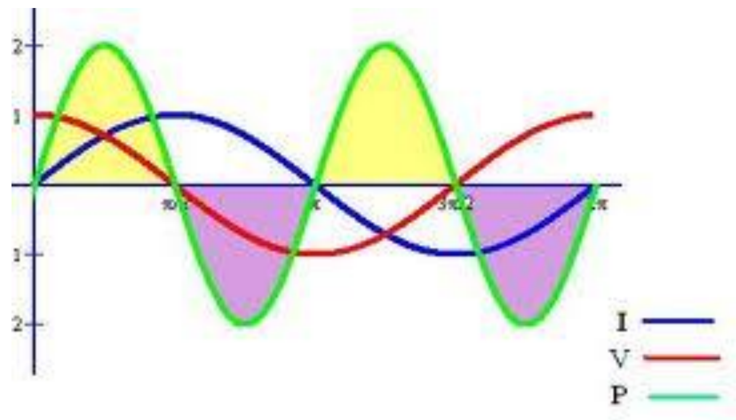
$$\dot{B}_L = \frac{1}{\omega L} \,\langle -90^{o} = -\, j\, \frac{1}{\omega L}$$

Si la fuente de tensión entrega una señal constante de valor **U** , no se inducirá tensión alguna en la inductancia porque la señal de intensidad de corriente es constante (**di / dt = 0**).En éstas condiciones el circuito **L** se reduce a una fuente ideal de tensión (o de corriente) en cortocircuito.En otras palabras, cuando se aplica una señal constante a una **bobina ideal** la misma se comporta como una conexión en la que no tiene lugar ninguna diferencia de potencial entre sus extremos (*cortocircuito ideal*)

La potencia instantánea entregada por la fuente de tensión alterna senoidal a la inductancia viene dada por :

$$p(t) = u(t)\,i(t) = 2\,U\,I\;sen\,(\omega t)\,sen\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \;2\,U\,I\;sen\,(\omega t)\cos(\omega t) = \;U\,I\;sen\,(2\omega t)$$

La potencia intercambiada entre la fuente y la inductancia es una señal senoidal de frecuencia igual al doble de la frecuencia de la señal de tensión aplicada.Esto quiere decir que por cada ciclo de tensión la potencia desarrolla dos ciclos completos.Cada cuarto de ciclo de la tensión aplicada se invierte el sentido de flujo de la potencia.Esto significa que la potencia fluye en forma alternativa desde la fuente hacia la inductancia y desde la inductancia hacia la fuente.El valor medio de la potencia intercambiada entre la fuente y la inductancia es **nulo** tal como se muestra en la siguiente figura :



La energía recibida por la inductancia durante un cuarto de ciclo de tensión aplicada viene dada por :

$$W = \int_{t=0}^{t=\frac{T}{4}} p(t)\,d\,t = \int_{t=0}^{t=\frac{T}{4}} U\;I\;sen(2\omega t) = -\frac{U\;I}{2\;\omega}\,\left[\cos(2\omega t)\right]_{t=0}^{t=\frac{T}{4}} = -\frac{U\;I}{2\;\omega}\,\left[\cos(\pi) - \cos(0)\right] = \;\frac{U\;I}{\omega}$$

teniendo en cuenta que :

$$I = \frac{U}{\omega\,L} \qquad de \quad donde \quad U = \omega\,L\,I$$

podemos escribir :

$$W_L = \;L\,I^2 = \frac{1}{2}\;L\,\hat{I}^2$$

expresión de la máxima energía almacenada en el campo magnético de la inductancia y, por lo tanto, el máximo intercambio de energía entre la fuente y el elemento **L** .Multiplicando y dividiendo la expresión de la máxima energía intercambiada por la pulsación, **ω** , de la señal de tensión de la fuente, obtenemos :

$$W_L = \frac{\omega L\,I^2}{\omega} = X_L\,I^2\;\frac{T}{2\pi} \quad ; \quad Q_i = X_L\;I^2 = \omega L\;I^2$$

El producto de la reactancia inductiva, **X_L** , multiplicado por el cuadrado del valor eficaz de la intensidad de corriente eléctrica, **I^2** , se denomina ***potencia reactiva inductiva*** y se lo simboliza con la letra **Q_i**.La unidad de medida de la potencia reactiva es el *volt-ampere reactivo*, **[Var]**.
La potencia reactiva de una inductancia está relacionada con el máximo valor de energía intercambiado entre ésta y la fuente considerando un intervalo de tiempo igual a un período , **T** , de la señal de la fuente de energía.

3-2.1.3.- Circuito C

Sea un lazo simple constituído por una fuente ideal de corriente alterna senoidal, **$i = I_{max}$ sen (ω t)** ,conectada a un capacitor ideal o capacidad **C** (un capacitor ideal es aquél que no presenta efectos atribuibles a las leyes de Ohm, Joule y Faraday), tal que se verifica :

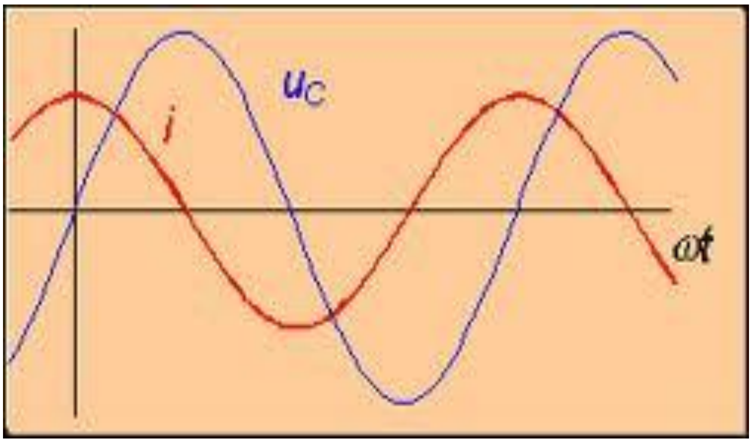
$$C = \frac{dq}{du_C(t)}$$

Operando obtenemos :

$$C = \frac{i\,dt}{du_C(t)} \quad \therefore \quad du_C(t) = \frac{1}{C}\, i\, dt \quad \therefore \quad u_C(t) = \frac{1}{C}\int \sqrt{2}\, I\, sen(\omega t)$$

$$u_C(t) = -\sqrt{2}\,\frac{I}{\omega C}\cos(\omega t) + k = \frac{\sqrt{2}\, I}{\omega C}\, sen\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + k$$

La tensión resultante en la capacidad tiene una diferencia de fase igual a **π/2 [rad]** (**90 [º]**) con la señal de corriente de la fuente , **en atraso**.Vale decir que cuando la intensidad de corriente es máxima positiva, la tensión en la capacidad es nula, como se muestra en la siguiente figura :



