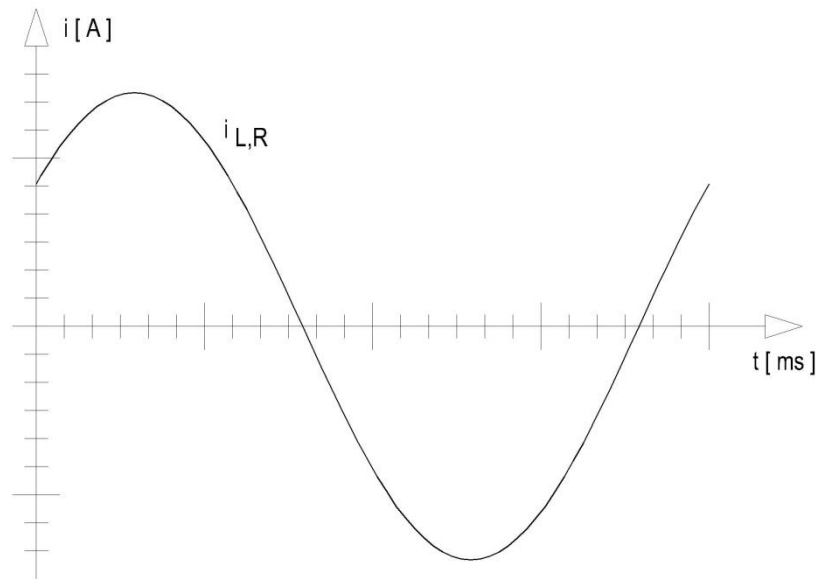




U2.15.- En el siguiente gráfico (escala t [ms] = 0,9 [ms/div]) se representa la forma de onda de una de las intensidades de corriente de línea de un sistema trifásico, equilibrado, simétrico, secuencia inversa, creado por una fuente conectada en estrella cuyo valor eficaz de tensión de línea es : $U_L = 405$ [V].El valor medio de módulo ($I_{med,mod}$) de la señal dada es igual a 49,5 [A].La señal $i_{L,R}(t)$ retrasa 3,3 [ms]respecto de la señal $u_{f,R}(t)$.Hallar la terna de los fasores correspondientes a las tensiones de fase del sistema y dibujar en un mismo gráfico dicha terna y la correspondiente a las intensidades de corriente y tensiones de línea.



RESPUESTA: $\dot{U}_{f,R} = 234 \angle 92,5^\circ$ [V] ; $\dot{U}_{f,S} = 234 \angle 212,5^\circ$ [V]
 $\dot{U}_{f,T} = 234 \angle -27,5^\circ$ [V]

SOLUCIÓN U2.15

La expresión de la señal de intensidad de corriente de línea, $i_{L,R}$ es la siguiente :

$$i_{L,R}(t) = \hat{I}_{L,R} \sin(\omega t + \theta_{i_{L,R}}) \text{ [A]}$$

El fasor representativo de dicha señal alterna senoidal viene dado por :

$$\dot{I}_{L,R} = I_{L,R} \angle \theta_{i_{L,R}} \text{ [A]}$$

El valor eficaz de la señal dada es igual a :

$$I_{L,R} = |\bar{I}_{L,R}| \times F_f = 49,5 \times 1,11 = 54,95 \cong 55 \text{ [A]}$$

Para hallar la fase inicial ($\theta_{i_{L,R}}$ [°]) partiendo de la representación gráfica de la forma de onda de la señal se determina, en primer lugar, la fase correspondiente al valor pico positivo más cercano al origen de coordenadas.



$$\text{para } i_{L,R}(t) = \hat{I}_{L,R} \quad t\left(\hat{I}_{L,R}\right) = (n^{\circ} \text{ div}) \times (ms / \text{div}) = 3,5 \times 0,9 = 3,15 [ms]$$

La condición para que una dada señal alterna senoidal tenga un valor instantáneo igual al valor pico positivo, viene dada por :

$$i(t) = \hat{I} \Rightarrow \sin\left[\omega t\left(\hat{I}\right) + \theta\right] = 1 \Rightarrow \omega t\left(\hat{I}\right) + \theta = 90 [^{\circ}]$$

La fase inicial ($\theta i_{L,R}$) resulta entonces igual a :

$$\theta i_{L,R} [^{\circ}] = 90 [^{\circ}] - \omega t\left(\hat{I}_{L,R}\right) [^{\circ}] \quad [1]$$

El valor de la pulsación (ω), expresado en $[^{\circ}]$, viene dado por :

$$\omega [^{\circ}/s] = \frac{2\pi [rad]}{T [s]} \frac{180 [^{\circ}]}{\pi [rad]} = \frac{360 [^{\circ}]}{T [s]}$$

