

Universidade Federal do Rio de Janeiro  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
de Processos Químicos e Bioquímicos

## MODELAGEM DOS FENÔMENOS DE INTERAÇÃO GÁS-LÍQUIDO EM ESCOAMENTOS ANULARES

Nathalia Corrêa de Sá

Exame de Qualificação apresentado ao  
Programa de Pós-graduação em Engenharia de  
Processos Químicos e Bioquímicos, da Escola  
de Química da Universidade Federal do Rio de  
Janeiro, como parte dos requisitos necessários  
à obtenção do título de Doutor em Engenharia  
de Processos Químicos e Bioquímicos.

Orientadores: Prof. Luiz Fernando Lopes  
Rodrigues Silva, D.Sc.  
Prof. Paulo Laranjeira da  
Cunha Lage, D.Sc.

Rio de Janeiro  
Dezembro, 2021

MODELAGEM DOS FENÔMENOS DE INTERAÇÃO GÁS-LÍQUIDO EM  
ESCOAMENTOS ANULARES

Nathalia Corrêa de Sá

EXAME DE QUALIFICAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS QUÍMICOS E BIOQUÍMICOS (EPQB) DA ESCOLA DE QUÍMICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE PROCESSOS QUÍMICOS E BIOQUÍMICOS.

Aprovado por:

---

Prof. Tânia Suaiden Klein, Ph.D. – EPQB/UFRJ

---

Prof. Aristeu da Silveira Neto, Ph.D. – UFU

---

Prof. Sávio Souza Venâncio Vianna, Ph.D. – Unicamp

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL  
DEZEMBRO, 2021

# Agradecimentos

Agradeço aos meus Professores Orientadores, pelos ensinamentos e contribuições para minha formação;

Aos meus colegas de laboratório, pela cooperação;

Aos meus pais, pelo amor, ensinamentos e guia sem os quais não teria chegado onde cheguei;

Aos meus amigos, fonte constante de motivação e apoio;

À Petrobras - Petroleo Brasileiro S.A. pelo financiamento do projeto e determinação do escopo básico.

*Dedico este trabalho aos meus  
pais, a maior fonte de amor,  
apoio e encorajamento de minha  
vida;  
Aos meus melhores amigos do  
Quarteto, que são minha segunda  
família;  
A todos os Professores que tive  
na vida, não só pela transmissão  
do conhecimento como também  
pela orientação;  
A todos os amigos que me  
fizeram sorrir pelo caminho.*

Resumo do Exame de Qualificação apresentado ao EPQB/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

## MODELAGEM DOS FENÔMENOS DE INTERAÇÃO GÁS-LÍQUIDO EM ESCOAMENTOS ANULARES

Nathalia Corrêa de Sá

Dezembro/2021

Orientadores: Prof. Luiz Fernando Lopes Rodrigues Silva, D.Sc.

Prof. Paulo Laranjeira da Cunha Lage, D.Sc.

Programa: Engenharia de Processos Químicos e Bioquímicos

Escoamentos multifásicos são frequentemente observados em processos industriais, sobretudo da indústria de petróleo. Dentre os diversos regimes de escoamento, o anular é caracterizado pelo escoamento de uma fase gasosa em alta velocidade no centro do tubo ou equipamento, enquanto a fase líquida escoa tanto pela parede, formando um filme fino, quanto na forma de gotas dipersas no núcleo gasoso. Os mecanismos de transferência de massa, quantidade de movimento ~~e~~ energia entre as fases são complexos e difíceis de representar em uma simulação computacional. Dessa forma, ~~o~~ presente trabalho explora a modelagem bidimensional para filmes finos em simulações de Fluidodinâmica Computacional (CFD), implementando-o no OpenFOAM®. Esse modelo aborda o escoamento do filme por equações bidimensionais obtidas por integração na espessura do filme líquido, representando toda a interação entre fases pelos termos de fechamento. Diferentes expressões para os fenômenos interfaciais do escoamento são comparadas e novas correlações serão propostas para os fenômenos de entranhamento e cisalhamento interfacial visando adequação a dados experimentais já existentes.

Abstract of Exame de Qualificação presented to EPQB/UFRJ as a partial fulfillment  
of the requirements for the degree of Doutor of Science (D.Sc.)

## MODELING OF GAS-LIQUID INTERACTION IN ANNULAR FLOWS

Nathalia Corrêa de Sá

December/2021

Advisors: Prof. Luiz Fernando Lopes Rodrigues Silva, D.Sc.

Prof. Paulo Laranjeira da Cunha Lage, D.Sc.

Graduate Program: Engineering of Chemical and Biochemical Processes

Multiphase flows are frequently observed in industrial processes, including in the oil industry. Among the existing flow regimes, the annular pattern is characterized by the flow of a gaseous phase at the center of the tube or equipment, while the liquid is pushed towards the walls forming a thin film, and small droplets stay dispersed in the gas core. The mass, momentum and energy transfers among phases are complex and difficult to be fully characterized in a computational simulation. Thus, the present work explores the surface model for thin films and implements it for the Computational Fluid Dynamic (CFD) simulations of annular flows, using OpenFOAM®. This model utilizes the two-dimensional equations obtained by integration over the liquid film thickness, representing phase interactions through closure terms. Different expressions for the interfacial phenomena are compared and new correlations will be proposed for entrainment and interfacial shear, aiming at fitting the existing experimental data.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xv</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>xvii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Contextualização - Escoamentos Anulares . . . . .	2
1.2 Motivação . . . . .	4
1.3 Objetivos da Pesquisa . . . . .	4
1.4 Organização Deste Documento . . . . .	5
<b>2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>6</b>
2.1 Regimes de Escoamento Multifásico Gás-Líquido . . . . .	6
2.2 Conceitos Básicos de Fluidodinâmica Computacional . . . . .	12
2.2.1 Método dos Volumes Finitos (FVM) . . . . .	13
2.2.1.1 Discretização . . . . .	15
2.2.1.2 Processo de Solução . . . . .	17
2.2.2 Método das Áreas Finitas (FAM) . . . . .	19
2.3 Simulação Fluidodinâmica de Escoamentos Multifásicos . . . . .	21
2.4 Modelo de Filme Líquido Bidimensional . . . . .	25
2.4.1 Implementação no ANSYS Fluent e OpenFOAM . . . . .	26
2.4.2 Termos de Fechamento do Modelo de Filme . . . . .	29
2.5 Fenômenos Físicos de Interação Entre as Fases nos Escoamentos Anulares . . . . .	29
2.5.1 Análise Experimental de Escoamentos Anulares . . . . .	33
2.5.2 Modelagem da tensão de cisalhamento interfacial $\tau_i$ . . . . .	38
2.5.2.1 Implementações da modelagem do cisalhamento interfacial em CFD . . . . .	42
2.5.3 Modelagem da deposição de gotas dispersas . . . . .	43
2.5.3.1 Implementações da deposição em CFD . . . . .	44
2.5.4 Modelagem do entranhamento . . . . .	54

2.5.4.1	Implementações do entranhamento em CFD . . . . .	58
2.5.5	Modelagem da distribuição de tamanhos de partículas dispersas	60
2.5.5.1	Implementações da distribuição de tamanhos de partículas dispersas em CFD . . . . .	61
2.5.6	Modelagem da evaporação e condensação . . . . .	61
2.5.7	Modelagem da transferência <del>de calor</del> <sup>termica</sup> . . . . .	64
2.6	Simulações em CFD de Escoamentos Anulares . . . . .	66
<b>3</b>	<b>Metodologia para simulações de CFD</b>	<b>69</b>
3.1	Dedução do Equacionamento para Modelo de Filme Bidimensional . .	69
3.1.1	Equações de <del>balanço</del> <sup>Transporte</sup> . . . . .	69
3.1.2	Equacionamento Básico para o Filme Líquido . . . . .	70
3.2	Obtenção dos Termos de Fechamento . . . . .	78
3.2.1	Balanço de forças - relação entre $\tau_i$ e $\tau_w$ . . . . .	78
3.2.2	Perfil de velocidade do filme . . . . .	81
3.2.2.1	Perfil de velocidade linear . . . . .	82
3.2.2.2	Perfil de velocidade quadrático . . . . .	83
3.2.2.3	Perfil de velocidade cúbico . . . . .	84
3.3	Implementações Realizadas no OpenFOAM . . . . .	86
3.4	Escoamento Vertical . . . . .	88
3.4.1	Apresentação do problema . . . . .	88
3.4.2	Geometria e Malha . . . . .	89
3.4.3	Configuração das simulações . . . . .	91
3.5	Escoamento Horizontal . . . . .	94
3.5.1	Apresentação do problema . . . . .	94
3.5.2	Geometria e Malha . . . . .	94
3.5.3	Configuração das simulações . . . . .	95
<b>4</b>	<b>Resultados Parciais e Discussão</b>	<b>98</b>
4.1	Análise do comportamento dos modelos de fechamento . . . . .	98
4.2	Simulações do Escoamento Anular Vertical . . . . .	101
4.2.1	Convergência de malha . . . . .	101
4.2.2	Caso laminar - sem entranhamento . . . . .	104
4.2.3	Caso turbulento - com entranhamento . . . . .	107
4.2.4	Efeito do modelo de fator de fricção . . . . .	113
4.2.5	Efeito do modelo de entranhamento . . . . .	114
4.2.6	Efeito do perfil de velocidade do filme . . . . .	114
4.3	Simulações do Escoamento Anular Horizontal . . . . .	115
4.3.1	Convergência de malha . . . . .	115
4.3.2	Efeito dos modelos de fator de fricção e entranhamento . . . . .	119

4.3.3	Efeito do aumento de vazão . . . . .	120
4.3.4	Efeito do diâmetro do tubo . . . . .	121
<b>5</b>	<b>Conclusões Parciais e Plano de Trabalho</b>	<b>124</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>126</b>

# Listas de Figuras

1.1	Presença de fases dispersas e separadas no padrão de escoamento anular.	2
1.2	Coluna de filme descendente.	3
1.3	Formação de filmes a partir da atomização de <i>sprays</i> .	4
2.1	Padrões de escoamento multifásico.	6
2.2	Padrões de escoamento gás-líquido.	7
2.3	Mapa de padrões de escoamentos gás-líquido horizontais. Fonte: BAKER [1]. O padrão de bolhas é também chamado de “ <i>froth</i> ” (emulsão de bolhas), o padrão névoa é chamado de “ <i>dispersed</i> ” e o estratificado ondulado de “ <i>wave</i> ”.	9
2.4	Mapa de padrões de escoamentos gás-líquido horizontais teórico. Fonte: TAITEL e DUKLER [2]. O padrão estratificado é chamado de “ <i>stratified smooth</i> ” e o padrão golfadas de “ <i>intermittent</i> ”.	9
2.5	Mapa de padrões de escoamento água-ar vertical, teórico. Velocidades superficiais são representadas como $U_{Gs}$ e $U_{Ls}$ e a curva $\ell_E/D = 50$ sinaliza a transição do regime golfadas ( <i>slug</i> ) para caótico. Fonte: TAITEL et al. [3].	11
2.6	Mapa de padrões de escoamento vertical ascendente (cima) e descendente (baixo). “ <i>Quiet</i> ” e “ <i>dispersed slug</i> ” se distinguem como golfadas de pequeno e grande porte respectivamente, “ <i>frothy slug</i> ” representa a transição golfadas-caótico, , “ <i>froth</i> ” é o regime caótico. Fonte: OSWINOWO e CHARLES [4].	12
2.7	Efeito da transferência de calor no regime de escoamento.	13
2.8	Representação de um volume de controle em um domínio discretizado.	14
2.9	Representação da correção de não-ortogonalidade.	17
2.10	Representação das superfícies de controle no Método de Áreas Finitas. Adaptado de Macak [5].	19
2.11	Representação do modelo Volume of Fluid, adaptado de HAIDER, 2013 [6]. As cores azul e vermelho representam os dois fluidos presentes, enquanto os números representam os valores de $\gamma$ em cada célula computacional.	22

2.12	Representação da abordagem Lagrangeana. . . . .	24
2.13	Método de extrusão da malha pela classe regionModel do Open-FOAM. Fonte: SJÖLINDER [7]. . . . .	27
2.14	Mecanismos de deposição (D) e entranhamento (E) de gotas. . . . .	30
2.15	Limite para ocorrência de entranhamento. Fonte: Berna <i>et al.</i> [8] . .	31
2.16	Evolução das taxas de entranhamento e deposição ao longo do escoamento. Adaptado de AZZOPARDI [9]. . . . .	32
2.17	Aparatos experimentais. À esquerda: injeção e extração por paredes porosas. Centro: extração dupla de filme com paredes porosas. À direita: controle de concentração de soluto traçador. . . . .	35
2.18	Relação entre vetor velocidade da fase dispersa ( $\mathbf{u}_d$ ) e normal à parede ( $\hat{\mathbf{n}}$ ). . . . .	44
2.19	Regimes de interação gota-parede. Adaptado de: Stanton e Rutland [10]. . . . .	45
2.20	Respingo ( <i>splash</i> ) de partículas sobre o filme. . . . .	48
2.21	Representação dos fluxos de massa e quantidade de movimento em escoamento anular vertical ascendente. . . . .	55
3.1	Representação de filme fino. Adaptado de Oron <i>et al.</i> [11]. . . . .	71
3.2	Balanço de forças no tubo. . . . .	79
3.3	Geometria da seção de teste experimental de WOLF <i>et al.</i> [12]. . .	89
3.4	Níveis de refino na direção axial para o estudo de convergência de malha. . . . .	90
3.5	Níveis de refino na direção radial para o estudo de convergência de malha. . . . .	91
3.6	Geometria da seção de teste experimental de Shedd e Newell [13]. .	94
3.7	Níveis de refino axial para o estudo de convergência de malha para o tubo de maior diâmetro do caso de escoamento horizontal. . . . .	95
3.8	Níveis de refino radial para o estudo de convergência de malha para o tubo de maior diâmetro do caso de escoamento horizontal. . . . .	96
4.1	Variação de perfis de fator de fricção interfacial com a espessura de filme, fixando $U_G = 40 \text{ m/s}$ e $U_L = 1 \text{ m/s}$ . . . . .	99
4.2	Variação de perfis de fator de fricção interfacial com a velocidade de gás, fixando $\delta = 10^{-4} \text{ m}$ e $U_L = 1 \text{ m/s}$ . . . . .	99
4.3	Variação de perfis de taxa de entranhamento com a espessura de filme, fixando $U_G = 40 \text{ m/s}$ e $U_L = 1 \text{ m/s}$ . . . . .	100
4.4	Variação de perfis de taxa de entranhamento com a velocidade de gás, fixando $\delta = 10^{-4} \text{ m}$ e $U_L = 1 \text{ m/s}$ . Curvas com descontinuidades indicam que o modelo vai a taxa nula fora da faixa estabelecida. . . .	100

4.5 Variação de perfis de taxa de entranhamento com a velocidade de filme, fixando $\delta = 10^{-4} \text{ m}$ e $U_G = 40 \text{ m/s}$ . . . . .	101
4.6 Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo do comprimento com o refino da malha do escoamento vertical conforme dados da Tabela 3.2. . . . .	102
4.7 Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo do diâmetro com o refino da malha do escoamento vertical conforme dados da Tabela 3.2. . . . .	102
4.8 Variação de perfis de espessura de filme líquido e cisalhamento na parede ao longo do tubo com o refino axial da malha do escoamento vertical a $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ conforme dados da Tabela 3.2. . . . .	103
4.9 Variação de perfis de espessura de filme líquido e cisalhamento na parede ao longo do tubo com o refino radial da malha do escoamento vertical a $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ conforme dados da Tabela 3.3. . . . .	103
4.10 Resultados de perfil de espessura de filme para o escoamento vertical com $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 10 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . . . . .	105
4.11 Resultados de perfil de magnitude da velocidade do filme líquido para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 10 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . . . . .	105
4.12 Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na parede para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 10 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . . . . .	106
4.13 Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na interface para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 10 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . . . . .	107
4.14 Resultados de perfil de espessura de filme líquido para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . . . . .	108
4.15 Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na parede para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . . . . .	109
4.16 Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na interface para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . . . . .	109
4.17 Resultados de perfil de espessura de filme líquido para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 40 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . . . . .	110
4.18 Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na parede para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 40 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . . . . .	111
4.19 Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na interface para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 40 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . . . . .	111
4.20 Resultados de perfil de espessura de filme líquido para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 100 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . . . . .	112
4.21 Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na parede para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 100 \text{ kg/m}^2\text{s}$ ao longo da direção do escoamento . . . . .	112

4.22 Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na interface para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 100 \text{ kg/m}^2\text{s}$ ao longo da direção do escoamento . . . . .	113
4.23 Resultados da comparação do perfil de espessura de filme líquido para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ com diferentes modelos de fator de fricção interfacial. . . . .	114
4.24 Resultados da comparação do perfil de espessura de filme líquido para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ com diferentes modelos de entranhamento. . . . .	115
4.25 Resultados da comparação do perfil de espessura de filme líquido para $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$ e $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ com diferentes modelos de perfil de velocidade do filme . . . . .	116
4.26 Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo do comprimento com o refino da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A, conforme Tabela 3.11. . . . .	116
4.27 Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo do diâmetro com o refino da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A, conforme Tabela 3.11. . . . .	117
4.28 Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo da circunferência com o refino da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A, conforme Tabela 3.11. . . . .	117
4.29 Variação de perfis de espessura de filme líquido ao longo da circunferência com o refino axial (à esquerda) e radial (à direita) da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A. . . . .	118
4.30 Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo do comprimento com o refino radial da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A conforme Tabela 3.12. . . . .	118
4.31 Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo do diâmetro com o refino radial da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A conforme Tabela 3.12. . . . .	119
4.32 Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo da circunferência com o refino axial da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A conforme Tabela 3.12. . . . .	119
4.33 Comparação de resultados de perfil de espessura do filme líquido na direção angular para a condição LR-A, variando-se os modelos de fricção interfacial. . . . .	120
4.34 Resultados de perfil de espessura do filme líquido na direção angular para a condição LR-A, conforme descrita na Tabela 3.10. . . . .	121

4.35 Resultados de perfil de espessura do filme líquido na direção angular para a condição LR-B, conforme descrita na Tabela 3.10. . . . .	121
4.36 Resultados de perfil de espessura do filme líquido na direção angular para a condição SR-A, conforme descrita na Tabela 3.10. . . . .	122
4.37 Resultados de perfil de espessura do filme líquido na direção angular para a condição SR-B, conforme descrita na Tabela 3.10. . . . .	123

# Listas de Tabelas

2.1	Resumo dos trabalhos experimentais selecionados para a análise preliminar.	39
2.2	Critérios de transição de regimes de interação partícula-parede.	46
3.1	Condições experimentais de WOLF et al. [12].	89
3.2	Dados do estudo de convergência de malha (refino axial) para o escoamento vertical.	90
3.3	Dados do estudo de convergência de malha (refino radial) para o escoamento vertical.	90
3.4	Propriedades do ar e água empregadas nas simulações.	91
3.5	Condições de contorno usadas no OpenFOAM nas simulações de escoamento vertical.	92
3.6	Cálculos dos valores de entrada para o filme nas simulações de escoamento vertical. Velocidades interscticiais calculadas por $u_{Lx} = \frac{j_L D}{4\delta}$ .	92
3.7	Discretização dos Operadores Matemáticos. O gás foi simulado em estado estacionário ( <b>simpleFoam</b> ) e os campos convergidos usados no <i>solver</i> de filme e partículas ( <b>annularFoam</b> ).	93
3.8	Parâmetros do algoritmo para acoplamento pressão-velocidade.	93
3.9	Parâmetros do algoritmo para solução de sistemas lineares.	93
3.10	Condições experimentais de Shedd e Newell [13].	94
3.11	Dados do estudo de convergência de malha (refino axial) para o escoamento horizontal (tubo de diâmetro 25,4 mm).	95
3.12	Dados do estudo de convergência de malha (refino radial) para o escoamento horizontal (tubo de diâmetro 25,4 mm).	95
3.13	Propriedades do ar e água empregadas nas simulações de escoamento horizontal.	96
3.14	Cálculos dos valores de entrada para o filme nas simulações de escoamento horizontal. Velocidades interscticiais calculadas por $u_{Lx} = \frac{j_L D}{4\delta_{avg}}$ .	96
4.1	Classificação dos regimes de escoamento do filme para os casos simulados conforme CIONCOLINI et al. [14]	107

5.1 Cronograma . . . . .	125
--------------------------	-----

# Nomenclatura

## Letras Romanas

$\hat{\mathbf{n}}$  Vetor normal unitário

$\mathfrak{K}_m$  Coeficiente de transferência de massa, [ $m\ s^{-1}$ ]

$A$  Área, [ $m^2$ ]

$C$  Concentração mássica, [ $kg\ m^{-3}$ ]

$c_p$  Capacidade calorífica específica a pressão constante, [ $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ]

$D$  Diâmetro, [ $m$ ]

$d_p$  Diâmetro de partícula, [ $m$ ]

$E$  Fração de entranhamento, [—]

$e$  Coeficiente de restituição

$f$  Fator de fricção, [—]

$G$  Fluxo de massa, [ $kg\ m^{-2}\ s^{-1}$ ]

$H$  Entalpia específica, [ $J\ kg^{-1}$ ]

$h_c$  Coeficiente de transferência de calor convectivo, [ $W\ m^{-2}\ K^{-1}$ ]

$j$  Velocidade superficial, [ $m\ s^{-1}$ ]

$k$  Condutividade térmica, [ $W\ m^{-1}\ K^{-1}$ ]

$L$  Comprimento, [ $m$ ]

$la$  Comprimento de Laplace,  $la = \sqrt{\frac{\sigma}{|g|\Delta\rho}}$

$M$  Massa molar, [ $kg\ kmol^{-1}$ ]

$m$  Massa, [ $kg$ ]

$p$	Pressão, [ $Pa$ ]
$Q$	Taxa de calor gerada, [ $W$ ]
$q''$	Fluxo de calor, [ $W\ m^{-2}$ ]
$R$	Constante dos gases específica [ $J\ kg^{-1}\ K^{-1}$ ]
$S$	Termo-fonte
$T$	Temperatura, [ $K$ ]
$t$	Tempo, [ $s$ ]
$V$	Volume, [ $m^3$ ]
$W$	Vazão mássica, [ $kg\ s^{-1}$ ]
$Y$	Fração mássica, [−]
$z$	Coordenada da direção normal à parede
$\mathcal{D}_{ab}$	Coeficiente de difusão, [ $m^2\ s^{-1}$ ]
$\mathcal{L}_{vap}$	Calor latente de vaporização, [ $J\ kg^{-1}$ ]
$\mathbf{g}$	Aceleração da gravidade, [ $m\ s^{-2}$ ]
$\mathbf{u}$	Vetor velocidade, [ $m\ s^{-1}$ ]

### Letras Gregas

$\alpha$	Fração da fase, [−]
$\Delta$	Variação de uma certa grandeza física
$\delta$	Espessura do filme bidimensional, [ $m$ ]
$\tau$	Tensor tensão de cisalhamento, [ $kg\ m^{-1}\ s^{-2}$ ]
$\lambda$	Comprimento de onda, [ $m$ ]
$\mu$	Viscosidade dinâmica, [ $kg\ m^{-1}s^{-1}$ ]
$\nu$	Viscosidade cinemática, [ $m^2\ s^{-1}$ ]
$\phi$	Variável genérica
$\psi$	Ângulo azimutal, [−]

- $\rho$  Massa específica, [ $kg\ m^{-3}$ ]  
 $\sigma$  Tensão superficial, [ $N\ m^{-1}$ ]  
 $\theta$  Ângulo de contato, [–]

### Subscritos

- $a$  Aresta  
 $crit$  Crítico  
 $D$  Deposição  
 $E$  Entranhamento  
 $eb$  Ebulição  
 $G$  Fase Gasosa  
 $i$  Interface  
 $k$  Fase genérica  
 $L$  Fase Líquida  
 $m$  Massa  
 $mom$  Quantidade de Movimento  
 $n$  Direção normal  
 $p$  Partícula  
 $S$  Direção da superfície (tangencial à parede)  
 $s$  Superficial  
 $sat$  Saturação  
 $t$  Direção tangencial  
 $vap$  Vaporização  
 $w$  Parede  
 $x$  Direção x  
 $y$  Direção y

$z$  Direção z

## Sobrescritos

$t$  Passo de tempo atual

$t + \Delta t$  Passo de tempo seguinte

## Números adimensionais

$Co$  Número de Courant

$La$  Número de Laplace,  $La = \frac{Re^2}{We}$

$Nu$  Número de Nusselt,  $Nu = \frac{h_c D}{k}$

$Pr$  Número de Prandtl,  $Pr = \frac{c_p \mu}{k}$

$Re$  Número de Reynolds,  $Re = \frac{\rho j D}{\mu}$

$Sc$  Número de Schmidt,  $Sc = \frac{\mu}{\rho D}$

$Sh$  Número de Sherwood,  $Sh = \frac{\mathfrak{K}_m D}{\mathcal{D}_{ab}}$

$We$  Número de Weber.  $We = \frac{\rho j^2 D}{\sigma}$

## Siglas

CFD *Computational Fluid Dynamics*

OpenFOAM® *Open Field Operation and Manipulation*

# Capítulo 1

## Introdução

A representação de fenômenos físicos por modelos matemáticos permite a predição do comportamento de uma ou mais grandezas físicas de interesse, o que é relevante no dia-a-dia da indústria. Para o escoamento de fluidos, seja no interior de dutos e equipamentos ou externo, é possível avaliar variações de pressão, temperatura, composições e outras informações que auxiliam no projeto de equipamentos e sistemas de segurança e controle, no cálculo de produtividades e eficiências de processo para análises de viabilidade econômica, entre outras informações.

Os cálculos são simplificados em situações que se possa considerar um único fluido com propriedades homogêneas escoando em um ambiente regular. No entanto, para muitas aplicações industriais, os escoamentos são multifásicos, sendo adicionada a complexidade das interações entre fases e da variação de propriedades e comportamento geral do escoamento de acordo com a distribuição e composição das fases.

Para escoamentos gás-líquido em tubos, por exemplo, diferentes padrões podem ser observados de acordo com a proporção de fase líquida para fase gás e com a velocidade relativa entre as fases: um escoamento em que pequenas gotículas de líquido se dispersam em um gás, como em um *spray*, tem comportamento significativamente distinto de um escoamento em que gás e líquido se separam por uma interface contínua, como em uma piscina. Complexidade adicional é gerada se, no mesmo escoamento, esse líquido transitar entre a forma de gotículas e a forma de fase contínua.

Esse tipo de situação é observada nos escoamentos bifásicos de padrão anular, em que um fino ânulo de líquido se forma em paredes ao redor de um gás, e que é o regime de escoamento foco deste trabalho. Dada a complexidade acrescida ao escoamento pela distribuição espacial e pelos mecanismos de interação entre fases resultantes desse regime, a serem detalhados no Capítulo seguinte, faz-se necessário um estudo abrangente da modelagem matemática requerida para a caracterização completa desse escoamento e, no que tange ao desenvolvimento de simuladores computacionais

para o regime anular, é necessário ainda desenvolver estratégias para a obtenção de aproximações numéricas com boa qualidade sem que para isso sejam empregados altos custos computacionais.

## 1.1 Contextualização - Escoamentos Anulares

Escoamentos anulares são caracterizados pela existência de um filme líquido fino escoando nas paredes enquanto um núcleo gasoso escoa pelo centro a altas velocidades carregando gotas de líquido dispersas (Figura 1.1). Essas três fases interagem entre si, influenciando o gradiente de pressão da linha, a fração volumétrica de líquido e a secagem (*dry-out*) do filme, por exemplo, fatores estes que devem ser considerados no projeto de equipamentos e tubulações industriais. Devido a essa complexidade, de todos os padrões de escoamento multifásico gás-líquido, o anular é ainda um dos menos profundamente explorados na literatura.

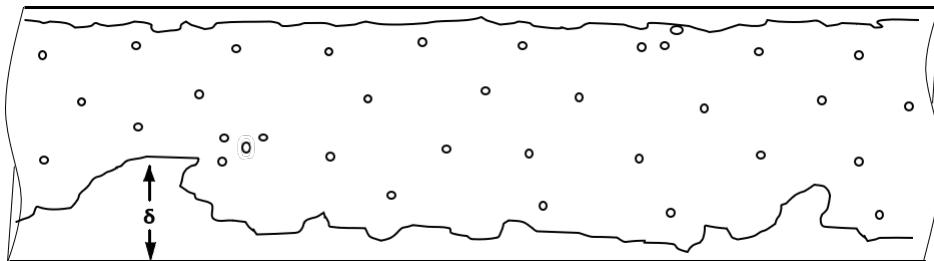


Figura 1.1: Presença de fases dispersas e separadas no padrão de escoamento anular.

A espessura dos filmes líquidos,  $\delta$ , é naturalmente um parâmetro de interesse nos escoamentos anulares. Apesar de variável, essa espessura é fina na maior parte do domínio, com ordens de grandeza próximas às da camada limite [15], o que torna a caracterização da interface com o gás particularmente custosa em ferramentas de Fluidodinâmica Computacional (CFD). Além deste desafio, um modelo matemático para escoamentos multifásicos no regime anular deve englobar tanto as equações de ~~balanceamento~~<sup>conservação</sup> das propriedades relevantes das fases (massa, quantidade de movimento) quanto equacionamentos para os diversos fenômenos de transporte decorrentes da interação entre o gás e o filme líquido, bem como entre o filme líquido e as gotas dispersas. Tais fenômenos variam de acordo com as condições operacionais e o contexto do equipamento onde o padrão anular se forma.

Escoamentos multifásicos gás-líquido anulares estão presentes em diversas aplicações industriais, tais como evaporadores, caldeiras, torres de destilação, reatores químicos, poços de petróleo, turbinas, condensadores, colunas de tratamento de gás, entre outros. O projeto de equipamentos dessa importância e alto custo deve levar em consideração a complexidade dos padrões de escoamento multifásico, para que sejam devidamente compreendidos e modelados.

Em tubulações, é comum a formação do padrão anular a partir do desenvolvimento do escoamento a partir de um padrão inicial distinto. Em separadores, a formação de filme em paredes pode ocorrer por condensação, o que também favorece o aparecimento das partículas dispersas no núcleo gasoso, ou pelo processo de evaporação de gás em padrões inicialmente separados até redução da fração volumétrica de líquido. Nesses casos, o escoamento observado tende a ser paralelo.

Filmes finos podem ainda se formar em reatores do tipo *falling-films*, em que a fase líquida escoa nas paredes ~~no sentido~~ descendente enquanto o gás, possivelmente arrastando partículas líquidas, escoa ~~na direção~~ ascendente, de forma contra-corrente (Figura 1.2). Esses casos podem incluir ainda fenômenos de transferência de massa associados à absorção.

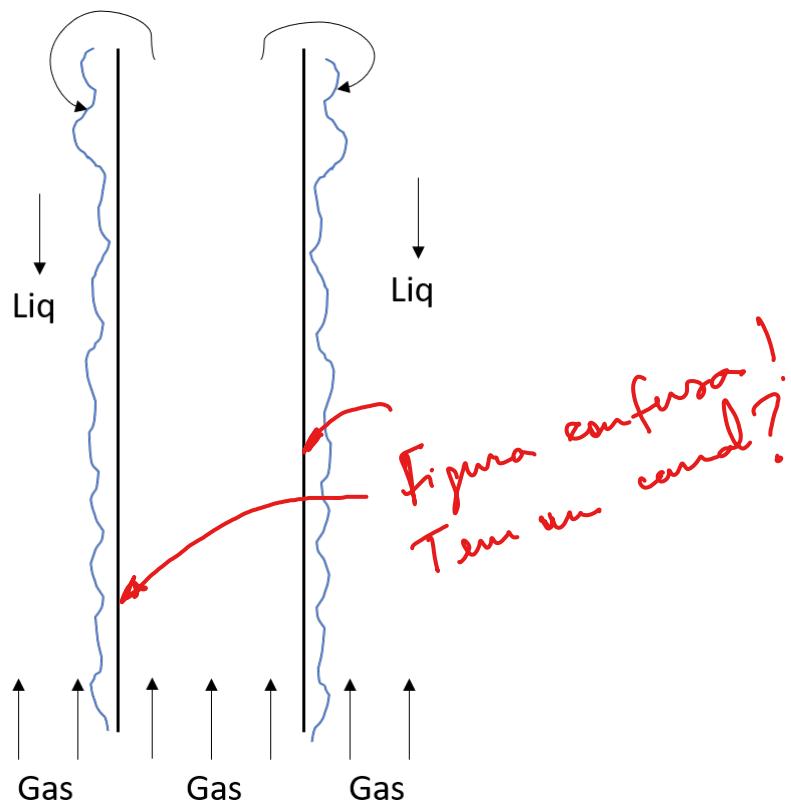


Figura 1.2: Coluna de filme descendente.

Podem ainda ser citados os processos de formação de filme por injeção de *sprays* de partículas líquidas, como em motores (Figura 1.3). Nesses casos, a interação entre as partículas dispersas e o filme que escoa nas paredes é mais determinante que a interação com o núcleo gasoso.

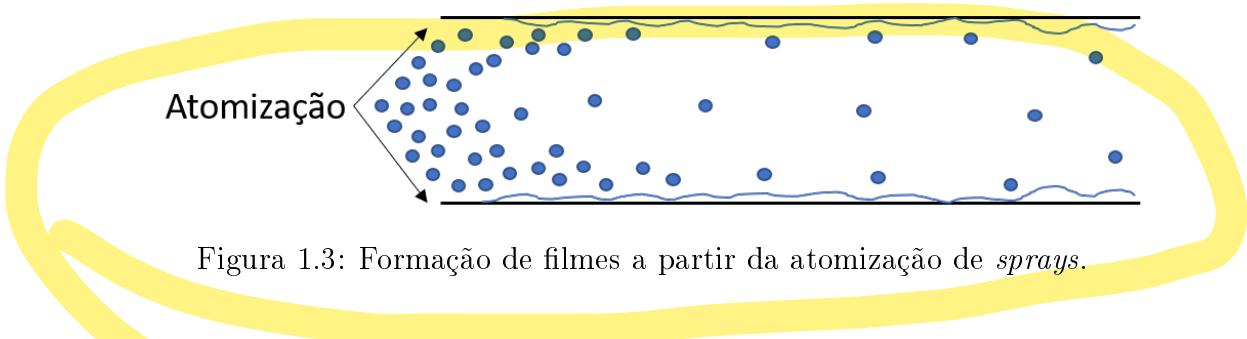


Figura 1.3: Formação de filmes a partir da atomização de *sprays*.

## 1.2 Motivação

Apesar da recorrente ocorrência do regime anular em aplicações industriais, há poucas referências bibliográficas de simulações computacionais desse tipo de escoamento contabilizando-se todos os fenômenos interfaciais observados experimentalmente. A complexidade dos escoamentos anulares requer uma modelagem que seja capaz de englobar toda a física relevante mas que seja, ao mesmo tempo, prática de se implementar em ferramentas computacionais, isto é, alinhando custo computacional e reprodução dos fenômenos reais.

Outro ponto de atenção é que, em termos de correlações matemáticas para os fenômenos de interação entre fases, os modelos existentes na literatura são em geral desenvolvidos<sup>9</sup> para condições de escoamento específicas, não sendo extrapoláveis para condições operacionais variadas.

No presente trabalho, a teoria matemática do escoamento de filmes é visitada para se obter uma análise ampla e comparativa das abordagens e modelos já existentes na literatura. São então realizadas proposições de adaptação dos modelos para se obter ao fim um *solver* de escoamentos de filmes líquidos em escoamentos anulares mais extensivo, com melhor caracterização da complexa física e melhor alinhamento com dados experimentais encontrados na literatura.

## 1.3 Objetivos da Pesquisa

Os objetivos específicos podem ser resumidos em:

- revisão dos mecanismos físicos e químicos presentes em escoamentos multifásicos anulares;
- análise e descrição da modelagem teórica e metodologia numérica de solução;
- avaliação da capacidade nativa de *softwares* de Fluidodinâmica Computacional para resolver escoamentos anulares, com foco no OpenFOAM;
- implementação de modelos e métodos numéricos necessários para representar a física do problema, incorporando o acoplamento das fases;

- análise comparativa dos resultados de casos de simulação CFD em código aberto (OpenFOAM®) frente a dados experimentais da literatura;
- análise do desempenho de simulações no OpenFOAM com o modelo de filme na caracterização de aplicações reais;
- avaliação das deficiências dos modelos atuais e proposta de modificações na modelagem como forma de melhor caracterizar os escoamentos estudados.

## 1.4 Organização Deste Documento

**Nº** O Capítulo 2 apresenta ~~uma~~ revisão bibliográfica detalhada sobre escoamentos anulares, incluindo a proposta de um **modelo matemático bidimensional para o filme líquido**, seguida da descrição dos fenômenos físicos presentes e diferentes abordagens existentes para sua modelagem. É então descrita uma revisão da **modelagem dos termos de fechamento existentes na caracterização dos escoamentos anulares**, listando as correlações existentes na literatura. Além disso, é apresentado um levantamento de **dados experimentais existentes na literatura para escoamentos anulares verticais e horizontais**. Também é incluída uma revisão bibliográfica sobre Fluidodinâmica Computacional, focando então nos modelos de simulação de escoamentos multifásicos anulares com a apresentação das modelagens matemáticas existentes para fluidodinâmica dos escoamentos de filmes finos, bem como dos métodos de solução disponíveis em ferramentas de CFD. A abordagem de filme bidimensional pelo Método de Áreas Finitas será expandida com maior detalhe, discutindo-se suas implementações nativas nos *softwares* de CFD ANSYS Fluent® e OpenFOAM®, em termos de abordagem matemática e numérica.

**Nº** O Capítulo 3 apresenta a metodologia de desenvolvimento de um *solver* para solução de **escoamentos anulares pelo Método de Áreas Finitas**, bem como a metodologia para avaliação e validação do modelo de filme implementado no OpenFOAM.

**Nº** O Capítulo 4 apresenta resultados preliminares da comparação entre a implementação do modelo de filme bidimensional no OpenFOAM com dados experimentais obtidos da literatura. Adaptações necessárias ao código fonte do OpenFOAM são discutidas.

Por fim, no Capítulo 5 são resumidas as conclusões das atividades já realizadas e também discutidos os próximos passos da pesquisa planejados de forma a se atingir o objetivo final proposto para a Tese de Doutorado.

# Capítulo 2

## Revisão Bibliográfica

Neste capítulo será apresentada a modelagem matemática para o regime de escoamento anular, partindo das equações gerais para as duas fases e, então, propondo o modelo bidimensional simplificado para o filme líquido, com todas as hipóteses empregadas. Também são abordados os métodos para solução <sup>computacional</sup> numérica dos escoamentos por meio de Fluidodinâmica Computacional (CFD).

### 2.1 Regimes de Escoamento Multifásico Gás-Líquido

Escoamentos multifásicos consistem de uma mistura <sup>dimensão</sup> em escala macroscópica de duas ou mais fases distintas que escoam no mesmo domínio, sejam estas líquidas, gasosas ou sólidas [16]. Tais fases podem estar organizadas em um padrão *disperso*, em que todas as fases, exceto uma, estão distribuídas de forma discreta (como por exemplo, na forma de gotas, grânulos ou bolhas) na fase contínua, ou por um padrão chamado *separado*, em que duas fases são separadas por uma interface definida (Figura 2.1). Pode-se ainda classificar os padrões de escoamento como *complexos*, quando escoam no mesmo domínio tanto fases dispersas quanto múltiplas fases contínuas separadas por interfaces bem definidas.

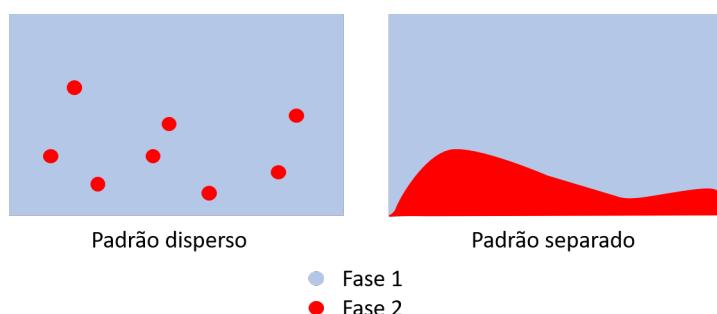


Figura 2.1: Padrões de escoamento multifásico.

Especificamente para os escoamentos gás-líquido em tubulações, uma forma de caracterizá-los é a definição de padrões que levam em consideração a configuração do escoamento, a distribuição das fases e o formato da interface [17]. Esses padrões são observados de acordo com a variação das frações volumétricas das fases, suas propriedades (densidade, viscosidade, tensão superficial) e velocidades superficiais, sendo ilustrados na Figura 2.2.

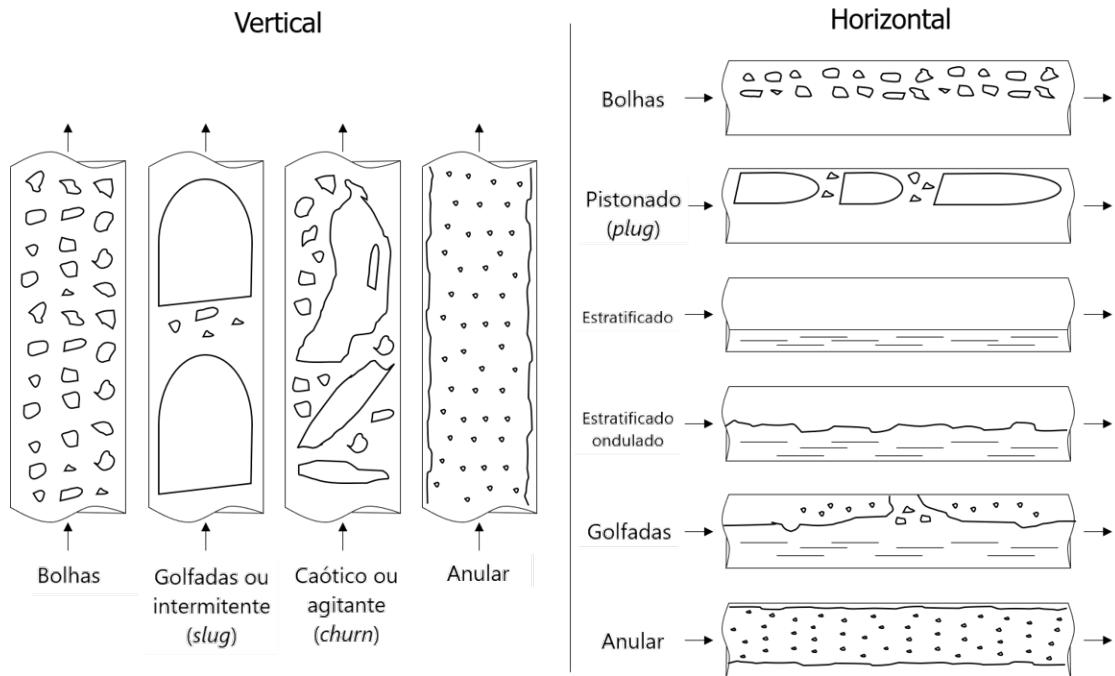


Figura 2.2: Padrões de escoamento gás-líquido.

O padrão estratificado é observado em escoamentos horizontais nos quais tanto o líquido quanto o gás formam fases contínuas, sem interpenetração, separadas por uma interface bem definida. Isso requer que ambas as fases possuam velocidade superficial de magnitude na mesma ordem de grandeza. Ondas podem se formar na interface, criando o padrão estratificado ondulado [17].

Se, no entanto, uma das fases estiver dispersa em vez de formar um contínuo, o padrão é dito de bolhas (no caso de bolhas de gás escoando dispersas em uma fase líquida contínua) ou névoa (no caso de gotas de líquido escoando em gás contínuo, também chamado de *spray* ou *mist*), seja na direção vertical ou horizontal. Esses dois padrões requerem que a fração da fase contínua seja significativamente maior que a da fase dispersa [17].

Partindo de um padrão de bolhas em um escoamento vertical ascendente, conforme a velocidade superficial do gás aumenta, o escoamento passa para o padrão de golfadas (também conhecido como *slug*), no qual as bolhas coalescem e surgem regiões de alta fração volumétrica de gás que escoam de forma irregular pelo líquido, com interfaces perceptíveis. Para velocidades superficiais ainda maiores e tubos de

maior diâmetro, o padrão de golfadas evolui para o caótico (também conhecido como *churn*), que é ainda mais oscilatório e instável.

Por fim, com velocidades superficiais e frações volumétricas de gás ainda maiores, chega-se ao padrão anular, no qual o líquido é empurrado em direção às paredes do tubo ou equipamento formando um filme fino, enquanto o gás flui a altas velocidades no centro, geralmente arrastando pequenas gotas de líquido dispersas[17].

No caso de um escoamento horizontal, partindo-se do padrão de névoa e passando por um aumento de velocidade superficial da fase líquida, o novo padrão é chamado de pistonado (também chamado de *plug*), no qual aparecem pistões de líquido em meio à fase gás [17]. À medida em que a fração da fase dispersa aumenta, tende a ocorrer uma separação completa das fases, chegando-se ao padrão estratificado. Nos escoamentos horizontais, também é possível a formação de um regime anular a partir de um escoamento de bolhas que tem sua fração e velocidade de gás aumentada, empurrando o líquido para as paredes [17].

As transições entre padrões de escoamento bifásico gás-líquido já foram mapeadas por diversos autores na forma de mapas de escoamento, montados com base nas variações de velocidade superficial do líquido e do gás ( $j_L$  e  $j_G$  respectivamente) ou de fluxos mássicos ( $G_L$  e  $G_G$  respectivamente). Para o escoamento horizontal, o mapa de BAKER [1] e suas variações estão entre os mais conhecidos. Os eixos do mapa são obtidos de uma combinação dos fluxos de massa com os parâmetros  $\lambda_B$  e  $\Psi_B$ , dependentes das propriedades dos fluidos escoando bem como das da água (subscrito  $H_2O$ ) e do ar (subscrito *air*) à pressão atmosférica, sendo definidos como:

$$\lambda_B = \left[ \left( \frac{\rho_G}{\rho_{air}} \right) \left( \frac{\rho_L}{\rho_{H_2O}} \right) \right]^{1/2} \quad (2.1)$$

$$\Psi_B = \left( \frac{\sigma_{H_2O}}{\sigma} \right) \left[ \left( \frac{\mu_L}{\mu_{H_2O}} \right) \left( \frac{\rho_{H_2O}}{\rho_L} \right)^2 \right]^{1/3} \quad (2.2)$$

O mapa de BAKER [1] original, que tem no eixo  $x$  o adimensional  $G_L \lambda_B \Psi_B / G_G$  e no eixo  $y$  a variável  $G_G / \lambda_B [lb/ft^2 h]$ , é mostrado na Figura 2.3.

O mapa de BAKER é considerado apropriado para escoamentos água-ar e óleo-gás em tubos de diâmetros inferiores a 5 cm. Devido a essas limitações, diversas modificações foram propostas por SCOTT [18] e WHALLEY [19] visando englobar fluidos de variadas densidades e viscosidades, bem como tubos de maiores diâmetros.

Outro mapa amplamente utilizado para escoamentos horizontais é o de TAI-TEL e DUKLER [2], o qual não foi derivado de dados experimentais e sim de um modelo teórico considerando mistura de gás e líquido newtonianos em escoamento turbulento. O mapa introduz diversos parâmetros, como visto na Figura 2.4:

O eixo vertical  $F$  deve ser usado para as transições de estratificado para anular

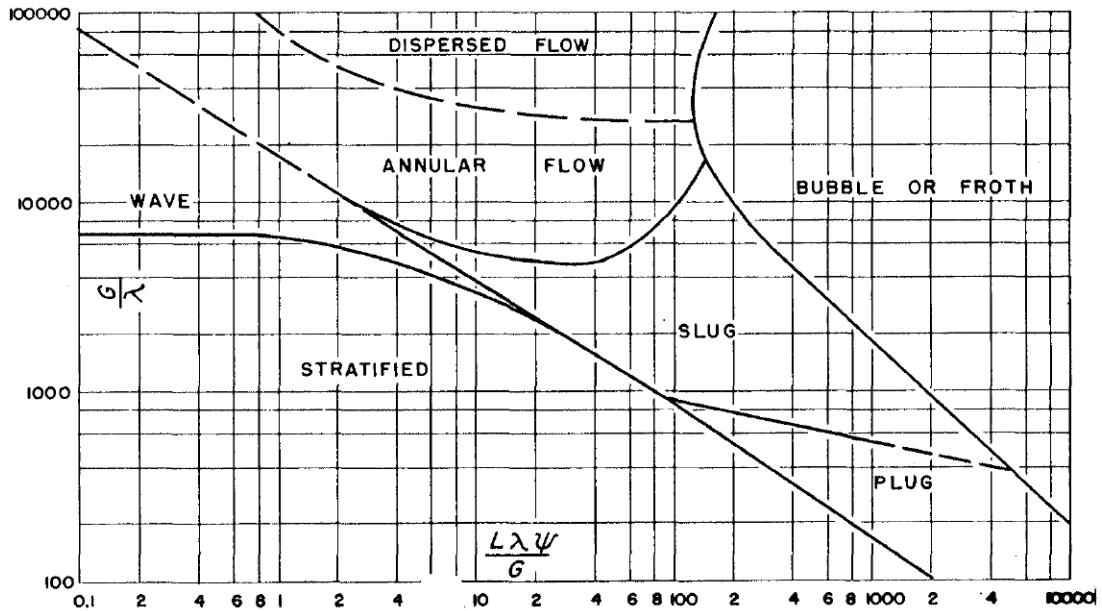


Figura 2.3: Mapa de padrões de escoamento gás-líquido horizontais. Fonte: BAKER [1]. O padrão de bolhas é também chamado de “*froth*” (emulsão de bolhas), o padrão névoa é chamado de “*dispersed*” e o estratificado ondulado de “*wave*”.

