

Procesamiento de Información Visual

Tema 2. Extracción de Características

José Manuel Fuertes García
Manuel J. Lucena López

Departamento de Informática
Universidad de Jaén



16 de febrero de 2021

Índice

Concepto de *característica*

Procesos de filtrado

Dominio espacial

Dominio frecuencial

La frontera como característica

¿Qué es una característica?

- ▶ Una imagen, tal y como se obtiene de los dispositivos de captura, carece de entidad semántica.
- ▶ En muchas aplicaciones resulta conveniente extraer de ella determinados *atributos* que faciliten su procesamiento.
- ▶ Estos atributos poseen mayor carga semántica que la colección de píxeles que forman la imagen.
 - ▶ Líneas, regiones, puntos de interés, texturas, color, etc.
- ▶ Muchas técnicas de procesamiento, mejora e interpretación emplean dichas *características*, previamente extraídas.
- ▶ A lo largo de este capítulo y el siguiente centrado en los procesos de segmentación se definirán características que nos permitirán abordar el problema del reconocimiento.

Índice

Concepto de *característica*

Procesos de filtrado

Dominio espacial

Dominio frecuencial

La frontera como característica

¿Qué es un filtro?

- ▶ El término *filtro* procede del dominio de la frecuencia, en el cual se establecen procesos de filtrado que aceptan (dejan pasar) o rechazan ciertas componentes de frecuencia.
- ▶ Un filtro que deja pasar bajas frecuencias se denomina *filtro paso bajo*, su efecto sobre una imagen será la de embozzonar o alisar dicha imagen.
- ▶ Es posible establecer un paralelismo entre el dominio frecuencial y espacial, lo que nos va a permitir definir *filtros espaciales*.
- ▶ Mientras que las técnicas de filtrado en el dominio espacial actuarán sobre el propio plano de la imagen, mediante la manipulación directa de los contenidos de la magnitud soportada por los píxeles, las técnicas de filtrado en el dominio frecuencial actuarán sobre los mismos valores de los píxeles de la imagen pero proyectados en un espacio transformado en el que la característica frecuencial esté presente.

Índice

Concepto de *característica*

Procesos de filtrado

Dominio espacial

Dominio frecuencial

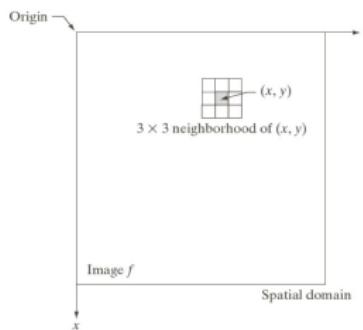
La frontera como característica

Contextualización

- ▶ Los procesos definidos sobre un dominio espacial se definen como:

$$g(x, y) = T [f(x, y)]$$

donde $f(x, y)$ es la imagen de entrada, $g(x, y)$ es la imagen transformada y T es el operador aplicado a f sobre el entorno de vecindad de un punto (x, y) .

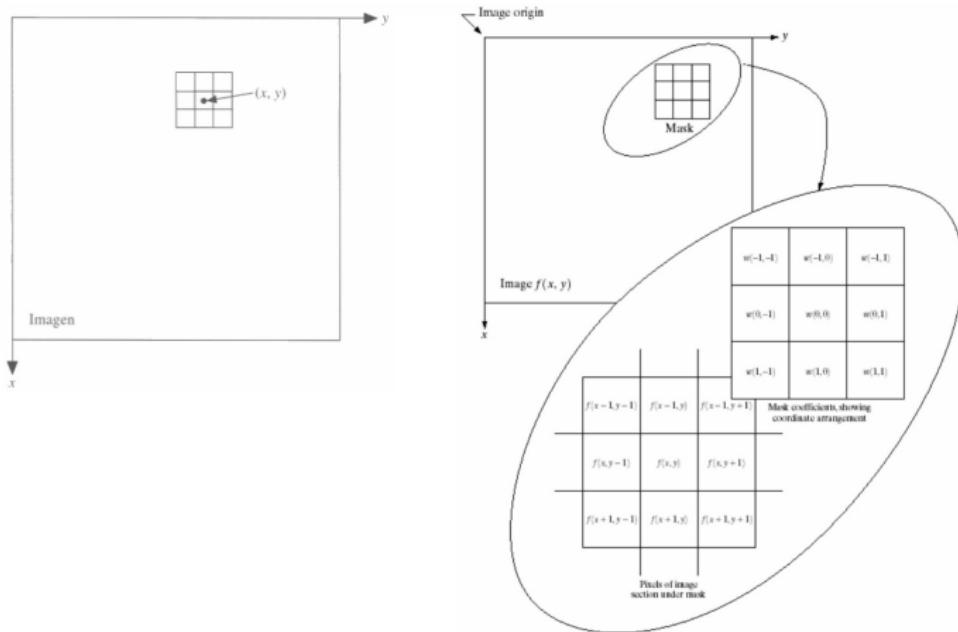


En la figura se muestra un simple esquema de implementación de este tipo de transformación. El punto (x, y) muestra una localización arbitraria en la imagen, mientras que la pequeña región muestra a su vez el punto (x, y) y su entorno de vecindad.

Contextualización

- ▶ El entorno de vecindad de un punto (x, y) suele definirse de cualquier forma, si bien suele ser bastante habitual trabajar con áreas cuadradas o rectangulares centradas sobre dicho punto.
- ▶ El proceso de aplicación de la transformación espacial definida consiste en el desplazamiento del origen de dicho entorno de vecindad pixel a pixel y aplicando el operador T para cada posición (x, y) para de esa forma obtener g .
- ▶ En función del tipo de operador T y el entorno de vecindad empleado podemos encontrarnos funciones de tratamiento espacial que van más allá de la mejora de la imagen o la detección de discontinuidades.
- ▶ La definición de estas funciones de transformación se aproximan mediante el establecimiento de adecuadas *máscaras*.
- ▶ Una máscara es una pequeña distribución bidimensional en la que los valores de los coeficientes determinan la naturaleza del proceso.
- ▶ Las técnicas basadas en este tipo de aproximación se conocen como *técnicas de procesamiento por máscaras o filtrado*.

Contextualización

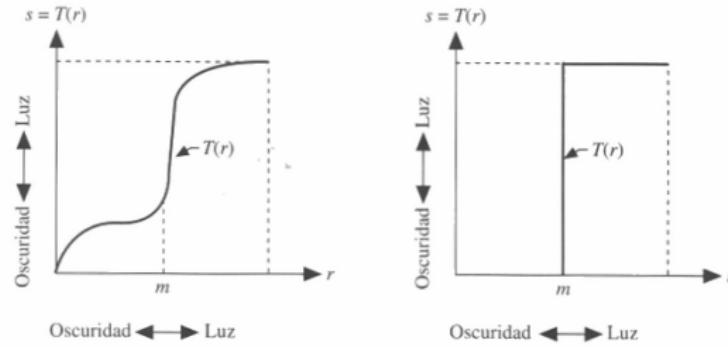


Contextualización

- ▶ El entorno de vecindad más pequeño que podemos definir sería de tamaño 1×1 .
- ▶ En ese caso, g depende sólo del valor de f en el punto único (x, y) , por lo que T se transforma en una *función de transformación de intensidad* de la forma:

$$s = T(r)$$

donde s y r son variables que representan las intensidades de g y f en el punto (x, y) .

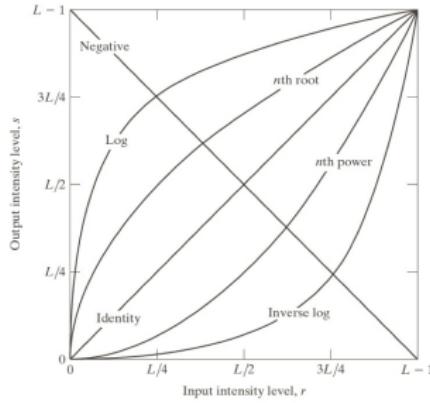


Contextualización

- ▶ Las funciones de transformación de intensidad y de filtrado espacial abarcan una amplia gama de aplicaciones, la mayoría de los ejemplos que veremos en esta primera parte del capítulo son aplicaciones orientadas a la *mejora o realce de la imagen*.
- ▶ Los procesos de realce de imágenes digitales constituyen colecciones de técnicas que intentarán, o bien mejorar la apariencia de una imagen, o bien, transformar a ésta para facilitar los procesos posteriores de análisis llevados a cabo por un ordenador o un experto humano.
- ▶ Estos procesos de realce no incrementan la información inherente contenida en los datos, simplemente incrementan el rango dinámico de determinadas características para facilitar su posterior análisis.
- ▶ El principal objetivo de las técnicas de mejora es procesar una imagen de forma que resulte más adecuada que la original para una aplicación específica, por lo que estará orientada en gran medida al problema a resolver.

Funciones de realce simples

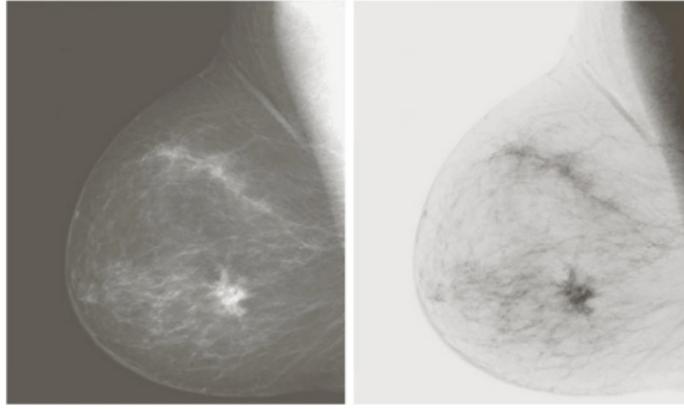
- ▶ Definidas sobre un entorno de vecindad 1×1 , responden a expresiones de transformación del tipo $s = T(r)$.
- ▶ Consideraremos tres tipos básicos de transformaciones utilizadas frecuentemente en procesos de realce de imágenes: lineales (transformaciones de negativo e identidad), logarítmicas y exponenciales.



Negativo de una imagen

- ▶ El negativo de una imagen con niveles de intensidad en el rango $[0, L - 1]$ se obtiene aplicando la función de transformación dada por la expresión:

$$s = L - 1 - r$$



a

b

FIGURE 3.4
(a) Original digital mammogram.
(b) Negative image obtained using the negative transformation in Eq. (3.2-1).
(Courtesy of G.E. Medical Systems.)

Transformación logarítmica

- ▶ Con carácter general una transformación logarítmica responde a una expresión del tipo::

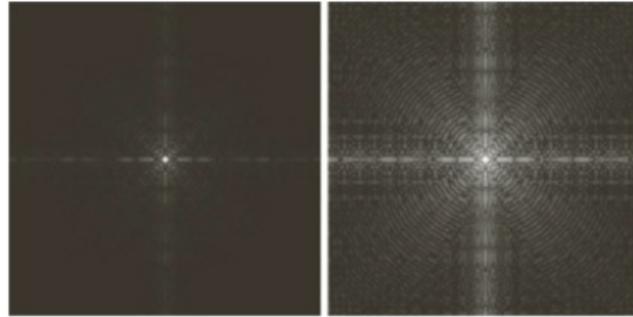
$$s = c \log(1 + r)$$

donde c es una constante y se asume que $r \geq 0$.

- ▶ La forma de la función logaritmo tenderá a mapear un estrecho rango de valores de baja intensidad en una gama más amplia de niveles de salida.
- ▶ Usaremos esta transformación cuando necesitemos expandir valores de píxeles oscuros en una imagen a la vez que se comprimirán los valores más claros.

Transformación logarítmica

- ▶ Un ejemplo clásico de uso de esta transformada es en la visualización del espectro de Fourier, de un rango dinámico muy grande, pudiendo ir desde 0 a 10^6 o más.



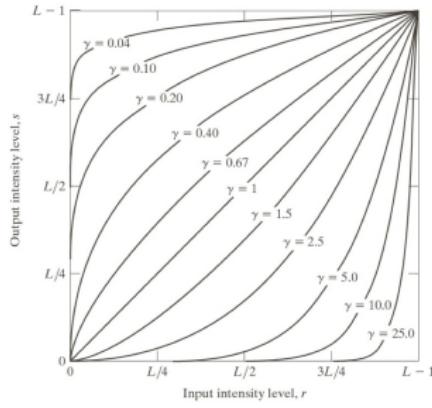
Transformación exponenciales

- ▶ Las transformaciones exponenciales son del tipo:

$$s = cr^\gamma$$

donde c y γ son constantes positivas.

- ▶ Estas transformaciones son también conocidas como *correcciones gamma*.



Transformación exponenciales

- ▶ Las transformaciones exponenciales nos van a permitir, con carácter general, modificar el contraste de la imagen.
- ▶ La siguiente figura muestra una fractura en una espina dorsal humana. Debido a que la imagen es predominantemente oscura, es deseable una expansión de los niveles de intensidad.
- ▶ En la misma se ha aplicado una transformación exponencial con $c = 1$ y $\gamma = 0,6, 0,4$ y $0,3$ respectivamente.



Transformación exponenciales

- ▶ La siguiente figura muestra un ejemplo opuesto, ya que la imagen original debe ser procesada ya que presenta una apariencia esclarecida, lo que requiere de una compresión de los niveles de intensidad.
- ▶ En la misma se ha aplicado una transformación exponencial con $c = 1$ y $\gamma = 3, 4$ y 5 respectivamente.



Transformación Lineal por Tramos o Partes

- ▶ La principal ventaja de las funciones lineales por tramos o partes frente a las ya vistas es que éstas pueden representar funciones arbitrariamente complejas.
- ▶ Su principal desventaja es que para su especificación se requiere de una elevada supervisión humana.

Transformación Lineal por Tramos o Partes

► Extensión de contraste

- Las imágenes de poco contraste son debidas a pobres iluminaciones, a la falta de rango dinámico en el sensor de captura de la imagen o a problemas con la apertura de la lente en el instante de la adquisición.
- La extensión del contraste es un proceso que expande el rango de los niveles de intensidad a través de todo el rango dinámico de la imagen.

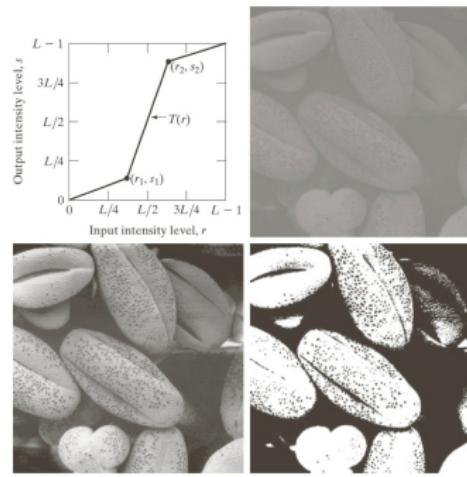
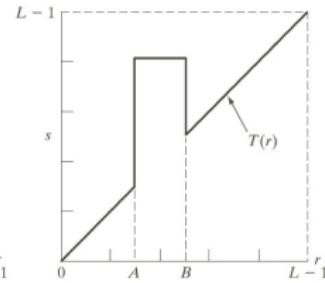
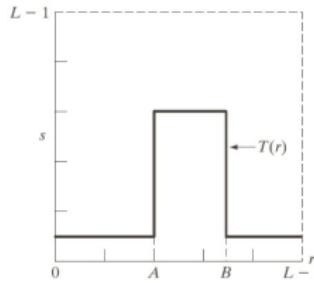


FIGURE 3.10
Contrast stretching.
(a) Form of transformation function. (b) A low-contrast image.
(c) Result of contrast stretching.
(d) Result of thresholding.
(Original image courtesy of Dr. Roger Heady, Research School of Biological Sciences, Australian National University, Canberra, Australia.)