La constante de integración **k** depende de las condiciones iniciales del circuito y es igual a cero si el instante considerado como **t = 0** es suficientemente posterior al instante en que se conectó la capacidad.En otras palabras el análisis del circuito se efectúa luego de transcurrido el ***transitorio de conexión*** , que es el intervalo definido por el instante en que la fuente comienza a entregar energía al campo eléctrico del capacitor ideal hasta el instante en que el flujo de energía fuente-capacidad se estabiliza.A partir de ése momento el circuito **C** comienza a funcionar en **régimen permanente**.
El valor eficaz de la tensión en la capacidad es igual a :

$$U_C = \frac{I}{\omega C} \quad donde \quad \frac{1}{\omega C} = X_C \quad \therefore \quad U_C = I\, X_C$$

El término **X_C** recibe el nombre de ***reactancia capacitiva*** y su unidad de medida es el ohm [Ω].En efecto ,

$$\left[X_C\right]=\frac{1}{[\omega][C]}=\frac{1}{\frac{1}{[s]}[F]}=\frac{1}{\frac{1}{[s]}\frac{[C]}{[V]}}=\frac{[s][V]}{[A][s]}=\frac{[V]}{[A]}=[\Omega]$$

La tensión en régimen permanente en la capacidad viene dada por :

$$u_C(t)=\sqrt{2}\;I\;X_C\;sen\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=\sqrt{2}\,U_C\;sen\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

Reemplazando las señales senoidales alternas de tensión e intensidad de corriente por sus fasores se puede escribir :

$$\mathring{U}_C=\mathring{I}\;\dot{X}_C=\left(I\,e^{j\theta}\right)\left(X_c\,e^{-j90^o}\right)=I\;X_C\;e^{j(\theta-90^o)}=U_C\,e^{j(\theta-90^o)}$$

Cuando _se opera con fasores_ _es necesario_ representar la reactancia capacitiva como un número imaginario puro cuyo módulo es **1 / (ω C)** y cuyo argumento es **-90 [º]** (o **-π/2 [rad]**); en símbolos :

$$\dot{X}_C=\frac{1}{\omega C}\langle-90^o=-\,j\,\frac{1}{\omega C}$$

Definiendo la **suceptancia capacitiva B $_C$** , como la inversa de la reactancia capacitiva **X_C** , la ecuación del circuito **C** se puede reescribir de la siguiente manera :

$$\mathring{I}=\dot{B}_C\;\mathring{U}_C=\left(B_C\,e^{\,j90^o}\right)\left(U_C\,e^{j\theta}\right)=\omega C\,U_C\;e^{j(\theta+90^o)}=I\,e^{j(\theta+90^o)}$$

En consecuencia , la **suceptancia capacitiva** debe representarse como un número imaginario puro cuyo módulo es **ω C** y cuyo argumento es **90 [º]** (o **π/2 [rad]**); en símbolos :

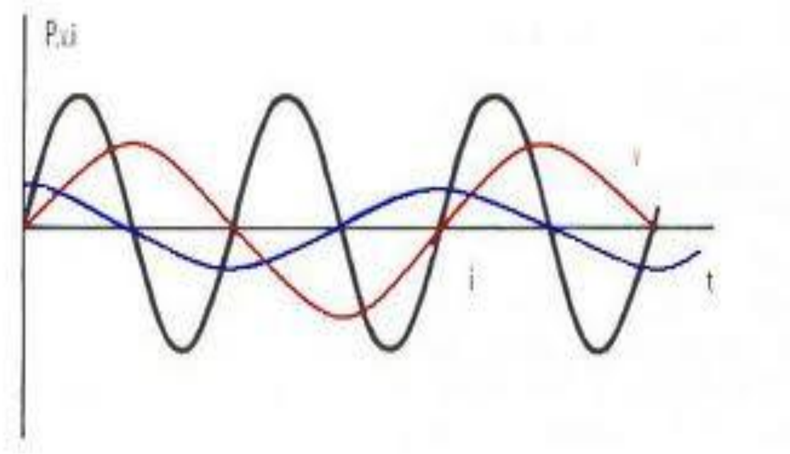
$$\dot{B}_C=\omega C\,\langle\;90^o=j\;\omega C$$

Si consideramos una fuente ideal de tensión constante de valor **U** , conectada a la capacidad, la intensidad de corriente en el lazo será nula una vez transcurrido el transitorio de conexión, porque el capacitor ideal alcanzará una carga tal que **U_C = q / C = U**.En éstas condiciones el circuito **C** se reduce a una fuente ideal de tensión (o de corriente) a circuito abierto.En otras palabras, cuando se aplica una señal constante a una **capacitor ideal** el mismo se comporta como una conexión en la que no tiene lugar ninguna intensidad de corriente a través de sus extremos (*circuito abierto*)
La potencia instantánea entregada por la fuente de corriente alterna senoidal a la capacidad viene dada por :

$$p(t)=u_C(t)\,i(t)=2\,U_C\,I\;sen\,(\omega t)\,sen\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=\;2\,U_C\,I\;sen\,(\omega t)\cos(\omega t)=\;U_C\,I\;sen\,(2\omega t)$$

La potencia intercambiada entre la fuente y la capacidad es una señal senoidal de frecuencia igual al doble de la frecuencia de la señal de corriente aplicada.Esto quiere decir que por cada ciclo de corriente la potencia desarrolla dos ciclos completos.Cada cuarto de ciclo de la corriente aplicada se invierte el sentido de flujo de la potencia.

Esto significa que la potencia fluye en forma alternativa desde la fuente hacia la capacidad y desde la capacidad hacia la fuente.El valor medio de la potencia intercambiada entre la fuente y la capacidad es **nulo** tal como se muestra en la siguiente figura :



La energía recibida por la capacidad durante un cuarto de ciclo de la corriente aplicada viene dada por :

$$W = \int_{t=0}^{t=\frac{T}{4}} p(t)\,dt = \int_{t=0}^{t=\frac{T}{4}} U_C\, I\ sen(2\omega t) = -\frac{U_C\, I}{2\,\omega}\left[\cos(2\omega t)\right]_{t=0}^{t=\frac{T}{4}} = -\frac{U_C\, I}{2\,\omega}\left[\cos(\pi) - \cos(0)\right] = \frac{U_C\, I}{\omega}$$

teniendo en cuenta que :

$$U_C = \frac{I}{\omega\, C} = I\, X_C \qquad donde \quad X_C = \frac{1}{\omega\, C}$$

podemos escribir :

$$W_C = C\, U_C^2 = \frac{1}{2}\ C\, \hat{U}_C^2$$

expresión de la máxima energía almacenada en el campo eléctrico de la capacidad y, por lo tanto, el máximo intercambio de energía entre la fuente y el elemento **C** .Multiplicando y dividiendo la expresión de la máxima energía intercambiada por la pulsación, **ω** , de la señal de corriente de la fuente, obtenemos :

$$W_C = \frac{\omega C\, U_C^2}{\omega} = \frac{U_C^2}{X_C}\,\frac{T}{2\pi} \quad ; \quad Q_c = \frac{U_C^2}{X_C} = \omega C\, U_C^2$$

