TAREA RESUELTA CLASE 08 (01-06-20)

Cuestionario

2.- Dada la siguiente señal determinar :
a.- valor instantáneo para el instante **t** = **2,45 T**
b.- fase inicial angular y temporal

$$u\,[kV] = 5{,}75 \times \cos\left(408{,}5\,t + \frac{2}{7}\,\pi\right)$$

Solución 2.a.- :

Se determina el valor del período **T** , haciendo :

$$T\,[ms] = \frac{2\times\pi}{\omega}\times 1000 = \frac{2\times 3{,}1416}{408{,}5}\times 1000 = 15{,}38\,[ms]$$

Luego se resuelve la expresión de la señal para el instante de tiempo pedido :

$$u\,(t = 2{,}45\times T) = 5{,}75\times\cos\left(408{,}5\times 2{,}45\times 15{,}38\times 10^{-3}\times\frac{180}{3{,}1416} + \frac{2}{7}\,180\right)$$

$$u\,(t = 2{,}45\times T) = 5{,}75\times\cos\,(881{,}93 + 51{,}43) = -\,4{,}8026\,[kV]$$

Solución 2.b.- :

Se reemplaza la función coseno por la función seno, obteniéndose :

$$u\,[kV] = 5{,}75\times sen\left(408{,}5\,t + \frac{2}{7}\,\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 5{,}75\times sen\left(408{,}5\,t + \frac{11}{14}\,\pi\right)$$

La fase inicial angular vale :

$$\theta_{u,0} = \frac{11}{14}\times 180 = 141{,}43\,[\,^{\circ}\,]$$

La fase inicial temporal vale :

$$t_{u,0} = \frac{\theta_{u,0}}{360^{\circ}}\times T = \frac{141{,}43}{360}\times 15{,}38 = 6{,}04\,[ms]$$

RESPUESTA : a.- para **t = 2,45 T** la tensión vale : **- 4,8026 [kV]**
b.- fase inicial angular : **141,43 [º] ;** fase temporal inicial : **6,04 [ms]**

3.- Dada la siguiente señal escribir la expresión de otra señal tal que su valor medio de módulo sea un **46 %** mayor que el valor eficaz de la señal dada y esté retrasada **0,85 T** respecto de aquélla.

$$i_1\,[mA] = 38{,}6\times\cos\left(325{,}8\,t - \frac{11}{9}\,\pi\right)$$

Solución :

Se determina el valor eficaz de la señal dada haciendo :

$$I_1 = \frac{\widehat{I}_1}{\sqrt{2}} = \frac{38{,}6}{1{,}4142} = 27{,}2946\left[mA\right]$$.

Luego se calcula el valor medio de módulo de la señal pedida, haciendo :

$$\left|\bar{I}_2\right| = 1{,}46 \times I_1 = 1{,}46 \times 27{,}2946 = 39{,}8501\left[mA\right]$$

Conocido el valor medio de módulo de la señal pedida hallamos su valor máximo, haciendo :

$$\widehat{I}_2 = \frac{\pi}{2} \times \left|\bar{I}_2\right| = \frac{3{,}1416}{2} \times 39{,}8501 = 62{,}5965\left[mA\right]$$

Para hallar la fase angular inicial de la señal dada, se reemplaza en su expresión la función coseno por la función seno, resultando :

$$i_1\left[mA\right] = 38{,}6 \times sen\left(325{,}8\,t - \frac{11}{9}\pi + \frac{\pi}{2}\right) = 38{,}6 \times sen\left(325{,}8\,t - \frac{13}{18}\pi\right)$$

de donde :

$$\theta_{1,0} = -\frac{13}{18} \times 180 = -130\left[^{\circ}\right]$$

Luego debe hallarse el período de la señal, haciendo :

$$T\left[ms\right] = \frac{2 \times \pi}{\omega} \times 1000 = \frac{2 \times 3{,}1416}{325{,}8} \times 1000 = 19{,}29\left[ms\right]$$

La diferencia de fase pedida vale :

$$\Delta T = 0{,}85 \times T = 0{,}85 \times 19{,}29 = 16{,}40\left[ms\right]$$

La diferencia de fase temporal debe expresarse en forma angular haciendo :

$$\Delta\theta = \frac{\Delta t}{T} \times 360^{\circ} = \frac{16{,}40}{19{,}29} \times 360^{\circ} = 306{,}07\left[^{\circ}\right]$$

