

FISICA II

CORRIENTE ALTERNA

FASORES

UNIVERSIDAD TECNOLOGICA NACIONAL

FACULTAD REGIONAL ROSARIO

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BASICAS

Profesor: Ing. Marcelo Borgetto

INDICE

TEMA	PÁGINA
Generación de CA	3
FEM inducida senoidal	4
Fasores	4
Suma y resta de tensiones y corrientes senoidales	5
Resistencia con tensión senoidal aplicada – Valor eficaz	6
Inductancia con tensión senoidal aplicada	7
Capacidad con tensión senoidal aplicada	8
Circuito RLC serie – impedancia - resonancia	9
Circuito RLC paralelo – admitancia - resonancia	10
Potencia en un circuito con tensión senoidal aplicada	11
Potencia aparente, activa y reactiva - Triángulo de potencia	11
Factor de potencia	12
Transformadores	13

Aclaraciones

El apunte es un resumen de los puntos relevantes de los temas correspondientes a la unidad temática X - CORRIENTE ALTERNA del programa analítico de Física II de la UTN- FRRO.

Para que el estudiante logre un aprendizaje significativo se debe acompañar del dictado en el aula, discusiones en equipo, resolución de problemas y prácticos de laboratorio.

En la estructuración del apunte se ha priorizado el ordenamiento de los conceptos, según sus vinculaciones a fin de facilitar su inclusión en la base de conocimientos precedentes, asumiendo comprendidos los temas anteriores

GENERACION DE CORRIENTE ALTERNA

La corriente alterna es la que varía con el tiempo, para uno de los sentidos de circulación se considera positivo, hacia el otro negativo y está determinada si se conoce $i = F(t)$

La generación de energía eléctrica se realiza comercialmente con tensiones y corrientes senoidales en el tiempo, porque tienen las mayores ventajas respecto de la CC y de otras formas de ondas alternas, en las aplicaciones principales que son generadores, motores (fabricación más sencilla y no requieren de componentes eléctricos solicitadas al desgaste por rozamiento) y en el transporte con transformación de tensiones (las condiciones económicas requieren alta tensión de transmisión y las de seguridad baja tensión de distribución), optimizando las características técnicas y económicas (pérdidas de energía, sobre-tensiones, interferencias en comunicaciones, etc.).

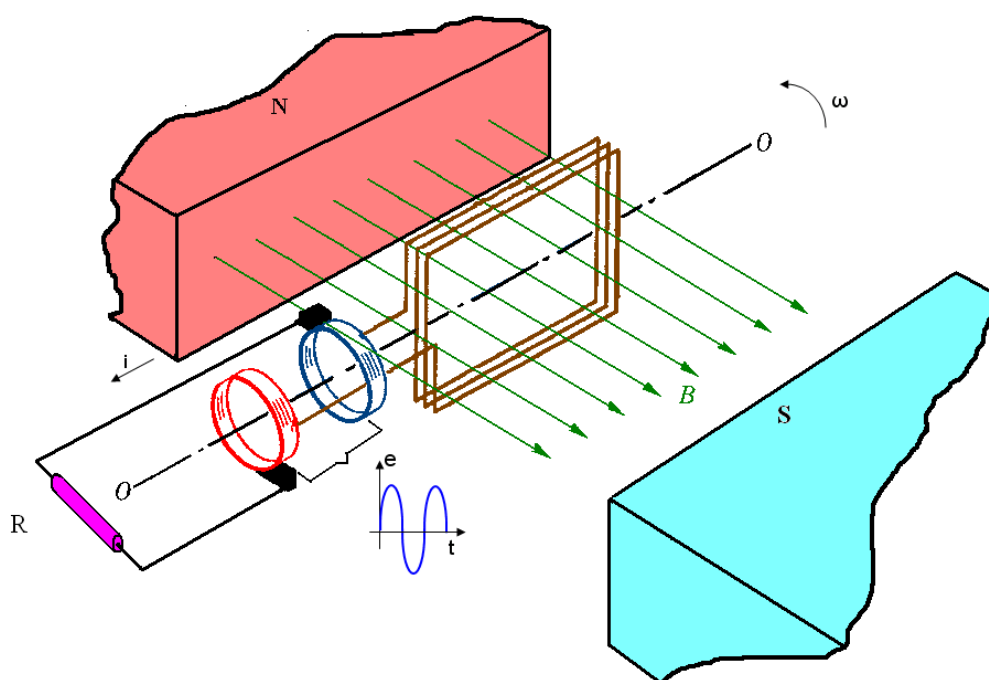
Para considerar que todas las magnitudes de tensiones y corrientes son senoidales se deben excluir los transitorios de conexiones (análisis en régimen permanente) y asumir que resistencias, capacidades e inductancias son lineales.

La red domiciliaria en nuestro país se alimenta con tensión senoidal de $V_{\max.} = \sqrt{2} \cdot 220 \text{ V}$ y $f = 50 \text{ Hz}$

En los generadores de potencia, una bobina alimentada por corriente continua y ensamblada en un núcleo de material ferromagnético giratorio, crea el campo magnético que induce la fem alterna en el bobinado del estator, el que posee mayores dimensiones que la parte giratoria por la potencia que maneja, lo que justifica que no sea la parte móvil.

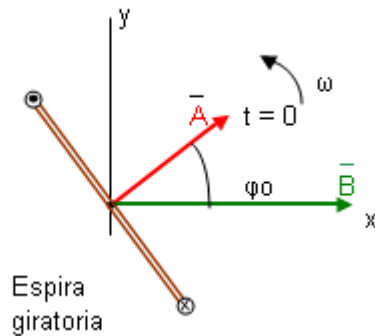
El eje de estos generadores es impulsado por turbinas de vapor o de agua, posibilitando la conversión de energía mecánica en eléctrica, de tal forma que al variar la potencia eléctrica demandada (proporcional a la intensidad del bobinado del estator), se debe variar automáticamente la potencia mecánica en el eje del generador para conservar la velocidad angular y la frecuencia en 50 Hz.

