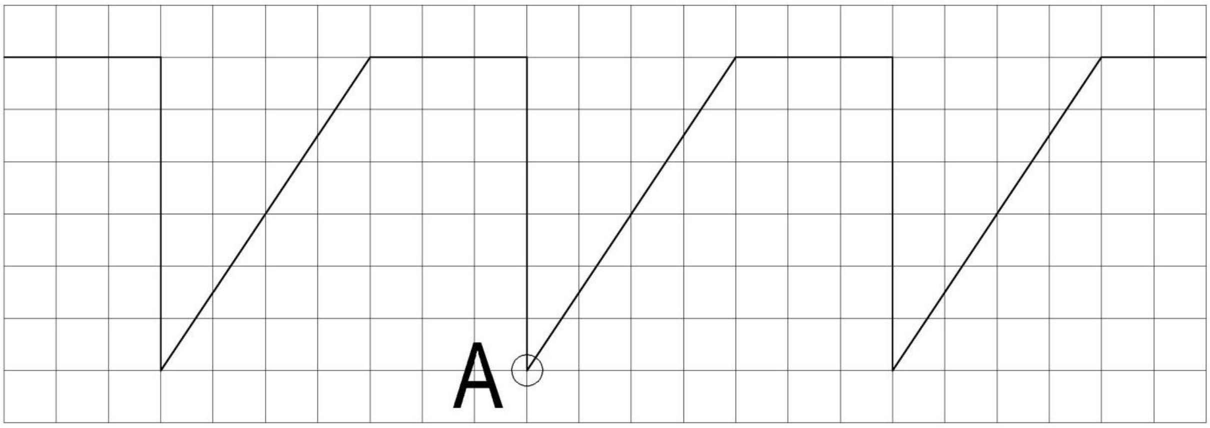
U2.02.- Para la señal de intensidad de corriente, cuya forma de onda se muestra en el siguiente oscilograma, siendo las escalas de 5 [A/div] en sentido vertical y 2,5 [ms/div] en sentido horizontal, hallar :

a.- los factores de forma, de media de módulo y de cresta de la señal dada

b.- obtener la expresión de una señal senoidal alterna de frecuencia igual a 75 [Hz] tal que transporte igual cantidad de carga eléctrica (luego de rectificarla por onda completa) que la señal dada en intervalos iguales a un período.

c.- obtener la expresión de una señal senoidal alterna de frecuencia igual a 55 [Hz] tal que transporte igual cantidad de energía que la señal dada en intervalos iguales a un período.



RESPUESTAS :

a.- $\mathbf{F_f} = 1{,}10$ $\quad F_{|me|} = 1{,}4$ $\quad \mathbf{F_c} = 1{,}27$

b.- $i_2(t) = 44{,}19\, sen(471{,}24\, t)\ [A]$

c.- $i_3(t) = 32{,}74\, sen(345{,}58\, t)\ [A]$

SOLUCIÓN U2.02.a

Para obtener los factores característicos de la señal dada es necesario hallar sus valores medio de módulo y eficaz.Considerando el origen del par de ejes coordenados valor instantáneo [$\mathbf{i_1(t)}$] – fase [(**t**)] en el punto **A**, el análisis de la forma de onda mostrada en el oscilograma indica que la señal es periódica, no senoidal y sólo toma valores instantáneos positivos.En consecuencia, el valor medio de módulo resulta igual valor medio.

Aplicando la interpretación geométrica del valor medio, resulta :

$$\bar{I}_1 = \frac{1}{T} \times (\acute{a}rea\ ciclo)$$

Partiendo del punto **A** los valores instantáneos se repiten a intervalos iguales a siete (7) divisiones en sentido horizontal.El período (**T**) de la señal resulta igual a :

$$T = \left(n^{o}\, div \right) \times \left(t / div \right) = 7 \times 2{,}5 = 17{,}5 \; \left[ms \right]$$

La señal varía desde cero hasta alcanzar el máximo en un intervalo igual a 4 / 7 T y luego permanece constante durante el resto del período (3/7 T).El valor máximo viene dado por :

$$\hat{I}_{1} = \left(n^{o}\, div \right) \times \left(A / div \right) = 6 \times 5 = 30 \; \left[A \right]$$

El valor medio resulta entonces igual a :

$$\bar{I}_{1} = \frac{1}{T} \times \left(\acute{a}rea\ ciclo \right) = \frac{1}{T} \left(\frac{\hat{I}_{1} \times \frac{4}{7} T}{2} + \hat{I}_{1} \times \frac{3}{7} T \right) = \hat{I}_{1} \times \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{7} \right) =$$

$$\bar{I}_{1} = 30 \times \frac{5}{7} = 21{,}43 \left[A \right]$$

La función **i_1 (t)** presenta una discontinuidad para la fase t = 4/7 T , resultando necesario definirla matemáticamente por intervalos :

$$i_{1}\left(t \right) = \ mt \quad \left(0 \le t \le \frac{4}{7} T \right) \quad ; \quad i_{1}\left(t \right) = \hat{I}_{1} \quad \left(\frac{4}{7} T \le t \le T \right)$$

donde, **m** , es la pendiente de la recta correspondiente y viene dada por :

$$m = \frac{\hat{I}_{1}}{\frac{4}{7} T} = \frac{30}{\frac{4}{7} \times 17{,}5} = 3 \left[A / ms \right]$$

en consecuencia :

$$i_{1}\left(t \right) = \ 3\, t \quad \left(0 \le t \le \frac{4}{7} T \right) \quad ; \quad i_{1}\left(t \right) = \hat{I}_{1} \quad \left(\frac{4}{7} T \le t \le T \right)$$