El período, T , para la señal de corriente dada, vale :

$$T = 2 \times (n^{\circ} \text{ div semiciclo}) \times (ms / \text{div}) = 2 \times 12 \times 0,9 = 21,6 [ms]$$

en consecuencia :

$$\omega [^{\circ}/s] = \frac{360 [^{\circ}]}{T [s]} = \frac{360}{21,6 \times 10^{-3}} = 16,67 \times 10^3 [^{\circ}/s]$$

Reemplazando valores en la expresión [1] se obtienen la fase inicial para la señal de corriente dada :

$$\theta i_{L,R} [^{\circ}] = 90 [^{\circ}] - \omega t\left(\hat{I}_{L,R}\right) [^{\circ}] = 90 - 16,67 \times 10^3 \times 3,15 \times 10^{-3} = 37,5 [^{\circ}]$$

El fasor representativo de la intensidad de corriente de línea **R**, viene dado por :

$$\overset{\circ}{I}_{L,R} = I_{L,R} \angle \theta i_{L,R} = 55 \angle 37,5^{\circ} [A]$$

Como el sistema trifásico es equilibrado ($I_{L,R} = I_{L,S} = I_{L,T} = I_L$), simétrico y de secuencia inversa, los fasores correspondientes a las intensidades de corriente de línea, **S** y **T**, vienen dados por :

$$\overset{\circ}{I}_{L,S} = I_L \angle \theta i_{L,R} + 120^{\circ} = 55 \angle 37,5^{\circ} + 120^{\circ} = 55 \angle 157,5^{\circ} [A]$$

$$\overset{\circ}{I}_{L,T} = I_L \angle \theta i_{L,R} - 120^{\circ} = 55 \angle 37,5^{\circ} - 120^{\circ} = 55 \angle -82,5^{\circ} [A]$$

La señal $i_{L,R}(t)$ retrasa 3,3 [ms] respecto de la señal $u_{f,R}(t)$, valor que expresado en $[^{\circ}]$ resulta igual a :

$$\Delta \theta_{i_{L,R}; u_{f,R}} = \Delta t_{i_{L,R}; u_{f,R}} \frac{360 [^{\circ}]}{T [ms]} = 3,3 \times \frac{360}{21,6} = 55 [^{\circ}]$$

Por otra parte, el valor eficaz de la tensión de fase, tratándose de un sistema trifásico equilibrado y simétrico, viene dado por :

$$U_f = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{405}{1,7321} = 233,82 \cong 234 [V]$$



El fasor correspondiente a la señal $u_{f,R}(t)$ adelanta 55° al de la señal $i_{L,R}(t)$ y viene dado por :

$$\dot{U}_{f,R} = U_f \angle \theta i_{L,R} + \Delta \theta_{i_{L,R}; u_{f,R}} = 234 \angle 37,5^\circ + 55^\circ = 234 \angle 92,5^\circ [V]$$

Como el sistema trifásico es equilibrado ($U_{f,R} = U_{f,S} = U_{f,T} = U_f$), simétrico y de secuencia inversa, los fasores correspondientes a las tensiones de fase, **S** y **T**, vienen dados por :

$$\dot{U}_{f,S} = U_f \angle \theta u_{f,R} + 120^\circ = 234 \angle 92,5^\circ + 120^\circ = 234 \angle 212,5^\circ [V]$$

$$\dot{U}_{f,T} = U_f \angle \theta u_{f,R} - 120^\circ = 234 \angle 92,5^\circ - 120^\circ = 234 \angle -27,5^\circ [V]$$

En todo sistema trifásico, equilibrado, simétrico de secuencia inversa, los fasores correspondientes a las tensiones de línea retrasan 30° a los fasores de tensiones de fase respectivos. En consecuencia, la terna de fasores de tensiones de línea resulta igual a :

$$\dot{U}_{R,S} = U_L \angle \theta u_{f,R} - 30^\circ = 405 \angle 92,5^\circ - 30^\circ = 405 \angle 62,5^\circ [V]$$

$$\dot{U}_{S,T} = U_L \angle \theta u_{f,S} - 30^\circ = 405 \angle 212,5^\circ - 30^\circ = 405 \angle 182,5^\circ [V]$$

$$\dot{U}_{T,R} = U_L \angle \theta u_{f,T} - 30^\circ = 405 \angle -27,5^\circ - 30^\circ = 405 \angle -57,5^\circ [V]$$

En el siguiente gráfico se representan las ternas de intensidades de corriente de línea y de fase del sistema considerado :