Para el análisis más simple, utilizamos un generador básico que consiste de una bobina donde se induce la fuerza electromotriz (fem), cuando gira dentro del campo magnético creado por un imán u otra bobina estática, alimentada por una corriente continua. La fem queda aplicada entre los anillos giratorios y a través de escobillas colectoras es conectada al circuito estático



Fuerza electromotriz senoidal inducida

La figura ilustra la vista lateral de una espira de área A girando dentro del campo magnético uniforme de inducción B con velocidad angular ω , por lo que se induce una fem $e(t)$ en bornes de la misma



$$e = -d\Phi/dt = -d(\vec{B} \cdot \vec{A})/dt = -d(B \cdot A \cdot \cos(\omega t + \phi_0))/dt = B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \phi_0)$$

$$e = E_{\max} \cdot \sin(\omega t + \phi_0)$$

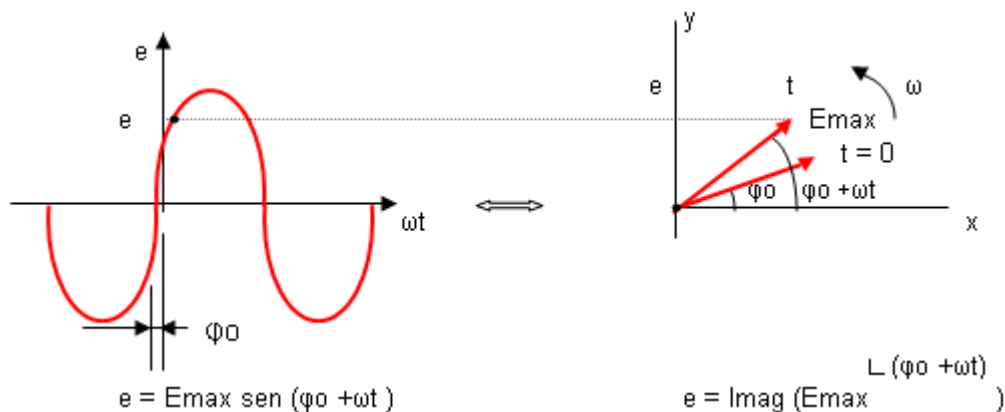
$$\omega \text{ (pulsación)} = 2\pi/T = 2\pi f$$

T: período

f: frecuencia

FASORES

Si se representa un vector giratorio como el A de la figura anterior, pero con el módulo E_{\max} y ángulo igual al inicial de fase ϕ_0 , para $t = 0$, la proyección de este sobre el eje y , mientras gira con velocidad ω es el valor de $e(t)$, por lo que hay una correspondencia biunívoca entre la función senoidal y el vector giratorio.



El vector representado para $t = 0$ es el fasor \dot{E}_{\max} y queda determinado por el módulo y el ángulo inicial de fase, se identifica con un punto sobre la designación:

$$\dot{E}_{\max} = E_{\max} \angle \phi_0 = E_{\max} \cdot e^{j\phi_0}$$

$$\dot{E}_{\max} = E_{\max} \angle \phi_0 = E_{\max} \cdot e^{j\phi_0}$$

Representando al fasor como un número complejo, las anteriores son las notaciones polar y exponencial, útiles para operaciones de multiplicación y división

También se puede usar la notación trigonométrica, útil para las operaciones de suma y resta

$$\dot{E}_{\max} = E_{\max} \cos \phi_0 + j E_{\max} \sin \phi_0 = \text{Real}(\dot{E}_{\max}) + j \text{Imag}(\dot{E}_{\max})$$

El primer sumando es la parte Real (proyección del vector sobre el eje x), la segunda es la parte Imaginaria (proyección del vector sobre el eje y), j indica parte imaginaria

Partiendo de la notación fasorial se puede pasar a la función senoidal para cualquier t (Reestableciendo el giro del fasor con velocidad ω), haciendo:

$$e(t) = \text{Imag}(\dot{E}_{\max} \cdot e^{j\omega t}) = \text{Imag}(E_{\max} \angle \phi_0 \cdot e^{j\omega t}) = E_{\max} \sin(\omega t + \phi_0)$$

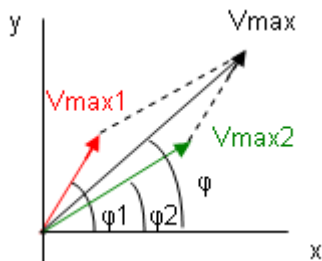
Cuando se opera con varios fasores, conviene dejar uno de ellos con ángulo $\phi = 0$, los otros tendrán un ángulo respecto de éste que será el “desfasaje”.

Suma y resta de tensiones y corrientes senoidales de igual ω

Como ejemplo se suman dos tensiones v_1 y v_2

$$v = v_1 + v_2 = V_{1\max} \sin(\omega t + \varphi_1) + V_{2\max} \sin(\omega t + \varphi_2) = V_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$$

La suma o resta de dos senoides de igual ω resulta en otra senoide, donde se deben determinar analíticamente V_{\max} y φ . Es más fácil hacer la operación fasorial de la suma que la senoidal, ya que se opera como si fueran vectores:



La interpretación senoidal se tiene si se consideran todos los fasores girando con velocidad ω , las proyecciones sobre el eje y son las funciones senoidales del tiempo.

La suma matemática se hace descomponiendo los fasores en sus partes reales e imaginarias y sumándolos separadamente:

$$\text{Real}(\dot{V}_{\max}) = \text{Real}(\dot{V}_{\max 1}) + \text{Real}(\dot{V}_{\max 2}) = V_{\max 1} \cos \varphi_1 + V_{\max 2} \cos \varphi_2$$

$$\text{Imag}(\dot{V}_{\max}) = \text{Imag}(\dot{V}_{\max 1}) + \text{Imag}(\dot{V}_{\max 2}) = V_{\max 1} \sin \varphi_1 + V_{\max 2} \sin \varphi_2$$

$$V_{\max} = \left((\text{Real}(\dot{V}_{\max}))^2 + (\text{Imag}(\dot{V}_{\max}))^2 \right)^{1/2}$$

$$\varphi = \arctan [(\text{Imag}(\dot{V}_{\max}) / (\text{Real}(\dot{V}_{\max}))]$$

La resta de fasores se realiza de la misma forma como si fueran vectores. También es ventajoso operar con fasores cuando se deben multiplicar o dividir senoides, en este caso conviene operarlos en forma polar.

