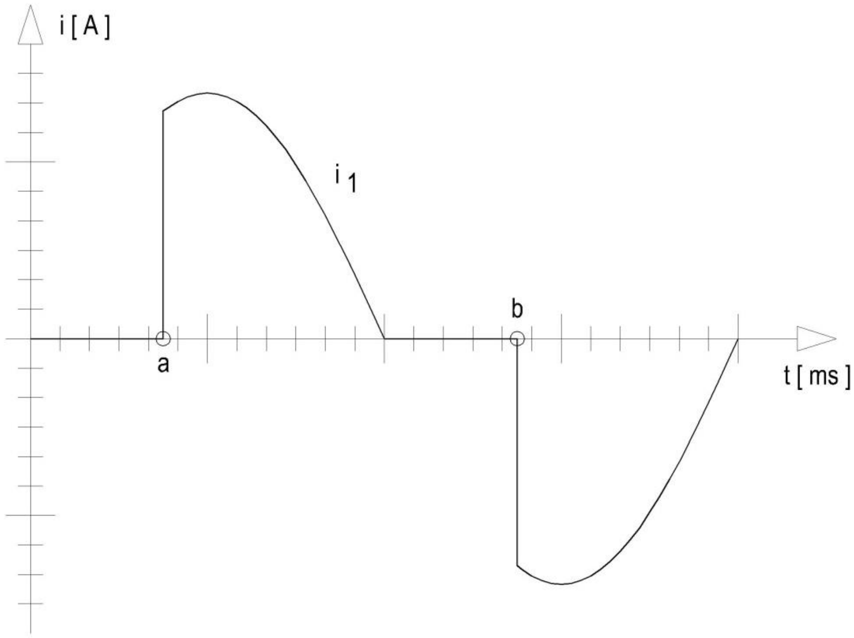
U2.13.- Hallar el valor eficaz de la señal de corriente cuya forma de onda se representa en el siguiente gráfico (escala **t** = 0,6 [ms/div]).La componente senoidal $\mathbf{i_1}$ (t) viene dada por :

$$i_1(t) = 45{,}2 \text{ sen } (360\, t) \; [\,A\,]$$



RESPUESTA: **I** = **29,28** [A]

SOLUCIÓN U2.13

El valor eficaz (**I**) de la señal de corriente dada, se obtiene aplicando la siguiente expresión :

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{o}^{T} [\,i(t)\,]^2\, dt}$$

El período de la señal coincide con el de su componente senoidal $\mathbf{i_1}$ (t), por lo tanto :

$$T = \frac{2\,\pi}{\omega} = \frac{2\times 3{,}1416}{360} = 17{,}5\times 10^{-3}\,[\,s\,]$$

Teniendo en cuenta que la señal es nula desde t = 0 hasta t = t_a y, desde t = T/2 hasta t = t_b , la expresión de cálculo del valor eficaz puede escribirse :

$$I^2 = \frac{1}{T}\int_{t_a}^{T/2} [\,i_1(t)\,]^2\, dt + \frac{1}{T}\int_{t_b}^{T} [\,i_1(t)\,]^2\, dt$$

Debido a la simetría de la forma de onda de la señal dada los valores de ambos términos de la expresión anterior son iguales; en consecuencia :

$$I^2 = \frac{2}{T}\int_{t_a}^{T/2}\left[i_1(t)\right]^2\,dt$$

La fase **t a** viene dada por :

$$t_a = (n^o\ div)\times(ms/div) = 4{,}5\times 0{,}6 = 2{,}7\,[ms] = 2{,}7\times 10^{-3}\,[s]$$

Reemplazando valores se obtiene :

$$I^2 = \frac{2}{17{,}5\times 10^{-3}}\int_{2{,}7\times 10^{-3}}^{8{,}75\times 10-3}\left[45{,}2\,sen(360t)\right]^2\,dt$$

$$I^2 = \frac{2\times(45{,}2)^2}{17{,}5\times 10^{-3}}\int_{2{,}7\times 10^{-3}}^{8{,}75\times 10^{-3}}\left[sen(360t)\right]^2\,dt$$

$$I^2 = 233{,}4903\times 10^3\int_{2{,}7\times 10^{-3}}^{8{,}75\times 10^{-3}}\left[sen(360t)\right]^2\,dt$$

En general, la integral de la función **sen^2 (ω t)** tiene la siguiente solución :

$$\int_{t_1}^{t_2}\left[sen(\omega t)\right]^2\,dt = \int_{t_1}^{t_2}\left[1-\cos^2(\omega t)\right]\,dt = \int_{t_1}^{t_2}\left[1-\frac{1}{2}-\frac{\cos(2\,\omega t)}{2}\right]dt =$$

$$= \frac{1}{2}\int_{t_1}^{t_2}dt - \frac{1}{2}\int_{t_1}^{t_2}\cos(2\,\omega t)dt = \frac{t_2 - t_1}{2} - \frac{1}{4\omega}\left[sen(2\omega t_2) - sen(2\omega t_1)\right]$$

Resulta entonces :

$$I^2 = 233{,}4903\times 10^3\left\{\frac{(8{,}75-2{,}7)\times 10^{-3}}{2} - \frac{1}{4\times 360}\left[0 - sen\left(2\times 360\times 2{,}7\times 10^{-3}\right)\right]\right\}$$

Atención : los argumentos de las funciones trigonométricas están expresados en [rad]

$$I^2 = 233{,}4903\times 10^3\left[3{,}025\times 10^{-3} + 6{,}94\times 10^{-4}\times sen\left(1{,}944\,\frac{180}{3{,}1416}\right)\right]$$

$$I^2 = 233{,}4903\times 10^3\left(3{,}025\times 10^{-3} + 6{,}94\times 10^{-4}\times 0{,}9312\right) = 857{,}20 \quad \therefore \quad I = 29{,}28\,[A]$$