El cociente del valor eficaz al cuadrado de la tensión en la capacidad, **(U_C)²** ,dividido por la reactancia capacitiva , **X_C** , se denomina *potencia reactiva capacitiva* y se lo simboliza con la letra **Q_c**.La unidad de medida de la potencia reactiva capacitiva es el *volt-ampere reactivo*, **[Var]**.
La potencia reactiva de una capacidad está relacionada con el máximo valor de energía intercambiado entre ésta y la fuente considerando un intervalo de tiempo igual a un período , **T** , de la señal de la fuente de energía.
Si se tiene en cuenta que la intensidad de corriente a través de una inductancia **L** está retrasada 90º respecto de la tensión alterna senoidal aplicada, mientras que en una capacidad **C** , la intensidad de corriente resulta adelantada 90º respecto de dicha tensión, se deduce de inmediato que las señales de intensidad de corriente en los elementos considerados están ***en oposición de fase*** *o* ***contrafase***.

Desde el punto de vista físico esto significa que mientras la energía es enviada desde la fuente al campo magnético de la inductancia, simultáneamente el campo eléctrico de la capacidad envía energía a la fuente, resultando así ***flujos opuestos de energía*** fuente-inductancia y fuente- capacidad.
La combinación adecuada de inductancia y capacidad en un dado circuito permite regular el flujo de energía reactiva entre éste y la fuente de alimentación de forma de reducirlo a un mínimo.Este proceso se denomina ***compensación de potencia reactiva*** o también, ***corrección del factor de potencia.***

3-2.2.- Circuitos de lazo simple con dos o más elementos

3-2.2.1.- Circuito R - L

Sea un lazo simple constituído por una fuente ideal de tensión alterna senoidal, $\mathbf{u = U_{max}\, sen\,(\,\omega\, t\,)}$,conectada a una resistencia ideal **R** y una bobina ideal **L**.Por tratarse de un lazo simple los elementos **R** y **L** son recorridos por la misma corriente eléctrica (conexión serie).Aplicando la ley de lazos de Kirchhoff debe cumplirse la siguiente igualdad :

$$u\,(\,t\,) = u_R\,(\,t\,) + u_L\,(\,t\,) = i\,(\,t\,)R + L\frac{d\,i}{d\,t}$$

Una intensidad de corriente de la forma $\mathbf{i = I_{max}\, sen\,(\,\omega\, t\,)}$, verifica las condiciones de funcionamiento de los elementos del circuito :
.- la tensión en la resistencia **R** debe estar en fase con la tensión de la fuente
.- la diferencia de fase entre la tensión en la inductancia **L** y la intensidad de corriente debe ser igual a 90º, estando la tensión adelantada a la corriente
En efecto :

$$u(t) = \sqrt{2}\; R\, I\; sen(\omega t) + \sqrt{2}\; X_L\; I\; sen\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad donde \qquad X_L = \omega\, L$$

Reemplazando las señales de tensión e intensidad de corriente por sus correspondientes fasores, obtenemos :

$$\mathring{U} = R\mathring{I} + \dot{X}_L\,\mathring{I} = \left(\;R + \dot{X}_L\;\right)\mathring{I} = \left(R + j\,\omega L\,\right)\mathring{I} = \dot{Z}_L\;\mathring{I} \quad donde\;\; \dot{Z}_L = R + j\,X_L$$

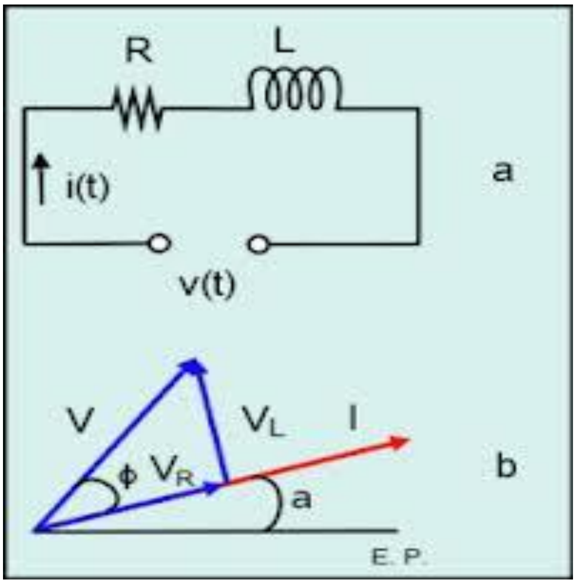
El número complejo dado por $\mathbf{R + j\,X_L}$, se denomina impedancia inductiva, $\mathbf{Z_L}$.Se cumple que :

$$\dot{Z}_L = Z_L\, e^{\,j\varphi} = R + j\;X_L \qquad\qquad Z_L = \sqrt{R^2 + X_L^2} \qquad\qquad \varphi = arctg\left(\frac{X_L}{R}\right) = arctg\left(\frac{\omega\, L}{R}\right)$$

La intensidad de corriente que recorre el lazo R-L resulta igual a :

$$\mathring{I} = \frac{\mathring{U}}{\dot{Z}_L} = \frac{U\,e^{\,j\theta}}{Z_L\,e^{\,j\varphi}} = \frac{U}{Z_L}\,e^{\,j(\theta - \varphi)} \quad ; \quad i(\,t\,) = \sqrt{2}\,\frac{U}{Z_L}\,sen\left[\,\omega t + (\,\theta - \varphi\,)\right]$$

expresión que indica que *la intensidad de corriente en el lazo R-L* tiene una *diferencia de fase en retraso respecto de la tensión de la fuente igual al argumento de la impedancia del lazo* y *un valor eficaz igual al cociente que resulta de dividir el valor eficaz de la tensión de la fuente por el módulo de la impedancia del lazo.*
En la siguiente figura se representa el diagrama fasorial correspondiente a un lazo R-L :