Dado que el valor más representativo de una magnitud eléctrica senoidal es su valor eficaz el módulo del fasor se toma con ese valor que es $V = V_{\max} / \sqrt{2}$. el fasor suma queda entonces:

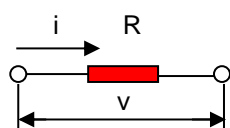
$$\dot{\mathbf{V}} = V \angle \varphi_0, \text{ en lugar de } \dot{\mathbf{V}} = V_{\max} \angle \varphi_0$$

Si se desea volver a la representación senoidal bastará con multiplicar \mathbf{V} por $\sqrt{2}$ para obtener \mathbf{V}_{\max} . y restablecer el giro con velocidad ω

$$v(t) = \text{Imag}(\dot{V}_{\max} \cdot e^{j\omega t}) = \text{Imag}(V_{\max} \angle \varphi_0 \cdot e^{j\omega t}) = \text{Imag}(V_{\max} \angle (\varphi_0 + \omega t))$$

$$v(t) = V_{\max} \sin(\omega t + \varphi_0).$$

RESISTENCIA CON TENSION SENOIDAL APLICADA – VALOR EFICAZ



$$v = V_{\max} \cdot \sin \omega t \quad i = v/R = (V_{\max}/R) \cdot \sin \omega t = I_{\max} \sin \omega t, \quad \phi_0 = 0$$

$$p = i^2 R = \frac{v^2}{R} = v \cdot i = V \cdot I (1 - \cos 2 \omega t) = P - P \cos 2 \omega t$$

P es la potencia media o activa

Valor eficaz:

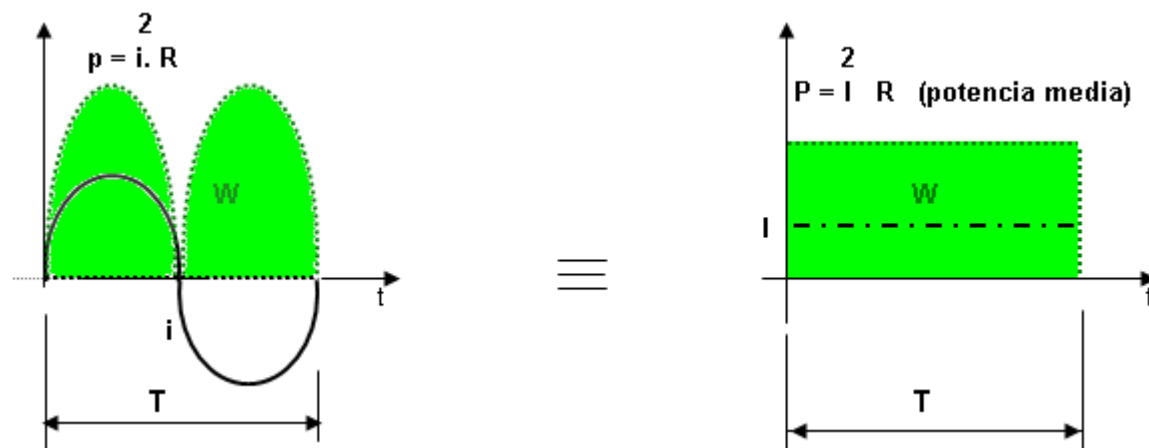
El valor eficaz es el valor representativo de la transformación energética de una corriente senoidal. R caracteriza la transformación de energía eléctrica en un proceso no conservativo para el circuito, normalmente en calor, pero extendido a mecánica, química, electromagnética, etc., desarrollando la energía o potencia activa que entrega el circuito, que se distingue de la reactiva que entrega y retorna al circuito eléctrico

La energía desarrollada por esta corriente senoidal en un tiempo T en R es:

$$W = \int_0^T p \, dt = \int_0^T i^2 R \, dt = \int_0^T (I_{\max} \sin \omega t)^2 \cdot R \, dt$$

La misma energía desarrollada por una corriente constante (continua) es $W = I^2 \cdot R \cdot T$, igualando

$$\int_0^T i^2 R \, dt = \int_0^T (I_{\max} \sin \omega t)^2 \cdot R \, dt = I^2 \cdot R \cdot T = P \cdot T, \quad \text{donde } P \text{ es la potencia media o activa}$$



$$I = \left[\frac{1}{T} \left(\int_0^T (I_{\max} \sin \omega t)^2 \cdot dt \right) \right]^{1/2} = I_{\max} / \sqrt{2}, \text{ es el valor eficaz de la } i \text{ senoidal}$$

De la ecuación se ve que **I** también es la media cuadrática de la corriente en el período T

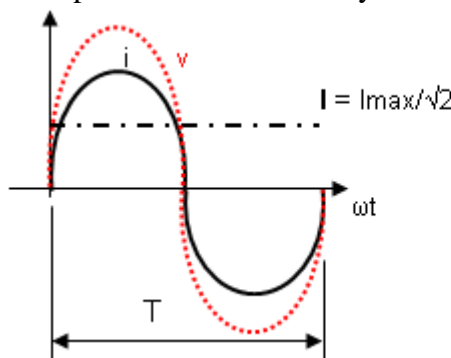
De forma análoga para la tensión senoidal, si se usa $p = v^2 / R$, se obtiene el valor eficaz $V = V_{\max} / \sqrt{2}$.

Los instrumentos comunes que miden estos valores senoidales indican los valores eficaces.

Los fasores se representan con estos valores eficaces, quedando para la resistencia

$$\vec{V} = V \angle \phi \quad \vec{I} = I \angle \phi \quad \vec{I} = \vec{V} / R \quad \vec{V} = \vec{I} \cdot R \quad P = \vec{V} \cdot \vec{I} = V \cdot I = I^2 R = V^2 / R$$

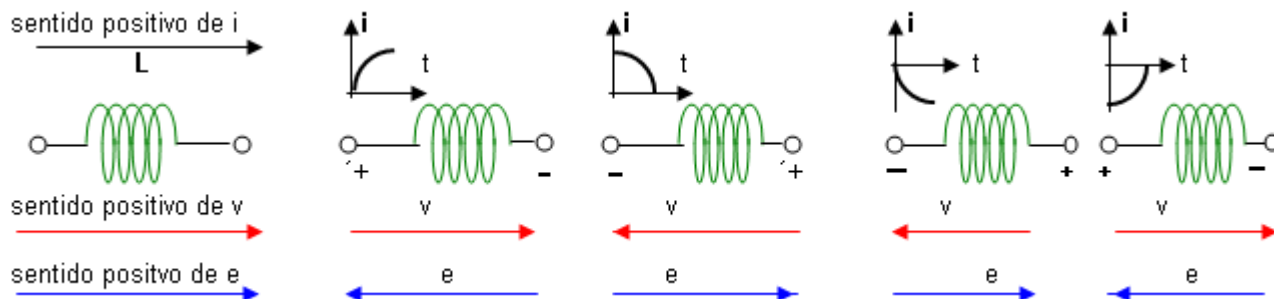
La representación senoidal y fasorial es la siguiente:



INDUCTANCIA CON TENSION SENOIDAL APLICADA

Fuerza electromotriz de autoinducción:

La aparición de la ddp en bornes de L es consecuencia de la fem inducida e . El sentido de v es opuesto al de e . Al crecer i en sentido positivo (flujo de B) la fem se opone a la variación con una corriente que circularía en sentido inverso. Al bajar i , la fem se opone a la reducción generando en el mismo sentido, cuando la corriente i cambia de sentido se aplica el mismo criterio, quedando las polaridades y sentidos como se indica en la figura.



