

Лабораторная работа № 2.

Линейная нейронная сеть. Правило обучения Уидроу-Хоффа

Целью работы является исследование свойств линейной нейронной сети и алгоритмов ее обучения, применение сети в задачах аппроксимации и фильтрации.

Основные этапы работы:

1. Использовать линейную нейронную сеть с задержками для аппроксимации функции. В качестве метода обучения использовать адаптацию.
2. Использовать линейную нейронную сеть с задержками для аппроксимации функции и выполнения многошагового прогноза.
3. Использовать линейную нейронную сеть в качестве адаптивного фильтра для подавления помех. Для настройки весовых коэффициентов использовать метод наименьших квадратов.

Сценарий работы:

1. Задана временная последовательность $x(n)$. Построить и обучить линейную сеть с задержками, которая будет выполнять одношаговый прогноз для первой функции из варианта задания:

$$\hat{x}(n+1) = \sum_{i=1}^D w_i x(n-i+1) + b$$

где D задает глубину погружения временного ряда (*delays*), $\{w_i, b\}$ — весовые коэффициенты.

1.1 Построить обучающее множество: в качестве входного множества использовать значения первого входного сигнала на заданном интервале; преобразовать входное множество к последовательности входных образцов с помощью функции *con2seq*; эталонные выходы сети формируются из входной последовательности, чтобы сеть выполняла одношаговый прогноз.

1.2 Создать сеть с помощью функции *newlin*. Задать задержки от 1 до $D = 5$. Задать скорость обучения равной 0.01.

1.3 Инициализировать сеть случайными значениями.

1.4 Выполнить адаптацию с числом циклов равным 50. Занести в отчет величину ошибки обучения с помощью *sqr(mse)*. Поскольку сеть имеет задержки, то в функцию адаптации необходимо отдельно передать первые 5 элементов входной последовательности для инициализации задержек (входной параметр Pi). В противном случае задержки будут инициализированы нулями, что приведет к увеличению ошибки обучения при выполнении адаптации. В дальнейшем использовать входную и выходную последовательности, начиная с 6 элемента.

1.5 Отобразить на графике эталонные значения и предсказанные сетью. График занести в отчет.

2. Для временной последовательности из задания 1 обучить линейную сеть с задержками (линейный адаптивный фильтр) и выполнить многошаговый прогноз.

2.1 Построить обучающее множество: в качестве входного множества использовать значения первого входного сигнала на заданном интервале; преобразовать входное множество к последовательности входных образцов с помощью функции *con2seq*; эталонные выходы сети формируются из входной последовательности, чтобы сеть выполняла одношаговый прогноз.

2.2 Создать сеть с помощью функции *newlin*. Задать задержки от 1 до $D = 3$. Задать скорость обучения с помощью функции *maxlinlr(cell2mat(P), 'bias')*.

2.3 Инициализировать сеть случайными значениями.

2.4 Задать параметры обучения: число эпох обучения (*net.trainParam.epochs*) равным равными 600, предельное значение критерия обучения (*net.trainParam.goal*) равным 10^{-6} . Также

необходимо проинициализировать задержки P_i . Выполнить обучение сети с помощью функции *train*.

2.5 Занести в отчет весовые коэффициенты и смещение. Занести в отчет окно Performance и Neural Network Training. Отобразить структуру сети и проведенное обучение в отчете, заполнив таблицу 1.

2.6 Рассчитать выход сети (*sim*) для обучающего множества. Сравнить выход сети с соответствующим эталонным множеством: рассчитать показатели качества обучения и заполнить таблицу 2. Отобразить на графике эталонные значения и предсказанные сетью, а также ошибку обучения. Графики занести в отчет.