La potencia instantánea entregada por la fuente en el lazo R-L, viene dada por :

$$p(t)=u(t)i(t)=\sqrt{2}\,U\,sen\,(\omega t)\sqrt{2}\,I\,sen\,(\omega t-\varphi)=2U\,I\,sen\,(\omega t)sen\,(\omega t-\varphi)$$

aplicando la igualdad trigonométrica :

$$sen(\alpha \pm \beta)=sen\,\alpha\,\cos\beta \pm \cos\alpha\,sen\,\beta$$

obtenemos :

$$p(t)=2U\,I\,\{sen(\omega t)[sen(\omega t)\cos\varphi-\cos(\omega t)sen\,\varphi]\}=$$
$$=2U\,I\left[sen^2(\omega t)\cos\varphi-sen(\omega t)\cos(\omega t)sen\,\varphi\right]=2U\,I\left[sen^2(\omega t)\cos\varphi-\frac{1}{2}sen(2\omega t)sen\,\varphi\right]$$

El valor medio de la potencia viene dado por :

$$P=\frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T}p(t)\,dt=\frac{1}{T}2U\,I\left[\cos\varphi\int_{t=0}^{t=T}sen^2(\omega t)\,dt-\frac{sen\,\varphi}{2}\int_{t=0}^{t=T}sen(2\omega t)\,dt\right]=$$
$$P=\frac{1}{T}2U\,I\left[\cos\varphi\;\frac{T}{2}-0\right]=U\;I\;\cos\varphi$$

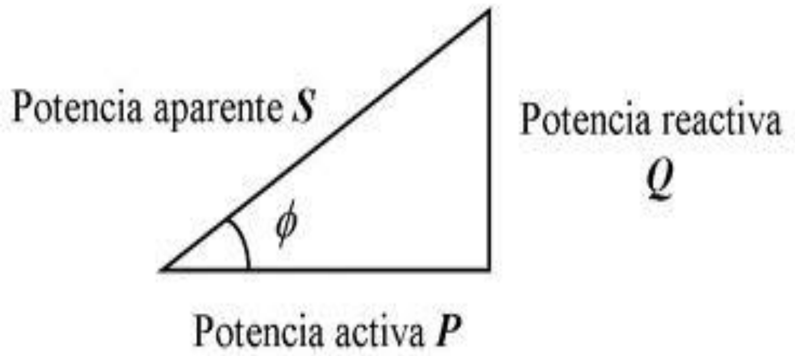
Teniendo en cuenta que el módulo de la impedancia viene dado por : **Z_L = U / I**, se puede escribir :

$$P=I\;Z_L\;I\;\cos\varphi=I^2\;Z_L\;\cos\varphi=I^2\;R \qquad [W]$$

Entonces, el valor medio de la potencia instantánea suministrada por la fuente en el lazo R-L es igual a la potencia activa , **P** , disipada en la resistencia **R** debido a la ley de Joule.
La energía intercambiada entre la fuente y la inductancia queda reflejada en la potencia reactiva inductiva, **Q** $_{i}$, cuya expresión es :

$$Q_i = X_L \; I^2 = X_L \; \frac{U}{Z_L} \; I = U \; I \; sen(\varphi) \quad [VAr]$$

Observando las expresiones de la potencia activa, **P** y reactiva inductiva, **Q** $_{i}$, se las puede asociar a los catetos de un triángulo rectángulo tal como el representado en la siguiente figura, donde la hipotenusa es igual al producto de los valores eficaces de tensión de la fuente e intensidad de corriente en el lazo R-L (producto que recibe el nombre de ***potencia aparente* , S** , siendo su unidad de medida el volt-ampere **[VA]**):



La potencia aparente , **S** , no tiene un significado físico pero, asociada al ***factor de potencia*** , permite cuantificar las potencias activa y reactiva propias de un dado circuito excitado con señales alternas senoidales , en régimen permanente.El factor de potencia se define como el cociente que resulta de dividir la potencia activa, **P** , por la potencia aparente, **S** ; en símbolos :

$$F\,P = \frac{P}{S} = \frac{S \cos\varphi}{S} = \cos\varphi$$

El argumento de la impedancia del lazo R-L (**φ**) coincide con el ángulo formado , en el triángulo de potencias, entre la potencia aparente, **S** y la potencia activa , **P**.Sin embargo, el factor de potencia ***no debe asociarse a impedancia alguna***.Otra forma de expresar el factor de potencia es la siguiente :

$$F\,P = \cos\left[\; arc\,tg\left(\frac{Q_i}{P}\right)\right]$$

Teniendo en cuenta el teorema de Pitágoras, la potencia aparente, **S** viene dada por :

$$S = \sqrt{P^2 + Q_i^2} \quad [VA]$$

Por convención, el factor de potencia de un lazo R- L varía entre cero y la unidad y es ***siempre positivo***.Si la potencia activa se representa mediante el número real **P** y la potencia reactiva inductiva mediante el número imaginario **Q** $_{i}$ **< 90º**, la potencia aparente **S ,** se puede expresar como un número complejo de la forma :

$$\dot{S} = P + j\,Q_i$$

Reemplazando los términos **P** y **Q** $_i$ por sus expresiones de cálculo, obtenemos :

$$\dot{S} = U\,I\cos(\varphi) + j\,U\,I\,sen(\varphi) = U\,I\left[\cos(\varphi) + j\,sen(\varphi)\right]$$

$$\dot{S} = U\,I\,e^{\,j\varphi} = \mathring{U}\,\mathring{I}^{*}$$

En consecuencia, la ***potencia aparente compleja*** en el lazo R-L resulta igual al producto del fasor de tensión de la fuente multiplicado por el ***fasor conjugado*** de la intensidad de corriente del circuito.
Dado un fasor cualquiera, su fasor conjugado es aquél que tiene igual módulo y cuyo argumento es igual al del fasor dado multiplicado por -1.
Las expresiones de cálculo de las energías activa y reactiva al cabo de **t [h]** de funcionamiento constante (vale decir sin modificación de los valores eficaces de tensión e intensidad de corriente) de un lazo R-L vienen dadas por :

$$W_A = P\,t = I^2\,R\,t \qquad [Wh] \qquad\qquad W_{R,i} = Q_i\,t = I^2\,X_L\,t \quad [VArh]$$

El factor de potencia puede calcularse en base a las energías activa y reactiva, haciendo :

$$F\,P = \cos\left[\,arctg\left(\frac{W_{R,i}}{W_A}\right)\right]$$

Si la fuente de tensión que alimenta el lazo R-L entrega una señal de valor constante , **U** , la bobina ideal pasa a comportarse como un *cortocircuito ideal* y el circuito responde como un lazo R.En la práctica, las combinaciones R-L usuales son tales que $X_L >> R$ y debido a ello, si el circuito se excita con una tensión constante de valor igual al eficaz de la tensión alterna senoidal para el que fue diseñado, resulta una circulación de corriente cuya intensidad es varias veces mayor que el valor eficaz de la corriente alterna senoidal de diseño.Por tal motivo, cuando un circuito R-L diseñado para funcionar con tensión alterna senoidal debe también funcionar con tensión continua, el valor de la misma debe ser considerablemente menor al valor eficaz de aquélla.