Los **bornes homólogos** de diferentes inductancias (también transformadores) se designan con el mismo criterio, son los que responden con igual polaridad ante el mismo cambio de i

Los valores instantáneos en función del tiempo son para una i senoidal:

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d(I_{\max} \sin \omega t)}{dt} = -L\omega I_{\max} \cos(\omega t - \pi/2) = E_{\max} \sin(\omega t - \pi/2)$$

$$v_L = -e_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d(I_{\max} \sin \omega t)}{dt} = L\omega I_{\max} \cos(\omega t + \pi/2) = V_{\max} \sin(\omega t + \pi/2)$$

$p = v \cdot i = V \cdot I \sin 2\omega t$ en la gráfica notar que cuando $p > 0$ la energía sale del circuito y cuando $p < 0$ la energía entra por partes iguales, por lo que P (potencia media o activa) = 0

$$E_{\max} = I_{\max} \cdot \omega \cdot L \quad X_L \text{ (reactancia inductiva)} = \omega \cdot L \quad E_{\max}/\sqrt{2} = (I_{\max}/\sqrt{2}) \cdot X_L$$

$$\text{Con valores eficaces: } E = I \cdot X_L \quad V = I \cdot X_L \quad I = V / X_L$$

Las expresiones fasoriales teniendo en cuenta el ángulo de desfase entre e_L e i y entre v_L e i son:

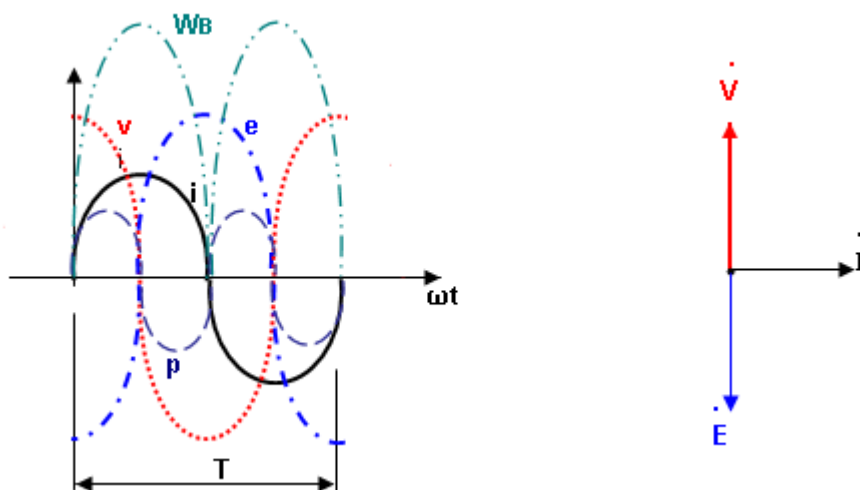
$$\dot{E} = -j\dot{I} \cdot X_L \quad \dot{V} = j\dot{I} \cdot X_L \quad \dot{I} = -j\dot{V} / X_L \quad j \text{ actúa como operador de giro en } 90^\circ$$

$Q_L = j V \cdot I$ es la potencia reactiva, numéricamente igual al máximo valor de la potencia intercambiada

La energía del campo magnético es $W_B = (L i^2) / 2 = \int_0^t p dt = (LI/2) (1 - \cos 2\omega t)$, en la ilustración se

puede ver que esta energía aumenta mientras $p > 0$, el circuito entrega energía que se transforma en campo magnético y se reduce cuando $p < 0$ el circuito recibe la energía del campo.

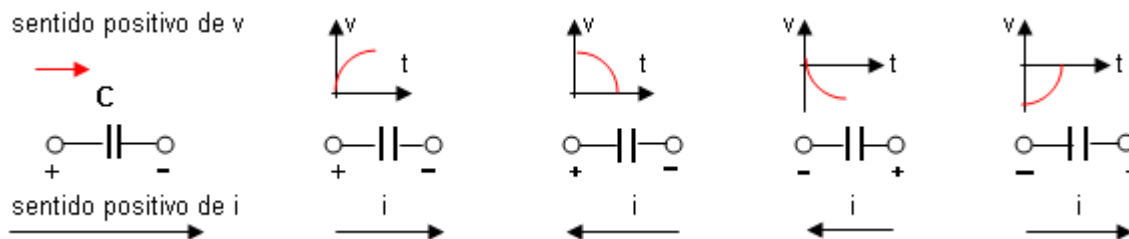
La representación gráfica senoidal y fasorial para L es:



CAPACITOR CON TENSION SENOIDAL APLICADA

Proceso de carga y descarga:

Al aumentar v , la i de carga positiva agrega cargas en las placas, al bajar v las cargas vuelven a la fuente originando una i de sentido contrario, quedando las polaridades y sentidos como se ilustra



$$v = q / C = (1/C) \int i \, dt$$

$$i = C \, dv/dt = C \cdot d(V_{\max} \sin \omega t)/dt = V_{\max} \cdot C \omega \sin (\omega t + \pi/2) = I_{\max} \sin (\omega t + \pi/2)$$

$p = v \cdot i = V \cdot I \sin 2 \omega t$ en la gráfica notar que cuando $p > 0$ la energía sale del circuito y cuando $p < 0$ la energía entra, por partes iguales, por lo que P (potencia media o activa) = 0

$$I_{\max} = V_{\max} \cdot \omega C = V_{\max} / (1 / \omega C) \quad 1 / \omega C = X_c \text{ es la reactancia capacitiva}$$

$$I_{\max}/\sqrt{2} = (V_{\max}/\sqrt{2})/X_c \quad \text{con valores eficaces: } I = V/X_c \quad V = I X_c$$

Las expresiones fasoriales teniendo en cuenta el ángulo de desfase entre v_L e i son:

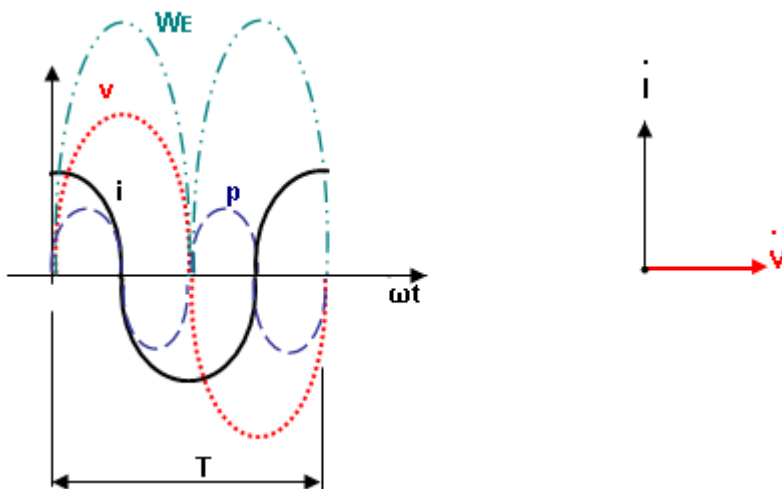
$$\dot{V} = -j \dot{I} \cdot X_c \quad \dot{I} = j \dot{V} / X_c \quad j \text{ actúa como operador de giro en } 90^\circ$$

$Q_c = -j V \cdot I$ es la potencia reactiva, numéricamente igual al máximo valor de potencia intercambiada

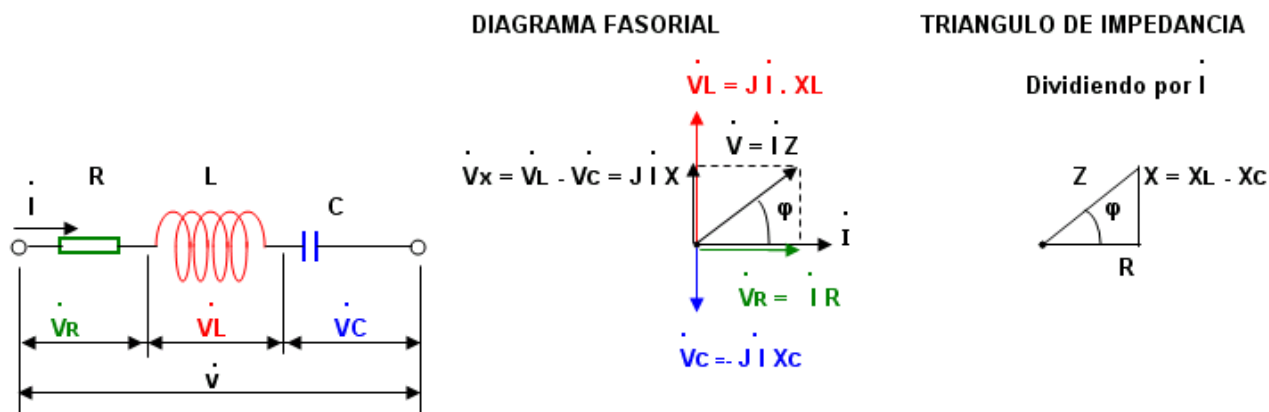
La energía del campo eléctrico es $W_E = (C v^2) / 2 = \int_0^t p \, dt = (CV/2) (1 - \cos 2 \omega t)$, en la ilustración se

puede ver que esta energía aumenta mientras $p > 0$, el circuito entrega energía que se transforma en campo eléctrico y se reduce cuando $p < 0$, el circuito recibe la energía del campo.

La representación gráfica senoidal y fasorial para C es:



CIRCUITO SERIE R-L-C CON TENSION SENOIDAL APLICADA



Utilizando los fasores, la tensión total aplicada es igual a la suma de tensiones

$$\dot{V} = \dot{V}_R + \dot{V}_L + \dot{V}_C = \dot{I} \cdot R + J \dot{I} \cdot X_L + (-J \dot{I} \cdot X_C) = \dot{I} (R + J (X_L - X_C)) = \dot{I} (R + J X) = \dot{I} \cdot Z$$

$$Z \text{ (impedancia)} = \dot{V}/\dot{I} = R + J X = Z \quad X \text{ (reactancia)} = X_L - X_C$$

$$X_L \text{ (reactancia inductiva)} = \omega L \quad X_C \text{ (reactancia capacitiva)} = 1/\omega C \quad \omega \text{ (pulsación)} = 2\pi f$$

El diagrama fasorial se ilustra en la figura, tomando el ángulo inicial de fase para la i igual a cero, el desfase de la tensión de L en avance 90° y el de C en atraso 90°

Al dividir los fasores de \dot{V} , \dot{V}_R y \dot{V}_X por \dot{I} queda dibujado un triángulo llamado de impedancia, aplicando Pitágoras queda:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \quad Z = (\sqrt{R^2 + X^2})^{1/2} \quad \phi = \arctg(X/R), \text{ siempre es } \phi_v - \phi_i$$

Para este ejemplo Z es inductiva $X_L > X_C$, $X > 0$ y el ángulo $\phi > 0$ v adelanta a i

$$Z = z \angle \phi = z \cos \phi + J z \sin \phi, \text{ Determinando } Z, \text{ es inmediato el cálculo de } \dot{I}$$

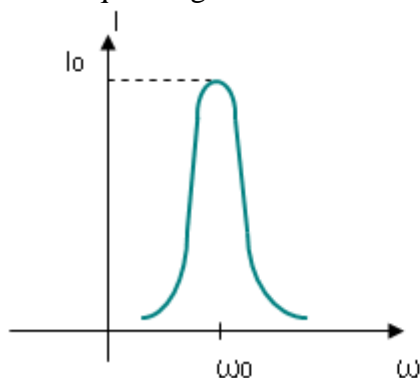
$$\dot{I} = \dot{V} / Z \text{ con la cual se puede determinar el valor de } \dot{I}, \text{ si v se toma con fase inicial cero:}$$

$$I = V / z \text{ corresponde en valores instantáneos a } i = (V \sqrt{2} / z) \sin(\omega t - \phi), (i \text{ atrasa a } v)$$

Una condición particular del circuito se presenta cuando $X_L = X_C$ $\omega_0 L = 1/\omega_0 C$

$$\omega_0 = (1/LC)^{1/2} \quad X = 0 \text{ y } \quad Z = R \quad \dot{I}_0 = \dot{V} / R$$

Se dice que el circuito está en **resonancia para ese ω_0** , I_0 es el valor más alto que puede tomar la corriente, si la v aplicada mantiene constante V_{max} y varía ω , la I eficaz (V/Z) varía con ω según la figura. Se nota que el circuito tiene una propiedad selectiva de ω , con tensiones de diferente ω , solo la de ω_0 tendrá mayor valor de I , lo que se utiliza de filtro en comunicaciones. Cuanto mayor es el factor e mérito q más aguzada es la curva, lo que le da una sintonía más fina

