U2.14.- Dadas las siguientes señales :

$$u_1(t) = \frac{\pi}{2}\,250\cos\left(300t - \frac{\pi}{4}\right) \quad [V]$$

$$u_2(t) = 315\,sen\left(300t + \frac{5}{6}\pi\right) \quad [V]$$

$$u_3(t) = \frac{630}{\sqrt{2}}\,sen\left(300t - \frac{7}{12}\pi\right) \quad [V]$$

a.- hallar sus diferencias de fase relativas expresándolas en [ms] y trazar en un mismo gráfico los fasores correspondientes

b.- hallar la expresión de una señal **u** $_4$ (t) tal que su valor eficaz sea un 80 % que el valor eficaz de **u** $_1$ (t) y esté retrasada 8,5 [ms] respecto de **u** $_3$ (t)

RESPUESTAS: **a.-** $\Delta t_{2,1} = 6{,}11\,[ms] \quad \Delta t_{1,3} = 8{,}73\,[ms] \quad \Delta t_{3,2} = 6{,}11\,[ms]$

b.- $u_4(t) = 706{,}85\,sen\left(17{,}19\times10^3\,t + 108{,}87^o\right) \quad [V]$

SOLUCIÓN U2.14.a

Para poder representar una dada señal alterna senoidal mediante un fasor es necesario hallar el valor eficaz y la fase inicial de dicha señal.En el caso de **u** $_1$ (t) , resulta :

$$U_1 = \frac{\hat{U}_1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi\times250}{2\times\sqrt{2}} = \frac{3{,}1416\times250}{2\times1{,}4142} = 277{,}68\,[V]$$

Recordando que : $\cos(\alpha) = sen\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$, se obtiene la fase inicial de **u** $_1$ (t) :

$$\theta u_1 = \left(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right)\frac{180[^o]}{\pi[rad]} = 45^o$$

Para la señal **u** $_2$ (t), el valor eficaz y la fase inicial valen :

$$U_2 = \frac{\hat{U}_2}{\sqrt{2}} = \frac{315}{1{,}4142} = 222{,}74\,[V] \qquad \theta u_2 = \left(\frac{5}{6}\,\pi\right)\frac{180[^o]}{\pi[rad]} = 150^o$$

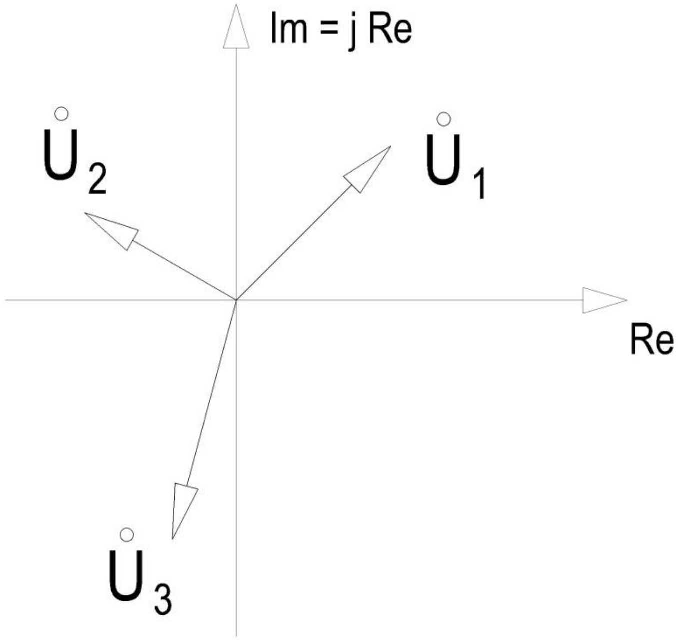
Para la señal **u** $_3$ (t), el valor eficaz y la fase inicial valen :

$$U_3 = \frac{\hat{U}_3}{\sqrt{2}} = \frac{630}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = 315\,[V] \qquad \theta u_3 = \left(-\frac{7}{12}\,\pi\right)\frac{180[^o]}{\pi[rad]} = -105^o$$

Los fasores representativos de las señales **u 1** (t) , **u 2** (t) y **u 3** (t) resultan igual a :

$$\mathring{U}_1 = 277{,}68 \langle 45^{\circ} \; [V] \qquad \mathring{U}_2 = 222{,}74 \langle 150^{\circ} \; [V] \qquad \mathring{U}_3 = 315 \langle -105^{\circ} \; [V]$$