3-2.2.2.- Circuito R - C

Sea un lazo simple constituído por una fuente ideal de tensión alterna senoidal, $\mathbf{u = U_{max}\,sen\,(\,\omega\,t\,)}$,conectada a una resistencia ideal **R** y un capacitor ideal **C**.Por tratarse de un lazo simple los elementos **R** y **C** son recorridos por la misma corriente eléctrica (conexión serie).Aplicando la ley de lazos de Kirchhoff debe cumplirse la siguiente igualdad :

$$u(t) = u_R(t) + u_C(t) = i(t)R + \frac{1}{C}\int i\,dt$$

Una intensidad de corriente de la forma $\mathbf{i = I_{max}\,sen\,(\,\omega\,t\,)}$, verifica las condiciones de funcionamiento de los elementos del circuito :
.- la tensión en la resistencia **R** debe estar en fase con la tensión de la fuente
.- la diferencia de fase entre la tensión en la capacidad **C** y la intensidad de corriente debe ser igual a 90º, estando la tensión retrasada respecto a la corriente
En efecto :

$$u(t) = \sqrt{2}\,R\,I\,sen(\omega t) + \sqrt{2}\,X_C\,I\,sen\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad donde \quad X_C = \frac{1}{\omega\,C}$$

reemplazando las señales de tensión e intensidad de corriente por sus correspondientes fasores, obtenemos :

$$\mathring{U} = R\mathring{I} + \dot{X}_C\,\mathring{I} = \left(R + \dot{X}_C \right)\mathring{I} = \left(R - j\frac{1}{\omega\, C} \right)\mathring{I} = \dot{Z}_C\,\mathring{I} \quad donde\ \dot{Z}_C = R - j\frac{1}{\omega\, C}$$

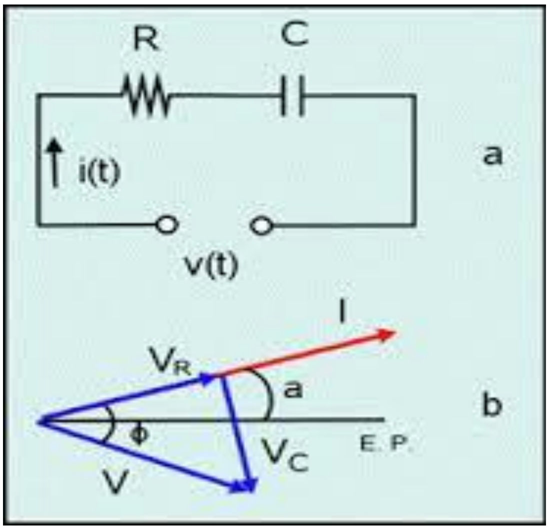
El número complejo dado por **R - j X C** , se denomina impedancia capacitiva, **Z C.**Se cumple que :

$$\dot{Z}_C = Z_C\, e^{-j\varphi} = R - j\, X_C \qquad Z_C = \sqrt{R^2 + X_C^2} \qquad \varphi = arctg\left(\frac{X_C}{R} \right) = arctg\left(\frac{1}{\omega C R} \right)$$

La intensidad de corriente que recorre el lazo R-L resulta igual a :

$$\mathring{I} = \frac{\mathring{U}}{\dot{Z}_C} = \frac{U\, e^{\,j\theta}}{Z_C\, e^{-j\varphi}} = \frac{U}{Z_C}\, e^{\,j(\theta+\varphi)} \quad ; \quad i(t) = \sqrt{2}\,\frac{U}{Z_C}\, sen\left[\omega t + (\theta + \varphi)\right]$$

expresión que indica que *la intensidad de corriente en el lazo R-C* tiene una *diferencia de fase en adelanto respecto de la tensión de la fuente igual al argumento de la impedancia del lazo* y *un valor eficaz igual al cociente que resulta de dividir el valor eficaz de la tensión de la fuente por el módulo de la impedancia del lazo.*
En la siguiente figura se representa el diagrama fasorial correspondiente a un lazo R-C :



La potencia instantánea entregada por la fuente en el lazo R-C, viene dada por :

$$p(t) = u(t)\,i(t) = \sqrt{2}\,U\ sen\,(\omega t)\sqrt{2}\ I\ sen\,(\omega t + \varphi) = 2U\ I\ sen\,(\omega t)\,sen\,(\omega t + \varphi)$$

aplicando la igualdad trigonométrica :

$$sen(\alpha \pm \beta) = sen\,\alpha\,\cos\beta \pm \cos\alpha\ sen\,\beta$$

obtenemos :

$$p(t) = 2\,U\,I\,\{sen(\omega t)[sen(\omega t)\cos\varphi + \cos(\omega t)\,sen\varphi]\} =$$
$$= 2\,U\,I\left[sen^2(\omega t)\cos\varphi + sen(\omega t)\cos(\omega t)\,sen\varphi\right] = 2\,U\,I\left[sen^2(\omega t)\cos\varphi + \frac{1}{2}sen(2\omega t)\,sen\varphi\right]$$

El valor medio de la potencia viene dado por :

$$P = \frac{1}{T}\int_{t=0}^{t=T} p(t)\,dt = \frac{1}{T}\,2\,U\,I\left[\cos\varphi\int_{t=0}^{t=T} sen^2(\omega t)\,dt + \frac{sen\varphi}{2}\int_{t=0}^{t=T} sen(2\omega t)\,dt\right] =$$
$$P = \frac{1}{T}\,2\,U\,I\left[\cos\varphi\;\frac{T}{2} + 0\right] = U\,I\,\cos\varphi$$

Teniendo en cuenta que el módulo de la impedancia viene dado por : $\mathbf{Z_C = U / I}$, se puede escribir :

$$P = I\,Z_C\,I\,\cos\varphi = I^2\,Z_C\,\cos\varphi = I^2\,R \qquad [W]$$

Entonces, el valor medio de la potencia instantánea suministrada por la fuente en el lazo R-C es igual a la potencia activa , **P** , disipada en la resistencia **R** debido a la ley de Joule.
La energía intercambiada entre la fuente y la capacidad queda reflejada en la potencia reactiva inductiva, $\mathbf{Q_c}$, cuya expresión es :

$$Q_c = X_C\,I^2 = X_C\,\frac{U}{Z_C}\,I = U\,I\,sen(\varphi) \quad [VAr]$$

Teniendo en cuenta que el intercambio de energía entre la fuente y la capacidad está en contrafase con el intercambio entre la fuente y una inductancia, se establece por convención que el factor de potencia de un lazo R- C varía entre cero y la unidad y es ***siempre negativo***.
Si la potencia activa se representa mediante el número real **P** y la potencia reactiva inductiva mediante el número imaginario $\mathbf{Q_c < -90^o}$, la potencia aparente **S ,** se puede expresar como un número complejo de la forma :

$$\dot{S} = P - j\,Q_c$$

Igual resultado se obtiene a partir de la definición de la potencia aparente compleja :

$$\dot{S} = \mathring{U}\,\mathring{I}^* = U\,e^{j\theta}\,I\,e^{-j(\theta+\varphi)} = U\,I\,e^{-j\varphi} = U\,I\cos(\varphi) - j\,U\,I\,sen(\varphi)$$

Si la fuente de tensión que alimenta el lazo R-C entrega una señal de valor constante , **U** , luego de transcurrido el transitorio de conexión el capacitor ideal habrá almacenado una carga tal que su tensión resulta igual y opuesta a la de la fuente y en consecuencia no circula corriente en régimen permanente.El lazo R-C alimentado con tensión de valor constante se comporta como un circuito abierto.

