# Sprawozdanie z laboratorium:
# Metaheurystyki i Obliczenia Inspirowane Biologicznie

Część I: Algorytmy optymalizacji lokalnej, problem STSP

12 listopada 2017

Prowadzący: dr hab. inż. Maciej Komosiński


| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Autorzy: | **Patryk Gliszczyński** | inf117228 | ISWD | patryk.gliszczynski@student.put.poznan.pl |
| | **Mateusz Ledzianowski** | inf117226 | ISWD | mateusz.ledzianowski@student.put.poznan.pl |


Zajęcia w środy, 15:10.

Oświadczam/y, że niniejsze sprawozdanie zostało przygotowane wyłącznie przez powyższych autora/ów, a wszystkie elementy pochodzące z innych źródeł zostały odpowiednio zaznaczone i są cytowane w bibliografii.

# Udział autorów

Sprawozdanie zostało wykonane z wykorzystaniem szablonu dr hab. inż. Macieja Komosińskiego. [2]

## Patryk Gliszczyński

PG zaimplementował..., przeprowadził eksperyment..., opisał..., przygotował...

## Mateusz Ledzianowski

ML zaimplementowała..., przeprowadziła eksperyment..., opisała..., przygotowała...

# 1 Symetryczny problem komiwojażera (STSP)

## 1.1 Opis problemu

Symetryczny problem komiwojażera modeluje sytuację znaną z rzeczywistego świata, w której osoba ma odwiedzić konkretne miejsca w dowolnej kolejności i wrócić do miejsca początkowego tak, aby pokonać jak najkrótszą drogę. Z tego typu zadaniem mierzą się przede wszystkim wszyscy dostawcy, listonosze, akwizytorzy. W symetrycznym problemie komiwojażera odległości pomiędzy dwoma miejscami są takie same w obie strony. Problem nie daje możliwości tworzenia dróg jednokierunkowych, a także budowana sieć dróg jest grafem pełnym.

## 1.2 Złożoność

W tak postawionym problemie, istnieje różnych $\theta(n!)$ rozwiązań, gdzie $n$ oznacza liczbę miejsc do odwiedzenia. Miejsca możemy odwiedzać w dowolnej kolejności, więc jeśli zostaną one ponumerowane od 1 do n, każda permutacja n-elementowa może reprezentować pełne rozwiązanie. Rozwiązanie w postaci permutacji możemy odczytywać w taki sposób, że z miejsca na pozycji $i$, przemieszczamy się do miejsca na pozycji $i+1$, pamiętając o tym, żeby z miejsca na pozycji $n$ wrócić do startowego o indeksie 1. Przestrzeń rozwiązań jest więc bardzo duża i trudno jest przejrzeć je wszystkie. Jeśli bylibyśmy w stanie sprawdzać $1'000'000'000$ rozwiązań w czasie 1 sekundy, rozwiązania dokładnego dla $n = 16$, szukalibyśmy przez ok. $6h$, a znalezienie go dla $n = 20$ zajęłoby 77 lat.

## 1.3 Rozwiązanie losowe

Ponieważ rozwiązania można reprezentować w postaci permutacji, da się w łatwy i szybki sposób wygenerować losowe początkowe rozwiązanie dla wielu innych algorytmów poprzez wygenerowanie losowej permutacji. Złożoność generowania permutacji to $\theta(n)$, gdzie $n$ jest jej długością. Aby wygenerować losową permutację należy zastosować poniższą procedurę:

1. Wypełnij tablicę liczbami od 1 do $n$.
2. $i := n$.
3. Zamień element z pozycji $i - 1$ z elementem na losowej wcześniejszej lub tej samej pozycji (od 0 do $i - 1$).
4. $i := i - 1$.
5. Jeżeli $i > 1$, wróć do kroku 2.