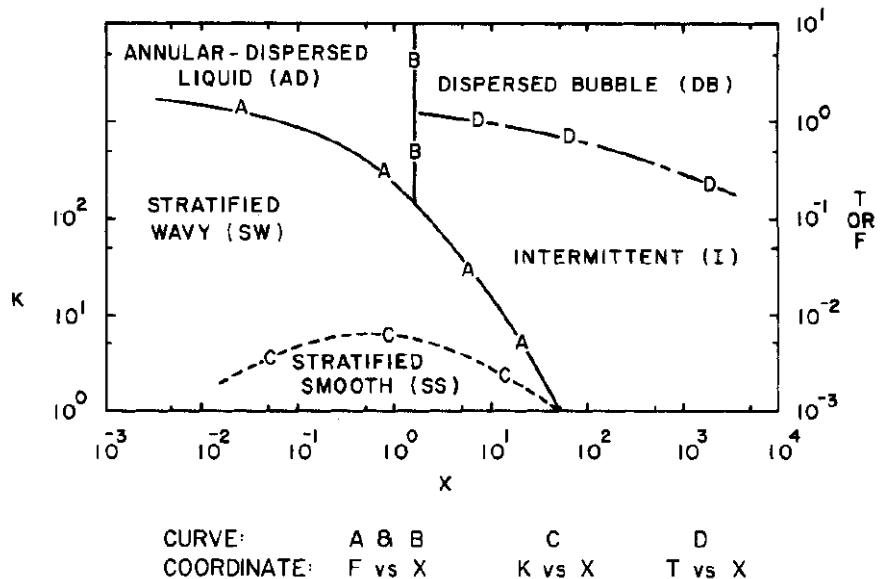


Figura 2.4: Mapa de padrões de escoamento gás-líquido horizontais teórico. Fonte: TAITEL e DUKLER [2]. O padrão estratificado é chamado de “*stratified smooth*” e o padrão golfadas de “*intermittent*”.

e de estratificado para intermitente (golfadas ou pistonado). O eixo  $T$  deve ser usado na transição de escoamento intermitente para bolhas, enquanto o eixo  $K$  na transição estratificado liso para estratificado ondulado, em que, sendo  $\alpha$  a inclinação da tubulação:

$$X = \sqrt{\frac{\frac{0,184\rho_L j_L^2}{2D} \left(\frac{j_L D}{\nu_L}\right)^{-0,2}}{\frac{0,184\rho_G j_G^2}{2D} \left(\frac{j_G D}{\nu_G}\right)^{-0,2}}} \quad (2.3)$$

$$F = \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L - \rho_G}} \frac{j_G}{Dg \cos \alpha} \quad (2.4)$$

$$T = \sqrt{\frac{\frac{0,184\rho_L j_L^2}{2D} \left(\frac{j_L D}{\nu_L}\right)^{-0,2}}{(\rho_L - \rho_G)g \cos \alpha}} \quad (2.5)$$

$$K = F \sqrt{\frac{j_L D}{\nu_L}} \quad (2.6)$$

em que  $j_L$  e  $j_G$  representam, respectivamente, as velocidades superficiais de líquido e gás. Para escoamentos verticais, os mesmos autores elaboraram um mapa [3] para água-ar escoando em tubos de diâmetro de até 5 cm, apresentado na Figura 2.5, baseando-se nas velocidades superficiais e definindo o comprimento de entrada adimensional,  $\ell_E/D$ :

$$\frac{\ell_E}{D} = 40,6 \left( \frac{j_L + j_G}{\sqrt{gD}} + 0,22 \right) \quad (2.7)$$

O mapa proposto por OSHINOWO e CHARLES [4] para escoamentos verticais contempla não apenas uma maior variedade de fluidos (água-ar, água-vapor, heptano-ar, óleo-gás natural e mercúrio-nitrogênio), como também escoamentos verticais tanto ascendentes quanto descendentes. Os mapas separam os padrões de escoamento ascendente entre bolhas, golfadas pequenas (“*quiet slug*”), golfadas grandes (“*dispersed slug*”), transição de golfadas para caótico (chamado de “*frothy slug*”), caótico (chamado de “*froth*”) e anular. Já para os escoamentos descendentes, as categorias definidas pelos autores incluem bolhas (chamado de “*bubble coring*” já que as bolhas de ar se concentram próximo ao centro do tubo), golfadas (chamado de “*bubbly slug*”), filme descendente (similar ao anular, porém sem a presença de gotas dispersas no gás), filme descendente com bolhas (também similar ao anular, porém com espessura mais significativa de filme e aparição de bolhas de ar dispersas no filme líquido), caótico (“*froth*”) e anular. A Figura 2.6 apresenta o mapa em questão, cujos parâmetros são dados por:

$$R_V = \frac{j_G}{j_L} \quad (2.8)$$

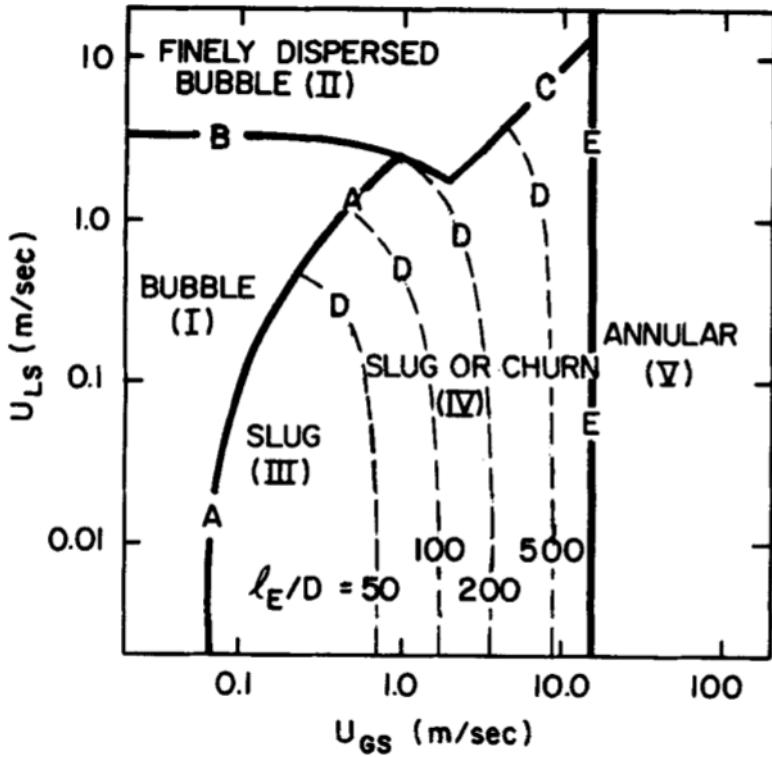


Figura 2.5: Mapa de padrões de escoamento água-ar vertical, teórico. Velocidades superficiais são representadas como  $U_{Gs}$  e  $U_{Ls}$  e a curva  $\ell_E/D = 50$  sinaliza a transição do regime golfadas (*slug*) para caótico. Fonte: TAITEL et al. [3].

$$Fr_{TP} = \frac{(j_G + j_L)^2}{gD} \quad (2.9)$$

$$\Lambda = \frac{\mu_L}{\mu_{H2O}} \left[ \frac{\rho_L}{\rho_{H2O}} \left( \frac{\sigma_{L,G}}{\sigma_{H2O,G}} \right)^3 \right]^{-0.25} \quad (2.10)$$

Fatores como transferência de calor também podem provocar transições de padrão de escoamento. Por exemplo, partindo-se de um líquido subresfriado em um tubo vertical, ao se aumentar gradualmente o fluxo de calor aplicado, o escoamento começa a desenvolver um padrão de bolhas à medida que o líquido evapora, o qual evolui para *slug*, *churn*, anular e *spray*, até que todo o líquido evapore, como mostrado na Figura 2.7.

Segundo ARACHCHIGE et al. [20], fatores que também influenciam na configuração do padrão de escoamento são o diâmetro e inclinação da tubulação, além dos efeitos de pressão e arrasto entre as fases.

O regime de escoamento de interesse do presente trabalho é o anular, que será analisado em mais detalhes nas Seções seguintes. A baixa espessura do filme permite que se derive um modelo matemático baseado não em volumes de controle, mas em superfícies de controle (representando a parede), onde a espessura do filme ( $\delta$ ) acaba

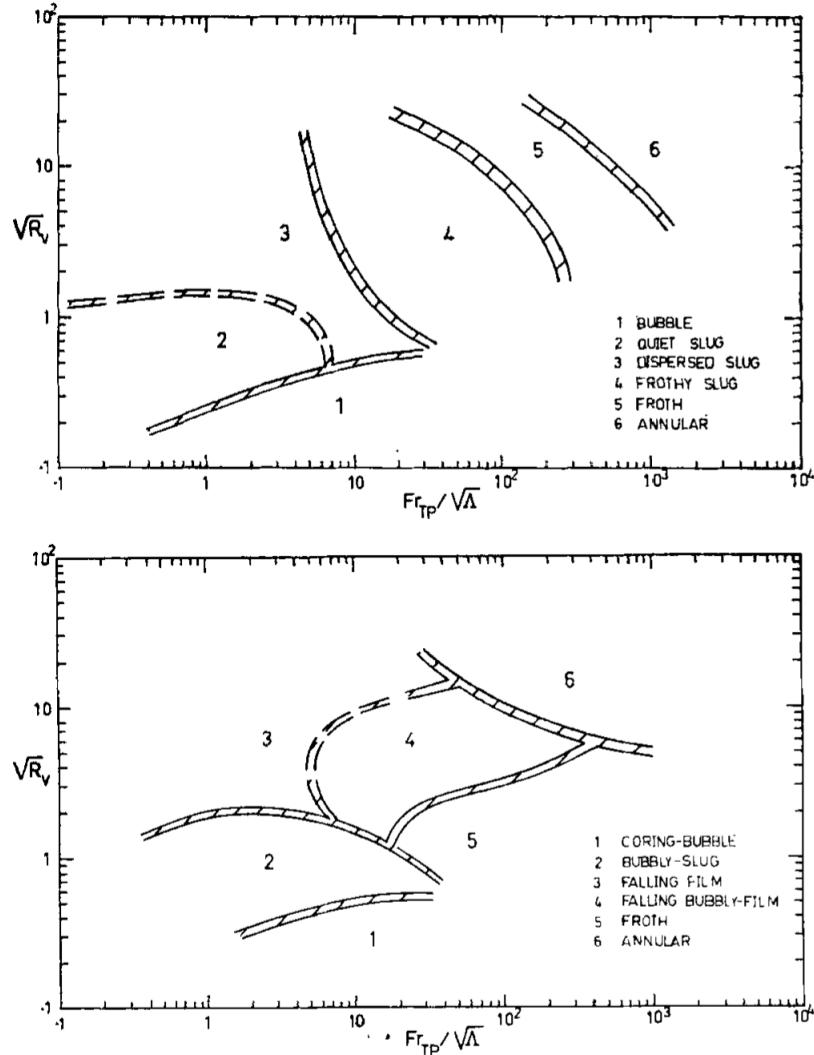


Figura 2.6: Mapa de padrões de escoamento vertical ascendente (cima) e descendente (baixo). “*Quiet*” e “*dispersed slug*” se distinguem como golfadas de pequeno e grande porte respectivamente, “*frothy slug*” representa a transição golfadas-caótico, , “*froth*” é o regime caótico. Fonte: OSHINOWO e CHARLES [4].

sendo equacionada como um escalar transportado.

## 2.2 Conceitos Básicos de Fluidodinâmica Computacional

Tendo em vista o objetivo de simular escoamentos anulares por meio de Fluidodinâmica Computacional (CFD), uma breve introdução aos conceitos básicos de CFD e aos métodos numéricos de solução empregados se faz necessária.

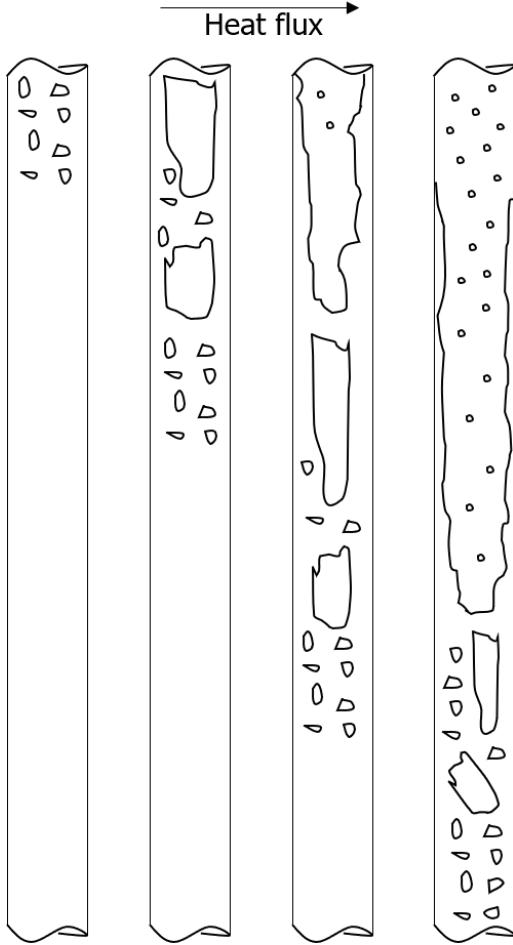


Figura 2.7: Efeito da transferência de calor no regime de escoamento.

### 2.2.1 Método dos Volumes Finitos (FVM)

A Fluidodinâmica Computacional (CFD) fornece ferramentas para a simulação de escoamentos de fluidos com a solução numérica do sistema de equações diferenciais parciais de ~~conservação~~<sup>balance</sup> de massa, quantidade de movimento e energia por meio do Método dos Volumes Finitos (FVM) [21]. O FVM é baseado na discretização do domínio fluido em pequenos volumes de controle e do tempo em pequenos passos, de maneira que a forma integral das equações de ~~conservação~~<sup>balance</sup> possa ser resolvida para cada volume como um sistema de equações lineares [21]. Os valores das variáveis ficam armazenados nos centroides ( $P$ ) das células e os fluxos de entrada e saída pelas faces do volume de controle são obtidos da interpolação dos valores do centroide do elemento e dos centroides dos elementos vizinhos ( $N$ ), como ilustrado na Figura 2.8.

Definindo-se o centroide  $P$  da célula como:

$$\int_{V_P} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) dV = \mathbf{0} \quad (2.11)$$

em que  $V_P$  é o volume da célula. Dessa forma, o vetor de distância entre o centroide

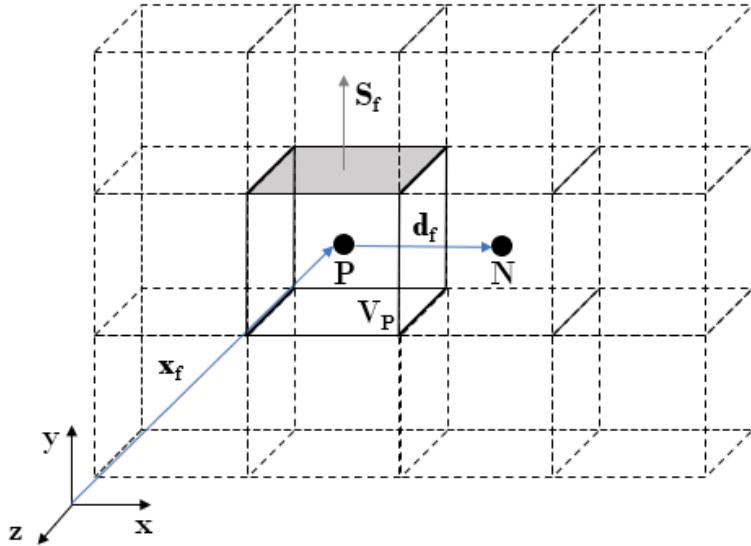


Figura 2.8: Representação de um volume de controle em um domínio discretizado.

da célula e o centroide vizinho é dado por  $\mathbf{d}_f = \overline{PN}$ . Cada volume de controle é delimitado por faces internas de centroide  $f$  e área  $S_f$ , cujo vetor normal  $\mathbf{S}_f$  (de magnitude  $S_f$ ) é dado por:

$$\mathbf{S}_f = \oint_{S_f} \hat{\mathbf{n}} dS. \quad (2.12)$$

Seja a equação de ~~conservação~~<sup>balance</sup> de uma propriedade  $\phi$  no domínio:

$$\frac{\partial \rho\phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) - \nabla \cdot (\rho\Gamma\nabla\phi) = S_\phi(\phi) \quad (2.13)$$

em que o primeiro termo representa a taxa de acúmulo no tempo, o segundo termo representa ~~transporte~~<sup>fluxo líquido</sup> advectivo, o terceiro termo representa o ~~transporte~~<sup>fluxo líquido</sup> difusivo com uma difusividade  $\Gamma$  e o quarto termo representa a ~~geração ou consumo~~<sup>transformação</sup> da propriedade no domínio (termo fonte). A discretização por volumes finitos consiste na forma integral das equações de ~~transporte~~<sup>balance</sup> [21]:

$$\int_{V_P} \frac{\partial \rho\phi}{\partial t} dV + \int_{V_P} \nabla \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) dV - \int_{V_P} \nabla \cdot (\rho\Gamma\nabla\phi) dV = \int_{V_P} S_\phi(\phi) dV \quad (2.14)$$

A presença do operador divergente nos termos advectivo e difusivo permite a aplicação do teorema de Gauss, reescrevendo-se a Equação 2.14 como:

$$\int_{V_P} \frac{\partial \rho\phi}{\partial t} dV + \oint_{\partial V_P} \rho\phi(\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}) dS - \oint_{\partial V_P} \rho\Gamma(\mathbf{n} \cdot \nabla\phi) dS = \int_{V_P} S_\phi(\phi) dV \quad (2.15)$$

### 2.2.1.1 Discretização

Os termos das equações integrais são discretizados de forma que as variações espacial e temporal de  $\phi$  possuem acurácia de segunda ordem:

$$\phi(\mathbf{x}) = \phi(\mathbf{x}_P) + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) \cdot (\nabla\phi)_P \quad (2.16)$$

$$\phi(t + \Delta t) = \phi(t) + \Delta t \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_t \quad (2.17)$$

Definindo-se  $\phi_P = \phi(\mathbf{x}_P)$ , pode-se aplicar essa discretização às integrais de volume e superfície levando à seguinte relação:

$$\begin{aligned} \int_{V_P} \phi(\mathbf{x}) dV &= \int_{V_P} (\phi_P + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) \cdot (\nabla\phi)_P) dV = \\ &\phi_P \int_{V_P} dV + (\nabla\phi)_P \cdot \int_{V_P} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) dV = \phi_P V_P \end{aligned} \quad (2.18)$$

O processo de discretização visa gerar um sistema linear para encontrar a solução  $\phi_P$  em cada instante de tempo. Cada termo da expressão que é produto do  $\phi_P$  a ser resolvido no instante atual formará a matriz de coeficientes do sistema, sendo chamados de termos implícitos, enquanto termos independentes de  $\phi_P$  compõem o vetor independente e são chamados termos explícitos. Analisando termo a termo da Equação 2.15:

#### 1. Termo transiente

Aplicando a Equação 2.17 no primeiro termo da Equação 2.15:

$$\int_{V_P} \frac{\partial \rho\phi}{\partial t} dV = \int_{V_P} \frac{(\rho\phi)^{t+\Delta t} - (\rho\phi)^t}{\Delta t} dV = \frac{(\rho\phi)_P^{t+\Delta t} - (\rho\phi)_P^t}{\Delta t} V_P \quad (2.19)$$

#### 2. Termo advectivo:

Aplicando uma discretização de segunda ordem ao segundo termo da Equação 2.15, obtém-se o somatório dos fluxos através das faces  $f$ :

$$\begin{aligned} \oint_{\partial V_P} \rho\phi(\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}) dS &= \sum_f \int_{S_f} \rho\phi(\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}) dS = \sum_f \int_{S_f} [(\rho\phi)_f + (\mathbf{x} - \mathbf{x}_f) \cdot [\nabla(\rho\phi)]_f] \\ &(\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}) dS = \sum_f (\rho\phi)_f (\mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}})_f S_f \approx \sum_f \phi_f ((\rho\mathbf{u})_f \cdot \mathbf{S}_f) \end{aligned} \quad (2.20)$$

em que  $F_f = (\rho\mathbf{u})_f \cdot \mathbf{S}_f$  é chamado o fluxo mássico através da face  $f$ .

Resta, então, definir o método de interpolação para calcular  $\phi_f$  em função dos valores dos centroides das células e suas vizinhas,  $\phi_P$  e  $\phi_N$ . Alternativas incluem o método de diferenças centrais, que consiste em uma interpolação linear [21]:

$$\phi_f = f_x\phi_P + (1 - f_x)\phi_N , \quad f_x = \frac{\overline{fN}}{\overline{PN}}, \quad (2.21)$$

o qual possui acurácia de segunda ordem. Ressalta-se que essa interpolação requer a ortogonalidade da malha para garantir essa acurácia, isto é,  $\mathbf{x}_P$ ,  $\mathbf{x}_N$  e  $\mathbf{x}_f$  sendo pontos de uma mesma reta. Quando isso não ocorre, causando o chamado erro de *skewness*, ~~não necessários~~ métodos de interpolação corrigidos [21]. Outro método de interpolação amplamente utilizado é o *upwind*, que avalia a direção do escoamento para determinar  $\phi_f$ , com acurácia de primeira ordem e numericamente estável:

$$\phi_f = \begin{cases} \phi_P & , \mathbf{S}_f \cdot (\rho\mathbf{u})_f \geq 0 \\ \phi_N & , \mathbf{S}_f \cdot (\rho\mathbf{u})_f < 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

### 3. Termo difusivo

Similar ao termo advectivo, a integral na superfície é discretizada como um somatório nas faces [21]:

$$\oint_{\partial V_P} \rho\Gamma(\mathbf{n} \cdot \nabla\phi) dS = \sum_f (\rho\Gamma)_f \mathbf{S}_f \cdot (\nabla\phi)_f \quad (2.23)$$

de forma que, em malhas ortogonais, em que  $\mathbf{S}_f$  e  $\mathbf{d}_f$  estão alinhados,

$$\mathbf{S}_f \cdot (\nabla\phi)_f = |\mathbf{S}_f| \frac{\phi_N - \phi_P}{|\mathbf{d}_f|} \quad (2.24)$$

Em malhas não ortogonais, uma correção é adicionada para compensar o ângulo entre o vetor  $\mathbf{S}_f$  e o vetor  $\mathbf{d}_f$ :

$$\mathbf{S}_f \cdot (\nabla\phi)_f = \Delta_f \cdot (\nabla\phi)_f + \mathbf{k}_f \cdot (\nabla\phi)_f = |\Delta_f| \frac{\phi_N - \phi_P}{|\mathbf{d}_f|} + \mathbf{k}_f \cdot (\nabla\phi)_f \quad (2.25)$$

em que  $\Delta_f$  e  $\mathbf{k}_f$  resultam da projeção de  $\mathbf{S}_f$  sobre  $\mathbf{k}_f$ , com  $\mathbf{S}_f = \Delta_f + \mathbf{k}_f$ , como ilustrado na Figura 2.9.

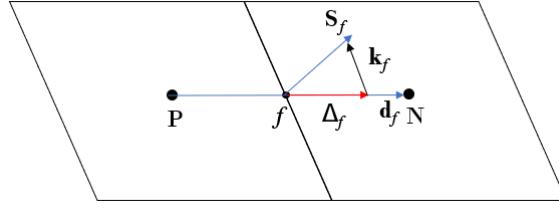


Figura 2.9: Representação da correção de não-ortogonalidade.

#### 4. Termo fonte

Termos fonte são geralmente linearizados para então poderem ser discretizados, de forma a serem tratados da forma mais implícita possível [21]. A linearização é feita gerando-se termos independentes ( $S_u$ ) e termos que são coeficientes da propriedade  $\phi$ ,  $S_p$ :

$$S_\phi(\phi) = S_u + S_p\phi \quad (2.26)$$

##### 2.2.1.2 Processo de Solução

Após a discretização, a equação de conservação é expressa em termos dos valores da propriedade  $\phi$  avaliados nos centroides de cada elemento computacional,  $\phi_P$ , em cada instante de tempo  $n$  (equivalente a  $t + \Delta t$ ), e nos centroides dos elementos vizinhos,  $\phi_N$ . Chega-se então a um sistema linear cuja ordem depende dos esquemas de interpolação aplicados aos termos temporal, convectivo e difusivo [21]. Logo, a Equação 2.15 pode se tornar:

$$\frac{\rho_P \phi_P^{t+\Delta t} - \rho_P \phi_P^t}{\Delta t} V_P + \sum_f \phi_f F_f = \sum_f (\rho \Gamma)_f \mathbf{S}_f \cdot (\nabla \phi)_f + S_u V_P + S_p V_P \phi_P^n \quad (2.27)$$

em que os valores nas faces serão interpolações de  $\phi_P$ ,  $\phi_N$  e das condições de contorno [21]. É possível então isolar os coeficientes da diagonal principal da matriz, isto é, coeficientes de  $\phi_P$ , das diagonais secundárias e do vetor independente, da forma:

$$a_P \phi_P^n + \sum_N a_N \phi_N^n = b_P \quad (2.28)$$

em que  $a_P$  são os componentes da diagonal principal da matriz de coeficientes do sistema linear, referente aos coeficientes que multiplicam a propriedade no centroide  $P$ ,  $a_N$  são os componentes das diagonais referentes aos  $N$  centroides vizinhos a  $P$  e  $b_P$  são os componentes do vetor independente.

Nas bordas do domínio, são aplicadas condições de contorno que dão fechamento ao sistema, seja fixando os valores das faces de fronteira (condição de Dirichlet),

fixando o gradiente entre o centroide adjacente à fronteira e a face da fronteira (**condição de Neumann**) ou uma combinação dos dois casos.

No caso da conservação de quantidade de movimento, em que o campo a ser resolvido é a velocidade, há também na equação de conservação o termo relacionado ao gradiente do campo de pressão, que é acoplado à velocidade. Denominando  $\mathbf{H}(\mathbf{u})$  como o termo que compreende tanto a soma das diagonais secundárias quanto o vetor independente na Equação 2.28 ( $\mathbf{H}(\mathbf{u}) = b_P - \sum_N a_N \mathbf{u}_N^n$ ),

$$a_P \mathbf{u}_P = \mathbf{H}(\mathbf{u}) - \nabla p \quad (2.29)$$

$$\mathbf{u}_P = \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P} - \frac{\nabla p}{a_P} \quad (2.30)$$

Em um algoritmo de solução do acoplamento pressão-velocidade como o SIMPLE e PIMPLE, essa equação é chamada de *momentum predictor* e é resolvida a partir de uma estimativa de campo de pressão, obtendo-se um campo de velocidades. Os algoritmos de acoplamento seguem os seguintes passos [22]:

1. Estimativa para o campo de pressão (valor inicial ou do passo de tempo anterior) e cômputo dos gradientes, considerando as condições de contorno;
2. Solução do sistema linear da equação de conservação de quantidade de movimento, considerando o gradiente de pressão como parte do vetor independente,  $b_P$ ;
3. Interpolação do campo de velocidade encontrado de forma a encontrar os novos fluxos mássicos nas faces  $f$ ;
4. Partindo-se da Equação da continuidade para um sistema incompressível,

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2.31)$$

que é discretizada como

$$\sum_f \mathbf{u}_f \cdot \mathbf{S}_f = 0 \quad (2.32)$$

chegando-se à equação da pressão substituindo a Equação 2.30 na Equação 2.32:

$$\sum_f \left( \frac{\mathbf{H}(\mathbf{u})}{a_P} \right)_f = \sum_f \left( \frac{\nabla p}{a_P} \right)_f \quad (2.33)$$

a qual é resolvida para se encontrar o novo campo de pressão;

5. O campo de pressão obtido, a menos da última iteração, é relaxado, considerando os valores da estimativa inicial, de forma a reduzir efeitos oscilatórios entre as iterações do método numérico;
6. As condições de contorno são atualizadas com os novos valores e as velocidades nos centroides e os fluxos mássicos através das faces são corrigidos com os valores do novo campo de pressão (assegurando-se fluxos conservativos). Essas 3 últimas etapas compõem o chamado *pressure corrector*.

No algoritmo PIMPLE, aplicado a simulações em regime transiente, são realizados múltiplos *pressure correctors* após cada *momentum predictor*, de forma a se obter maior estabilidade na solução [21].

### 2.2.2 Método das Áreas Finitas (FAM)

Similarmente ao FVM, é possível derivar um modelo de solução para equações de ~~balanceamento~~ conservação em superfícies de controle, em vez de volumes de controle, por meio do Método de Áreas Finitas, desenvolvido por TUKOVIC [23]. As áreas de controle  $S_P$  são polígonos convexos separados por arestas  $a$  de comprimento  $L_a$ , nas quais são calculados os fluxos das propriedades. Cada centroide, seja dos elementos  $P$  e  $N$  ou das arestas  $a$ , possuem vetores normais à superfície  $\hat{\mathbf{n}}_P$ ,  $\hat{\mathbf{n}}_N$  e  $\hat{\mathbf{n}}_a$  respectivamente. Seja  $\hat{\mathbf{t}}_a$  o vetor tangencial do centroide da aresta  $a$ , o vetor binormal em cada ponto  $a$  é dado por  $\hat{\mathbf{m}}_a = \hat{\mathbf{t}} \times \hat{\mathbf{n}}_a$ . A Figura 2.10 ilustra a superfície de controle e sua vizinha  $S_N$ :

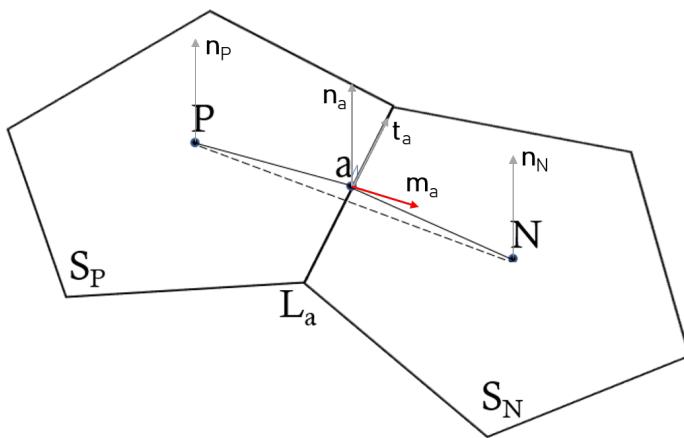


Figura 2.10: Representação das superfícies de controle no Método de Áreas Finitas. Adaptado de Macak [5].

A definição do centroide da célula se torna:

$$\int_{S_P} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) dA = 0 \quad (2.34)$$

*balanço*

De forma que a equação de conservação pode ser escrita como [23]:

$$\int_{S_P} \frac{\partial \phi}{\partial t} dA + \oint_{\partial S_P} \phi(\mathbf{m} \cdot \mathbf{u}_S) dL - \oint_{\partial S_P} \Gamma(\mathbf{m} \cdot \nabla \phi) dL = \int_{S_P} \hat{\mathbf{m}} \cdot S_\phi(\phi) dA \quad (2.35)$$

em que  $\mathbf{u}_S$  é a componente tangencial do vetor velocidade.

Na discretização, seguindo o mesmo processo usado para o FVM, a equação é aproximada para: [23][5]

$$\frac{\phi_P^{t+\Delta t} - \phi_P^{t+\Delta t}}{\Delta t} S_P + \sum_a \phi_a^t (\mathbf{m}_a \cdot \mathbf{u}_S)_a^t L_a - \sum_a \Gamma_a (\mathbf{m}_a \cdot (\nabla_S \phi))_a^t L_a = (S_\phi(\phi))_a^t S_P \quad (2.36)$$

em que  $\mathbf{m}_a$  é o vetor resultante do produto vetorial entre o vetor tangencial ao ponto centroide da aresta  $a$  e o vetor normal ao centroide de  $a$ , de forma que  $\mathbf{m}_a$  aponta para fora do elemento  $S_P$ . As mesmas correções de não ortogonalidade e *skewness* se aplicam a malhas do FAM.

Nesse caso, a interpolação das velocidades nos centroides para o ponto médio da aresta recebe tensores de transformação do sistema de coordenadas cartesiano para a base local da superfície curva,  $\mathcal{T}_P$ ,  $\mathcal{T}_N$  e  $\mathcal{T}_a$  [23][5]:

$$\mathbf{u}_{Sa} = (\mathcal{T}_a)^T [a_x \mathcal{T}_P \cdot \mathbf{u}_P + (1 - a_x) \mathcal{T}_N \cdot \mathbf{u}_N] \quad (2.37)$$

de forma que:

$$a_x = \frac{\overline{aN}}{\overline{PN}} \quad (2.38)$$

$$\mathcal{T}_a = \mathcal{C}_a^T \cdot [a_x \mathcal{C}_P \cdot \mathcal{T}_P \cdot \mathcal{C}_P^T + (1 - a_x) \mathcal{C}_N \cdot \mathcal{T}_N \cdot \mathcal{C}_N^T] \cdot \mathcal{C}_a \quad , \quad \mathcal{C}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_a^T \\ \mathbf{t}_a^T \\ \mathbf{n}_a^T \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

*balanço*

Uma das aplicações da aproximação das equações de transporte tridimensionais para uma abordagem bidimensional é na simulação de filmes finos, onde a espessura do filme é significativamente menor que o comprimento do domínio.

## 2.3 Simulação da Fluidodinâmica de Escoamentos Multifásicos

No que tange ao Método de Volumes Finitos (FVM), a ocorrência de um escoamento multifásico requer a definição de variáveis que possam caracterizar as fases existentes. Uma destas é a fração volumétrica das fases,  $\alpha$ , definida para uma fase  $k$  de  $N$  por [24][16]:

$$\alpha_k = \lim_{\partial V \rightarrow \partial V_0} \frac{\partial V_k}{\partial V} \quad (2.40)$$

em que  $\partial V_k$  é o volume ocupado pela fase  $k$  dentro do volume do sistema ao redor do ponto de análise ( $\partial V$ ) e  $\partial V_0$  é o volume limite inferior ao redor do ponto de análise que garante um valor constante para  $\alpha_k$ .

Naturalmente, o somatório das frações de todas as fases em qualquer ponto do domínio deve ser igual a 1:

$$\sum_{k=1}^N \alpha_k = 1 \quad (2.41)$$

Uma abordagem possível para a modelagem presume que todas as fases estão presentes em todo o domínio, isto é, elas são interpenetrantes. Dessa forma, ocupam continuamente o domínio e os transportes de massa, quantidade de movimento e energia são regidos por equações de ~~conservação~~<sup>balance</sup> similares à apresentada na Seção 2.2. As médias das propriedades por unidade de volume,  $\psi$ , ou por unidade de massa,  $\phi$ , para cada fase  $k$  no volume são dadas por:

$$\alpha_k \psi_k = \frac{1}{\partial V} \int_{\partial V_k} \psi \, dV \quad \text{ou} \quad \rho_k \alpha_k \phi_k = \frac{1}{\partial V} \int_{\partial V_k} \rho \phi \, dV \quad (2.42)$$

de forma que propriedades das fases, tais como a densidade e a velocidade, estão relacionadas às propriedades da mistura pelas relações:

$$\rho = \sum_{i=1}^N \alpha_i \rho_i \quad (2.43)$$

$$\rho \mathbf{u} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \rho_i \mathbf{u}_i \quad (2.44)$$

Isso permite a obtenção das equações de ~~conservação~~<sup>balance</sup> do modelo multifásico Euler-Euler, para cada fase  $k$  [24]:

$$\frac{\partial \rho_k \alpha_k \phi_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k \alpha_k \phi_k \mathbf{u}_k) - \nabla \cdot (\rho_k \alpha_k \Gamma_k \nabla \phi_k) = S_{\phi_k}(\phi_k) \quad (2.45)$$

Esse modelo busca uma solução para os campos de fração de fase e propriedades  $\phi_k$  de cada fase. As transferências de massa, quantidade de movimento e energia entre as fases através das interfaces são incluídas como termos fonte em suas respectivas equações de ~~conservação~~<sup>balance</sup>. Esses termos incluem trocas ~~de calor~~<sup>termico</sup> e massa convectivas e difusivas, arrasto, entre outros. Em escoamentos de alta velocidade, é usual assumir que o campo de pressão ~~é~~<sup>ad</sup> compartilhado entre todas as fases [25].

A modelagem Euler-Euler ou multifluidos pode ser aplicada para distintas faixas de frações de fases, englobando escoamentos separados e dispersos e sendo capaz de capturar mudanças de fase. No entanto, a convergência desse modelo é dificultada pelo número total de equações de ~~transporte~~<sup>balance</sup> a serem resolvidas, que aumenta com o número de fases.

Outro modelo disponível especificamente para escoamentos separados presume que as fases não coexistem no mesmo ponto do espaço-tempo, o que permite considerar um único campo de velocidades para duas fases contínuas. É o chamado *Volume of Fluid* (VOF), proposto por HIRT e NICHOLS [26]. Ele é baseado na definição de uma função marcadora,  $\gamma$ , cujo valor é 0 ou 1 quando uma célula computacional está ocupada por uma fase ou por outra. Quando  $0 < \gamma < 1$ , a célula contém a interface (Figura 2.11). Dessa forma, a equação de ~~transporte~~<sup>balance</sup> da função marcadora é:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\gamma) = 0 \quad (2.46)$$

Em qualquer ponto do domínio, as propriedades do fluido imiscível formado pelas duas fases são dadas pela ponderação das propriedades das duas fases:

$$\rho = \gamma\rho_1 + (1 - \gamma)\rho_2 \quad (2.47)$$

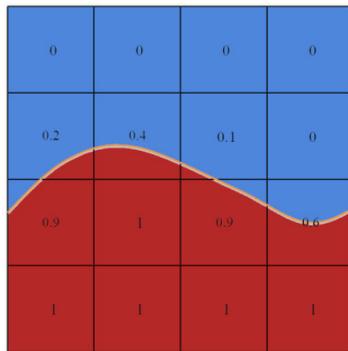


Figura 2.11: Representação do modelo Volume of Fluid, adaptado de HAIDER, 2013 [6]. As cores azul e vermelho representam os dois fluidos presentes, enquanto os números representam os valores de  $\gamma$  em cada célula computacional.

O modelo VOF é utilizado para captura de interfaces e é capaz de representar

perfeito!

com boa acurácia os fenômenos interfaciais, sendo indicado para escoamentos como o anular, em que a captura da interface gás-filme é de interesse. Para isso, no entanto, é necessária uma resolução de malha suficiente para a escala dessa interface, o que incorre em grande esforço computacional, especialmente no caso dos escoamentos anulares em que a espessura fina dos filmes requer elementos de malha de tamanho ainda menores de forma a permitir a captura de fenômenos que ocorrem na interface, como a formação de ondas [27][28][29][30]. Trabalhos existentes na literatura que empregaram essa abordagem serão detalhados na Seção 2.6.

Um modelo similar ao VOF também voltado para a captura de interface é o Método *Level-Set*, o qual define uma função marcadora,  $\varphi$ , cujo valor para uma interface de espessura  $2\epsilon$  está na faixa  $-\epsilon \leq \varphi \leq \epsilon$ . As funções de Heaviside ( $H_\epsilon(\varphi)$ ) e delta de Dirac ( $\delta_\epsilon(\varphi)$ ) são então definidas para cálculo das propriedades da mistura das fases 1 e 2,  $\rho_m$  e  $\mu_m$  [31]:

$$H_\epsilon(\varphi) = \begin{cases} 0 & , \text{ se } \varphi < -\epsilon \\ \frac{\varphi + \epsilon}{2\epsilon} + \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{\pi\varphi}{\epsilon}\right) & , \text{ se } |\varphi| \leq \epsilon \\ 1 & , \text{ se } \varphi > \epsilon \end{cases} \quad (2.48)$$

$$\delta_\epsilon(\varphi) = \frac{dH_\epsilon(\varphi)}{d\varphi} = \begin{cases} \frac{1}{2\epsilon} + \frac{1}{2\epsilon} \cos\left(\frac{\pi\varphi}{\epsilon}\right) & , \text{ se } |\varphi| \leq \epsilon \\ 0 & , \text{ se } |\varphi| > \epsilon \end{cases} \quad (2.49)$$

$$\rho_m = H_\epsilon(\varphi) + \frac{\rho_2}{\rho_1}(1 - H_\epsilon(\varphi)) \quad (2.50)$$

$$\mu_m = H_\epsilon(\varphi) + \frac{\mu_2}{\mu_1}(1 - H_\epsilon(\varphi)) \quad (2.51)$$

No caso de mudança de fase, a equação de conservação de massa recebe um termo fonte que depende tanto do fluxo de massa através da interface,  $G_i$ , quanto de  $\delta_\epsilon(\varphi)$  [31]:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2} G_i \delta_\epsilon(\varphi) \quad (2.52)$$

A equação de transporte da função marcadora é similar à do método VOF [31]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mathbf{u}' \cdot \nabla \varphi = 0 \quad , \quad \mathbf{u}' = \mathbf{u} + \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2} \frac{G_i}{2}. \quad (2.53)$$

Em escoamentos dispersos, como nos regimes de bolhas e névoa definidos na Seção 2.1, a fração volumétrica da fase dispersa costuma se situar abaixo 10%, segundo ELGHOBASHI [32]. Nesse caso, é possível empregar para a fase dispersa a abordagem Lagrangeana, na qual o movimento de um conjunto de partículas representativas é acompanhado no domínio ao longo de trajetórias discretas. Logo, é possível considerar uma distribuição de tamanhos de partículas, as quais não ocupam

volume real no domínio, porém possuem sua posição, velocidade e demais propriedades relevantes conhecidas em cada ponto das suas trajetórias (Figura 2.12).

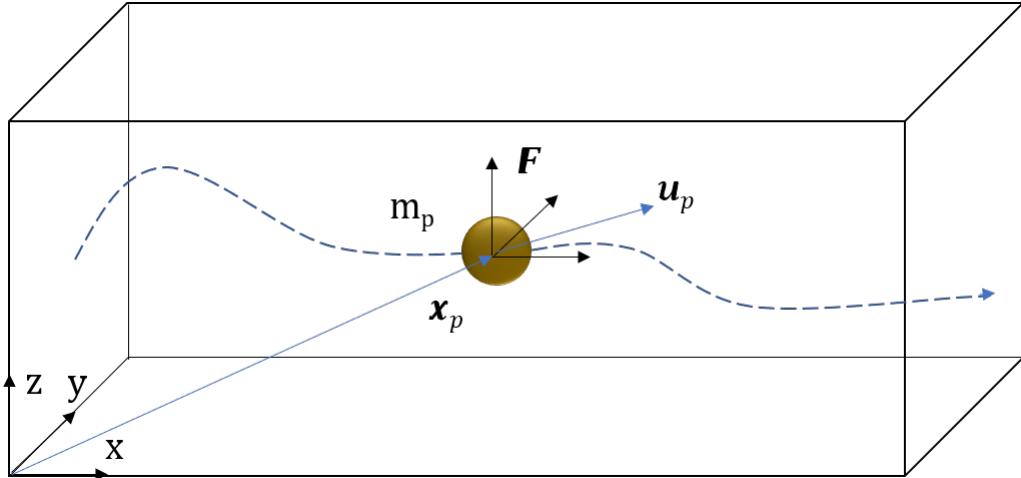


Figura 2.12: Representação da abordagem **Lagrangeana**.

Sendo  $\mathbf{x}$  a posição de uma partícula  $p$ , a velocidade da partícula **lagrangeana** é dada por seu movimento de translação ao longo da trajetória:

$$\frac{d\mathbf{x}_p}{dt} = \mathbf{u}_p \quad (2.54)$$

As forças atuantes sobre a partícula de massa  $m$  determinam a aceleração da mesma de acordo com a Segunda Lei de Newton:

$$m_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \sum \mathbf{F} \quad (2.55)$$

em que o lado esquerdo da Equação 2.55 representa a variação de quantidade de movimento linear da partícula e o lado direito mostra o somatório de forças de arrasto, empuxo, massa virtual, sustentação, entre outras [16].

O modelo **Lagrangeano** é apropriado, dessa forma, para representar o escoamento das gotas de líquido dispersas em escoamentos anulares. A interação dessas partículas com o filme e com a fase gasosa é detalhada adiante na Seção 2.5.3.1. A Seção 2.6 fornecerá uma revisão bibliográfica de trabalhos da literatura envolvendo simulações CFD de escoamentos anulares que tenham empregado, para a fase dispersa, tanto a abordagem **Lagrangeana** quanto a **Euleriana**.

Alternativamente, uma vez que os filmes líquidos possuem espessura muito pequena, de ordem de grandeza da camada limite, uma abordagem mais prática para a simulação do filme fino é a utilização de um modelo de filme bidimensional, tal como o derivado na Seção 3.1.2, no qual o escoamento do filme nas paredes é aproximado para um escoamento em superfície com a integração das equações de **conservação** na **balança**.

direção normal ao escoamento. Este tipo de modelo já possui implementação nativa nos softwares ANSYS Fluent e OpenFOAM, conforme será detalhado na Seção 2.4.

## 2.4 Modelo de Filme Líquido Bidimensional

Além dos modelos multifluido e VOF supracitados, uma alternativa para a simulação do filme líquido em CFD com menor custo computacional é o modelo de filme bidimensional. Nesse modelo, que será o foco do presente trabalho, são utilizadas equações de ~~transporte~~ para a fase líquida integradas na direção normal à parede ao longo da espessura do filme,  $\delta$ .

Para um filme fino, uma vez que a razão entre a espessura do filme e o comprimento do domínio na direção do escoamento é muito pequena ( $\delta/L \ll 1$ ), pode se postular que [25][33][34]:

1. A velocidade do filme é significativamente maior na direção do escoamento do que na direção normal ao escoamento;
2. O transporte advectivo, dessa forma, é desprezível na direção normal ao escoamento e dominante na direção axial;
3. O transporte difusivo é dominante na direção normal e desprezível na direção axial;
4. Devido à ordem de grandeza da espessura do filme, os efeitos de curvatura da superfície são desprezíveis;
5. Devido à ordem de grandeza da espessura do filme, considera-se que as propriedades do filme como densidade e viscosidade não variam na direção normal.

Com isso, o escoamento pode ser aproximado de volumes de controle tridimensionais para superfícies de controle bidimensionais com espessura variável. O processo de obtenção das equações de ~~transporte~~ para o modelo de filme bidimensional será apresentado na Seção 3.1.2, porém, na literatura, já existem usos dessa abordagem para simulações de CFD. O modelo é implementado nas duas ferramentas de CFD de interesse nesse trabalho: o software comercial ANSYS Fluent® e a ferramenta de código aberto OpenFOAM®. No ANSYS Fluent, esse modelo é chamado de *Eulerian Wall Film*. No OpenFOAM, existem duas abordagens, de acordo com as vertentes de desenvolvimento:

- Biblioteca *surfaceFilmModel*, que deve ser empregada em conjunto com o solver ~~Lagrangeano~~ *reactingParcelFoam* nas versões da OpenFOAM Foundation e da ESI OpenCFD (OpenFOAM Plus) [35];

- Solver `liquidFilmFoam`, baseado em Áreas Finitas e disponível nas versões da ESI OpenCFD [35] e na versão FOAM-extend da Wikki Ltd. [36]

Detalhes das implementações serão dados na Seção 2.4.1.

### 2.4.1 Implementação no ANSYS Fluent e OpenFOAM

No ANSYS Fluent, o modelo de *Eulerian Wall Film* (EWF) funciona como uma condição de contorno aplicada a uma parede, de forma que as iterações do filme são calculadas separadamente dos cálculos da fase contínua, sem controle de resíduos. Dessa forma, não é possível estabelecer condições de entrada e saída de filme, apenas condições de contorno de fluxo de filme através da parede ou condições iniciais de espessura e velocidade de filme na parede [37]. As equações de ~~balanço~~ do filme são dadas por [25]:

$$\frac{\partial(\rho_L\delta)}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\rho_L\delta \bar{u}_S) = S_m \quad (2.56)$$

em que  $S_m$  engloba os termos fonte de massa, tanto por interação com gotículas dispersas quanto por mudança de fase;



- geração de gotículas ou de filme  
entro uniaxial?  
- Caso 1: e 70  
se calcular  
dor?

$$\frac{\partial(\rho_L\delta \bar{u}_S)}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\rho_L\delta \bar{u}_S \bar{u}_S + \Phi_{corr}) = -\delta \nabla_S p_L + \rho_L g s \delta + \frac{3}{2} \tau_i - \mu_L \frac{3 \bar{u}_S}{\delta} - \tau_\theta + S_{mom} \quad (2.57)$$

em que o termo  $\tau_\theta$  representa a força de ângulo de contato, enquanto o termo fonte  $S_{mom}$  contém a multiplicação do termo fonte de massa,  $S_m$ , pela velocidade das partículas incidentes.  $\Phi_{corr}$  é um termo de correção no termo advectivo conforme proposição de KAKIMPA et al. [38][39], que também será discutido na Seção 3.1.2.  $\tau_i$  representa a força de cisalhamento na interface, enquanto o antepenúltimo termo representa o cisalhamento na parede ( $\tau_w$ ) para um perfil de velocidade quadrático [25].

As equações de ~~transporte~~ do EWF são resolvidas em células virtuais criadas a partir da parede, não fazendo parte do domínio tridimensional da malha. Essa abordagem dificulta a aplicação do EWF para simulações de escoamentos anulares, em que se faz necessária a geração de filmes que escoem de forma contínua no domínio, com condições de entrada e saída definidas, conforme já reportado por CAMACHO [40] e SÁ et al. [41].

No OpenFOAM, a biblioteca `surfaceFilmModel` cria elementos de malha adicionais no domínio a partir da extrusão das faces da parede que contém o filme (Figura 2.13), resolvendo as equações bidimensionais nessa camada de células 3D com operadores tridimensionais e métodos de discretização padrão do Método de

Volumes Finitos, para então retirar as componentes normais do vetor de velocidade do filme. Todavia, se o filme se localizar em uma superfície com curvatura, tal como uma tubulação cilíndrica, não se pode garantir que o vetor velocidade obtido da retirada da componente normal continue sendo solução da equação de conservação de quantidade de movimento. *linear*

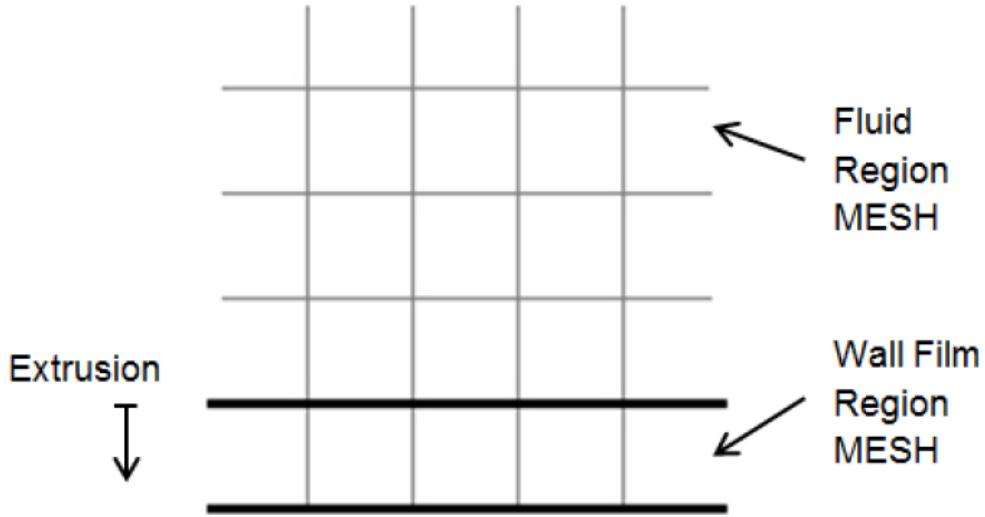


Figura 2.13: Método de extrusão da malha pela classe `regionModel` do OpenFOAM. Fonte: SJÖLINDER [7].

A equação de conservação de massa do filme é a mesma implementada no Fluent, porém com  $S_m$  representando apenas o ganho de massa por deposição de gotículas dispersas no filme ( $S_D$ ) ou a perda de massa por evaporação de filme ( $S_{vap}$ ), sem considerar a perda de massa do filme para a fase de gotas dispersas:

$$\frac{\partial(\rho_L \delta)}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\rho_L \delta \bar{u}_S) = S_m \quad (2.58)$$

Já para a quantidade de movimento, tem-se:

$$\frac{\partial(\rho_L \delta \bar{u}_S)}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\rho_L \delta \bar{u}_S \bar{u}_S) = -\delta \nabla_S p_L + \rho_L g_S \delta + \tau_i - \mu_L \frac{3 \bar{u}_S}{\delta} + \nabla_S \sigma - \tau_\theta + S_{mom} \quad (2.59)$$

em que  $\nabla_S \sigma$  se refere ao efeito Marangoni, ou força de termocapilaridade. O termo fonte referente à quantidade de movimento perdida pela evaporação fornece  $\bar{u}_S S_{vap}$ , enquanto a quantidade de movimento ganhada pelo impacto de gotículas é calculado tal como no Fluent.