Para hallar el valor eficaz (**I_1**) de la señal dada debe realizarse el siguiente cálculo :

$$I_{1} = \sqrt{ \frac{1}{T} \int_{0}^{T} \left[i_{1}\left(t \right) \right]^{2} \, dt }$$

desarrollando la expresión anterior se obtiene :

$$I_1^{\ 2} = \frac{1}{T}\int_0^{4/7T}(\ 3\times t\ )^2\ dt + \frac{1}{T}\int_{4/7T}^{T}(30)^2\ dt = \frac{9}{T}\left[\frac{\left(\frac{4}{7}T\right)^3 - 0}{3}\right] + \frac{900}{T}\left(T - \frac{4}{7}T\right) =$$

$$I_1^{\ 2} = \frac{9\times 64}{3\times 343}\times T^{\ 2} + \frac{3}{7}\times 900 = 0{,}5598\times 17{,}5^{\ 2} + 385{,}7143 = 557{,}1531\left[A^{\ 2}\right]$$

$$I_1 = \sqrt{557{,}1531} = 23{,}6\left[A\right]$$

El factor de forma (**F f**) de la señal viene dado por :

$$F_f = \frac{I_1}{\overline{I}_1} = \frac{23{,}6}{21{,}43} = 1{,}1013 \cong 1{,}10$$

El factor de media de módulo (**F me**) viene dado por :

$$F_{|me|} = \frac{\hat{I}_1}{\left|\overline{I}_1\right|} = \frac{30}{21{,}45} = 1{,}4$$

El factor de cresta (**F c**) viene dado por :

$$F_c = \frac{\hat{I}_1}{I_1} = \frac{30}{23{,}6} = 1{,}27$$

<u>SOLUCIÓN U2.02.b</u>

La condición de igualdad de transporte de carga entre dos señales considerando el intervalo de un período viene dada por :

$$\left|\overline{I}_1\right| T_1 = \left|\overline{I}_2\right| T_2 \qquad [1]$$

La señal dada tiene un valor medio de módulo igual a 21,43 [A] y un período de 17,5 [ms].La señal senoidal equivalente tiene un período igual a :

$$T_2 = \frac{1}{f_2} = \frac{1}{75} = 0{,}0133\left[s\right] = 13{,}33\left[ms\right]$$

Empleando la igualdad [1] se obtiene :

$$\left|\overline{I}_2\right| = \left|\overline{I}_1\right|\frac{T_1}{T_2} = 21{,}43\,\frac{17{,}5}{13{,}33} = 28{,}13\left[A\right]$$

El factor de media de módulo para una señal senoidal vale :

$$F_{|me|} = \frac{\hat{I}_2}{\left|\bar{I}_2\right|} = \frac{\pi}{2} \quad \therefore \quad \hat{I}_2 = \frac{\pi}{2}\left|\bar{I}_2\right| = \frac{3{,}1416}{2}\times 28{,}13 = 44{,}19\,[A]$$

La expresión de la señal senoidal que transporta igual cantidad de carga (rectificada por onda completa) que la señal dada en un lapso igual a un período, resulta :

$$i_2(t) = \hat{I}_2\, sen(2\,\pi\, f\, t) = 44{,}19\, sen(2\times 3{,}1416\times 75\times t) =$$

$$i_2(t) = 44{,}19\, sen(471{,}24\, t) \quad [A]$$

SOLUCIÓN U2.02.c

La condición de igualdad de transporte de energía entre dos señales considerando el intervalo de un período viene dada por :

$$I_1^{\,2}\, T_1 = I_3^{\,2}\, T_3 \quad [1]$$

La señal dada tiene un valor eficaz igual a 23,6 [A] y un período de 17,5 [ms].La señal senoidal equivalente tiene un período igual a :

$$T_3 = \frac{1}{f_3} = \frac{1}{55} = 0{,}0182\,[s] = 18{,}18\,[ms]$$

Empleando la igualdad [1] se obtiene :

$$I_3^{\,2} = I_1^{\,2}\,\frac{T_1}{T_2} = (23{,}6)^2\,\frac{17{,}5}{18{,}18} = 536{,}1276\,[A^2] \quad \therefore \quad I_3 = \sqrt{536{,}1276} = 23{,}15\,[A]$$

El factor de cresta para una señal senoidal vale :

$$F_c = \frac{\hat{I}_3}{I_3} = \sqrt{2} \quad \therefore \quad \hat{I}_3 = \sqrt{2}\, I_3 = 1{,}4142\times 23{,}15 = 32{,}74\,[A]$$

La expresión de la señal senoidal que transporta igual cantidad de energía que la señal dada en un lapso igual a un período, resulta :

$$i_3(t) = \hat{I}_3\, sen(2\,\pi\, f\, t) = 32{,}74\, sen(2\times 3{,}1416\times 55\times t) =$$

$$i_3(t) = 32{,}74\, sen(345{,}58\, t) \quad [A]$$