2.7 Сформировать набор данных для выполнения прогноза: продлить временную последовательность с заданным шагом на 10 отсчетов. Использовать полученный набор данных для выполнения прогноза: рассчитать выход сети (*sim*) для полученного набора. Сравнить выход сети с соответствующим куском исходной временной последовательности: рассчитать показатели качества обучения и заполнить таблицу 2. Отобразить на графике эталонные значения и предсказанные сетью, а также ошибку обучения. Графики занести в отчет.

3. Построить и обучить линейную сеть, которая является адаптивным линейным фильтром. Задачей фильтра является моделирование источника шума, чтобы в последующем удалить помехи из полезного сигнала. Фильтр должен аппроксимировать отображение:

$$\hat{y}(n+1) = \sum_{i=1}^D w_i x(n-i+1) + b$$

Вместо задержек использовать погружение временного ряда.

3.1 Построить обучающее множество: в качестве входного множества использовать значения второго входного сигнала на заданном интервале; эталонными выходами сети являются значения второй эталонной функции на заданном интервале. Эталонный выходной сигнал соответствует входному сигналу, измененному по амплитуде и смещенному по фазе, поэтому диапазон значений и шаг для сигналов совпадают.

3.2 Вместо задержек необходимо расширить входное множество по формуле

$$P = \text{zeros}(D, Q)$$

$$P(i, i : Q) = x(1 : Q - i + 1), \quad i = 1, \dots, D$$

где Q — количество элементов. Задать глубину погружения временного ряда D равной 4.

3.3 Создать сеть с помощью функции *newlind*. Занести в отчет весовые коэффициенты и смещение.

3.4 Рассчитать выход сети (*sim*) для обучающего множества. Сравнить выход сети с эталонным множеством: рассчитать показатели качества обучения и заполнить таблицу 2. Отобразить на графике эталонные значения и предсказанные сетью, а также ошибку обучения. Графики занести в отчет.

Варианты заданий:

Номер варианта соответствует номеру студента в списке группы.

№	Входной сигнал	Выходной сигнал
1.	$x = \sin(t^2), \quad t \in [0, 5], h = 0.025$ $x = \sin(\frac{2\pi t}{3}), \quad t \in [0, 5], h = 0.025$	$y = 0.2 \sin(\frac{2\pi t}{3} + \frac{\pi}{2})$