3-2.2.2.- Circuito R – L - C

Sea un lazo simple constituído por una fuente ideal de tensión alterna senoidal, **u = U $_{max}$ sen (ω t)** ,conectada a una resistencia ideal **R** , una bobina ideal , **L** y un capacitor ideal, **C**.Por tratarse de un lazo simple los elementos **R** , **L** y **C** son recorridos por la misma corriente eléctrica (conexión serie).Aplicando la ley de lazos de Kirchhoff debe cumplirse la siguiente igualdad :

$$u(t) = u_R(t) + u_L(t) + u_C(t) = i(t)R + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i\,dt$$

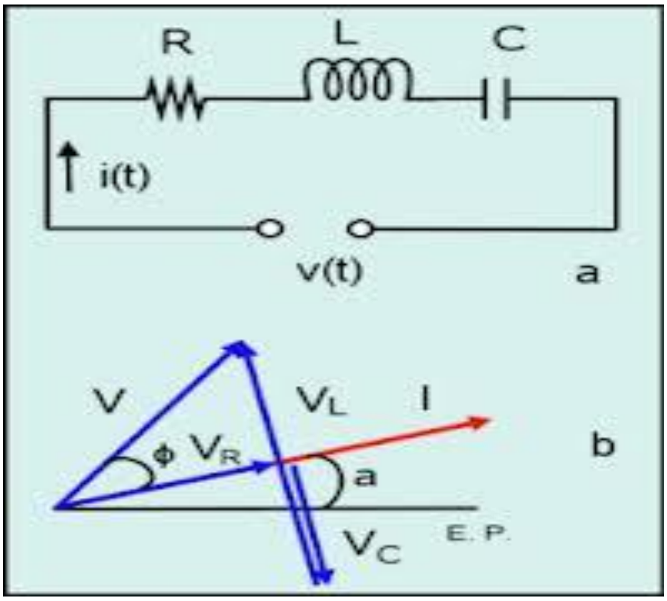
Una intensidad de corriente de la forma **i = I $_{max}$ sen (ω t)** , verifica las condiciones de funcionamiento de los elementos del circuito :
.- la tensión en la resistencia **R** debe estar en fase con la tensión de la fuente
.- la diferencia de fase entre la tensión en la inductancia **L** y la intensidad de corriente debe ser igual a 90º, estando la tensión adelantada a la corriente
.- la diferencia de fase entre la tensión en la capacidad **C** y la intensidad de corriente debe ser igual a 90º, estando la tensión retrasada respecto a la corriente
En efecto :

$$u(t) = \sqrt{2}\,R\,I\,sen\,(\omega t) + \sqrt{2}\,X_L\,I\,sen\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \sqrt{2}\,X_C\,I\,sen\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

Reemplazando las señales de tensión e intensidad de corriente por sus correspondientes fasores, obtenemos :

$$\mathring{U} = R\mathring{I} + \dot{X}_L\,\mathring{I} + \dot{X}_C\,\mathring{I} = \left(R + \dot{X}_L + \dot{X}_C\right)\mathring{I} = \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right]\mathring{I} = \dot{Z}\,\mathring{I}$$

En el siguiente gráfico se representa el diagrama fasorial correspondiente a un lazo R-L-C , inductivo :



La impedancia , **Z** , del lazo R-L-C viene dada por :

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(X_L - X_C \right)^2} \qquad ; \qquad \varphi = arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R} \right)$$

Dependiendo de los valores de **L** y **C** , la intensidad de corriente que recorre el lazo estará retrasada ($X_L > X_C$), en fase ($X_L = X_C$) o adelantada ($X_L < X_C$) respecto de la tensión de la fuente de alimentación.La expresión de la potencia aparente compleja del lazo R-L-C viene dada por :

$$\dot{S} = P + j\left(Q_i - Q_c \right) = I^2 R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) I^2$$

El factor de potencia del lazo R-L-C puede calcularse haciendo :

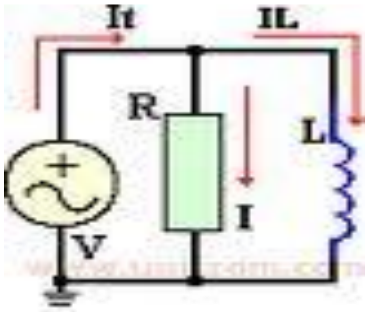
$$F\,P = \cos\left[arctg\left(\frac{Q_i - Q_c}{P} \right) \right]$$

La combinación adecuada de elementos **L** y **C** permite reducir el intercambio de energía reactiva entre la fuente y los elementos de circuito haciendo que el factor de potencia se eleve a valores próximos a la unidad.Esta técnica recibe el nombre de ***corrección del factor de potencia*** o también, ***compensación de energía reactiva***.
Desde el punto de vista físico, parte de la energía reactiva se intercambia entre los campos magnético y eléctrico de los elementos inductancia y capacidad, respectivamente y parte se intercambia entre la fuente de energía y el elemento que resulte más reactivo (**L** ó **C**).Si el intercambio de energía reactiva fuente-circuito es nulo (por ser iguales la reactancia inductiva , X_L y la reactancia capacitiva , X_C), la fuente sólo suministrará energía activa (factor de potencia unidad) y se dice, entonces, que el lazo R-L-C es ***resonante*** (ver Unidad 7).
Si la fuente de tensión que alimenta el lazo R-L-C entrega una señal de valor constante , **U** , la bobina ideal se comporta como un cortocitrcuito ideal y ,luego de transcurrido el transitorio de conexión el capacitor ideal habrá almacenado una carga tal que su tensión resulta igual y opuesta a la de la fuente. En consecuencia no circula corriente en régimen permanente.El lazo R-L-C alimentado con tensión de valor constante se comporta como un circuito abierto.