## 1.4 Heurystyka

Dla problemu komiwojażera istnieje prosta heurystyka o złożoności $\theta(n^2)$, dająca zadowalające wyniki - przeciętnie odległe od rozwiązania optymalnego o $10 - 15\%$. [3] Polega ona na wykonaniu poniższych kroków:

1. Wybierz losowe miasto początkowe.
2. Znajdź najbliższe nieodwiedzone miasto i udaj się tam.
3. Jeśli pozostały jeszcze jakieś nieodwiedzone miasta, idź do kroku 2.
4. Wróć do początkowego miasta.

## 1.5 Instancje problemu

Problem jest bardzo powszechny i istnieje wiele gotowych instancji, których można użyć w badaniach. Wybraliśmy 8 instancji z udostępnionego przez uniwersytet „Heidelberg" zbioru. [1] Są to:

1. berlin52,
2. ch130,
3. eil51,
4. kroA100,
5. lin105,
6. pr76,
7. rd100,
8. tsp225.

Przy doborze konkretnych instancji zależało nam na tym, aby nie były one zbyt duże (przeważnie do 200 miast), a także miały znalezione rozwiązania optymalne, były różnorodne oraz podane w formacie EUC_2D, czyli za pomocą współrzędnych na dwuwymiarowej płaszczyźnie Euklidesowej.

# 2 Optymalizacja lokalna

## 2.1 Wstęp

Algorytmy optymalizacji lokalnej pozwalają na poszukiwanie lepszych rozwiązań od aktualnie znalezionego, tak długo, aż w zadanym sąsiedztwie nie można go już bardziej poprawić. Dzięki takiej optymalizacji, nie trzeba przeszukiwać całej przestrzeni rozwiązań, a osiągać dobre wyniki.

## 2.2 Operatory sąsiedztwa

Aby stosować przeszukiwanie lokalne, należy określić sąsiedztwo dla każdego rozwiązania. Jest to przestrzeń rozwiązań, które są podobne do posiadanego. Jednym z możliwych sąsiedztw jest OPT-2.

### 2.2.1 OPT-2

Sąsiedztwo OPT-2 definiuje się poprzez zamianę kolejności wierzchołków na dwóch pozycjach lub odwrócenie kolejności odwiedzania miast na łuku pomiędzy dwoma pozycjami. W zależności od tego, czy rozważany problem komiwojażera jest symetryczny, czy nie - różne sąsiedztwa sprawdzają się z odmienną skutecznością. Rozważając, które z sąsiedztw wybrać, należy zastanowić się, które z nich w najmniejszym stopniu wpływa na funkcję celu.

**Zamiana miast** Sąsiedztwo OPT-2 polegające na zamianie miast można zaimplementować poprzez prostą zamianę elementów na pozycji i-tej i j-tej. Jest ono skuteczniejsze dla problemu asymetrycznego komiwojażera, ponieważ zamiana łuków spowodowałaby większą różnicę w funkcji celu – inne byłyby nie tylko cztery drogi, prowadzące do dwóch zamienianych miast, lecz także wszystkie drogi na łuku.

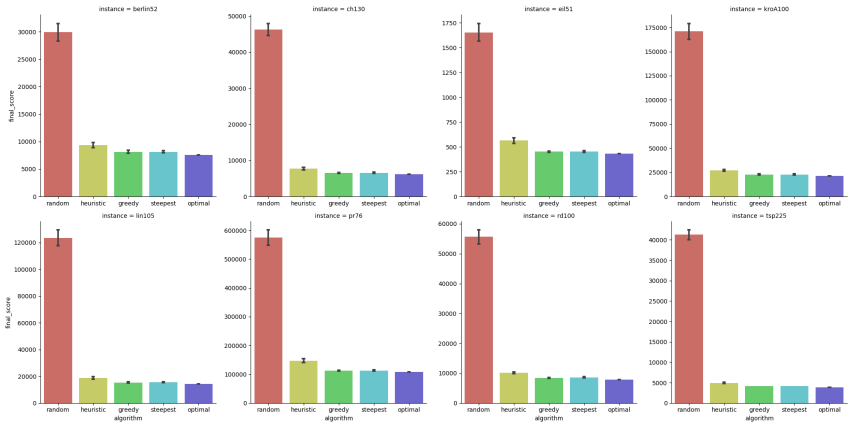
**Odwrócenie łuku** W przypadku odwrócenia łuku pomiędzy miastami na pozycjach i-tej i j-tej, funkcja celu ulegnie zmianie spowodowanej tylko modyfikacją dwóch dróg prowadzących do miast i-tego i j-tego z jednej strony, a z drugiej odwrócenie łuku, gdy drogi w obie strony mają taką samą długość, niczego nie zmieni.