Transformación Lineal por Tramos o Partes

► Fraccionamiento de los niveles de gris

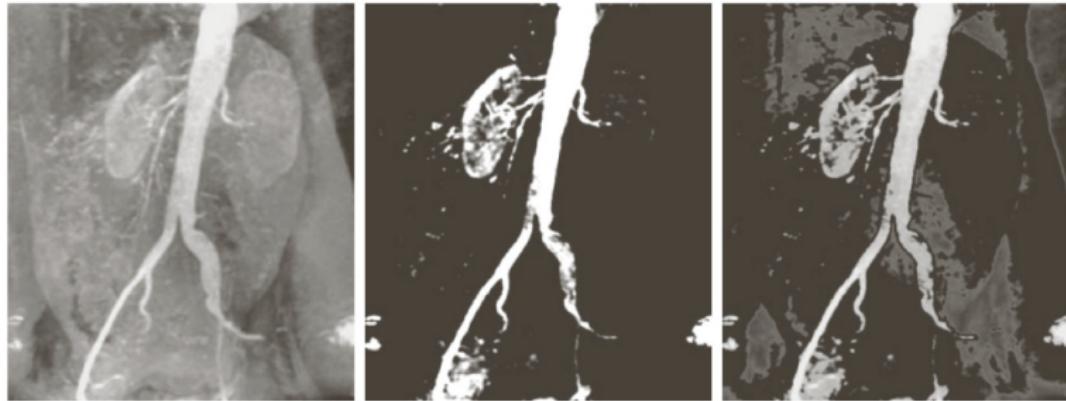
- En determinadas problemáticas asociadas por ejemplo a mejora de rangos en masas de agua de imágenes de teledetección o en la mejora de defectos en imágenes de rayos X, puede ser necesario destacar un rango específico de los niveles de gris de una imagen.
- Este realce de un determinado rango de intensidad se puede llevar a cabo desde, básicamente, dos aproximaciones distintas:
 1. Asociando etiquetas distintas para todos aquellos niveles del rango de interés de los que nos lo son, lo que genera una imagen binaria.
 2. Intensificando el rango de los niveles de gris objeto de interés y preservando el resto.



Transformación Lineal por Tramos o Partes

► Fraccionamiento de los niveles de gris

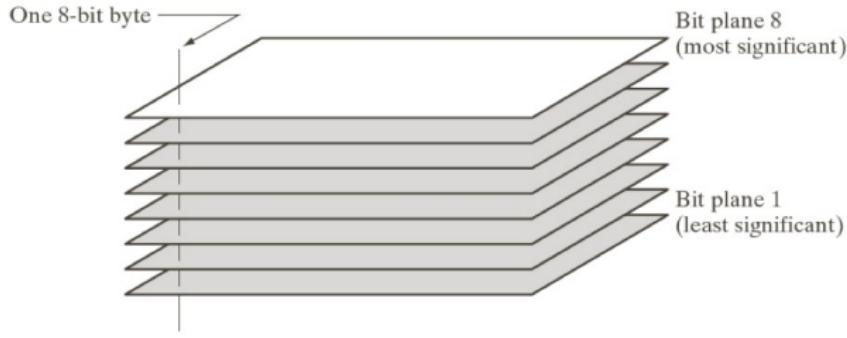
- Ejemplo de imagen de un angiograma aórtico a la que se le ha aplicado ambas técnicas de fraccionamiento.



Transformación Lineal por Tramos o Partes

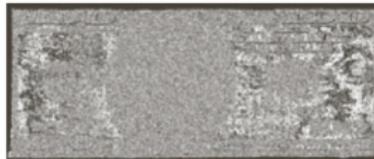
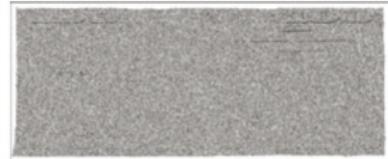
► Fraccionamiento de los planos de bits

- ▶ En determinadas aplicaciones puede resultar más interesante realizar la contribución que realizan determinados bits específicos, frente al procesamiento que las técnicas vistas hasta este momento hacían sobre ciertos rangos de intensidades.
- ▶ Supongamos una imagen con un rango dinámico de 256 niveles de gris en la que cada píxel estará representado por 8 bits ocupando un byte.
- ▶ Dicha imagen estará compuesta por 8 planos de un bit, que irán desde el plano 0 para el bit menos significativo, hasta el plano 7 para el bit más significativo.



Transformación Lineal por Tramos o Partes

► Fraccionamiento de los planos de bits



Transformación Lineal por Tramos o Partes

► Fraccionamiento de los planos de bits

- ▶ La descomposición de una imagen en sus planos de bits es muy utilizado para analizar las relaciones existentes entre cada bit de la imagen.
- ▶ Estos procesos ayudan en la determinación del número adecuado de bits a utilizar a la hora de cuantizar una imagen.
- ▶ Este tipo de descomposición es también usado en compresión de imagen, en donde no todos los planos son utilizados en la reconstrucción.



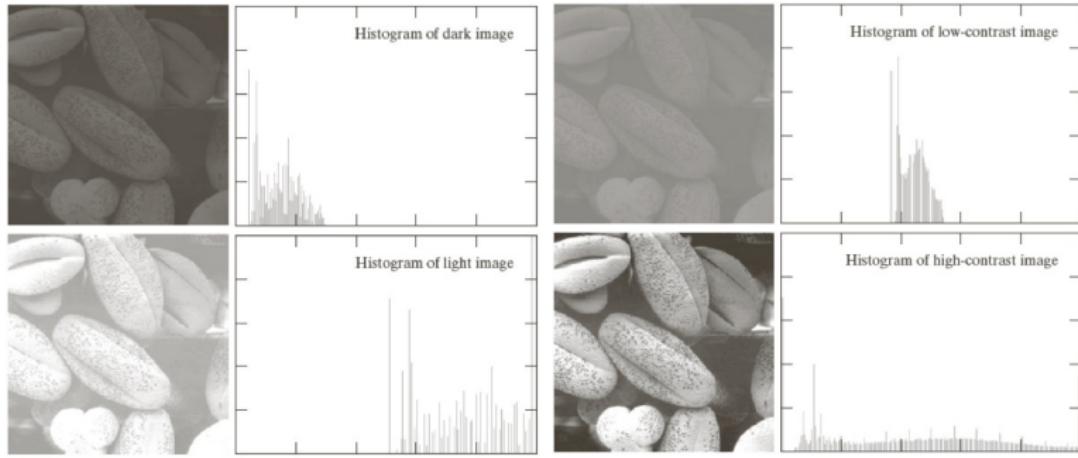
Imágenes reconstruidas a partir de los planos de bit a) 8 y 7, b) 8, 7 y 6, c) 8, 7, 6 y 5

El Histograma

- ▶ El histograma de una imagen digital con niveles de gris en el rango $[0, L - 1]$ es una función discreta $p(r_k) = n_k/n$, donde r_k es el k -ésimo nivel de gris, n_k es el número de píxeles que en la imagen tienen ese nivel de gris, n es el número total de píxeles de la imagen y $k = 0, 1, \dots, L - 1$
- ▶ De alguna forma $p(r_k)$ da una idea del valor de la probabilidad de que aparezca el nivel de gris r_k .
- ▶ Podemos considerar que dicha función define una distribución de probabilidad discreta.
- ▶ A la representación gráfica de esa función para todos los valores de k es a lo que llamaremos histograma y proporciona una descripción global de la apariencia de una imagen.
- ▶ Cada imagen tiene su propio histograma pero lo contrario no es, en general, siempre cierto, ya que un histograma contiene únicamente información radiométrica y no espacial.

El Histograma

- ▶ El histograma como modelo de contraste.



Igualación del histograma

- ▶ Podemos también definir el histograma acumulado como una función de distribución de probabilidad acumulada.
- ▶ En términos estadísticos, $p(r_k)$ es la función de probabilidad discreta y $\sum_{j=0}^k p(r_j)$ es la función de probabilidad acumulada.
- ▶ En muchas ocasiones puede ser interesante modificar el contraste de una imagen de tal forma que su histograma se ajuste a una forma previamente establecida.
- ▶ Histograma uniforme: los píxeles de la imagen se reparten de igual forma en los distintos niveles del rango dinámico de la escena.
- ▶ Una imagen con un histograma de este tipo tendría distribuidos sus píxeles a lo largo de todo el rango dinámico y en la misma proporción. Nos aparecería una escena muy bien contrastada.
- ▶ En la práctica no va a ser posible obtener un histograma perfectamente uniforme debido a que los valores de intensidad de la imagen están digitalizados (discretos y cuantizados), y lo que realmente obtendremos será un histograma casi uniforme en media.

Igualación del histograma

- Sea $p_r(r_k)$ la frecuencia relativa de la intensidad r_k definida como:

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n} \quad \text{con } 0 \leq r_k \leq 1 \quad y \quad k = 0, 1, \dots, L - 1$$

donde L es el número de niveles de gris, $p_r(r_k)$ es la probabilidad del k -ésimo nivel de gris, n_k es el número de veces que el nivel de gris r_k aparece en la imagen y n es el número total de píxeles de la imagen.

- $p_r(r_k)$ es una estimación de la probabilidad de que la intensidad de un determinado píxel de la imagen sea r_k .
- La función que transforma la imagen original en otra con un histograma uniforme viene dada por:

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) \quad \text{con } 0 \leq r_k \leq 1 \quad y \quad k = 0, 1, \dots, L - 1$$

Ejemplo de Igualación del histograma

- ▶ Propongamos un ejemplo simple de aplicación del proceso de igualación.
- ▶ Supongamos una imagen de 8 niveles de intensidad ($L = 8$) y de un tamaño 64×64 píxeles ($MN = 4096$) cuyo histograma es el mostrado en la figura.

r_k	n_k	$p_r(r_k) = n_k/MN$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1$	1023	0.25
$r_2 = 2$	850	0.21
$r_3 = 3$	656	0.16
$r_4 = 4$	329	0.08
$r_5 = 5$	245	0.06
$r_6 = 6$	122	0.03
$r_7 = 7$	81	0.02

Ejemplo de Igualación del histograma

- ▶ Los valores de la igualación del histograma se obtienen a partir de la aplicación de la expresión vista:

$$s_0 = T(r_0) = 7 \sum_{j=0}^0 p_r(r_j) = 7p_r(r_0) = 1,33$$

$$s_1 = T(r_1) = 7 \sum_{j=0}^1 p_r(r_j) = 7p_r(r_0) + 7p_r(r_1) = 3,08$$

y $s_2 = 4,55$, $s_3 = 5,67$, $s_4 = 6,23$, $s_5 = 6,65$, $s_6 = 6,86$ y $s_7 = 7,00$

- ▶ Los valores de s deben ser redondeados al entero más próximo:

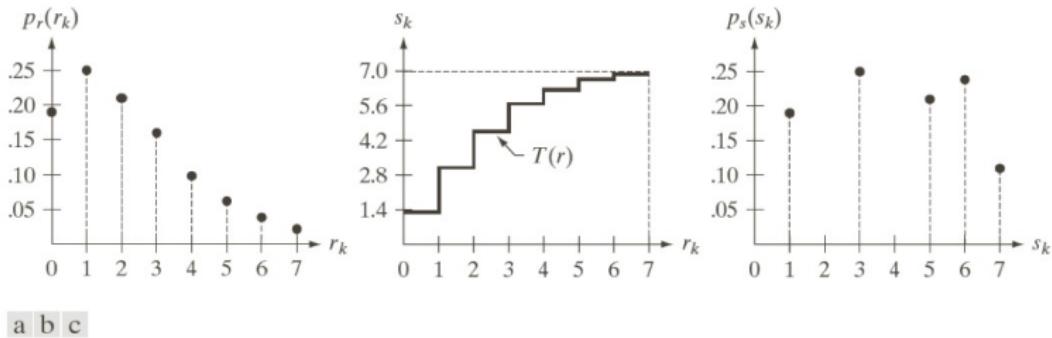
$$s_0 = 1,33 \rightarrow 1 \quad s_4 = 6,23 \rightarrow 6$$

$$s_1 = 3,08 \rightarrow 3 \quad s_5 = 6,65 \rightarrow 7$$

$$s_2 = 4,55 \rightarrow 5 \quad s_6 = 6,86 \rightarrow 7$$

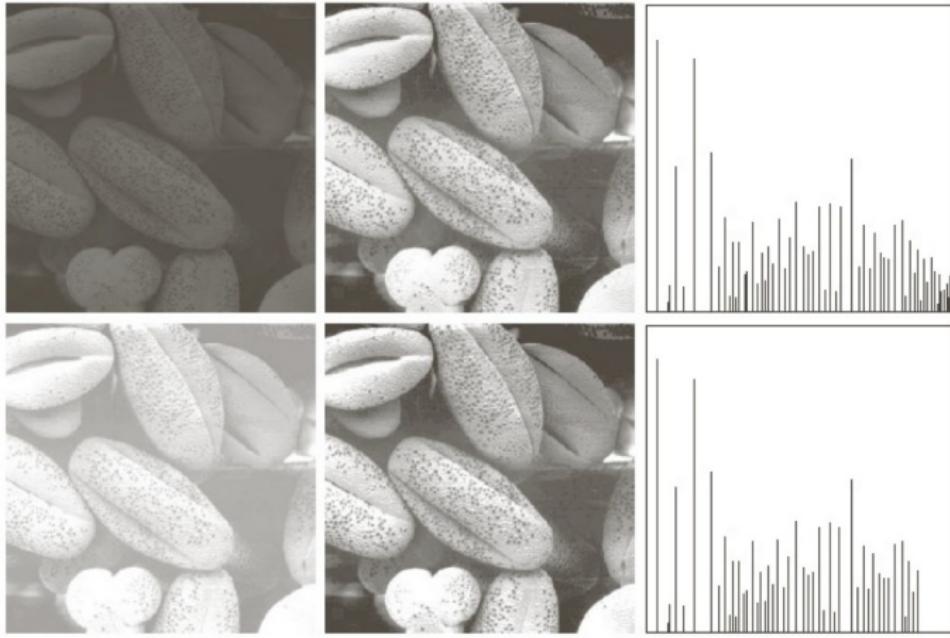
$$s_3 = 5,67 \rightarrow 6 \quad s_7 = 7,00 \rightarrow 7$$

Ejemplo de Igualación del histograma

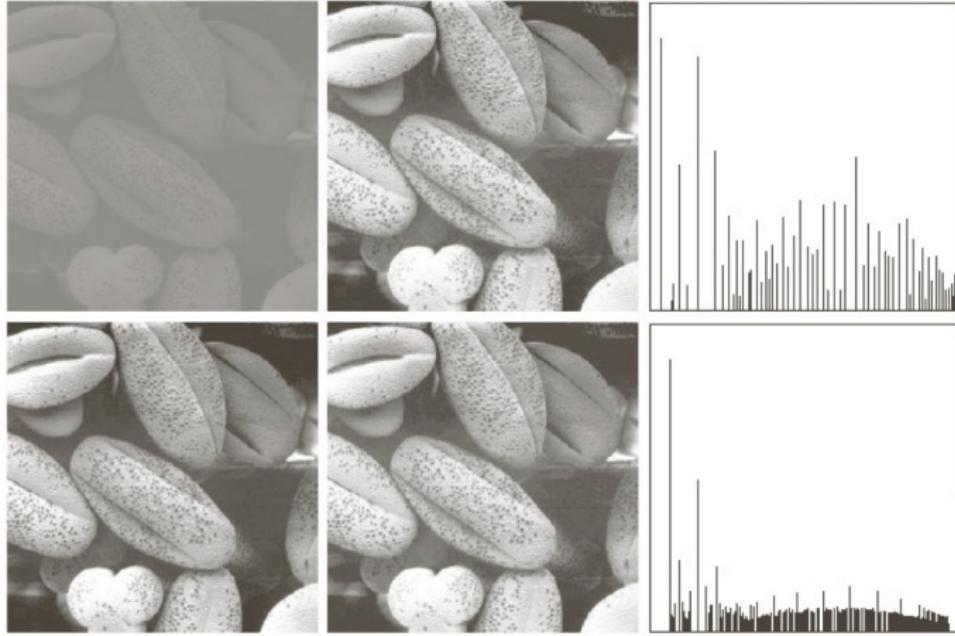


a) Histograma original, b) función de transformación y c) histograma igualado.

