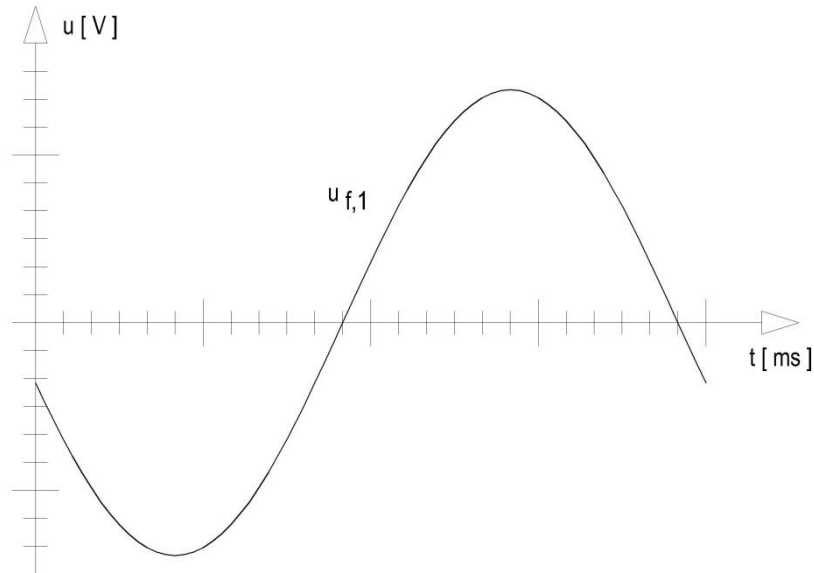




U2.12.- En el siguiente gráfico (escala t [ms] = 0,75 [ms/div]) se representa la forma de onda de una de las tensiones de fase de un sistema trifásico, equilibrado, simétrico, secuencia directa. El valor medio de módulo ($U_{med,mod}$) de la señal es igual a 1275 [V]. Hallar la terna de los fasores correspondientes a las tensiones de línea del sistema y dibujar en un mismo gráfico dicha terna y la correspondiente a las tensiones de fase.



RESPUESTA: $\dot{U}_{L,1-2} = 2451,35 \angle -135^\circ$ [V] ; $\dot{U}_{L,2-3} = 2451,35 \angle 105^\circ$ [V]
 $\dot{U}_{L,3-1} = 2451,35 \angle -15^\circ$ [V]

SOLUCIÓN U2.12

La expresión de la señal de tensión de fase, $u_{f,1}$ es la siguiente :

$$u_{f,1}(t) = \hat{U}_{f,1} \text{sen}(\omega t + \theta_{u_{f,1}}) \text{ [V]}$$

El fasor representativo de dicha señal alterna senoidal viene dado por :

$$\dot{U}_{f,1} = U_{f,1} \angle \theta_{u_{f,1}} \text{ [V]}$$

El valor eficaz de la señal dada es igual a :

$$U_{f,1} = F_f |\overline{U}| = 1,11 \times 1275 = 1415,25 \text{ [V]}$$

Para hallar la fase inicial ($\theta_{u_{f,1}}$ [°]) partiendo de la representación gráfica de la forma de onda de la señal se determina, en primer lugar, la fase correspondiente al valor pico positivo más cercano al origen de coordenadas.



$$\text{para } u_{f,1}(t) = \hat{U}_{f,1} \quad t\left(\hat{U}_{f,1}\right) = (n^{\circ} \text{ div}) \times (ms / \text{div}) = 17 \times 0,75 = 12,75 [ms]$$

La condición para que una dada señal alterna senoidal tenga un valor instantáneo igual al valor pico positivo, viene dada por :

$$u(t) = \hat{U} \Rightarrow \sin\left[\omega t \left(\hat{U}\right) + \theta\right] = 1 \Rightarrow \omega t \left(\hat{U}\right) + \theta = 90 [^{\circ}]$$

La fase inicial ($\theta u_{f,1}$) resulta entonces igual a :

$$\theta u_{f,1} [^{\circ}] = 90 [^{\circ}] - \omega t \left(\hat{U}_{f,1}\right) [^{\circ}] \quad [1]$$

El valor de la pulsación (ω), expresado en $[^{\circ}]$, viene dado por :

$$\omega [^{\circ}/s] = \frac{2\pi [rad]}{T [s]} \frac{180 [^{\circ}]}{\pi [rad]} = \frac{360 [^{\circ}]}{T [s]}$$

El período, T , para la señal de tensión dada, vale :

$$T = 2 \times (n^{\circ} \text{ div semiciclo}) \times (ms / \text{div}) = 2 \times 12 \times 0,75 = 18 [ms]$$

en consecuencia :

$$\omega [^{\circ}/s] = \frac{360 [^{\circ}]}{T [s]} = \frac{360}{18 \times 10^{-3}} = 20 \times 10^3 [^{\circ}/s]$$

Reemplazando valores en la expresión [1] se obtienen la fase inicial para la señal de corriente dada :

$$\theta u_{f,1} [^{\circ}] = 90 [^{\circ}] - \omega t \left(\hat{U}_{f,1}\right) [^{\circ}] = 90 - 20 \times 10^3 \times 12,75 \times 10^{-3} = -165 [^{\circ}]$$

El fasor representativo de la tensión de fase 1, viene dado por :

$$\dot{U}_{f,1} = U_{f,1} \angle \theta u_{f,1} = 1415,25 \angle -165^{\circ} [V]$$

Como el sistema trifásico es equilibrado ($U_{f,1} = U_{f,2} = U_{f,3} = U_f$), simétrico y de secuencia directa, los fasores correspondientes a las tensiones de fase, 1 y 2, vienen dados por :

$$\dot{U}_{f,2} = U_f \angle \theta u_{f,1} - 120^{\circ} = 1415,25 \angle -165^{\circ} - 120^{\circ} = 1415,25 \angle 75^{\circ} [V]$$

$$\dot{U}_{f,3} = U_f \angle \theta u_{f,1} + 120^{\circ} = 1415,25 \angle -165^{\circ} + 120^{\circ} = 1415,25 \angle -45^{\circ} [V]$$

En todo sistema trifásico, equilibrado, simétrico de secuencia directa, los fasores correspondientes a las tensiones de línea adelantan $30 [^{\circ}]$ a los fasores de tensión de fase respectivos. Por otra parte, el valor eficaz de la tensión de línea viene dado por :



$$U_L = \sqrt{3} U_f = 1,7321 \times 1415,25 = 2451,35 \text{ [V]}$$

La terna de fasores de tensión de línea resulta igual a :

$$\dot{U}_{L,1-2} = U_L \angle \theta_{u_{f,1}} + 30^\circ = 2451,35 \angle -165^\circ + 30^\circ = 2451,35 \angle -135^\circ \text{ [V]}$$

$$\dot{U}_{L,2-3} = U_L \angle \theta_{u_{f,2}} + 30^\circ = 2451,35 \angle 75^\circ + 30^\circ = 2451,35 \angle 105^\circ \text{ [V]}$$

$$\dot{U}_{L,3-1} = U_L \angle \theta_{u_{f,3}} + 30^\circ = 2451,35 \angle -45^\circ + 30^\circ = 2451,35 \angle -15^\circ \text{ [V]}$$

En el siguiente gráfico se representan las ternas de tensiones de línea y de fase del sistema considerado :

