U2.07.- Dadas las siguientes señales de intensidad de corriente y tensión :

$$i_1(t) = 49{,}49\cos\left(350\,t + \frac{\pi}{10}\right)\;[A]\;;\; i_2(t) = 33{,}94\,sen\left(350\,t + \frac{5}{6}\pi\right)\;[A]$$

$$u_1(t) = 304{,}05\cos\left(350\,t - \frac{7}{9}\pi\right)\;[V]$$

a.- hallar la diferencia de fase expresada en [ms] entre **$u_1(t)$** e **$i_1(t)$**

b.- hallar la diferencia de fase expresada en [ms] entre **$u_1(t)$** e **$i_2(t)$**

c.- hallar el valor instantáneo de las señales dadas para **t_1** = 8,5 T

RESPUESTAS: **a.-** $\Delta\theta$ **= 7,9** [ms] **b.-** $\Delta\theta$ **= 8** [ms]

c.- **$i_1(t_1)$ = - 44,41** [A] **$i_2(t_1)$ = - 12,61** [A] **$u_1(t_1)$ = 202,74** [V]

SOLUCIÓN U2.07.a

Para calcular la diferencia de fase entre dos señales alternas senoidales cualesquiera es conveniente expresar dichas señales en forma fasorial teniendo en cuenta que :

$$a(t) = \hat{A}\,sen(\omega t + \theta) \quad \equiv \quad \mathring{A} = \frac{\hat{A}}{\sqrt{2}}\,\langle\theta$$

En consecuencia, empleando las siguientes igualdades se obtiene :

$$\cos(\alpha) = sen(\alpha + \pi/2) \qquad\qquad \alpha[^\circ] = \frac{180}{\pi}\alpha[rad]$$

$$i_1(t) = 49{,}49\cos\left(350\,t + \frac{\pi}{10}\right) = 49{,}49\,sen\left(350t + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{10}\right)\;[A]$$

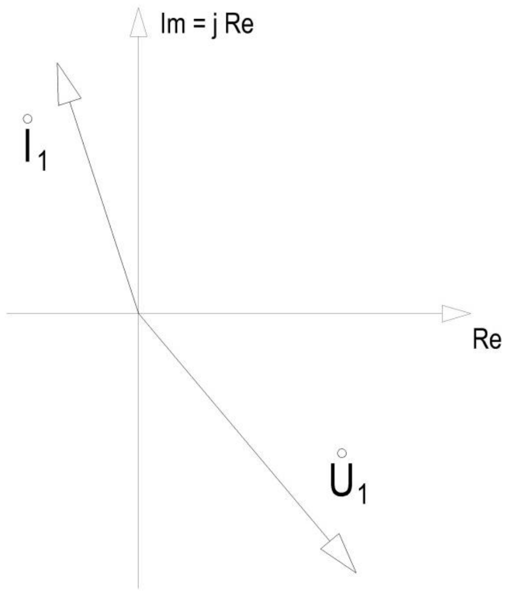
$$i_1(t) = 49{,}49\,sen\left(350\,t + \frac{3}{5}\pi\right)\;[A] \quad \therefore \quad \mathring{I}_1 = \frac{49{,}49}{1{,}4142}\langle\frac{3}{5}\pi = 35\,\langle 108^\circ\;[A]$$

$$u_1(t) = 304{,}05\cos\left(350\,t - \frac{7}{9}\pi\right) = 304{,}05\,sen\left(350\,t + \frac{\pi}{2} - \frac{7}{9}\pi\right)\;[V]$$

$$u_1(t) = 304{,}05\,sen\left(350\,t - \frac{5}{18}\pi\right)\;[V] \quad \therefore \quad \mathring{U}_1 = \frac{304{,}05}{1{,}4142}\langle -\frac{5}{18}\pi =$$

$$\mathring{U}_1 = 215\,\langle -50^\circ\;[V]$$

En la siguiente figura se han representado los fasores $\overset{\circ}{U}_1$ e $\overset{\circ}{I}_1$ para visualizar fácilmente la diferencia de fase entre ambos :



El fasor $\overset{\circ}{I}_1$ adelanta al fasor $\overset{\circ}{U}_1$ porque, teniendo en cuenta que por definición todo fasor se desplaza girando en sentido antihorario, la señal **i** $_1$ (t) alcanza el valor pico positivo antes que la señal **u** $_1$ (t).La diferencia de fase entre los fasores mostrados en la figura viene dada por :

$$\Delta\theta\,[\,^{\circ}\,] = \theta_{i_1} - (\,\theta_{u_1}\,) = 108 - (-50\,) = 158\,[\,^{\circ}\,]$$

La diferencia de fase entre dos señales alternas senoidales no puede ser mayor a +/- 180 [º] .Tomando como referencia el semieje Re (+) los ángulos medidos en sentido antihorario son positivos y los medidos en sentido horario, negativos.