## 2.3 Greedy

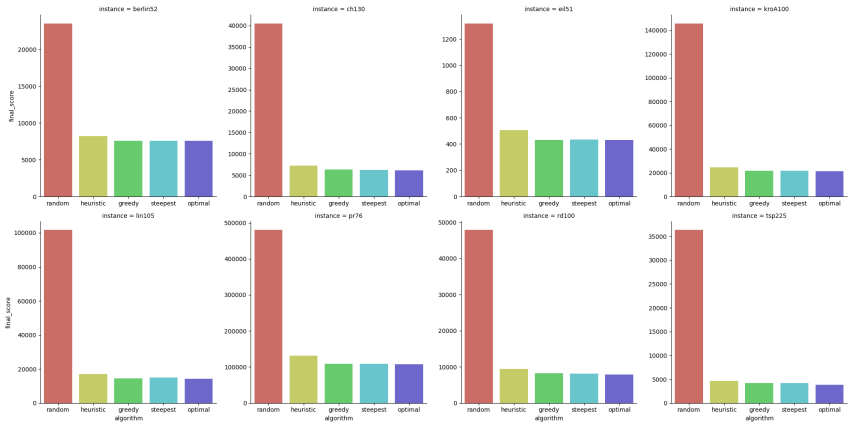
Jednym z algorytmów przeszukiwania lokalnego jest algorytm Greedy. Polega on na tym, że jeśli w momencie przeszukiwania sąsiedztwa aktualnego rozwiązania, znajdzie rozwiązanie lepsze, natychmiast je wybiera jako aktualne i szuka następnego w jego sąsiedztwie, dopóki istnieją rozwiązania poprawiające aktualne.

## 2.4 Steepest

Algorytm Steepest różni się od poprzednika tym, że gdy przegląda swoje sąsiedztwo, nie wybiera jako aktualne rozwiązanie, pierwszego znalezionego, lepszego rozwiązania, ale zawsze przegląda wszystkich sąsiadów i wybiera najlepszego spośród nich, dzięki czemu porusza się „po najbardziej stromym zboczu" na wykresie funkcji celu.




Rysunek 1: Porównanie średnich rozwiązań na różnych instancjach.




Rysunek 2: Porównanie najlepszych znalezionych rozwiązań przez algorytmy na różnych instancjach.