Quanto ao perfil de velocidade, ambas as implementações do ANSYS Fluent e do `surfaceFilmModel` no OpenFOAM adotam a hipótese de perfil quadrático para a obtenção de  $\tau_w$  [25], não havendo até então na literatura referências de modelos

de filmes finos em escoamento turbulento. Nota-se que a implementação do *surfaceFilmModel* no OpenFOAM não inclui o fator 3/2 multiplicado ao termo  $\tau_i$ , o qual surge da aplicação do perfil quadrático conforme será abordado na dedução do modelo, tampouco inclui a correção do termo advectivo.

Por outro lado, na vertente FOAM-extend existe o solver `liquidFilmFoam` baseado no Método de Áreas Finitas (FAM) desenvolvido por TUKOVIC [23], o qual aplica os mesmos conceitos do FVM em espaços bidimensionais, utilizando operadores superficiais e métodos de discretização espaciais próprios conforme discutido na Seção 2.2.2. O `liquidFilmFoam` pode interagir com a fase contínua por meio do mapeamento de variáveis tridimensionais para a superfície 2D e vice-versa. Nesse caso, as variáveis do problema e soluções são bidimensionais. Uma simplificação em relação ao EWF do Fluent e ao *surfaceFilmModel* no OpenFOAM é a de que, no `liquidFilmFoam`, o filme líquido é considerado incompressível, obtendo-se para a ~~conservação~~ de massa:

*balanço*

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\delta \bar{\mathbf{u}}_S) = \frac{S_m}{\rho_L} \quad (2.60)$$

O termo fonte  $S_m$  possui valor nulo na implementação nativa do `liquidFilmFoam`. Enquanto o *surfaceFilmModel* possui um modelo de interação com partículas já implementado em sua versão nativa, o `liquidFilmFoam` não possui essa interação nativamente. O `liquidFilmFoam` nativo também não possui termos fonte nem termos de fechamento na equação de ~~conservação~~ de quantidade de movimento, dada por:

$$\frac{\partial(\delta \bar{\mathbf{u}}_S)}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\delta \bar{\mathbf{u}}_S \bar{\mathbf{u}}_S) = -\frac{\delta}{\rho_L} \nabla_S p_L + \mathbf{g}_S \delta \quad (2.61)$$

Uma vez que o modelo de filme inclui o campo de espessura de filme a ser obtido pelas simulações, a metodologia de solução por CFD realiza um acoplamento espessura-velocidade, similar ao acoplamento pressão velocidade do FVM, porém utilizando a equação de ~~conservação~~ de massa para obter o campo atualizado de espessura de filme, no lugar da pressão. A pressão do filme, então, em todas as implementações, é obtida da Equação 2.62, cuja obtenção será apresentada detalhadamente na Seção 3.1.2. A interface entre os dois fluidos impõe uma diferença de pressão relacionada tanto à pressão hidrostática quanto ao efeito da tensão superficial ( $\sigma$ ), de forma que:

$$p_L = p_G - \rho_L |\mathbf{g}_n| \delta - \sigma \nabla_S^2 \delta \quad (2.62)$$

Uma funcionalidade disponível tanto no EWF quanto no *surfaceFilmModel* é a simulação de filmes não-isotérmicos. A equação de ~~conservação~~ de energia do filme *balanço*

implementada no *surfaceFilmModel* do OpenFOAM é:

$$\frac{\partial(\rho_L \delta \bar{h}_S)}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\rho_L \delta \bar{h}_S \bar{\mathbf{u}}_S) = S_h \quad (2.63)$$

em que  $\bar{h}_S$  representa a entalpia do filme definida como:

$$\bar{h}_S = c_{pL}(\bar{T}_S - T_{ref}) \quad (2.64)$$

Na Equação 2.63,  $S_h$  representa todos os termos fonte de energia térmica. No EWF do Fluent, a definição da entalpia da Equação 2.64 é diretamente substituída na Equação 2.63 considerando a capacidade calorífica do filme,  $c_{pL}$ , constante, obtendo-se uma equação para temperatura do filme:

$$\frac{\partial(\rho_L \delta \bar{T}_S)}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\rho_L \delta \bar{T}_S \bar{\mathbf{u}}_S + \Phi_{corr,T}) = \frac{1}{c_{pL}} S_h \quad (2.65)$$

em que  $\Phi_{corr,T}$  é o termo de correção da advecção apresentado no Manual do Fluent como seguindo a mesma justificativa do termo  $\Phi_{corr}$  na equação de ~~conservação~~ de ~~advecção~~ quantidade de movimento. [25]

Complementando o equacionamento básico, os termos de fechamento disponíveis nas implementações do EWF e do *surfaceFilmModel* serão, para as três equações de ~~transporte~~, serão apresentados nas Seções seguintes.

#### 2.4.2 Termos de Fechamento do Modelo de Filme

De forma a completar a descrição do modelo de filme bidimensional, os fenômenos de interação entre as fases representados pelos termos fonte das equações de ~~advecção~~ transporte precisam ser modelados, o que geralmente é feito com uso de correlações empíricas. Nas próximas seções serão apresentadas análises sobre o significado físico e a modelagem desses termos de fechamento existente na literatura.

### 2.5 Fenômenos Físicos de Interação Entre as Fases nos Escoamentos Anulares

Acrescentando a complexidade da modelagem dos escoamentos anulares para simulação em CFD, há fenômenos específicos observados nas interfaces gás-líquido que são afetados pela turbulência e propagados às regiões contínuas do escoamento, tais como:

- Espalhamento do filme por ondas;
- Efeitos da tensão de cisalhamento interfacial;

- Deposição e entranhamento de gotas dispersas.

À medida em que o filme escoa, ondas começam a se formar em sua interface com o gás [15] devido a instabilidades de Kelvin-Helmholtz provocadas pela velocidade relativa entre o líquido e o gás. As ondas que se formam com mais frequência são pequenas em amplitude e se movem a baixas velocidades sem carregar massa do filme, sendo chamadas de *ripples*. No entanto, o alto cisalhamento do gás sobre o filme pode formar ondas de ~~instabilidade~~<sup>perturbação</sup>, as quais possuem amplitudes várias vezes maiores que a espessura média do filme e velocidades maiores que a velocidade média do filme. ~~Ondas de perturbação~~<sup>linhas</sup> afetam significativamente o transporte de massa, quantidade de movimento e energia, especialmente em escoamentos horizontais, em que ~~a aceleração~~<sup>o curvado</sup> da gravidade faz com que a espessura do filme seja muito maior na base do tubo ou equipamento (sendo por vezes chamada de “piscina líquida” [42]) do que no topo. As ondas de ~~perturbação~~<sup>formadas</sup> na base dos escoamentos horizontais “bombeiam” líquido na direção radial até o topo do tubo, ajudando a prevenir o *dry-out* de filme no topo [43]. Porém, segundo VERDIN et al. [42], diversos experimentos na literatura já permitiram observar que esse efeito de bombeamento pelas ondas tem contribuição mais significativa na manutenção do filme no topo para tubos de baixo diâmetro do que nos tubos de maior diâmetro [42].

É importante notar que a velocidade do gás diminui atrás das ondas ~~de perturbação~~, criando um gradiente de pressão na direção normal ao escoamento do filme tal que a pressão na crista da onda é menor do que na sua base. Dessa forma, para altas vazões de gás, essas ondas se tornam instáveis e podem se quebrar por ação das instabilidades de Kelvin-Helmholtz [17], gerando o fenômeno de entranhamento. Pequenas gotas de líquido se formam, deixando o filme e passando a integrar a fase de gotas dispersas no gás (Figura 2.14). A modelagem completa do entranhamento requer a definição das condições de escoamento em que o entranhamento se inicia, a taxa de perda de massa do filme transferida para a fase dispersa e a distribuição de tamanhos de partículas entranhadas [44].

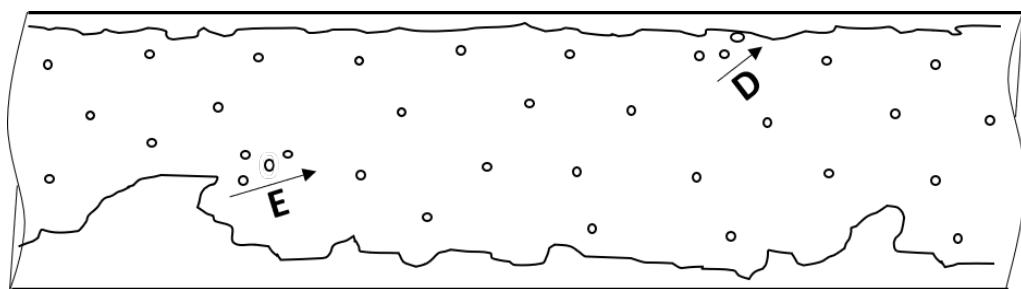


Figura 2.14: Mecanismos de deposição (D) e entranhamento (E) de gotas.

Observações experimentais tais como de BERNA et al. [8] demonstram que existe um ponto de iniciação do entranhamento (Figura 2.15) que depende da velocidade

do gás e, principalmente, do número de Reynolds do filme líquido dado por:

$$Re_L = \frac{\rho_L |\mathbf{u}_L| 4\delta}{\mu_L} = \frac{G_L D}{\mu_L} \quad (2.66)$$

em que  $|\mathbf{u}_L|$  é a magnitude da velocidade média intersticial do líquido e  $G_L$  é o fluxo mássico de filme baseado na área de seção reta do tubo ( $G_L = \rho_L j_L$ ). Há mais de um critério para o início do entranhamento na literatura. Por exemplo, AZZOPARDI [9] analisa 14 fontes de dados experimentais que em média detectaram entranhamento para  $Re_L \geq 222$ . ISHII e GROLMES [15] recomendam o critério de  $Re_L \geq 160$  enquanto OKAWA *et al.* [45] propõem que o entranhamento se inicie para  $Re_L \geq 320$  com base em seus dados experimentais. Outros autores, como HEWITT e GOVAN [46], definem, com base em seus dados experimentais, expressões para um número de Reynolds do filme crítico acima do qual o entranhamento passa a ocorrer, dependente apenas das propriedades físicas dos fluidos (densidade e viscosidade). Observa-se, então, que não há um consenso na literatura quanto a esse Reynolds crítico para o início do entranhamento, considerando ainda que as propriedades dos fluidos e condições do escoamento influenciam nesse critério.

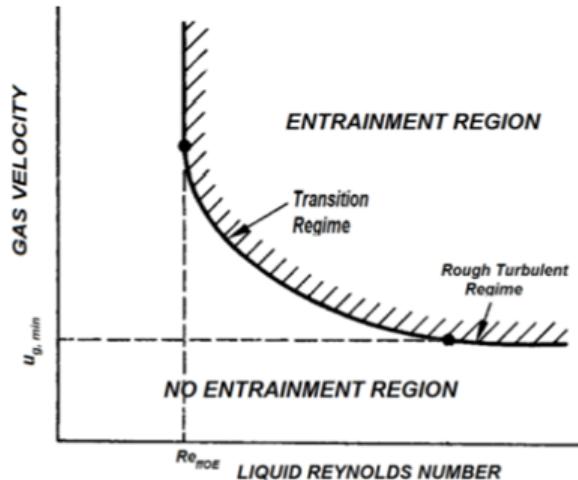


Figura 2.15: Limite para ocorrência de entranhamento. Fonte: Berna *et al.* [8]

As gotas dispersas no gás, seja geradas pelo entranhamento, por condensação ou por uma mudança de regime de escoamento, podem colidir com o filme líquido nas paredes e se depositar no filme, de forma que a massa das gotas passa parcial ou totalmente para o filme, aumentando sua espessura. Esse é o fenômeno denominado deposição [17] [16][44]. Uma vez que é iniciado o processo de entranhamento por quebra de ondas ~~de perturbação~~, as partículas lançadas ao núcleo gasoso passam a continuamente se depositar de volta no filme a um fluxo mássico por unidade da área da interface,  $S_D$ . Segundo AZZOPARDI [9], as taxas de entranhamento e deposição

possuem comportamentos similares ao longo do escoamento (Figura 2.16), sendo o início da deposição marcado pelo início do entranhamento.

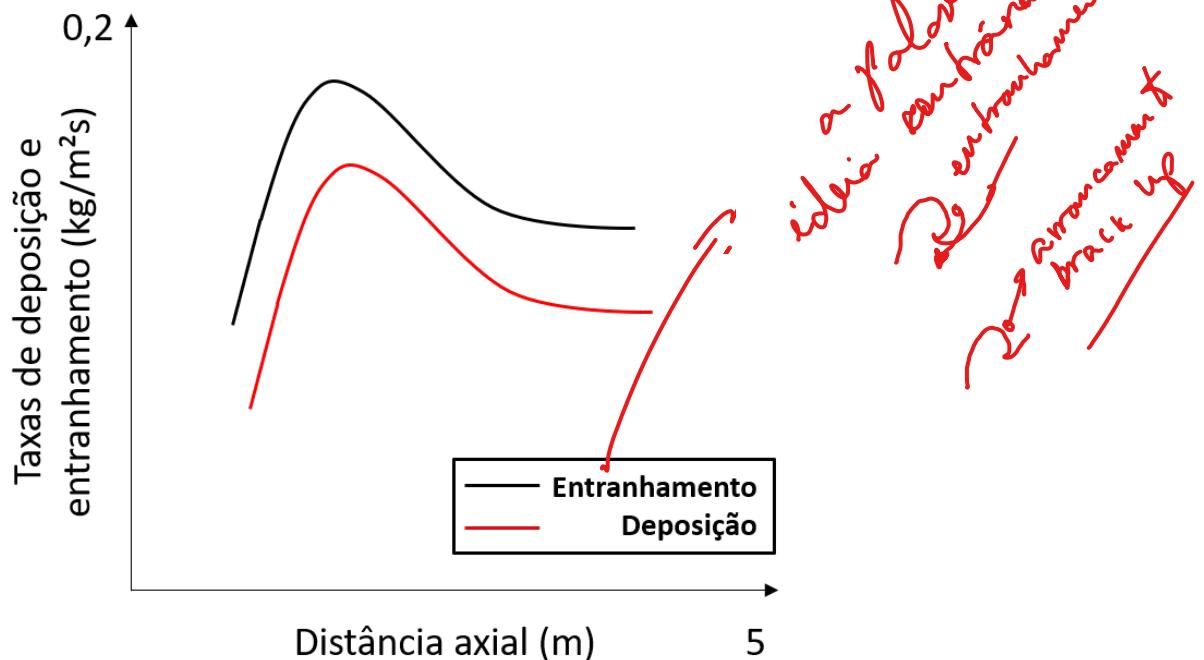


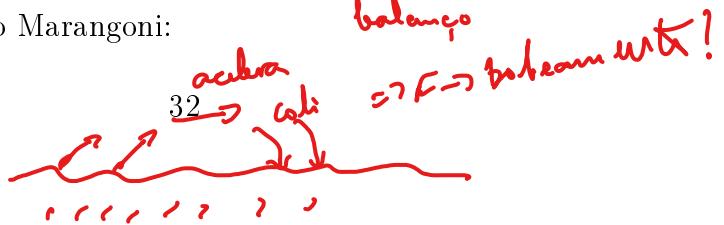
Figura 2.16: Evolução das taxas de entranhamento e deposição ao longo do escoamento. Adaptado de AZZOPARDI [9].

Observa-se experimentalmente que maiores velocidades de gás e tensões superficiais podem reduzir a ocorrência de deposição [9]. Porém, em um regime permanente e desenvolvido, as taxas de entranhamento e deposição se igualam.

Um efeito da tensão de cisalhamento interfacial na direção angular nos escoamentos anulares horizontais, nos quais existe um gradiente de espessura de filme entre a base e o topo das tubulações, é o chamado escoamento secundário de gás [47]. Formam-se ~~vortexes~~ <sup>estruuras</sup> ~~turbulentes~~ <sup>flutuantes</sup> na direção angular que, em baixos Reynolds de gás, contribui para “empurrar” o filme da base em direção ao topo do tubo. Esse efeito é reduzido para maiores diâmetros de tubulação, de forma que para diâmetros acima de 1 m, a magnitude da velocidade do escoamento secundário não ultrapassa 2% da velocidade axial, conforme observado por VERDIN *et al.* [42]. Ainda assim, o papel do escoamento secundário no “bombeamento” do filme é questionado, uma vez que, mesmo para tubos de menor diâmetro e baixo Reynolds, a velocidade secundária atinge apenas cerca de 3,5 a 4% da velocidade axial do gás, segundo FLORES [47].

Por fim, é importante observar que em casos onde há significativa variação de temperatura do filme durante o escoamento, ou variação de concentração por evaporação em casos multicomponentes, surge um gradiente de tensão <sup>interfacial</sup> superficial, gerando um termo fonte que deve ser incluído na equação de conservação de quantidade de movimento <sup>visco</sup> relativo ao efeito Marangoni:

*outro mecanismo:*



$$\mathbf{S}_{\text{mom}} = -\nabla_S \sigma \quad (2.67)$$

### 2.5.1 Análise Experimental de Escoamentos Anulares

A caracterização completa de escoamentos anulares depende de modelos para os fenômenos físicos interfaciais que são determinados de forma empírica, isto é, por meio do melhor ajuste de dados experimentais a expressões matemáticas. Essa modelagem deve levar em conta, portanto, quais informações são extraídas experimentalmente e quais os erros associados às medições.

Além das medidas de vazões, pressão e temperatura, os escoamentos anulares possuem como particularidade as medições de espessura de filme ( $\delta$ ) em diversas posições do domínio. De acordo com MOUZA *et al.* [48], as técnicas mais empregadas para medição de espessura de filmes líquidos são as intrusivas, tais como a de contato por agulha, a qual possui possibilidade de histerese, e de medida de condutância do filme, que é inversamente proporcional à espessura, porém depende de um líquido que seja condutor elétrico e não é capaz de medir espessuras menores que o menisco formado pelos fios dos eletrodos. Já os métodos não-intrusivos, baseados na absorção ou reflexão de luz pelo filme, estão mais sujeitos a ruídos e possuem menor acurácia, porém possuem a vantagem de não interferir no escoamento.

As medições de taxas experimentais de entranhamento ( $S_E$ ) e deposição ( $S_D$ ) requerem metodologias mais específicas. Segundo WANG *et al.* [49], há duas técnicas de medida de taxas de entranhamento no escoamento anular em dutos, conforme esquematizado na Figura 2.17:

- *Extração de filme* - O filme líquido é completamente removido do tubo através de paredes porosas. Comparando a vazão de filme removido **na primeira extração** ( $W_{L,out1}$ ) com a vazão de entrada de líquido ( $W_{L,in}$ ), é conhecida a fração de entranhamento,  $E$ :

$$E = \frac{W_{L,in} - W_{L,out1}}{W_{L,in}} \quad (2.68)$$

Caso o escoamento continue após a remoção completa do filme, um novo filme se formará por deposição, de forma que a taxa de deposição pode ser calculada com uma nova extração de filme por parede porosa. Essa técnica parte da premissa que todo o filme será removido na primeira parede porosa e a vazão do novo filme formado por deposição será baixa o suficiente para que não ocorra entranhamento. Outra consideração é de que a taxa de deposição medida na segunda extração será equivalente à taxa local do escoamento completamente

desenvolvido na primeira seção, fazendo com que  $S_D = S_E$  [50]:

$$S_E = S_D = \frac{W_{L,out2}}{\pi D(x_{L_2} - x_{L_1})} \quad (2.69)$$

- *Diluição de traçador* - Um composto solúvel é adicionado ao filme já em escoamento, de forma que as taxas de deposição e entranhamento são calculadas, respectivamente, pela redução da concentração de soluto no filme e pelo aumento da concentração de soluto nas gotas do núcleo gasoso. Essas concentrações variam localmente no filme e ao longo do duto, sendo medidas por condutância, que também é afetada pela espessura de filme. Logo, para esse método, a espessura de filme é considerada constante ao longo do tubo, o que é uma simplificação significativa devido à formação de ondas no filme, que são, inclusive, responsáveis pelo entranhamento. Outra fonte de erro é a mistura incompleta do soluto no filme. Dessa forma, a variação da vazão de filme,  $W_L$ , ao longo da direção axial,  $x$ , é dada por:

$$\frac{dW_L}{dx} = \pi D(S_D - S_E) \quad (2.70)$$

$$\frac{d(W_L C_L)}{dx} = \pi D(S_D C_d - S_E C_L) \quad (2.71)$$

em que  $C_L$  e  $C_d$  são as concentrações do soluto no filme e nas gotas, respectivamente. A concentração do traçador no núcleo gasoso na saída do tubo,  $C_M$ , pode ser medida experimentalmente e se relaciona com as demais concentrações por:

$$C_M = E C_d - (1 - E) C_L \quad (2.72)$$

Essa equação pode ser rearranjada fornecendo [51]:

$$\frac{d \ln(\alpha)}{dx} = -\frac{\pi D S_D}{W_{L,in}} \frac{1}{E(1-E)} \quad (2.73)$$

em que  $\alpha = (C_L - C_M)/C_M$ . Se o escoamento for completamente desenvolvido, a curva  $\ln \alpha \times x$  será uma reta e tanto  $E$  quanto  $S_D$  podem ser determinados pelos parâmetros da equação da reta.

Segue um breve histórico de trabalhos experimentais disponíveis na literatura:

LUNINSKI *et al.* [52] mediram a espessura de filme em cinco posições radiais em um tubo horizontal com escoamento anular água-ar, para três diâmetros de tubos, cinco velocidades de entrada de líquido e quatro velocidades de entrada de gás. A espessura de filme foi medida por meio da resistência entre eletrodos de tungstênio

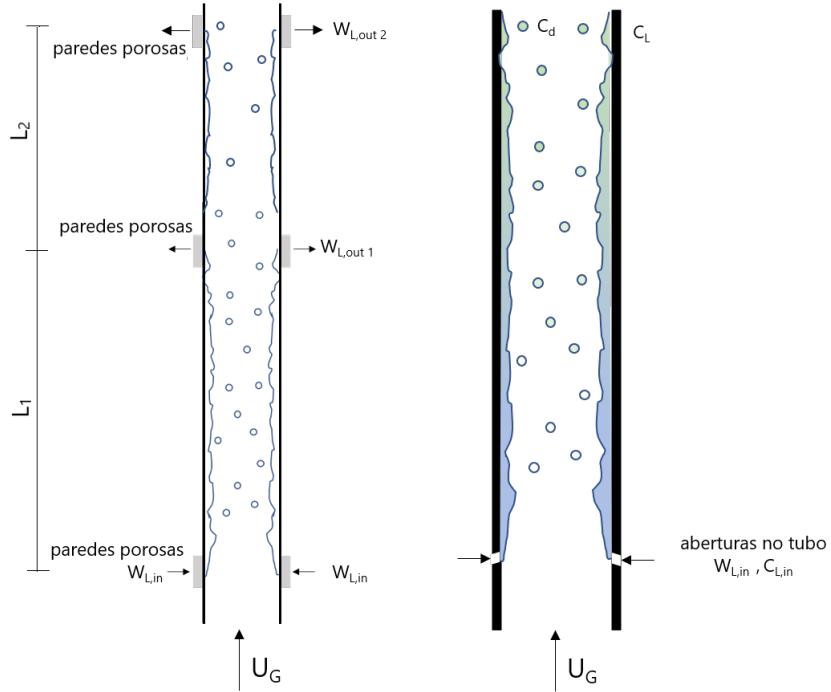


Figura 2.17: Aparatos experimentais. À esquerda: injeção e extração por paredes porosas. Centro: extração dupla de filme com paredes porosas. À direita: controle de concentração de soluto traçador.

inseridos nos cinco ângulos ( $0, 45, 90, 135$  e  $180$  graus), a qual possuiria relação de proporcionalidade com  $\delta$ . Os autores ressaltam que essa relação, no entanto, não é de fato linear. Cabe também apontar que os diâmetros dos tubos variaram de  $8,95$  a  $12,7$  mm, reduzindo a contribuição dos efeitos de deposição e entranhamento por quebra de ondas.

LAURINAT *et al.* [53] propuseram correlações entre a espessura de filme e o fator de fricção interfacial por meio da medição de espessura de filme e queda de pressão em dois tubos horizontais: um com  $25,4$  mm de diâmetro interno e medições realizadas a uma distância de  $550$  diâmetros da injeção de água e ar, outro com  $50,8$  mm de diâmetro interno e medições realizadas a uma distância de  $300$  diâmetros da injeção, utilizando a técnica intrusiva de variação de condutância entre fios de cromo paralelos, posicionados em posições angulares separadas a  $45$  graus entre si. Para as medições de queda de pressão, foi utilizado um manômetro para o tubo de  $25,4$  mm de diâmetro e um transmissor de pressão diferencial no tubo de maior diâmetro.

ASALI *et al.* [54] realizaram medições de queda de pressão, vazão de líquido e espessura de filme em tubos verticais de  $9$  m de comprimento e  $42$  ou  $22,9$  mm de diâmetro. Foram coletados dados tanto para escoamentos água-ar quanto para soluções de glicerina. A injeção de líquido foi realizada através de pequenas aberturas nas paredes dos tubos. As medições de espessura de filme foram realizadas por meio da técnica de condutância.

LIN *et al.* [55] realizaram medições de espessura de filme em um escoamento anular horizontal água-ar utilizando a técnica não-intrusiva de Ativação de Pulso de Prótons (PPA). O aparato experimental consistiu de um tubo de 26,9 mm de diâmetro e as medições foram realizadas quando a mistura radioativa passou por um detector de raios gama a 1,2 m da injeção dos fluidos. Realizaram-se 47 combinações de vazões de entrada de ar e de água, sendo reportados perfis de espessura de filme na direção angular do ponto de medição em 8 desses testes.

SCHADEL *et al.* [51] conduziram medições de escoamentos anulares verticais água-ar em três tubos: o primeiro com 25,4 mm de diâmetro e comprimento de 175 diâmetros; um segundo com 42 mm de diâmetro e 174 diâmetros de comprimento; e um terceiro com 57,2 mm de diâmetro e 215 diâmetros de comprimento. As medições incluíram as vazões de gás e líquido, além da concentração de líquido disperso, de forma a se obter taxas de deposição e entranhamento.

JAYANTI *et al.* [56] mediram, em tubo de 5,5 m e 32 mm de diâmetro com escoamento água-ar, a espessura de filme em cinco ângulos (0, 45, 90, 135 e 180 graus) e a frequência, velocidade e amplitude de ondas de perturbação em tubo horizontal para três diferentes valores de vazão mássica de gás e três valores de vazão mássica de líquido. As medições foram realizadas por método intrusivo, medindo-se a queda de voltagem entre duas sondas de aço inox, para cada ângulo de medição, numa posição axial de 3,5 m.

PARAS e KARABELAS [57] mediram a fração de entranhamento de gotas, o fator de fricção interfacial e a taxa de deposição de gotas variando seis velocidades de entrada de líquido e dezessete velocidades de entrada de gás em escoamento água-ar horizontal. As taxas de deposição e entranhamento foram calculadas a partir da vazão de gotas dispersas na saída, medida por um coletor, enquanto o fator de fricção foi calculado a partir da queda de pressão, medido por um tubo de pitot.

FORE e DUKLER [58] partiram de um tubo de 50,8 mm de diâmetro escoando ar e injetaram líquido por meio de uma parede porosa 1,6 m após a entrada de ar, deixando o escoamento anular se desenvolver por mais 3,5 m de comprimento. Dois líquidos foram utilizados: água e uma solução de glicerina a 50%, ambos a 18°C. Foram medidas vazões dos fluidos (obtendo-se a fração de entranhamento), queda de pressão, espessura de filme (pelo método da condutância) e cisalhamento com a parede.

WILLIAMS *et al.* [59] utilizaram um tubo horizontal de 26 m de comprimento e 95,3 mm de diâmetro com água e ar escoando a 1,16 atm para realizar medições de espessura de filme pela técnica de condutância, em posições angulares de 0, 45, 90, 135 e 180 graus, além de medições de fluxo de gotas dispersas. Não foi especificada a posição dos medidores de espessura de filme no aparato experimental.

LI *et al.* [60] mediram espessura de filme a 5,2 m da injeção de água e ar em

um tubo horizontal de 8,5 m de comprimento e 40 mm de diâmetro, a pressão atmosférica, pela técnica de condutância. Foram testadas 15 combinações de velocidades superficiais de ar e de água na entrada, com medições da espessura na direção angular em posições de 0, 45, 90, 135 e 180 graus a partir da base do tubo.

WOLF *et al.* [12] realizaram, em um tubo vertical de 318 mm de diâmetro com escoamento anular água-ar, medições de queda de pressão, tensão de cisalhamento na parede, vazão média e espessura média de filme para quatro velocidades de entrada de líquido e sete velocidades de entrada de gás. O líquido foi injetado no tubo por meio de uma parede porosa na entrada. A tensão de cisalhamento na parede foi medida por meio de uma folha de níquel em suporte de poliamida. A vazão de filme foi medida coletando amostras da saída e separando-se a fração líquida em ciclones. Já a espessura de filme e a velocidade das ondas de perturbação foram obtidas por medidores de condutância.

SHEDD e NEWELL [13] publicaram dados experimentais coletados de dois diferentes diâmetros, 12,7 mm e 25,4 mm, de tubo horizontal com escoamento anular água-ar. Foi medida a espessura de filme em dezesseis posições radiais por método ótico não intrusivo, o que, segundo os próprios autores, não levou em consideração as ondas formadas na superfície do filme, permitindo apenas a obtenção de uma média de espessura do filme “fino”, sem ondas de alta amplitude.

DE BERTODANO *et al.* [50] utilizaram diferentes combinações de fluidos para obter dados de escoamentos anulares verticais em um tubo de 9,53 mm de diâmetro e comprimento de 440 diâmetros. Para escoamentos água-ar e líquido-vapor de Freon-113, a diferentes pressões, foram medidas as propriedades e vazões dos fluidos para se obter as taxas de entranhamento.

OKAWA *et al.* [61] testaram diferentes combinações de pressões e temperaturas no escoamento água-ar vertical em um tubo de 5 mm de diâmetro e 320 diâmetros de comprimento, medindo as vazões de fluidos e concentração de gotas dispersas de forma a verificar os efeitos sobre as taxas de entranhamento e deposição.

ADAMSSON e ANGLART [62] realizaram medições de vazão mássica de filme em escoamento anular vertical água-ar diabático simulando a situação observada em dutos de reatores nucleares (BWR). As medições de vazão do filme foram feitas coletando-se o filme em paredes porosas e condensando-se essa amostra para separar o conteúdo de líquido de qualquer vapor coletado.

SAWANT *et al.* [63] conduziram testes de variação de pressão e vazão de gás em um tubo vertical de 9,4 mm de diâmetro, contendo 0,57 m de desenvolvimento do escoamento de ar antes da injeção de água por uma parede porosa, com mais 210 diâmetros de comprimento para desenvolver o escoamento anular. Além das medições das vazões dos dois fluidos e das pressões, foi extraída a fração de líquido do núcleo gasoso para se obter taxas de deposição e entranhamento.

BELT *et al.* [64] também analisaram o escoamento anular vertical de um sistema água-ar para diferentes vazões, em um tubo de 50 mm de diâmetro e 12 m de comprimento. Foram realizadas medições da queda de pressão e das espessuras de filme, pelo método da condutância.

SCHUBRING [65] mediu a queda de pressão em escoamentos anulares verticais água-ar em tubos de três diferentes diâmetros: 8,8 mm (400 diâmetros de comprimento), 15,1 mm (300 diâmetros de comprimento) e 26,3 mm (210 diâmetros de comprimento). Em algumas das medições, o regime de escoamento foi registrado como golfadas (*slug*) ou mesmo névoa (*mist*). As espessuras de filme também foram medidas usando o método não-intrusivo de SHEDD e NEWELL [13] e, em vez de fornecidas as espessuras médias no tempo e nas posições medidas, são dadas espessuras após a passagem de ondas de perturbação, chamadas de “espessura-base”. Essa escolha, apesar de reduzir a acurácia das medidas, foi justificada pela intenção do autor de verificar a relação entre o filme e o cisalhamento com a parede na ausência de ondas.

ZHAO *et al.* [66] utilizaram um aparato similar a WOLF *et al.* [12] para medição da condutância do filme em um tubo vertical de 34,5 mm de diâmetro, porém com as sondas condutoras posicionadas de forma concêntrica e com a inserção de filme no sistema sendo realizada por meio de injetores cônicos, similares aos usados na indústria de detergentes, de forma a se obter uma distribuição de líquido mais uniforme do que a resultante de injeções por paredes porosas. A queda de pressão na linha também foi medida.

O resumo dos trabalhos analisados se encontra na Tabela 2.1 abaixo:

Esta base de dados experimentais será utilizada ao longo do trabalho para as análises realizadas, seja simulações ou desenvolvimento de novas correlações.

### 2.5.2 Modelagem da tensão de cisalhamento interfacial $\tau_i$

Como já discutido, a alta tensão de cisalhamento exercida pelo gás sobre a interface com o filme é também responsável por uma transferência de quantidade de movimento ~~líquido~~ do gás para o líquido. Observações experimentais de WOLF [67] mostraram que a queda de pressão no domínio causada pela presença do filme nas paredes, com espessura variável, é similar à queda de pressão nos escoamentos de gás em tubulações com paredes rugosas. Por isso, a tensão de cisalhamento interfacial pode ser aproximada aos efeitos de uma força de arrasto sobre a área da parede:

$$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_G |\mathbf{u}_G - \mathbf{u}_L| (\mathbf{u}_G - \mathbf{u}_L) \quad (2.74)$$

em que  $f_i$  é o fator de fricção interfacial. Este coeficiente adimensional é estimado por diferentes autores por meio de modelos empíricos derivados do gradiente de

Tabela 2.1: Resumo dos trabalhos experimentais selecionados para a análise preliminar.

Referência	Fluidos	Direção	Diâmetro (mm)	Pressão (MPa)	Variáveis Medidas
Luninski et al. (1983)	água-ar	horizontal	8,15;9,85; 12,3	0,10	$\delta$
Laurinat et al. (1984)	água-ar	horizontal	25,4;50,8	0,10	$\delta, \Delta p$
Asali et al. (1985)	água-ar glicerina-ar	vertical	42;22,9	0,10	$\delta, \Delta p$
Lin et al. (1986)	água-ar	horizontal	26,9	0,10	$\delta$
Jayanti et al. (1990)	água-ar	horizontal	5,5;32	0,15-0,25	$\delta, \lambda, \mathbf{u}_{wave}$
Schadel et al. (1990)	água-ar	vertical	25,4;42 57,15	0,10	$S_E, S_D$
Paras e Karabelas (1991)	água-ar	horizontal	50,8	0,11;0,20	$S_E, \Delta p, S_D$
Fore e Dukler (1995)	água-ar glicerina-ar	vertical	50,8	0,10	$\delta, \Delta p, E, S_D$
Williams et al. (1996)	água-ar	horizontal	95,3	0,17	$\delta$
Li et al. (1999)	água-ar	horizontal	40	0,10	$\delta$
Wolf et al. (2001)	água-ar	vertical	31,8	0,24	$\Delta p, \tau_w,$ $\delta, G_{L,out}, \mathbf{u}_{wave}$
Shedd e Newell (2001)	água-ar	horizontal	12,7;25,4	0,08;0,09	$\delta$
Bertodano et al. (2001)	Freon-113	vertical	10	0,32-0,53	$E, S_E$
Okawa et al. (2005)	água-ar	vertical	5	0,14-0,76	$E, S_E,$
Adamsson e Anglart (2006)	água-ar	vertical	13,9;14,1	7,00	$S_E$
Sawant et al. (2008)	água-ar	vertical	9,4	0,12;0,41	$\Delta p, S_E$
Belt et al. (2009)	água-ar	vertical	50	0,10	$\delta, \Delta p$
Schubring (2009)	água-ar	vertical horizontal	23,4	0,10	$\delta, \Delta p$
Zhao et al. (2013)	água-ar	vertical	34,5	7,00	$\delta, \Delta p$

pressão medida em escoamentos anulares, como visto na Seção 3.2.1. O mais básico desses modelos foi proposto por WALLIS [68]:

$$f_i = 0,005 \left( 1 + 300 \frac{\delta}{D} \right) \quad (2.75)$$

em que  $D$  é o diâmetro do tubo. A constante 0,005 é descrita como o fator de fricção equivalente do gás puro em contato com a parede ( $f_G$ ). OKAWA [45] recomenda que esse fator seja definido com uma dependência do número de Reynolds do filme líquido:

$$f_G = \max(16/Re_L, 0,005) \quad (2.76)$$

sendo empregada nesta expressão a definição do fator de atrito de Fanning para escoamentos laminares.

WALLIS revisou posteriormente seu modelo [69], propondo que a Equação de Blasius (Equação 2.77) fosse utilizada para  $f_G$  de forma a considerar os efeitos da velocidade do gás, escoamento em regime turbulento, sobre o fator de fricção interfacial:

$$f_G = \frac{0,079}{Re_G^{0,25}}, \quad 3000 < Re_G < 10^5 \quad (2.77)$$

$$f_i = f_G \left( 1 + 300 \frac{\delta}{D} \right) \quad (2.78)$$

Outros modelos posteriores buscaram adaptar a correlação de WALLIS a maiores faixas de velocidade do gás (escoamentos turbulentos), nas quais ocorrem ondas de perturbação. Um exemplo é o modelo de WHALLEY e HEWITT [70], que também usa a Equação 2.77 para  $f_G$ :

$$f_i = f_G \left[ 1 + 24 \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{1/3} \frac{\delta}{D} \right] \quad (2.79)$$

O modelo proposto por FORE [71] ajusta a Equação de WALLIS para incluir não apenas maiores faixas de Reynolds do gás, como também maiores diâmetros de tubulação:

$$f_i = 0,005 \left[ 1 + 300 \left( \left( 1 + \frac{17500}{Re_G} \right) \frac{\delta}{D} - 0,0015 \right) \right] \quad (2.80)$$

MOECK [72] propôs uma revisão do modelo de WALLIS de acordo com seus próprios dados experimentais, de forma a considerar efeitos de entranhamento, especificamente pela adição do expoente à razão entre a espessura de filme e diâmetro do tubo:

$$f_i = 0,005 \left[ 1 + 545 \left( \frac{\delta}{D/2} \right)^{1,42} \right] \quad (2.81)$$

HENSTOCK e HANRATTY [73] propuseram um novo fator adimensional para a estimativa da fricção interfacial, baseado na relação entre as propriedades do líquido e do gás bem como em suas velocidades, além de recomendar para  $f_G$  a Equação 2.83 de TAITEL e DUKLER [2] baseada em tubos lisos e fora da região de turbulência:

$$f_i = f_G(1 + 1400 F) \quad (2.82)$$

$$f_G = \frac{0,046}{Re_G^{0,2}} , \quad 2000 < Re_G < 10^5 \quad (2.83)$$

$$F = 0,0379 \left( \frac{Re_L}{Re_G} \right)^{0,9} \frac{\mu_L}{\mu_G} \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}} \quad (2.84)$$

ASALI *et al.* [54] partiram do modelo de HENSTOCK e HANRATTY e separaram o modelo em regimes de escoamento, adaptando a expressão para a região de menor turbulência, dominadas pelas ondas do tipo *ripples*, e para a região dominada pelas ondas de perturbação. Essa transição seria marcada por um número de Reynolds crítico do filme,  $Re_{L,crit}$ , acima do qual as ondas de perturbação seriam observadas:

$$f_i = \begin{cases} f_G \left[ 1 + C_1 \left( 0,34 Re_L^{0,6} \frac{\mu_L}{\mu_G} \sqrt{\frac{\rho_G \tau_i}{\rho_L \tau_c}} - C_2 \right) \right] & Re_L \leq Re_{L,crit} \\ f_G \left[ 1 + \frac{0,45}{Re_G^{0,2}} \left( 0,19 Re_L^{0,7} \frac{\mu_L}{\mu_G} \sqrt{\frac{\rho_G \tau_i}{\rho_L \tau_c}} - C_2 \right) \right] & Re_L \geq Re_{L,crit} \end{cases} \quad (2.85)$$

$$\tau_c = 2/3\tau_w + 1/3\tau_i \quad (2.86)$$

em que  $C_1 = 0,045$  para velocidades de gás maiores de 25 m/s, podendo o termo  $\tau_i/\tau_c$  ser considerado aproximadamente igual a 1 nesses casos, tornando o modelo explícito. Para escoamentos verticais ascendentes,  $C_2 = 4$ , enquanto que para escoamentos verticais descendentes,  $C_2 = 5,9$ .

FUKANO e FURUKAWA [74] buscaram corrigir o efeito da viscosidade cinemática de diferentes fluidos em sua correlação, uma vez que a maior parte dos modelos são baseados no escoamento água-ar. Partiu-se de um modelo similar ao de MOECK:

$$f_i = 1,7 \left( 12 + \frac{\nu_L}{\nu_{H_2O}} \right)^{-1,33} \left( 1 + 12 \frac{\delta}{D} \right)^8 \quad (2.87)$$

BELT *et al.* [64] modificaram o modelo de WALLIS para paredes rugosas de tubos verticais, obtendo novos parâmetros para o mesmo grupo adimensional:

$$f_i = 3,413 \times 10^{-4} + 1,158 \frac{\delta}{D} \quad (2.88)$$

PAN *et al.* [75] propuseram uma abordagem de inclusão dos efeitos de entrainmentamento e deposição na estimativa da queda de pressão, por meio do balanço de quantidade de movimento no tubo e, consequentemente, do fator de fricção in-

terfacial, porém considerando a mesma taxa empírica para o entranhamento e a deposição, chegando à seguinte expressão:

$$f_i = 67,2 Re_G^{-0,91} Re_{Ls}^{0,3} \quad (2.89)$$

em que  $Re_{Ls} = Re_L/(1-E)$  representa o número de Reynolds superficial do filme e  $E$  é a fração mássica de gotas entranhadas em relação à massa total de líquido.

Recentemente, JU *et al.* [76] propuseram uma nova correlação baseada em análise dimensional de forma a reduzir o nível de incerteza de correlações anteriores como as de FORE e WALLIS, fazendo uso dos números de Weber do líquido e do gás:

$$f_i = 0,0028 + 4,28 We_L^{0,28} \left[ We_G \left( \frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G} \right)^{1/4} \right]^{-0,53} N_\mu^{0,25} \quad (2.90)$$

$$N_\mu = \frac{\mu_L}{\sqrt{\rho_L \sigma la}} \quad \text{(2.91)}$$

em que  $la$  é o comprimento de laplace, referente à escala das instabilidades de Taylor no filme, dado por:

$$la = \sqrt{\sigma/|\mathbf{g}|(\rho_L - \rho_G)}. \quad (2.92)$$

### 2.5.2.1 Implementações da modelagem do cisalhamento interfacial em CFD

No *surfaceFilmModel* do OpenFOAM,  $\tau_i$  é dado por:

$$\tau_i = \frac{1}{2} f_i \rho_G |\mathbf{u}_G - \mathbf{u}_L| (\mathbf{u}_G - \mathbf{u}_L) \quad (2.93)$$

em que, para o cálculo de  $f_i$ , o modelo de WALLIS (Equação 2.75) é implementado nativamente.

Quanto ao EWF, o manual do ANSYS Fluent [25] não especifica como é calculado o termo de cisalhamento interfacial na equação de ~~conservação~~<sup>balance</sup> de quantidade de movimento. O termo  $\tau_i$  também não é uma variável que possa ser definida diretamente pelo usuário [37]. WANG *et al.* descrevem, em suas publicações, um modelo matemático de filme bidimensional que usa o cisalhamento interfacial como uma constante que age similarmente a uma condição de contorno [33], mencionando que sua modelagem foi implementada no ANSYS Fluent [77].

Como já mencionado, o solver *liquidFilmFoam* não possui modelo nativo de fricção interfacial, podendo ser escolhido um modelo da literatura para ser implementado. Diferentes trabalhos realizaram comparações dos modelos de fator de fricção interfacial listados na Seção 2.5.2 [78][76], sendo o modelo de WALLIS em

geral satisfatório para uma gama de aplicações. A simplicidade do modelo é interessante para simulações em CFD de forma a se evitar problemas de convergência e difusão numérica, porém é reportado na literatura que esse modelo apresenta erros consideráveis para condições operacionais significativamente distintas das usadas na sua elaboração [76].

### 2.5.3 Modelagem da deposição de gotas dispersas

Correlações empíricas para taxa de deposição são usualmente obtidas da relação de proporcionalidade observada entre a taxa de deposição e a concentração mássica de gotas no núcleo gasoso ( $C [kg/m^3]$ ):

$$S_D [kg/m^2 s] = k_D C \quad (2.94)$$

Uma vez que o perfil de concentração de gotas em escoamentos dispersos é reportado como homogêneo, considera-se nesses modelos que a concentração de gotas na região da camada limite, onde se localiza o filme, pode ser aproximada para a concentração média volumétrica local [44].

OKAWA *et al.* [45] ~~propuseram~~ a seguinte expressão para a obtenção da constante de deposição  $k_D$  derivada dos dados experimentais de GOVAN (1988) [79] para escoamentos verticais:

$$k_D \sqrt{\frac{\rho_G D}{\sigma}} = 0,0632 \left( \frac{C}{\rho_G} \right)^{-0,5} \quad (2.95)$$

HEWITT e GOVAN [46] definiram uma expressão diferente de seus experimentos com escoamentos água-ar e água-vapor, uma vez que seus novos dados de  $k_D \sqrt{\frac{\rho_G D}{\sigma}}$  plotados contra  $\frac{C}{\rho_G}$  formaram duas regiões distintas:

$$k_D \sqrt{\frac{\rho_G D}{\sigma}} = \begin{cases} 0,18 & , \text{ se } \frac{C}{\rho_G} < 0,3 \\ 0,083 \left( \frac{C}{\rho_G} \right)^{-0,65} & , \text{ se } \frac{C}{\rho_G} \geq 0,3 \end{cases} \quad (2.96)$$

PALEEV e FILIPPOVICH [80] desenvolveram, para escoamentos horizontais água-ar a pressão atmosférica, uma correlação teórica baseada na difusão de massa dependente da velocidade do gás:

$$k_D / j_G = 0,022 Re_G^{-0,25} \left( \frac{C}{\rho_G} \right)^{-0,26} \quad (2.97)$$

SUGAWARA [81] também utilizou essa ideia para obter sua própria expressão teórica para  $k_D$  baseada em modelos do número de Sherwood, com dependência do número de Schmidt do gás. De acordo com o alinhamento a diferentes dados experimentais, o autor recomendou que essa correlação fosse empregada para pressões

entre a atmosférica e 7 MPa, faixas de Reynolds do gás de  $10^4$  a  $10^6$  e  $C/\rho_G$  de 0,04 a 10.

$$k_D/j_G = 0,009 \left( \frac{C}{\rho_G} \right)^{-0.5} Re_G^{-0.2} Sc_G^{-2/3} \quad (2.98)$$

### 2.5.3.1 Implementações da deposição em CFD

Correlações para a taxa de deposição tais como as apresentadas na Seção 2.5.3, por dependerem da concentração da fase dispersa no domínio, são mais adequadas quando esta fase é modelada pela abordagem Euleriana. Nenhuma dessas expressões é implementada no ANSYS Fluent ou no OpenFOAM nativamente, porém o EWF do Fluent possui implementado um termo chamado *Secondary Phase Accretion* para acoplamento do filme com uma fase dispersa Euleriana  $d$  (modelos *Eulerian* ou *Mixture*). O modelo retira massa da fase dispersa que entra em contato com a camada de malha mais próxima à parede e transfere essa massa para o filme (Figura 2.18):

$$S_D = \max [-\alpha_d \rho_d (\mathbf{u}_d \cdot \hat{\mathbf{n}}), 0] \quad (2.99)$$

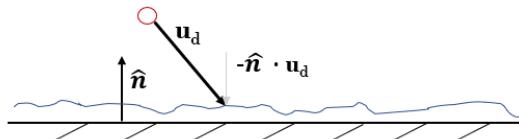


Figura 2.18: Relação entre vetor velocidade da fase dispersa ( $\mathbf{u}_d$ ) e normal à parede ( $\hat{\mathbf{n}}$ ).

Cabe ressaltar que a deposição de gotas gera também um termo fonte de quantidade de movimento para o filme, já que parte da inércia da partícula é transferida para o filme. Esse termo consiste geralmente na multiplicação entre o termo fonte de massa pela velocidade tangencial da partícula na colisão com a parede, tal como implementado no Fluent:

$$\mathbf{S}_{mom} = S_D \mathbf{u}_{dt} = S_D [\mathbf{u}_d - (\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{u}_d) \hat{\mathbf{n}}] \quad (2.100)$$

Quando se utiliza a abordagem Lagrangeana para a fase dispersa, a colisão das partículas com a parede contendo filme é caracterizada pelos modelos de interação partícula-parede. Esses modelos capturam mais diretamente a formação e espalhamento de filmes como consequência do impacto de gotas, o que por sua vez é afetado pela turbulência da fase contínua [82]. Há quatro diferentes regimes de interação

gota-parede identificados de acordo com a energia e número de Weber das partículas [16] [10] [83] [82] [25], como ilustrado na Figura 2.19.

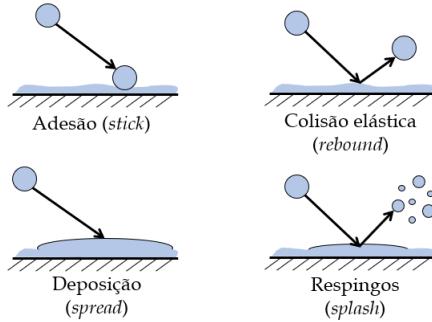


Figura 2.19: Regimes de interação gota-parede. Adaptado de: Stanton e Rutland [10].

- **Adesão (stick)** - A gota se adere à parede contendo o filme sem alterar sua forma e sem deslizar, devido ao efeito da tensão superficial ser maior que o das forças de inércia.
- **Colisão elástica (rebound)** - A gota reflete elasticamente depois de colidir com a parede contendo filme, de forma que a nova magnitude e direção da sua velocidade dependem do ângulo de incidência e inércia.
- **Deposição (spread)** - A gota se espalha no impacto passa a integrar o filme.
- **Respingo (splash)** - A gota se quebra após colidir com a parede com alta energia, de forma que parte da massa original da gota se deposita no filme e parte se converte em gotas menores que entram de volta para a fase dispersa.

Experimentos conduzidos por diferentes autores citados por STANTON e RUTLAND [10] e BAI e GOSMAN [84] [83] para filmes de combustíveis se formando nas paredes de motores de combustão interna demonstraram que os principais critérios para identificação do regime de interação com a parede são a temperatura da parede e o número de Weber das partículas. As principais diferenças entre essas duas referências, como resumido na Tabela 2.2, são os limites de  $We_p$  propostos para a transição entre regimes e como o limiar de *splashing* é identificado. O'Rourke and AMSDEM [85] e KUHNKE [86] propuseram uma abordagem diferente para a transição entre os regimes usando outros parâmetros, ainda que derivados dos mesmos números de Weber e Laplace, definidos por:

$$We_p = \frac{\rho_L |\mathbf{u}_{pn}^2| d_p}{\sigma} \quad (2.101)$$

$$La = \frac{\sigma \rho_L d_p}{\mu_L^2} \quad (2.102)$$

No modelo de KUHNKE [86] é levado em consideração o efeito de aquecimento da parede, sendo um dos critérios de transição de regime a razão entre a temperatura da parede e a temperatura de saturação do líquido,  $T^* = T_w/T_{sat}$ . Além disso, é definido o regime de quebra térmica, similar ao regime de respingo (*splash*), porém com toda a massa da gota colidindo com a parede e se quebrando em gotículas menores em seguida, sem nenhuma deposição no filme.

Tabela 2.2: Critérios de transição de regimes de interação partícula-parede.