3-2.3.- Circuitos de múltiples lazos de dos elementos

3-2.3.1.- Circuito con R y L

Sea una una fuente ideal de tensión alterna senoidal, $u = U_{max}\,sen\,(\omega t)$ conectada a una resistencia ideal, **R** y a una bobina ideal, **L** , de forma tal que la diferencia de potencial aplicada a cada uno de los elementos de circuito sea igual a la tensión de la fuente (***conexión paralelo***) como se muestra en la siguiente figura :



El circuito presenta dos nodos (que coinciden con los terminales de la fuente) y tres lazos (rama activa + rama R rama activa + rama L ; rama R + rama L).
Si la intensidad de corriente que entrega la fuente de energía se simboliza con **i (t)** , aplicando la ley de nodos de Kirchhoff obtenemos :

$$i(t)=i_R(t)+i_L(t)=\frac{u(t)}{R}+\frac{1}{L}\int u(t)\,dt \qquad donde \quad u(t)=\sqrt{2}\,U\,sen(\omega t)$$

Desarrollando la ecuación anterior considerando régimen permanente obtenemos :

$$i(t)=\frac{\sqrt{2}\,U}{R}\,sen(\omega t)+\frac{\sqrt{2}\,U}{\omega L}\left[-\cos(\omega t)\right]=\frac{\sqrt{2}\,U}{R}\,sen(\omega t)+\frac{\sqrt{2}\,U}{\omega L}\,sen\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)$$

Reemplazando las señales alternas senoidales por sus correspondientes fasores, la ecuación anterior toma la forma :

$$\mathring{I}=\mathring{I}_R+\mathring{I}_L=\frac{\mathring{U}}{R}+\frac{\mathring{U}}{\dot{X}_L}=G\mathring{U}+\dot{B}_L\mathring{U}=\left(G-j\,B_L\right)\mathring{U}$$

El número complejo cuya parte real es la conductancia , **G** y cuya parte imaginaria viene dada por la suceptancia inductiva, **B** $_{\mathbf{L}}$ recibe el nombre de **admitancia inductiva , Y** $_{\mathbf{L}}$; en símbolos :

$$\dot{Y}_L=G-j\,\frac{1}{\omega L}$$

En general, dada una fuente de tensión alterna senoidal que suministra una dada intensidad de corriente alterna senoidal a un circuito eléctrico cualquiera , son válidas las siguientes expresiones :

$$\dot{Z}=\frac{\mathring{U}}{\mathring{I}} \qquad ; \qquad \dot{Y}=\frac{\mathring{I}}{\mathring{U}}$$

La impedancia **Z** se asocia a configuraciones tipo serie, mientras que la admitancia **Y** se asocia a configuraciones tipo paralelo.De las definiciones de impedancia y admitancia surge que :

$$\dot{Z}=\frac{1}{\dot{Y}}$$

Aplicando ésta relación al circuito paralelo R-L se lo puede transformar en un circuito serie equivalente.La equivalencia se debe a que al no modificarse las señales de tensión e intensidad de corriente proporcionadas por la fuente, no se alteran los valores de potencias activa y reactiva cedidos al circuito sea éste representado por una admitancia (paralelo) o una impedancia (serie).

$$\dot{Z}_{L,e}=\frac{1}{\dot{Y}_L}=\frac{1}{G-j\,B_L}=\frac{G}{G^2+B_L^2}+j\,\frac{B_L}{G^2+B_L^2}=R_e+j\,X_{L,e}$$

Se observa que al realizar la transformación paralelo-serie tanto la parte real como la parte imaginaria de la impedancia equivalente , **Z** $_{L,e}$ resultan combinaciones de los elementos **R** y **L** del circuito original; en efecto :

$$R_e = \frac{G}{G^2 + B_L^2} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(\omega L)^2}} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{R}{X_L^2}}$$

$$X_{L,e} = \frac{B_L}{G^2 + B_L^2} = \frac{\frac{1}{\omega L}}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(\omega L)^2}} = \frac{1}{\frac{X_L}{R^2} + \frac{1}{X_L}}$$

Dado un lazo simple R-L cuya impedancia viene dada por :

$$\dot{Z}_L = R + j\,X_L$$

aplicando el concepto de admitancia podemos hallar el equivalente paralelo del circuito serie dado :

$$\dot{Y}_{L,e} = \frac{1}{\dot{Z}_L} = \frac{1}{R + j\,X_L} = \frac{R}{R^2 + X_L^2} - j\,\frac{X_L}{R^2 + X_L^2} = G_e - j\,B_{L,e}$$

$$G_e = \frac{R}{R^2 + X_L^2} = \frac{1}{R + \frac{X_L^2}{R}} \qquad ; \qquad B_{L,e} = \frac{X_L}{R^2 + X_L^2} = \frac{1}{\frac{R^2}{X_L} + X_L}$$

3-2.3.2.- Circuito con R y C

Sea una una fuente ideal de tensión alterna senoidal, **u = U** $_{max}$ **sen (ω t)** conectada a una resistencia ideal, **R** y a un capacitor ideal, **C** , de forma tal que la diferencia de potencial aplicada a cada uno de los elementos de circuito sea igual a la tensión de la fuente (***conexión paralelo***) .El circuito presenta dos nodos (que coinciden con los terminales de la fuente) y tres lazos (rama activa + rama R rama activa + rama C ; rama R + rama C).Si la intensidad de corriente entregada por la fuente se simboliza **i (t)** , aplicando la ley de nodos de Kirchhoff obtenemos :

$$i(t) = i_R(t) + i_C(t) = \frac{u(t)}{R} + C\,\frac{du}{dt} \qquad donde \quad u(t) = \sqrt{2}\,U\,sen(\omega t)$$

Desarrollando la ecuación anterior considerando régimen permanente obtenemos :

$$i(t) = \frac{\sqrt{2}\,U}{R}\,sen(\omega t) + \sqrt{2}\,\omega C U \cos(\omega t) = \frac{\sqrt{2}\,U}{R}\,sen(\omega t) + \sqrt{2}\,\omega C U\,sen\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Reemplazando las señales alternas senoidales por sus correspondientes fasores, la ecuación anterior toma la forma :

$$\overset{\circ}{I} = \overset{\circ}{I}_R + \overset{\circ}{I}_C = \frac{\overset{\circ}{U}}{R} + \frac{\overset{\circ}{U}}{\dot{X}_C} = G\overset{\circ}{U} + \dot{B}_C\overset{\circ}{U} = \left(G + jB_C\right)\overset{\circ}{U}$$