№	P	T
2.	$x = \sin\left(\frac{1}{2}t^2 - 5t\right), \quad t \in [0, 2.2], h = 0.01$ $x = \sin(-3t^2 + 5t + 10), \quad t \in [0, 2.5], h = 0.01$	$y = \frac{1}{3} \sin(-3t^2 + 5t - 3)$
3.	$x = \sin(-2t^2 + 7t), \quad t \in [0, 5], h = 0.025$ $x = \sin(2.5t^2 - 5t), \quad t \in [0, 2.2], h = 0.01$	$y = \frac{1}{3} \sin(2.5t^2 - 5t + 4\pi)$
4.	$x = \sin(-3t^2 + 10t - 5), \quad t \in [0.5, 4], h = 0.01$ $x = \sin(2t^2 - 6t + 3), \quad t \in [0, 5], h = 0.02$	$y = \frac{1}{2} \sin(2t^2 - 6t - \pi)$
5.	$x = \sin(t^2 - 7t), \quad t \in [0, 5], h = 0.025$ $x = \sin(t^2 - 6t + 3), \quad t \in [0, 5], h = 0.025$	$y = \frac{1}{4} \sin(t^2 - 6t - 2\pi)$
6.	$x = \sin(t^2 - 2t + 5), \quad t \in [0, 5], h = 0.025$ $x = \sin(t^2 - 5t + 6), \quad t \in [0, 6], h = 0.02$	$y = \frac{1}{5} \sin(t^2 - 5t + 3)$
7.	$x = \sin(t^2 - 6t + 3), \quad t \in [0, 6], h = 0.025$ $x = \sin(\sin(t)t^2), \quad t \in [0, 3.5], h = 0.01$	$y = \frac{1}{4} \sin(\sin(t)t^2 - \pi)$
8.	$x = \sin(t^2 - 10t + 3), \quad t \in [1, 6], h = 0.025$ $x = \sin(-2t^2 + 7t), \quad t \in [0, 3.5], h = 0.01$	$y = \frac{1}{8} \sin(-2t^2 + 7t - \pi)$
9.	$x = \sin(t^2 - 2t + 3), \quad t \in [0, 6], h = 0.025$ $x = \sin(t^2 - 2t + 3), \quad t \in [0, 6], h = 0.025$	$y = \frac{1}{4} \sin(t^2 - 2t)$
10.	$x = \sin(-2t^2 + 7t) - \frac{1}{2} \sin(t), \quad t \in [0, 4.5], h = 0.025$ $x = \sin(t^2 - 6t + 3), \quad t \in [0, 6], h = 0.025$	$y = \frac{1}{3} \sin(t^2 - 6t - \frac{\pi}{6})$
11.	$x = \sin(t^2 - 15t + 3) - \sin(t), \quad t \in [0, 3.5], h = 0.01$ $x = \cos(2.5t^2 - 5t), \quad t \in [0, 2.2], h = 0.01$	$y = \frac{1}{4} \cos(2.5t^2 - 5t + \pi)$
12.	$x = \sin(t^2 - 15t + 3) - \sin^2(t), \quad t \in [0.5, 3], h = 0.01$ $x = \cos(t^2), \quad t \in [0, 4], h = 0.02$	$y = \frac{1}{2} \cos(t^2 + 2\pi)$
13.	$x = \sin(\sin(t)t^2 - t), \quad t \in [1, 4.5], h = 0.01$ $x = \sin(-5t^2 + 10t - 5), \quad t \in [0, 2.5], h = 0.01$	$y = \frac{1}{7} \sin(-5t^2 + 10t - \pi)$
14.	$x = \sin(\sin(t)t^2), \quad t \in [0, 3.5], h = 0.01$ $x = \cos(-2t^2 + 7t), \quad t \in [0, 3.5], h = 0.01$	$y = \frac{1}{8} \cos(-2t^2 + 7t + 2\pi)$