Referência	Critérios
Bai e Gosman [84] (paredes molhadas)	<i>Stick</i> : $We_p < 2$ <i>Rebound</i> : $2 < We_p < 20$ <i>Spread</i> : $20 < We_p < We_{p,crit}$ <i>Splash</i> : $We_p > We_{p,crit}$ , onde $We_{p,crit} = 1320 La^{-0,183}$
Bai e Gosman [84] (paredes secas)	<i>Spread</i> : $We_p < We_{p,crit}$ <i>Splash</i> : $We_p > We_{p,crit}$ , onde $We_{p,crit} = 2630 La^{-0,183}$
Stanton e Rutland [10]	<i>Stick</i> : $We_p < 5$ <i>Rebound</i> : $5 < We_p < 10$ <i>Spread</i> : $10 < We_p < We_{p,crit}$ <i>Splash</i> : $We_p > We_{p,crit}$ $We_{p,crit} = 18^2 d_p \sqrt{\frac{\rho_L}{\sigma}} \nu_L^{1/4} f^{3/4}$ $f \approx  \mathbf{u}_{pn} /d_p$
O'Rourke e Amsdem [85]	<i>Splash</i> : $E > 57,7$ $E^2 = We_p / (\min(\delta/d_p, 1) h_{bl}/d_p)$ $h_{bl} = d_p / \sqrt{Re_p}$
Kuhnke [86]	<i>Spread</i> : $K < K_{crit,cold}$ e $T^* < 1,1$ <i>Rebound</i> : $K < K_{crit,hot}$ e $T^* > 1,1$ <i>Splash</i> : $K > K_{crit,cold}$ e $T^* < 1,1$ <i>Quebra térmica</i> : $K > K_{crit,hot}$ e $T^* > 1,1$ $K = We_p^{5/8} La^{1/8}$

Uma vez que escoamentos anulares podem ocorrer em diferentes faixas de temperatura e velocidade da fase líquida, é provável que todos esses regimes ocorram. Simulações de XIE et al. [87], especialmente, mostraram que o efeito de *splash* possui impacto considerável na dinâmica de deposição e entranhamento de gotas em reatores BWR.

O ANSYS Fluent utiliza os critérios de O'ROURKE e AMSDEM [85] ou de KUHNKE [86] para determinar o regime de interação da partícula com o filme, de acordo com a seleção do usuário [25], enquanto o OpenFOAM possui implementado para sua biblioteca *surfaceFilmModel* um modelo de interação de partícula com o

filme baseado nas definições de BAI e GOSMAN [84].

Para cada regime, tem-se:

### 1. Adesão e deposição

Caso uma partícula entre em contato com a parede onde se localiza o filme, tanto no modelo do Fluent como no OpenFOAM, esta partícula tem sua massa transferida para o filme, sendo o termo fonte para a equação de conservação de massa do filme simplesmente o somatório de todas as partículas que se depositam no filme:

$$S_D = \sum_i \frac{m_{p,i}}{A\Delta t} \quad (2.103)$$

em que  $A$  é a área da face do elemento da malha superficial com o qual a partícula colidiu e  $\Delta t$  é o passo de tempo. Tanto no EWF quanto no *surfaceFilmModel* (o solver `liquidFilmFoam` da versão FOAM-extend não possui biblioteca de interação com partículas nativamente implementada), um termo fonte de quantidade de movimento é gerado similarmente à Equação 2.100 para cada gota que se deposita, com a diferença de que o OpenFOAM separa a velocidade da partícula em uma componente tangencial e normal, de forma que a contribuição tangencial gera um termo fonte diretamente na equação do movimento do filme (em  $\mathbf{S}_{mom}$ ) e a contribuição normal gera um termo fonte na pressão do filme (somada na expressão de  $p_L$  da Equação 2.62) [10]:

$$\mathbf{S}_{mom} = \sum_i \frac{m_{p,i}}{A\Delta t} (\mathbf{u}_{p,i} - \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{u}_{p,i} \cdot \hat{\mathbf{n}})) \quad (2.104)$$

$$p_{dep} = \sum_i \frac{m_{p,i}}{A\Delta t} |\hat{\mathbf{n}}(\mathbf{u}_{p,i} \cdot \hat{\mathbf{n}})| \quad (2.105)$$

### 2. Colisão elástica (*rebound*)

Os modelos implementados no Fluent (STANTON-RUTLAND [10]) e no OpenFOAM para o choque elástico de partículas com uma parede se originam da mecânica clássica e se baseiam na definição de um coeficiente de restituição,  $e$ , que equivale à razão entre as velocidades da partícula antes e depois da colisão, e um coeficiente de fricção,  $\varrho$ , que equivale à razão entre a componente tangencial e normal da força de contato quando a partícula escorrega pela superfície [25][88]. Dessa forma, após o choque com o filme a velocidade e direção da partícula são meramente alterados pelas equações:

$$\mathbf{u}_{ptr} = \frac{5}{7}\mathbf{u}_{pt0} \quad (2.106)$$

$$\mathbf{u}_{pnr} = -e\mathbf{u}_{pn0} \quad (2.107)$$

em que o índice “*r*” indica a partícula após o *rebound* e o índice “0” indica a partícula antes do *rebound*. Cabe ressaltar que tal modelo não considera rotação de partícula. O coeficiente de restituição, *e*, é dado por:

$$e = 0,993 - 1,76\theta_i + 1,56\theta_i^2 - 0,49\theta_i^3 \quad (2.108)$$

em que é  $\theta_i$  o ângulo de incidência da partícula. O modelo de KUHNKE [86] implementado no Fluent usa uma abordagem distinta do modelo de colisão elástica, em que a velocidade tangencial após o *rebound* é a mesma velocidade de incidência e o coeficiente de restituição normal é redefinido como:

$$e = \sqrt{0,678 \exp[-0,04415We]} \quad (2.109)$$

Uma diferença relevante é que o Fluent utiliza apenas a velocidade da partícula [25], enquanto o *surfaceFilmModel* do OpenFOAM utiliza a velocidade relativa entre a partícula e a parede, já que o EWF do Fluent não pode ser utilizado para paredes móveis [25].

### 3. Respingo (*splash*)

Para o *splashing* de partículas, o Fluent permite escolher entre os modelos de STANTON e RUTLAND [10], de O’ROURKE e AMSDEM [85] e de KUHNKE [86], enquanto o OpenFOAM utiliza o modelo de BAI e GOSMAN [84]. O fenômeno é ilustrado na Figura 2.20.

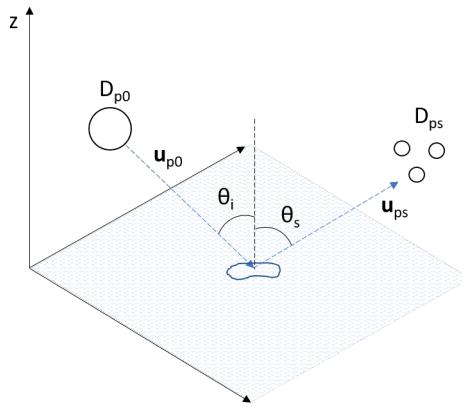


Figura 2.20: Respingo (*splash*) de partículas sobre o filme.

Caso a energia da partícula que colide com o filme exceda o limiar calculado conforme exibido na Tabela 2.2, uma fração da massa da partícula é depositada no filme pela relação:

$$S_D = m_p(1 - m_{ratio})/A\Delta t \quad (2.110)$$

em que  $m_{ratio}$  é a razão entre a massa da partícula que foi quebrada em novas gotas (que sofreu *splash*) e a massa original da partícula. Sendo  $E$  o número de Mach de *splash* definido por O'ROURKE e AMSDEM [85] para seu modelo apresentado na Tabela 2.2 e sendo  $E_{crit}$  o valor crítico desse parâmetro avaliado em 57,7 [25],

$$m_{ratio} = \begin{cases} 0,00018(E^2 - E_{crit}^2) & , \text{ se } E_{crit}^2 < E^2 < 7500 \\ 0,75 & , \text{ se } E^2 > 7500 \end{cases} \quad (2.111)$$

Já o modelo de STANTON e RUTLAND [10] fornece:

$$m_{ratio} = \begin{cases} 0 & , \text{ se } K \leq 18 \\ -27,2 + 3,15K - 0,116K^2 + 0,0014K^3 & , \text{ se } 18 < K < 33 \\ 0,75 & , \text{ se } K \geq 33 \end{cases} \quad (2.112)$$

em que  $K = 2,37We_p^{5/16}La^{1/16}$ . Nos dois casos, as partículas resultantes da quebra da partícula original tem seus diâmetros definidos por uma função de densidade de probabilidade de Weibull.

$$f(d_{ps}) = \frac{d_{ps}}{(\sqrt{2}d_{ps,max})^2} \exp \left[ - \left( \frac{d_{ps}}{(\sqrt{2}d_{ps,max})} \right)^2 \right] \quad (2.113)$$

$$\frac{d_{ps,max}}{d_{ps}} = \max \left( \frac{E_{crit}^2}{E^2}, \frac{6,4}{We_p}, 0,06 \right) \quad (2.114)$$

A componente normal da velocidade da partícula  $s$  após o *splash* é dada pela função de densidade de probabilidade de Weibull:

$$f \left( \frac{\mathbf{u}_{pns}}{\mathbf{u}_{pn0}} \right) = \frac{b_v}{\theta_v} \left( \frac{\mathbf{u}_{pni}/\mathbf{u}_{pn0}}{\theta_v} \right)^{b_v-1} \exp \left[ - \left( \frac{\mathbf{u}_{pni}/\mathbf{u}_{pn0}}{\theta_v} \right)^{b_v} \right] \quad (2.115)$$

em que  $b_v$  e  $\theta_v$  são funções do ângulo de incidência da partícula original,  $\theta_i$ :

$$b_v = \begin{cases} 2,1 & , \text{ se } \theta_i \leq 50^\circ \\ 1,10 + 0,02\theta_i & , \text{ se } \theta_i > 50^\circ \end{cases} \quad (2.116)$$

$$\theta_v = 0,158 \exp[0,017\theta_i] \quad (2.117)$$

A componente tangencial da velocidade das partículas após o *splash* é dada por:

$$\mathbf{u}_{pts} = \mathbf{u}_{pt} \tan(65,4 + 0,226\theta_i) \quad (2.118)$$

O modelo de KUHNKE [86] do Fluent possui a distinção entre paredes molhadas e paredes secas, tal como o de BAI e GOSMAN [84] do OpenFOAM. Essa distinção é relevante nos casos em que ocorre secagem de filme, principalmente por evaporação.

Para paredes molhadas, não há distinção entre o valor crítico do parâmetro  $K$  de transição entre o regime *rebound* e quebra térmica ( $K_{crit,hot}$ ) e o parâmetro  $K$  de transição entre o regime *spread* e *splash* ( $K_{crit,cold}$ ):

$$K_{crit} = \varphi \left( \frac{\delta}{d_{p0}} , \delta_0 , 125 , 58,7 , -100 \right) + (408,4\delta_0 - 283,6) \frac{3}{\delta_0} \left( \frac{\delta}{\delta_0 d_{p0}} \right)^2 \exp \left[ - \left( \frac{\delta}{\delta_0 d_{p0}} \right)^3 \right] \quad (2.119)$$

em que a função  $\varphi$  de cinco constantes  $x_1, x_2, x_3, x_4$  e  $x_5$  é definida como:

$$\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = \frac{x_4 - x_3}{\pi} \arctan \left( \pi x_5 \frac{x_1 - x_2}{x_4 - x_3} \right) + \frac{x_4 + x_3}{2} \quad (2.120)$$

e:

$$\delta_0 = \varphi(La , 600 , 0,85 , 1,08 , 0,003) \quad (2.121)$$

Já para paredes secas, há uma dependência de uma função geradora de números aleatórios entre 0 e 1, *Rand*, na determinação do  $K$  crítico:

$$K_{crit,hot} = 20 + 20Rand \quad (2.122)$$

$$K_{crit,cold} = K_{min} - 12,75[\ln(\xi/d_p) - \chi] + 12,75\sqrt{[\ln(\xi/d_p) - \chi]^2 + 5} \quad (2.123)$$

$$K_{min} = \begin{cases} 54 + 76 \exp[13(T_{wall}/T_{sat} - 1)] & , T_{wall} \leq T_{sat} \\ 130 & , T_{wall} > T_{sat} \end{cases} \quad (2.124)$$

Caso o impacto da partícula com a parede se localize na faixa do regime de *splash*, a fração  $m_{ratio}$  é, por fim, obtida de:

$$m_{ratio} = \min \left[ 1, \frac{(T_{wall}/T_{sat} - 0,8)(1 - B)}{0,3} + B \right] \quad (2.125)$$

$$B = \begin{cases} 0,2 + 0,9\text{Rand} & \text{Parede molhada} \\ 0,2 + 0,6\text{Rand} & \text{Parede seca} \end{cases} \quad (2.126)$$

A distribuição de diâmetros de partículas formadas após o *splash* no modelo de KUHNKE [86] também segue uma função de densidade de probabilidade de Weibull, porém com o diâmetro médio obtido de:

$$d_{p,10} = \begin{cases} 2,2d_{p0} \exp \left[ 3,6 \left( \frac{\theta_i}{\pi} \right)^2 \right] We^{-0,36} & \text{Parede molhada} \\ 3,3d_{p0} \exp \left[ 3,6 \left( \frac{\theta_i}{\pi} \right)^2 \right] We^{-0,65} & \text{Parede seca} \end{cases} \quad (2.127)$$

Para determinar os diâmetros de partícula pós *splash* ( $d_{ps}$ ), é retirada uma amostra da função quantil (inverso da distribuição cumulativa) da distribuição de Weibull [10]:

$$Q(d_{ps}; d_{p,10}, 2) = d_{p,10}[-\log(1 - d_{ps})]^{1/2} \quad (2.128)$$

A velocidade das partículas geradas pelo *splash* é obtida de uma expressão para a magnitude da velocidade,  $u_{ps}$ , e outra para a direção das partículas após o *splash*:

$$|\mathbf{u}_{ps}| = \sqrt{\frac{\sigma We_1}{\rho_p d_{p,10}}} \quad (2.129)$$

$$We_1 = \begin{cases} \max(51 - 7,1 \exp \left[ 3,4 \left( \frac{\theta_i}{\pi} \right) \right], c_a We_p) , & \text{Parede molhada} \\ 3,3 \exp \left[ 3,6 \left( \frac{\theta_i}{\pi} \right)^2 \right] We_p^{-0,65} & , \text{ Parede} \\ (We_p(1 - 0,85 \sin^2 \theta_i) + 12) - 6 & \text{seca} \end{cases} \quad (2.130)$$

$$c_a = 0,378 \left( \frac{\theta_i}{\pi} \right)^2 - 0,123 \left( \frac{\theta_i}{\pi} \right) + 0,156 \quad (2.131)$$

A direção das partículas depende do ângulo de ejeção em relação à normal,  $\theta_s$ , e do ângulo de desvio azimutal,  $\psi$ .  $\theta_s$  vem de uma distribuição logística ( $logistic(\theta_s, \overline{\theta}_s, 4)$ ), de média dada por:

$$\overline{\theta}_s = \begin{cases} 0,225\theta_i \exp[(0,017\theta_i - 0,937)^2] & , \text{ Parede molhada} \\ 9,3 \ln(\xi/d_p)(2,7 - 0,03\theta_i) + 0,22\theta_i & , \text{ Parede seca fria} \\ 0,96\theta_i \exp[-0,0045 We_p] & , \text{ Parede quente} \end{cases} \quad (2.132)$$

e o ângulo azimutal é dado por:

$$\psi = \frac{\pi}{\beta} \ln(1 - \text{Rand}(1 - \exp[-\beta])) \quad (2.133)$$

$$\beta = \begin{cases} \sqrt{\frac{1 + 8,872 \cos(1,152\theta_i)}{1 - \cos \theta_i}} & \theta_i \leq 80^\circ \\ \frac{\pi^2}{2} \cos \theta_i & \theta_i > 80^\circ \end{cases} \quad (2.134)$$

No OpenFOAM, o modelo de BAI e GOSMAN [84] é ativado para parede seca (espessura de filme abaixo do valor mínimo estabelecido pelo usuário) ou molhada (espessura de filme acima do valor mínimo). Em ambos os casos, o termo de deposição no filme é o mesmo dado pela Equação 2.110, em que a fração  $m_{ratio}$  é mais uma vez dada por uma função geradora de números aleatórios ( $\text{Rand}$ ) entre 0 e 1, com uma expressão similar à usada na função de KUHNKE [86]:

$$m_{ratio} = \begin{cases} 0,2 + 0,9\text{Rand} & , \text{ Parede molhada} \\ 0,2 + 0,6\text{Rand} & , \text{ Parede seca} \end{cases} \quad (2.135)$$

O número de novas partículas geradas  $N_s$  após a quebra e sua distribuição de diâmetros são dados por:

$$N_s = 5,0 \left( \frac{We_p}{We_c} - 1,0 \right) \quad (2.136)$$

Os diâmetros das partículas geradas seguem a seguinte distribuição:

$$d_{ps} = -\overline{d_{ps}} \log \left[ \exp \left( \frac{d_{ps,min}}{\overline{d_{ps}}} \right) - \text{Rand} X \right] \quad (2.137)$$

$$\overline{d_{ps}} = \frac{1}{d_p \sqrt[3]{6m_{ratio}/N_s}} \quad (2.138)$$

$$d_{ps,max} = 0,9 \ d_p \ \sqrt[3]{m_{ratio}} \quad (2.139)$$

$$d_{ps,min} = 0,1 \ d_{ps,max} \quad (2.140)$$

$$X = \exp\left(-\frac{d_{ps,min}}{d_{ps}}\right) - \exp\left(-\frac{d_{ps,max}}{d_{ps}}\right) \quad (2.141)$$

A energia total das partículas ( $\mathcal{E}$ ) é dada pela soma das energias cinética, superficial e dissipativa:

$$\mathcal{E} = \frac{m_p N_p |(\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_S)_n|^2}{2} + N_p A_p \sigma - \frac{N_p W e_{crit}}{12\pi\sigma d_p^2} \quad (2.142)$$

em que o primeiro termo é referente à energia cinética das partículas, calculada usando a componente normal da velocidade relativa entre as partículas e o filme, sendo  $N_p$  o número de partículas da parcela representativa.  $A_p = \pi d_p^2$  é a área superficial da partícula considerada esférica.

A componente normal da velocidade das novas partículas,  $|\mathbf{u}_{pns}|$ , depende de parâmetros dados pelo usuário, sendo estes a quantidade de parcelas geradas ( $pps$ ) e um coeficiente  $Cf$ , e do coeficiente  $c_{dp}$  definido na Equação 2.144.

$$|\mathbf{u}_{pns}| = \sqrt{\frac{2 \ pps \ \mathcal{E}}{m_p m_{ratio} (1 + c_{dp})}} \quad (2.143)$$

$$c_{dp} = \frac{\sum_{i=1}^{N_s} [\log(d_{ps,i}) - \log(d_p)]^2}{[\log(d_{ps,1}) - \log(d_p)]^2} \quad (2.144)$$

em que  $d_{ps,1}$  é o primeiro diâmetro da lista de valores gerados pela Equação 2.137.

Dessa forma, o vetor velocidade das partículas é obtido de:

$$\mathbf{u}_{ps} = \mathbf{v} \left( Cf |\mathbf{u}_{pt}| + |\mathbf{u}_{pns}| \frac{\log(d_{ps}) - \log(d_p)}{\log(d_{ps,1}) - \log(d_p)} \right) \quad (2.145)$$

em que  $\mathbf{v}$  é um vetor direcional representando um ângulo aleatório entre 5 e 50 graus em relação à parede.

Naturalmente, para cada termo de deposição de gotas no filme por *splash*, é gerado um termo fonte na equação do movimento do filme tal como o dado pela Equação 2.100.

Segundo MISHRA e RUTLAND [82], que compararam os modelos de *splash* de STANTON e RUTLAND [10], BAI e GOSMAN [84] e O'ROURKE e AMSDEM [85] a dados experimentais, a natureza aleatória do modelo de BAI e GOSMAN [84] manteve seus resultados mais distantes dos experimentos do que os demais modelos, apontando também que, apesar de o modelo de O'ROURKE e AMSDEM [85] comumente prever frações de massa de *splash*,  $m_{ratio}$ , próximas ao valor máximo de 75% (vide Equação 2.111 e manual do Fluent [25]), estudos recentes de DNS (Direct Numeric Simulation) mostram que esse valor máximo não deve ultrapassar 55%. O modelo de KUHNKE [86] não foi testado pelos autores, mas a observação sobre dependência de uma função aleatória feita para BAI e GOSMAN [84] também se aplica ao modelo de KUHNKE [86], no qual não apenas a fração  $m_{ratio}$  é determinada aleatoriamente, como também o próprio critério de decisão do regime de impacto da partícula com a parede.

#### 2.5.4 Modelagem do entranhamento

Quanto aos modelos de taxa de entranhamento por quebra de ondas de perturbação, geralmente representados ou pelo fluxo mássico através da área lateral da parede ( $S_E$ ) ou por uma fração de entranhamento ( $E$ , definida na Equação 2.146), existem diversos trabalhos na literatura que propõem e/ou comparam modelos empíricos derivados do ajuste de dados experimentais.

$$E = \frac{W_E}{W_L} \quad (2.146)$$

em que  $W_L$  é a vazão mássica de líquido total no domínio e  $W_E$  é a vazão mássica de gotículas entranhadas do filme para o núcleo gasoso. Como  $S_D$  representa o fluxo de massa de fase líquida que passa da fase de gotas para a fase do filme e  $S_E$  representa o fluxo de massa que passa da fase filme para a fase de gotas, aplicando o balanço de massa chega-se à seguinte relação entre  $E$  e os fluxos de entranhamento e deposição, ilustrados na Figura 2.21:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{4}{G_L D} (S_E - S_D) \quad (2.147)$$

A escolha das variáveis que compõem os modelos geralmente não resulta de uma análise dimensional, à exceção do modelo de OKAWA *et al.* [45], que se baseia na análise realizada por HUTCHINSON e WHALLEY [89] tendo resultado no parâmetro  $\pi_E$ , o qual relaciona a tensão de cisalhamento interfacial à tensão superficial dos fluidos:

$$\pi_E = \frac{f_i \rho_G j_G^2 \delta}{\sigma} \quad (2.148)$$

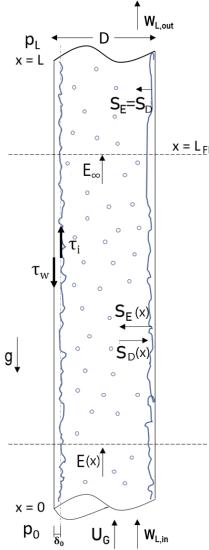


Figura 2.21: Representação dos fluxos de massa e quantidade de movimento em escoamento anular vertical ascendente.

em que  $f_i$  é o fator de fricção interfacial apresentado na seção anterior e  $j_G$  é a velocidade superficial do gás, que pode ser aproximada pela velocidade média do núcleo. A taxa de entranhamento em  $kg/m^2s$  é definida como:

$$S_E = k_E \rho_L \pi_E \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^n \quad (2.149)$$

Dos dados experimentais de OKAWA *et al.* [90], os valores de  $k_E = 4,79 \times 10^{-4}$  [m/s] e  $n = 0,111$  foram recomendados. WANG *et al.* [49] alertam que esse modelo funciona bem para baixas velocidades de gás, porém a altas velocidades, em vez de a taxa de entranhamento atingir o comportamento assintótico observado experimentalmente, o fluxo  $S_E$  previsto pelo modelo de OKAWA *et al.* continua crescendo linearmente.

Outra abordagem relaciona a taxa de entranhamento com a diferença entre a vazão mássica (ou fluxo mássico) de filme e seu valor crítico, abaixo do qual não ocorre entranhamento. PAN e HANRATTY [91] chegaram à seguinte expressão empírica a partir dos dados experimentais de DALLMAN *et al.* para escoamentos horizontais:

$$S_E = 3 \times 10^{-6} \left( \frac{j_G^2 \sqrt{\rho_L \rho_G}}{\sigma} \right) \frac{W_L - W_{L,crit}}{\pi D} \quad (2.150)$$

em que a vazão mássica crítica por unidade de perímetro do tubo ( $W_{L,crit}/\pi D = \Gamma_{L,crit}$ ) é obtida do número de Reynolds crítico,

$$Re_{L,crit} = \frac{4\Gamma_{L,crit}}{\mu_L} \quad (2.151)$$

Para o qual os autores utilizam a correlação de ASALI *et al.* [54]:

$$Re_{L,crit} = 7,3 \log(\omega)^3 + 44,2 \log(\omega)^2 - 263 \log(\omega) + 439 \quad (2.152)$$

em que

$$\omega = \frac{\mu_L}{\mu_G} \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}} \quad (2.153)$$

HEWITT e GOVAN [46] obtiveram uma expressão similar de seus próprios dados experimentais para escoamentos verticais com evaporação, dessa vez baseada no fluxo de massa do filme:

$$S_E = 5,75 \times 10^{-5} G_G \left[ \frac{\rho_L D}{\rho_G^2 \sigma} (G_L - G_{L,crit})^2 \right]^{0,316} \quad (2.154)$$

Com o fluxo de massa crítico do filme sendo novamente derivado do Reynolds de filme crítico, que os autores definem como:

$$Re_{L,crit} = \frac{G_{L,crit} D}{\mu_L} = \exp [5,8504 + 0,4249 \omega^{-1}] \quad (2.155)$$

com  $\omega$  dado pela Equação 2.153.

Outro modelo baseado na diferença entre o número de Reynolds do filme e seu valor crítico é o de DE BERTODANO *et al.* [92], baseando-se em dados de escoamentos água-ar em pressões de 140 a 660 kPa e recomendando o valor fixo de  $Re_{L,crit} = 80$ :

$$S_E = 4,47 \times 10^{-7} \left[ We_G \left( \frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G} \right)^{0,5} (Re_{Lff} - Re_{L,crit}) \right]^{0,925} \left( \frac{\mu_G}{\mu_L} \right)^{0,26} \frac{\mu_L}{D} \quad (2.156)$$

$$Re_{Lff} = Re_L (1 - E_\infty) \quad (2.157)$$

$$E_\infty = \tanh(7,25 \times 10^{-7} Re_L^{0,25} We_G'^{1,25}) \quad (2.158)$$

$$We_G = \frac{\rho_G j_G^2 D}{\sigma} \quad (2.159)$$

$$We_G' = We_G \left( \frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G} \right)^{1/3} \quad (2.160)$$

KATAOKA *et al.* [93] propuseram a seguinte correlação também baseada nos números de Reynolds do filme e Weber do gás, sendo  $Re_{Lff}$  calculado a partir da

Equação 2.157 e  $E_\infty$  a partir da Equação 2.158:

$$S_E = 6,6 \times 10^{-7} W e_G'^{0,925} Re_L^{0,74} Re_{Lff}^{0,185} \left( \frac{\mu_G}{\mu_L} \right)^{0,26} \frac{\mu_L}{D} \quad (2.161)$$

SUGAWARA [81] propôs a Equação 2.162 para a taxa de entranhamento dependendo apenas de parâmetros adimensionais, em que a constante de proporcionalidade entre  $S_E$  e os parâmetros adimensionais, igual a 1,07, possui unidade de  $kg/m^2s$ . O modelo demonstrou limitação à faixa de operação dos dados experimentais usados para ajuste da reta, isso é, pressão de 0,27 a 9 MPa e Reynolds do gás de  $3 \times 10^4$  até  $7 \times 10^5$ .

$$S_E = 1,07 \frac{\tau_i A_{eq}}{\sigma} \frac{j_G \mu_L}{\sigma} \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0,4} \quad (2.162)$$

em que  $A_{eq}$  é a amplitude equivalente da onda de perturbação, ajustada como função da rugosidade equivalente da onda,  $\epsilon_s$ :

$$A_{eq} = \begin{cases} \epsilon_s & , \text{ se } Re_G > 10^5 \\ \epsilon_s [2,136 \log(Re_G) - 9,68] & , \text{ se } Re_G \leq 10^5 \end{cases} \quad (2.163)$$

com

$$\epsilon_s = 0,57\delta + 21,73 \times 10^3 \delta^2 - 38,8 \times 10^6 \delta^3 + 55,68 \times 10^9 \delta^4 \quad (2.164)$$

LIU *et al.* [94] desenvolveram um modelo mecanístico baseado na razão entre a vazão mássica de líquido entranhada e a área interfacial, o qual utiliza como uma das variáveis o volume de líquido entranhado,  $V_E$  e o comprimento de onda ( $\lambda$ ) das ondas de perturbação. Tais variáveis não possuem determinação trivial, sendo o modelo então generalizado para um com forma similar ao de OKAWA *et al.* [45], para escoamento água-ar na faixa  $0,12MPa \leq p \leq 0,76MPa$ :

$$S_E = 4,347 \times 10^{-6} \rho_L Re_L^{0,584} \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0,0561} \left( \frac{|\boldsymbol{\tau}_i| \delta}{\sigma} \right)^{0,391} \left( \frac{D}{la} \right)^{0,157} \quad (2.165)$$

em que  $la$  é o comprimento de Laplace definido na Equação 2.92.

Segundo WANG *et al.* [49], esse tipo de modelo superestima a taxa de entranhamento em múltiplas ordens de grandeza devido às hipóteses simplificadoras empregadas.

HAN *et al.* [95] propuseram um modelo similar ao de KATAOKA *et al.* [93], com novos parâmetros e expoentes obtidos após uma regressão a partir de dados experimentais de diversos autores. O modelo teve seu desempenho comparado aos de OKAWA *et al.* [45], HEWITT e GOVAN [46] e KATAOKA e ISHII [96] contra

dados experimentais dos autores usados para obter os novos coeficientes.

$$S_E = 3,196 \times 10^{-6} \sqrt{(G_L - G_{L,crit})G_G} We_L^{0,972} Re_G^{0,292} \left( \frac{\rho_L}{\rho_G} \right)^{0,5} \quad (2.166)$$

com  $G_{L,crit} = Re_{L,crit}\mu_L/D$  e  $Re_{L,crit}$  dado pela Equação 2.152.

WANG *et al.* [49] introduziram em seu modelo o conceito de taxa máxima de entranhamento, de forma a impor um comportamento assintótico da taxa. O desempenho do modelo foi testado contra dados experimentais de diversos autores apresentando baixos erros, porém os autores ressaltam que os dados experimentais utilizados possuíam baixos diâmetros de tubo (até 50 mm), de forma que a aplicabilidade para diâmetros maiores fica comprometida:

$$S_E = S_{E_{max}} \tanh(3,56 \times 10^{-6} Re_{la}^{0,47} We_G'^{1,15}) \quad (2.167)$$

em que  $Re_{la}$  é o número de Reynolds do líquido avaliado no comprimento de Laplace, dado por:

$$Re_{la} = \frac{\rho_L j_L la}{\mu_L} \quad (2.168)$$

sendo  $la$  o mesmo definido na Equação 2.92 e

$$S_{E_{max}} = \frac{\mu_L}{la} \begin{cases} 0,00515 Re_{la}^{0,69} & Re_{la} \leq 800 \\ 0,521 & Re_{la} > 800 \end{cases} \quad (2.169)$$

$$We_G'' = We_G \left( \frac{\rho_L - \rho_G}{\rho_G} \right)^{1/4} \quad (2.170)$$

#### 2.5.4.1 Implementações do entranhamento em CFD

Os modelos introduzidos na Seção 2.5.4 não estão implementados nativamente no Fluent e tampouco no OpenFOAM. O EWF do Fluent possui um modelo de *Film Stripping* que retira massa do filme caso a tensão de cisalhamento na parede exceda um valor crítico definido pelo usuário, injetando essa massa na forma de partículas na formulação Lagrangeana (isto é, o *Film Stripping* não está disponível para a abordagem Euleriana da fase dispersa). A taxa de entranhamento é então calculada com base no modelo de MAYER [97][98][25] que define que as ondas de perturbação formadas por instabilidades de Kelvin-Helmholtz terão comprimento  $\lambda$  e frequência  $\omega$  definida por:

$$\omega = \frac{f}{\lambda^{1/2}} - \frac{v}{\lambda^2} \quad (2.171)$$

em que:

$$f = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{0,3\rho_G j_G^2}{\sqrt{\sigma\rho_L}} \quad (2.172)$$

$$v = \frac{8\pi^2\mu_L}{\rho_L} \quad (2.173)$$

Considerando que ondas que formam possuem frequência maior que zero, o comprimento de onda mínimo é definido das equações anteriores como:

$$\lambda_{min} = (v/f)^{2/3} \quad (2.174)$$

O cálculo da frequência durante a simulação é feito ~~pelo~~ modelo de DE BER-TODANO [98] baseado na análise de estabilidade linear e o diâmetro das gotas entranhadas é calculado pela expressão de MAYER [97]:

$$\omega = 0,384 \frac{\rho_G j_G^3}{\sigma} \sqrt{\frac{\rho_G}{\rho_L}} \quad (2.175)$$

$$\bar{d}_p = 0,14 \frac{9\lambda_{min}}{2} \quad (2.176)$$

A perda de massa do filme é, por fim, obtida de [97]:

$$S_E = \frac{9}{4}\rho_L\omega\lambda_{min} \quad (2.177)$$

Apesar de o modelo possuir alguma semelhança com a taxa de entranhamento de OKAWA [45] obtida por análise dimensional, apresentada nessa seção, uma deficiência imediatamente perceptível nesse modelo é a dependência de *input* do usuário para ativação, anteriormente ao início da simulação, em vez de utilizar variáveis do próprio escoamento para identificar a possível ocorrência de entranhamento.

É possível alterar o critério de ativação do *Film Stripping* para o número de Weber crítico em vez da tensão de cisalhamento crítica por meio de um comando no console do Fluent. O Weber crítico de cisalhamento é então calculado ~~por~~:

$$We_c = \frac{\tau_w^2 \delta^3 \rho_L}{4\sigma\mu_L^2} \quad (2.178)$$

Adicionalmente, não foi identificado nas implementações nativas do Fluent e do OpenFOAM o termo de perda de quantidade de movimento pelo filme devido ao entranhamento de gotas, definido como:

$$\mathbf{S}_{mom} = S_E \bar{\mathbf{u}}_S |_{\delta} \quad (2.179)$$

Conclui-se que, diferentemente do fenômeno de deposição, o entranhamento

ainda não possui implementação nativa nos modelos de solução de escoamentos de filme bidimensional de interesse (Fluent e OpenFOAM) que seja apropriada para a simulação de escoamentos anulares.

### 2.5.5 Modelagem da distribuição de tamanhos de partículas dispersas

Para completar a caracterização dos escoamentos anulares, deve ser analisada a fase líquida dispersa que escoa no núcleo gasoso. Essas são as gotículas geradas pelo entranhamento, que tendem a se depositar de volta no filme.

Segundo observações experimentais de AZZOPARDI [9], distribuições de tamanhos de partículas dispersas em escoamentos anulares medidas pela técnica de Doppler mostraram boa concordância tanto para um modelo log-normal quanto para o modelo de Roslin-Ramler (RRB). O diâmetro médio fornecido para o modelo pode ser dado pela correlação desenvolvida por KATAOKA *et al.* [96] com base em seus dados experimentais:

$$d_{p,m} = 0,01 \frac{\sigma}{\rho_G j_G^2} Re_L^{-1/6} Re_G^{2/3} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{-1/3} \left( \frac{\mu_G}{\mu_L} \right)^{2/3} \quad (2.180)$$

O diâmetro máximo foi estimado em  $d_{p,max} = 3,1d_{p,m}$  e o diâmetro médio de Sauter foi estimado em  $d_{p,32} = 0,796d_{p,m}$ . KOCAMUSTAFAOGULLARI *et al.* [99] propuseram, para o diâmetro máximo, uma correlação que depende do número de viscosidade  $N_\mu$ :

$$d_{p,max} = 2,609 DC_w^{-4/15} We_G^{-3/5} (Re_G^4/Re_L)^{1/15} \left( \frac{\rho_G \mu_G}{\rho_L \mu_L} \right)^{4/15} \quad (2.181)$$

$$C_w = \begin{cases} \frac{1}{35,34 N_\mu^{4/15}} & N_\mu \leq 1/15 \\ 0,25 & N_\mu > 1/15 \end{cases} \quad (2.182)$$

$$N_\mu = \frac{\mu_L}{\sqrt{\rho_L \sigma la}} \quad (2.183)$$

Nesse trabalho, o diâmetro médio de Sauter seria obtido por  $d_{p,32} = d_{p,max}/4,01$ . Já AZZOPARDI desenvolveu uma expressão para o diâmetro médio de Sauter dependente da própria taxa média de entranhamento ( $S_E$ ) ao longo do escoamento:

$$d_{p,32} = 1,91 D \left( We_G^{-0,6} Re_G^{0,1} \left( \frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0,6} + \frac{0,4 S_E}{\rho_L j_G} \right) \quad (2.184)$$

em que  $G_E$  é o fluxo mássico de gotas entranhadas pela área de seção reta.

CARAGHIAUR e ANGLART [100] realizam comparações de diferentes modelos

em diferentes fluidos e propõem uma nova correlação baseada em AZZOPARDI, com melhor ajuste aos dados experimentais:

$$d_{p,32} = 0,0001D \left[ We_G^{-0,85} Re_G^{0,85} \left( \frac{\mu_G}{\mu_L} \right)^{0,15} + \left( \frac{\rho_L \mu_L G_E}{\rho_G \mu_G \rho_L j_G} \right)^{0,75} \right] \quad (2.185)$$

Quanto à velocidade das partículas geradas pelo entranhamento, AZZOPARDI [9] observa que estas atingem em média 80% da velocidade do gás no núcleo, tendo como limite inferior a velocidade das ondas de perturbação e como limite superior, naturalmente, a velocidade do gás.

#### 2.5.5.1 Implementações da distribuição de tamanhos de partículas dispersas em CFD

Uma vez que são determinadas as taxas mássicas de entranhamento, torna-se necessário modelar a distribuição de diâmetros das partículas geradas de forma a se criar injeções dessas partículas nas simulações de CFD, quando o modelo Lagrangeano é aplicado para a fase de gotas dispersas. Para o modelo de *film Stripping* do EWF do Fluent, é calculado um diâmetro médio de partícula de acordo com um coeficiente  $F$  definido pelo usuário:

$$d_{p,m} = F \frac{9}{2} \lambda_{min} \quad (2.186)$$

Como já mencionado, nenhuma implementação do OpenFOAM possui modelo de entranhamento nativamente implementado, não havendo também, consequentemente, geração de gotas a partir do filme, exceto pelo fenômeno de *splashing* abordado na Seção 2.5.3.1.

#### 2.5.6 Modelagem da evaporação e condensação

MEREDITH et al. [101][102] define a taxa de vaporização em temperaturas inferiores à ebulação do líquido usando o número de transferência de massa de Spalding ( $B_M$ ):

$$S_{vap} = \rho_G \mathfrak{K}_m B_M \quad (2.187)$$

$$B_M = \frac{Y_i - Y_\infty}{1 - Y_i} \quad (2.188)$$

em que  $Y_i$  é a fração mássica de vapor na interface em condições de equilíbrio,  $Y_\infty$  representa a fração mássica de vapor no *gas core* e  $\mathfrak{K}_m$  é o coeficiente de transferência

de massa por convecção, determinado por meio da aplicação da analogia de Chilton-Coulburn para o número de Sherwood de placa plana,  $Sh$  [101]:

$$Sh_\ell = \frac{\mathfrak{K}_m \ell}{\mathcal{D}_{\text{fl}}} = \begin{cases} 0,664 Re_\ell^{1/2} Sc_G^{1/3} & , \text{ se } Re_\ell < 5 \times 10^5 \quad Sc_G \geq 0,6 \\ 0,037 Re_\ell^{4/5} Sc_G^{1/3} & , \text{ se } Re_\ell \geq 5 \times 10^5 \quad 0,6 < Sc_G \leq 3000 \end{cases} \quad (2.189)$$

$$Re_\ell = \frac{\rho_G |\mathbf{u}_G - \mathbf{u}_L| \ell}{\mu_G} \quad (2.190)$$

$$Sc_G = \frac{\mu_G}{\rho_G \mathcal{D}_{ab}} \quad (2.191)$$

$\ell$  é um comprimento característico dado pelo usuário para caracterizar a interface, que não é definido no trabalho de MEREDITH *et al.* [101] tampouco na implementação no *surfaceFilmModel* do OpenFOAM, sendo essa uma carência do modelo. Ressalta-se ainda que a correlação utilizada para o número de Sherwood é aplicada a escoamento sobre placa plana, em que o comprimento característico seria o comprimento da placa, enquanto a expressão de  $S_{vap}$  é aplicada à evaporação de uma gota. Portanto, para escoamentos anulares em dutos, uma adequação desse modelo seria necessária.

A fração mássica do vapor na interface,  $Y_i$ , é dada por:

$$Y_i = \frac{M_L p_{sat,L}}{M_L p_{sat,L} + M_G (p_G - p_{sat,L})} \quad (2.192)$$

em que  $M$  representa a massa molar. O modelo de ebulação, que é ativado no OpenFOAM quando  $p_{sat,L} > 0,95p$ , é definido com base no número de transferência de calor de Spalding,  $B_T$ , e na massa de filme existente na célula, cujo volume é o produto da espessura de filme pela área do elemento,  $A$ :

$$m_{vap} = \delta A \rho_L B_T \quad , \quad B_T = \frac{c_{pL} (T_G - T_{eb,L})}{\mathcal{L}_{vap}} \quad (2.193)$$

$$S_{vap} = \frac{m_{vap}}{A \Delta t} \quad (2.194)$$

em que  $\Delta t$  é o passo de tempo.

Para ambos os mecanismos de evaporação surge, na definição da pressão do filme, um termo referente à pressão de vapor do filme [101],  $p_{vap}$ , que é adicionado à expressão de  $p_L$  da Equação 2.62:

$$p_{vap} = \frac{S_{vap}^2}{2 \rho_G} \quad (2.195)$$

Como já mencionado, a pressão do filme  $p_L$  é calculada de forma totalmente explí-

cita nas simulações de modelo de filme bidimensional, não sendo um campo obtido pela solução do sistema linear resultante da discretização do sistema de Equações Diferenciais Parciais.

No Fluent, o modelo de evaporação chamado *Diffusion Balance Model* está disponível apenas caso a fase dispersa seja modelada por meio do modelo Euleriano *Mixture* e prevê também a ocorrência de condensação caso a fração mássica do vapor no núcleo do domínio exceda a fração de saturação [25]:

$$S_{vap} = \frac{\rho_{mix} \mathcal{D}_{ab}/\ell}{\rho_{mix} \mathcal{D}_{ab}/\ell + C_{fase}} (Y_i - Y_\infty) \quad (2.196)$$

$$Y_i = \frac{M_L/p_{sat,L}}{M_{mix}/p_G} \quad (2.197)$$

em que  $\rho_{mix}$  e  $M_{mix}$  são a densidade e massa molar da mistura,  $\ell$  é a distância do elemento de malha à parede,  $C_{fase}$  é uma constante cujo valor o Fluent altera caso a transferência de massa seja por evaporação ou por condensação, porém cujos valores não são especificados no manual.

O outro modelo de evaporação e condensação disponível no Fluent é o chamado *Wall Boundary Layer Model*, para a modelagem da fase dispersa pela abordagem Lagrangeana. A diferença principal para o modelo do OpenFOAM é a consideração da turbulência da camada limite da fase contínua. Caso a camada limite do gás seja turbulenta, a Equação 2.187 é utilizada com  $\mathfrak{K}_m$  sendo obtido das funções de parede. Caso a camada limite seja laminar, a Equação 2.187 se torna:

$$S_{vap} = \rho_G \mathfrak{K}_m \ln [1 + B_M] \quad (2.198)$$

$$Sh = \frac{\mathfrak{K}_m \ell}{\mathcal{D}_{ab}} = \begin{cases} 0,332 Re_\ell^{1/2} Sc_G^{1/3} & , \text{laminar} \\ 0,0296 Re_\ell^{4/5} Sc_G^{1/3} & , \text{turbulento} \end{cases} \quad (2.199)$$

sendo  $\ell$  a distância do centroide da célula à parede e  $B_M$  definido na Equação 2.188. O que define se esse modelo será de condensação ou evaporação é, novamente a pressão parcial da fase dispersa no núcleo gasoso: caso essa pressão seja menor que a pressão de saturação da espécie na interface do filme, ocorre evaporação. Quando a pressão parcial no núcleo é maior que a pressão de saturação na interface, ocorre condensação. O OpenFOAM ainda não possui essa distinção em seu modelo nativo de mudança de fase do filme (biblioteca *phaseChangeModel*), tampouco a consideração da turbulência da camada limite.

Caso a temperatura do filme exceda o ponto de ebullição,  $T_{eb}$ , o Fluent utiliza expressões diferentes para a taxa de vaporização caso a condição de contorno da parede onde o filme se encontra seja de temperatura fixa ou fluxo de calor fixo:

$$S_{vap} = \begin{cases} \frac{A}{\mathcal{L}_{vap}} \left[ -k_S \left( 1 + \frac{h_c}{k_S + h_c} \right) \bar{T}_S + k_S T_w + h_c \left( 1 - \frac{h_c}{k_S + h_c} \right) T_\infty \right] & , \text{T fixa} \\ \frac{A}{\mathcal{L}_{vap}} \left[ - \left( \frac{k_S h_c}{k_S + h_c} \right) \bar{T}_S + q''_w + h_c \left( 1 - \frac{h_c}{k_S + h_c} \right) T_\infty \right] & , \text{q fixo} \end{cases} \quad (2.200)$$

$$k_S = \frac{k_L}{\delta/2} \quad (2.201)$$

em que  $k_L$  é a condutividade térmica da fase líquida,  $\bar{T}_S$  é a temperatura do filme,  $T_\infty$  é a temperatura do núcleo gasoso e o coeficiente de transferência de calor,  $h_c$ , é dado por:

$$h_c = \frac{k_G N u}{\ell} \quad (2.202)$$

em que  $k_G$  é a condutividade térmica do gás,  $\ell$  é a distância entre a interface e o núcleo gasoso e o número de Nusselt,  $N u$ , é calculado pelo Fluent para camada limite do gás laminar ou turbulenta com base no número de Reynolds da superfície (Equação 2.190) e no número de Prandtl do gás [25]:

$$N u = \begin{cases} 0,322 R e_\ell^{1/2} P r^{1/3} & , \text{laminar} \\ 0,0296 R e_\ell^{4/5} P r^{1/3} & , \text{turbulento} \end{cases} \quad (2.203)$$

Tanto no Fluent como no OpenFOAM, a evaporação gera ainda um termo fonte de perda de energia equivalente ao produto entre o fluxo de massa de líquido evaporado e o calor latente de vaporização do líquido:

$$S_h = S_{vap} \mathcal{L}_{vap} \quad (2.204)$$

### 2.5.7 Modelagem da transferência ~~de calor~~<sup>Térmico</sup>

Além das ~~perdas~~ de energia por evaporação, vale mencionar que há ainda a troca de energia com o gás por convecção e possível perda ou ganho de ~~calor~~ da parede por difusão, dependendo das variações de temperatura entre o filme e a parede.

No OpenFOAM, o calor convectivo é definido conforme MEREDITH et al. [101], havendo um termo de troca convectiva entre a parede e o filme e um termo de troca convectiva entre o filme e o gás:

$$q''_{conv,w} = h_{c_w} (\bar{T}_S - T_w) \quad (2.205)$$

$$q''_{conv,i} = h_{c_i} (T_\infty - \bar{T}_S) \quad (2.206)$$

em que  $\bar{T}_S$  é a temperatura do filme e  $T_\infty$  é a temperatura do núcleo gasoso.

Os coeficientes de transferência de calor convectiva são definidos pelo usuário na implementação nativa, porém MEREDITH et al. [101] recomendam a correlação empírica de AL KHALIL *et al.* [103] para a contribuição da parede e a correlação de escoamento laminar de filme em placa plana para o número de Nusselt na interface:

$$Nu_{L,w} = \frac{h_{c_w}\delta}{k_L} = 3,2 + 0,000237Re_L \quad (2.207)$$

$$Nu_{L,i} = \frac{h_{c_i}L}{k_L} = \begin{cases} 0,664Re_\ell^{1/2}Pr_G^{1/3} & \text{se } Re_\ell < 5 \times 10^5 \quad Pr_G \geq 0,6 \\ 0,037Re_\ell^{4/5}Pr_G^{1/3} & \text{se } Re_\ell \geq 5 \times 10^5 \quad 0,6 < Pr_G \leq 3000 \end{cases} \quad (2.208)$$

$$Pr_G = \frac{c_{p_G}\mu_G}{k_G} \quad (2.209)$$

A condução de calor através do filme pode ser representada simplesmente pela Lei de Fourier. No Fluent, uma vez que é definido um perfil quadrático de temperatura ao longo do filme, tal como feito para o perfil de velocidade quadrático, o termo de calor difusivo gera a seguinte aproximação:

$$q''_{cond} = k \frac{dT}{dz} = k \frac{T_i + T_w - 2\bar{T}_S}{\delta/2} \quad (2.210)$$

em que  $T_i$  é o valor da temperatura na interface,  $T_w$  é o valor da temperatura na parede e  $\bar{T}$  é o valor da temperatura do líquido no ponto médio entre a parede e a interface.

Por fim, cabe ressaltar que os modelos de deposição e entranhamento também geram fontes de energia, da forma:

$$S_h = S_m \bar{h}_S \quad (2.211)$$

em que a entalpia do filme,  $\bar{h}_S$  é a mesma definida na Equação 2.64.

No que tange à conservação de energia, a implementação nativa do Fluent se mostra ligeiramente mais completa que a do OpenFOAM, contendo um modelo de condensação já implementado. Dessa forma, seria necessária a adequação do OpenFOAM ao Fluent para comparações de resultados que contenham fenômeno de condensação.

## 2.6 Simulações em CFD de Escoamentos Anulares

Na literatura, é possível encontrar diversas abordagens para a simulação de escoamentos anulares por meio de ferramentas de CFD. Devido à existência de uma interface bem definida separando o filme líquido do gás, diversos autores empregam o modelo *Volume of Fluid* (VOF) ou outros modelos baseados em captura de interface, especialmente quando deseja-se verificar efeitos de transição de regime de escoamento. LÓPEZ et al. [28] utilizaram VOF para avaliar a transição de regime *slug-estratificado-anular* em escoamentos horizontais água-ar, verificando o comportamento das frações volumétricas locais das fases ao longo do escoamento.

ZAHEDI et al. [104] utilizaram VOF para comparar previsões de espessura de filme local em joelhos de 45 graus com dados experimentais, verificando a possibilidade de secagem de filme no joelho e ocorrência de erosão em tubulações.

GUPTA et al. [105] utilizaram VOF para escoamentos anulares verticais água-óleo, comparando o perfil axial da interface de escoamentos ascendentes e descendentes.

DEHKORDI et al. [106] empregaram VOF para simulação de escoamento anular horizontal em medidores de vazão de Venturi, encontrando boas previsões de variação de pressão nos medidores em relação a dados experimentais. Os autores ressaltaram que, com a utilização de modelos de turbulência RANS, não foi possível capturar a formação de ondas de perturbação na interface.

O efeito do modelo de turbulência na captura da interface por VOF foi considerado por SATO e NICENO [30], que empregaram a abordagem LES em simulações por VOF de escoamentos verticais com transferência de calor através da parede, e consequente evaporação de filme. O domínio foi retangular, em vez de cilíndrico, devido ao custo computacional. Os autores foram capazes de capturar a formação e quebra de ondas de perturbação, porém ressaltaram não possuir dados experimentais para validação dos resultados encontrados.

