

Algoritmi  
Študijsko leto 2021/2022

## **1. domača naloga**

Poročilo domače naloge

Ivo Pajer  
Vpisna št. 63180218

Novo mesto, 13. marec 2022

# Kazalo

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Problem 1 - Turingov stroj</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Redukcija - 3SAT na 5SAT</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Rodovne funkcije</b>	<b>2</b>
4.1	Nov avto . . . . .	2
4.2	Fibonaccijska števila 2. reda . . . . .	3

## 1 Uvod

V okviru prve domače naloge smo morali napisati program turingovega stroja, narediti nalogo iz redukcij, ter nalogo iz rodovnih funkcij.

## 2 Problem 1 - Turingov stroj

Program TS prilagam v posebni datoteki. Naša naloga je, da generiramo seštevke  $n$  števil, ki so napisane v eniškem sistemu na traku. Program dela tako, da najprej vse enke zamenjamo z X, in nato na drugo stran od ničle zapišemo toliko enk kot je X-ov, ter X-e zamenjamo z enkami. Ko nimamo več X-ov zamenjamo zadnjoenko z praznim poljem in nadaljujemo program, ki se konča, ko na levi več nimamo enk.

## 3 Redukcija - 3SAT na 5SAT

Naša naloga je reducirati problem 3SAT, ki vemo da je NP-poln na 5SAT. To bomo naredili tako, da bomo vsak člen 3SAT problema  $(x \vee y \vee z)$ , zapisali kot  $(x \vee y \vee z \vee a \vee b) \wedge (x \vee y \vee z \vee \bar{a} \vee b) \wedge (x \vee y \vee z \vee a \vee \bar{b}) \wedge (x \vee y \vee z \vee \bar{a} \vee \bar{b})$ , kjer sta  $a$  in  $b$  poljubna.

Iz zgornje enačbe lahko opazimo, da če bo katerakoli izmed  $x, y, z$  pravilna, bo tudi enačba pravilna. Opazimo tudi, če katerakoli izmed  $x, y, z$  ne bo pravilna, tudi končna enačba ne bo pravilna. S tem smo problem SAT3 reducirali na problem SAT5.

## 4 Rodovne funkcije

### 4.1 Nov avto

Naša naloga zapisati rodovno funkcijo za kupovanje novega avta. Naredili bomo 4 podfunkcije, ki jih potrebujemo pri izbiri avta:  $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ , ki predstavlja izbiro motorja in pogona,  $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ , ki predstavlja izbiro barve,  $\mathbf{N}(\mathbf{x})$ , ki predstavlja izbiro notranjosti, ter  $\mathbf{D}(\mathbf{x})$ , ki predstavlja izbiro dodatne opreme.

- $\mathbf{M}(\mathbf{x})$  - Imamo izbiro med 4 motorji in 2 pogoni, izbrati moramo oba

- **B(x)** - Izbiramo med 6 barvami
- **N(x)** - Imamo dve možnosti, ki jih lahko izberemo ali ne
- **D(x)** - Imamo tri možnosti, ki jih lahko izberemo ali ne

$$M(x) = 4x2x = 8x^2$$

$$B(x) = 6x$$

$$N(x) = (1+x)^2 = 1 + 2x + x^2$$

$$D(x) = (1+x)^3 = 1 + 3x + 3x^2 + x^3$$

$$A(x) = M(x)B(x)N(x)D(x) = 48x^3(x+1)^5$$

## 4.2 Fibonaccijeva števila 2. reda

Naša naloga je da izrazimo Fibonaccijeva števila 2. reda s standardnimi Fibonaccijevimi števili. Definicija fibonaccijevih števil 2. reda je naslednja:

$$\mathcal{F}_0 = 0$$

$$\mathcal{F}_1 = 1$$

$$\mathcal{F}_n = \mathcal{F}_{n-1} + \mathcal{F}_{n-2} + F_n$$

Vemo, da je rodovna funkcija Fibonaccijevih števil  $F(x) = \frac{x}{1-x-x^2}$ . Rodovna funkcija fib. 2. reda pa  $A(z) = \sum_{n \geq 0} \mathcal{F}_n z^n$ .

Če privzamemo, da je  $A(z) = \mathcal{F}_0 + \mathcal{F}_1 z + \mathcal{F}_2 z^2 + \dots$ , potem lahko z obračanjem enačb ugotovimo, da

$$(1-z-z^2)A(z) = \mathcal{F}_0 + (\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_0)z + \mathcal{F}_0 z^2 + \mathcal{F}_1 z^3 = z + z^2 \sum_{K \geq 0} F_k z^k = z + z^2 F(z)$$

iz česar dobimo, da je

$$A(z) = \frac{z + z^2 F(z)}{1 - z - z^2} = \frac{z}{1 - z - z^2} + \frac{z}{1 - z - z^2} F(z) z = F(z) + z F(z)^2$$