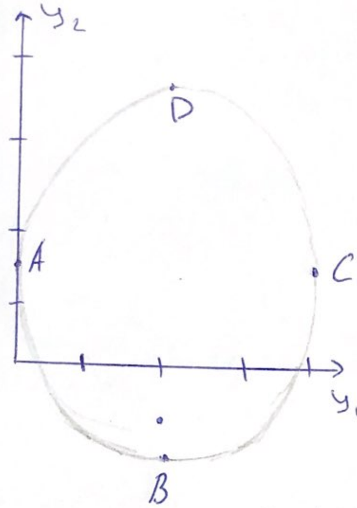
Гамов Павел М8О-407Б-18 15.12.21

РГР 3: эффективные по Джоффриону точки мн-ва векторных оценок

$$Y = \{(y_1-2)^2 + (y_2-1,5)^2 = 4\}$$



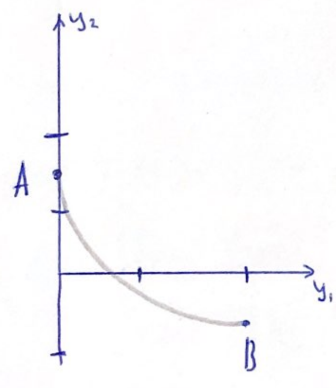
точки C и D не оптимальны по Парето $\Rightarrow A \leq C$, $A \leq D$

CD и DA не оптимальны по парето $x \in CD$, $y \in DA$; $X \leq A$, $y \leq A$

так же и для BC не оптимальна по парето $\forall x \in BC: x \leq B$

точки A и B оптимальны по Парето т.к. достигается минимальные значение по y_1, y_2.

при движении по дуге $AB \Rightarrow y_{x_1} \leq y_{y_1}$; $y_{x_2} > y_{y_2}$ или $y_{x_1} > y_{y_1}$; $y_{x_2} < y_{y_2} \Rightarrow$ дуга AB и точки A; B оптимальны по Парето.



рассмотрим точки на дуге AB, пусть Y правее и ниже X; $Y, X \in AB / \{A, B\}$

пусть θ_1 - угол наклона касательной проходящей через X, тогда угол наклона прямой проходящей через точки X и Y равен

$$\frac{y_{x_2} - y_{y_2}}{y_{y_1} - y_{x_1}} = \theta_2$$

$\forall \theta_1 \Rightarrow \theta_2 \leq \theta_1$

для второго случая поменяем точки местами

X превосходит Y ; $X, Y \in AB \setminus \{A, B\}$

величина $\dfrac{y_{x_1} - y_{y_1}}{y_{y_2} - y_{x_2}} = \theta_1$ ограничена сверху константой θ_2

очевидно $\theta_1 \geq \dfrac{1}{\theta_2}$; $\dfrac{1}{\theta_2} = \dfrac{2 - y_{x_1}}{y_{x_2} - 1{,}5}$; $\dfrac{y_{y_2} - y_{x_2}}{y_{x_1} - y_{y_1}} \geq \dfrac{1}{\theta_2}$;

$\dfrac{y_{x_1} - y_{y_1}}{y_{y_2} - y_{x_2}} \leq \theta_2 \Rightarrow \exists\, \theta_2 = \dfrac{y_{x_2} - 1{,}5}{2 - y_{x_1}}$; $\dfrac{y_{x_1} - y_{y_1}}{y_{y_2} - y_{x_2}} \leq \theta_1$

итого $\exists\, \theta = \max(\theta_1, \theta_2)$; $\dfrac{y_{x_i} - y_{y_i}}{y_{y_j} - y_{x_j}} \leq \theta$, $i \in I_1$, $j \in I_2$

для всех точек дуги AB.

] рассматривая точку $A \Rightarrow \theta = \theta_1 \Rightarrow$ коэф наклона равен ∞

приближая Y к $A \Rightarrow \dfrac{y_{A_2} - y_{y_2}}{y_{y_1} - y_{A_1}} \to \infty$; $\nexists\, \theta : \dfrac{y_{A_i} - y_{y_i}}{y_{y_j} - y_{A_j}}$, $i \in I_1$, $j \in I_2$

A - не оптимальна по Джоффриону.

] для точки $B \Rightarrow \theta = \dfrac{1}{\theta_2}$; $1/\theta_2 \to 0$; $\theta_2 \to \infty \Rightarrow$

$\nexists\, \theta : \dfrac{y_{B_i} - y_{y_i}}{y_{y_j} - y_{B_j}}$, $i \in I_1$; $j \in I_2 \Rightarrow$ B не оптимальна по Джоффриону.

Ответ: $\overset{\frown}{AB} \cup \{A\} \cup \{B\}$ - оптимальны по Парето

$\overset{\frown}{AB} \setminus \{A, B\}$ - оптимальна по Джоффриону.