YANG et al. [29] empregaram uma abordagem similar a SATO e NICENO, com a turbulência modelada por LES em um domínio retangular, porém utilizando o modelo de captura de interface *Level-Set* (LS) em vez do VOF. O objetivo, novamente, foi capturar a evolução das ondas de perturbação ao longo do escoamento na presença de evaporação de filme.

FAN et al. [27] utilizaram o modelo *Volume of Fluid* (VOF) para captura de interface com modelo de turbulência SST (RANS) em um escoamento anular horizontal, comparando as previsões de velocidade das ondas de perturbação com dados experimentais. Foram encontrados erros variando de 15,8 a 26%, que os autores atribuíram à natureza estocástica dos escoamentos anulares com formação e quebra de ondas de perturbação. Os autores mencionam ainda que, apesar de alguns trabalhos

aplicarem à modelagem VOF condições de contorno periódicas (senoidais) para a velocidade do líquido, de forma a amplificar o efeito das ondas, essa abordagem só é aplicável caso o comprimento do domínio seja igual a um múltiplo do comprimento de onda [27].

Trabalhos que buscam alternativas à simulação do filme por modelos tridimensionais completos foram se desenvolvendo nas duas últimas décadas. MORUD [107] implementou no ANSYS Fluent uma versão do modelo de filme bidimensional anterior ao lançamento do pacote *Eulerian Wall Film* (EWF), utilizando o modelo de PAN e HANRATTY [91] (Equação 2.150) para a taxa de entranhamento e estimando o fator de fricção interfacial pelo diagrama de Moody. A fase dispersa foi modelada pela abordagem Euleriana, utilizando um modelo de *drift-flux*. Não foram realizadas comparações com dados experimentais.

KISHORE e JAYANTI [108] simularam a fase gasosa monofásica pelo algoritmo PIMPLE e utilizaram os resultados para estimar os campos médios do filme líquido (espessura, vazão mássica, taxa de deposição e entranhamento) utilizando equações empíricas de HEWITT e GOVAN [46] apresentadas na Seção 2.5, comparando aos resultados de HEWITT e GOVAN [46].

VERDIN et al. [42] também não simularam o filme líquido diretamente. O domínio de um tubo horizontal foi separado entre uma região considerada de “piscina” de filme, na base, e a região onde o gás escoa no núcleo, que foi simulada aplicando-se condições de contorno nas paredes para estimar a interação com o filme por modelos empíricos. Para a taxa de entranhamento, foi utilizado o modelo de PAN e HANRATTY [91] (Equação 2.150). A taxa de deposição de partículas foi estimada com base num modelo de densidade de probabilidade e usada também para calcular as vazões mássicas de filme. Já a fricção interfacial foi estimada pela equação de Colebrook. Os autores capturaram o efeito de escoamento secundário do gás, porém concluindo que este é relativamente fraco.

LI e ANGLART [34] realizaram simulações de escoamentos anulares verticais em reatores BWR utilizando o modelo de filme bidimensional, comparando os resultados com os dados de ADAMSSON e ANGLART [62]. No primeiro trabalho dessa temática [34], a fase dispersa foi modelada pela abordagem Lagrangeana, onde a deposição de gotas é tratada pelos modelos de interação partícula-parede, enquanto o entranhamento foi modelado por meio das correlações de OKAWA et al. [45], HEWITT e GOVAN [46] e KATAOKA et al. [93] como termo fonte de perda de massa para o filme, sendo esta última a que melhor se ajustou aos dados experimentais. As gotas geradas no entranhamento foram injetadas com diâmetros fixos iguais ao diâmetro médio de Sauter calculado pela equação de CARAGHIAUR e ANGLART (Equação 2.185).

Em publicações do ano seguinte, LI e ANGLART [109] [110] empregaram a abor-

dagem Euleriana para a fase dispersa, com comparações de modelos de deposição e entranhamento. A deposição foi modelada pela correlação de OKAWA et al. [45] e pela de HEWITT e GOVAN [46], cujos resultados foram semelhantes. O entranhamento foi modelado com a correlação de OKAWA et al. [45] e de DE BERTODANO et al. [92], sendo esta última melhor adequada aos dados experimentais de secagem de filme. Os resultados da abordagem Euleriana foram também comparados com os da modelagem Lagrangeana de forma que o modelo Euler-Euler apresentou melhor adequação aos dados experimentais. Recentemente, a abordagem Lagrangeana voltou a ser utilizada pelos autores, dessa vez com foco na predição da secagem do filme por evaporação [111]. Apesar de não especificado nos trabalhos anteriores, os autores mencionaram que o modelo de BAI e GOSMAN [84] foi utilizado para a interação partícula-parede. O modelo de OKAWA et al. [45] foi novamente empregado para o entranhamento, porém com a distribuição de diâmetros de gotas de KATAOKA *et al.* [96].

Dentro do grupo de pesquisa ANGLART, CAMACHO [40] realizou a comparação dos resultados do modelo de filme bidimensional do Fluent com o OpenFOAM para os mesmos dados experimentais de ADAMSSON e ANGLART [62], verificando melhor adequação do modelo implementado pela própria CAMACHO [40] no OpenFOAM. Cabe ressaltar que o experimento de ADAMSSON e ANGLART [62] envolveu a evaporação do filme por meio da aplicação de um fluxo de calor constante através da parede. No entanto, nem LI e ANGLART [34][109] [110] tampouco CAMACHO [40] apresentam em detalhes o modelo de evaporação de filme empregado, apenas sendo mencionado em um dos trabalhos [109] o modelo de transferência de calor por convecção entre a parede e o gás com uso de funções de parede, assim como a expressão de troca de calor entre as gotas e a parede.

Conclui-se da análise da literatura que, embora os modelos Eulerianos de captura de interface sejam úteis para a observação de efeitos locais como a quebra de ondas, o alto custo computacional e complexidade da modelagem matemática limita o escopo das simulações. Quanto ao modelo de filme bidimensional, que permite uma análise mais macroscópica dos campos do escoamento do filme, bem como da interação entre o filme e as fases gasosa contínua e líquida dispersa, ainda há oportunidades de validação para uma maior variedade de condições de escoamentos, incluindo os horizontais, que não possuem ainda referência na literatura.

# Capítulo 3

## Metodologia para simulações de CFD

Neste capítulo será descrita a metodologia empregada para os testes iniciais de avaliação do desempenho do modelo de filme no OpenFOAM, bem como dos resultados obtidos com a aplicação de modelos existentes na literatura para os fenômenos descritos pelos termos fonte das equações de conservação do filme líquido. O foco, nesse primeiro momento, esteve nos modelos de entranhamento, deposição e fator de fricção interfacial.

Essa análise inicial teve como objetivo a identificação das limitações dos modelos já existentes de forma a orientar o processo de desenvolvimento de novos modelos, mais gerais e que sejam capazes de prever o comportamento do filme em diferentes condições operacionais, que é o objetivo final da tese.

### 3.1 Dedução do Equacionamento para Modelo de Filme Bidimensional

O processo de obtenção das equações de conservação de massa e quantidade de movimento do modelo de filme bidimensional será explicitado a seguir, partindo-se das equações de transporte básicas da fase líquida.

#### 3.1.1 Equações de Transporte

Partindo-se das equações de conservação básicas ~~regem o escoamento de ambas as fases, gás ( $G$ ) e líquido ( $L$ ), supostas incompressíveis:~~

##### Continuidade

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k \mathbf{u}_k) = 0 \quad , \quad k = G, L \quad (3.1)$$

*Balança de  
Conservação de quantidade de movimento*

$$\frac{\partial \rho_k \mathbf{u}_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k) = \nabla \cdot \mathbf{T}_k + \rho_k \mathbf{g} \quad , \quad k = G, L \quad (3.2)$$

em que o tensor tensão,  $\mathbf{T}$ , é definido como:

$$\mathbf{T}_k = -p_k \mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}_k = -p_k \mathbf{I} + \mu_k (\nabla \mathbf{u}_k + \nabla \mathbf{u}_k^T) \quad , \quad k = G, L \quad (3.3)$$

que, com a hipótese de viscosidade constante, leva a Equação 3.2 à forma:

$$\frac{\partial \rho_k \mathbf{u}_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k \mathbf{u}_k \mathbf{u}_k) = -\nabla p_k + \mu_k \nabla^2 \mathbf{u}_k + \rho_k \mathbf{g} \quad , \quad k = G, L \quad (3.4)$$

As seguintes condições de contorno são válidas:

**Condição de contorno para a parede:**

$$\mathbf{u}_L = \mathbf{0} \quad , \quad \mathbf{u}_G = \mathbf{0} \quad (3.5)$$

**Condições de contorno para a interface:**

$$\rho_G (\mathbf{u}_G - \mathbf{u}_i) \cdot \hat{\mathbf{n}} = \rho_L (\mathbf{u}_L - \mathbf{u}_i) \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (3.6)$$

$$\hat{\mathbf{n}} \cdot [\mathbf{T}_L - \rho_L (\mathbf{u}_L - \mathbf{u}_i) + \rho_G (\mathbf{u}_G - \mathbf{u}_i)] = \sigma \kappa \hat{\mathbf{n}} + \nabla_S \sigma \quad (3.7)$$

em que  $\kappa = -\nabla_S \cdot \hat{\mathbf{n}}$  é a curvatura da interface gás-líquido e  $\hat{\mathbf{n}}$  é, por convenção, a normal em cujo sentido a superfície é convexa, com

$$\nabla_S = \nabla - \hat{\mathbf{n}}(\hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla) \quad (3.8)$$

### 3.1.2 Equacionamento Básico para o Filme Líquido

A interface do filme líquido com o gás caracteriza uma descontinuidade das propriedades no domínio fluido, representada pela condição de salto [112]. Seja um filme fino com espessura representada por  $\delta$  escoando em uma parede (Figura 3.1):

Considerando a hipótese de que a espessura é fina o suficiente para ser possível desprezar efeitos de curvatura da superfície da parede, a representação da interface pode ser dada pela função  $F$ , onde  $z$  é a coordenada cartesiana que representa a direção normal à parede e a direção do escoamento está no plano  $xy$  [113]:

$$F = z - \delta(x, y, t) \quad (3.9)$$

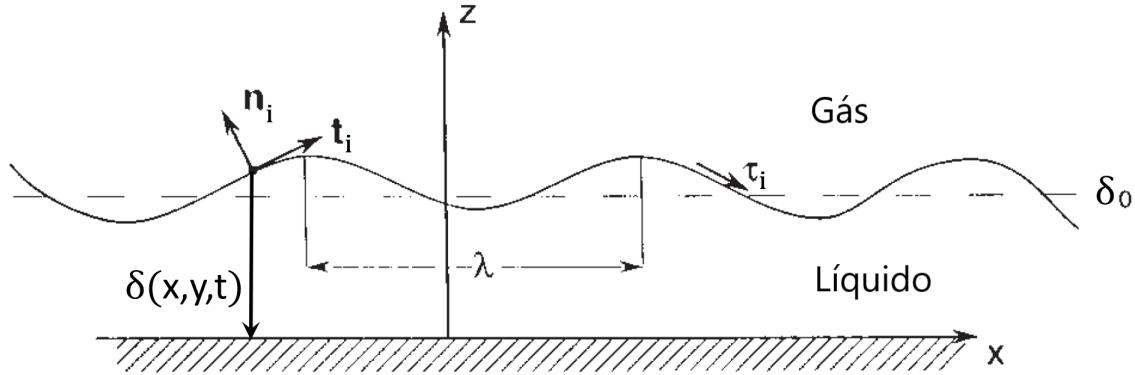


Figura 3.1: Representação de filme fino. Adaptado de Oron et al. [11].

O vetor normal unitário da interface é, portanto, definido como:

$$\hat{\mathbf{n}} = \frac{\nabla F}{|\nabla F|} \quad (3.10)$$

Define-se  $S$  como a direção do escoamento na superfície (plano tangencial) com o operador superficial  $\nabla_S$  dado por:

$$\nabla_S = \nabla - \hat{\mathbf{e}}_z(\hat{\mathbf{e}}_z \cdot \nabla) \quad (3.11)$$

Isto é, neste ponto em diante, definindo  $S$  como a direção tangencial da superfície ocupada pelo filme, o operador  $\nabla_S$  será utilizado para designar as derivadas  $\partial/\partial x$  e  $\partial/\partial y$ , isto é:

$$\nabla_S = \hat{\mathbf{e}}_x \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{e}}_y \frac{\partial}{\partial y} \quad (3.12)$$

Este subscrito é diferente de  $s$ , usado para designar um valor de superfície, vide a seção de Nomenclatura.

O vetor velocidade do líquido,  $\mathbf{u}_L$ , contém no sistema cartesiano as componentes:

$$\mathbf{u}_L^T = (u_{Lx}, u_{Ly}, u_{Lz})$$

de forma que, sempre que usado o vetor  $\mathbf{u}_S$ , este representará as componentes  $x$  e  $y$  (tangenciais) do vetor velocidade do líquido.

$$\mathbf{u}_S^T = (u_{Lx}, u_{Ly})$$

Usando o operador  $\nabla_S$ , o gradiente de  $F$  é então definido como:

$$\nabla F = \begin{pmatrix} -\nabla_S \delta \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

logo

$$|\nabla F| = [1 + (\nabla_S \delta)^2]^{1/2} \quad (3.14)$$

Para uma interface móvel, a derivada material de  $F$  necessariamente vale zero em qualquer ponto da interface, uma vez que  $F$  é um escalar cujo valor é zero na posição da interface [113]:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{u}_i \cdot \nabla F = 0 \quad (3.15)$$

o que permite obter, usando a Equação 3.10:

$$\mathbf{u}_i \cdot \hat{\mathbf{n}} = -\frac{1}{|\nabla F|} \frac{\partial F}{\partial t} \quad (3.16)$$

Em interfaces fixas ou móveis onde não ocorre transferência de massa, a condição de contorno cinemática usualmente requer que as componentes normais das velocidades de ambas as fases sejam iguais [114][113], isto é:

$$\mathbf{u}_G \cdot \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{u}_L \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (3.17)$$

Para escoamentos onde ocorre transferência de massa na interface, tais como os anulares, essa é uma simplificação significativa, sendo necessário escrever a condição de contorno cinemática como [113]:

$$\rho_G(\mathbf{u}_G - \mathbf{u}_i) \cdot \hat{\mathbf{n}} = \rho_L(\mathbf{u}_L - \mathbf{u}_i) \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (3.18)$$

O termo do lado esquerdo da equação representa o fluxo de massa líquido trocado com o núcleo gasoso através da interface, isto é, massa que deixa o filme, podendo ser representada por uma taxa de entranhamento, evaporação ou outro mecanismo de transferência de massa, já compensada pela taxa de massa transferida do gás para o filme. Chamando esse termo de  $S_m$  e rearranjando a Equação 3.18,

$$\rho_L(\mathbf{u}_L \cdot \hat{\mathbf{n}}) = \rho_L(\mathbf{u}_i \cdot \hat{\mathbf{n}}) + S_m \quad (3.19)$$

Substituindo 3.19 na Equação 3.16 e utilizando as Equações (3.9) e (3.10),

$$\mathbf{u}_L \cdot \hat{\mathbf{n}} - \frac{S_m}{\rho_L} = -\frac{1}{|\nabla F|} \frac{\partial F}{\partial t} \quad (3.20)$$

$$\mathbf{u}_L \cdot \nabla F - \frac{S_m}{\rho_L} |\nabla F| = -\frac{\partial F}{\partial t} \quad (3.21)$$

Chamando de  $\mathbf{u}_S$  as componentes tangenciais de  $\mathbf{u}_L$  e de  $u_{Lz}$  a componente normal, considerando ainda para simplificação que  $1 + (\nabla_S \delta)^2 \approx 1$  já que as variações de  $\delta$  no espaço são muito menores que 1 em passos de tempo suficientemente pequenos, chega-se à condição de contorno de salto na posição da interface:

$$u_{Lz}(z = \delta) = \frac{\partial \delta}{\partial t} + \mathbf{u}_S \cdot \nabla_S \delta + \frac{S_m}{\rho_L} \quad (3.22)$$

Aplicando as definições das variáveis superficiais e as hipóteses simplificadoras do modelo de filme, as equações tridimensionais da continuidade (Equação 3.1) e da conservação de quantidade de movimento (Equação 3.4), dividida entre as direções  $S$  e  $z$ , são reduzidas a:

**Continuidade:**

$$\frac{\partial \rho_L}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\rho_L \mathbf{u}_S) + \frac{d(\rho_L u_{Lz})}{dz} = 0 \quad (3.23)$$

**Conservação de quantidade de movimento na direção  $S$ :**

$$\cancel{\frac{\partial(\rho_L \mathbf{u}_S)}{\partial t}} + \nabla_S \cdot (\rho_L \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S) + \cancel{\frac{\partial(\rho_L \mathbf{u}_S u_{Lz})}{\partial z}} = -\nabla_S p_L + \rho_L \mathbf{g}_S + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu_L \frac{\partial \mathbf{u}_S}{\partial z} \right] \quad (3.24)$$

**Conservação de quantidade de movimento na direção  $z$ :**

$$\cancel{\frac{\partial(\rho_L u_{Lz})}{\partial t}} + \nabla_S \cdot (\rho_L \mathbf{u}_S \cancel{u_{Lz}}) + \cancel{\frac{\partial(\rho_L u_{Lz} u_{Lz})}{\partial z}} = -\frac{\partial p_L}{\partial z} + \rho_L \mathbf{g}_z + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu_L \frac{\partial u_{Lz}}{\partial z} \right] \quad (3.25)$$

As baixas velocidades de escoamento do filme em escoamentos anulares (vide mapas de padrões de escoamento) permitem também considerar a densidade do filme líquido como invariável ao longo de sua espessura, especialmente na ausência de efeitos de transferência de calor. Dessa forma, para a obtenção da equação bidimensional de conservação de massa no filme, integra-se a equação da continuidade na direção normal,  $z$ , da parede à interface:

$$\int_0^\delta \frac{\partial \rho_L}{\partial t} dz + \int_0^\delta \nabla_S \cdot (\rho_L \mathbf{u}_S) dz + \int_0^\delta \cancel{\frac{d(\rho_L u_{Lz})}{dz}} dz \xrightarrow{[\rho_L u_{Lz}]_0^\delta} = 0 \quad (3.26)$$

A regra de integração de Leibniz fornece que, para uma função  $f(x, t)$  integrável

no intervalo  $[a(x), b(x)]$ , sendo  $-\infty < a(x) < b(x) < \infty$ :

$$\frac{d}{dx} \left( \int_{a(x)}^{b(x)} f(x, t) dt \right) = \int_{a(x)}^{b(x)} \frac{\partial f(x, t)}{\partial x} dt + f(x, b(x)) \frac{\partial b(x)}{\partial x} - f(x, a(x)) \frac{\partial a(x)}{\partial x} \quad (3.27)$$

Além disso, as propriedades do escoamento, tais como velocidade, são analisadas em termos de suas médias ao longo da espessura do filme, pela definição:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta \phi \, dz \quad (3.28)$$

Logo, considerando essa definição e a Regra de Leibniz, pode-se escrever o termo de acúmulo da Equação 3.26 como:

$$\int_0^\delta \frac{\partial \rho_L}{\partial t} dz = \frac{\partial(\delta \bar{\rho}_L)}{\partial t} - \rho_L|_\delta \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad (3.29)$$

Para a integral do termo advectivo da Equação 3.26:

$$\nabla_S \cdot \left( \int_0^\delta \rho_L \mathbf{u}_S \, dz \right) = \int_0^\delta \nabla_S \cdot (\rho_L \mathbf{u}_S) \, dz + (\rho_L \mathbf{u}_S|_\delta) \cdot \nabla_S \delta \quad (3.30)$$

Aplicam-se as condições de contorno de não deslizamento na parede e de salto na interface, isto é:

- Em  $z = 0$ ,  $u_{Lz} = \mathbf{u}_S = 0$
- Em  $z = \delta$ ,  $u_{Lz} = \frac{\partial \delta}{\partial t} + \mathbf{u}_S|_\delta \cdot \nabla_S \delta + S_m/\rho_L|_\delta$

de forma que a conservação de massa se torna:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\delta \bar{\rho}_L)}{\partial t} - \cancel{\rho_L|_\delta \frac{\partial \delta}{\partial t}} + \nabla_S \cdot \left( \int_0^\delta \rho_L \mathbf{u}_S \, dz \right) - \cancel{\rho_L \mathbf{u}_S|_\delta \cdot \nabla_S \delta} + \cancel{\rho_L|_\delta \frac{\partial \delta}{\partial t}} + \\ \cancel{\rho_L \mathbf{u}_S|_\delta \cdot \nabla_S \delta} = -S_m \end{aligned} \quad (3.31)$$

Pela definição de propriedades médias da Equação 3.28, pode-se definir:

$$\int_0^\delta \rho_L \mathbf{u}_S \, dz = \delta \bar{\rho}_L \bar{\mathbf{u}}_S \quad (3.32)$$

e, portanto:

$$\nabla_S \cdot \left( \int_0^\delta \rho_L \mathbf{u}_S \, dz \right) = \nabla_S \cdot (\bar{\rho}_L \delta \bar{\mathbf{u}}_S) \quad (3.33)$$

Logo, a Equação 3.31 de conservação de massa no filme para o modelo bidimensional enfim se torna:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}_L\delta)}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\bar{\rho}_L\delta \bar{\mathbf{u}}_S) = -S_m, \quad (3.34)$$

ressaltando que  $S_m$  representa fluxo de massa que deixa o filme. Por essa definição, considerando os termos que representam taxas de deposição, entranhamento e evaporação discutidos na Seção 2.5:

$$-S_m = S_D - S_E - S_{vap} \quad (3.35)$$

Agora, para a conservação de quantidade de movimento na direção superficial,  $S$ , integra-se também a Equação 3.24 em  $z$ :

$$\begin{aligned} \int_0^\delta \frac{\partial(\rho_L \mathbf{u}_S)}{\partial t} dz + \int_0^\delta \nabla_S \cdot (\rho_L \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S) dz + \int_0^\delta \frac{\partial(\rho_L \mathbf{u}_S u_{Lz})}{\partial z} dz = \\ - \int_0^\delta \nabla_S p_L dz + \int_0^\delta \rho_L \mathbf{g}_S dz + \mu_L \left. \frac{\partial \mathbf{u}_S}{\partial z} \right|_0^\delta \end{aligned} \quad (3.36)$$

Para a integral do termo transitente, aplicando-se a Regra de Leibniz e a Equação 3.28, bem como a hipótese de que  $\rho_L$  não varia em  $z$ :

$$\int_0^\delta \frac{\partial(\rho_L \mathbf{u}_S)}{\partial t} dz = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^\delta \rho_L \mathbf{u}_S dz - (\rho_L \mathbf{u}_S)|_\delta \frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{\partial(\delta \bar{\rho}_L \bar{\mathbf{u}}_S)}{\partial t} - (\rho_L \mathbf{u}_S)|_\delta \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad (3.37)$$

Para a integral do divergente que surge no termo advectivo, aplica-se novamente a Regra de Leibniz [115]:

$$\int_0^\delta \nabla_S \cdot (\rho_L \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S) dz = \nabla_S \cdot \left( \int_0^\delta \rho_L \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S dz \right) - (\rho_L \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S)|_\delta \cdot \nabla_S \delta \quad (3.38)$$

Aplicando também a condição de contorno da equação topológica (Equação 3.22) em  $z = \delta$  ao terceiro termo da Equação 3.36:

$$\int_0^\delta \frac{\partial(\rho_L \mathbf{u}_S u_{Lz})}{\partial z} dz = (\rho_L \mathbf{u}_S u_{Lz})|_\delta = (\rho_L \mathbf{u}_S)|_\delta \left( \frac{\partial \delta}{\partial t} + \mathbf{u}_S|_\delta \cdot \nabla_S \delta + \frac{S_m}{\rho_L|_\delta} \right) \quad (3.39)$$

Para o termo do gradiente de pressão,

$$\int_0^\delta \nabla_S p_L dz = \nabla_S \int_0^\delta p_L dz - p_L|_\delta \nabla_S \delta = \nabla_S \delta \bar{p}_L - p_L|_\delta \nabla_S \delta = \delta \nabla_S \bar{p}_L + (\bar{p}_L - p_L|_\delta) \nabla_S \delta \approx \delta \nabla_S \bar{p}_L \quad (3.40)$$

, considerando a hipótese de que  $\bar{p}_L \approx p_L|_\delta$ .

Substituindo as Equações 3.37, 3.38, 3.39 e 3.40 na Equação 3.36, chega-se a

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\delta \bar{\rho}_L \bar{\mathbf{u}}_S)}{\partial t} - \cancel{(\rho_L \mathbf{u}_S)|_\delta} \cancel{\frac{\partial \delta}{\partial t}} + \nabla_S \cdot \left( \int_0^\delta \rho_L \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S dz \right) - \cancel{(\rho_L \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S)|_\delta} \cancel{\cdot \nabla_S \delta} + \cancel{(\rho_L \mathbf{u}_S)|_\delta} \cancel{\frac{\partial \delta}{\partial t}} \\ & + \cancel{(\rho_L \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S)|_\delta} \cancel{\cdot \nabla_S \delta} = -\mathbf{u}_S|_\delta S_m - \delta \nabla_S \bar{p}_L + \int_0^\delta \rho_L \mathbf{g}_S dz + \mu_L \left[ \frac{\partial \mathbf{u}_S}{\partial z} \right]_0^\delta \end{aligned} \quad (3.41)$$

Os termos de força de tensão cisalhante por unidade de área ( $\boldsymbol{\tau}$ ) na posição  $z = 0$  (parede) e  $z = \delta$  (interface) são obtidos da Equação 3.7 como:

$$\left[ \mu_L \frac{\partial \mathbf{u}_S}{\partial z} \right]_0 = \boldsymbol{\tau}_w \quad (3.42)$$

$$\left[ \mu_L \frac{\partial \mathbf{u}_S}{\partial z} \right]_\delta = \boldsymbol{\tau}_i + \nabla_S \sigma \quad (3.43)$$

Dessa forma, tem-se:

$$\frac{\partial(\delta \bar{\rho}_L \bar{\mathbf{u}}_S)}{\partial t} + \nabla_S \cdot \left( \int_0^\delta \rho_L \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S dz \right) = -\delta \nabla_S \bar{p}_L + \rho_L \mathbf{g}_S \delta + \boldsymbol{\tau}_i + \nabla_S \sigma - \boldsymbol{\tau}_w - \mathbf{u}_S|_\delta S_m \quad (3.44)$$

Para o termo advectivo, conforme sugerido por KAKIMPA [38][39], o vetor velocidade instantânea pode ser separado em sua componente média (já definida na Equação 3.28) e uma flutuação:

$$\mathbf{u}_S(x, y, z, t) = \bar{\mathbf{u}}_S(x, y, t) + \tilde{\mathbf{u}}_S(x, y, z, t) \quad (3.45)$$

Logo, substituindo na integral existente na equação do movimento bidimensional (Equação 3.44):

$$\begin{aligned} \int_0^\delta \rho_L \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S dz &= \int_0^\delta \rho_L (\bar{\mathbf{u}}_S + \tilde{\mathbf{u}}_S)(\bar{\mathbf{u}}_S + \tilde{\mathbf{u}}_S) dz = \int_0^\delta \rho_L \bar{\mathbf{u}}_S \bar{\mathbf{u}}_S dz + \int_0^\delta 2\rho_L \bar{\mathbf{u}}_S \tilde{\mathbf{u}}_S dz \\ &+ \int_0^\delta \rho_L \tilde{\mathbf{u}}_S \tilde{\mathbf{u}}_S dz = \delta \bar{\rho}_L \bar{\mathbf{u}}_S \bar{\mathbf{u}}_S + 2\bar{\mathbf{u}}_S \int_0^\delta \rho_L \tilde{\mathbf{u}}_S dz + \int_0^\delta \rho_L \tilde{\mathbf{u}}_S \tilde{\mathbf{u}}_S dz \end{aligned} \quad (3.46)$$

Utilizando a definição de propriedades médias pela Equação 3.28

$$\int_0^\delta \rho_L \tilde{\mathbf{u}}_S \tilde{\mathbf{u}}_S dz = \delta \bar{\rho}_L \overline{\tilde{\mathbf{u}}_S \tilde{\mathbf{u}}_S} \quad (3.47)$$

e definindo o termo de correção  $\Phi_{corr}$ :

$$\Phi_{corr} = \delta \overline{\tilde{\mathbf{u}}_S \tilde{\mathbf{u}}_S} \quad (3.48)$$

o termo advectivo passa a ser expresso como

$$\nabla_S \cdot \left( \int_0^\delta \rho_L \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S dz \right) = \nabla_S \cdot (\bar{\rho}_L (\delta \overline{\mathbf{u}}_S \overline{\mathbf{u}}_S + \Phi_{corr})) \quad (3.49)$$

Chegando-se à forma final da equação de conservação de quantidade de movimento do filme, Equação 3.50:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\delta \bar{\rho}_L \overline{\mathbf{u}}_S)}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\bar{\rho}_L (\delta \overline{\mathbf{u}}_S \overline{\mathbf{u}}_S + \Phi_{corr})) = \\ - \delta \nabla_S \bar{p}_L + \bar{\rho}_L \mathbf{g}_S \delta + \boldsymbol{\tau}_i + \nabla_S \sigma - \boldsymbol{\tau}_w - \mathbf{u}_S|_\delta S_m \end{aligned} \quad (3.50)$$

sendo necessária a definição de um perfil de velocidade do filme para a determinação dos termos  $\Phi_{corr}$  e  $\mathbf{u}_S|_\delta$ . A Seção 3.2.2 apresenta o desenvolvimento de expressões para ambas as variáveis em três possíveis perfis de velocidade: linear, quadrático e cúbico.

Por fim, realizando a integração da Equação 3.25:

$$\int_0^\delta \frac{\partial p_L}{\partial z} dz = \rho_L g_z \delta + \left[ \mu_L \frac{\partial u_{Lz}}{\partial z} \right]_0^\delta \quad (3.51)$$

ou, considerando ainda que  $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{e}}_z$ ,  $g_z = -|\mathbf{g}_n|$ :

$$p_L(\delta) - p_L(0) = -\rho_L |\mathbf{g}_n| \delta + \left[ \mu_L \frac{\partial u_{Lz}}{\partial z} \right]_\delta - \left[ \mu_L \cancel{\frac{\partial u_{Lz}}{\partial z}} \right]_0 \quad (3.52)$$

Da componente normal da condição de contorno de quantidade de movimento na interface, Equação 3.7, usando a aproximação  $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{e}}_z$  e a definição do tensor tensão na Equação 3.3, tem-se que  $\hat{\mathbf{e}}_z \cdot \mathbf{T} \cdot \hat{\mathbf{e}}_z = -p + \tau_{zz}$ , tornando a condição:

$$\left( -p_L + \mu_L \frac{\partial u_{Lz}}{\partial z} \right)_\delta = \left( -p_G + \mu_G \cancel{\frac{\partial u_{Gz}}{\partial z}} \right)_\delta + \sigma \kappa \quad (3.53)$$

Desprezando-se a variação da componente normal da velocidade do gás na interface e substituindo em 3.52:

$$p_L(0) = \rho_L |\mathbf{g}_n| \delta + p_L(\delta) - \left[ \mu_L \frac{\partial u_{Lz}}{\partial z} \right]_\delta = \rho_L |\mathbf{g}_n| \delta + p_G(\delta) - \sigma \kappa \quad (3.54)$$

Usando a definição da curvatura da interface,  $\kappa$ ,

$$\kappa = -\nabla_S \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (3.55)$$

e com a definição da normal da interface dada na Equação 3.10,

$$\hat{\mathbf{n}} = [1 + (\nabla_S \delta)^2]^{-1/2} \cdot (-\nabla_S \delta + \hat{\mathbf{e}}_z) \quad (3.56)$$

Novamente considerando que  $(\nabla_S \delta)^2 \ll 1$ ,

$$\kappa = -\nabla_S \cdot \hat{\mathbf{n}} = -\frac{-\nabla_S^2 \delta}{[1 + (\nabla_S \delta)^2]^{-1/2}} = \nabla_S^2 \delta \quad (3.57)$$

Logo, substituindo em 3.54, chega-se à definição da expressão aplicada para o cálculo explícito da pressão de líquido, uma vez que não é resolvida uma equação de transporte para o campo de pressão do filme:

$$p_L(0) = p_G(\delta) + \rho_L |\mathbf{g}_n| \delta - \sigma \nabla_S^2 \delta \quad (3.58)$$

## 3.2 Obtenção dos Termos de Fechamento

De forma a completar a descrição do modelo de filme dado pelas Equações 3.34 e 3.50, os seguintes termos precisam ser obtidos:

- $\tau_w$ ,  $\mathbf{u}_S$  e  $\Phi_{corr}$ , a partir do perfil de velocidade pressuposto para o filme;
- $\tau_i$  e  $S_m$  ( $S_E$  para entranhamento,  $S_D$  para deposição e  $S_{vap}$  para evaporação) por meio de correlações empíricas.

### 3.2.1 Balanço de forças - relação entre $\tau_i$ e $\tau_w$

Considerando um balanço de forças simplificado no domínio, conforme Figura 3.2, em regime permanente, no qual as taxas de entranhamento e deposição se igualam, busca-se derivar uma relação entre o cisalhamento interfacial e na parede.

- Para o gás, desprezando-se o efeito da gravidade e considerando o balanço das forças atuantes, e designando  $A_c$  como a área transversal,  $A_i$  como a área da interface e  $A_l$  como a área lateral:

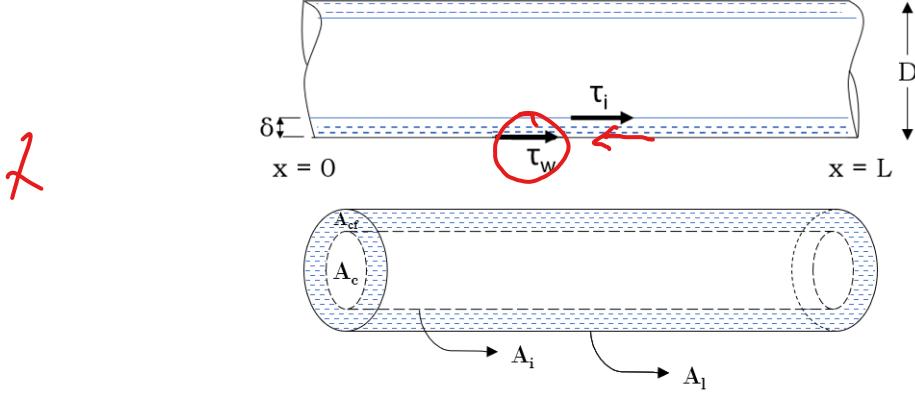


Figura 3.2: Balanço de forças no tubo.

$$\int_V \nabla \cdot (\rho_G \mathbf{u}_G \mathbf{u}_G) dV = \int_V \nabla \cdot \mathbf{T}_G dV + \int_V \rho_G g dV \quad (3.59)$$

O primeiro termo representa a advecção e é nulo para um escoamento completamente desenvolvido, uma vez que a velocidade média não mais varia na direção do escoamento. O segundo termo representa as forças de superfície advindas do tensor tensão, que pode ser decomposto na contribuição da pressão e do tensor tensão viscosa, conforme a Equação 3.3. O terceiro termo diz respeito à força de campo gravitacional. Para a componente axial do vetor direção ( $x$ ), pode-se escrever a Equação 3.59, considerando  $\mathbf{g} \cdot \hat{\mathbf{e}}_x = -g$ ,

$$0 = \oint_{A_c} \hat{\mathbf{e}}_x \cdot (-p_G \mathbf{I} + \boldsymbol{\tau}_G) \cdot \hat{\mathbf{n}} dA - \int_V \rho_G g dV \quad (3.60)$$

Na interface, considerando o valor médio da espessura do filme de acordo com a ondulação da superfície, pode-se considerar  $\hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{e}}_r$ :

$$0 = \int_{A_c} [-p_G|_{x=L} \hat{\mathbf{e}}_x + p_G|_{x=0} \hat{\mathbf{e}}_x] dA + \int_{A_c} (\hat{\mathbf{e}}_x \cdot \boldsymbol{\tau}_G \cdot \hat{\mathbf{e}}_r \cdot \hat{\mathbf{e}}_x) dA - \int_V \rho_G g dV \quad (3.61)$$

Usando a definição da diferença de pressão no núcleo gasoso causada pela presença do filme:

$$\Delta p_G = p_G(x = L) - p_G(x = 0) < 0 , \quad (3.62)$$

bem como a definição da tensão de cisalhamento interfacial macroscópica:

$$\hat{\mathbf{e}}_x \cdot \boldsymbol{\tau}_G \cdot \hat{\mathbf{e}}_r = \tau_{xr} \quad (3.63)$$

e as coordenadas cartesianas com origem na parede, conforme demonstrado na Figura 3.1, pode-se aproximar  $\hat{\mathbf{e}}_r = -\hat{\mathbf{e}}_z$  e:

$$\hat{\mathbf{e}}_x \cdot \boldsymbol{\tau}_G \cdot (-\hat{\mathbf{e}}_z) = -\tau_{xz} = -\tau_i , \quad (3.64)$$

uma vez que  $\boldsymbol{\tau}_G \cdot \hat{\mathbf{e}}_z \approx \boldsymbol{\tau}_i$ .

Para altas velocidades de gás, os efeitos gravitacionais podem ser desprezados pois, como demonstrado pelos dados experimentais da literatura,  $\Delta p_G \gg \rho_{Gg}gL$ . Assim, a força de tensão de cisalhamento interfacial média,  $\tau_i$ , na direção axial,  $x$ , pode ser obtida da Equação 3.61:

$$\Delta p A_c = -\tau_i A_i \therefore \Delta p \frac{\pi(D - 2\delta)^2}{4} = -\tau_i \pi(D - 2\delta)L \quad (3.65)$$

$$\tau_i = -\frac{\Delta p}{L} \frac{D}{4} \left(1 - \frac{2\delta}{D}\right) \quad (3.66)$$

A Equação 3.66 expressa uma relação usualmente empregada na literatura para cálculo do fator de fricção interfacial experimental a partir de medições de gradiente de pressão. Essa definição é baseada no fator de atrito de Fanning tal como expresso na Equação 3.67: [54, 71, 73]

$$f_i = \frac{\tau_i}{1/2 \rho_{Gj_G^2}} = -\frac{1}{4} \frac{\Delta p}{L} \frac{D - 2\delta}{1/2 \rho_{Gj_G^2}} \quad (3.67)$$

em que  $D - 2\delta$  representa o diâmetro hidráulico. Percebe-se que essa equação considera a velocidade do gás no lugar da velocidade relativa. Segundo JU *et al.* [76], essa simplificação é válida pois os dados experimentais mostram que, geralmente, a velocidade do líquido corresponde a apenas cerca de 6% da velocidade do gás.

- Para o líquido, a gravidade deve ser considerada. Considerando o mesmo campo de pressão para as duas fases:

$$\int_V \nabla \cdot (\rho_L \mathbf{u}_L \mathbf{u}_L) dV = \int_V \nabla \cdot \mathbf{T}_L dV + \int_V \rho_L \mathbf{g} dV \quad (3.68)$$

ou

$$\oint_{A_{cf}} (\rho_L \mathbf{u}_L \mathbf{u}_L) \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = \oint_{A_{cf}} \mathbf{T}_L \cdot \hat{\mathbf{n}} dA + \int_V \rho_L \mathbf{g} dV. \quad (3.69)$$

Usando a definição da Equação 3.3 e definindo:

$$- \text{ Em } A_i, \hat{\mathbf{n}} = \hat{\mathbf{e}}_z \Rightarrow \hat{\mathbf{e}}_x \cdot \boldsymbol{\tau}_L \cdot \hat{\mathbf{e}}_z = \tau_i$$

$$- \text{ Em } A_l, \hat{\mathbf{n}} = -\hat{\mathbf{e}}_z \Rightarrow \hat{\mathbf{e}}_x \cdot \boldsymbol{\tau}_L \cdot (-\hat{\mathbf{e}}_z) = -\tau_w$$

pode-se obter a componente na direção axial da Equação 3.69, mais uma vez considerando  $\mathbf{g} \cdot \hat{\mathbf{e}}_x = -g$ , como:

$$\int_{A_{cf}} [\rho_L u_{Lx} u_{Lx}]_{x=0}^{x=L} dA = \int_{A_{cf}} [-p]_{x=0}^{x=L} dA - \int_{A_l} \tau_w dA + \int_{A_i} \tau_i dA - \int_V \rho_L g dV. \quad (3.70)$$

Considerando que o termo do lado esquerdo se anula no regime permanente, já que a taxa de entranhamento se iguala à de deposição, e integrando na direção do escoamento:

$$0 = -\Delta p A_{cf} - \tau_w A_l + \tau_i A_i + \rho_L g L A_c \quad (3.71)$$

substituindo as áreas correspondentes,

$$\tau_w \pi D L = \tau_i \pi (D - 2\delta) L - [\Delta p + \rho_L g L] \left[ \frac{\pi D^2}{4} - \frac{\pi (D - 2\delta)^2}{4} \right] \quad (3.72)$$

Após alguma manipulação algébrica e substituindo na Equação 3.66:

$$\tau_w = \tau_i \frac{1}{1 - 2\delta/D} - \rho_L g \delta \left[ 1 - \frac{\delta}{D} \right]. \quad (3.73)$$

Essa relação entre  $\tau_w$  e  $\tau_i$  é útil na obtenção de perfis de velocidade de filme com muitos graus de liberdade (vide Seção 3.2.2), de forma a obter os termos de fechamento da Equação 3.50. Para o escoamento vertical descendente, o último termo da Equação 3.73, referente à ação da gravidade, troca de sinal. Já para um escoamento horizontal, esse termo se anula.

### 3.2.2 Perfil de velocidade do filme

Para a Equação 3.50, um perfil de velocidade do filme deve ser considerado de forma a se obter  $\Phi$ ,  $\mathbf{u}_S|_\delta$  e  $\boldsymbol{\tau}_w$ . Tanto para  $\Phi$  quanto para a definição da força de tensão cisalhante na parede,  $\boldsymbol{\tau}_w$ , referências encontradas na literatura usualmente pressupõem que o filme escoe no regime laminar, resultando num perfil de velocidade quadrático [25][5][34].

Segundo CIONCOLINI *et al.* [14], a camada limite de um filme líquido em escoamento anular é mais prolongada que a de escoamentos monofásicos. Os autores

chegaram, a partir da análise de dados experimentais de diferentes fontes, à seguinte relação:

- Filme em escoamento laminar:  $\delta^+ \leq 9$
- Região de transição:  $9 < \delta^+ < 40$
- Filme em escoamento turbulento:  $\delta^+ \geq 40$

A espessura de filme adimensional média,  $\delta^+ = \frac{\delta}{y^*} = \frac{\delta}{\mu_L} \sqrt{\rho_L \tau_w}$ , é obtida da expressão empírica:

$$\delta^+ = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} Re_L^{0.05} & , Re_L \leq 162 \\ 0,6246 Re_L^{0.15244} & , 162 < Re_L < 2785 \\ 0,03221 Re_L^{0.8982} & , Re_L \geq 2785 \end{cases} \quad (3.74)$$

Cabe ressaltar que o número de Reynolds do filme líquido, caso usada a velocidade de líquido intersticial, é dependente da espessura de filme,  $\delta$ :

$$Re_L = \frac{\rho_L |\mathbf{u}_L| 4\delta}{\mu_L} \quad (3.75)$$

Dessa forma, pode ser adotada a hipótese de perfil de velocidade do filme laminar (quadrático) para baixos números de Reynolds. A seguir serão apresentadas três possibilidades para o perfil de velocidade do filme e os termos de fechamento obtidos de cada uma delas.

### 3.2.2.1 Perfil de velocidade linear

O mais simples perfil de velocidade que pode ser proposto é o linear, em que a velocidade varia como:

$$\mathbf{u}_S(z) = \mathbf{u}_S|_\delta \frac{z}{\delta} \quad (3.76)$$

Esse perfil faz com que as componentes das tensões de cisalhamento se igualem ( $\tau_i = \tau_w$ ) de acordo com as definições das Equações 3.42 e 3.43, eliminando o termo difusivo da Equação 3.50. Como, necessariamente,  $\bar{\mathbf{u}}_S$  ocorre em  $z = \delta/2$  para esse perfil,

$$\mathbf{u}_S|_\delta = 2\bar{\mathbf{u}}_S \quad (3.77)$$

Para a correção do termo advectivo,  $\Phi_{corr}$ , resolvendo-se a integral da Equação 3.44 com esse perfil:

$$\int_0^\delta \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S dz = \int_0^\delta \left( 4\bar{\mathbf{u}}_S \bar{\mathbf{u}}_S \frac{z^2}{\delta^2} \right) dz = \frac{4\bar{\mathbf{u}}_S \bar{\mathbf{u}}_S}{\delta^2} \frac{z^3}{3} \Big|_0^\delta = \frac{4\bar{\mathbf{u}}_S \bar{\mathbf{u}}_S \delta}{3}$$

Portanto, para que o termo advectivo tenha a forma final  $\nabla_S \cdot (\bar{\rho}_L(\delta \bar{\mathbf{u}}_S \bar{\mathbf{u}}_S + \Phi_{corr}))$ , isso requer que:

$$\Phi_{corr} = \frac{\delta \bar{\mathbf{u}}_S \bar{\mathbf{u}}_S}{3} \quad (3.78)$$

### 3.2.2.2 Perfil de velocidade quadrático

O mais comum perfil de velocidades assumido para o filme na literatura é o perfil de escoamento laminar, isto é, quadrático. O perfil tem a forma geral

$$\mathbf{u}_S(z) = \mathbf{A} + \mathbf{B}z + \mathbf{C}z^2$$

Aplicando as condições de contorno:

$$\text{Em } z = 0, \mathbf{u}_S = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{A} = 0 \text{ (no-slip na parede)} \text{ e } \mu_L \left. \frac{d\mathbf{u}_S}{dz} \right|_0 = \boldsymbol{\tau}_w$$

$$\text{Em } z = \delta, \mathbf{u}_S = \mathbf{u}_S|_\delta, \mu_L \left. \frac{d\mathbf{u}_S}{dz} \right|_\delta = \boldsymbol{\tau}_i \text{ e } \nabla_S \sigma = 0.$$

Calculando a derivada da expressão,

$$\frac{d\mathbf{u}_S}{dz} = \mathbf{B} + 2\mathbf{C}z \quad (3.79)$$

o que faz com que essa derivada tenha valor de  $\mathbf{B}$  em  $z = 0$ , logo, pela condição de cisalhamento na parede,  $\mathbf{B} = \boldsymbol{\tau}_w/\mu_L$ .

Avaliando a derivada da Equação 3.79 em  $z = \delta$ , onde é aplicada a condição de contorno de cisalhamento na interface, encontra-se a relação:

$$\boldsymbol{\tau}_i = \mu_L(\mathbf{B} + 2\mathbf{C}\delta) \quad (3.80)$$

E da integração do perfil, para  $\rho_L$  constante,

$$\bar{\mathbf{u}}_S = \frac{1}{\delta} \mathbf{u}_S dz = \frac{1}{\delta} \left( \mathbf{B} \frac{\delta^2}{2} + \mathbf{C} \frac{\delta^3}{3} \right) \quad (3.81)$$

ou

$$\bar{\mathbf{u}}_S = \delta \left( \frac{\mathbf{B}}{2} + \frac{\mathbf{C}\delta}{3} \right) \quad (3.82)$$

Assim, resolvendo as Equações 3.80 e 3.82, obtém-se:

$$\mathbf{B} = \frac{3\bar{\mathbf{u}}_S}{\delta} - \frac{\boldsymbol{\tau}_i\delta}{2\mu_L} \quad (3.83)$$

$$\mathbf{C} = \frac{3\boldsymbol{\tau}_i}{4\mu_L\delta} - \frac{3\bar{\mathbf{u}}_S}{2\delta^2} \quad (3.84)$$

Portanto, a forma final do perfil obtido é

$$\mathbf{u}_S(z) = 3\bar{\mathbf{u}}_S \left[ \frac{z}{\delta} - \frac{1}{2} \left( \frac{z}{2} \right)^2 \right] - \frac{\boldsymbol{\tau}_i\delta}{2\mu_L} \left[ \frac{z}{\delta} - \frac{3}{2} \left( \frac{z}{2} \right)^2 \right] \quad (3.85)$$

Isso permite obter, para  $z = \delta$ :

$$\mathbf{u}_S|_{\delta} = \frac{3\bar{\mathbf{u}}_S}{2} + \frac{\boldsymbol{\tau}_i\delta}{4\mu_L} \quad (3.86)$$

Sendo também possível obter uma expressão para  $\boldsymbol{\tau}_w$ :

$$\boldsymbol{\tau}_w = \mu_L \frac{d\mathbf{u}_S}{dz} \Big|_0 = \frac{3\mu_L\bar{\mathbf{u}}_S}{\delta} - \frac{\boldsymbol{\tau}_i}{2} \quad (3.87)$$

Substituindo o perfil de velocidade quadrático na integral da Equação 3.44 para obter  $\Phi_{corr}$ , tem-se

$$\int_0^\delta \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S dz = \frac{6}{5} \delta \bar{\mathbf{u}}_S \bar{\mathbf{u}}_S + \frac{\delta^2}{40\mu_L} [\bar{\mathbf{u}}_S \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\tau}_i \bar{\mathbf{u}}_S] + \frac{\delta^3}{120\mu_L^2} \boldsymbol{\tau}_i \boldsymbol{\tau}_i \quad (3.88)$$

Sendo esta a expressão relativa à integral completa dentro do divergente da Equação 3.44, de acordo com a definição do termo de correção  $\Phi_{corr}$  da Equação 3.50, este termo de correção seria definido por:

$$\Phi_{corr} = \frac{1}{5} \delta \bar{\mathbf{u}}_S \bar{\mathbf{u}}_S \frac{\delta^2}{40\mu_L} [\bar{\mathbf{u}}_S \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\tau}_i \bar{\mathbf{u}}_S] + \frac{\delta^3}{120\mu_L^2} \boldsymbol{\tau}_i \boldsymbol{\tau}_i \quad (3.89)$$

### 3.2.2.3 Perfil de velocidade cúbico

Pode-se ainda propor um perfil de velocidade cúbico para a velocidade do filme, caso em que uma correlação para  $\boldsymbol{\tau}_w$  deve ser utilizada. O perfil tem a forma geral

$$\mathbf{u}_S(z) = \mathbf{A} + \mathbf{B}z + \mathbf{C}z^2 + \mathbf{D}z^3$$

Aplicando as condições de contorno:

Em  $z = 0$ ,  $\mathbf{u}_S = \mathbf{0} \Rightarrow A = 0$  (*no-slip* na parede)

Em  $z = 0$ ,  $\mu_L \frac{d\mathbf{u}_S}{dz} = \boldsymbol{\tau}_w$

Em  $z = \delta$ ,  $\mathbf{u}_S = \mathbf{u}_S|_{\delta}$

Em  $z = \delta$ ,  $\mu_L \frac{d\mathbf{u}_S}{dz} \Big|_{\delta} = \boldsymbol{\tau}_i$

Calculando a derivada da expressão cúbica,

$$\frac{d\mathbf{u}_S}{dz} = \mathbf{B} + 2\mathbf{C}z + 3\mathbf{D}z^2 \quad (3.90)$$

o que faz com que essa derivada tenha valor de  $\mathbf{B}$  em  $z = 0$ , logo, pela condição de cisalhamento na parede,  $\mathbf{B} = \boldsymbol{\tau}_w/\mu_L$ .

