

## Лабораторная работа № 1 по курсу «Математическая экономика»

Рассматривается задача планирования производства

$$c^T x \rightarrow \max_{x \in X},$$

где

$$X = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b, x \geq 0\},$$

$c \in \mathbb{R}^n$  — вектор цен на продукцию,  $b \in \mathbb{R}^m$  — вектор ограничений на ресурсы,  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  — технологическая матрица,  $x$  — план производства.

1) Используя библиотечные функции или специальные пакеты решения задач линейного программирования, напишите программу на любом языке программирования (например, на языке R с использованием решателя задач линейного программирования Gurobi), позволяющую находить оптимальный план производства и оптимальное значение целевой функции в рассматриваемой задаче, а также решение двойственной задачи.

2) Задать  $n = 10 + \left\lfloor \frac{k}{4} \right\rfloor$ ,  $m = 30 - \left\lfloor \frac{k}{4} \right\rfloor$ ,  $b_i = 70 + l + k + i$ ,  $c_i = 50 + l + k - i$ , где  $k$  — номер студента по списку группы,  $l \in \{1, 6, 7, 8\}$  — номер группы (квадратные скобки обозначают целую часть числа). Элементы  $a_{ij}$  матрицы  $A$  задать по правилу:

$$a_{ij} = 1 + ((j + k)i + j^2 + i^3 + 3(i + l)) \bmod \left( 30 + \left\lfloor \frac{k}{5} \right\rfloor \right),$$

где  $\bmod$  — операция взятия остатка от деления.

3) С помощью написанной программы найдите решения и оптимальные значения целевых функций прямой и двойственной задачи для сгенерированных данных.

4) Используя решение двойственной задачи, выявите ресурс, изменение которого позволяет максимально увеличить значение целевой функции (локально). Увеличьте запас этого ресурса на одну единицу. Найдите новое решение задачи и значение целевой функции.

5) Увеличьте запас ресурса, соответствующего какой-нибудь ненулевой (отличной от найденной в предыдущем пункте) двойственной переменной, и найдите новое значение целевой функции. Сравните с найденным значением в предыдущем пункте.

6) Найдите решение задачи и значение целевой функции, считая что план производства должен быть целочисленным.

7) Найдите решение задачи и значение целевой функции, считая что объёмы производства только первых  $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$  товаров должны быть целочисленными.

8) Сравните значения целевых функций, найденные в пунктах 3, 6, 7.

9) Текст программы, исходные данные и результаты вычислений представьте в отчёте.