

EXERCICE 5 (4 points)

Cet exercice porte sur la programmation en général.

Étant donné un tableau non vide de nombres entiers relatifs, on appelle sous-séquence une suite non vide d'éléments voisins de ce tableau. On cherche dans cet exercice à déterminer la plus grande somme possible obtenue en additionnant les éléments d'une sous-séquence.

Par exemple, pour le tableau ci-dessous, la somme maximale vaut 18.

Elle est obtenue en additionnant les éléments de la sous-séquence encadrée en gras ci-dessous (6 ; 8 ; -6 ; 10).

-8	-4	6	8	-6	10	-4	-4
----	----	---	---	----	----	----	----

1.
 - a. Quelle est la solution du problème si les éléments du tableau sont tous positifs ?
 - b. Quelle est la solution du problème si tous les éléments sont négatifs ?
2. Dans cette question, on examine toutes les sous-séquences possibles.
 - a. Écrire le code Python d'une fonction `somme_sous_sequence(lst, i, j)` qui prend en argument une liste et deux entiers `i, j` et renvoie la somme de la sous-séquence délimitée par les indices `i` et `j` (inclus).
 - b. La fonction `pgsp` ci-dessous permet de déterminer la plus grande des sommes obtenues en additionnant les éléments de toutes les sous-séquences possibles du tableau `lst`.

```
def pgsp(lst):  
    n = len(lst)  
    somme_max = lst[0]  
    for i in range(n):  
        for j in range(i, n):  
            s = somme_sous_sequence(lst, i, j)  
            if s > somme_max :  
                somme_max = s  
    return somme_max
```

Parmi les quatre choix suivants, quel est le nombre de comparaisons effectuées par cette fonction si le tableau `lst` passé en paramètre contient 10 éléments ?

10

55

100

1055

- c. Recopier et modifier la fonction `pgsp` pour qu'elle renvoie un tuple contenant la somme maximale et les indices qui délimitent la sous-séquence correspondant à cette somme maximale.

3. On considère dans cette question une approche plus élaborée. Son principe consiste, pour toutes les valeurs possibles de l'indice i , à déterminer la somme maximale $S(i)$ des sous-séquences qui se terminent à l'indice i . En désignant par $\text{lst}[i]$ l'élément de lst d'indice i , on peut vérifier que

- $S(0) = \text{lst}[0]$
- et pour $i \geq 1$:

$$S(i) = \text{lst}[i] \text{ si } S(i-1) \leq 0 ;$$

$$S(i) = \text{lst}[i] + S(i-1) \text{ si } S(i-1) > 0.$$

- a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous avec les valeurs de $S(i)$ pour la liste considérée en exemple.

i	0	1	2	3	4	5	6	7
$\text{lst}[i]$	-8	-4	6	8	-6	10	-4	-4
$S(i)$								

- b. La solution au problème étant la plus grande valeur des $S(i)$, on demande de compléter la fonction `pgsp2` ci-dessous, de sorte que la variable `sommes_max` contienne la liste des valeurs $S(i)$.

```
def pgsp2(lst):
    sommes_max = [lst[0]]
    for i in range(1, len(lst)):

        # à compléter

    return max(sommes_max)
```

- c. En quoi la solution obtenue par cette approche est-elle plus avantageuse que celle de la question 2.b. ?