Avaliando a derivada da Equação 3.90 em  $z = \delta$ , onde é aplicada a condição de contorno de cisalhamento na interface, encontra-se a relação:

$$\mathbf{D} = \frac{\boldsymbol{\tau}_i - \boldsymbol{\tau}_w}{3\delta^2\mu_L} - \frac{2}{3\delta}\mathbf{C} \quad (3.91)$$

Aplicando a Equação 3.28, é possível determinar a expressão para a constante  $\mathbf{C}$  em função da velocidade média  $\bar{\mathbf{u}}_S$ :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}_S &= \frac{1}{\delta} \int_0^\delta \mathbf{u}_S dz = \frac{1}{\delta} \int_0^\delta \left[ \frac{\boldsymbol{\tau}_w}{\mu_L} z + \mathbf{C}z^2 + \left( \frac{\boldsymbol{\tau}_i - \boldsymbol{\tau}_w}{3\delta^2\mu_L} - \frac{2}{3\delta}\mathbf{C} \right) z^3 \right] dz \\ \bar{\mathbf{u}}_S\delta &= \frac{\boldsymbol{\tau}_w\delta^2}{2\mu_L} + \frac{\delta^3}{6}\mathbf{C} + \frac{(\boldsymbol{\tau}_i - \boldsymbol{\tau}_w)\delta^2}{12\mu_L} \\ \mathbf{C} &= \frac{6}{\delta^2}\bar{\mathbf{u}}_S - \frac{5}{2\delta\mu_L}\boldsymbol{\tau}_w - \frac{1}{2\delta\mu_L}\boldsymbol{\tau}_i \end{aligned} \quad (3.92)$$

Substituindo em 3.91, chega-se ao valor de  $\mathbf{D}$ :

$$\mathbf{D} = -\frac{4}{\delta^3}\bar{\mathbf{u}}_S + \frac{4}{3\delta^2\mu_L}\boldsymbol{\tau}_w + \frac{2}{3\delta^2\mu_L}\boldsymbol{\tau}_i \quad (3.93)$$

De forma que a expressão final do perfil de velocidade é

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_S(z) &= \bar{\mathbf{u}}_S \left[ 6 \left( \frac{z}{\delta} \right)^2 - 4 \left( \frac{z}{\delta} \right)^3 \right] + \frac{\boldsymbol{\tau}_w\delta}{\mu_L} \left[ \frac{z}{\delta} - \frac{5}{2} \left( \frac{z}{\delta} \right)^2 + \frac{4}{3} \left( \frac{z}{\delta} \right)^3 \right] \\ &\quad - \frac{\boldsymbol{\tau}_i\delta}{\mu_L} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{z}{\delta} \right)^2 - \frac{2}{3} \left( \frac{z}{\delta} \right)^3 \right] \end{aligned} \quad (3.94)$$

Essa expressão pode ser avaliada em  $z = \delta$  para encontrar  $\mathbf{u}_S|_\delta$ :

$$\mathbf{u}_S|_\delta = 2\bar{\mathbf{u}}_S + \frac{\delta}{6} \frac{\boldsymbol{\tau}_i - \boldsymbol{\tau}_w}{\mu_L} \quad (3.95)$$

Como no perfil cúbico  $\boldsymbol{\tau}_w$  deve ser fornecido como uma condição de contorno, torna-se útil a expressão obtida na Equação 3.73:

$$\boldsymbol{\tau}_w = \boldsymbol{\tau}_i \frac{D}{1 - 2\delta/D} + \rho_L(\mathbf{g} \cdot \mathbf{x})\delta \left( 1 - \frac{\delta}{D} \right) \quad (3.96)$$

Substituindo a expressão de  $\boldsymbol{\tau}_w$  da Equação 3.73 de forma a não se depender de

uma correlação para  $\tau_w$ :

$$\mathbf{u}_S|_\delta = 2\bar{\mathbf{u}}_S - \frac{\delta^2}{3\mu_L(D-2\delta)}\boldsymbol{\tau}_i - \frac{\rho_L(\mathbf{g} \cdot \mathbf{x})\delta^2}{6\mu_L} \left(1 - \frac{\delta}{D}\right) \quad (3.97)$$

Por fim, calculando a integral da Equação 3.44 com o perfil de  $\mathbf{u}_S$  da Equação 3.94 de forma a encontrar  $\Phi_{corr}$ , com a ajuda do pacote SymPy 1.6.2 do Python 3 [116], chega-se a:

$$\begin{aligned} \int_0^\delta \mathbf{u}_S \mathbf{u}_S dz &= \frac{52}{35} \delta \bar{\mathbf{u}}_S \bar{\mathbf{u}}_S - \frac{13}{210} \frac{\delta^2}{\mu_L} (\bar{\mathbf{u}}_S \boldsymbol{\tau}_w + \boldsymbol{\tau}_w \bar{\mathbf{u}}_S) + \frac{2}{105} \frac{\delta^2}{\mu_L} (\bar{\mathbf{u}}_S \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\tau}_i \bar{\mathbf{u}}_S) \\ &\quad + \frac{\delta^3}{105\mu_L^2} \boldsymbol{\tau}_w \boldsymbol{\tau}_w - \frac{\delta^3}{280\mu_L^2} (\boldsymbol{\tau}_w \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\tau}_i \boldsymbol{\tau}_w) - \frac{\delta^3}{420\mu_L^2} \boldsymbol{\tau}_i \boldsymbol{\tau}_i \end{aligned} \quad (3.98)$$

Logo:

$$\begin{aligned} \Phi_{corr} &= \frac{17}{35} \delta \bar{\mathbf{u}}_S \bar{\mathbf{u}}_S - \frac{13}{210} \frac{\delta^2}{\mu_L} (\bar{\mathbf{u}}_S \boldsymbol{\tau}_w + \boldsymbol{\tau}_w \bar{\mathbf{u}}_S) + \frac{2}{105} \frac{\delta^2}{\mu_L} (\bar{\mathbf{u}}_S \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\tau}_i \bar{\mathbf{u}}_S) \\ &\quad + \frac{\delta^3}{105\mu_L^2} \boldsymbol{\tau}_w \boldsymbol{\tau}_w - \frac{\delta^3}{280\mu_L^2} (\boldsymbol{\tau}_w \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\tau}_i \boldsymbol{\tau}_w) - \frac{\delta^3}{420\mu_L^2} \boldsymbol{\tau}_i \boldsymbol{\tau}_i \end{aligned} \quad (3.99)$$

em que  $\boldsymbol{\tau}_w$  pode ser dado pela Equação 3.96 ou, alternativamente, por uma correlação empírica como função da correlação de  $\boldsymbol{\tau}_i$ , tal como proposto recentemente por JU *et al.* [117].

### 3.3 Implementações Realizadas no OpenFOAM

O OpenFOAM 20.06 conta nativamente com o solver `liquidFilmFoam`, o qual implementa o modelo de filme bidimensional básico descrito na Seção 2.4.1 pelo Método de Áreas Finitas (FAM) apresentado na Seção 2.2. O `liquidFilmFoam` nativo conta com uma etapa inicial de *momentum predictor*, similar ao encontrado em algoritmos de acoplamento pressão-velocidade do FVM como o PIMPLE, em que o sistema linear formado pelas componentes da conservação de quantidade de movimento incompressível é resolvido tendo como vetor independente o cálculo da pressão do filme (Equação 3.100):

$$\frac{\partial(\delta \bar{\mathbf{u}}_S)}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\delta \bar{\mathbf{u}}_S \bar{\mathbf{u}}_S) = -\delta \nabla_S p_L + \rho_L \mathbf{g}_S \delta \quad (3.100)$$

Os termos fonte, incluindo os modelos de entranhamento e deposição e os relacionados às forças de cisalhamento na parede,  $\boldsymbol{\tau}_w$ , e na interface,  $\boldsymbol{\tau}_i$ , não são implementados nativamente. Dessa forma, foi realizada uma análise prévia do com-

portamento de modelos empíricos apresentados na Seção 2.5 de forma a selecionar modelos bem comportados para a primeira versão do novo *solver*.

O *solver* desenvolvido no OpenFOAM, baseado no `liquidFilmFoam` e que recebeu o nome `annularFoam`, contém bibliotecas para seleção dos modelos de fechamento de fator de fricção interfacial, taxa de entranhamento e perfil de velocidade de filme. Tendo o usuário selecionado os modelos, o *solver* inclui na matriz de componentes do sistema linear a Equação 3.87 para a tensão na parede e a Equação 2.74 para a tensão interfacial, com fator de fricção definido pelo usuário. Para isso, é realizado o acoplamento com a fase gás resolvida pelo Método de Volumes Finitos, convertendo-se a velocidade do gás na parede em variável superficial para que possa ser utilizada como campo do Método de Áreas Finitas. Ao mesmo tempo, os campos calculados para o cisalhamento interfacial no solver do filme devem ser usados como condição de contorno para o escoamento do gás. Para testes preliminares, foram conduzidas simulações não simultâneas do gás e do filme, em que se impôs uma condição de deslizamento para o gás nas paredes de forma a se obter as velocidades a serem usadas para a obtenção dos termos fonte para escoamento de filme (acoplamento de uma via).

A solução da equação de transporte de massa pelo *solver* nativo do OpenFOAM, o `liquidFilmFoam`, considera os termos fontes nulos na Equação 3.101. O fenômeno de entranhamento de gotas é então incluído no `annularFoam` como termo fonte na Equação 3.101 por meio da definição da taxa de entranhamento,  $S_E$ , conforme modelo selecionado pelo usuário.

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} + \nabla_S \cdot (\delta \bar{\mathbf{u}}_S) = S_D - S_E \quad (3.101)$$

Por fim, para a injeção das partículas geradas pelo entranhamento e para a geração de massa por deposição (resultando no termo  $S_D$  da Equação 3.101), foi incluída no *solver* `annularFoam` uma versão modificada da biblioteca Lagrangeana do OpenFOAM `kinematicCloud`. Essa nova versão da `kinematicCloud` inclui em sua função de interação com paredes o cálculo de termos fonte de massa, quantidade de movimento e pressão de deposição conforme Equações 2.103, 2.104 e 2.105 respectivamente. Os critérios de transição de regime de interação partícula-parede escolhidos inicialmente foram os de BAI e GOSMAN [83], tais como resumidos na Tabela 2.2. Inclui ainda uma nova função de injeção de partículas no domínio tridimensional com base na ativação pelo campo de taxa de entranhamento de filme, de forma que a massa perdida pelo filme é injetada no domínio 3D na forma de partículas, podendo colidir novamente com o filme ao longo do escoamento. As partículas são injetadas com distribuição de Rosin-Ramler e diâmetro máximo dado por KOCAMUSTAFAOGULLARI [99], conforme Equação 2.181.

Todas as simulações foram conduzidas em microcomputadores com processadores Intel Quad-Core i7 de 2,80 GHz, memória RAM de 16 GB e memória física de 1 TB.

## 3.4 Escoamento Vertical

### 3.4.1 Apresentação do problema

Para análise dos efeitos locais de entranhamento de gotas no escoamento de filmes líquidos em escoamentos anulares, é requerido preferencialmente um caso isotérmico, sem efeito de evaporação de filme, e sem injeção de partículas na entrada do domínio, sendo consideradas apenas as gotas formadas da quebra de ondas de ~~perturbação~~. Nesse contexto, os dados experimentais de WOLF et al. [12] foram selecionados para a avaliação do desempenho do modelo de filme no OpenFOAM para escoamentos verticais uma vez que:

- Escoamentos verticais possuem distribuição homogênea de espessura do filme ao longo da circunferência do tubo (conforme demonstrado por FERSHTMAN et al. [118]), permitindo uma análise mais direta da eficácia numérica da modelagem de filme bidimensional;
- Não há transferência ~~de calor~~ <sup>de massa</sup> do meio externo para o domínio fluido, o qual é mantido em temperatura ambiente;
- Há disponibilidade de diferentes variáveis do escoamento para avaliação da acurácia das simulações em CFD, principalmente: espessura de filme, queda de pressão e tensão de cisalhamento na parede.

O experimento consiste na entrada de ar na base de um tubo vertical de 31,8 mm de diâmetro e 10,8 m de comprimento, sendo água líquida injetada por uma parede porosa localizada 30 cm após a entrada de ar, sendo o escoamento dos dois fluidos ascendente e paralelo, como ilustrado na Figura 3.3. Foram realizadas medições de espessura de filme, queda de pressão, tensão de cisalhamento na parede, fluxo mássico de filme e velocidade de ondas de perturbação em diversas posições axiais ao longo do tubo. Dentre as condições experimentais de entrada testadas por WOLF et al. [12], foram selecionadas conforme resumido na Tabela 3.1. Segundo os autores, o entranhamento de gotas começou a ser observado com fluxo mássico de líquido a partir de  $20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ .

Iniciando-se as análises com um escoamento relativamente simples, onde os fenômenos físicos dominantes são a ação da gravidade na direção do escoamento, a tensão

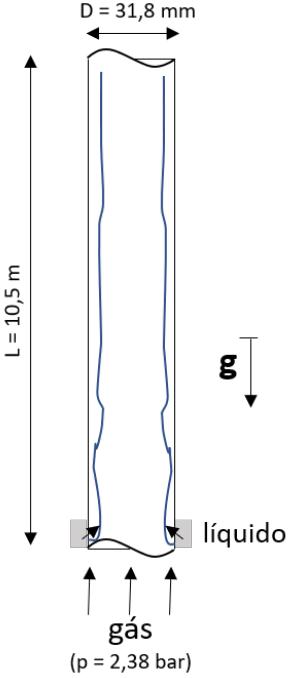


Figura 3.3: Geometria da seção de teste experimental de WOLF et al. [12].

Tabela 3.1: Condições experimentais de WOLF et al. [12].

Diâmetro do tubo	31,8 mm
Comprimento do tubo	10,5 m
Fluxo mássico de gás (entrada)	71 $kg/m^2s$
Fluxo mássico de líquido (entrada)	10, 20, 40 e 100 $kg/m^2s$
Pressão da linha	2,38 bar

de cisalhamento e o entranhamento de gotas, é possível identificar as vantagens e deficiências básicas da abordagem de modelo de filme para aplicações de escoamentos anulares, bem como as complementações necessárias aos modelos para se alcançar maior proximidade aos dados experimentais e maior eficiência numérica.

### 3.4.2 Geometria e Malha

A geometria do domínio fluido foi gerada por meio do utilitário `blockMesh` do OpenFOAM, considerando apenas a região do tubo vertical a partir da primeira medição experimental, que ocorreu 5 cm após a injeção de água [12].

Um estudo de convergência de malha foi conduzido para se observar o efeito do nível de refino da malha nas simulações, utilizando-se como base três níveis de refino principais na direção axial resumidos na Tabela 3.2 e ilustrados na Figura 3.4. Apesar de o refino na direção do escoamento não possuir efeitos significativos esperados para o escoamento do gás, como o filme escoa nas paredes, foi avaliado o efeito do tamanho dos elementos da parede sobre o perfil de espessura de filme.

Tabela 3.2: Dados do estudo de convergência de malha (refino axial) para o escoamento vertical.

Malha	Elementos	yPlus (max)	yPlus (médio)
M1	142.800	15,4	5,37
M2	285.600	17,5	5,36
M3	571.200	19,4	5,34

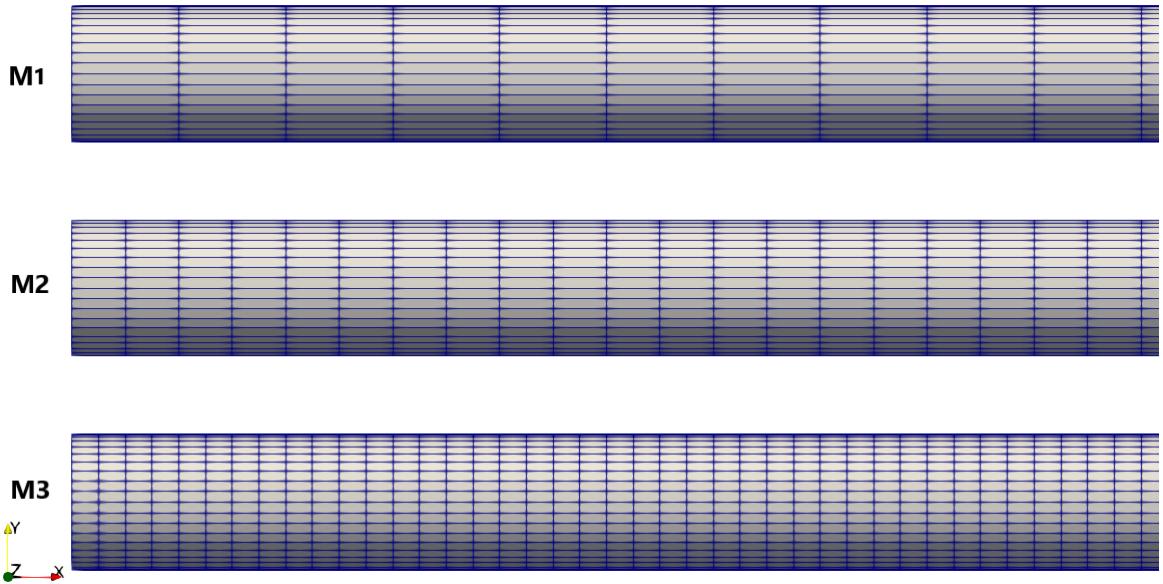


Figura 3.4: Níveis de refino na direção axial para o estudo de convergência de malha.

Diferentes níveis de refino foram também aplicados na direção radial, desta vez tendo um impacto no escoamento de gás e de partículas, as quais interagem com o filme. A Figura 3.5 ilustra os níveis de refino aplicado, partindo-se da malha M2 e reduzindo-se a espessura do elemento adjacente à parede, primeiro aumentando-se o número de divisões na radial (malha M5) e então alterando-se a taxa de crescimento dos elementos (malha M6). Os dados das malhas são mostrados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3: Dados do estudo de convergência de malha (refino radial) para o escoamento vertical.

Malha	Elementos	Espessura da 1 <sup>a</sup> camada	yPlus (max)	yPlus (médio)
M2	285.600	361 $\mu m$	17,5	5,36
M4	840.000	277 $\mu m$	11,1	4,06
M5	840.000	134 $\mu m$	5,91	2,33
M6	285.600	91,9 $\mu m$	3,53	1,42

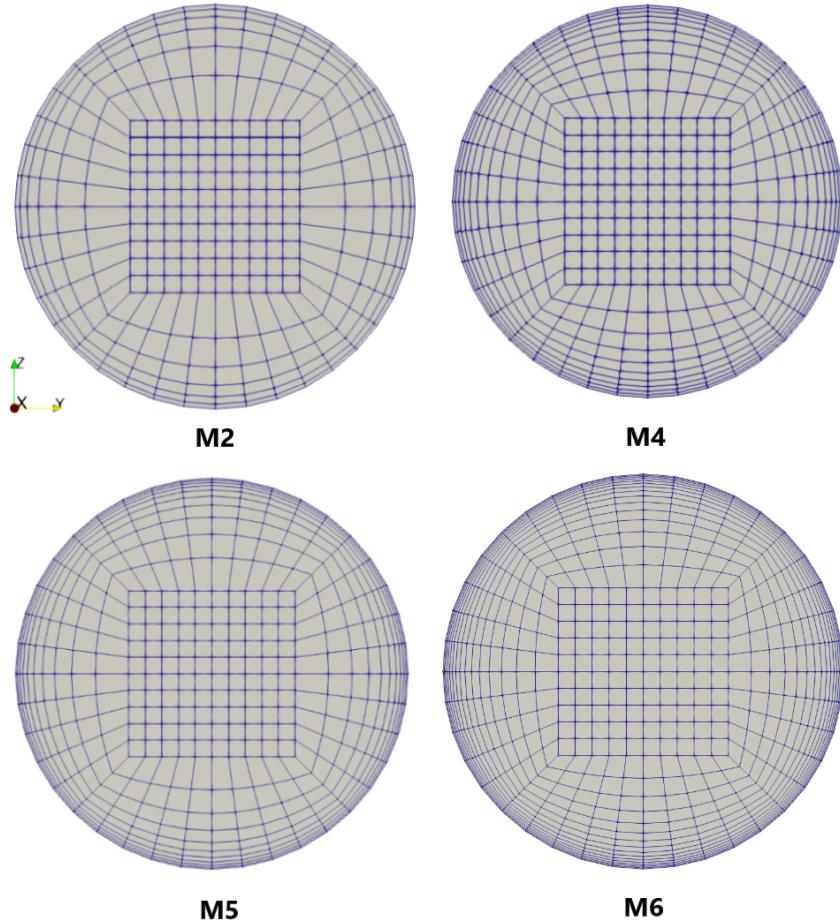


Figura 3.5: Níveis de refino na direção radial para o estudo de convergência de malha.

### 3.4.3 Configuração das simulações

A Tabela 3.4 resume as propriedades físicas dos fluidos aplicadas no OpenFOAM. Foram usados valores referentes às propriedades dos fluidos nas condições de temperatura e pressão do experimento.

Tabela 3.4: Propriedades do ar e água empregadas nas simulações.

$\rho_{ar}$	$2,33 \text{ kg m}^{-3}$
$\mu_{ar}$	$1,8 \times 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$
$\rho_{H2O}$	$955 \text{ kg m}^{-3}$
$\mu_{H2O}$	$9,0 \times 10^{-4} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$
$\sigma$	$0,07199 \text{ N m}^{-2}$

No OpenFOAM 20.06, foi utilizado o *solver annularFoam* descrito na Seção 3.3. Para o modelo **surfaceFilmModel** do OpenFOAM 5.0, foi utilizada a implementação nativa, porém apenas para o caso sem entranhamento, uma vez que não há modelo de entranhamento nativamente implementado. Em ambas as versões do OpenFOAM,

o regime transiente foi empregado, até se atingir resíduos menores que  $10^{-5}$  para as velocidades e espessura de filme. As simulações de gás e filme foram realizadas de forma desacoplada, de forma que para se obter os campos de escoamento de gás estacionários, foi utilizado o solver `simpleFoam`. As condições de contorno do problema são dadas na Tabela 3.5. Os valores da velocidade superficial de gás e filme fixas na entrada foram calculadas a partir dos fluxos mássicos experimentais, vide Equação 3.102. Para o gás,  $j_G$  pode aproximar a velocidade intersticial,  $|\mathbf{u}_G|$ . No filme, as velocidades superficiais de entrada foram convertidas em intersticiais usando as espessuras de filme experimentais medidas na entrada, conforme Tabela 3.6. A condição inicial de espessura de filme considerou esses mesmos valores da medição experimental de espessura na entrada do tubo mostrados na Tabela 3.6. Foi usado para o gás o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST.

$$j_k = G_k / \rho_k \quad k = G, L \quad (3.102)$$

Tabela 3.5: Condições de contorno usadas no OpenFOAM nas simulações de escoamento vertical.

Variável	Entrada	Saída	Paredes
$\mathbf{u}_G$	<code>fixedValue(<math>u_{Gx} = 30,47 \text{ m/s}</math>)</code>	<code>zeroGradient</code>	<code>slip</code>
$p$	<code>zeroGradient</code>	<code>fixedValue=0</code>	<code>zeroGradient</code>
$k$	<code>turbulentIntensity</code>	<code>zeroGradient</code>	<code>kqRWallFunction</code>
$\omega$	<code>KineticEnergyInlet</code>	<code>zeroGradient</code>	<code>omegaWallFunction</code>
$\nu_t$	<code>turbulentMixingLength</code>	<code>calculated</code>	<code>nutkWallFunction</code>
$\nu_t$	<code>FrequencyInlet</code>		
$\nu_t$	<code>calculated</code>		
$\bar{\mathbf{u}}_S$	<code>fixedValue</code>	<code>zeroGradient</code>	N/A
$\delta$	<code>zeroGradient</code>	<code>zeroGradient</code>	N/A

Tabela 3.6: Cálculos dos valores de entrada para o filme nas simulações de escoamento vertical. Velocidades intersticiais calculadas por  $u_{Lx} = \frac{j_L D}{4\delta}$ .

Caso experimental	$j_L = G_L / \rho_L$	Primeira medição de $\delta$	$u_{Lx}$ (m/s)
$G_L = 10 \text{ kg/m}^2\text{s}$	0,0105	0,000164	0,508
$G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$	0,0209	0,000199	0,837
$G_L = 40 \text{ kg/m}^2\text{s}$	0,0419	0,000291	1,144
$G_L = 100 \text{ kg/m}^2\text{s}$	0,1047	0,000546	1,525

Quanto aos esquemas numéricos, a Tabela 3.7 mostra os esquemas de discretização utilizados no OpenFOAM para cada operador das equações de transporte das variáveis resolvidas. A Tabela 3.8 dá detalhes do número de corretores de pressão do SIMPLE (a mesma quantidade foi usada na solução do gás e do filme).

Para a solução dos sistemas lineares resultantes, a Tabela 3.9 demonstra o algoritmo utilizado e os seus respectivos parâmetros numéricos. Uma vez que os dados

Tabela 3.7: Discretização dos Operadores Matemáticos. O gás foi simulado em estado estacionário (`simpleFoam`) e os campos convergidos usados no *solver* de filme e partículas (`annularFoam`).

Operador	Método
Derivada Temporal (Gás)	<code>steadyState</code>
Derivada Temporal (Filme)	<code>Euler</code>
Operador Gradiente Explícito	<code>cellMDLimited</code>
Operador Divergente ( $U/k/\omega$ )	<code>pointCellsLeastSquares 1.0</code>
Operador Divergente ( <code>phis,h</code> )	<code>Gauss upwind</code>
Operador Divergente ( <code>phi2s,h</code> )	<code>Gauss Gamma 0.5</code>
Operador Laplaciano	<code>Gauss linearUpwind</code>
Operador de Interpolação	<code>Gauss linear corrected</code>
Operador Gradiente Implícito	<code>linear</code> <code>corrected</code>

Tabela 3.8: Parâmetros do algoritmo para acoplamento pressão-velocidade.

Parâmetro	Atribuição
Acoplamento p-U	<code>SIMPLE</code>
<code>nOuterCorrectors</code>	5
<code>nCorrectors</code> (filme)	2

experimentais de WOLF et al. [12] para um escoamento anular vertical são médias temporais ao longo de 30 segundos de medições, as simulações no OpenFOAM foram realizadas em regime transitório, coletando-se a média temporal de 30 segundos de cada variável em uma simulação com passo de tempo de  $\Delta t = 10^{-4}$  s. Em todos esses casos, verificou-se que esse tempo total de simulação foi suficiente para que os campos do filme não mais variassesem com o tempo.

Não foi realizada nessa etapa preliminar uma análise de variação dos parâmetros numéricos das simulações (solvers dos sistemas lineares e suas tolerâncias, métodos de discretização, números de corretores e relaxações) de forma a verificar a influência destes na convergência e nos resultados obtidos, o que será feito posteriormente.

Tabela 3.9: Parâmetros do algoritmo para solução de sistemas lineares.

Parâmetro	Atribuição
Solver linear para p	<code>GAMG</code>
<code>smoother</code>	<code>DIC</code>
<code>relTol</code>	0.01
<code>tolerance</code>	1e-6
Solver linear para U/h	<code>PBiCGStab</code>
<code>preconditioner</code>	<code>DILU</code>
<code>relTol</code>	0.01
<code>tolerance</code>	1e-5

## 3.5 Escoamento Horizontal

### 3.5.1 Apresentação do problema

Para uma primeira análise do escoamento anular horizontal, com intuito de ver o quanto os modelos atuais se adequam a esse tipo de escoamento, foram selecionados os dados de SHEDD e NEWELL [13] devido à variedade de diâmetros de tubulação e condições de entrada de gás e líquido, além de ser um trabalho mais recente para escoamentos horizontais e contar com um método de medição não-intrusivo.

O experimento consiste na entrada de ar por um tubos horizontais de 12,7 mm de diâmetro e 25,4 mm de diâmetro, com injeção de água por meio de uma abertura na parede, resultando em 2,5 m de escoamento bifásico, como ilustrado na Figura 3.6. Foram realizadas medições de espessura de filme numa posição de 1,965m após a entrada de líquido em oito diferentes posições angulares, a partir da base do tubo: 0, 45, 90, 135, 225, 270 e 315 graus. A queda de pressão ao longo de cada tubo também foi medida. Dentre as condições experimentais de entrada testadas por SHEDD e NEWELL [13], foram selecionadas aquelas conforme resumido na Tabela 3.10.

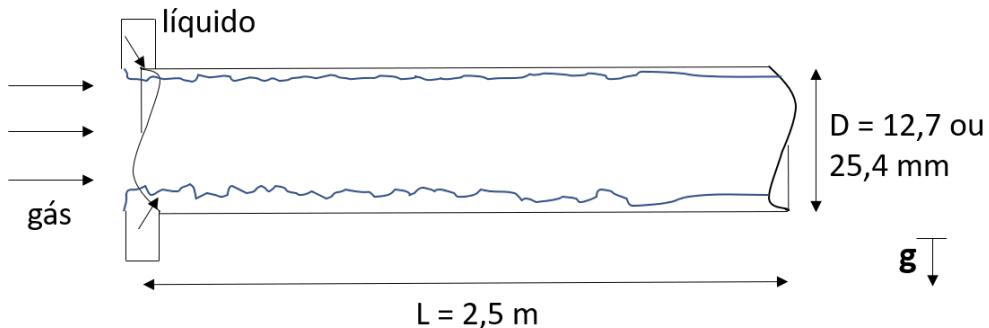


Figura 3.6: Geometria da seção de teste experimental de Shedd e Newell [13].

Tabela 3.10: Condições experimentais de Shedd e Newell [13].

Condição utilizada	SR-A	SR-B	LR-A	LR-B
Diâmetro do tubo	12,7 mm	12,7 mm	25,4 mm	25,4 mm
$W_G \text{ kg/s}$	0,0052	0,0045	0,0248	0,0219
$j_G \text{ m/s}$	41	35	49	43
$W_L \text{ kg/s}$	0,0021	0,0042	0,0048	0,0138
$j_L \text{ m/s}$	0,017	0,033	0,0095	0,027

### 3.5.2 Geometria e Malha

Para o caso horizontal também foi realizado um estudo de convergência de malha. As geometrias e malhas foram geradas a partir do utilitário `blockMesh` do OpenFOAM,

variando-se primeiramente apenas o refino na direção axial como mostra a Figura 3.7. A Tabela 3.11 resume os dados das malhas.

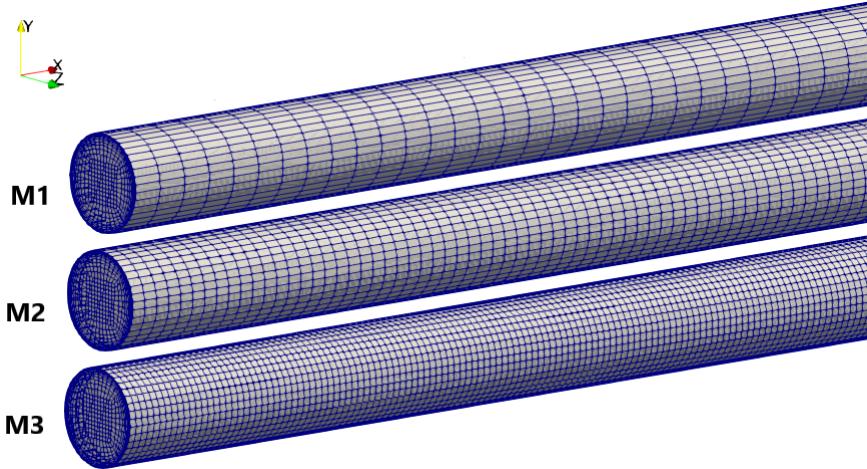


Figura 3.7: Níveis de refino axial para o estudo de convergência de malha para o tubo de maior diâmetro do caso de escoamento horizontal.

Tabela 3.11: Dados do estudo de convergência de malha (refino axial) para o escoamento horizontal (tubo de diâmetro 25,4 mm).

Malha	Elementos	yPlus (max)	yPlus (médio)
M1	155.000	4,95	2,15
M2	317.500	5,66	2,14
M3	635.000	6,33	2,13

Novamente, o refino axial foi realizado de forma a se avaliar o efeito sobre o escoamento do filme. Foi então também realizado um refino na direção radial da malha, mais uma vez levando-se em consideração o diâmetro de 25,4 mm, conforme listado na Tabela 3.12 e ilustrado na Figura 3.8.

Tabela 3.12: Dados do estudo de convergência de malha (refino radial) para o escoamento horizontal (tubo de diâmetro 25,4 mm).

Malha	Elementos	Espessura da 1 <sup>a</sup> camada	yPlus (max)	yPlus (médio)
M2	317.500	179 $\mu m$	5,66	2,14
M4	444.500	121 $\mu m$	3,23	1,28
M5	571.500	55,7 $\mu m$	0,836	0,413

### 3.5.3 Configuração das simulações

Dadas as condições operacionais de pressão atmosférica e temperatura ambiente, as propriedades usadas para os fluidos são dadas na Tabela 3.13.

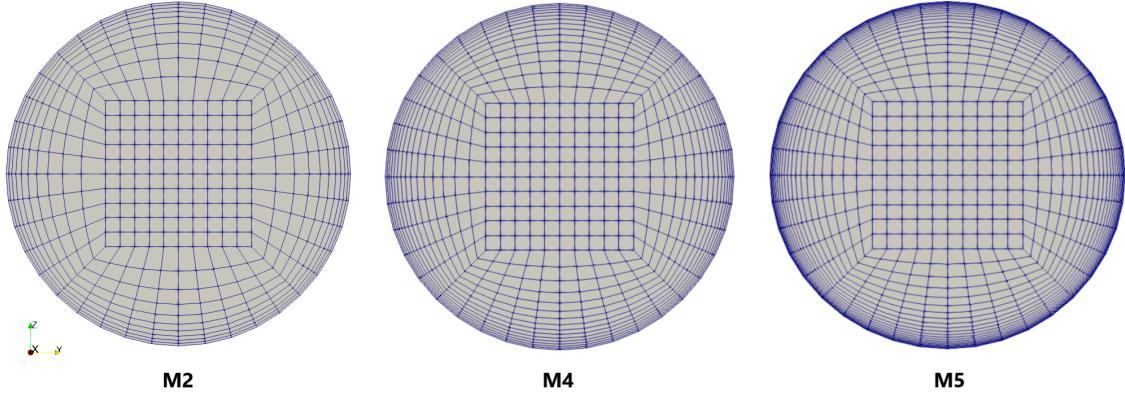


Figura 3.8: Níveis de refino radial para o estudo de convergência de malha para o tubo de maior diâmetro do caso de escoamento horizontal.

Tabela 3.13: Propriedades do ar e água empregadas nas simulações de escoamento horizontal.

$\rho_{ar}$	$1,25 \text{ kg m}^{-3}$
$\mu_{ar}$	$1,8 \times 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$
$\rho_{H2O}$	$988 \text{ kg.m}^{-3}$
$\mu_{H2O}$	$1,0 \times 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$
$\sigma$	$0,07194 \text{ N m}^{-2}$

Para cada condição da Tabela 3.10, foram utilizadas as medidas experimentais de espessura de filme média de forma a calcular as velocidades intersticiais de entrada de filme, como resumido na Tabela 3.14.

Tabela 3.14: Cálculos dos valores de entrada para o filme nas simulações de escoamento horizontal. Velocidades interscticiais calculadas por  $u_{Lx} = \frac{j_L D}{4\delta_{avg}}$ .

Caso experimental	$\delta_{avg}$ (mm)	$u_{Lx,avg}$ (m/s)
SR-A	0,152	0,355
SR-B	0,133	0,788
LR-A	0,161	0,375
LR-B	0,191	0,898

No OpenFOAM 20.06, foi utilizado o *solver annularFoam* descrito na Seção 3.3. Os esquemas numéricos e opções de *solvers* seguiram as mesmas configurações mostradas nas Tabelas 3.7, 3.8, 3.9. As condições de contorno utilizadas seguiram o mesmo padrão da Tabela 3.5, porém com as velocidades de entrada de gás dadas na Tabela 3.10 e as velocidades de filme fixas na entrada calculadas conforme Tabela 3.14. A condição inicial de espessura de filme considerou o valor da medição experimental de espessura na base do tubo (ângulo de zero graus).

Não foi utilizado o modelo *surfaceFilmModel* do OpenFOAM 5.0 e OpenFOAM Plus, uma vez que não há modelo de entranhamento nativamente implementado,

bem como as tentativas de simular escoamentos horizontais nesse modelo resultaram em divergência numérica dos campos de espessura de filme, possivelmente por inadequação do modelo de fricção interfacial implementado nativamente.

# Capítulo 4

## Resultados Parciais e Discussão

Neste capítulo são apresentados resultados das simulações do escoamento anular com modelo de filme usando para os termos de fechamento correlações existentes na literatura, conforme descrito no capítulo anterior. Os efeitos dos modelos de entranhamento são particularmente analisados, uma vez que demonstraram significativo impacto na adesão aos dados experimentais.

### 4.1 Análise do comportamento dos modelos de fechamento

Iniciando-se com uma análise do comportamento das correlações da literatura para fator de fricção interfacial e entranhamento, foram variados valores de velocidade do gás entre 20 e 70  $m/s$ , velocidades de líquido (intersticiais) entre 0 e 3  $m/s$  e espessuras de filme entre 0 e 1  $mm$ . Foram usadas propriedades físicas de água e ar calculadas em pressão atmosférica e temperatura ambiente, tal como as da Tabela 3.13. O diâmetro usado como referência para essa análise de sensibilidade foi de 5  $cm$ , não sendo alterado.

A Figura 4.1 mostra como as expressões empíricas para fator de fricção interfacial apresentadas na Seção 2.5.2 variam com a espessura de filme, enquanto a Figura 4.2 mostra a variação de  $f_i$  com a velocidade de gás no núcleo do escoamento. Verifica-se que os modelos de WALLIS [69] e WHALLEY e HEWITT [70] são os que apresentam comportamento mais estável, sendo quase coincidentes. As correlações de BELT [64] e FUKANO e FURUKAWA [74] apresentaram ordens de grandeza dissonantes dos demais modelos. No primeiro caso, espera-se essa divergência por se tratar de um modelo elaborado para paredes rugosas. No segundo caso, a correlação de FUKANO e FURUKAWA [74] possui uma dependência exponencial da espessura de filme que as demais não possuem.

Uma vez que o modelo de WALLIS [69] (Equação 2.75) com uso da Equação de

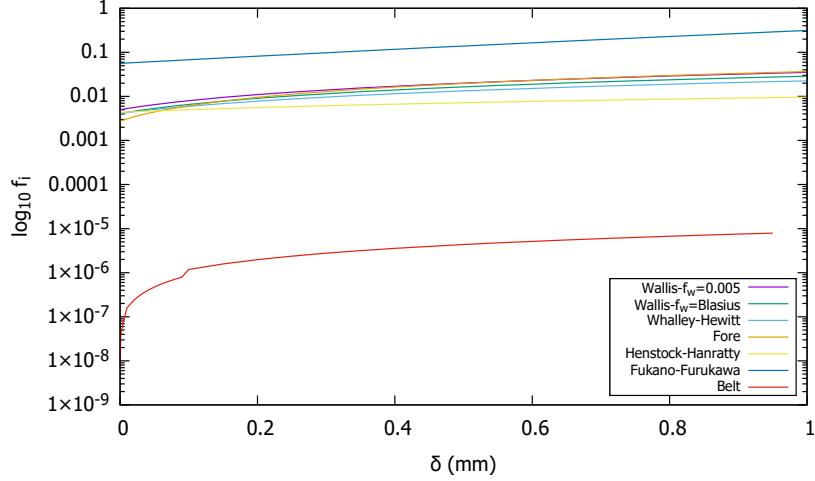


Figura 4.1: Variação de perfis de fator de fricção interfacial com a espessura de filme, fixando  $U_G = 40 \text{ m/s}$  e  $U_L = 1 \text{ m/s}$ .

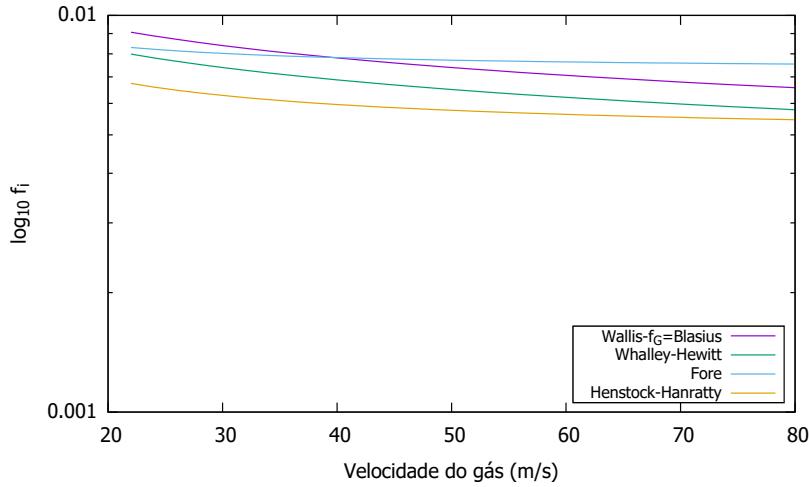


Figura 4.2: Variação de perfis de fator de fricção interfacial com a velocidade de gás, fixando  $\delta = 10^{-4} \text{ m}$  e  $U_L = 1 \text{ m/s}$ .

Blasius (Equação 2.77) apresentou bom comportamento e já foi utilizado em trabalhos na literatura como os de LI e ANGLART [34] [109] [110] [111] e CAMACHO [40], este foi escolhido para a implementação inicial no OpenFOAM. Cabe ressaltar que o *surfaceFilmModel* do OpenFOAM também possui implementado por padrão o modelo de WALLIS [69] (Equação 2.75), porém sem uso da Equação de Blasius (Equação 2.77).

Para o modelo de taxa de entranhamento, foi realizada a mesma análise englobando equações empíricas apresentadas na Seção 2.5.4. A Figura 4.3 mostra como os modelos variam com o valor da espessura de filme, para velocidades de gás e de filme fixas. É possível verificar significativa variação de ordem de grandeza das taxas previstas, o que pode afetar as simulações em CFD. Os modelos de OKAWA

et al. [45] (Equação 2.149) e KATAOKA [93] (Equação 2.161) apresentaram as menores ordens de grandeza. Ressalta-se que, como dito na Seção 2.5.4, o modelo de HEWITT e GOVAN [46] foi desenvolvido para escoamentos com evaporação de filme, enquanto o modelo de PAN e HANRATTY [91] é o único dentre os analisados desenvolvido para escoamentos horizontais.

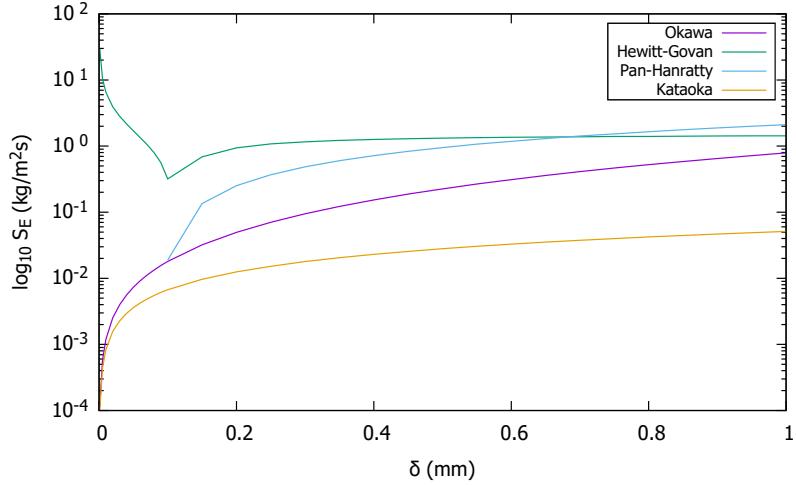


Figura 4.3: Variação de perfis de taxa de entranhamento com a espessura de filme, fixando  $U_G = 40\text{ m/s}$  e  $U_L = 1\text{ m/s}$ .

A Figura 4.4 mostra como as taxas de entranhamento variam com as velocidades de gás, enquanto a Figura 4.5 mostra como as taxas variam com a velocidade de filme. Os modelos de OKAWA [45], DE BERTODANO [92] e KATAOKA [93] mostraram as menores ordens de grandeza, o que é esperado por terem sido desenvolvidos para escoamentos verticais água-ar.

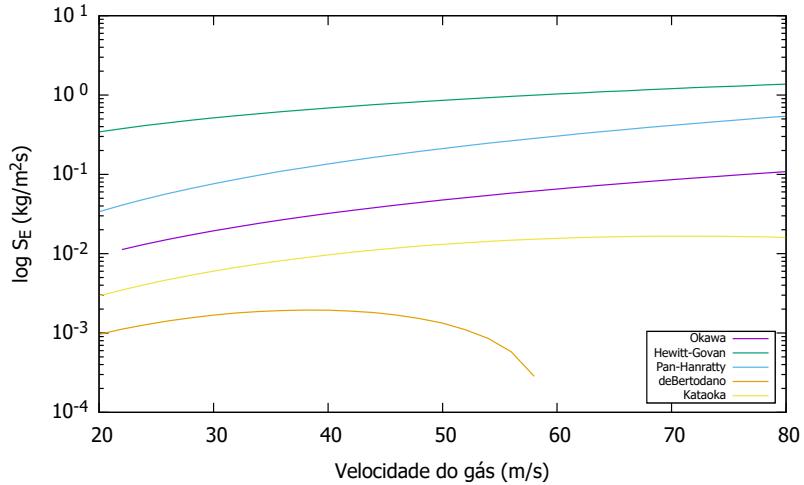


Figura 4.4: Variação de perfis de taxa de entranhamento com a velocidade de gás, fixando  $\delta = 10^{-4}\text{ m}$  e  $U_L = 1\text{ m/s}$ . Curvas com descontinuidades indicam que o modelo vai a taxa nula fora da faixa estabelecida.

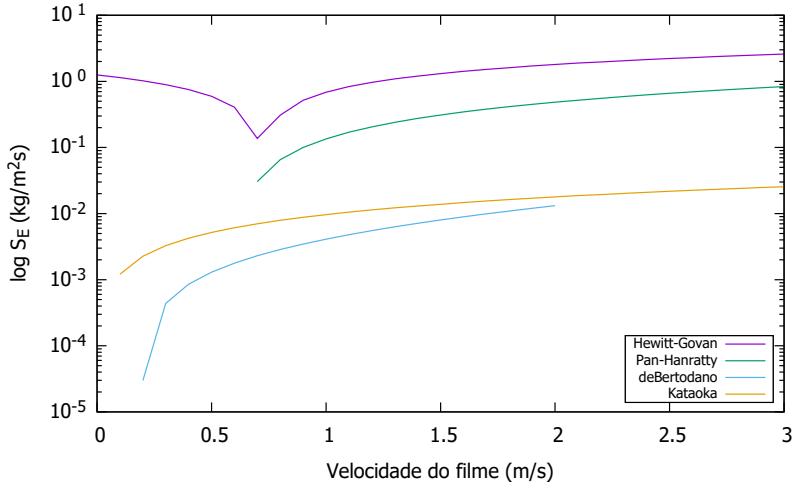


Figura 4.5: Variação de perfis de taxa de entranhamento com a velocidade de filme, fixando  $\delta = 10^{-4} \text{ m}$  e  $U_G = 40 \text{ m/s}$ .

Para os primeiros testes do *solver* desenvolvido, dessa forma, foi escolhido como referência para escoamentos verticais o modelo de entranhamento de OKAWA (Equação 2.149), uma vez que este demonstrou comportamento estável, com a vantagem de contabilizar os efeitos da força de cisalhamento interfacial. Este modelo também já foi implementado previamente por LI e ANGLART [34] [109] [110] [111] e CAMACHO [40], mostrando bons resultados em comparação a dados experimentais. Nesse modelo, a taxa de entranhamento é ativada para Reynolds de filme superiores ao valor crítico definido por ASALI et al. [54] (Equação 2.152). Já para os escoamentos horizontais, naturalmente, o modelo considerado como referência é o de PAN e HANRATTY [91]. Cabe ressaltar que o *solver annularFoam* desenvolvido permite a seleção, pelo usuário, de diferentes modelos de taxa de entranhamento implementados, sendo também possibilidades os modelos de DE BERTODANO [92] e KATAOKA [93].

## 4.2 Simulações do Escoamento Anular Vertical

### 4.2.1 Convergência de malha

O estudo de convergência de malha foi feito para a entrada de líquido a  $20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ .

Por se tratar de um escoamento vertical com alta velocidade de gás, pouca variação

X é esperada nos perfis de velocidade do gás em relação ao refino axial da malha. As Figuras 4.6 e 4.7 mostram que não houve influência do refino no perfil de velocidade do gás entre as malhas M1 a M3. Como mostra a Figura 4.8, o escoamento de filme é afetado pelo refino axial da malha, tornando-se oscilatório na malha mais refinada. Isso ocorre pois não foi realizada, nessa etapa preliminar, a convergência do número

 de parcelas e do passo de tempo das partículas Lagrangeanas. Dessa forma, a malha M2 foi selecionada como referência para a análise do refino radial.

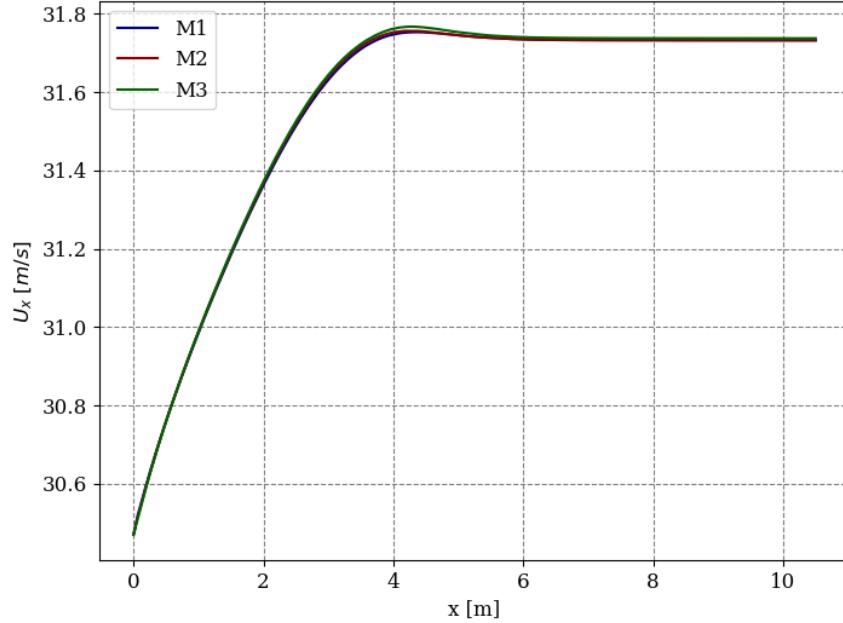


Figura 4.6: Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo do comprimento com o refino da malha do escoamento vertical conforme dados da Tabela 3.2.