El número complejo cuya parte real es la conductancia , **G** y cuya parte imaginaria viene dada por la suceptancia capacitiva, **B** $_C$ recibe el nombre de **admitancia capacitiva , Y** $_C$; en símbolos :

$$\dot{Y}_C = G + j\omega C$$

Aplicando la definición de impedancia se puede hallar el circuito serie equivalente al paralelo R-C.En efecto :

$$\dot{Z}_{C,e} = \frac{1}{\dot{Y}_C} = \frac{1}{G + jB_C} = \frac{G}{G^2 + B_C^2} - j\frac{B_C}{G^2 + B_C^2} = R_e + jX_{C,e}$$

$$R_e = \frac{G}{G^2 + B_C^2} = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{R}{X_C^2}} \quad ; \quad X_{C,e} = \frac{B_C}{G^2 + B_C^2} = \frac{\frac{1}{X_C}}{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_C^2}} = \frac{1}{\frac{X_C}{R^2} + \frac{1}{X_C}}$$

Dado un lazo simple R-C cuya impedancia viene dada por :

$$\dot{Z}_C = R - jX_C$$

aplicando el concepto de admitancia podemos hallar el equivalente paralelo del circuito serie dado :

$$\dot{Y}_{C,e} = \frac{1}{\dot{Z}_C} = \frac{1}{R - jX_C} = \frac{R}{R^2 + X_C^2} + j\frac{X_C}{R^2 + X_C^2} = G_e + jB_{C,e}$$

$$G_e = \frac{R}{R^2 + X_C^2} = \frac{1}{R + \frac{X_C^2}{R}} \quad ; \quad B_{C,e} = \frac{X_C}{R^2 + X_C^2} = \frac{1}{\frac{R^2}{X_C} + X_C}$$

3-2.3.3.- Inmitancia.Ejercicios de aplicación

Se define como **inmitancia** a la relación entre la tensión y la intensidad de corriente en un elemento cualquiera de circuito que posea dos terminales.En consecuencia, tanto la impedancia como la admitancia pueden considerarse casos particulares de un concepto más general definido como inmitancia.
Se proponen a continuación algunos ejercicios de cálculo de inmitancia cuyos resultados se dan al final de la Unidad 3.

01.- Calcular la inmitancia y los parámetros de un circuito tal que aplicarle una tensión dada por :

$u(t) = 311\, sen\left(2500t + 170^\circ\right)\ [V]$ circula una intensidad de corriente dada por :

$i(t) = 15{,}5\, sen\left(2500t - 145^\circ\right)\ [A]$

02.- A un circuito R C serie donde R = 10 [Ω] y C = 55 [μ F] se le aplica una tensión senoidal de frecuencia tal que la corriente adelanta 30º a la tensión.¿ Cuál es el valor de dicha frecuencia ?

03.- En un circuito serie R L donde R = 5 [Ω] la intensidad de corriente retrasa 80º respecto de la tensión. Calcular la admitancia de dicho circuito.

04.- En un circuito serie R C alimentado con tensión alterna senoidal de frecuencia 60 [Hz] , la corriente adelanta 45º respecto de la tensión.La capacidad es de 25 [μ F].Calcular el valor de la resistencia R.

05.- En un circuito serie R L alimentado con tensión senoidal a 60 [Hz], la corriente retrasa 53º,1 respecto de la tensión.La inductancia es de 21,2 [mH].Calcular la admitancia del circuito.

06.- El ángulo de fase de la impedancia de un circuito serie R C es de – 45º a una frecuencia de 500 [Hz].La resistencia es de 10 [Ω].Calcular la frecuencia para la que se duplica el módulo de la impedancia respecto de su valor a 500 [Hz]

07.- La tensión y la intensidad de corriente en un circuito serie de dos elementos valen :

$\mathbf{U} = 150\, e^{-j\,120^\circ}\ [V]$ $\qquad$ $\mathbf{I} = 7{,}5\, e^{-j\,90^\circ}\ [A]$

En qué porcentaje debe variar la resistencia del circuito para que el valor eficaz de la intensidad de corriente sea igual a 12 [A].¿ Cuánto valdrá el ángulo de fase de la corriente con el nuevo valor de resistencia ?

08.- Al conectar un dado circuito a una fuente cuya tensión viene dada por :

$$u(t) = \sqrt{2}\ 150\ sen\left(2000\, t - \frac{\pi}{4}\right)\ [V]$$

se establece una intensidad de corriente dada por : $\mathbf{I} = 4{,}74\, e^{-j\,130^\circ}$ [A].Sin modificar el circuito se lo desconecta de la fuente indicada y se lo alimenta con otra fuente de tensión de frecuencia diferente resultando que la corriente retrasa 30º respecto de la tensión. ¿ Cuál es el valor de la frecuencia de la segunda fuente ?

09-. Las caídas de tensión en cada una de tres impedancias conectadas en serie valen :

$u_{Z_1} = 70{,}7\ sen\left(\omega t + 30^\circ\right)\ [V]$ $\qquad$ $u_{Z_2} = 28{,}3\, sen\left(\omega t + 120^\circ\right)\ [V]$

$u_{Z_3} = 14{,}14 \cos\left(\omega t - 30^\circ\right)\ [V]$

La intensidad de corriente en la serie viene dada por : $\mathbf{I} = 5\, e^{j\,15^\circ}$.Calcular los elementos del circuito paralelo equivalente.

10.- Las intensidades de corriente en cada una de las ramas de un circuito formado por tres impedancias en paralelo vienen dadas por :

$$i_1 = 14{,}14\, sen\left(\omega t + 45^\circ\right) \quad [A] \qquad\qquad i_2 = 14{,}14\, sen\left(\omega t - 75^\circ\right) \quad [A]$$
$$i_3 = 14{,}14\, sen\left(\omega t - 150^\circ\right) \quad [A]$$

La tensión aplicada vale : **U** = 24 $e^{-j\,120^\circ}$ [V].Calcular los elementos del circuito serie equivalente

----

Respuestas

01.- **Z** = 20,1 $e^{j\,45^\circ}$; R = 14,19 [Ω] L = 5,7 [mH]

Y = 0,05 $e^{-j\,45^\circ}$; G = 0,035 [S] L = 11,4 [mH]

02.- f = 501 [Hz]

03.- **Y** = 0,035 $e^{-j\,80^\circ}$ [S]

04.- R = 106 [Ω]

05.- **Y** = 0,10 $e^{j\,53,1^\circ}$ [S]

06.- f = 189 [Hz]

07.- La resistencia debe reducirse al 43 % del valor para el cual I = 7,5 [A].
El ángulo de fase de la corriente con la resistencia modificada vale : - 66,4º

08.- f = 16 [Hz]

09.- G = 0,08 [S] ; B_L = 0,04 [S]

10.- R = 2,49 [Ω] ; X_L = 1,91 [Ω]