Como la señal pedida debe estar retrasada respecto de la señal dada, se debe verificar :

$$\Delta\theta = -306{,}07\left[^{\circ}\right]$$

Entonces la fase inicial de la señal pedida viene dada por :

$$\theta_{1,0} - \theta_{2,0} = \Delta\theta \quad \therefore \quad \theta_{2,0} = \theta_{1,0} - \Delta\theta = -130^{\circ} - \left(-306{,}07^{\circ}\right) = 176{,}07^{\circ}$$

La expresión de la señal pedida resulta entonces :

$$i_2\left[mA\right] = 62{,}5965 \times sen\left(325{,}8 \times \frac{180^{\circ}}{\pi}\,t + 176{,}07^{\circ}\right)$$

$$i_2\left[mA\right] = 62{,}5965 \times sen\left(18666{,}92\,t + 176{,}07^{\circ}\right)$$

RESPUESTA : la señal pedida es : $i_2\left[mA\right] = 62{,}5965 \times sen\left(18666{,}92\,t + 176{,}07^{\circ}\right)$

4.- Dadas las siguientes señales hallar la expresión de una señal cuyo valor pico a pico sea igual al cociente que resulta de dividir el valor eficaz de la señal **u 1** por el valor medio de módulo de la señal **u 2** , tal que esté desfasada en un mismo valor angular respecto de las señales dadas.

$$u_1\left[kV\right]=85{,}27\times\cos\left(348{,}25\,t+\frac{2}{5}\,\pi\right) \qquad u_2\left[V\right]=306{,}28\times sen\left(348{,}25\,t+\frac{33}{45}\,\pi\right)$$

<u>Solución</u> :

Se determina el valor eficaz de la señal **u 1** , haciendo :

$$U_1=\frac{\widehat{U}_1}{\sqrt{2}}=\frac{85{,}27}{1{,}4142}=60{,}2956\left[kV\right] \quad .$$

Se determina el valor medio de módulo de la señal **u 2** , haciendo :

$$\left|\overline{U}_2\right|=\frac{2}{\pi}\times\widehat{U}_2=\frac{2}{3{,}1416}\times 306{,}28=194{,}9834\left[V\right]$$

Luego se halla el valor pico a pico de la señal pedida :

$$U_{3PP}=\frac{U_1}{\left|\overline{U}_2\right|}=\frac{60{,}2956\times 10^3}{194{,}9834}=309{,}2345\left[V\right]$$

Luego, el valor pico de la señal pedida vale :

$$\widehat{U}_3=\frac{U_{3PP}}{2}=\frac{309{,}2345}{2}=154{,}6173\left[V\right]$$

Para hallar la diferencia angular de fase entre las señales **u 1** y **u 2** , es preciso que ambas estén expresadas por funciones seno. Entonces :

$$u_1\left[kV\right]=85{,}27\times\cos\left(348{,}25\,t+\frac{2}{5}\,\pi\right)=85{,}27\times sen\left(348{,}25\,t+\frac{2}{5}\,\pi+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$u_1\left[kV\right]=85{,}27\times sen\left(348{,}25\,t+\frac{9}{10}\,\pi\right)$$

Las fases angulares iniciales de las señales **u 1** y **u 2** , resultan entonces :

$$\theta_{1,0}=\frac{9}{10}\times 180^{o}=162\left[^{o}\right] \qquad \theta_{2,0}=\frac{33}{45}\times 180^{o}=132\left[^{o}\right]$$

La diferencia angular resulta entonces igual a :

$$\Delta\theta=\theta_{1,0}-\theta_{2,0}=162^{o}-132^{o}=30\left[^{o}\right]$$

En consecuencia, la señal pedida deberá presentar un desfasaje angular de **15 º** respecto de las señales **u 1** y **u 2** , adelantando a **u 2** o retrasándose respecto de **u 1** en dicho valor.Entonces :

$$u_3\left[V\right]=154{,}6173\times sen\left(348{,}25\times\frac{180^{o}}{\pi}\,t+147^{o}\right)$$

$$u_3\left[V\right]=154{,}6173\times sen\left(19953{,}21\,t+147^{o}\right)$$

RESPUESTA : la señal pedida es : $u_3\left[V\right]=154{,}6173\times sen\left(19953{,}21\,t+147^{o}\right)$