№	P	T
15.	$x = \sin(\sin(t)t^3 - 10), \quad t \in [1, 3], h = 0.01$ $x = \cos(t^2 - 10t + 3), \quad t \in [1, 6], h = 0.025$	$y = \frac{1}{5} \cos(t^2 - 10t + 6)$
16.	$x = \sin(-\sin(t)t^2 + t), \quad t \in [0.5, 4], h = 0.01$ $x = \cos(-5t^2 + 10t - 5), \quad t \in [0, 2.5], h = 0.01$	$y = \frac{1}{8} \cos(-5t^2 + 10t)$
17.	$x = \sin(\sin(t)t^2 + 3t - 10), \quad t \in [2.5, 5], h = 0.01$ $x = \cos(\cos(t)t^2 + 5t), \quad t \in [0, 3.5], h = 0.01$	$y = \frac{1}{5} \cos(\cos(t)t^2 + 5t + 4)$
18.	$x = \sin(\sin(t)t^2 - 2t + 7), \quad t \in [0, 4], h = 0.02$ $x = \cos(\cos(t)t^2 - t), \quad t \in [1, 4.5], h = 0.01$	$y = \frac{1}{5} \cos(\cos(t)t^2 - t + \pi)$
19.	$x = \sin(-2\sin(t)t^2 + 7), \quad t \in [0, 3.5], h = 0.01$ $x = \cos(t^2 - 2t + 3), \quad t \in [0, 6], h = 0.025$	$y = \frac{1}{3} \cos(t^2 - 2t - \pi)$
20.	$x = \sin(-2\sin(t)t^2 + 7t), \quad t \in [0.5, 3.2], h = 0.01$ $x = \cos(-\cos(t)t^2 + t), \quad t \in [0.5, 4], h = 0.01$	$y = \frac{1}{4} \cos(-\cos(t)t^2 + t + 2\pi)$
21.	$x = \cos(-3t^2 + 10t - 5) - \cos(t), \quad t \in [0.5, 4], h = 0.01$ $x = \cos(-3t^2 + 5t + 10), \quad t \in [0, 2.5], h = 0.01$	$y = \frac{1}{6} \cos(-3t^2 + 5t + \frac{3\pi}{2})$
22.	$x = \cos(\cos(t)t^2 - 2t + 7), \quad t \in [0, 4], h = 0.02$ $x = \sin(t^2 - 10t + 3), \quad t \in [0, 6], h = 0.025$	$y = \frac{1}{6} \sin(t^2 - 10t + \frac{\pi}{4})$
23.	$x = \cos(t^2 - 2t + 3), \quad t \in [0, 6], h = 0.025$ $x = \sin(t^2 - 7t), \quad t \in [0, 5], h = 0.025$	$y = \frac{1}{2} \sin(t^2 - 7t + \frac{\pi}{4})$
24.	$x = \cos(\frac{1}{2}t^2 - 5t), \quad t \in [0, 2], h = 0.01$ $x = \sin(t^2 - 2t + 5), \quad t \in [0, 5], h = 0.025$	$y = \frac{1}{7} \sin(t^2 - 2t + \pi)$
25.	$x = \cos(-\cos(t)t^2 + t), \quad t \in [0.5, 4], h = 0.01$ $x = \sin(\frac{1}{2}t^2 - 5t), \quad t \in [0, 2], h = 0.01$	$y = \frac{1}{10} \sin(\frac{1}{2}t^2 - 5t - \frac{3\pi}{2})$
26.	$x = \cos(-2t^2 + 7t) - \frac{1}{2} \cos(t), \quad t \in [0, 4.5], h = 0.025$ $x = \sin(t^2), \quad t \in [0, 4], h = 0.02$	$y = \frac{1}{3} \sin(t^2 + \frac{\pi}{2})$
27.	$x = \cos(\cos(t)t^2 + 3t - 10), \quad t \in [2.5, 5], h = 0.01$ $x = \sin(-\sin(t)t^2 + t), \quad t \in [0.5, 4], h = 0.01$	$y = \frac{1}{2} \sin(-\sin(t)t^2 + t - 2\pi)$

№	P	T
28.	$x = \cos(-2t^2 + 7t), \quad t \in [0, 5], h = 0.025$ $x = \sin(\sin(t)t^2 + 3t - 10), \quad t \in [2.5, 5], h = 0.01$	$y = \frac{1}{4} \sin(\sin(t)t^2 + 3t - 3)$
29.	$x = \cos(\cos(t)t^2), \quad t \in [0, 3.5], h = 0.01$ $x = \sin(\sin(t)t^2 - t), \quad t \in [1, 4.5], h = 0.01$	$y = \frac{1}{7} \sin(\sin(t)t^2 - t + \frac{3\pi}{2})$
30.	$x = \cos(t^2 - 15t + 3) - \cos(t), \quad t \in [0.5, 3], h = 0.01$ $x = \sin(\sin(t)t^2 + 5t), \quad t \in [0, 3.5], h = 0.01$	$y = \frac{1}{4} \sin(\sin(t)t^2 + 5t - 2\pi)$

Литература

1. Beale M., Hagan M., Demuth H. Neural Network Toolbox User's guide R2011b. The MathWorks, 2011. –pp. 7-2-7-18, 9-18-9-33.
2. Медведев В. С., Потемкин В. Г. Нейронные сети. МАТЛАБ 6/Под общ. ред. к. т. н. В. Г. Потемкина – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2006. – с. 115-130, 188-198.
3. Hagan M., Demuth H. Neural Network Design. 1996. – Chapter 10. – 44 pp.