Igualación del histograma



Igualación del histograma

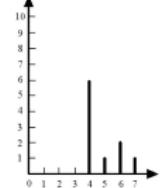
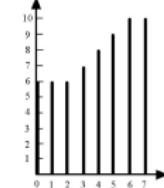
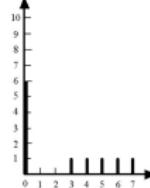


Igualación del histograma

- ▶ Tal como se ha mencionado anteriormente, para el caso continuo el histograma resultante del proceso de igualación es uniforme, en el caso discreto este histograma queda más ecualizado aunque ni mucho menos uniforme.
- ▶ Debemos tener en cuenta que esta transformación simplemente reasigna los niveles de gris a los píxeles, lo que significa que las frecuencias del histograma se desplazan en el eje de abcisas y como mucho se acumulan, pero nunca se fragmentan.
- ▶ La igualación de histogramas se adapta perfectamente al realce automático, ya que la función de transformación viene determinada exclusivamente por el histograma de la imagen de entrada.
- ▶ En imágenes de buena calidad, la igualación a menudo provoca su degradación, no siendo aconsejable por tanto su utilización.

Problemas en la Igualación del histograma

- ▶ En imágenes que representan grandes regiones homogéneas nos vamos a encontrar en sus histogramas con frecuencias muy elevadas para los niveles asociados a dichas regiones.
- ▶ Un ejemplo de este tipo de imágenes pueden ser las bandas de infrarrojos de imágenes multiespectrales Landsat con grandes extensiones de agua.
- ▶ La igualación del histograma transforma éste en otro de carácter uniforme, al menos en media, mediante la agrupación de los píxeles cuyas intensidades tienen una baja frecuencia de aparición.
- ▶ Esta situación nos llevará a que la imagen con su histograma igualado tenga agrupados sus píxeles en pocos niveles, lo que producirá una imagen poco contrastada.



Especificación del histograma

- ▶ El método de igualación del histograma sólo es capaz de generar un único resultado: una aproximación a un histograma uniforme.
- ▶ En determinadas aplicaciones puede ser interesante poder especificar determinados perfiles del histograma capaces de destacar algunos valores del rango dinámico de la imagen.
- ▶ Esta transformación se calcula a partir del histograma de la imagen original y del histograma especificado para la imagen resultante.

Especificación del histograma

- ▶ Sean $p_r(r)$ y $p_z(z)$ las funciones de densidad de probabilidad de las imágenes original y deseada, respectivamente.
- ▶ A partir de la transformación de igualación del histograma tenemos que:

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dW \quad 0 \leq r \leq 1$$

- ▶ Si la imagen buscada estuviese disponible, podría obtenerse una imagen con un histograma igualado de la misma mediante la siguiente función de transformación:

$$v = G(z) = \int_0^z p_z(w) dw \quad 0 \leq z \leq 1$$

- ▶ La transformación inversa $z = G^{-1}(v)$ proporcionaría las intensidades z deseadas.

Especificación del histograma

- ▶ Esta transformación es hipotética ya que son precisamente los niveles de gris z los que estamos buscando.
- ▶ Puesto que las funciones de densidad de probabilidad de las intensidades de ambas imágenes, tras ser igualados sus histogramas, son idénticas (uniformes), ambas imágenes han de ser iguales.
- ▶ Así, si en lugar de utilizar v en el proceso inverso utilizásemos los niveles uniformes s obtenidos de la imagen original, los niveles resultantes, $z = G^{-1}(s)$, serían la función de densidad de probabilidad de la imagen buscada.

Especificación del histograma

1. Igualar los niveles de la imagen original utilizando la ecuación:

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) \quad 0 \leq r_k \leq 1 \quad y \quad k = 0, 1, \dots, L-1$$

2. Obtener la función de transformación $G(z_k)$ a partir de la función de densidad de probabilidad $p_z(z_k)$:

$$v_k = G(z_k) = \sum_{j=0}^k p_z(z_j)$$

3. Aplicar la función de transformación inversa G^{-1} a las intensidades s_k de la imagen obtenidas en el paso 1.

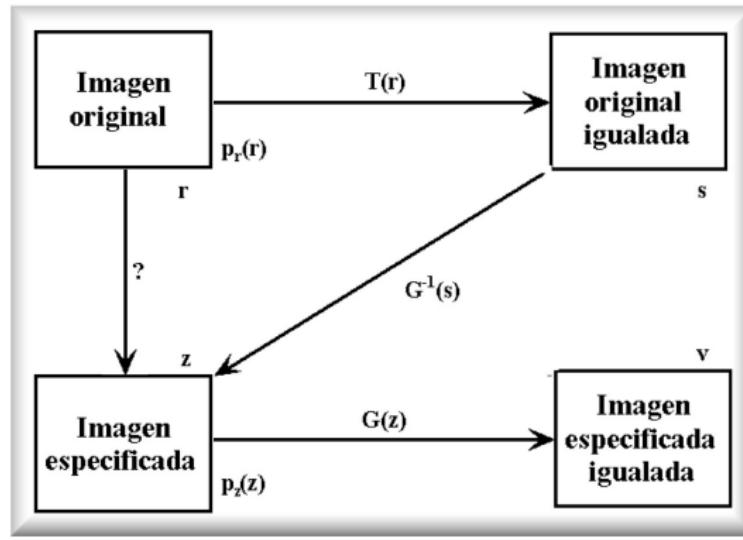
$$z_k = G^{-1}(s_k) = G^{-1}(T(r_k))$$

Especificación del histograma

- ▶ En el caso discreto, al igual que se producía en la transformación de igualación del histograma, no produce una réplica exacta del histograma especificado.
- ▶ El resultado será tanto más próximo al caso ideal (continuo) cuanto mayor sea el rango dinámico de la imagen.
- ▶ La principal dificultad en la aplicación del método consiste en ser capaz de construir un histograma significativo. Para lo cual existen dos soluciones:
 - ▶ Especificar una función de densidad de probabilidad particular, como una función de distribución de probabilidad gaussiana y luego formar una histograma digitalizando la función dada.
 - ▶ Especificar de forma interactiva la forma del histograma por medio de algún dispositivo gráfico.

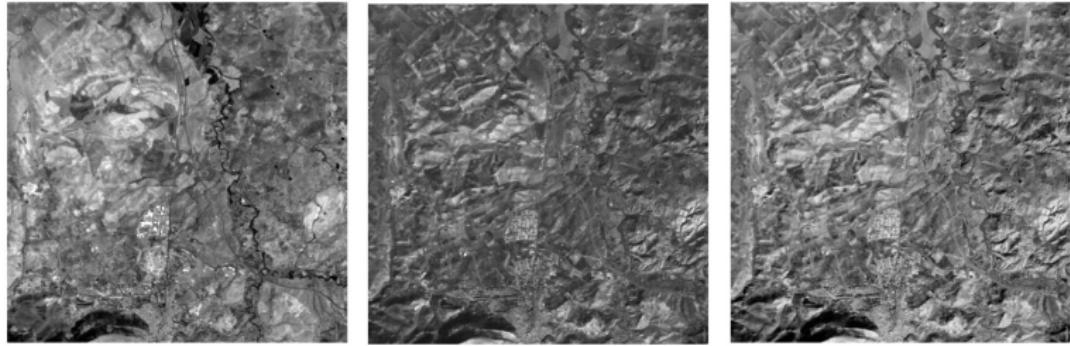
Especificación del histograma

- En la siguiente figura se representa esquemáticamente el procedimiento de generación de una imagen procesada de la imagen original cuya función de densidad de probabilidad coincide con la especificada $p_z(z)$



Especificación del histograma

- ▶ Cuando en teledetección se quiere comparar a partir de distintas imágenes un mosaico, podemos encontrarnos que no todas se han adquirido en el mismo momento.
- ▶ Esta diferencia provoca desajustes en el contraste de las escenas tal como podemos observar en la figura.



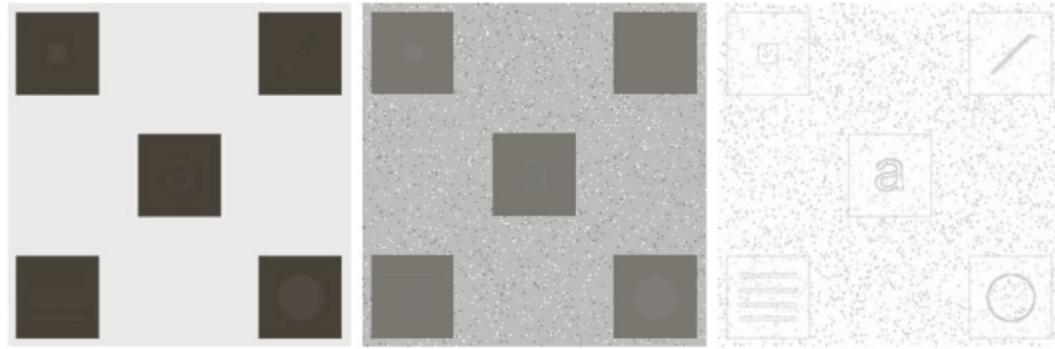
Porción de la banda 7 de una imagen landsat de la ciudad de Jaén, tomadas el 20 de enero de 2000 y el 28 de junio de 2000.

Procesamiento Local del histograma

- ▶ Los métodos de procesamiento del histograma vistos hasta ahora son globales en el sentido de que los píxeles se modifican mediante una función de transformación basada en la distribución de los niveles de gris a lo largo de todo el rango dinámico de la imagen.
- ▶ En determinadas aplicaciones puede ser de interés mejorar los detalles asociados a áreas muy pequeñas.
- ▶ Debido a que el número de píxeles contenidos en estas áreas puede ser despreciable frente al tamaño total de la imagen, de cara a una transformación global, el empleo de las técnicas globales vistas no garantiza necesariamente la mejora local deseada.
- ▶ La solución pasaría por redefinir las técnicas anteriormente estudiadas adaptándolas a un entorno de vecindad local.
- ▶ Para cada píxel se calcula el histograma de los puntos del entorno del mismo y se aplica cualquiera de las técnicas globales estudiadas.

Procesamiento Local del histograma

- ▶ En la siguiente figura se puede comparar el efecto de la aplicación de una transformación de igualación global y local (con una vecindad de 3x3) para la misma imagen original.



Concepto

- ▶ En esta sección introduciremos diversos conceptos básicos relativos al uso de filtros espaciales para procesamiento de imagen.
- ▶ Los filtros espaciales constituyen una de las principales herramientas usadas en el campo del procesamiento de la información visual.
- ▶ Como ya se comentó anteriormente, el término *filtro* se toma prestado de los procesos aplicados sobre el dominio de la frecuencia, donde *filtrar* hace referencia a la aceptación o rechazo de determinadas componentes frecuenciales.

Concepto

- ▶ Un filtro espacial consiste en un *entorno de vecindad* (normalmente rectangular) y una *operación predefinida* que se aplica sobre los píxeles de la imagen.
- ▶ Un proceso de filtrado crea un nuevo píxel con las mismas coordenadas que las coordenadas del centro del entorno de vecindad elegido y cuyo valor es el resultado de la operación de filtrado.

Concepto

- ▶ La siguiente figura ilustra el mecanismo de aplicación de un filtro espacial utilizando una vecindad de 3×3 .
 - ▶ En cualquier punto (x, y) de la imagen, la respuesta, $g(x, y)$, del filtro es la suma del producto de los coeficientes del filtro y los valores de los píxeles de la imagen sobre los que se apoya o superpone el filtro:

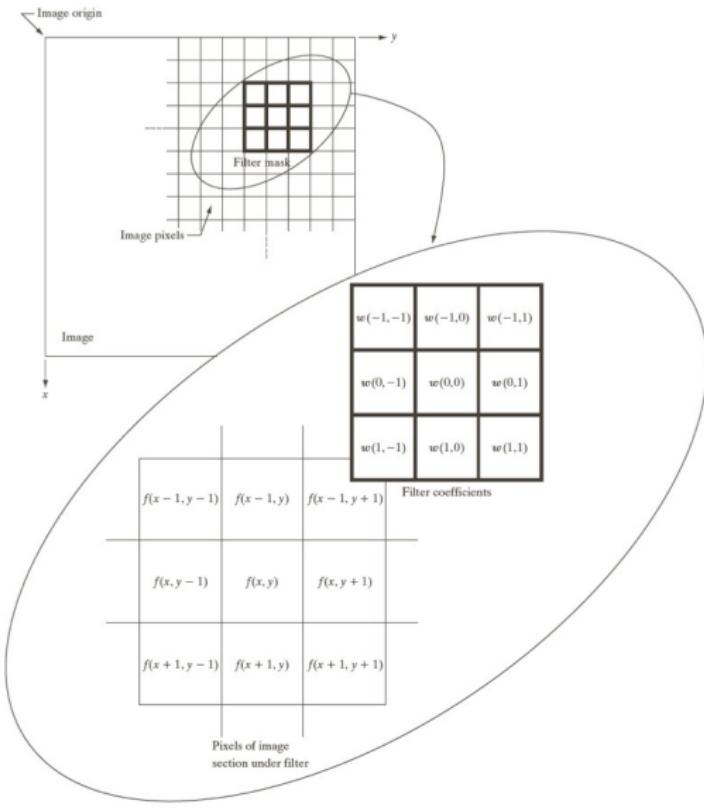
$$g(x, y) = w(-1, -1)f(x - 1, y - 1) + w(-1, 0)f(x - 1, y) + \dots \\ + w(0, 0)f(x, y) + \dots + w(1, 1)f(x + 1, y + 1)$$

- ▶ En general un filtrado lineal espacial de una imagen de tamaño $M \times N$ con un filtro de tamaño $m \times n$ está dado por la expresión:

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)f(x + s, y + t)$$

donde x e y varían de forma que cada píxel en w visita cada uno de los píxeles de f

Concepto



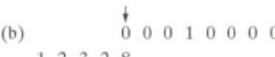
Convolución y Correlación espacial

- ▶ La Correlación es el proceso de mover una máscara o núcleo de correlación sobre la imagen e ir calculando la suma de los productos en cada posición, tal como se explicó anteriormente.
- ▶ La Convolución sería un proceso similar, excepto que el núcleo de convolución se rota inicialmente 180°
- ▶ La siguiente figura muestra de forma comparada el efecto de la aplicación de ambos operadores sobre una función 1D

Convolución y Correlación espacial

Correlation

(a) 

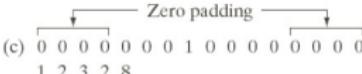
(b) 

1 2 3 2 8
Starting position alignment

Convolution

0 0 0 1 0 0 0 0 8 2 3 2 1 (i)

0 0 0 1 0 0 0 0 8 2 3 2 1 (j)


(c) 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 2 3 2 8

0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 (k)
8 2 3 2 1


(d) 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 2 3 2 8

0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 (l)
8 2 3 2 1


(e) 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 2 3 2 8

0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 (m)
8 2 3 2 1


(f) 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 2 3 2 8

0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 (n)
8 2 3 2 1

Full correlation result
(g) 0 0 0 8 2 3 2 1 0 0 0 0

Full convolution result
(o) 0 0 0 1 2 3 2 8 0 0 0 0

Cropped correlation result
(h) 0 8 2 3 2 1 0 0

Cropped convolution result
(p) 0 1 2 3 2 8 0 0

Convolución y Correlación espacial

- ▶ La Correlación de un filtro $w(x, y)$ de tamaño $m \times n$ con una imagen $f(x, y)$ se nota como $w(x, y) \circ f(x, y)$ y se define como:

$$w(x, y) \circ f(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)$$

- ▶ La Convolución se define de forma similar, excepto que se nota como $w(x, y) * f(x, y)$ y se define como:

$$w(x, y) * f(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x - s, y - t)$$

Convolución y Correlación espacial

		Padded f												
		0	0	0	0	0	0	0	0	0				
\nearrow Origin $f(x, y)$		0	0	0	0	0	0	0	0	0				
0 0 0 0 0		0	0	0	0	1	0	0	0	0				
0 0 0 0 0		0	0	0	0	0	0	0	0	0				
$w(x, y)$		0	0	0	0	0	0	0	0	0				
0 0 1 0 0		1	2	3	0	0	0	0	0	0				
0 0 0 0 0		4	5	6	0	0	0	0	0	0				
0 0 0 0 0		7	8	9	0	0	0	0	0	0				
(a)		(b)												
\searrow Initial position for w			Full correlation result				Cropped correlation result							
1	2	3	0	0	0	0	0	0	0	0				
4	5	6	0	0	0	0	0	0	9	8	7	0		
7	8	9	0	0	0	0	0	0	0	6	5	4	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	2	1	0	
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
(c)		(d)					(e)							
\nwarrow Rotated w			Full convolution result				Cropped convolution result							
9	8	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
6	5	4	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	0	
3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4	5	6	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7	8	9	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(f)		(g)					(h)							

Representación vectorial de un filtro lineal

- ▶ Una forma más compacta de representar las operaciones de filtrado es hacerlo de forma vectorial, tratando la matriz de pesos como si fuera un vector unidimensional:

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \dots + w_{mn} z_{mn}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{k=1}^{mn} w_k z_k \\ &= \mathbf{w}^T \mathbf{z} \end{aligned}$$

Filtrado Espacial de Alisamiento

- ▶ Los filtros de alisamiento son utilizados para emborronar y reducir ruido en una imagen.
- ▶ El emborronamiento es usado como preprocesamiento para suprimir detalles pequeños antes de la extracción de objetos usualmente grandes.