Para expresar éste valor en unidades de tiempo se debe hallar en primer lugar el período de las señales dadas :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}\,[\,rad/s\,] \quad \therefore \quad T = \frac{2\,\pi}{\omega} = \frac{2\times 3{,}1416}{350} = 0{,}018\,[\,s\,] = 18\,[\,ms\,]$$

Luego, teniendo en cuenta la siguiente igualdad, se determina Δθ [ms] :

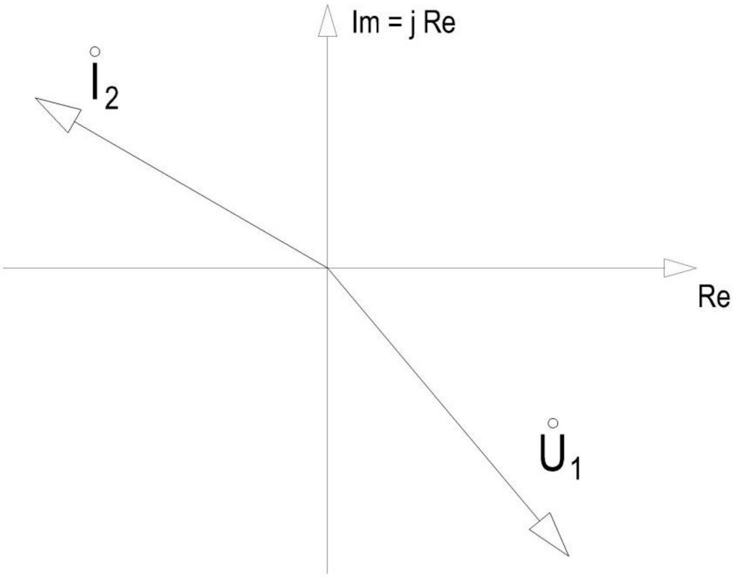
$$\frac{\Delta\theta\,[\,ms\,]}{T\,[\,ms\,]} = \frac{\Delta\theta\,[\,^{\circ}\,]}{360\,[\,^{\circ}\,]} \quad \therefore \quad \Delta\theta\,[\,ms\,] = \frac{T\,[\,ms\,]}{360\,[\,^{\circ}\,]}\,\Delta\theta\,[\,^{\circ}\,] = \frac{18}{360}158 = 7{,}9\,[\,ms\,]$$

SOLUCIÓN U2.07.b

El fasor correspondiente a la señal **i** $_2$ (t) viene dado por :

$$i_2(t) = 33{,}94\ sen\left(350\,t + \frac{5}{6}\pi\right)\quad [A] \quad \therefore \quad \overset{\circ}{I}_2 = \frac{33{,}94}{1{,}4142}\langle \frac{5}{6}\pi = 24\langle 150^{o}\,[A]$$

En la siguiente figura se han representado los fasores $\overset{\circ}{U}_1$ e $\overset{\circ}{I}_2$ para visualizar fácilmente la diferencia de fase entre ambos :



El fasor $\overset{\circ}{U}_1$ adelanta al fasor $\overset{\circ}{I}_2$ porque, teniendo en cuenta que por definición todo fasor se desplaza girando en sentido antihorario, la señal **u 1** (t) alcanza el valor pico positivo antes que la señal **i 2** (t).La diferencia de fase entre los fasores mostrados en la figura viene dada por :

$$\Delta\theta\,[^{o}] = 360^{o} - [\theta_2 - (\theta_1)] = 360^{o} - [150^{o} - (-50^{o})] = 160\,[^{o}]$$

La diferencia de fase expresada en [ms] viene dada por :

$$\Delta\theta\,[ms] = \frac{T\,[ms]}{360\,[^{o}]}\Delta\theta\,[^{o}] = \frac{18}{360}160 = 8\,[ms]$$

<u>SOLUCIÓN U2.07.c</u>

Los valores instantáneos de las señales **u 1** (t) , **i 1** (t) e **i 2** (t) para **t 1** = 8,5 T = 153 [ms] vienen dados por :

$$u_1(t_1) = 304{,}05\ sen\left(350\,t - \frac{5}{18}\pi\right) = 304{,}05\,sen\left(350\times153\times10^{-3} - \frac{5\times3{,}1416}{18}\right) =$$

$$u_1(t_1) = 304{,}05\, sen(53{,}55 - 0{,}8727) = 304{,}05\, sen\left(52{,}6773 \frac{180}{3{,}1416}\right) = 202{,}74\,[V]$$

$$i_1(t_1) = 49{,}49\, sen\left(350\,t + \frac{3}{5}\pi\right) = 49{,}49\, sen\left(350 \times 153 \times 10^{-3} + \frac{3 \times 3{,}1416}{5}\right) =$$

$$i_1(t_1) = 49{,}49\, sen(53{,}55 + 1{,}8850) = 49{,}49\, sen\left(55{,}435 \frac{180}{3{,}1416}\right) = -44{,}41\,[A]$$

$$i_2(t_1) = 33{,}94\, sen\left(350\,t + \frac{5}{6}\pi\right) = 33{,}94\, sen\left(350 \times 153 \times 10^{-3} + \frac{5 \times 3{,}1416}{6}\right) =$$

$$i_2(t_1) = 33{,}94\, sen(53{,}55 + 2{,}6180) = 33{,}94\, sen\left(56{,}168 \frac{180}{3{,}1416}\right) = -12{,}61\,[A]$$