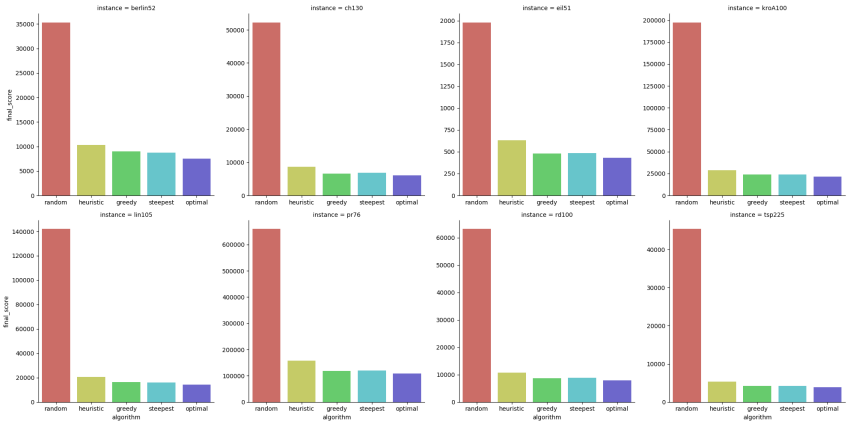
# 3 Eksperymenty

## 3.1 Odległość od optimum

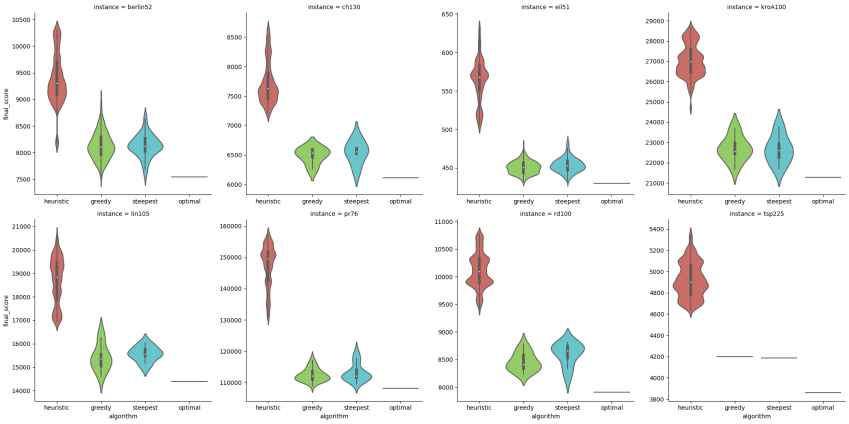
Z rys. 1 wynika, że dla każdej instancji problemu, heurystyka i algorytmy przeszukiwania lokalnego osiągają podobne wyniki, które są kilkukrotnie lepsze od rozwiązania losowego, z którego startują zarówno Greedy, jak i Steepest.

## 3.2 Czas działania

...




Rysunek 3: Porównanie najgorszych znalezionych rozwiązań przez algorytmy na różnych instancjach.




Rysunek 4: Porównanie rozkładów znalezionych rozwiązań przez algorytmy na różnych instancjach.

Rysunek 5: Porównanie czasu działania algorytmów na poszczególnych instancjach.

Rysunek 6: Porównanie efektywności algorytmów na poszczególnych instancjach.

Rysunek 7: Porównanie algorytmów Greedy Search i Steepest pod względem liczby kroków do zatrzymania.

Rysunek 8: Porównanie algorytmów Greedy Search i Steepest pod względem liczby przeszukanych rozwiązań.

Rysunek 9: Porównanie jakości rozwiązań początkowych i końcowych przez algorytmy Greedy Search i Steepest.

Rysunek 10: Porównanie jakości rozwiązań algorytmów Gready Search i Steepest w zależności od liczby uruchomień tych algorytmów dla różnych rozwiązań początkowych.

## 3.3 Efektywność algorytmów

### 3.3.1 Wybrana miara

...

### 3.3.2 Wyniki

...

## 3.4 Średnia liczba kroków

...

## 3.5 Średnia liczba przeszukanych rozwiązań

...

## 3.6 Greedy Search

### 3.6.1 Jakość rozwiązania początkowego a końcowego

...

### 3.6.2 Wielokrotne uruchamianie dla różnych rozwiązań początkowych

...

Rysunek 11: Porównanie odległości znajdowanych rozwiązań przez algorytmy od rozwiązania optymalnego.

## 3.7 Porównanie rozwiązań

### 3.7.1 Miara odległości rozwiązań od rozwiązania optymalnego

...

### 3.7.2 Wyniki

...

# 4 Podsumowanie

## 4.1 Wnioski

...

## 4.2 Trudności

...

## 4.3 Propozycje udoskonaleń

# Literatura

[1] Universität Heidelberg. Discrete and combinatorial optimization. `http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/`.

[2] Maciej Komosiński. Materiały do wykładu „Metaheurystyki i obliczenia inspirwane biologicznie". Lecture notes, 2014.

[3] Christian Nilsson. Heuristics for the traveling salesman problem. `https://web.tuke.sk/fei-cit/butka/hop/htsp.pdf`.