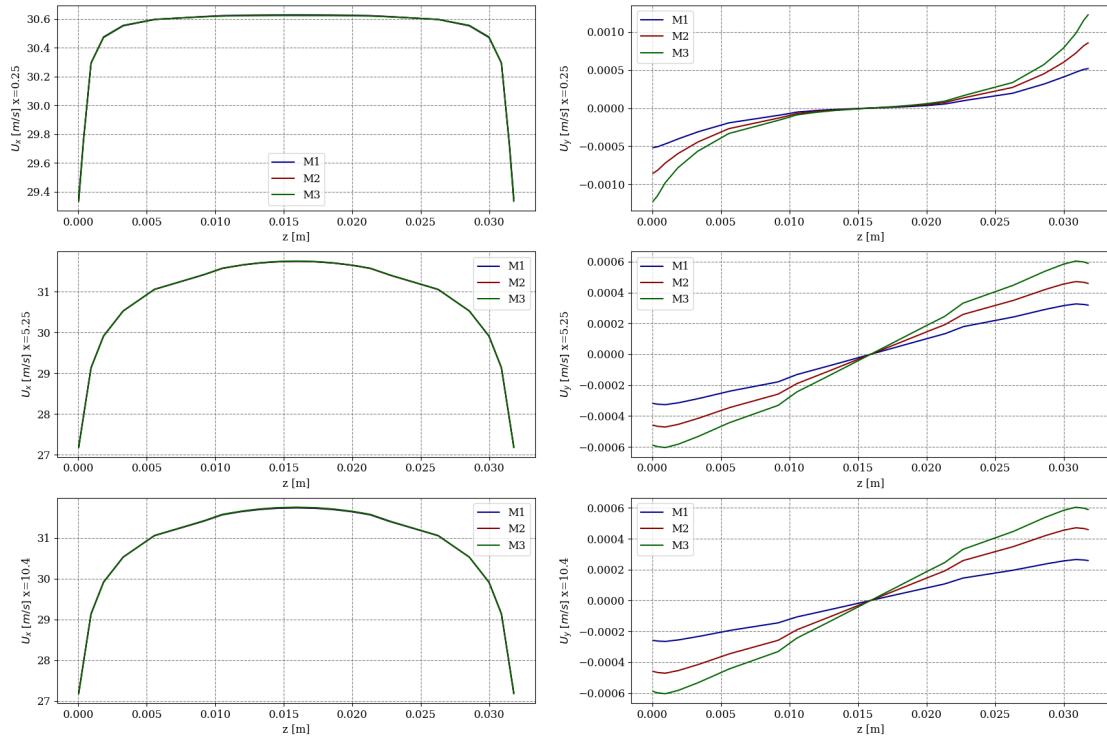


Figura 4.7: Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo do diâmetro com o refino da malha do escoamento vertical conforme dados da Tabela 3.2.

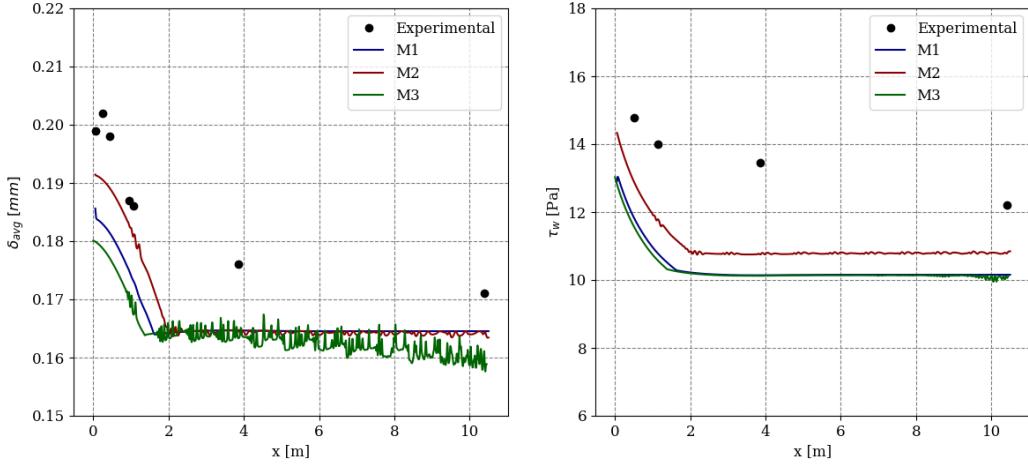


Figura 4.8: Variação de perfis de espessura de filme líquido e cisalhamento na parede ao longo do tubo com o refino axial da malha do escoamento vertical a  $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$  conforme dados da Tabela 3.2.

Para o refino da malha na direção radial, assim como para o escoamento do gás, não foi observada convergência dos perfis de espessura de filme e cisalhamento na parede para uma mesma curva. Cada refino na radial gerou um novo deslocamento nas curvas, mantendo-se apenas as formas. A Figura 4.9 mostra as comparações entre as malhas descritas na Tabela 3.3. Mais uma vez, as malhas mais refinadas geraram efeitos oscilatórios devido à falta de convergência do número de parcelas do modelo Lagrangeano, bem como do passo de tempo da injeção de partículas. Dessa forma, para se proceder com as análises preliminares da modelagem e por ter sido o perfil mais qualitativamente próximo dos dados experimentais, a malha M2 foi selecionada para as análises seguintes.

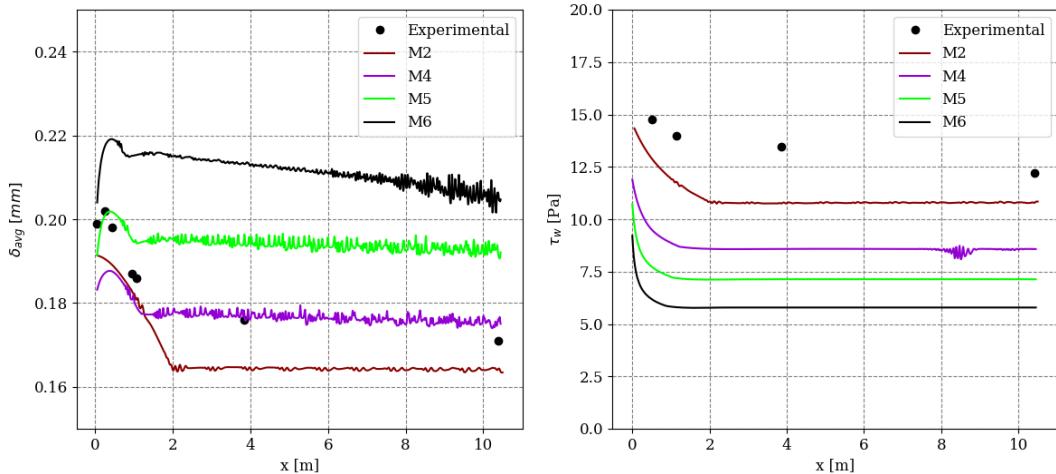


Figura 4.9: Variação de perfis de espessura de filme líquido e cisalhamento na parede ao longo do tubo com o refino radial da malha do escoamento vertical a  $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$  conforme dados da Tabela 3.3.

#### 4.2.2 Caso laminar - sem entranhamento

Os primeiros testes envolveram o menor fluxo de massa de líquido testado por WOLF et al. [12], equivalente a  $10\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$ . De acordo com CIONCOLINI et al. [14] para análise do regime de escoamento apresentada na Seção 3.2.2, temos:

$$Re_L = \frac{G_L D}{\mu_L} = 318$$

$$\delta^+ = 0,6246 Re_L^{0,5244} = 12,8$$

O valor de  $\delta^+$  encontra-se na região de transição, porém próximo ao limite inferior de 9, abaixo do qual o escoamento do filme é laminar, sendo a aproximação para laminar razoável. Ao mesmo tempo, o valor do número de Reynolds do filme se encontra abaixo do limite crítico de OKAWA et al. [45] para ativação do entranhamento, conforme discutido anteriormente.

Os resultados das simulações no OpenFOAM são mostrados na Figura 4.10. Para comparação, são também exibidos resultados obtidos por JUNIOR [119] para a simulação dos mesmos dados experimentais usando o EWF do ANSYS Fluent, com a inclusão do termo de cisalhamento interfacial (Equações 2.74 e 2.78) via *User Defined Function* (UDF). Em geral, o comportamento do filme exibe uma redução inicial da espessura, por ação do cisalhamento exercido pelo gás, seguido de uma estabilização com o alcance de um escomento desenvolvido. Verifica-se que o perfil obtido no *solver annularFoam* desenvolvido no OpenFOAM 20.06 foi o que mais se adequou aos dados experimentais, chegando a uma boa predição da variação da espessura média do filme ao longo do domínio. Em uma análise dos efeitos de cada termo da equação do movimento nos resultados, verificou-se que a ação da gravidade e da tensão interfacial são as principais responsáveis pela geração do perfil observado. O efeito da gravidade gera uma espessura de filme maior na base do tubo enquanto a tensão de cisalhamento interfacial determina com que intensidade o líquido será arrastado pelo gás, gerando uma redução da espessura de entrada. Esse efeito é melhor capturado no *annularFoam*.

Comparando os perfis axiais da velocidade do filme líquido obtidos em todas as simulações, percebe-se que o Fluent possui magnitudes do vetor velocidade consideravelmente menores que as obtidas pelo OpenFOAM (Figura 4.11).

Uma vez que há medições experimentais da tensão de cisalhamento na parede, foi também realizada uma comparação dos resultados do OpenFOAM com os dados experimentais de forma a verificar se a hipótese de escoamento laminar para obtenção da expressão do vetor  $\tau_w$  é válida. O Fluent não disponibiliza as tensões de cisalhamento diretamente para pós-processamento, logo foram utilizados os dados de espessura de filme e velocidade para estimar o valor da magnitude de  $\tau_w$  por meio

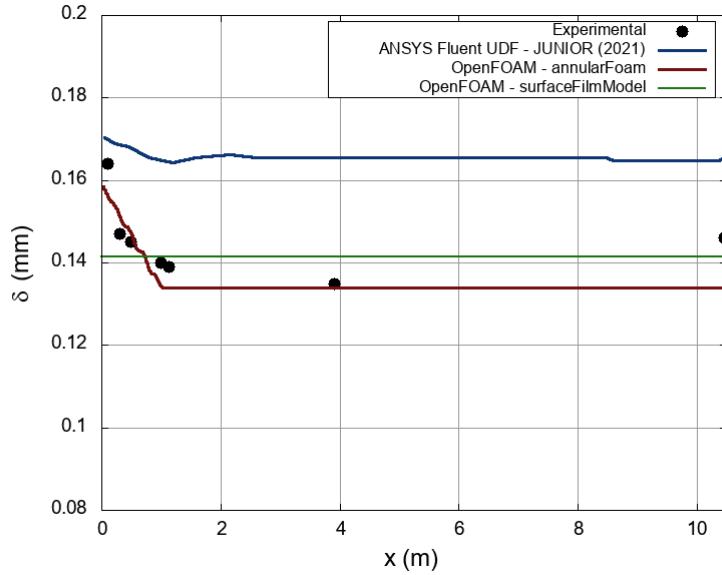


Figura 4.10: Resultados de perfil de espessura de filme para o escoamento vertical com  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 10 \text{ kg/m}^2\text{s}$ .

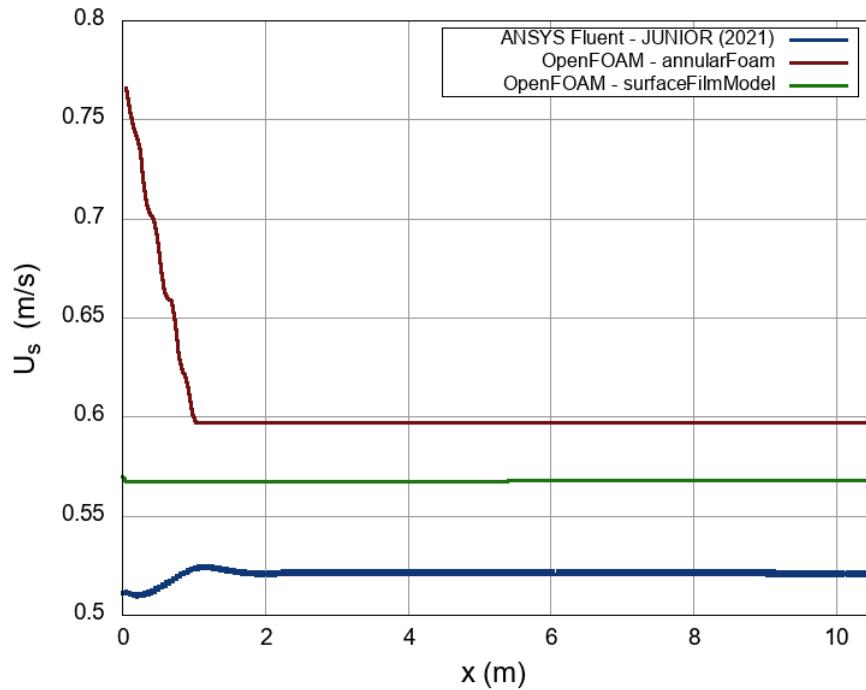


Figura 4.11: Resultados de perfil de magnitude da velocidade do filme líquido para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 10 \text{ kg/m}^2\text{s}$

do valor de  $3\mu L|\mathbf{u}_s|/\delta$  (hipótese de perfil laminar nativamente empregada no Fluent, conforme Equação 3.87), como mostrado na Figura 4.12. Os testes mostraram, para o caso sem entranhamento no OpenFOAM, valores superestimados de tensão de cisalhamento. Porém, cabe ressaltar que essas simulações foram realizadas com desacoplamento entre o escoamento do gás e do líquido, utilizando-se no gás uma

condição de deslizamento nas paredes. Isso implica que o efeito do escoamento de líquido nas paredes não foi contabilizado no perfil de velocidade da fase gás, levando a uma representação imprecisa do atrito do gás com a interface, o que se propaga para a estimativa de  $\tau_w$ . Isso não ocorre no Fluent, onde as simulações de gás e filme são acopladas no EWF.

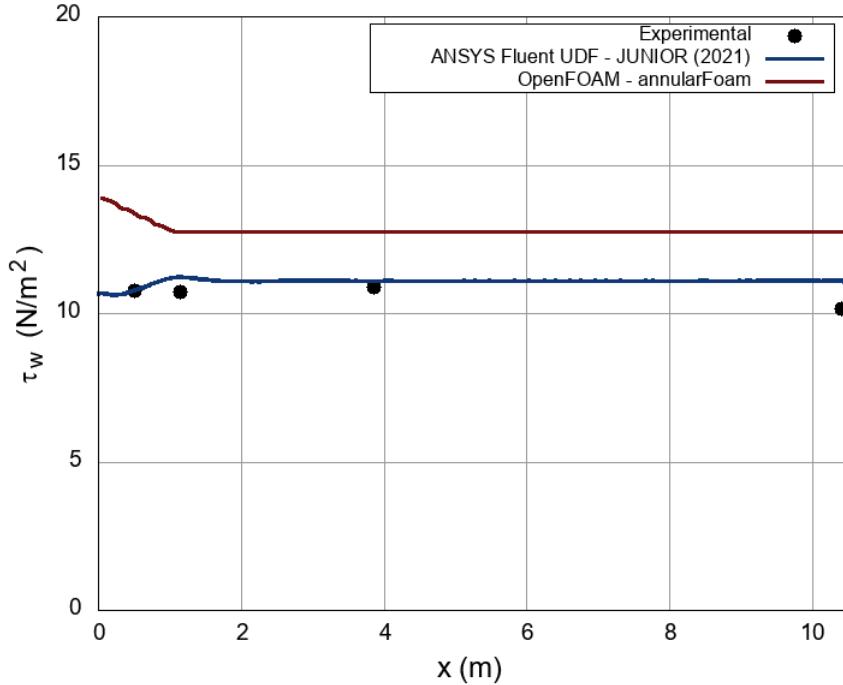


Figura 4.12: Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na parede para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 10 \text{ kg/m}^2\text{s}$

Outra limitação dos modelos de filme bidimensional nativos, resultante desse tratamento simplificado do cisalhamento com a parede, é a predição do gradiente de pressão. No OpenFOAM, o campo de pressão do gás não é afetado pela presença do filme e o campo de pressão do filme dado pela equação 2.62 não exibe alterações significativas em relação à pressão do gás, uma vez que os termos relativos ao efeito da componente normal da gravidade e à capilaridade possuem baixa magnitude. Isso muda para um caso com deposição, em que a contribuição da componente normal da quantidade de movimento recebida das partículas incidentes é contabilizada no termo de pressão do filme. No Fluent, mesmo com o acoplamento entre o filme e gás via condição de contorno de parede, as variações de pressão no domínio ainda não refletem as medições experimentais. Usando a Equação 3.66 para converter os dados experimentais de gradiente de pressão em um campo de  $\tau_i$ , nota-se que, tanto no OpenFOAM quanto Fluent, o campo de cisalhamento interfacial na parede, que age como resistência ao escoamento do gás, não é corretamente estimado, como mostra a Figura 4.13.

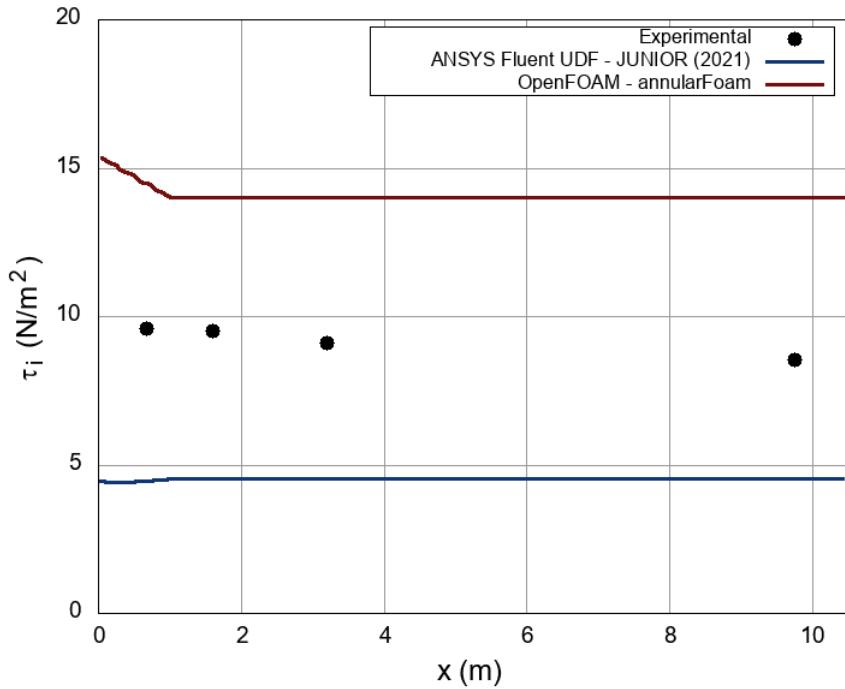


Figura 4.13: Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na interface para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 10 \text{ kg/m}^2\text{s}$

#### 4.2.3 Caso turbulento - com entranhamento

Para avaliar o efeito do entranhamento de gotas, foram realizadas simulações nas condições de 20, 40 e 100  $\text{kg/m}^2\text{s}$ . A classificação desses escoamentos pelos critérios de CIONCOLINI et al. [14] é resumida na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Classificação dos regimes de escoamento do filme para os casos simulados conforme CIONCOLINI et al. [14]

$G_L$	$Re_L$	$\delta^+$	Classificação
20	636	$0,6246 Re_L^{0,5244} = 18,4$	transição
40	1272	$0,6246 Re_L^{0,5244} = 26,5$	transição
100	3180	$0,03221 Re_L^{0,8982} = 45,1$	turbulento

Nessas condições, espera-se a formação de ondas de perturbação no escoamento anular, que causam o entranhamento [45]. Consequentemente, espera-se observar também a deposição de gotas entranhadas, cuja taxa deve se igualar à de entranhamento em um escoamento completamente desenvolvido. Dessa forma, o *surfaceFilmModel* do OpenFOAM Plus não foi mais utilizado daqui em diante, por não haver modelo de entranhamento implementado, focando-se no solver *annularFoam* desenvolvido no OpenFOAM 20.06.

Realizando as simulações no OpenFOAM, foram obtidos os resultados mostrados na Figura 4.14 para os perfis de espessura de filme a um fluxo de líquido de  $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . O solver desenvolvido no OpenFOAM exibiu perfil próximo dos

resultados experimentais, sendo capaz de modelar o arrasto de filme pelo gás simultaneamente ao entranhamento e deposição de gotas. Porém, observa-se que a espessura perto da entrada foi superestimada e que o decaimento da espessura após 1 m de escoamento é menos amortecido do que no resultado experimental. Como verificado por JUNIOR [119], a simulação do escoamento com fluxo de líquido de  $20 \text{ kg/m}^2\text{s}$  não apresentou resultados satisfatórios no ANSYS Fluent devido à limitação de imposição de condições de contorno no EWF, não sendo possível garantir os campos de tensão interfacial necessários para promover o escoamento de filme no sentido ascendente.

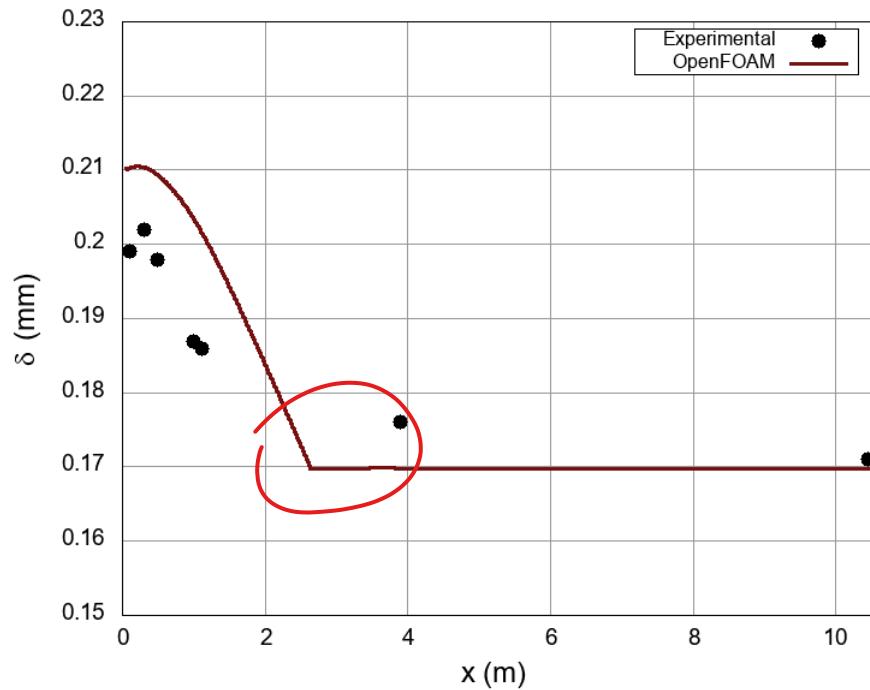


Figura 4.14: Resultados de perfil de espessura de filme líquido para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ .

A Figura 4.15 mostra os perfis da força de tensão cisalhante na parede em comparação aos dados experimentais para o fluxo de filme de  $20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . Nota-se uma maior aproximação dos campos obtidos na simulação do OpenFOAM ao resultado experimental, inclusive capturando a tendência da curva. No entanto, a queda de pressão no domínio ainda não é capturada pela simulação CFD diretamente no campo de pressão. As previsões de  $\tau_i$  também apresentam desvios em relação aos dados experimentais calculados a partir das medições de queda de pressão, como mostra a Figura 4.16.

Para o fluxo de filme de  $40 \text{ kg/m}^2\text{s}$ , no qual a taxa de entranhamento se torna mais pronunciada, começa a se observar maior falha no modelo do OpenFOAM em prever o perfil de espessura de filme, como mostra a Figura 4.17. Nesse ponto, as deficiências do modelo de filme bidimensional implementado começam a ficar mais

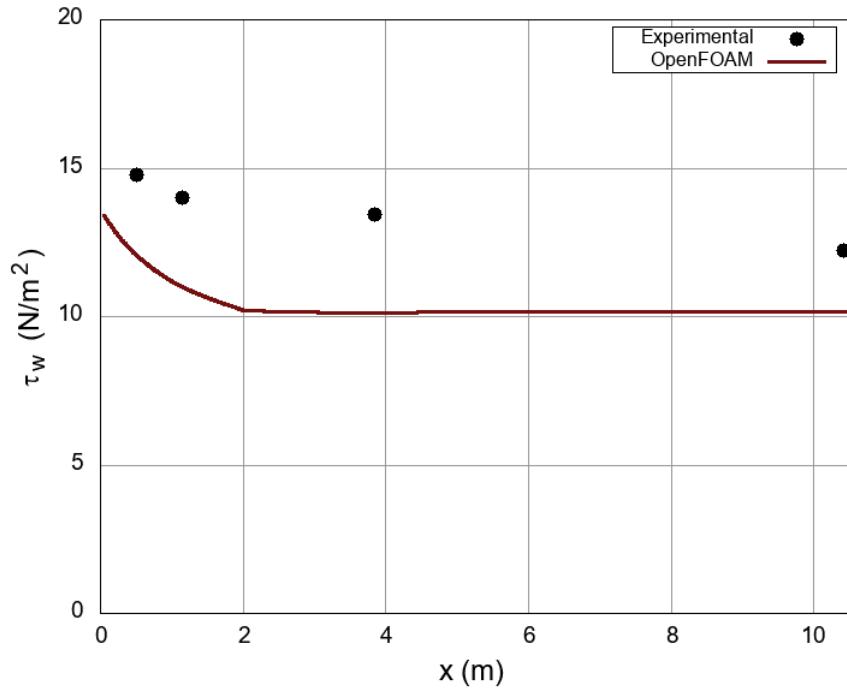


Figura 4.15: Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na parede para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$

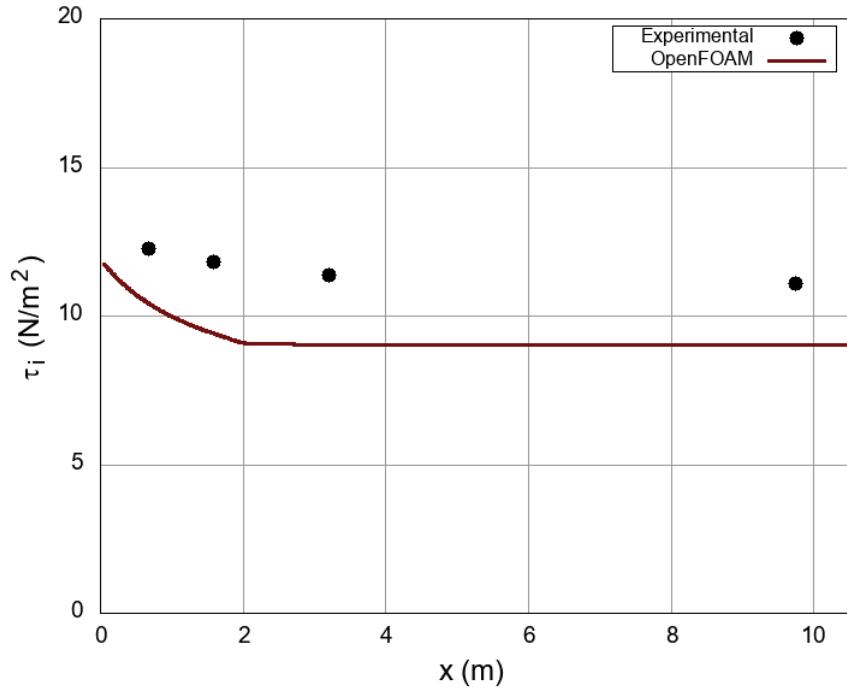


Figura 4.16: Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na interface para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$

perceptíveis, no que tange à simplificação da condição de contorno da interface gás-líquido que considerou deslizamento do gás sobre a parede, como discutido na Seção 2.4. O efeito inicial de perda de massa no OpenFOAM é atenuado nos primeiros

centímetros do tubo, possivelmente por efeito da deposição, a qual também causa oscilações nas espessuras médias, como visto na Figura 4.17, devido ao baixo número de parcelas Lagrangeanas geradas para injeção.

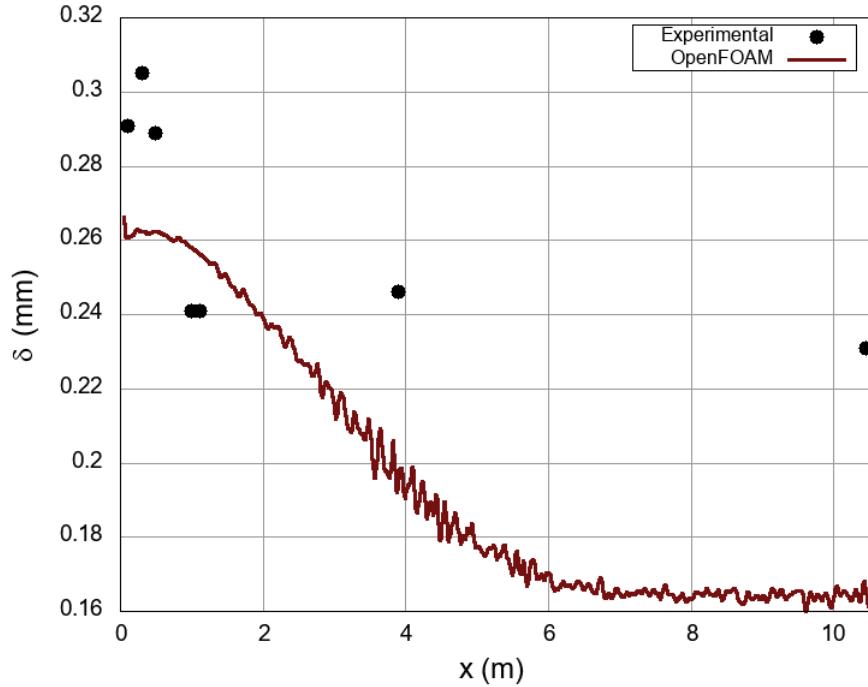


Figura 4.17: Resultados de perfil de espessura de filme líquido para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 40 \text{ kg/m}^2\text{s}$

A Figura 4.18 mostra os perfis da força de tensão cisalhante na parede em comparação aos dados experimentais para o fluxo de filme de  $40 \text{ kg/m}^2\text{s}$ . Diferente do que foi observado para a espessura de filme, as tensões de cisalhamento na parede tornam-se melhor ajustadas aos dados experimentais para esse aumento de vazão. Porém, ao se observar o perfil de força de tensão cisalhante na interface (Figura 4.19), nota-se novamente um desvio similar ao observado para a espessura de filme.

Por fim, foi testado o fluxo de filme de  $100 \text{ kg/m}^2\text{s}$ , caracterizando um escoamento turbulento. Os perfis de espessura de filme são mostrados na Figura 4.20. A espessura de filme prevista pelo OpenFOAM apresenta uma queda abrupta inicial, seguida de um decaimento mais suavizado ao longo do escoamento, prevendo, porém, perda de massa pelo filme superior à experimental.

Pode-se também questionar a aplicabilidade do perfil de velocidade quadrático para a obtenção da tensão de cisalhamento na parede, porém a comparação de  $\tau_w$  obtido no OpenFOAM com os dados experimentais mostrou boa aderência em termos de forma da curva, conforme Figura 4.21, apesar de, quantitativamente, os erros serem altos. Tal comportamento é o mesmo observado na variação de  $\tau_i$ , conforme Figura 4.22.

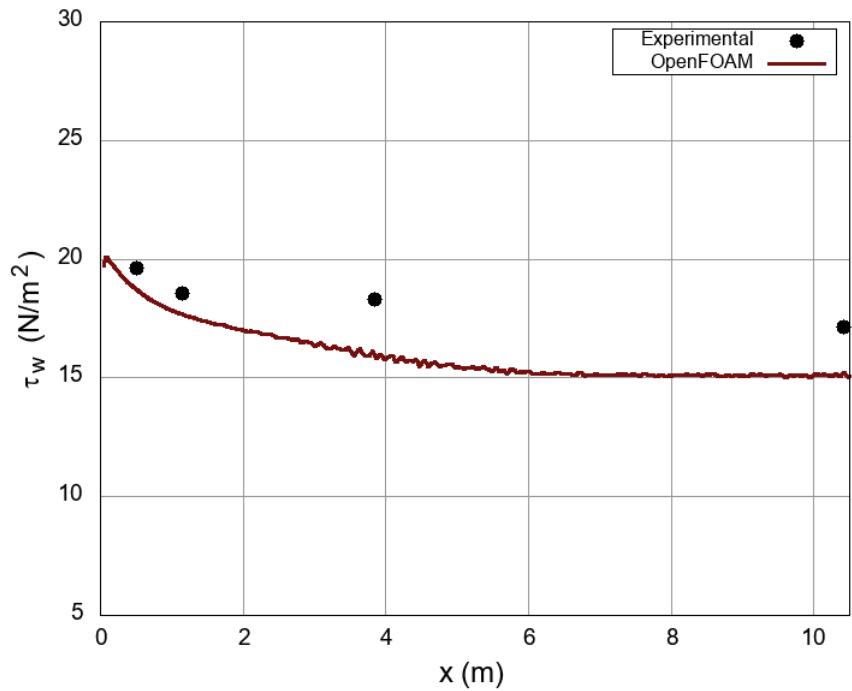


Figura 4.18: Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na parede para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 40 \text{ kg/m}^2\text{s}$

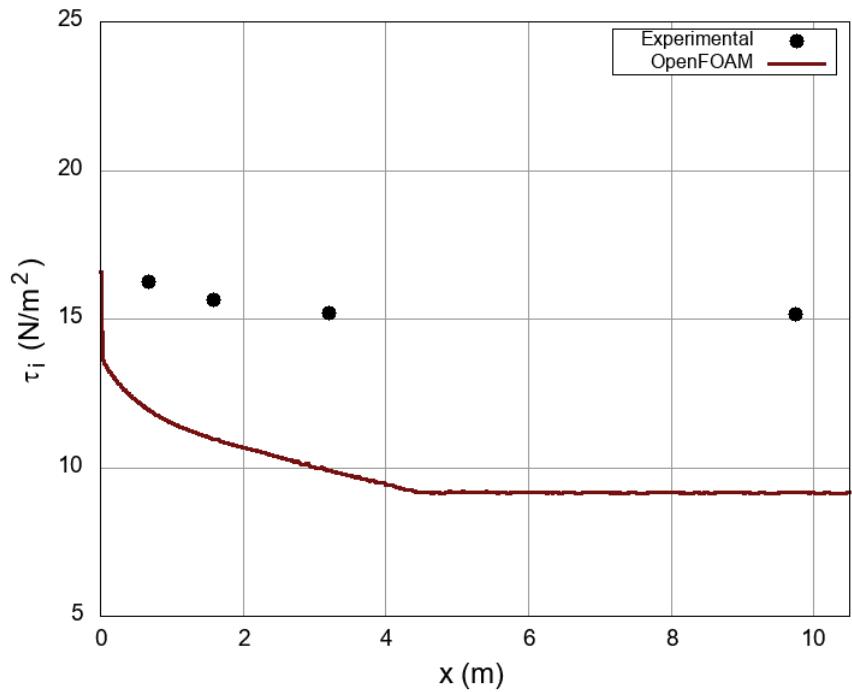


Figura 4.19: Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na interface para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 40 \text{ kg/m}^2\text{s}$

Os resultados preliminares demonstram que o modelo de filme bidimensional necessita de ajustes para melhor descrever o escoamento anular vertical, principalmente em relação à influência da vazão de entrada de líquido na distribuição espacial

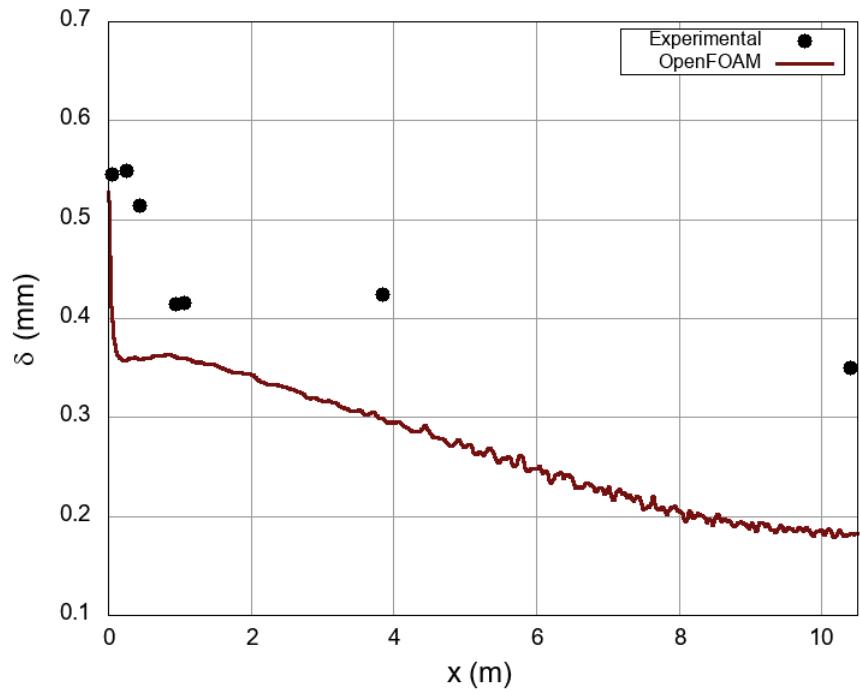


Figura 4.20: Resultados de perfil de espessura de filme líquido para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 100 \text{ kg/m}^2\text{s}$

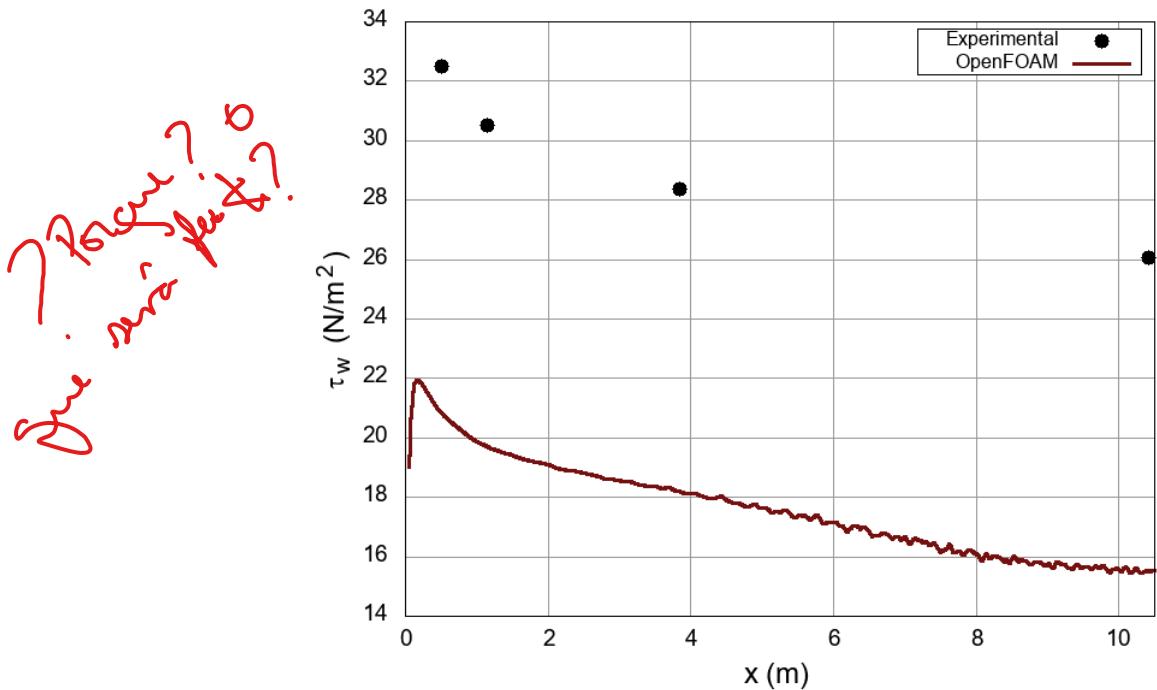


Figura 4.21: Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na parede para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 100 \text{ kg/m}^2\text{s}$  ao longo da direção do escoamento

de filme, sendo também afetados o cisalhamento e a taxa de transferência de massa entre as fases. Até então, a implementação nativa do ANSYS Fluent demonstrou previsões menos precisas que o OpenFOAM, porém sua modelagem ainda pode ser

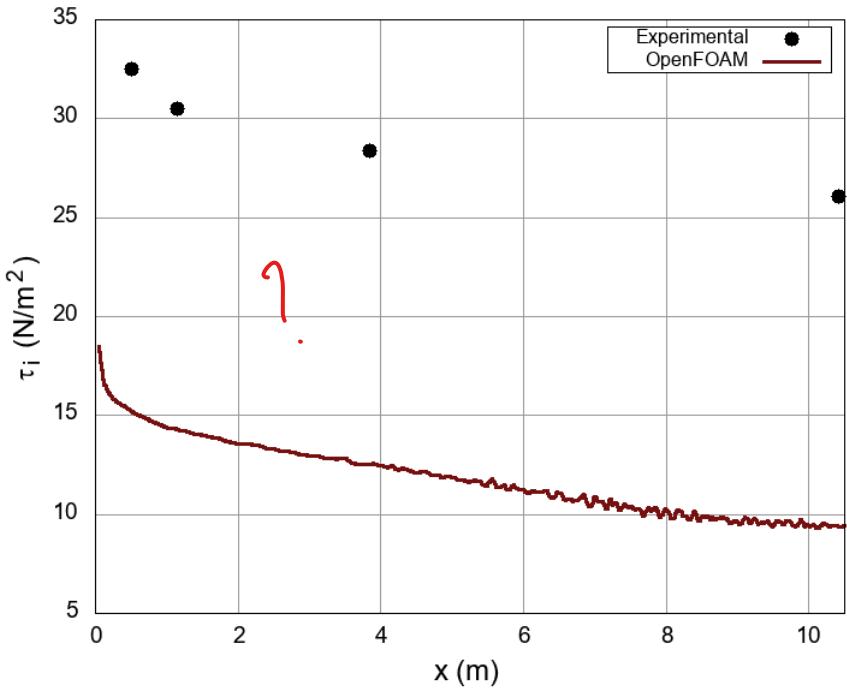


Figura 4.22: Resultados de perfil de força de tensão de cisalhamento na interface para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 100 \text{ kg/m}^2\text{s}$  ao longo da direção do escoamento

complementada com *User Defined Functions* (UDF) para termos fonte definidos pelo usuário, ainda que permitindo significativamente menos alteração do código fonte em comparação ao OpenFOAM.

#### 4.2.4 Efeito do modelo de fator de fricção

Para o caso em que  $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ , foram comparados os resultados de espessura de filme para diferentes modelos de fator de fricção interfacial entre os apresentados na Seção 2.5.2, fixando-se o modelo de entranhamento de OKAWA et al. [45], que é dependente de  $f_i$ . O resultado é mostrado na Figura 4.23. Para os dados experimentais em questão, os modelos de WALLIS [69] (Equação 2.78) e HENSTOCK e HANRATTY [73] (Equação 2.82) foram os que melhor descreveram o perfil de espessura de filme ao longo do tubo. No entanto, para maiores vazões de filme, as simulações com o modelo de HENSTOCK e HANRATTY [73] não demonstraram convergência, diferentemente do modelo de WALLIS [69]. Nota-se que esse modelo, assim como o de FORE (Equação 2.80), induziram um forte comportamento oscilatório na espessura de filme em comparação ao observado com o modelo de WALLIS, oscilações essas que possivelmente são relacionadas à deposição de partículas.

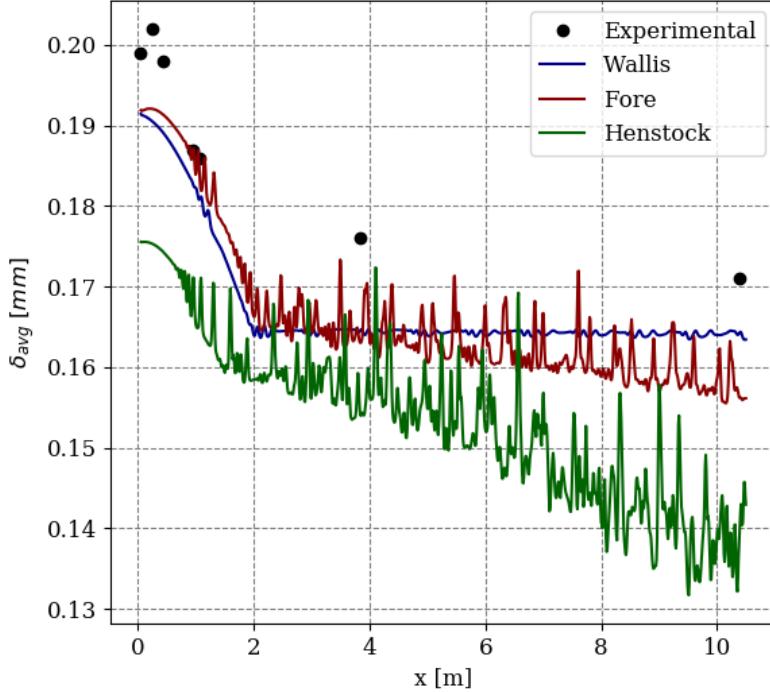


Figura 4.23: Resultados da comparação do perfil de espessura de filme líquido para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$  com diferentes modelos de fator de fricção interfacial.

#### 4.2.5 Efeito do modelo de entranhamento

Novamente para  $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ , foram comparados os resultados de espessura de filme para diferentes modelos de taxa de entranhamento entre os apresentados na Seção 2.5.4, fixando-se o modelo de fator de fricção interfacial de WALLIS [69]. A Figura 4.24 mostra os resultados obtidos. O modelo de OKAWA [45] (Equação 2.149), único que contém dependência do fator de fricção interfacial, foi o que melhor se ajustou aos dados experimentais. Os demais modelos previram perdas de massa mais significativas antes que o filme atingisse um escoamento desenvolvido, perdas essas que não foram compensadas pela deposição. Nota-se ainda que o modelo de BERTODANO [92] (Equação 2.156) chegou ao valor estável de espessura de filme (sem mais variação espacial) logo no início do domínio, tendo sido atingida uma taxa de entranhamento nula rapidamente.

#### 4.2.6 Efeito do perfil de velocidade do filme

Os diferentes perfis de velocidade implementados no `annularFoam` foram comparados para o caso de fluxo de líquido de  $20 \text{ kg/m}^2\text{s}$ , com o modelo de fricção de WALLIS [69] e entranhamento de OKAWA [45], conforme demonstrado na Figura 4.25. No perfil linear, que iguala as velocidades do gás e do líquido na interface como demonstrado na Seção 3.2.2, a espessura calculada na entrada para a vazão forne-

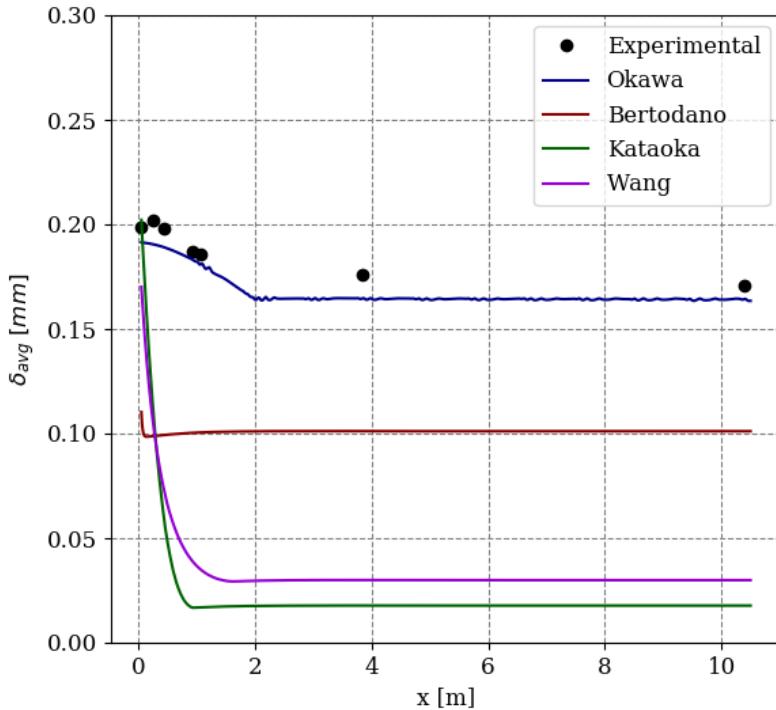


Figura 4.24: Resultados da comparação do perfil de espessura de filme líquido para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$  com diferentes modelos de entranhamento.

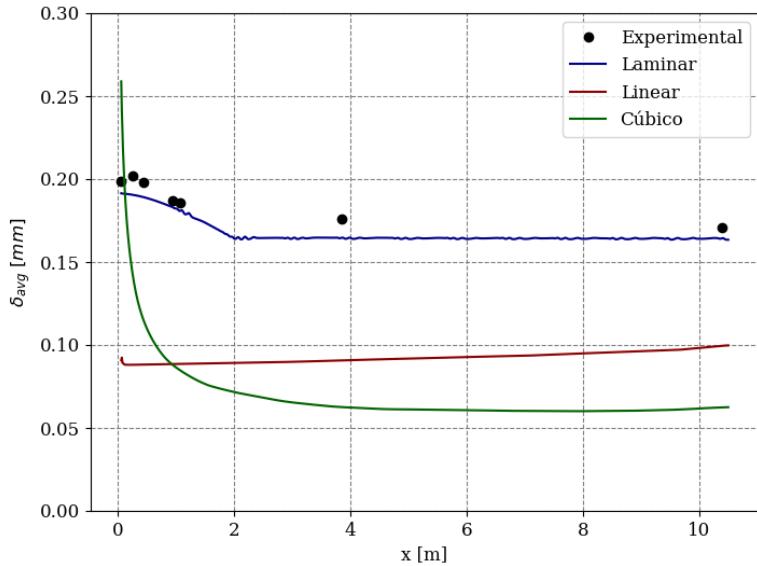
cida foi significativamente superior ao valor experimental com uma queda acentuada no começo do domínio. Ao longo da direção axial, no entanto, a ausência do efeito do cisalhamento do gás causou um aumento da espessura. Já para o perfil cúbico, a mesma superestimação da entrada foi observada, porém o decaimento da espessura exibiu uma tendência diferente da experimental. Ressalta-se que foi usada, na implementação do perfil cúbico, a Equação 3.96 para obtenção de  $\tau_w$ .

## 4.3 Simulações do Escoamento Anular Horizontal

Para os dados experimentais de SHEDD e NEWELL [13], não foi informado o intervalo de tempo após a injeção dos fluidos no qual foi realizada a medição da espessura de filme. Assim, para as simulações realizadas, foi realizada uma simulação transitória no OpenFOAM até que não mais se observasse variação nas médias temporais dos campos.

### 4.3.1 Convergência de malha

A comparação das malhas descritas na Tabela 3.11 para o caso LR-A da Tabela 3.10 é mostrada nas Figuras 4.26 a 4.29. A variação axial de velocidade do gás possui discrepâncias entre as malhas na região próxima à entrada, porém o escoamento de filme nessa região não é analisada nos dados experimentais. As Figuras 4.28 e 4.29



*Qual a diferença entre Laminar e Linear?*

Figura 4.25: Resultados da comparação do perfil de espessura de filme líquido para  $G_G = 71 \text{ kg/m}^2\text{s}$  e  $G_L = 20 \text{ kg/m}^2\text{s}$  com diferentes modelos de perfil de velocidade do filme

mostram que a malha M3 teve comportamento levemente distinto das demais em termos de variação na direção angular, porém em nenhum dos casos não foi possível reproduzir o comportamento experimental. Dessa forma, a malha M2 foi selecionada para as análises seguintes no OpenFOAM, sendo uma malha intermediária em termos de custo computacional.