▶ **Filtro de alisamiento lineal**

- ▶ La respuesta de un filtro lineal de alisamiento será simplemente la media de los píxeles contenidos en el entorno de vecindad de la máscara del filtro.
- ▶ Estos filtros se suelen denominar *filtros de media* o *filtros paso bajo*.
- ▶ Aunque el filtro espacial podría ser modelizado como una gaussiana o en general cualquier función de densidad o su aproximación continua, es usual restringirse a filtros de tamaño 3x3 o bien a máscaras con forma de estrella.
- ▶ Es muy importante que la suma de los coeficientes sea la unidad.

Filtrado Espacial de Alisamiento

► Filtro de alisamiento lineal

- Utilizando la expresión vista para el cálculo de la operación de convolución espacial de dos señales, la expresión de una operación de convolución para filtrar una imagen $M \times N$ con un filtro de media de tamaño $m \times n$ (con m y n impar) está dada por:

$$g(x, y) = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t)}{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t)}$$

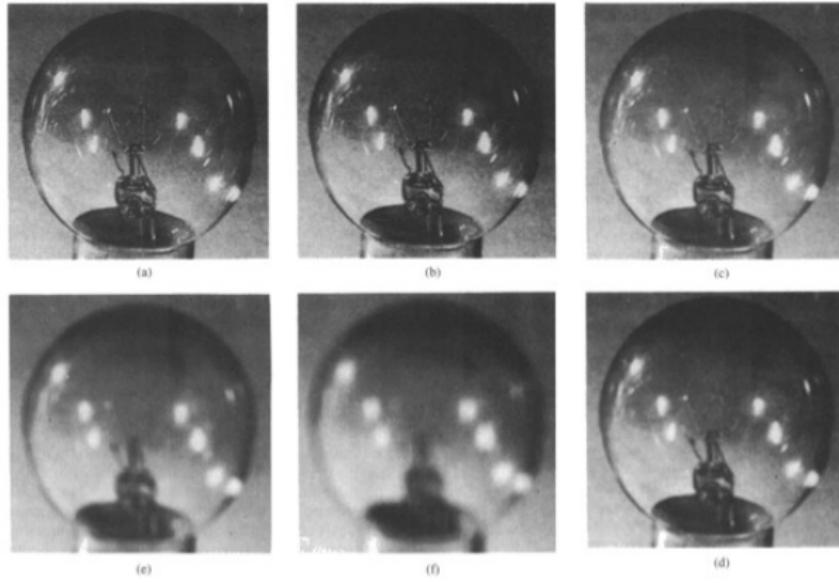
$\frac{1}{9} \times$	1	1	1
	1	1	1
	1	1	1
$\frac{1}{16} \times$	1	2	1
	2	4	2
	1	2	1

Filtrado Espacial de Alisamiento



Resultado del alisamiento aplicado a una imagen original 500×500 con máscaras de filtro de tamaño $m = 3, 5, 9, 15$ y 35 respectivamente.

Filtrado Espacial de Alisamiento

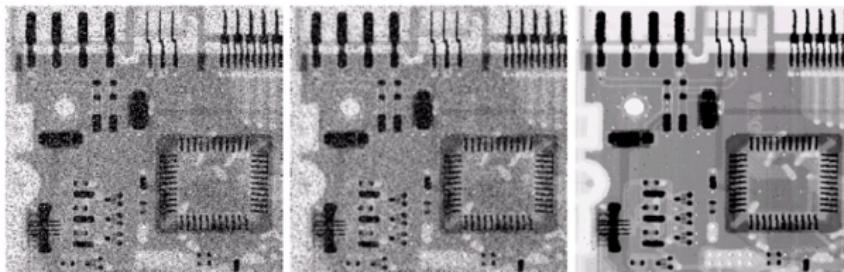


(a) Una imagen original; (b)-(f) el resultado del filtrado espacial de paso bajo empleando máscaras de tamaño $n \times n$, con $n = 3, 5, 7, 15$ y 25 .

Filtrado Espacial de Alisamiento

► Filtro de alisamiento no lineal

- ▶ En un conjunto de valores ordenados, la mediana es el valor central.
- ▶ El filtrado por mediana reduce el emborronamiento de las fronteras.
- ▶ La idea es reemplazar el valor de la imagen en un punto por la mediana de los niveles de intensidad de sus vecinos.
- ▶ Los puntos aislados de ruido son eliminados y además no emborra mucho las fronteras, pudiéndose aplicar iterativamente.



Resultado del alisamiento por mediana aplicado a una imagen de rayos X de un circuito impreso corrompido por ruido de *sal* y *pimienta*. Aplicando una máscara de media de tamaño 3x3 y aplicando un filtro de mediana también de tamaño 3x3.

Filtrado Espacial de Alisamiento



(a)



(b)



(c)



(d)

(a) Imagen original; (b) imagen corrompida por ruido en forma de impulsos; (c) resultado del promedio en un entorno 5×5 ; (d) resultado producido por un filtro de mediana de tamaño 5×5 .

Índice

Concepto de *característica*

Procesos de filtrado

Dominio espacial

Dominio frecuencial

La frontera como característica

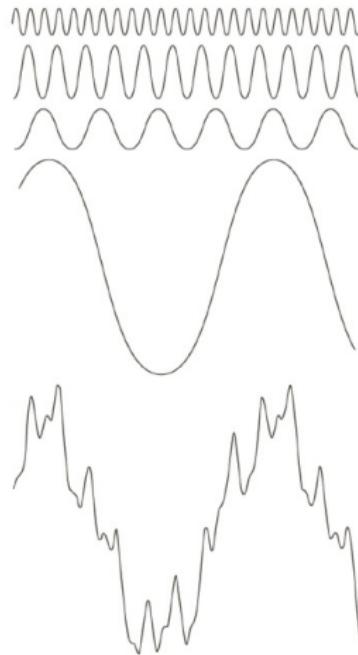
Contextualización

- ▶ Los procesos definidos sobre un dominio frecuencial necesitan dotarse de un espacio de representación sobre el cual encajar los valores de intensidad espacial originales.
- ▶ Uno de los espacios de representación más utilizados en el procesamiento de la información visual es sin duda el espacio transformado definido por el matemático francés Jean Baptiste Joseph Fourier, nacido en 1768 en la ciudad de Auxerre, a medio camino entre Paris y Dijon.

Espacio transformado de Fourier

- ▶ Fourier, en su libro *La Théorie Analitique de la Chaleur* establece que cualquier función periódica puede ser expresada como suma de senos y/o cosenos de diferentes frecuencias, lo que se conoce como *series de Fourier*.
- ▶ Incluso las funciones no periódicas pueden ser también expresadas como la integral de senos y/o cosenos multiplicados por una función de ponderación. A esta formulación se le denomina *Transformada de Fourier*.
- ▶ La principal característica de ambas representaciones es que una función, expresada en términos de series o transformación de Fourier, puede ser reconstruida (recuperada) completamente a través de un proceso inverso, sin pérdida de información.

Espacio transformado de Fourier



La función de abajo es la suma de las cuatro funciones anteriores.

Las ideas de Fourier relativas a que una función periódica puede ser representada como una suma ponderada de senos y cosenos fue recibida con escepticismo.

Espacio transformado de Fourier

- ▶ La transformada de Fourier bidimensional discreta (DFT) se define por las siguientes expresiones:

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

donde $f(x, y)$ es una imagen digital de tamaño $M \times N$.

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(ux/M+vy/N)}$$

Ambas ecuaciones constituyen el *par de transformaciones de Fourier bidimensionales discretas*.

Espectro de Fourier y Ángulo de Fase

- Debido a que la DFT 2D es compleja, puede ser expresada en forma polar como:

$$F(u, v) = |F(u, v)| e^{j\phi(u, v)}$$

donde la magnitud

$$|F(u, v)| = [R^2(u, v) + I^2(u, v)]^{1/2}$$

se denomina *espectro de Fourier o espectro de frecuencia* y donde a

$$\phi(u, v) = \arctan \left[\frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right]$$

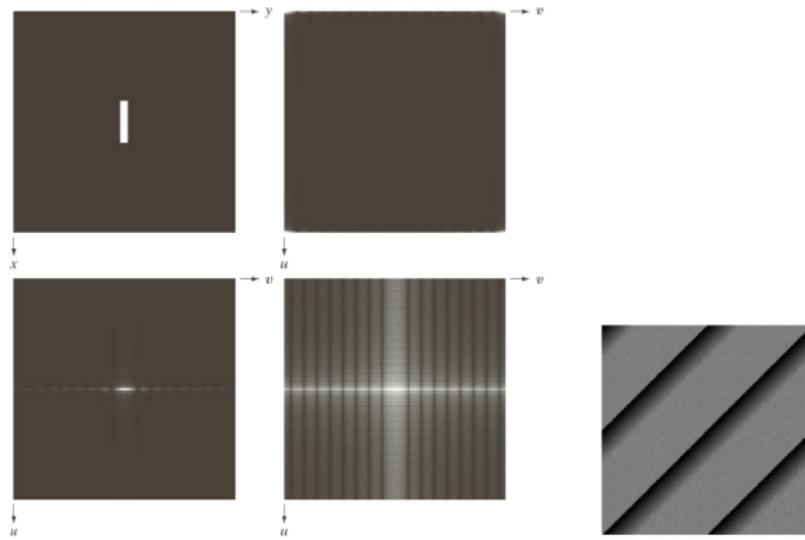
se le denomina *ángulo de fase*.

El *espectro de potencia* se define como:

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2 = R^2(u, v) + I^2(u, v)$$

Recordar que R e I son la parte real e imaginaria de $F(u, v)$.

Espectro de Fourier



a) Imagen original, b) Espectro de Fourier de a) mostrando puntos de brillo en las esquinas, c) espectro centrado¹, d) espectro realizado por una transformación logarítmica, e) ángulo de fase.

¹ Debido a la propiedad de periodicidad de la transformada de Fourier, para centrar el espectro debemos simplemente multiplicar la imagen original por $(-1)^{x+y}$ antes de calcular la DFT.

Teorema de Convolución

- ▶ Tal como ya vimos, la convolución discreta de dos funciones 2D se define como:

$$f(x, y) * h(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m, n)h(x - m, y - n)$$

para $x = 0, 1, 2, \dots, M - 1$ e $y = 0, 1, 2, \dots, N - 1$

- ▶ El *Teorema de Convolución* 2D se define por la expresión:

$$f(x, y) * h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v)H(u, v)$$

y a la inversa,

$$f(x, y)h(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) * H(u, v)$$

Introducción

- ▶ Filtrar en el dominio frecuencial consiste en la modificación de la transformada de Fourier de una imagen y a continuación calcular la transformada inversa para obtener el resultado filtrado.
- ▶ Dada una imagen digital $f(x, y)$ de tamaño $M \times N$, la expresión básica de un proceso de filtrado tendrá la forma:

$$g(x, y) = \mathfrak{F}^{-1}[H(u, v)F(u, v)]$$

donde \mathfrak{F}^{-1} es la IDFT, $F(u, v)$ es la DFT de la imagen de entrada $f(x, y)$, $H(u, v)$ es la *función de filtro, filtro o función de transferencia del filtro* y $g(x, y)$ es la imagen filtrada.

Introducción

- ▶ Dicho proceso de filtrado frecuencial se puede enumerar en los siguientes pasos:
 1. Dada una imagen de entrada $f(x, y)$ de tamaño $M \times N$ obtenemos los parámetros de recubrimiento P y Q . Con carácter general seleccionaremos $P = 2M$ y $Q = 2N$.
 2. Creamos la imagen recubierta, $f_p(x, y)$, de tamaño $P \times Q$ mediante la adición de suficientes ceros a la función original $f(x, y)$.
 3. Multiplicamos $f_p(x, y)$ por $(-1)^{x+y}$ para centrar la transformación.
 4. Calculamos la DFT, $F(u, v)$, de la imagen obtenida en el paso anterior.
 5. Generamos una función de filtro real y simétrico $H(u, v)$, de tamaño $P \times Q$ centrada en las coordenadas $(P/2, Q/2)$. Si $H(u, v)$ se ha generado a partir de un filtro espacial, $h(x, y)$, tendremos primero que formar el correspondiente $h_p(x, y)$ mediante el recubrimiento del mismo para hacerlo de tamaño $P \times Q$. A continuación habrá que multiplicar la función expandida por $(-1)^{x+y}$, para finalizar con el cálculo de la DFT del resultado para obtener la función de filtro centrado $H(u, v)$.
 6. Realizar el producto elemento a elemento $G(u, v) = H(u, v)F(u, v)$

Introducción

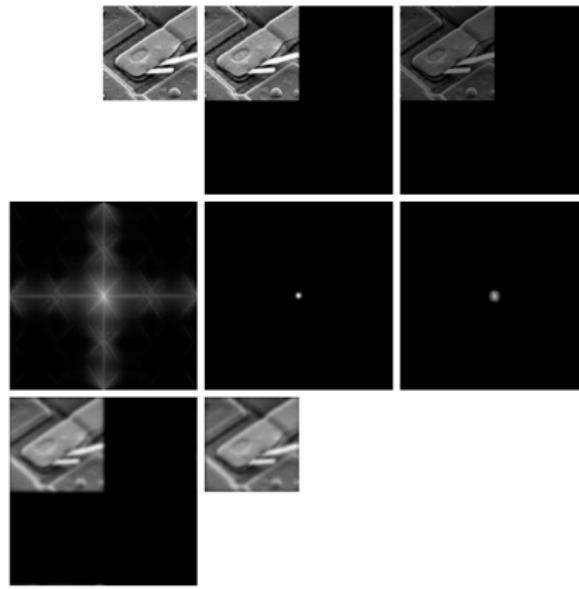
- ▶ Dicho proceso de filtrado frecuencial se puede enumerar en los siguientes pasos:
 1. Obtener la imagen procesada:

$$g_p(x, y) = \{\text{real}[\mathfrak{F}^{-1}[G(u, v)]]\}(-1)^{x+y}$$

donde la parte real se selecciona de tal forma que se ignoren los errores de precisión en los cálculos y el subíndice p indica que se trata de matrices recubiertas o expandidas.