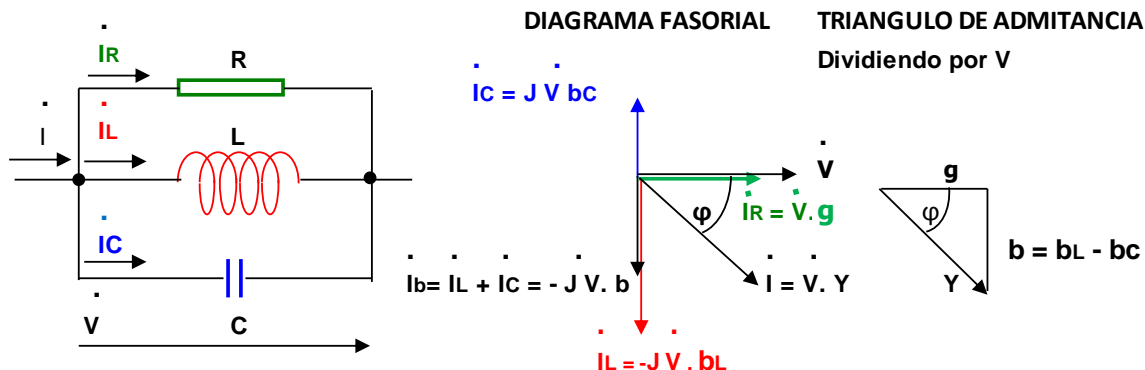


$$q: \text{Factor de mérito del circuito} = X_L/R = X_C/R$$

$X_L = X_C$ en resonancia
indica cuantas veces supera la tensión en L o C
a la tensión total igual a la de la R

$$q = I X_L / I R \quad \text{o} \quad q = I X_C / I R$$

CIRCUITO PARALELO R-L-C CON TENSION SENOIDAL APLICADA



Utilizando los fasores, la intensidad total I es igual a la suma de intensidades de ramas

$$\dot{I} = \dot{I}_R + \dot{I}_L + \dot{I}_C = \dot{V} / R + \dot{V} / jX_L + \dot{V} / (-jX_C) = \dot{V} (g - j b_L + j b_C) = \dot{V} (g - j b) = \dot{V} \cdot \dot{Y}$$

$$1/R = g \text{ (conductancia)} \quad 1/X_L = 1/\omega L = b_L \text{ (susceptancia inductiva)} \quad b = b_L - b_C \text{ (susceptancia)}$$

$$1/X_C = \omega C = b_C \text{ (susceptancia capacitiva)} \quad \dot{I} / \dot{V} = g - j b = \dot{Y} = Y \angle -\varphi \text{ (admitancia)}$$

El diagrama fasorial se ilustra en la figura, tomando el ángulo inicial de fase para la v igual a cero, el desfase de la intensidad de C en avance 90° y el de L en atraso 90°

Al dividir los fasores de \dot{I} , \dot{I}_R e \dot{I}_b por \dot{V} , queda dibujado un triángulo llamado de admitancia, aplicando Pitágoras queda:

$$Y = g + j b \quad Y = (g^2 + b^2)^{1/2} \quad \varphi = \arctg(b/g), \text{ siempre es } \varphi = \varphi_V - \varphi_I = 0 - \varphi_I = -\varphi_I$$

En la ilustración el ángulo $\varphi_I < 0$ corresponde a un desfase φ positivo, v adelanta a i un ángulo φ

$$Y = Y \angle -\varphi = Y \cos \varphi - j Y \sin \varphi = g - j b \quad \text{Determinando } Y, \text{ es inmediato el cálculo de } \dot{I}$$

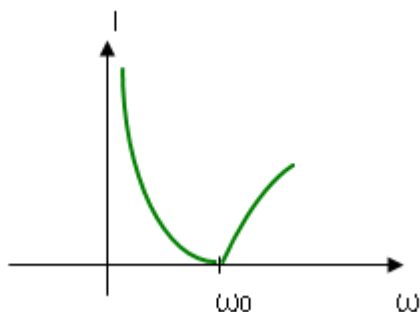
$$\dot{I} = \dot{V} \cdot \dot{Y} \text{ con la cual se puede determinar el valor de } \dot{I} \angle -\varphi, \text{ si } v \text{ se toma con fase inicial cero:}$$

$$I = V \angle 0 \cdot Y \angle -\varphi \text{ corresponde en valores instantáneos a } i = (V \sqrt{2} \cdot Y) \sin(\omega t - \varphi), (v \text{ adelanta a } i)$$

La condición de **resonancia** se presenta cuando $b_L = b_C \quad 1/\omega_0 L = \omega_0 C \quad b = 0$

$\omega_0 = (1/LC)^{1/2}$, si $g = 0 \quad Y = 0 \quad I = 0$, en la figura se ve como varía la I eficaz en función de ω .

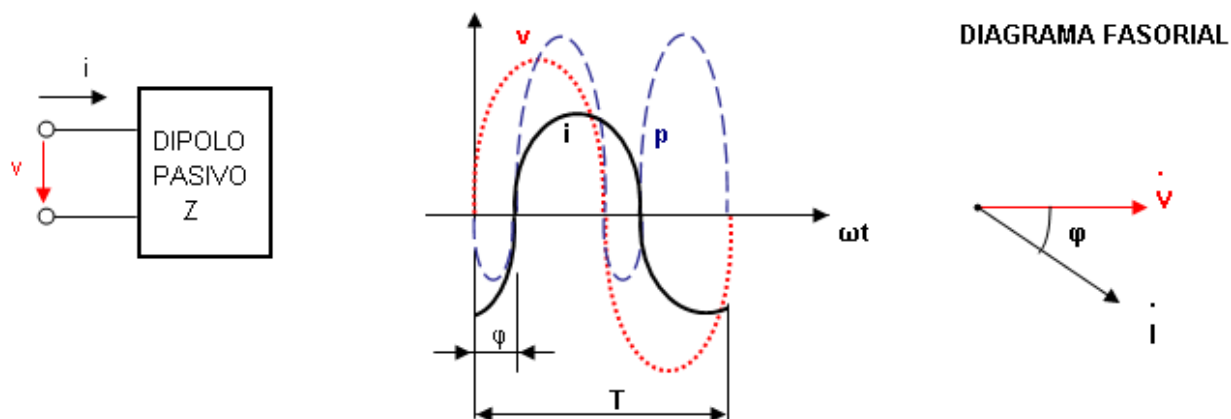
También se nota la propiedad selectiva respecto de ω , para ω_0 la impedancia tiende a infinito. Para una corriente con I_{max} constante por este circuito, la tensión será muy alta en resonancia



