

Cette activité de groupe doit être comprise et réalisée en **autonomie**. Chacun de vous doit être capable de faire et d'expliquer les exercices d'applications

Encodage des nombres relatifs

1. Conversions entier relatif ↔ binaire

Dans cette activité, nous allons nous intéresser à la représentation réelle en machine des nombres entiers relatifs.

ACTIVITÉ 1

Par exemple, le but est de comprendre comment est représenté dans l'ordinateur le nombre -65.

Spoil : sur 8 bits, $-65_{10} = 10111111_2$

Méthode d'encodage des entiers relatifs

- la **longueur** en bits d'un binaire relatif est fixée à l'avance
- le **signe** est représenté par le bit de poids fort (le premier bit à gauche) :

- 0 pour un nombre positif ou nul
- 1 pour un nombre négatif

- un entier **positif** : codage classique des entiers naturels
- un entier **négatif** : codage en **complément à deux**

Technique du **Complément à deux** pour déterminer l'opposé d'un entier relatif

- inverser** les bits
- additionner** 1 au résultat

1

posé :

- complément à deux :

1. $1111\ 1100\ 1010\ 1001 \rightarrow 0000\ 0011\ 0101\ 0110$

2. $0000\ 0011\ 0101\ 0110 + 1 = 0000\ 0011\ 0101\ 0111$

- codage décimal de l'opposé (qui est positif) :

3. $0000\ 0011\ 0101\ 0111_2 = 512_{10} + 256_{10} + 64_{10} + 16_{10} + 4_{10} + 2_{10} + 1_{10} = 855_{10}$

Donc $1111\ 1100\ 1010\ 1001_2$ est l'opposé de 855_{10} . Ainsi :

$1111\ 1100\ 1010\ 1001_2 = -855_{10}$.

ACTIVITÉ 2

Convertir en **binaire relatif sur un octet** les nombres 42, -42, 0.

Convertir en décimal les binaires relatifs codés sur 1 octet : 0011 1010, 1011 1010, 1111 1111.

ACTIVITÉ 3

Convertir en **binaire relatif sur deux octet** les nombres -1, -2022.

Convertir en décimal le binaire relatif codé sur 2 octet 0000 0111 1110 0110.

4

CORRECTION

Comment encoder -65 sur 8 bits ?

- (1) on se prépare à utiliser 8 bits donc $-65 = \dots \dots$
- (2) -65 est négatif et est l'**opposé de 65**. Appliquons la technique du *complément à deux* sur 65 pour passer du codage binaire de 65 au codage binaire de -65 :

`codage_bin(65)` → `complément à deux` → `codage_bin(-65)`

Ce qui donne :

65_{10}		complément à deux		-65_2
$0100\ 0001_2$	→	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div> 1. $0100\ 0001 \rightarrow 1011\ 1110$ 2. $1011\ 1110 + 1 = 1011\ 1111$ </div> <div>→</div> </div>	→	$1011\ 1111_2$

On a donc la réponse attendue (et on peut vérifier avec le bit de poids fort que c'est bien un nombre négatif) :

$$-65_{10} = 10111111_2$$

2. Exemples

Voici quelques exemples à étudier.

Exemple

Sur **2 octets** : $2021_{10} = 0000\ 0111\ 1110\ 0101_2$ car...

comme 2021 est positif, on utilise la conversion binaire classique :

$$2021 = 1024 + 512 + 256 + 128 + 64 + 32 + 4 + 1$$

ce qui donne

$$1024 = 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^2 + 2^0.$$

$2021_{10} = 11111000101_2$ et donc sur 16 bits :

$$2021_{10} = 0000\ 0111\ 1100\ 0101_2$$

Exemple

Sur **2 octets** : $-15_{10} = 111111111110001_2$ car...

comme -15 est négatif, on va appliquer le *complément à deux* sur le codage binaire du nombre positif 15 :

– codage binaire de 15 sur 16 bits :

$$1. \ 15_{10} = 1111_2 = 0000\ 0000\ 0000\ 1111_2$$

– complément à deux :

$$2. \ 0000\ 0000\ 0000\ 1111 \rightarrow 1111\ 1111\ 1111\ 0000$$

$$3. \ 1111\ 1111\ 1111\ 0000 + 1 = 1111\ 1111\ 1111\ 0001$$

Ainsi le codage relatif sur 2 octets devient : $-15 \rightarrow 1111\ 1111\ 1111\ 0001$

Exemple

Sur **2 octets** : $1111\ 1100\ 1010\ 1001_2 = -855$ car...

$1111\ 1100\ 1010\ 1001$ est un nombre négatif puisque son bit de poids fort vaut 1. Utilisons le **complément à deux** pour déterminer son op-