2. Obtenemos el resultado final, $g(x, y)$, mediante la extracción de la región $M \times N$ del cuadrante superior izquierdo de $g_p(x, y)$

Introducción



- a) Imagen original, b) imagen recubierta f_p de tamaño $P \times Q$, c) Resultado de multiplicar f_p por $(-1)^{x+y}$, d) espectro de fourier F_p , e) filtro paso bajo Gaussiano centrado H de tamaño $P \times Q$, f) espectro del producto HF_p , g) g_p , el producto de $(-1)^{x+y}$ y la parte real de la IDFT de HF_p , h) resultado final g obtenido mediante el recorte de las primeras M filas y N columnas de g_p .

Filtrado Frecuencial de Paso Bajo

- ▶ Como ya se indicó anteriormente, las fronteras y otras transiciones rápidas como el ruido en los niveles de gris de una imagen contribuyen significativamente al contenido de las altas frecuencias en el dominio de Fourier.
- ▶ El emborronamiento o alisamiento, se alcanza en el dominio de Fourier atenuando un rango específico de componentes de altas frecuencias en la transformada de una imagen dada.
- ▶ Como bien sabemos

$$G(u, v) = H(u, v) * F(u, v)$$

donde $F(u, v)$ es la transformada de Fourier de la imagen a alisar.

- ▶ El problema es seleccionar una función de transferencia $H(u, v)$ que genere la $G(u, v)$ deseada atenuando las componentes de alta frecuencia de $F(u, v)$

Filtrado Frecuencial de Paso Bajo

► Filtros Ideales de Paso Bajo

- Un filtro ideal bidimensional de paso bajo es uno cuya función de transferencia cumple la relación:

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{si } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

donde D_0 es una cantidad no negativa y $D(u, v)$ es la distancia del punto (u, v) al origen del plano de las frecuencias, es decir,

$$D(u, v) = [(u - P/2)^2 + (v - Q/2)^2]^{1/2}$$

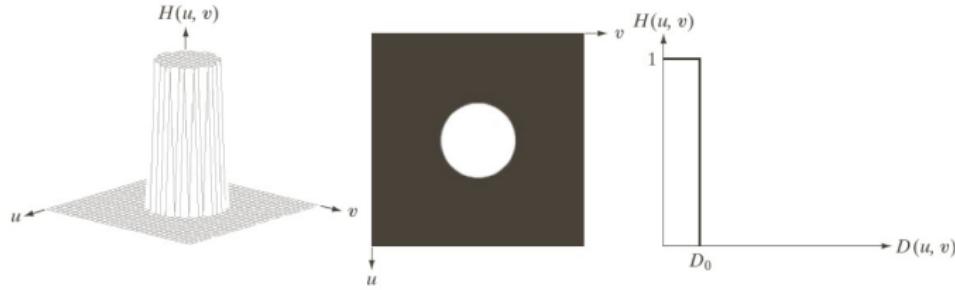
donde P y Q son los tamaños de recubrimiento de la función original.

- El nombre de ideal proviene de que todas las frecuencias dentro de un círculo de radio D_0 se pasan sin atenuación, mientras que todas las frecuencias fuera de ese círculo son atenuadas completamente.

Filtrado Frecuencial de Paso Bajo

► Filtros Ideales de Paso Bajo

- ▶ Para un filtro ideal paso bajo radialmente simétrico, el punto de transición entre $H(u, v) = 1$ y $H(u, v) = 0$ recibe el nombre de frecuencia de corte.
- ▶ La frecuencia de corte de un filtro ideal paso bajo no puede realizarse con componentes electrónicos, aunque sí puede simularse en un ordenador.



- a) Perspectiva de un filtro paso bajo ideal, b) filtro mostrado como una imagen y c) sección del filtro transversal

Filtrado Frecuencial de Paso Bajo

► Filtros Ideales de Paso Bajo

- ▶ Una forma de establecer las frecuencias de corte pasa por buscar círculos que engloben cantidades específicas de energía P_T .
- ▶ Esta cantidad se obtiene mediante la suma de los componentes del espectro de potencia de la imagen recubierta en cada punto (u, v) , para $u = 0, 1, \dots, P - 1$ y $v = 0, 1, \dots, Q - 1$, es decir,

$$P_T = \sum_{u=0}^{P-1} \sum_{v=0}^{Q-1} P(u, v)$$

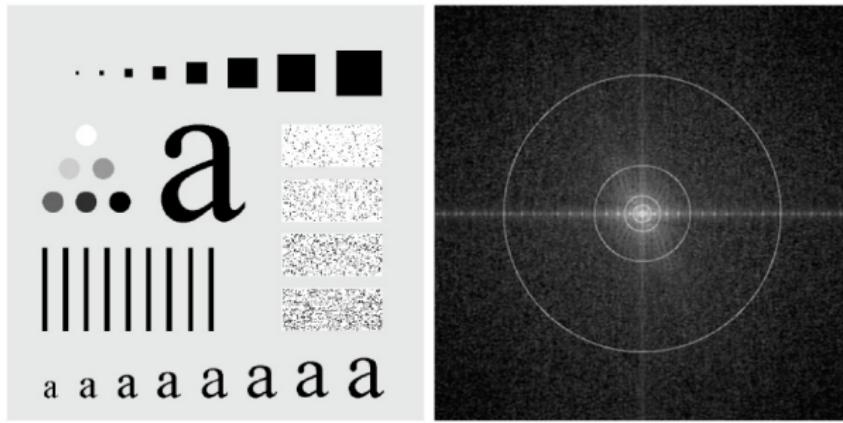
donde $P(u, v)$ es el espectro de potencia.

- ▶ Si la DFT ha sido centrada, un círculo de radio D_0 con origen en el centro de frecuencias, engloba al α por ciento de la potencia, donde:

$$\alpha = 100 \left[\sum_u \sum_v P(u, v) / P_T \right]$$

Filtrado Frecuencial de Paso Bajo

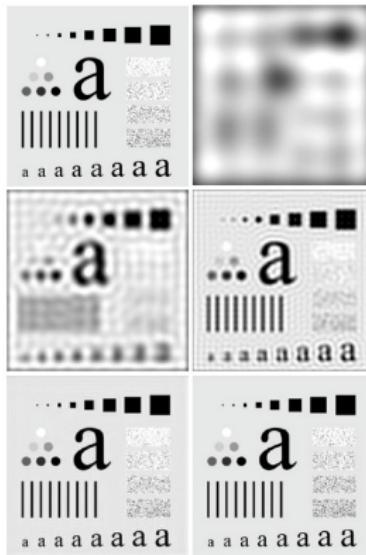
► Filtros Ideales de Paso Bajo



a) Patrón de test de tamaño 688×688 píxeles, b) su espectro de Fourier. Los círculos superpuestos tienen un radio igual a 10, 30, 60, 160 y 460 con respecto a la imagen del espectro con tamaño completo. Estos radios engloban al 87.0, 93.1, 95.7 97.8 y 99.2 % del espectro de potencia respectivamente.

Filtrado Frecuencial de Paso Bajo

► Filtros Ideales de Paso Bajo



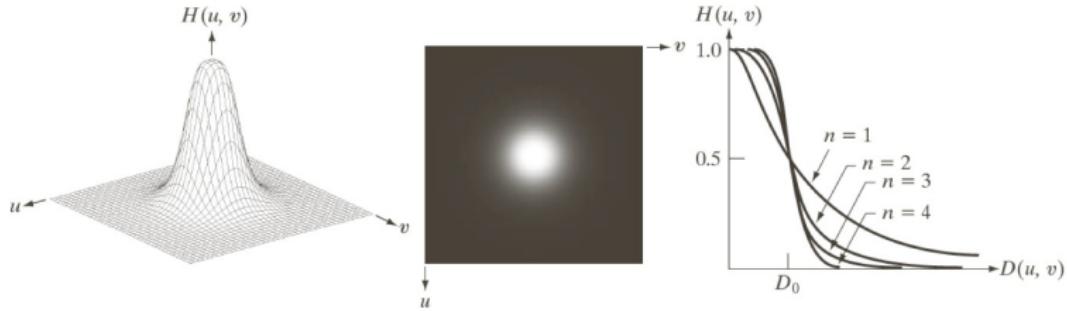
a) Imagen original, b) - f) resultados del proceso de filtrado utilizando un filtro paso bajo ideal con una frecuencia de corte establecida en un radio de valor 10, 30, 60, 160 y 460. Estos radios eliminan del espectro de potencia el 13, 6.9, 4.3, 2.2 y 0.8 % del total.

Filtrado Frecuencial de Paso Bajo

► Filtros Butterworth de Paso Bajo

- La función de transferencia de un filtro Butterworth de paso bajo de orden n y con frecuencia de corte a una distancia D_0 desde el origen, se define como:

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v)/D_0]^{2n}}$$



- a) Perspectiva de un filtro Butterworth paso bajo, b) filtro mostrado como una imagen y c) sección transversal del filtro para varios órdenes de n .

Filtrado Frecuencial de Paso Bajo

► Filtros Butterworth de Paso Bajo



a) Imagen original, b) - f) resultados del proceso de filtrado utilizando un filtro Butterworth paso bajo con una frecuencia de corte establecida en un radio de valor 10, 30, 60, 160 y 460.

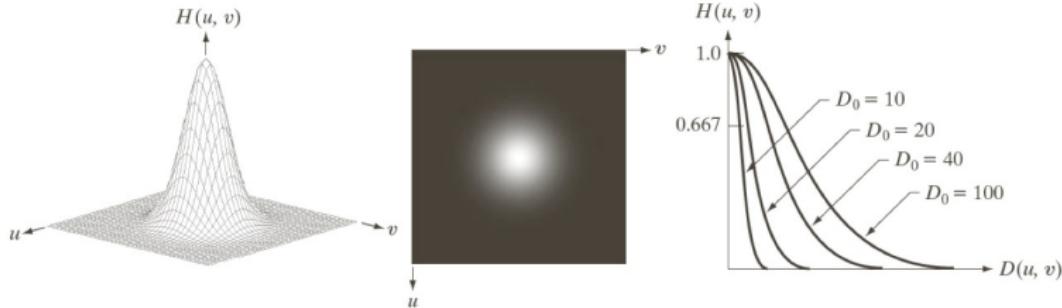
Filtrado Frecuencial de Paso Bajo

► Filtro Gaussiano de Paso Bajo

- La función de transferencia de un filtro Gaussiano de paso bajo con frecuencia de corte a una distancia D_0 desde el origen, se define como:

$$H(u, v) = e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$

donde D_0 es la frecuencia de corte que representa en estos filtros una medida de la dispersión de la campana con respecto a su centro, lo que lo haría equivalente al σ de la función gaussiana.



- a) Perspectiva de un filtro Gaussiano paso bajo, b) filtro mostrado como una imagen y c) sección transversal del filtro para varios valores de D_0 .

Filtrado Frecuencial de Paso Bajo

► Filtro Gaussiano de Paso Bajo



- a) Imagen original, b) - f) resultados del proceso de filtrado utilizando un filtro Gaussiano paso bajo con una frecuencia de corte establecida en un radio de valor 10, 30, 60, 160 y 460.

Filtrado Frecuencial de Paso Alto

- ▶ Como ya se indicó anteriormente, una imagen puede ser borronada atenuando las componentes de alta frecuencia en su transformada de Fourier.
- ▶ Esto es debido a que los bordes y otros cambios abruptos en los niveles de gris se asocian con frecuencias altas.
- ▶ El realce de imágenes puede alcanzarse mediante el filtrado paso alto que atenúa las frecuencias bajas sin distorsionar la información de las frecuencias altas en el dominio de Fourier.
- ▶ Un filtro paso alto se obtiene a partir de un filtro paso bajo utilizando la expresión:

$$H_{HP}(u, v) = 1 - H_{LP}(u, v)$$

donde $H_{LP}(u, v)$ es la función de transferencia de un filtro paso bajo.

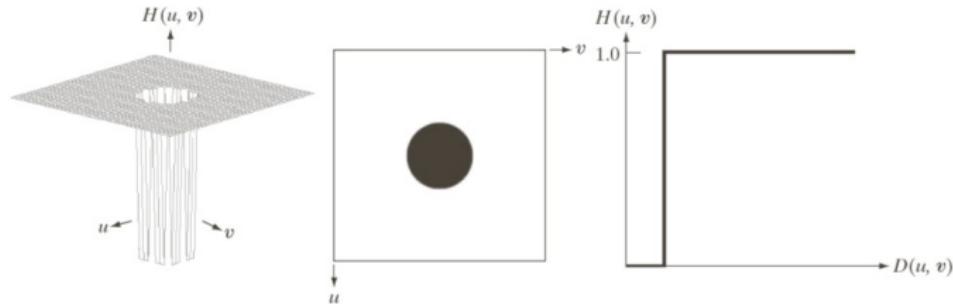
Filtrado Frecuencial de Paso Alto

► Filtro Ideal de Paso Alto

- Un filtro ideal bidimensional de paso alto es uno cuya función de transferencia cumple la relación:

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{si } D(u, v) \leq D_0 \\ 1 & \text{si } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

donde D_0 es una cantidad no negativa y $D(u, v)$ es la distancia del punto (u, v) al origen del plano de las frecuencias.



- a) Perspectiva de un filtro paso alto ideal, b) filtro mostrado como una imagen y c) sección transversal del filtro

Filtrado Frecuencial de Paso Alto

► Filtro Ideal de Paso Alto



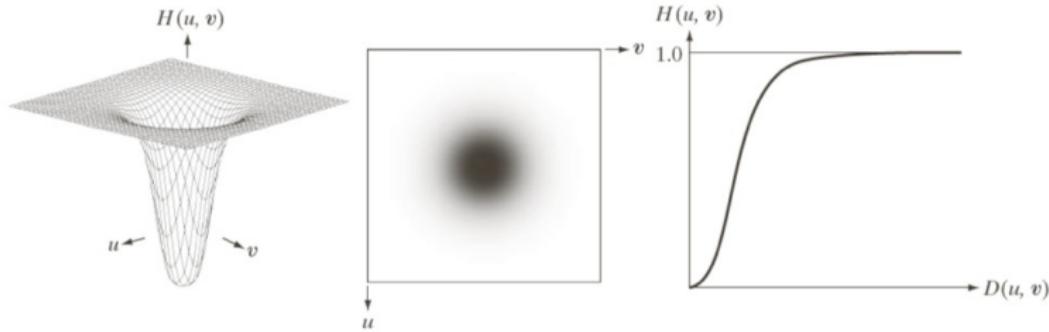
Resultados de la aplicación de un filtro paso alto con $D_0 = 30, 60$ y 160 .

Filtrado Frecuencial de Paso Alto

► Filtro Butterworth de Paso Alto

- La función de transferencia de un filtro Butterworth de paso alto de orden n y con frecuencia de corte a una distancia D_0 desde el origen, se define como:

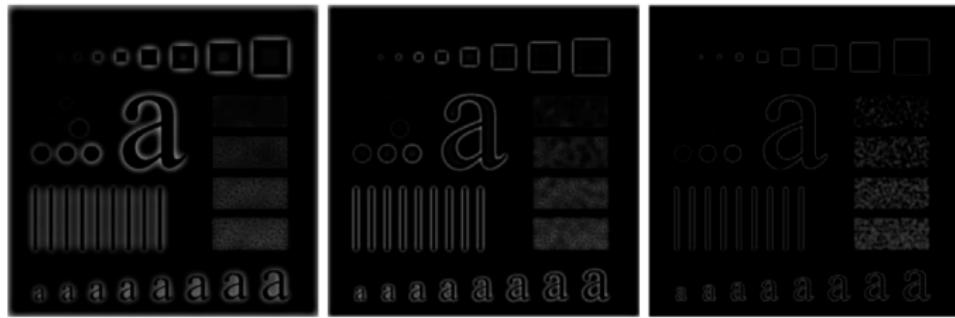
$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0/D(u, v)]^{2n}}$$



- a) Perspectiva de un filtro Butterworth paso alto, b) filtro mostrado como una imagen y c) sección transversal del filtro.