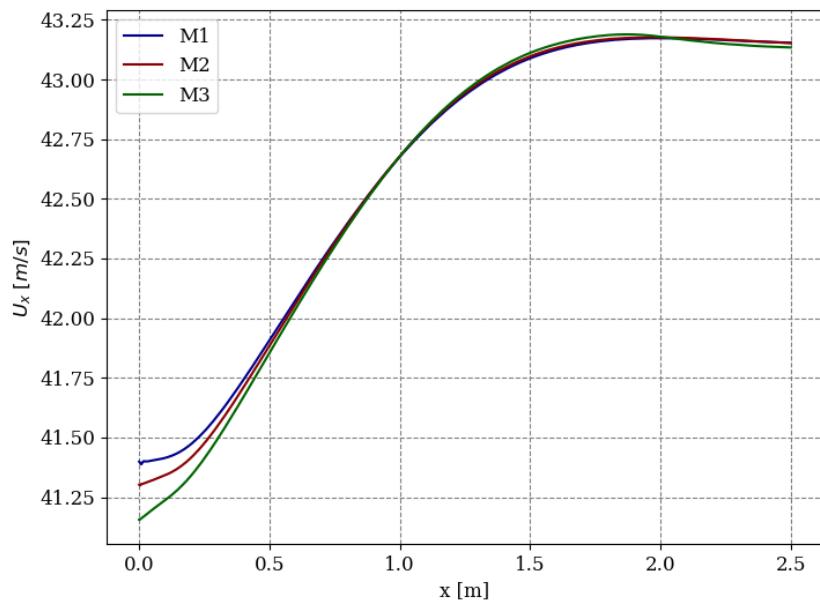


Figura 4.26: Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo do comprimento com o refino da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A, conforme Tabela 3.11.

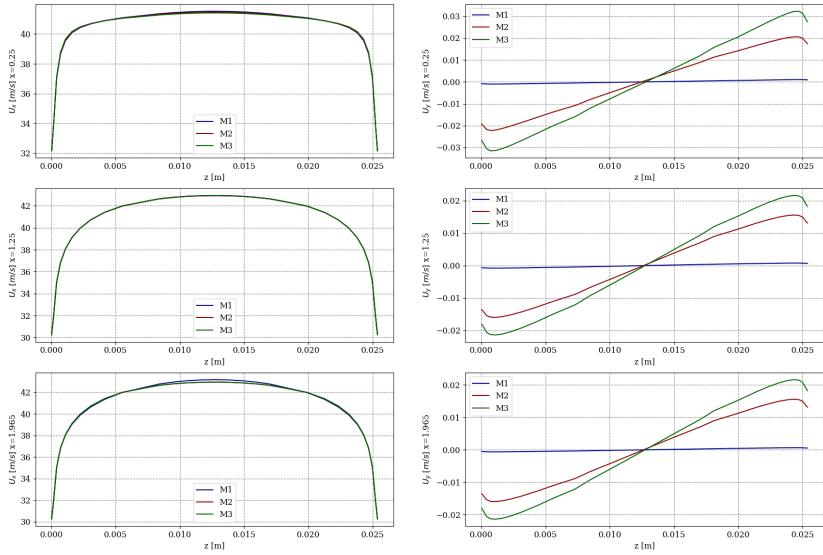


Figura 4.27: Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo do diâmetro com o refino da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A, conforme Tabela 3.11.

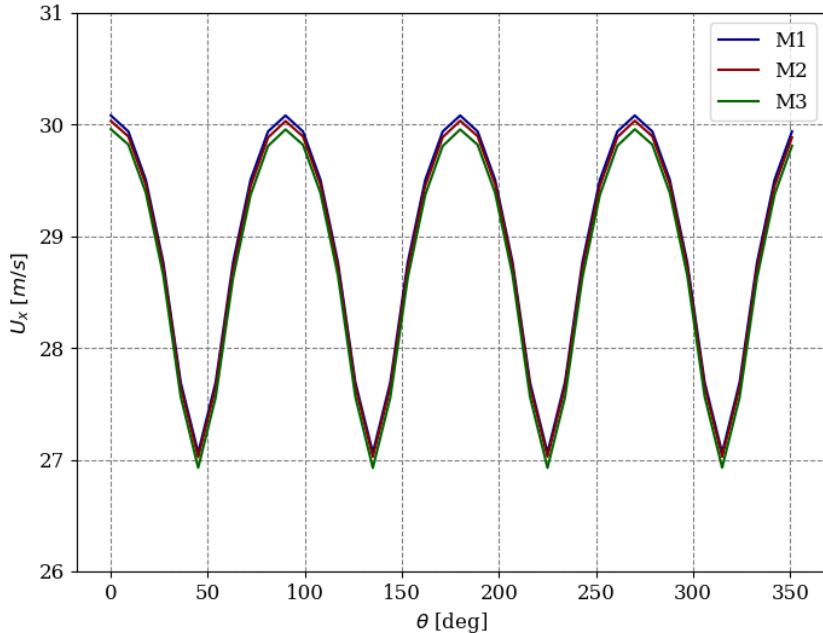


Figura 4.28: Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo da circunferência com o refino da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A, conforme Tabela 3.11.

Com o refino da malha na direção radial, mais uma vez não pôde ser observada tendência de convergência das malhas em relação ao escoamento de gás, enquanto que, para o escoamento de filme, pouca variação foi observada, vide Figura 4.29.

Os resultados indicam que o modelo atual não é capaz de capturar a variação, na direção angular, do efeito do cisalhamento de gás sobre o filme. Nas simulações com

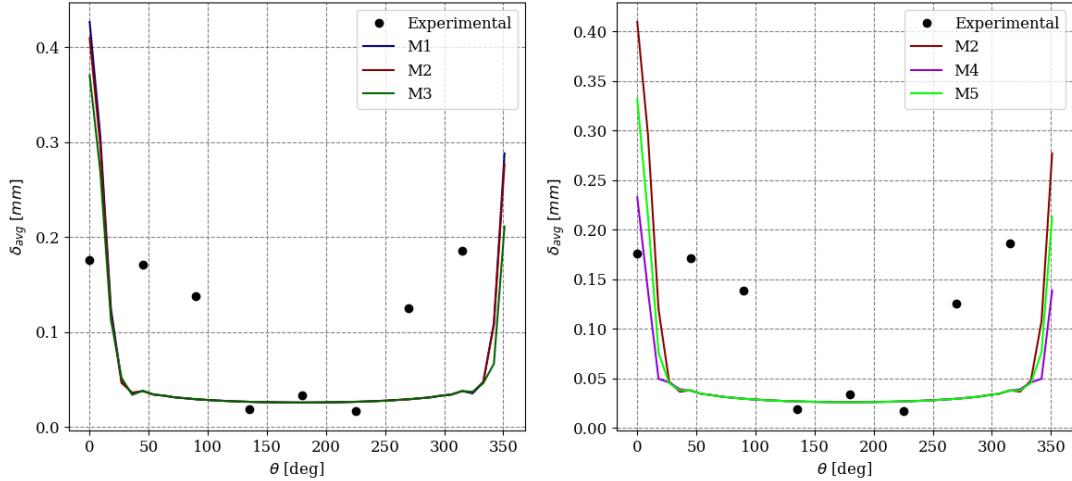


Figura 4.29: Variação de perfis de espessura de filme líquido ao longo da circunferência com o refino axial (à esquerda) e radial (à direita) da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A.

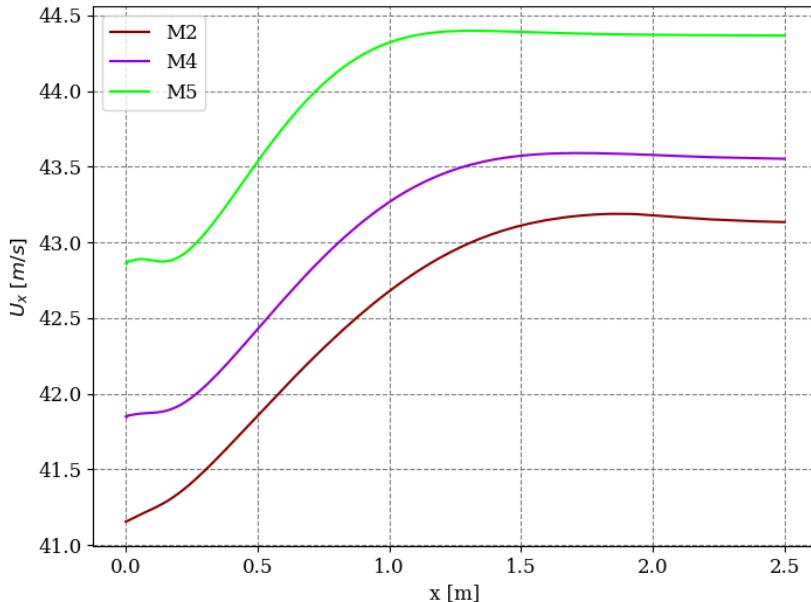


Figura 4.30: Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo do comprimento com o refino radial da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A conforme Tabela 3.12.

modelo de filme, o efeito da gravidade se mostra dominante e tende a concentrar a vazão de líquido na base do tubo (ângulos próximos de  $0/360^\circ$ ), enquanto os dados experimentais mostram maior distribuição da vazão de filme ao longo da direção angular, com a espessura se reduzindo apenas após o ângulo de  $90^\circ$  em relação à base para o caso LR-A. Esse comportamento será também observado nas simulações dos demais casos, como será visto a seguir.

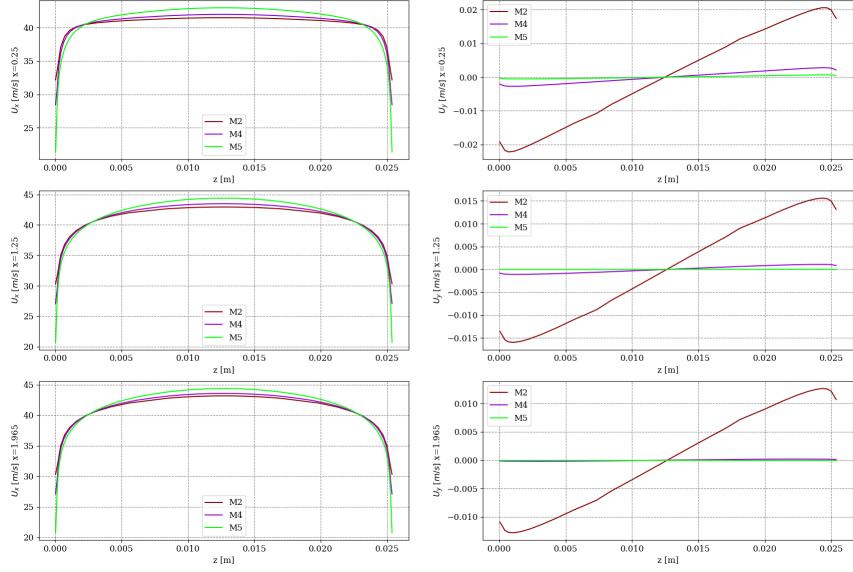


Figura 4.31: Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo do diâmetro com o refino radial da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A conforme Tabela 3.12.

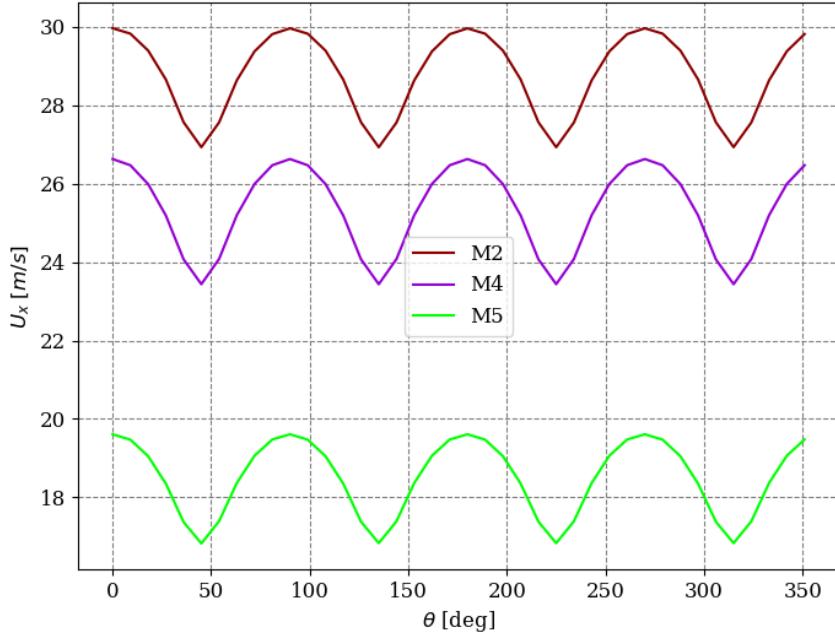


Figura 4.32: Variação de perfis de velocidade axial do gás ao longo da circunferência com o refino axial da malha do escoamento horizontal para o caso LR-A conforme Tabela 3.12.

### 4.3.2 Efeito dos modelos de fator de fricção e entranhamento

Ainda analisando o caso LR-A (maior diâmetro especificamente e maior vazão de gás, vide Tabela 3.10), o modelo de fator de fricção interfacial usado mostrou influência no valor máximo de espessura de filme, conforme demonstrado na Figura 4.33, sem afetar as demais posições angulares. Foram testados os modelos de WALLIS [69]

(Equação 2.78) e FORE et al. [71] (Equação 2.80). Mesmo com o uso do modelo de PAN e HANRATTY [91] (Equação 2.150) elaborado para a taxa de entranhamento de escoamentos horizontais, apenas a espessura próxima à base do tubo (ângulo de  $0/360^\circ$ ) é afetada, demonstrando que, de fato, a variação de cisalhamento ao longo da circunferência parece ser o fator crítico da modelagem.

Esses fenômenos serão melhor investigados nas etapas de desenvolvimento de modelos da pesquisa.

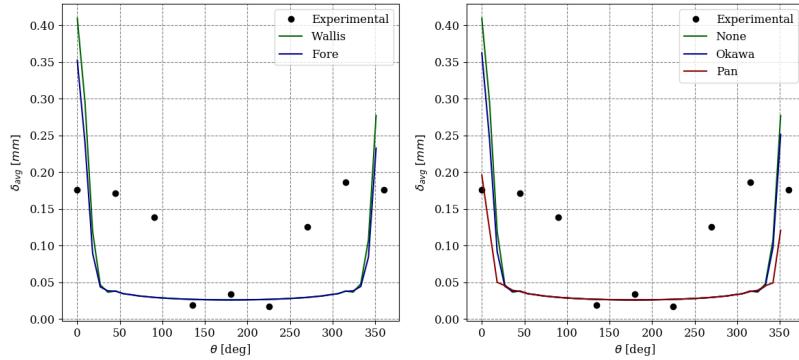


Figura 4.33: Comparação de resultados de perfil de espessura do filme líquido na direção angular para a condição LR-A, variando-se os modelos de fricção interfacial.

### 4.3.3 Efeito do aumento de vazão

As Figuras 4.34 e 4.35 mostram os resultados dos perfis de espessura de filme das simulações de escoamento horizontal conduzidas no OpenFOAM (utilizando os modelos de FORE [71] para fator de fricção e PAN e HANRATTY [91] para entranhamento) nos casos com maior diâmetro do tubo (25,4 mm). Observa-se que, com o aumento de vazão, a variação da espessura entre a posição mais baixa do tubo (ângulo de  $0^\circ$ ) e o topo do tubo (ângulo de  $180^\circ$ ) deveria reduzir-se, porém as simulações não acompanharam os dados experimentais.

Nota-se mais uma vez que o efeito da gravidade é dominante nas simulações, induzindo concentração da vazão de líquido na base do tubo. Além disso, é verificado que as simulações demonstram convergir para perfis simétricos de espessura de filme na direção angular, sem capturar as variações causadas pelas ondas de perturbação observadas nos dados experimentais, o que é esperado pois não há nos modelos de termos fonte efeitos que pudessem “bombar” líquido para as posições mais distantes de  $\theta = 0^\circ$ . De fato, o intenso efeito do cisalhamento e da gravidade sobre as espessuras de filme na direção axial em muito excede as componentes tangenciais do cisalhamento interfacial, de forma que as espessuras se mantêm em valores baixos na maior parte do domínio e, consequentemente, as taxas de entranhamento permanecem nulas durante quase toda a simulação.

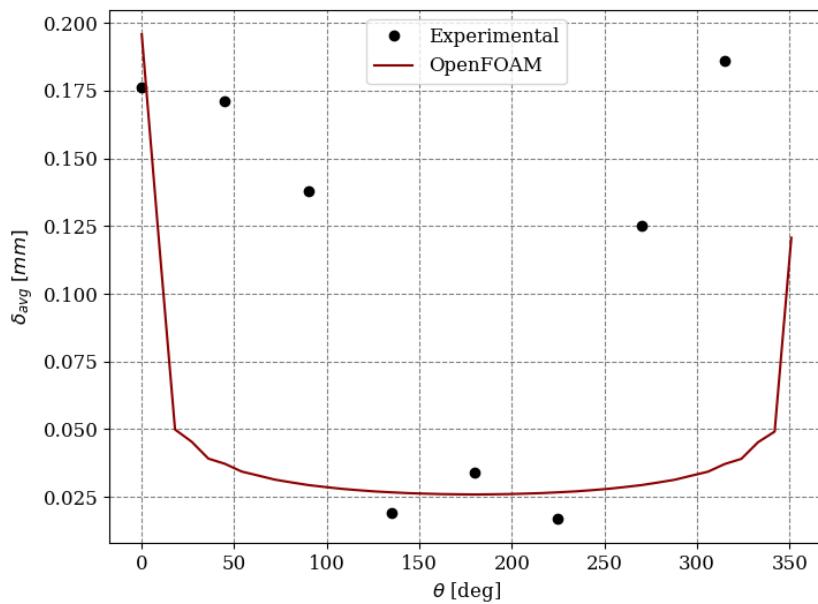


Figura 4.34: Resultados de perfil de espessura do filme líquido na direção angular para a condição LR-A, conforme descrita na Tabela 3.10.

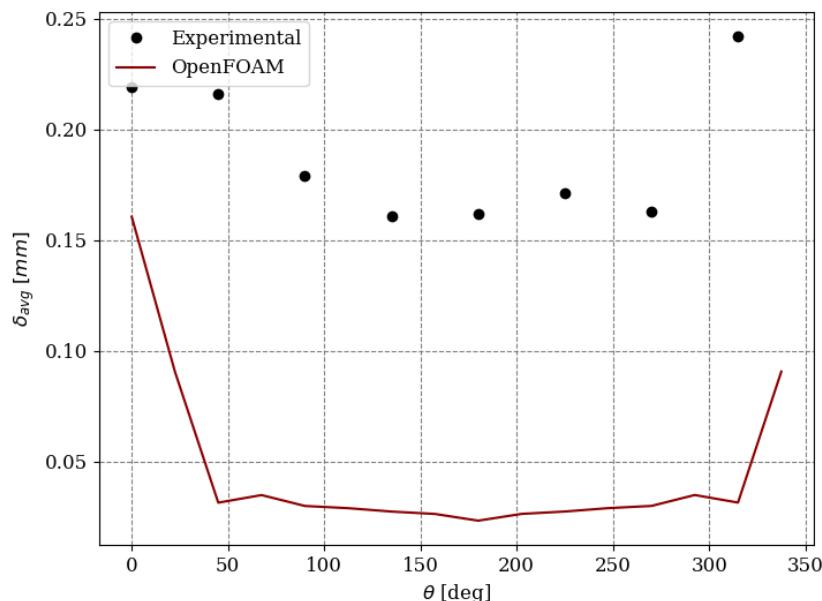


Figura 4.35: Resultados de perfil de espessura do filme líquido na direção angular para a condição LR-B, conforme descrita na Tabela 3.10.

#### 4.3.4 Efeito do diâmetro do tubo

Os dados experimentais mostram que, para o diâmetro do tubo menor (12,7 mm), a variação entre a espessura do filme na parte mais baixa do tubo (para onde a

gravidade empurra o líquido) e na parte mais alta do tubo é reduzida. No entanto, conforme Figuras 4.36 e 4.37, esse efeito não é observado. Pelo contrário, o gradiente de espessura de filme mostrou-se maior do que no caso com maior diâmetro (Figuras 4.34 e 4.35).

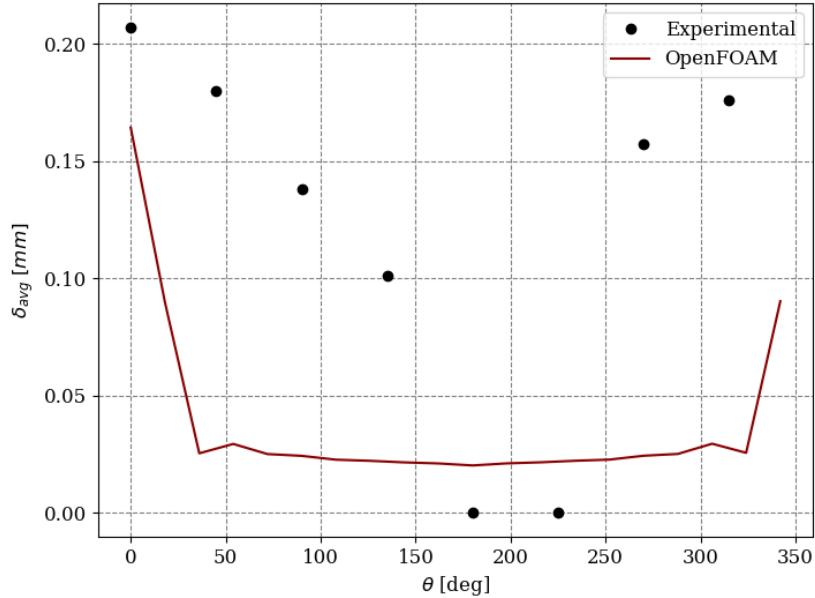


Figura 4.36: Resultados de perfil de espessura do filme líquido na direção angular para a condição SR-A, conforme descrita na Tabela 3.10.

As mesmas observações realizadas na seção anterior continuam válidas, sendo perceptível que a modelagem empregada atualmente não é capaz de reproduzir a física do problema horizontal. Seria necessário que os modelos pudessem não apenas capturar a variação angular do cisalhamento exercido pelo gás, reduzindo-o conforme o ângulo de afasta de  $\theta = 0^\circ$ , como também deslocar massa da base do tubo para as demais posições por meio do mecanismo de entranhamento seguido de deposição. Tal modelo de deposição deve ser capaz de priorizar as posições angulares mais distantes da base do tubo, isto é, o escoamento de partículas deve levar em consideração forças que se contrapõem à gravidade nesses escoamentos.

Ressalta-se que a revisão da literatura mostrou que, nos escoamentos horizontais, o exato mecanismo responsável por deslocar líquido da base para o topo do tubo, mantendo-o molhado, é até o momento objeto de discussão e não totalmente compreendido, conforme discutido na Seção 2.5. O principal fenômeno apontado na literatura como responsável por levar líquido das áreas mais baixas do tubo para as mais altas é a deposição de gotículas geradas pelo entranhamento, logo os modelos de injeção de partículas entranhadas precisariam ser estimulados a seguir uma direção preferencial para que toda a massa gerada pelo entranhamento na base do tubo

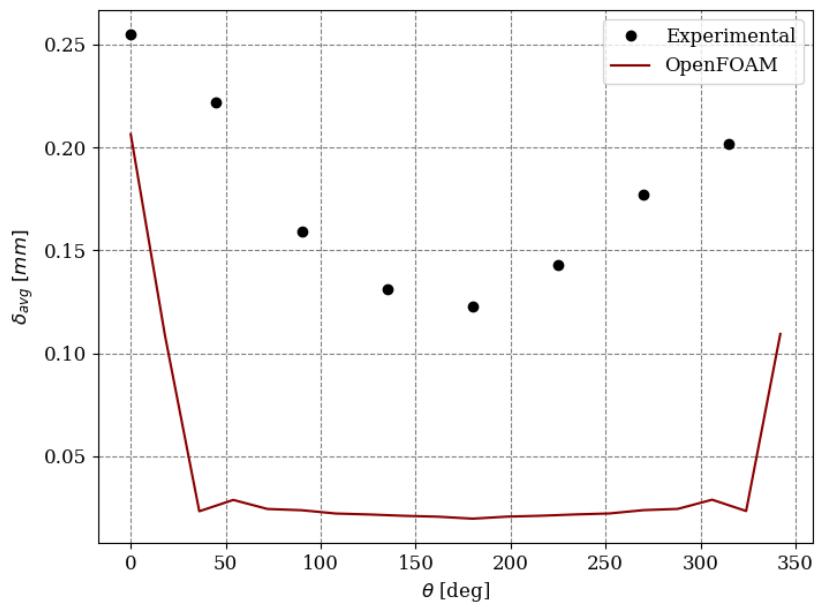


Figura 4.37: Resultados de perfil de espessura do filme líquido na direção angular para a condição SR-B, conforme descrita na Tabela 3.10.

seja convertido em gotículas que se depositarão no topo. Para isso não existem, até o momento, modelos matemáticos adequados.

# Capítulo 5

## Conclusões Parciais e Plano de Trabalho

A partir da revisão da literatura e das simulações em CFD preliminares realizadas com o modelo de filme bidimensional, foi possível verificar que:

- O modelo de filme bidimensional permite uma significativa simplificação da simulação do escoamento de filmes líquidos, reduzindo os custos computacionais, porém transferindo os efeitos dos fenômenos de transferência de massa e quantidade de movimento para os termos fonte das equações de conservação.  
*espaços de balanço*
- As implementações do modelo bidimensional já existentes na literatura demonstraram-se incompletas em relação à dedução do modelo proposta.
- Modelos existentes na literatura para os termos de fechamento não se mostraram suficientes para caracterizar filmes líquidos em escoamentos anulares verticais e horizontais isotérmicos, apesar de, para os escoamentos verticais, a tendência dos dados ter sido capturada qualitativamente. Mais testes são necessários, no entanto, para se garantir a eliminação de possíveis erros numéricos dos resultados.
- Para os escoamentos anulares horizontais, a manutenção do filme nas partes mais altas do tubo por ação da deposição necessita de melhor compreensão da sua física, além do desenvolvimento de um mecanismo de interação entre os modelos de entranhamento e deposição adequado a esse tipo de escoamento.
- O modelo de filme líquido do *software ANSYS Fluent* não é inicialmente próprio para o escoamento contínuo de filmes, devido à ausência de condições de contorno, devendo ser utilizada uma configuração específica envolvendo a divisão da malha em uma região de injeção de filme e uma região de desenvolvimento do escoamento, sendo que apenas a essa última podem ser aplicadas UDFs (*User Defined Functions*) para alterar a modelagem.

- O Método de Áreas Finitas (FAM) implementado no OpenFOAM se mostrou mais versátil e numericamente estável do que a biblioteca `surfaceFilmModel` do OpenFOAM.

Dessa forma, estabeleceu-se como objetivo principal desta Tese de Doutorado o desenvolvimento de modelos matemáticos para os termos fonte das equações de filme bidimensional que sejam capazes de se ajustar a dados experimentais de escoamentos anulares em diferentes condições operacionais, incluindo:

1. entranhamento, deposição e fricção interfacial em escoamento anular vertical isotérmico a diferentes vazões;
2. entranhamento, deposição e fricção interfacial em escoamento anular horizontal isotérmico a diferentes vazões;
3. transferência de calor em escoamento anular horizontal e vertical a diferentes vazões.

O cronograma completo do trabalho já incluindo os próximos passos é dado ~~pela~~<sup>na</sup> Tabela 5.1 abaixo.

Tabela 5.1: Cronograma

Atividades	2018-2	2019-1	2019-2	2020-1	2020-2	2021-1	2021-2	2022-1	2022-2
Revisão bibliográfica - compreensão da física dos escoamentos anulares, da modelagem teórica e da metodologia numérica de solução usando modelo de filme	X	X	X	X	X	X	X	X	X
Simulações em CFD de escoamentos anulares com comparação dos resultados a dados experimentais		X	X	X			X	X	X
Implementações de novas físicas, modelos e funcionalidades ao solver CFD para melhor representar dados experimentais da literatura			X	X	X	X	X	X	X
Proposição de novos modelos matemáticos e correlações para melhor caracterizar os dados experimentais nas simulações de escoamento anular por CFD					X	X	X	X	X
Envio do primeiro artigo para publicação							X		
Simulações em CFD de aplicações industriais dos escoamentos anulares usando o novo solver para modelo de filme e demais modelos implementados							X	X	X
Envio do segundo artigo para publicação									X
Defesa da Tese									X

Ao fim da pesquisa de Doutorado, intencionava-se obter modelos matemáticos para os fenômenos de transferência de massa, quantidade de movimento ~~e~~<sup>linear</sup> energia que sejam capazes de descrever com acurácia o escoamento de filmes líquidos em relação a dados experimentais obtidos da literatura. Para isso, serão empregados métodos de regressão não-linear a um conjunto de dados experimentais disponíveis na literatura. Os modelos propostos serão então testados nas simulações ~~pela~~<sup>no</sup> OpenFOAM®.

Explain sobre o contribuição e a originalidade da tese.

# Referências Bibliográficas

- [1] BAKER, O. “Design of pipelines for the simultaneous flow of oil and gas”. In: *Fall Meeting of the Petroleum Branch of AIME*. Society of Petroleum Engineers, 1953.
- [2] TAITEL, Y., DUKLER, A. “A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow”, *AICHE journal*, v. 22, n. 1, pp. 47–55, 1976.
- [3] TAITEL, Y., BORNEA, D., DUKLER, A. “Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes”, *AICHE Journal*, v. 26, n. 3, pp. 345–354, 1980.
- [4] OSHINOWO, T., CHARLES, M. “Vertical two-phase flow part I. Flow pattern correlations”, *The Canadian Journal of Chemical engineering*, v. 52, n. 1, pp. 25–35, 1974.
- [5] MACAK, J. *CFD Simulation of Wall Wetting with the Volume of Fluid and Thin Liquid Film Approach*. Dissertação de Mestrado, University of Zagreb, Zagreb, Croatia, 2018.
- [6] HAIDER, J. *Numerical modelling of evaporation and condensation phenomena*. Dissertação de Mestrado, Universität Stuttgart, Stuttgart, Alemanha, 2013.
- [7] SJÖLINDER, E. *Spray and wall film modeling with conjugate heat transfer in openfoam*. Dissertação de Mestrado, Linköping University, 2012.
- [8] BERNA, C., ESCRIVÁ, A., MUÑOZ-COBO, J., et al. “Review of droplet entrainment in annular flow: Interfacial waves and onset of entrainment”, *Progress in Nuclear Energy*, v. 74, pp. 14–43, 2014.
- [9] AZZOPARDI, B. J. “Drops in annular two-phase flow”, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 23, n. 7, pp. 1–53, 1997.
- [10] STANTON, D. W., RUTLAND, C. J. “Modeling fuel film formation and wall interaction in diesel engines”, *SAE transactions*, v. 105, pp. 808–824, 1996.

- [11] ORON, A., DAVIS, S., BANKOFF, S. “Long-scale evolution of thin liquid films”, *Reviews of modern physics*, v. 69, n. 3, pp. 931, 1997.
- [12] WOLF, A., JAYANTI, S., HEWITT, G. “Flow development in vertical annular flow”, *Chemical Engineering Science*, v. 56, n. 10, pp. 3221–3235, 2001.
- [13] SHEDD, T., NEWELL, T. “Characteristics of the Liquid Film in Horizontal Twophase Flow. Air Conditioning and Refrigeration Center. Report ACRC TR-179, University of Illinois”, *Urbana, USA*, 2001.
- [14] CIONCOLINI, A., DEL COL, D., THOME, J. “An indirect criterion for the laminar to turbulent flow transition in shear-driven annular liquid films”, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 75, pp. 26–38, 2015.
- [15] ISHII, M., GROLMES, M. “Inception criteria for droplet entrainment in two-phase concurrent film flow”, *AIChe Journal*, v. 21, n. 2, pp. 308–318, 1975.
- [16] CROWE, C. T. *Multiphase flow handbook*. Nova Iorque, CRC press, 2005.
- [17] HEWITT, G., HALL-TAYLOR, N. S. *Annular two-phase flow*. Oxford, Pergamon Press, 1970.
- [18] SCOTT, D. “Properties of cocurrent gas-liquid flow”. In: *Advances in chemical engineering*, v. 4, Elsevier, pp. 199–277, Columbia, 1964.
- [19] WHALLEY, P. *Boiling, condensation, and gas-liquid flow*. Oxford, Oxford Science Publications, 1987.
- [20] ARACHCHIGE, U. S. P. R., RASENTHIRAN, K., LAKSHAN, M. A. L., et al. “Multiphase flow regime transition in vertical flow”, *South Asian Journal of Research in Engineering Science and Technology*, v. 4, n. 5, pp. 1–23, 2019.
- [21] JASAK, H. *Error analysis and estimation for the finite volume method with applications to fluid flows*. Tese de Doutorado, Imperial College London (University of London), 1996.
- [22] PATANKAR, S., SPALDING, D. “A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 15, n. 10, pp. 1787–1806, 1972.
- [23] TUKOVIĆ, Ž. *Metoda kontrolnih volumena na domenama promjenjivog oblika*. Tese de Doutorado, Sveučilište u Zagrebu, Fakultet strojarstva i brodogradnje, 2005.

- [24] KOLEV, N. I. *Multiphase flow dynamics 1: Fundamentals*, v. 1. Nova Iorque, Springer Science & Business Media, 2007.
- [25] ANSYS *Fluent Theory Guide*. ANSYS Inc, 2019.
- [26] HIRT, C. W., NICHOLS, B. D. “Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries”, *Journal of computational physics*, v. 39, n. 1, pp. 201–225, 1981.
- [27] FAN, W., LI, H., ANGLART, H. “Numerical investigation of spatial and temporal structure of annular flow with disturbance waves”, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 110, pp. 256–272, 2019.
- [28] LÓPEZ, J., PINEDA, H., BELLO, D., et al. “Study of liquid–gas two-phase flow in horizontal pipes using high speed filming and computational fluid dynamics”, *Experimental Thermal and Fluid Science*, v. 76, pp. 126–134, 2016.
- [29] YANG, J., NARAYANAN, C., LAKEHAL, D. “Large Eddy & Interface Simulation (LEIS) of disturbance waves and heat transfer in annular flows”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 321, pp. 190–198, 2017.
- [30] SATO, Y., NICENO, B. “Large eddy simulation of upward co-current annular boiling flow using an interface tracking method”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 321, pp. 69–81, 2017.
- [31] SHARMA, A. “Level set method for computational multi-fluid dynamics: A review on developments, applications and analysis”, *Sadhana*, v. 40, n. 3, pp. 627–652, 2015.
- [32] ELGHOBASHI, S. “On predicting particle-laden turbulent flows”, *Applied scientific research*, v. 52, n. 4, pp. 309–329, 1994.
- [33] WANG, C., MORVAN, H., HIBBERD, S., et al. “Thin film modelling for aero-engine bearing chambers”. In: *ASME 2011 Turbo Expo: Turbine Technical Conference and Exposition*, pp. 277–286. Citeseer, 2011.
- [34] LI, H., ANGLART, H. “CFD model of diabatic annular two-phase flow using the Eulerian-Lagrangian approach”, *Annals of Nuclear Energy*, v. 77, pp. 415–424, 2015.
- [35] OPENCFD, E. *OpenFOAM v2006 User Guide*. Available at: <<https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/>>.

- [36] GSCHAIDER, B., RUSCHE, H., JASAK, H., et al. *foam-extend 4.0 Release Notes*. Available at: <<https://sourceforge.net/p/foam-extend/foam-extend-4.0>>.
- [37] ANSYS *Fluent User's Guide*. ANSYS Inc, 2019.
- [38] KAKIMPA, B., MORVAN, H., HIBBERD, S. “Solution strategies for thin film rimming flow modelling”. In: *ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition*, pp. V05CT15A026–V05CT15A026. American Society of Mechanical Engineers, 2015.
- [39] KAKIMPA, B., MORVAN, H., HIBBERD, S. “The depth-averaged numerical simulation of laminar thin-film flows with capillary waves”, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, v. 138, n. 11, pp. 112501, 2016.
- [40] CAMACHO, M. *CFD modeling of annular flow for prediction of the liquid film behavior*. Dissertação de Mestrado, KTH Royal Institute of Technology, Estocolmo, Suécia, 2016.
- [41] SA, N. C., SILVA, L. F. L. R., LAGE, P. L. C. “Simulação fluidodinâmica da interação partícula-filme em escoamentos anulares”. In: *XXXIX CONGRESSO BRASILEIRO DE SISTEMAS PARTICULADOS ENEMP*, Belém-PA, 2019.
- [42] VERDIN, P., THOMPSON, C., BROWN, L. “CFD modelling of stratified/atomization gas–liquid flow in large diameter pipes”, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 67, pp. 135–143, 2014.
- [43] FUKANO, T., OUSAKA, A. “Prediction of the circumferential distribution of film thickness in horizontal and near-horizontal gas-liquid annular flows”, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 15, n. 3, pp. 403–419, 1989.
- [44] KOLEV, N. *Multiphase flow dynamics 2: thermal and mechanical interactions*. Nova Iorque, Springer, 2012.
- [45] OKAWA, T., KITAHARA, T., YOSHIDA, K., et al. “New entrainment rate correlation in annular two-phase flow applicable to wide range of flow condition”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 45, n. 1, pp. 87–98, 2002.
- [46] HEWITT, G., GOVAN, A. “Phenomenological modelling of non-equilibrium flows with phase change”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 33, n. 2, pp. 229–242, 1990.

- [47] FLORES, A., CROWE, K., GRIFFITH, P. “Gas-phase secondary flow in horizontal, stratified and annular two-phase flow”, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 21, n. 2, pp. 207–221, 1995.
- [48] MOUZA, A., VLACHOS, N., PARAS, S., et al. “Measurement of liquid film thickness using a laser light absorption method”, *Experiments in fluids*, v. 28, n. 4, pp. 355–359, 2000.
- [49] WANG, G., SAWANT, P., ISHII, M. “A new entrainment rate model for annular two-phase flow”, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 124, pp. 103185, 2020.
- [50] BERTODANO, M. A. L., ASSAD, A., BEUS, S. G. “Experiments for entrainment rate of droplets in the annular regime”, *International journal of multiphase flow*, v. 27, n. 4, pp. 685–699, 2001.
- [51] SCHADEL, S., LEMAN, G., BINDER, J., et al. “Rates of atomization and deposition in vertical annular flow”, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 16, n. 3, pp. 363–374, 1990. doi: 10.1016/0301-9322(90)90069-U.
- [52] LUNINSKI, Y., BARNEA, D., TAITEL, Y. “Film thickness in horizontal annular flow”, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 61, n. 5, pp. 621–626, 1983.
- [53] LAURINAT, J., HANRATTY, T. T., DALLMAN, J. “Pressure drop and film height measurements for annular gas-liquid flow”, *International journal of multiphase flow*, v. 10, n. 3, pp. 341–356, 1984.
- [54] ASALI, J., HANRATTY, T., ANDREUSSI, P. “Interfacial drag and film height for vertical annular flow”, *AICHE Journal*, v. 31, n. 6, pp. 895–902, 1985.
- [55] LIN, T. F., BLOCK, R. C., JONES JR, O. C., et al. “Horizontal annular flow measurements using pulsed photon activation and film thickness distribution modelling”, *Nuclear engineering and design*, v. 95, pp. 353–363, 1986.
- [56] JAYANTI, S., HEWITT, G. F., WHITE, S. “Time-dependent behaviour of the liquid film in horizontal annular flow”, *International journal of multiphase flow*, v. 16, n. 6, pp. 1097–1116, 1990.
- [57] PARAS, S., KARABELAS, A. “Droplet entrainment and deposition in horizontal annular flow”, *International journal of multiphase flow*, v. 17, n. 4, pp. 455–468, 1991.

- [58] FORE, L. B., DUKLER, A. E. "Droplet deposition and momentum transfer in annular flow", *AIChe Journal*, v. 41, n. 9, pp. 2040–2046, 1995.
- [59] WILLIAMS, L., DYKHNO, L., HANRATTY, T. "Droplet flux distributions and entrainment in horizontal gas-liquid flows", *International journal of multiphase flow*, v. 22, n. 1, pp. 1–18, 1996.
- [60] LI, W., ZHOU, F., LI, R., et al. "Experimental study on the characteristics of liquid layer and disturbance waves in horizontal annular flow", *Journal of Thermal Science*, v. 8, n. 4, pp. 235–242, 1999.
- [61] OKAWA, T., KOTANI, A., KATAOKA, I. "Experiments for liquid phase mass transfer rate in annular regime for a small vertical tube", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 48, n. 3-4, pp. 585–598, 2005.
- [62] ADAMSSON, C., ANGLART, H. "Film flow measurements for high-pressure diabatic annular flow in tubes with various axial power distributions", *Nuclear engineering and design*, v. 236, n. 23, pp. 2485–2493, 2006.
- [63] SAWANT, P., ISHII, M., MORI, M. "Droplet entrainment correlation in vertical upward co-current annular two-phase flow", *Nuclear Engineering and Design*, v. 238, n. 6, pp. 1342–1352, 2008.
- [64] BELT, R., VAN'T WESTENDE, J., PORTELA, L. "Prediction of the interfacial shear-stress in vertical annular flow", *International journal of multiphase flow*, v. 35, n. 7, pp. 689–697, 2009.
- [65] SCHUBRING, D. *Behavior interrelationships in annular flow*. Tese de Doutorado, University of Wisconsin-Madison, 2009.
- [66] ZHAO, Y., MARKIDES, C., MATAR, O., et al. "Disturbance wave development in two-phase gas–liquid upwards vertical annular flow", *International Journal of Multiphase Flow*, v. 55, pp. 111–129, 2013.
- [67] WOLF, A. *Film structure of vertical annular flow*. Tese de Doutorado, Imperial College London, Londres, Reino Unido, 1995.
- [68] WALLIS, G. *One-dimensional two-phase flow*. Nova Iorque, McGraw-Hill, 1969.
- [69] WALLIS, G. "Annular Two-Phase Flow—Part 2: Additional Effects", *Journal of Basic Engineering*, v. 92, n. 1, pp. 73–81, 03 1970.

- [70] WHALLEY, P., HEWITT, G., HUTCHINSON, P. “Experimental wave and entrainment measurements in vertical annular two-phase flow”. In: *Multiphase Flow Systems Symp., Strathclyde.*, 1974, 1974.
- [71] FORE, L., BEUS, S., BAUER, R. “Interfacial friction in gas–liquid annular flow: analogies to full and transition roughness”, *International journal of multiphase flow*, v. 26, n. 11, pp. 1755–1769, 2000.
- [72] MOECK, E. O. *Annular-dispersed two-phase flow and critical heat flux*. Tese de Doutorado, McGill University, Canada, 1970.
- [73] HENSTOCK, W. H., HANRATTY, T. J. “The interfacial drag and the height of the wall layer in annular flows”, *AIChe Journal*, v. 22, n. 6, pp. 990–1000, 1976.
- [74] FUKANO, T., FURUKAWA, T. “Prediction of the effects of liquid viscosity on interfacial shear stress and frictional pressure drop in vertical upward gas–liquid annular flow”, *International journal of multiphase flow*, v. 24, n. 4, pp. 587–603, 1998.
- [75] PAN, L., HE, H., JU, P., et al. “The influences of gas–liquid interfacial properties on interfacial shear stress for vertical annular flow”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 89, pp. 1172–1183, 2015.
- [76] JU, P., LIU, Y., BROOKS, C. S., et al. “Prediction of interfacial shear stress of vertical upward adiabatic annular flow in pipes”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 133, pp. 500–509, 2019.
- [77] WANG, C., MORVAN, H., HIBBERD, S., et al. “Specifying and benchmarking a thin film model for oil systems applications in ANSYS FLUENT”. In: *ASME Turbo Expo 2012: Turbine Technical Conference and Exposition*, pp. 229–234. American Society of Mechanical Engineers, 2012.
- [78] ALVES, M. V. C. *Modelagem numérica do escoamento transiente churn-anular em tubulações verticais e sua aplicação na simulação de carga de líquido em poços de gás*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis-SC, 2014.
- [79] GOVAN, A. “An improved CHF modelling”. In: *Proc. 2nd UK National Heat Transfer Conf.*, v. 33, 1988.
- [80] PALEEV, I., FILIPPOVICH, B. “Phenomena of liquid transfer in two-phase dispersed annular flow”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 9, n. 10, pp. 1089–1093, 1966.

- [81] SUGAWARA, S. “Droplet deposition and entrainment modeling based on the three-fluid model”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 122, n. 1-3, pp. 67–84, 1990.
- [82] MISHRA, R., RUTLAND, C. *Evaluating Surface Film Models for Multi-Dimensional Modeling of Spray-Wall Interaction*. Technical report, SAE Technical Paper, 2019.
- [83] BAI, C., RUSCHE, H., GOSMAN, A. “Modeling of gasoline spray impingement”, *Atomization and Sprays*, v. 12, n. 1-3, 2002.
- [84] BAI, C., GOSMAN, A. “Development of methodology for spray impingement simulation”, *SAE transactions*, pp. 550–568, 1995.
- [85] O'ROURKE, P., AMSDEN, A. “A Spray/Wall Interaction Submodel for the KIVA-3 Wall Film Model”. In: *SAE Technical Paper*. SAE International, 03 2000. doi: 10.4271/2000-01-0271.
- [86] KUHNKE, D. *Spray/wall interaction modelling by dimensionless data analysis*. Aachen, Alemanha, Shaker, 2004.
- [87] XIE, H., KOSHIZUKA, S., OKA, Y. “Simulation of drop deposition process in annular mist flow using three-dimensional particle method”, *Nuclear engineering and design*, v. 235, n. 16, pp. 1687–1697, 2005.
- [88] SCHWARZKOPF, J. D., SOMMERFELD, M., CROWE, C., et al. *Multiphase flows with droplets and particles*. Boca Raton, Florida, CRC press, 2011.
- [89] HUTCHINSON, P., WHALLEY, P. “A possible characterization of entrainment in annular two-phase flow”, *Chemical Engineering Science*, v. 28, pp. 974–975, 1973.
- [90] OKAWA, T., KOTANI, A., KATAOKA, I., et al. “Prediction of critical heat flux in annular flow using a film flow model”, *Journal of Nuclear Science and Technology*, v. 40, n. 6, pp. 388–396, 2003.
- [91] PAN, L., HANRATTY, T. “Correlation of entrainment for annular flow in horizontal pipes”, *International journal of multiphase flow*, v. 28, n. 3, pp. 385–408, 2002.
- [92] DE BERTODANO, M., ASSAD, A., BEUS, S. “Entrainment rate of droplets in the ripple-annular regime for small vertical ducts”, *Nuclear science and engineering*, v. 129, n. 1, pp. 72–80, 1998.

- [93] KATAOKA, I., ISHII, M., NAKAYAMA, A. “Entrainment and desposition rates of droplets in annular two-phase flow”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 43, n. 9, pp. 1573–1589, 2000.
- [94] LIU, L., BAI, B. “Generalization of droplet entrainment rate correlation for annular flow considering disturbance wave properties”, *Chemical Engineering Science*, v. 164, pp. 279–291, 2017.
- [95] HAN, K. H., YOO, J. M., JEONG, J. J. “Development of a Droplet Entrainment Model for Vertical Annular-Mist Flows”. In: *Transactions of the Korean Nuclear Society Autumn Meeting*, 2018.
- [96] KATAOKA, I., ISHII, M., MISHIMA, K. “Generation and size distribution of droplet in annular two-phase flow”, *Journal of Fluids Engineering*, v. 107, pp. 230–238, 1983.
- [97] MAYER, E. “Theory of liquid atomization in high velocity gas streams”, *ARS JOURNAL*, v. 31, n. 12, pp. 1783–1785, 1961.
- [98] DE BERTODANO, M., JAN, C., BEUS, S. “Annular flow entrainment rate experiment in a small vertical pipe”, *Nuclear engineering and Design*, v. 178, n. 1, pp. 61–70, 1997.
- [99] KOCA MUSTAFA OGULLARI, G., SMITS, S. R., RAZI, J. “Maximum and mean droplet sizes in annular two-phase flow”, *International journal of Heat and Mass Transfer*, v. 37, n. 6, pp. 955–965, 1994.
- [100] CARAGHIAUR, D., ANGLART, H. “Drop deposition in annular two-phase flow calculated with Lagrangian Particle Tracking”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 265, pp. 856–866, 2013.
- [101] MEREDITH, K., XIN, Y., DE VRIES, J. “A numerical model for simulation of thin-film water transport over solid fuel surfaces”, *Fire Safety Science*, v. 10, pp. 415–428, 2011.
- [102] MEREDITH, K., HEATHER, A., DE VRIES, J., et al. “A numerical model for partially-wetted flow of thin liquid films”, *Computational Methods in Multiphase Flow VI*, v. 70, pp. 239, 2011.
- [103] AL-KHALIL, K. M., DE WITT, K. J. “Hydrodynamic and thermal analysis of rivulet flow down a vertical solid surface”, *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 1991.

- [104] ZAHEDI, P., VIEIRA, R., SHIRAZI, S., et al. “Liquid film thickness and erosion of elbows in gas-liquid annular flow”. In: *NACE International Conference, Vancouver, BC, Canada, Mar*, pp. 6–10, 2016.
- [105] GUPTA, R., TURANGAN, C. K., MANICA, R. “Oil-water core-annular flow in vertical pipes: A CFD study”, *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, v. 94, n. 5, pp. 980–987, 2016.
- [106] DEHKORDI, P. B., COLOMBO, L. P. M., GUILIZZONI, M., et al. “CFD simulation with experimental validation of oil-water core-annular flows through Venturi and Nozzle flow meters”, *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 149, pp. 540–552, 2017.
- [107] MORUD, J. C. “Dilute gas-liquid flows with liquid films on walls”, *Progress in Computational Fluid Dynamics, an International Journal*, v. 7, n. 2-4, pp. 170–175, 2007.
- [108] KISHORE, B., JAYANTI, S. “A multidimensional model for annular gas-liquid flow”, *Chemical Engineering Science*, v. 59, n. 17, pp. 3577–3589, 2004.
- [109] LI, H., ANGLART, H. “Prediction of dryout and post-dryout heat transfer using a two-phase CFD model”, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 99, pp. 839–850, 2016.
- [110] LI, H., ANGLART, H. “Modeling of annular two-phase flow using a unified CFD approach”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 303, pp. 17–24, 2016.
- [111] LI, H., ANGLART, H. “Dryout prediction with CFD model of annular two-phase flow”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 349, pp. 20–26, 2019.
- [112] HUTTER, K., JÖHNK, K. “Continuum methods of physical modeling”, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 526, n. 1, pp. 377–378, 2005.
- [113] LEAL, L. *Advanced transport phenomena: fluid mechanics and convective transport processes*, v. 7. Nova Iorque, Cambridge University Press, 2007.
- [114] SLATTERY, J. *Interfacial transport phenomena*, v. 4. Nova Iorque, Taylor & Francis, 1980.
- [115] LAVALLE, G. *Integral modeling of liquid films sheared by a gas flow*. Tese de Doutorado, Université de Toulouse, Institut Supérieur de l’Aéronautique et de l’Espace, Toulouse, France, 2014.

- [116] MEURER, A., SMITH, C. P., PAPROCKI, M., et al. “SymPy: symbolic computing in Python”, *PeerJ Computer Science*, v. 3, pp. e103, 2017.
- [117] JU, P., PAN, L.-M., YAN, Y., et al. “Predication of wall shear stress of vertical upward co-current adiabatic air-water annular flow in pipes”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 368, pp. 110797, 2020.
- [118] FERSHTMAN, A., ROBERTS, L., PRASSER, H., et al. “Interfacial structure of upward gas-liquid annular flow in an inclined pipe”. In: *10th International Conference on Multiphase Flow*, Rio de Janeiro, Brasil, maio 2019.
- [119] JUNIOR, J. C. C. S. “Avaliação do modelo de filme para o escoamento anular no ANSYS Fluent”, Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Outubro 2021.