5.- La tensión medida en los terminales de una lámpara de sodio de alta presión es de **118 [V]** cuando consume **2,85 [A]** suministrados por un sistema de corriente alterna senoidal de frecuencia **51,8 [Hz]**. Suponiendo que para el instante **t** = **0 [s]** , el valor instantáneo de la tensión es de **70,5247 [V]** y que la corriente retrasa **2,57 [ms]** respecto de la tensión, escribir las expresiones correspondientes a las señales de tensión e intensidad de corriente.

Solución :

Todos los valores medidos son valores eficaces. Entonces el valor pico de la tensión vendrá dado por :

$$\widehat{U} = \sqrt{2} \times U = 1{,}4142 \times 118 = 166{,}8756 \left[V \right]$$

La señal de tensión será de la forma :

$$u \left[V \right] = 166{,}8756 \times sen \left(\omega t + \theta_{u,0} \right)$$

Partiendo del dato de la frecuencia de la red de suministro podemos calcular la pulsación haciendo :

$$\omega = 2 \times \pi \times f = 2 \times 3{,}1416 \times 51{,}8 = 325{,}47 \left[\frac{rad}{s} \right]$$

Expresando la pulsación en **[º / s]** , resulta :

$$\omega \left[\frac{\text{o}}{s} \right] = \omega \left[\frac{rad}{s} \right] \times \frac{180^{\text{o}}}{\pi} = 325{,}47 \times \frac{180^{\text{o}}}{3{,}1416} = 18648{,}01 \left[\frac{\text{o}}{s} \right]$$

La expresión de la señal de tensión queda entonces :

$$u \left[V \right] = 166{,}8756 \times sen \left(18648{,}01 t + \theta_{u,0} \right)$$

Para **t** = **0 [s]** se debe verificar de acuerdo a los datos proporcionados, que :

$$u \left(t = 0 \right) \left[V \right] = 70{,}5247 = 166{,}8756 \times sen \left(0 + \theta_{u,0} \right)$$

de donde :

$$\theta_{u,0} = arc\,sen \left(\frac{70{,}5247}{166{,}8756} \right) = 25 \left[^{\text{o}} \right]$$

Por consiguiente, la señal de tensión quedará expresada por :

$$u \left[V \right] = 166{,}8756 \times sen \left(18648{,}01 t + 25^{\text{o}} \right)$$

Para hallar la expresión de la señal de corriente se deberá determinar la diferencia de fase angular respecto de la señal de tensión, partiendo del dato de la diferencia de fase temporal. Entonces :

$$\Delta\,\theta = \frac{\Delta t}{T} \times 360^{\circ} = \frac{\Delta t}{1000} \times f \times 360^{\circ} = \frac{2{,}57}{1000} \times 51{,}8 \times 360^{\circ} = 47{,}93\left[{}^{\circ}\right]$$

La señal de corriente viene dada, teniendo en cuenta que retrasa a la tensión, por :

$$i\,[A] = I_{\max} \times sen\left(\,18648{,}01\,t + 25^{\circ} - \Delta\theta\right)$$

El valor pico de la intensidad de corriente vendrá dado por :

$$\widehat{I} = \sqrt{2} \times I = 1{,}4142 \times 2{,}85 = 4{,}0305\,[A]$$

de donde :

$$i\,[A] = 4{,}0305 \times sen\left(\,18648{,}01\,t + 25^{\circ} - 47{,}93^{\circ}\right)$$

$$i\,[A] = 4{,}0305 \times sen\left(\,18648{,}01\,t - 22{,}93^{\circ}\right)$$

RESPUESTA : las señales pedidas son : $u\,[V] = 166{,}8756 \times sen\left(\,18648{,}01\,t + 25^{\circ}\right)$

$$i\,[A] = 4{,}0305 \times sen\left(\,18648{,}01\,t - 22{,}93^{\circ}\right)$$