Filtrado Frecuencial de Paso Alto

► Filtro Butterworth de Paso Alto



Resultados de la aplicación de un filtro Butterworth de paso alto con $D_0 = 30, 60$ y 160 .

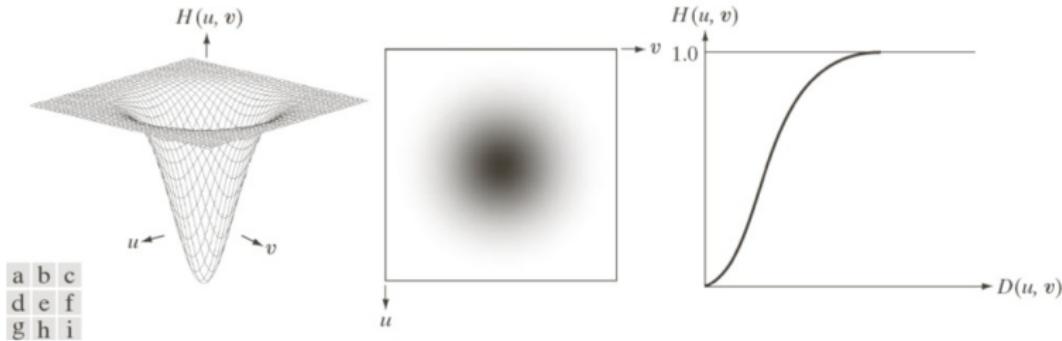
Filtrado Frecuencial de Paso Alto

► Filtro Gaussiano de Paso Alto

- La función de transferencia de un filtro Gaussiano de paso alto con frecuencia de corte a una distancia D_0 desde el origen, se define como:

$$H(u, v) = 1 - e^{-D^2(u,v)/2D_0^2}$$

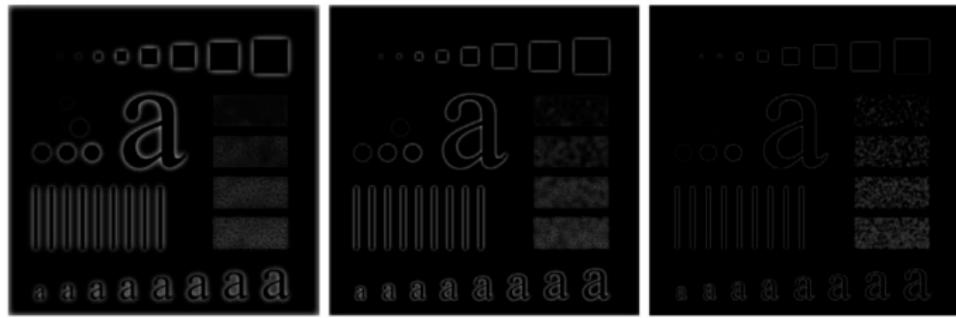
donde D_0 es la frecuencia de corte que representa en estos filtros una medida de la dispersión de la campana con respecto a su centro, lo que lo haría equivalente al σ de la función gaussiana.



- a) Perspectiva de un filtro Gaussiano paso alto, b) filtro mostrado como una imagen y c) sección transversal del filtro.

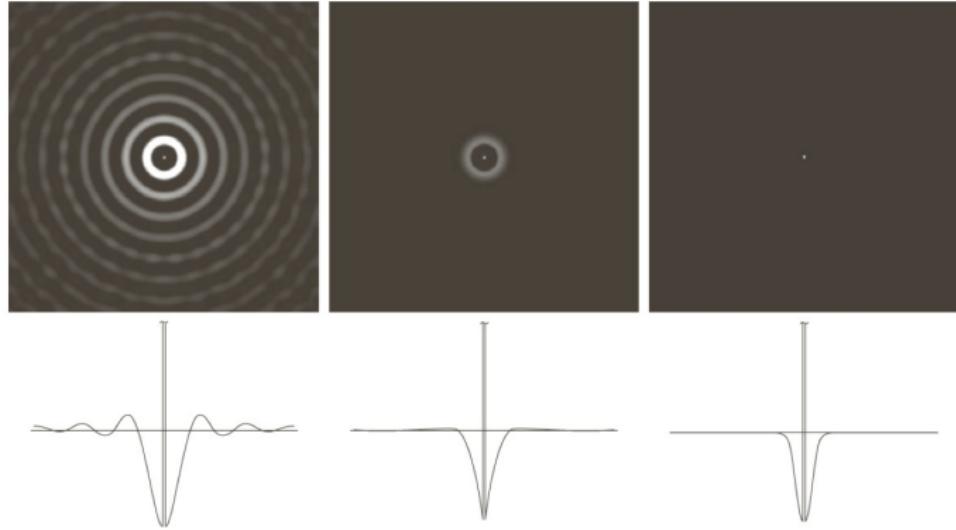
Filtrado Frecuencial de Paso Alto

► Filtro Gaussiano de Paso Alto



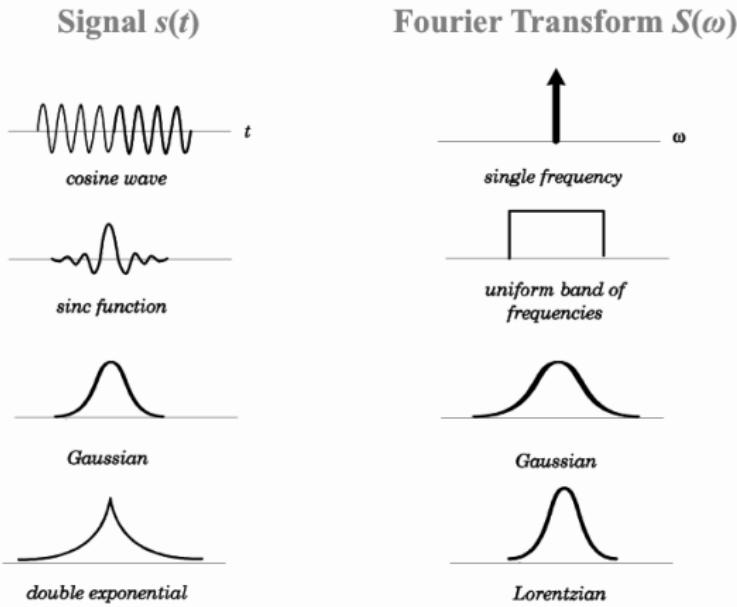
Resultados de la aplicación de un filtro Gaussiano de paso alto con $D_0 = 30, 60$ y 160 .

Filtrado Frecuencial de Paso Alto



Representación espacial de filtro paso alto a) ideal, b) Butterworth y c) Gaussiano, con sus correspondientes perfiles de intensidad.

Correspondencia de señales espaciales y temporales



Correspondencia de distintas señales en los dominios espacial y temporal.

Índice

Concepto de *característica*

Procesos de filtrado

Dominio espacial

Dominio frecuencial

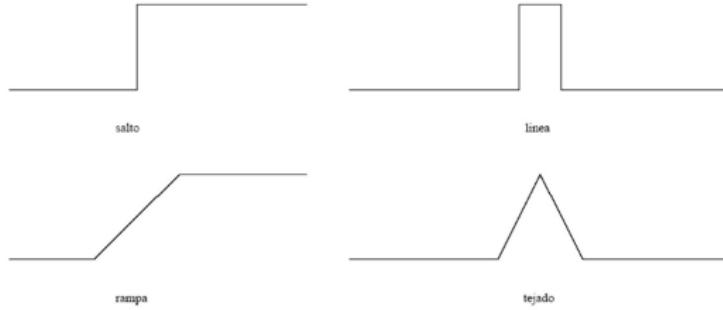
La frontera como característica

¿Qué es una frontera?

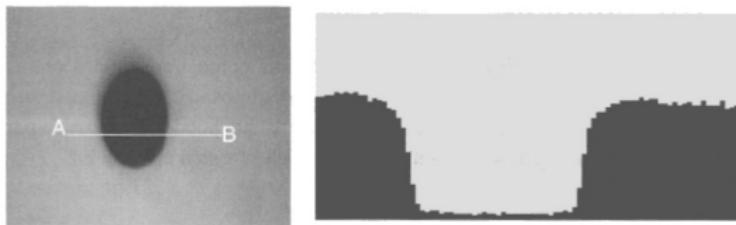
- ▶ Los primeros pasos de la visión tratan de identificar rasgos en la imagen que son relevantes para estimar la estructura y propiedades de los objetos de la escena.
- ▶ Las fronteras o bordes corresponden a cambios locales significativos en una imagen y son probablemente los rasgos más importantes para el análisis de la misma.
- ▶ Se encuentran en la frontera entre dos regiones diferentes.
- ▶ Simplificando la definición podríamos decir que un borde es una discontinuidad de algún tipo en la función de intensidad de la imagen.
- ▶ Su detección no es simple, debido a que unos son debidos a sombras sobre los objetos, otros se deben a la variación de la reflectancia de los objetos y otros incluso debido a la textura que presentan.

¿Qué es una frontera?

- ▶ Podríamos definir una frontera como un cambio local significativo en la intensidad de la imagen que usualmente está asociado con una discontinuidad bien de la función de intensidad o de su derivada.
- ▶ Las discontinuidades pueden ser de dos tipos:
 - ▶ De salto: donde la intensidad cambia abruptamente de un valor en un lado de la discontinuidad a otro valor diferente en el lado opuesto.
 - ▶ De línea: donde las intensidades cambian abruptamente volviendo en poco espacio a su valor inicial.
- ▶ Dichos saltos y pasos raramente aparecen en las imágenes, debido a que los procesos de digitalización generan rampas y tejados.

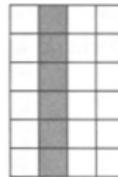


¿Qué es una frontera?

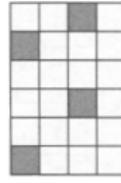
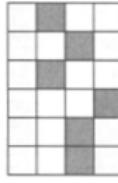
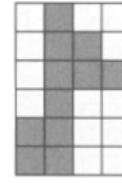


- ▶ La existencia de dichos tipos de discontinuidades introducen una gran complejidad a la hora de detectar los bordes de una imagen.
- ▶ En dicho proceso se suelen distinguir tres tipos de errores:
 - ▶ **Error en la detección:** Un operador es un buen detector si la probabilidad de detectar el borde es alta cuando éste realmente existe en la imagen y baja cuando éste no existe.
 - ▶ **Error en la localización:** Un operador localiza bien un borde cuando la posición que proporciona coincide con la posición real del borde en la imagen.
 - ▶ **Respuesta múltiple:** Cuando varios píxeles son detectados en un único borde.

¿Qué es una frontera?



Borde real

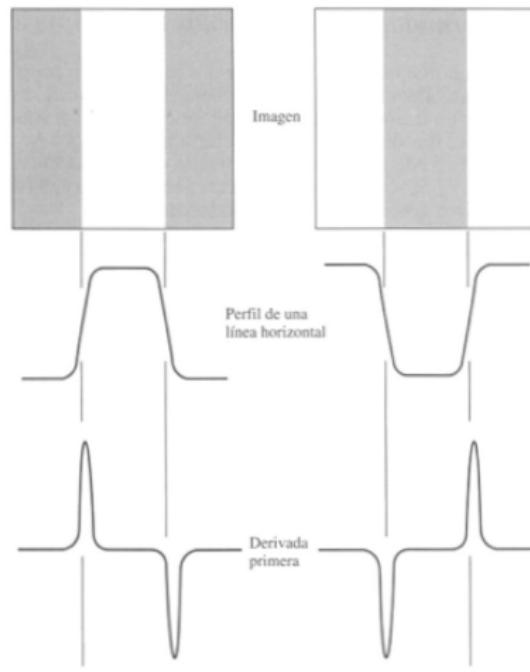
Pobre
detecciónPobre
localizaciónMúltiple
respuesta

Introducción

- ▶ Centraremos nuestra atención en la búsqueda de cambios abruptos, y locales en la función de intensidad de la imagen.
- ▶ Existen tres características en la imagen sobre las que trabajaremos: puntos, líneas y bordes.
- ▶ Un *píxel de frontera* es un píxel en el que la función de intensidad cambia abruptamente.
- ▶ Una *frontera* o un *segmento de borde* es un conjunto de píxeles de frontera conectados.

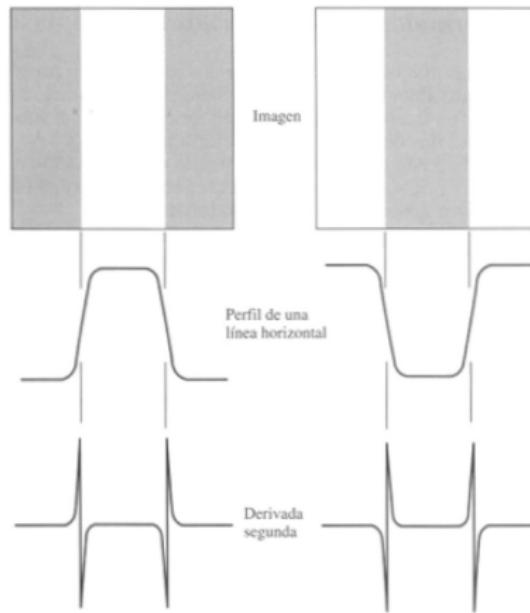
Introducción

- ▶ Cambios abruptos y locales en la función de intensidad de una imagen pueden ser detectados utilizando un enfoque diferencial.



Introducción

- ▶ Cambios abruptos y locales en la función de intensidad de una imagen pueden ser detectados utilizando un enfoque diferencial.



Introducción

- ▶ La derivada de una función digital se define en términos de diferencias.
- ▶ Una aproximación a la derivada de primer orden en un punto x de una función 1D se obtiene a partir de la expansión de la función $f(x + \Delta x)$ como series de Taylor en x , dejando $\Delta x = 1$ y manteniendo sólo los términos lineales.
- ▶ El resultado es la diferencia digital:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f'(x) = f(x + 1) - f(x)$$

Claramente $\partial f / \partial x = df / dx$ cuando f es una función de sólo una variable/dimensión.