En el siguiente gráfico se han dibujado los fasores correspondientes a las señales dadas para poder determinar sus diferencias de fase relativas :



Teniendo en cuenta que el sentido de rotación de los fasores es antihorario , que los ángulos se miden respecto del semieje positivo **R e** (positivos en sentido antihorario y negativos en sentido horario) y que la máxima diferencia de fase es +/- 180 [º], las diferencias de fase angulares de las señales **u 1** (t) , **u 2** (t) y **u 3** (t), valen

$$\Delta\theta_{2,1} = \theta u_2 - \theta u_1 = 150^{\circ} - 45^{\circ} = 105^{\circ}$$

$$\Delta\theta_{1,3} = \theta u_1 - \theta u_3 = 45^{\circ} - \left(-105^{\circ}\right) = 150^{\circ}$$

$$\Delta\theta_{3,2} = 360^{\circ} - \left(\left|\theta u_1\right| + \left|\theta u_2\right|\right) = 360^{\circ} - \left(150^{\circ} + 105^{\circ}\right) = 105^{\circ}$$

Para expresar las diferencias de fase en [ms] se debe aplicar la siguiente relación :

$$\frac{\Delta\theta\,[^{\circ}]}{360\,[^{\circ}]} = \frac{\Delta t\,[ms]}{T\,[ms]} \quad \therefore \quad \Delta t\,[ms] = \frac{\Delta\theta\,[^{\circ}]}{360\,[^{\circ}]}\, T\,[ms]$$

El período **T** de las señales dadas vale :

$$T = \frac{2\,\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3{,}1416}{300} = 20{,}94 \times 10^{-3}\,[s]$$

de donde se obtiene :

$$\Delta t_{2,1}\,[ms] = \frac{\Delta\theta_{2,1}\,[^{\circ}]}{360\,[^{\circ}]}\,T\,[ms] = \frac{105}{360}\,20{,}94 = 6{,}11\,[ms]$$

$$\Delta t_{1,3}\,[ms] = \frac{\Delta\theta_{1,3}\,[^{\circ}]}{360\,[^{\circ}]}\,T\,[ms] = \frac{150}{360}\,20{,}94 = 8{,}73\,[ms]$$

$$\Delta t_{3,2}\,[ms] = \frac{\Delta\theta_{3,2}\,[^{\circ}]}{360\,[^{\circ}]}\,T\,[ms] = \frac{105}{360}\,20{,}94 = 6{,}11\,[ms]$$

SOLUCIÓN U2.14.b

El valor eficaz de la señal **u_4** (t) vale :

$$U_4 = 1{,}8\,U_1 = 1{,}8 \times 277{,}68 = 499{,}82\,[V]$$

La fase inicial de la señal **u_4** (t) vale :

$$\theta u_4 = \theta u_3 - \Delta\,\theta_{3,4}$$

$$\Delta\theta_{3,4}\,[^{\circ}] = \frac{\Delta t_{3,4}\,[ms]}{T\,[ms]}\,360\,[^{\circ}] = \frac{8{,}5}{20{,}94}\,360 = 146{,}13\,[^{\circ}]$$

$$\theta u_4 = \theta u_3 - \Delta\,\theta_{3,4} = -105^{\circ} - 146{,}13^{\circ} = -251{,}13\,[^{\circ}] = 108{,}87\,[^{\circ}]$$

El valor pico de la señal **u_4** (t) vale :

$$\hat{U}_4 = \sqrt{2}\,U_4 = 1{,}4142 \times 499{,}82 = 706{,}85\,[V]$$

La frecuencia angular en [º/s] viene dada por :

$$\omega\,[{}^{\circ}/s] = \omega\,[rad/s] \times \frac{180\,[^{\circ}]}{\pi\,[rad]} = 300 \times \frac{180}{3{,}1416} = 17{,}19 \times 10^{3}\,[{}^{\circ}/s]$$

La expresión de la señal **u_4** (t) resulta :

$$u_4(t) = 706{,}85\,sen\left(17{,}19 \times 10^{3}\,t + 108{,}87^{\circ}\right)\ [V]$$