POTENCIA EN UN CIRCUITO PASIVO CON TENSION SENOIDAL APLICADA

Si consideramos una carga compuesta por una configuración cualquiera de R, L y C con dos bornes de entrada (un dipolo) la aplicación de una tensión senoidal crea una corriente senoidal con un desfase ϕ , que para este ejemplo es inductivo

En la figura se ilustran v , i , p y el diagrama fasorial



$$p = VI \cos \phi - VI \cos (2 \omega t - \phi)$$

La potencia media es $P = (1/T) \int_0^T p \, dt = VI \cos \phi$ esta es también llamada **potencia activa**

Las máquinas y aparatos se construyen para determinadas solicitaciones dieléctricas, térmicas, etc. según los valores (nominales) de tensión y corriente, por eso no se los caracteriza por la potencia activa que depende del $\cos \phi$ sino por la **potencia aparente** que es función de $V.I$

$S = VI$ [VA] luego $P = S \cos \phi$ [W] y se define la magnitud $Q = S \sin \phi$ [VAR]

Como la potencia reactiva

Las unidades de estas magnitudes son para S volt- amper y para Q volt- amper reactivo

Puede ser inductivo (para $\phi > 0$) o capacitivo (para $\phi < 0$)

En forma compleja se debe usar la expresión siguiente:

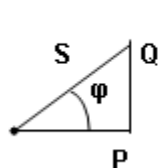
$$\begin{aligned} \vec{S} &= V \cdot \vec{I} \quad \vec{I} \text{ es el conjugado de } \vec{I}^* \quad , \quad \text{si } \vec{I} = I \angle \varphi_i \quad \vec{I}^* = I \angle -\varphi_i \quad , \quad \text{si } \vec{V} = V \angle \varphi_v \quad \vec{S} = V \angle \varphi_v \quad \vec{I} \angle -\varphi_i \quad \vec{S} = V \cdot \vec{I} = VI \cos \varphi + j VI \sin \varphi = P + j Q \quad , \quad \varphi = \varphi_v + (-\varphi_i) \end{aligned}$$

Considerando la carga como un dipolo de valor $Z = R + jX$ o $Y = g - j b$

$$\begin{array}{l} \text{S} = \text{V.I} = \text{Z}. \quad (\text{I}^{\ast} \cdot \text{I}^{\ast}) = (\text{R} + \text{J X}). \quad \text{I}^2 = \text{R.I}^2 + \text{J X.I}^2 = \text{P} + \text{J Q} \quad \text{P} = \text{R I}^2 \quad \text{Q} = \text{X I}^2 \\ \text{S} = \text{V.I} = \text{V}. \quad (\text{V}^{\ast} \cdot \text{Y}^{\ast}) = \text{V}.(\text{g} + \text{J b}) = \text{g.V} + \text{J b.V} = \text{P} + \text{J Q} \quad \text{P} = \text{g V}^2 \quad \text{Q} = \text{b V}^2 \end{array}$$

En función de las expresiones matemáticas de estas magnitudes, a S, P y Q se las puede representar en un triángulo de potencia, (igual que si se multiplican los lados del triángulo de impedancia por I^2)

TRIANGULO DE POTENCIA



$$S^2 = P^2 + Q^2$$

$$\cos \varphi = P / S$$

$$\operatorname{tg} \varphi = Q / P$$

La potencia reactiva no representa una transformación de energía efectiva desde el circuito, por eso se distingue de P, pero está vinculada con la amplitud de la energía que se acumula en el campo eléctrico o magnético

Para la inductancia:

$Q_L = VI \sin 90^\circ = \omega L I^2 = \omega L (I_{\max})^2 / 2 = \omega W_{B\max}$, la ilustración de la energía de WB en función del tiempo se encuentra en la pag. 7

Para la capacidad:

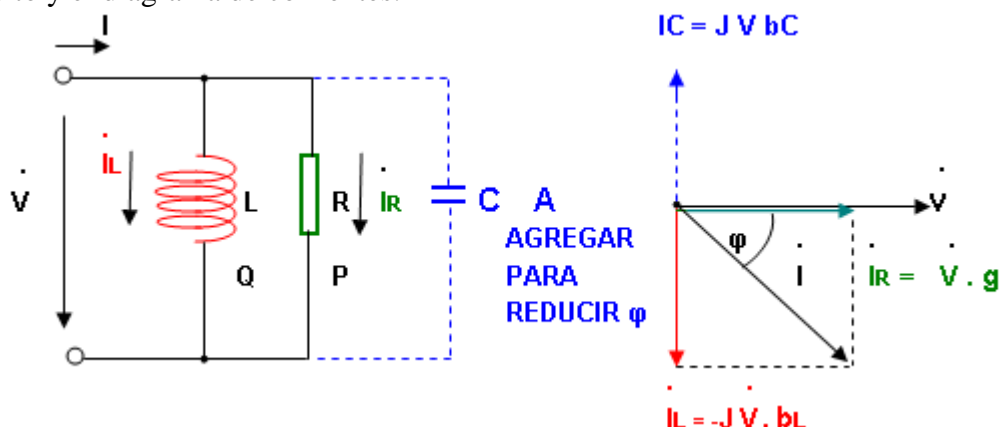
$Q_C = VI \sin (-90^\circ) = -\omega C V^2 = -\omega C (V_{\max})^2 / 2 = -\omega W_{E\max}$ la ilustración de la energía de WE en función del tiempo se encuentra en la pag. 8

Factor de potencia

Normalmente la carga o el dipolo se utiliza fundamentalmente para transformar energía eléctrica en otra (ejemplo potencia en el eje de un motor), la utilización efectiva se representa por la potencia activa $P = S \cos \varphi = VI \cos \varphi$, si el $\cos \varphi$, llamado factor de potencia, es menor que 1, como P se debe mantener (es la necesaria en el eje) y la V de suministro se reduce por la caída de tensión en la red, I debe ser mayor que si el $\cos \varphi$ fuera 1.

Cuanto menor es $\cos \varphi$ (mayor el ángulo φ de desfase entre V e I), mayor debe ser I. para mantener la potencia necesaria del consumo.

Esta corriente adicional puede visualizarse si se usa una admitancia como circuito equivalente del dipolo, como ejemplo, si la corriente reactiva es inductiva, en la ilustración en trazo lleno se ven el circuito y el diagrama de corrientes.



Como la corriente reactiva la provee el generador se dice que este debe suministrar una potencia reactiva Q.