Introducción

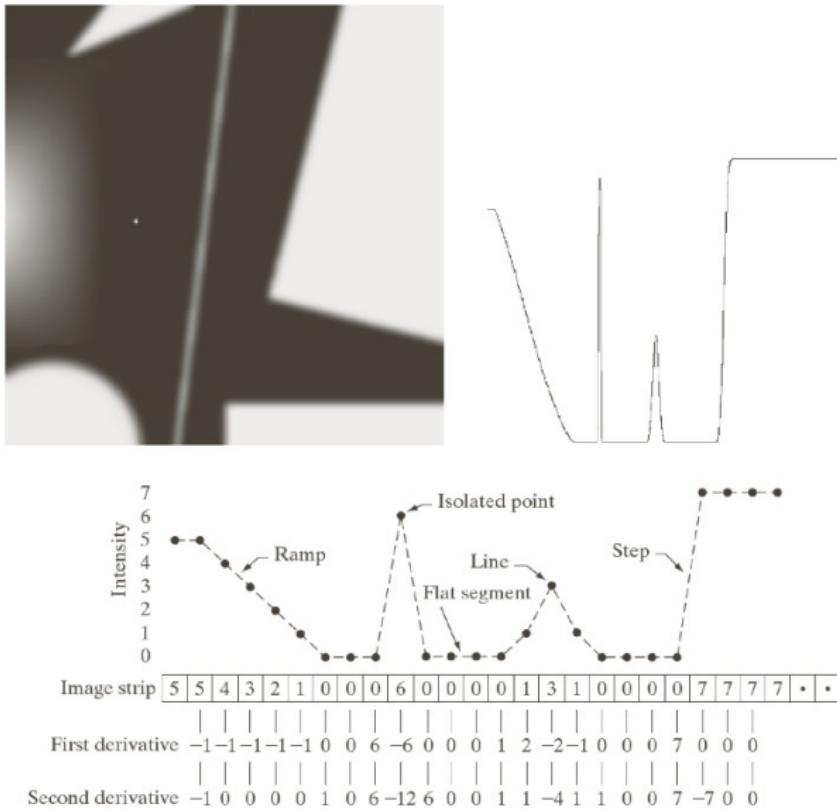
- ▶ Obtenemos una expresión para una derivada de segundo orden a partir de la diferenciación con respecto a x de la anterior:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial f'(x)}{\partial x} &= f'(x+1) - f'(x) = \\ &= f(x+2) - f(x+1) - f(x+1) + f(x) = \\ &= f(x+2) - 2f(x+1) + f(x)\end{aligned}$$

- ▶ Esta expansión se realiza sobre el punto $x+1$, por lo que si queremos centrar nuestra expresión de segunda derivada en el punto x deberemos restar 1 de los argumentos de la anterior expresión, obteniendo:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x) = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

Introducción



Detección de puntos aislados

- ▶ A partir de lo visto en la sección anterior, sabemos que la detección de puntos aislados se puede abordar a partir de la aplicación de una derivada segunda.
- ▶ Como ya sabemos el operador de derivada segunda isotrópico más simple que hay es el Laplaciano, cuyas expresiones volveremos a recordar:

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

Detección de puntos aislados

- ▶ Usaremos la definición previa de segunda derivada 1D pero teniendo en mente que tendremos que aplicarla sobre las dos parciales.
- ▶ En la dirección x tendremos:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

- ▶ Y en la dirección y tendremos:

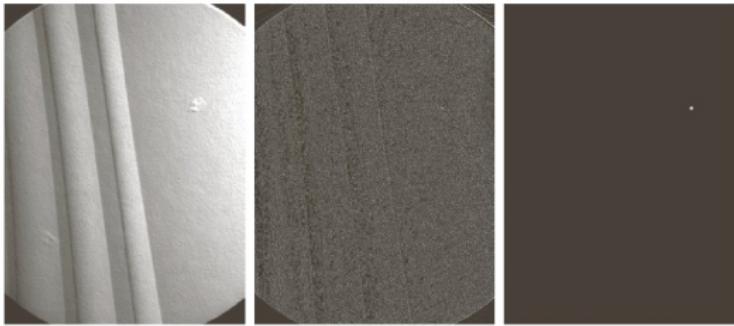
$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

- ▶ El operador Laplaciano quedará dado por:

$$\nabla^2 f(x, y) = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

Detección de puntos aislados

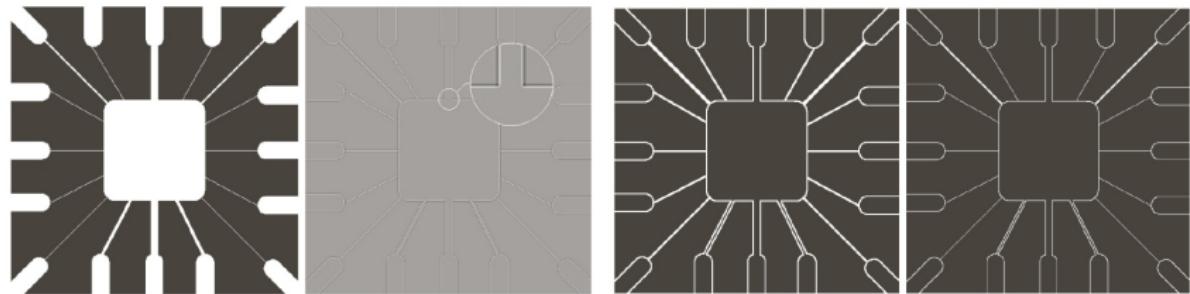
1	1	1
1	-8	1
1	1	1



Aplicación de una máscara Laplaciana para la detección de porosidades (puntos aislados) sobre el aspa de una turbina, tras un proceso de binarización por umbralización

Detección de líneas

- ▶ La detección de líneas puede abordarse también desde una perspectiva diferencial.
- ▶ Una máscara Laplaciana isotrópica (en la que su respuesta es independiente de la dirección en la que se aplique) como la 3x3 vista anteriormente puede emplearse para este tipo de detección.



a) Imagen original, b) imagen de la Laplaciana con detalle magnificado para mostrar el efecto de la doble línea debida a los valores positivos y negativos característicos, c) valor absoluto de la Laplaciana y d) valores positivos de la Laplaciana.

Detección de líneas

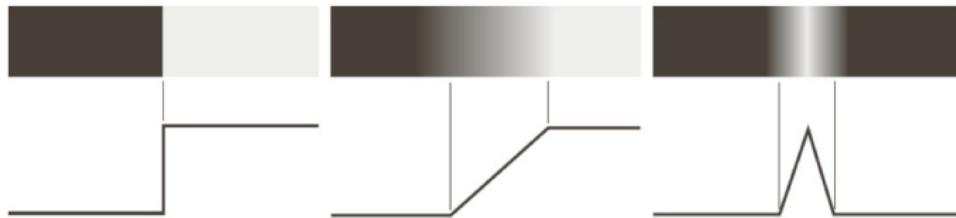
- ▶ A veces podemos estar interesados en la detección de líneas en una determinada dirección.
- ▶ Las máscaras mostradas en la siguiente figura permiten obtener una respuesta máxima cuando las mismas se sitúan sobre líneas en la dirección para la que se han diseñado.

<table border="1"><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>-1</td></tr></table>	-1	-1	-1	2	2	2	-1	-1	-1	<table border="1"><tr><td>2</td><td>-1</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>2</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>2</td></tr></table>	2	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	2	<table border="1"><tr><td>-1</td><td>2</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>2</td><td>-1</td></tr><tr><td>-1</td><td>2</td><td>-1</td></tr></table>	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	<table border="1"><tr><td>-1</td><td>-1</td><td>2</td></tr><tr><td>-1</td><td>2</td><td>-1</td></tr><tr><td>2</td><td>-1</td><td>-1</td></tr></table>	-1	-1	2	-1	2	-1	2	-1	-1
-1	-1	-1																																					
2	2	2																																					
-1	-1	-1																																					
2	-1	-1																																					
-1	2	-1																																					
-1	-1	2																																					
-1	2	-1																																					
-1	2	-1																																					
-1	2	-1																																					
-1	-1	2																																					
-1	2	-1																																					
2	-1	-1																																					
Horizontal	+45°	Vertical	-45°																																				

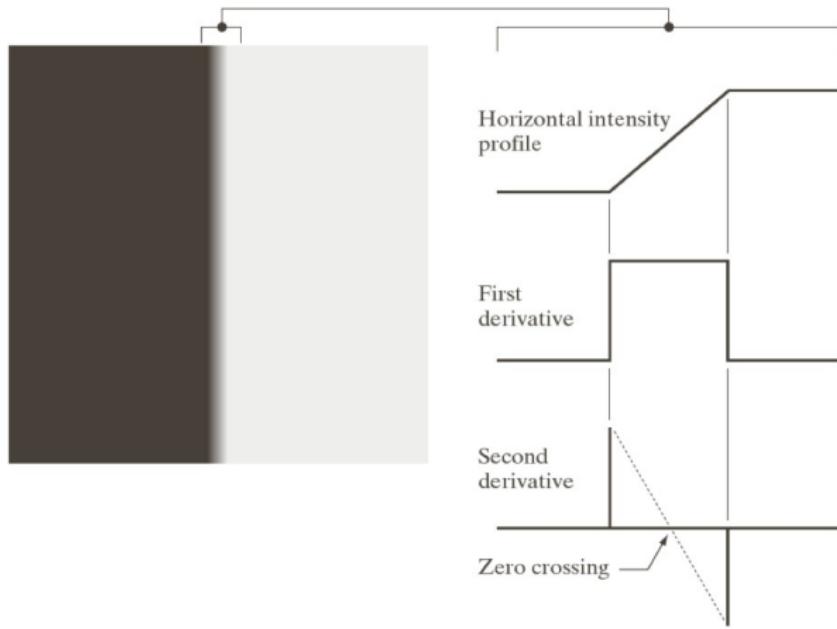
Detección de bordes

- ▶ La detección de bordes en general es esencialmente una operación de cambios abruptos localmente significativos en la función de intensidad de la imagen.
- ▶ La derivada de una señal continua proporciona variaciones locales con respecto a la variable, de tal forma que el valor de la derivada es mayor cuanto más rápidas son dichas variaciones.
- ▶ La idea que subyace en la mayor parte de las técnicas de detección de bordes es el cálculo de un operador local de derivación.

Detección de bordes



Detección de bordes



Detección de bordes

► La imagen de gradiente y sus propiedades.

- Para una función $f(x, y)$, el gradiente de f en la coordenada (x, y) se define como un vector columna 2D:

$$\nabla f \equiv \text{grad}(f) \equiv \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

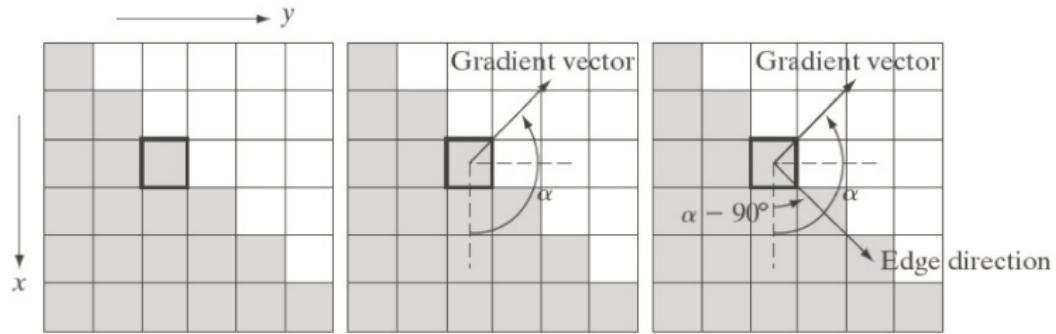
- Este vector presenta una importante propiedad geométrica: establece la dirección de mayor cambio de f en la posición (x, y) .
- La *magnitud* del vector ∇f , notado como $M(x, y)$ se define como:

$$M(x, y) = \text{mag}(\nabla f) = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}$$

- La dirección del vector gradiente está dada por el ángulo ortogonal a la dirección del borde:

$$\alpha(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{g_y}{g_x} \right]$$

Detección de bordes



Detección de bordes

► Operadores gradiente.

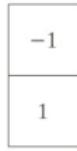
- ▶ La obtención del gradiente de una imagen requiere calcular las derivadas parciales $\partial f / \partial x$ y $\partial f / \partial y$ en cada píxel de la imagen.
- ▶ Debido a que trabajamos con funciones bidimensionales discretas estableceremos aproximaciones bidimensionales discretas de las derivadas parciales sobre el entorno de vecindad de cada píxel.

$$g_x = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = f(x + 1, y) - f(x, y)$$

y

$$g_y = \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} = f(x, y + 1) - f(x, y)$$

- ▶ Estas expresiones pueden ser implementadas como un proceso de filtrado de la función $f(x, y)$ con las siguientes máscaras 1D:



Detección de bordes

► Operadores gradiente.

- Cuando la dirección diagonal de la frontera tiene interés podemos utilizar máscaras 2D como las dadas por el *operador de gradiente cruzado de Roberts* que basa su actuación en el cálculo de las diferencias diagonales.

$$g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_9 - z_5)$$

$$g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_8 - z_6)$$

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

-1	0	0	-1
0	1	1	0

Roberts

Detección de bordes

► Operadores gradiente.

- Otra aproximación a las derivadas parciales basada en este caso en máscaras de tamaño 3x3 puede ser la dada por el *operador de gradiente de Prewitt*:

$$g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_7 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_3)$$

$$g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_3 + z_6 + z_9) - (z_1 + z_4 + z_7)$$

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

Prewitt

Detección de bordes

► Operadores gradiente.

- O el *operador de gradiente de Sobel*:

$$g_y = \frac{\partial f}{\partial y} = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)$$

$$g_x = \frac{\partial f}{\partial x} = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)$$

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

Sobel

Detección de bordes

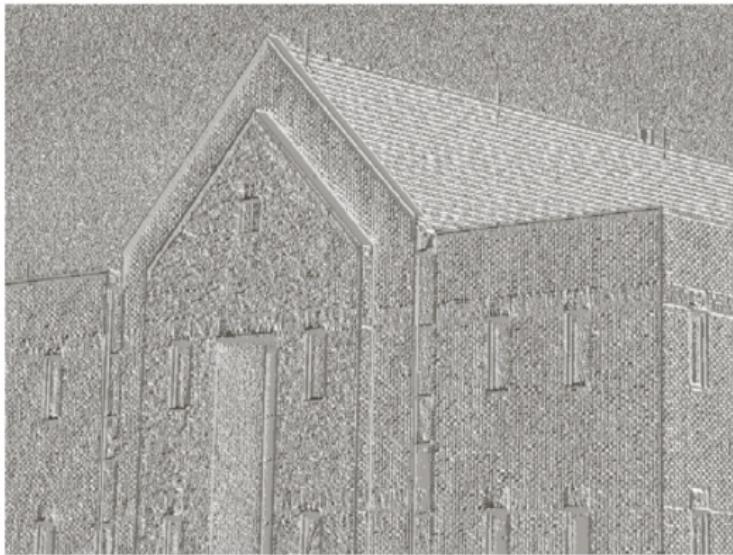
► Operadores gradiente.



a) Imagen original, b) $|g_y|$ de Sobel, c) $|g_x|$ de Sobel y d) Magnitud del gradiente de la imagen $|g_x| + |g_y|$.

Detección de bordes

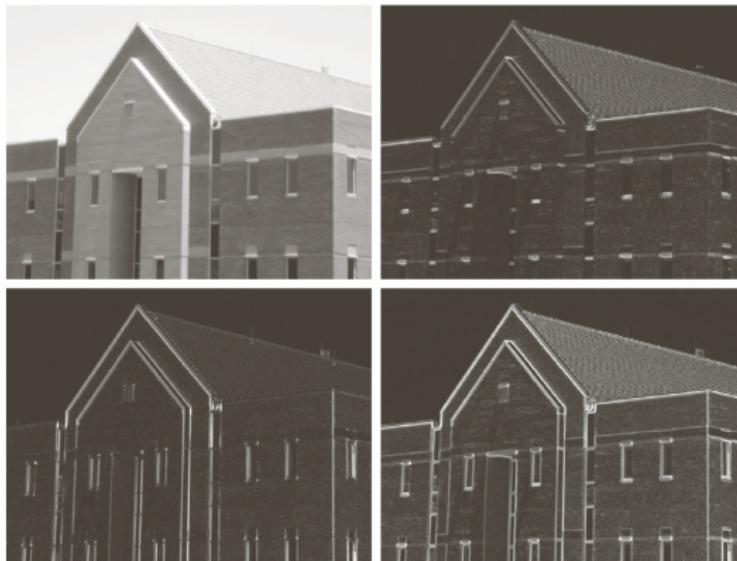
► Operadores gradiente.



Ángulo del gradiente de la imagen.

Detección de bordes

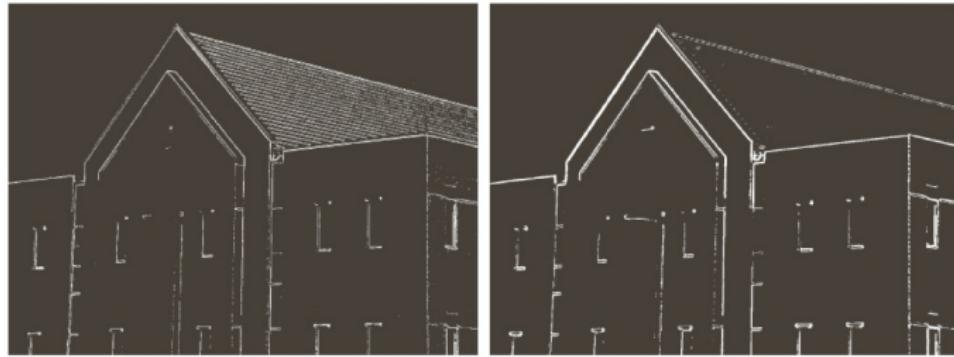
► Operadores gradiente.



Se muestra la misma secuencia de imágenes para el gradiente de Sobel, pero partiendo de una versión alisada de la imagen por un filtro de media 5×5 .

Detección de bordes

► Operadores gradiente.



- a) Umbralización de la imagen de magnitud de Sobel eligiendo un umbral que selecciona el 33 % de los valores más altos de la magnitud de gradiente de la imagen no alisada y b) misma umbralización para la imagen alisada.

Detección de bordes

► **Detector de bordes de Marr-Hildreth.**

- ▶ En 1980, los trabajos de Marr-Hildreth concluyeron a partir de experimentos neurofisiológicos, que las fronteras de los objetos son los datos más importantes para unir una imagen de intensidades con su interpretación.
- ▶ Los detectores de fronteras que existían en aquel tiempo estaban basados en la convolución con máscaras muy pequeñas que sólo funcionaban sobre determinadas imágenes.
- ▶ Su principal desventaja era su dependencia de los tamaños de los objetos y su sensibilidad al ruido.

Detección de bordes

► **Detector de bordes de Marr-Hildreth.**

- ▶ Una técnica de detección de bordes basada en los cruces por cero de la segunda derivada explora el hecho de que un borde de salto corresponde a un cambio abrupto en la función de intensidad de la imagen.
- ▶ La primera derivada de la función de intensidad de la imagen debe tener un extremo en la posición correspondiente a un borde en la imagen.
- ▶ La segunda derivada debe ser cero en la misma posición.
- ▶ Sin embargo, es mucho más fácil y preciso encontrar un cruce por cero que un extremo.

Detección de bordes

► Detector de bordes de Marr-Hildreth.

- Marr-Hildreth proponen en sus trabajos que el operador que mejor satisface las condiciones expuestas es el $\nabla^2 G$ donde ∇^2 es el *operador Laplaciano*, $(\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2)$ y G es la función Gaussiana 2D:

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

siendo σ la desviación estándar.

- Derivando dos veces dicha expresión se obtiene:

$$\nabla^2 G(x, y) = \left[\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \right] e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

- A esta expresión se le denomina *Laplaciana de Gaussiana* (LoG).

Detección de bordes

► Detector de bordes de Marr-Hildreth.

- ▶ El operador Laplaciano ∇^2 produce la segunda derivada y es además isotrópico.
- ▶ Nuestro objetivo es obtener la segunda derivada de una versión alisada de la imagen original $f(x, y)$. Por lo que tendremos que calcular:

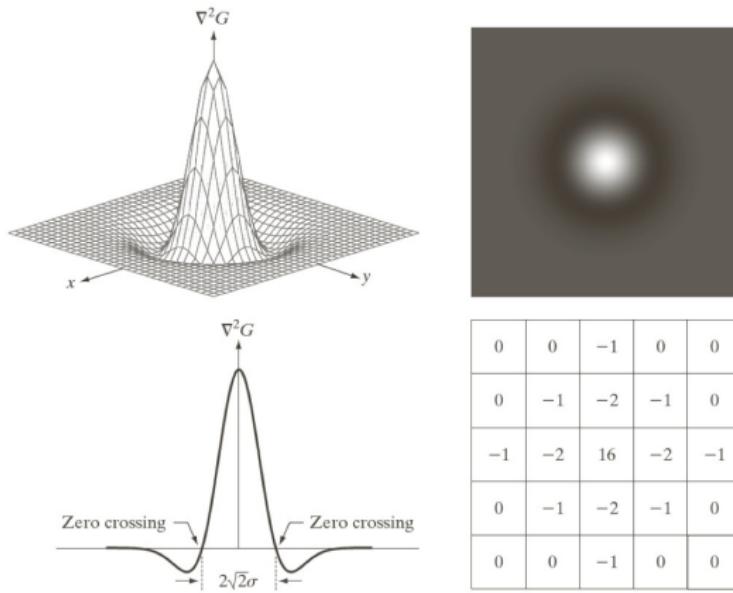
$$\nabla^2(G(x, y) * f(x, y))$$

- ▶ El orden en el que se realiza la convolución y diferenciación puede ser intercambiado debido a la linealidad de los operadores obteniendo:

$$(\nabla^2 G(x, y)) * f(x, y)$$

Detección de bordes

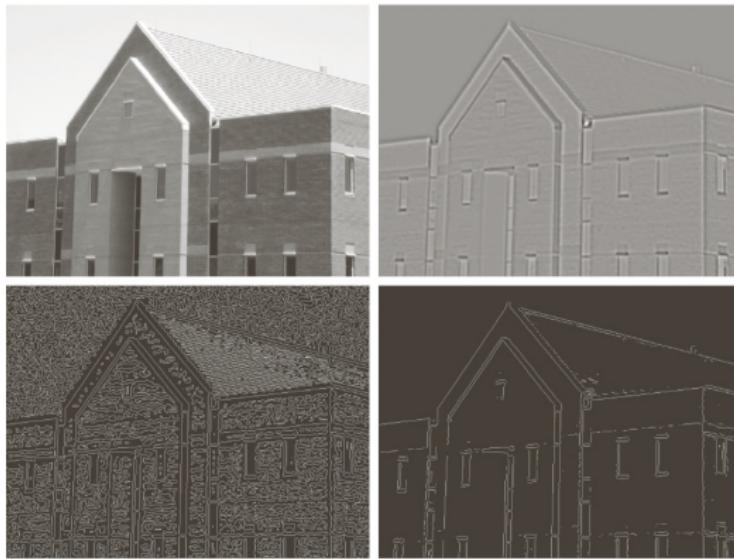
► Detector de bordes de Marr-Hildreth.



a) Representación 3D del negativo del operador LoG, b) Negativo de la LoG mostrado como una imagen, c) sección de a) mostrando los cruces por cero y d) máscara 5x5 para aproximar a). En la práctica se suele utilizar el negativo de esta máscara.

Detección de bordes

► Detector de bordes de Marr-Hildreth.



- a) Imagen original, b) resultado de la aplicación de un operador LoG a la imagen original, c) Cruces por cero de b) utilizando un umbral 0 y d) cruces por cero encontrados utilizando un umbral igual al 4 % de los valores máximos de b).

Detección de bordes

► Detector de bordes de Canny.

- ▶ El operador de Canny propuesto en 1986 intenta encontrar la solución óptima a la expresión matemática que propuso sobre los tres tipos de errores que vimos al definir el concepto de frontera: Error en la detección, error en la localización y respuesta múltiple.
- ▶ En su trabajo llegó a la conclusión de que una buena aproximación al detector 1D óptimo de fronteras que cumpliese con los señalados errores, pasaría por utilizar la *primera derivada de la función Gaussiana*:

$$\frac{d}{dx} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} = \frac{-x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

Detección de bordes

► Detector de bordes de Canny.

- ▶ La generalización de este resultado a un espacio 2D implica reconocer que el obtenido para el 1D sigue siendo válido en la dirección de la normal al borde.
- ▶ Debido a que la dirección de la normal es desconocida de antemano, será necesario aplicar el detector de bordes 1D en todas las direcciones posibles.
- ▶ Esta tarea puede aproximarse mediante:
 1. Alisamiento de la imagen con una función Gaussiana circular 2D.
 2. Cálculo del gradiente de la imagen resultante en el paso anterior.
 3. Usar la magnitud del gradiente y su dirección para estimar la fuerza del salto y dirección en cada punto.

Detección de bordes

► Detector de bordes de Canny.

- Sea $f(x, y)$ la imagen de entrada y $G(x, y)$ la expresión de la función Gaussiana:

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

- Generamos una imagen alisada, $f_S(x, y)$, mediante la convolución de G y f :

$$f_S(x, y) = G(x, y) * f(x, y)$$

- A continuación calcularíamos la magnitud del gradiente ($M(x, y)$) y el ángulo ($\alpha(x, y)$) tal como vimos anteriormente, aplicando cualquiera de las aproximaciones a los operadores de gradiente vistos.

Detección de bordes

► Detector de bordes de Canny.

- ▶ Debido a que la magnitud del gradiente calculado presenta crestas anchas alrededor de los máximos locales, se aplica una fase de adelgazamiento de las mismas.
- ▶ Una forma de aproximar dicho adelgazamiento de crestas es mediante la aplicación de una técnica de *supresión no maximal*.
- ▶ Esta fase de supresión no maximal se puede aproximar de varias formas, si bien es cierto que básicamente lo que se pretende es especificar un número de orientaciones discretas de normales al borde.

Detección de bordes

► Detector de bordes de Canny.

- ▶ Sean d_1, d_2, d_3 y d_4 las cuatro direcciones de frontera básicas que podemos formar en una región de tamaño 3×3 : horizontal, -45° , vertical, y $+45^\circ$, respectivamente.
- ▶ Se puede establecer el siguiente esquema de supresión no maximal para una región de tamaño 3×3 centrada para cada punto (x, y) en $\alpha(x, y)$:
 1. Encontrar la dirección d_k más cercana a $\alpha(x, y)$.
 2. Si el valor de $M(x, y)$ es menor que al menos uno de sus dos vecinos en la dirección d_k , hacemos que $g_N(x, y) = 0$ (supresión); en cualquier otro caso, hacemos que $g_N(x, y) = M(x, y)$ donde $g_N(x, y)$ es la imagen de *no máximos suprimidos*.
- ▶ Al final se umbraliza $g_N(x, y)$ para reducir los puntos falsos. Si el umbral es demasiado bajo aparecerán algunas falsas fronteras (falsos positivos). Si el umbral es demasiado alto, muchos puntos de frontera válidos serán eliminados (falsos negativos).
- ▶ Canny propone salvar esta situación mediante una umbralización por histéresis en la que utiliza un umbral inferior T_L y un umbral superior T_H ; en un ratio de uno a dos o a tres.

Detección de bordes

► Detector de bordes de Canny.

- Podemos visualizar las operaciones de umbralización como la creación de dos nuevas imágenes:

$$g_{NH}(x, y) = g_N(x, y) \geq T_H$$

y

$$g_{NL}(x, y) = g_N(x, y) \leq T_L$$

donde inicialmente $g_{NH}(x, y)$ y $g_{NL}(x, y)$ se inicializan a 0.

- Eliminamos de $g_{NL}(x, y)$ todos los píxeles no cero de $g_{NH}(x, y)$ mediante:

$$g_{NL}(x, y) = g_{NL}(x, y) - g_{NH}(x, y)$$

- Los píxeles no cero de $g_{NH}(x, y)$ y de $g_{NL}(x, y)$ pueden ser vistos como píxeles de frontera *fuertes* o *débiles* respectivamente.

Detección de bordes

► Detector de bordes de Canny.

- ▶ Despues de las operaciones de umbralización, todos los píxeles con un valor distinto de cero serán etiquetados como píxeles válidos de frontera.
- ▶ Dependiendo del valor T_H , los píxeles de frontera de $g_{NH}(x, y)$ presentan huecos.
- ▶ Para alargar las fronteras Canny utiliza el siguiente proceso:
 1. Localizar el siguiente píxel de frontera no visitado, p , en $g_{NH}(x, y)$
 2. Etiquetar como píxel de frontera válido a todos los píxeles débiles de $g_{NL}(x, y)$ que están conectados a p mediante una 8-conectividad.
 3. Si todos los píxeles no cero de $g_{NH}(x, y)$ han sido visitados saltar al siguiente paso y si no, volver al primer paso.
 4. Asignar a todos los píxeles de $g_{NL}(x, y)$ no marcados como píxeles válidos de frontera un valor 0.
- ▶ Al final del procedimiento, el resultado final del algoritmo de Canny es una imagen a la que se le ha añadido a la $g_{NH}(x, y)$ todos los píxeles no cero de la $g_{NL}(x, y)$

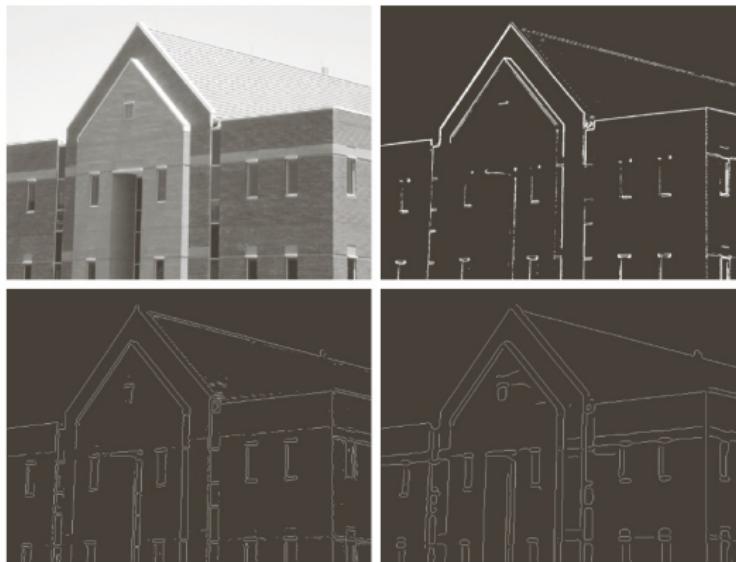
Detección de bordes

► Detector de bordes de Canny.

- ▶ En la práctica, la umbralización por histéresis puede ser implementada directamente durante la fase de supresión no maximal, implementando la umbralización directamente en $g_N(x, y)$ formando una lista de píxeles fuertes y píxeles débiles conectados a ellos.
- ▶ Resumiendo el algoritmo de Canny sigue los siguientes pasos:
 1. Alisar la imagen de entrada con un filtro Gaussiano.
 2. Calcular la magnitud del gradiente y ángulo en la imagen.
 3. Utilizar un doble umbral y un análisis de conectividad para detectar y enlazar fronteras.
- ▶ Si las fronteras obtenidas presentan un ancho mayor a 1 píxel se suele aplicar una fase de *adelgazamiento* de las mismas mediante la aplicación de alguna técnica morfológica.

Detección de bordes

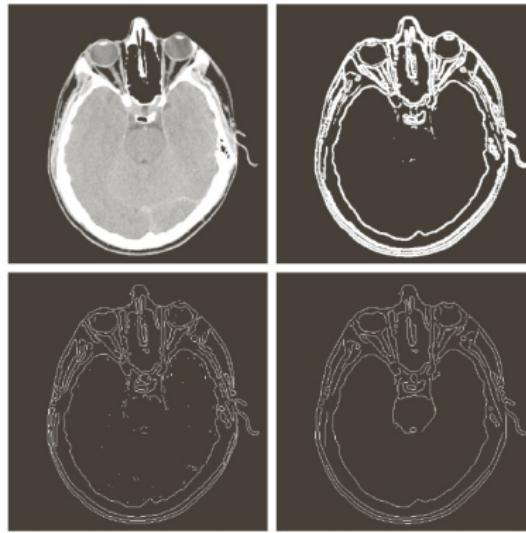
► Detector de bordes de Marr-Hildreth y Canny.



a) Imagen original, b) gradiente umbralizado de la imagen alisada, c) resultado del algoritmo de Marr-Hildreth y d) resultado del algoritmo de Canny.

Detección de bordes

► Detector de bordes de Marr-Hildreth y Canny.



a) Imagen original, b) gradiente umbralizado de la imagen alisada, c) resultado del algoritmo de Marr-Hildreth y d) resultado del algoritmo de Canny.