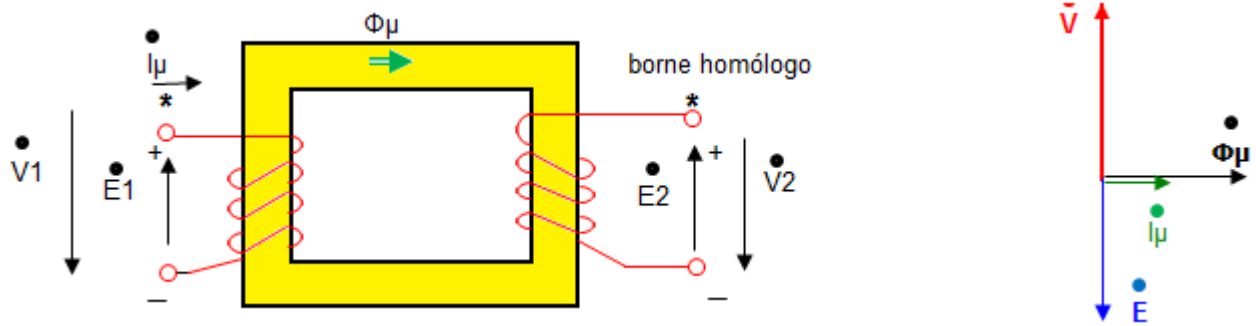
El aumento de la I demandada representa una desventaja, ya que como debe circular desde el generador hasta la carga genera una pérdida de energía adicional $I_L^2 R$ y caídas de tensión adicionales $I_L R$ en el generador y líneas de distribución.

La corrección del factor de potencia consiste en agregar a la carga otro componente que provea la corriente reactiva de sentido contrario, en este ejemplo un capacitor, en líneas de trazos en la ilustración, dejando la potencia reactiva total igual a cero o menor a la inicial.

Para obtener $\cos \varphi = 1$ $Q_L = Q_C$ $I_L^2 \omega L = V^2 / \omega L = I_C^2 (1/\omega C) = V^2 \omega C$

Si Q es inductivo se debe agregar $C = 1/\omega L$ o $C = Q_L / V^2 \omega$

TRANSFORMADOR IDEAL SIN PERDIDAS, SIN FLUJO DISPERSO - PERMEABILIDAD CONSTANTE



$$e_1 = -N_1 \cdot d\Phi_\mu / dt = -N_1 \frac{d(\Phi_{\mu \max} \sin \omega t)}{dt} = N_1 \sqrt{2} \Phi_\mu \omega \sin(\omega t - \pi/2) \quad \equiv \quad E_1 = N_1 \omega \Phi_\mu$$

$$v_1 = V_{\max} \sin(\omega t + \pi/2) \quad \equiv \quad V_1 = N_1 \cdot \omega \cdot \Phi_\mu$$

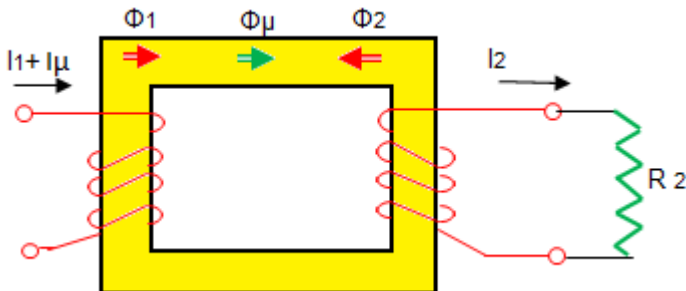
$$e_2 = N_2 \cdot d\Phi_\mu / dt \quad \equiv \quad E_2 = N_2 \cdot \omega \cdot \Phi_\mu \quad \Rightarrow \quad V_2 = N_2 \cdot \omega \cdot \Phi_\mu$$

$$e_1 = L_1 \cdot di_\mu / dt \quad \equiv \quad E_1 = L_1 \cdot \omega \cdot I_\mu \quad \Rightarrow \quad V_1 = L_1 \cdot \omega \cdot I_\mu$$

$$e_2 = M \cdot di_\mu / dt \quad \equiv \quad E_2 = M \cdot \omega \cdot I_\mu \quad \Rightarrow \quad V_2 = M \cdot \omega \cdot I_\mu$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

CON CARGA



$$E_1 = V_1 = cte \quad \Rightarrow \quad \Phi_\mu = cte, \quad \Phi_T = \Phi_1 + \Phi_\mu + \Phi_2 = \Phi_\mu \quad \Phi_\mu = N_1 \cdot I_\mu \cdot \mu \cdot A/l$$

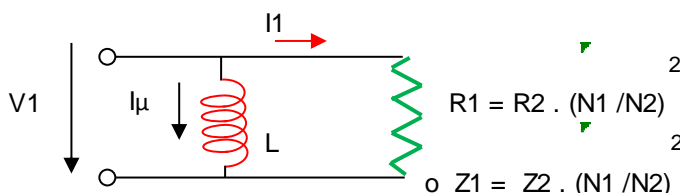
$$\Phi_1 = -\Phi_2 \quad N_1 \cdot I_1 / \mathcal{R} = N_2 \cdot I_2 / \mathcal{R} \quad N_1 \cdot I_1 = N_2 \cdot I_2 \quad \boxed{I_1 / I_2 = N_2 / N_1}$$

$$P_1 = P_2; \quad V_1 I_1 = V_2 I_2 = V_1 \cdot (N_2 / N_1) \cdot I_2 \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_1 / I_2 = N_2 / N_1} \quad (\text{sin considerar } I_\mu)$$

El transformador visto desde la entrada se puede considerar con V_1 y corriente I_1 :

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2 \cdot N_1 / N_2}{I_2 \cdot N_2 / N_1} = \frac{R_2 \cdot N_1}{N_2} \quad \text{Con lo cual el esquema representativo sumando la } I_\mu \text{ para generar el } \Phi_\mu \text{ es el siguiente:}$$

CIRCUITO EQUIVALENTE SIMPLIFICADO



Un valor de $L = N^2 \cdot \mu A / l$ grande reduce I_μ (la corriente de vacío I_o es la suma de I_μ , I de pérdidas del hierro más el cobre y resulta I_o aproximadamente igual a I_μ). Notar que como μ del hierro es del orden de 10000 e I_o es del orden de 2 % de la I nominal en transformadores de potencia actuales, sin el μ del hierro (con otros materiales $\mu \sim 1$) la I_o sería cientos de veces la I nominal, algo que haría inviable el transformador de potencia