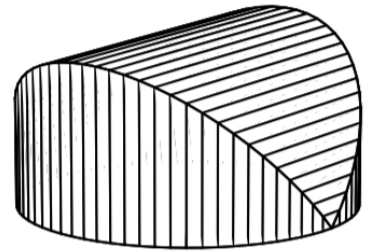


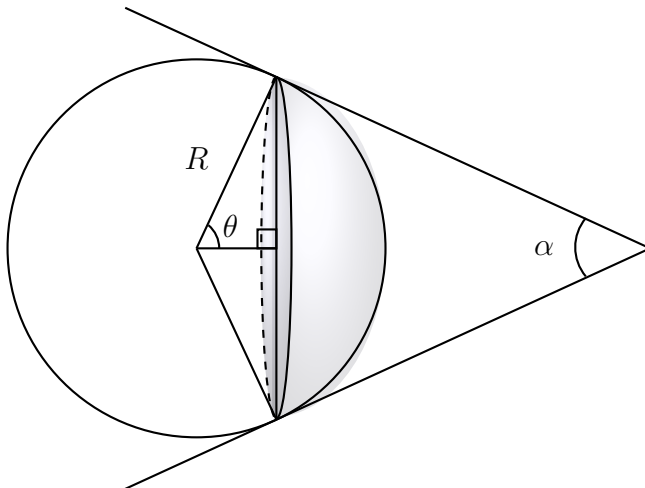
Integraalilaskenta (osio 1)

1. a) Anna esimerkki jatkuvasta funktiosta $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, jolla on ominaisuudet $f(0) = f(1) = 0$ ja $\int_0^1 f(x) \, dx = 100$. (yo 2003k)
- b) Määritä käyrän $y = -\ln x$ ja koordinaattiakselien rajoittaman alueen pinta-ala integroimalla y :n suhteen.

2. Nykyaiteen museorakennuksen pohja on ympyrä, jonka halkaisija on 19,7 metriä. Jos rakennus leikataan pohjaympyrän tietyn halkaisijan suuntaisella tasolla, leikkauskuvio on aina suorakulmio, jonka korkeus on puolet kannasta. Määritä rakennuksen tilavuus. (yo 2002s)



3. Erästä avaruuden pisteestä maapallo (säde R) havaitaan kulmassa α . Kuinka suuri alue maapallosta voidaan nähdä kyseisestä pisteestä? Määritä tämän kalotin pinta-ala integroimalla ja esitä se säteen R ja kulman α funktiona.



Integraalilaskenta (osio 2)

1. Hissi lähtee liikkeelle levosta, ja sen liikettä kuvaa malli $a(t) = 2,0 \cdot \sin(0,4t)$, jossa t on kulunut aika (s) ja $a(t)$ on kiihtyvyys (m/s^2).
 - a) Määritä hissin suurin nopeus ja ajanhetki, jolla tämä saavutetaan ensi kerran.
 - b) Kuinka pitkän matkan hissi kulkee ensimmäisen 10 sekunnin aikana?
 - c) Määritä hissin keskinopeus edellisen kohdan aikavälillä.
2. Yksikkösäteinen, $(2, 2)$ -keskinen ympyrä pyörittää täyden kierroksen x -akselin ympäri.
 - a) Laske kappaleen tilavuus integraalilaskennan avulla.
 - b) Osoita väite oikeaksi tai vääräksi: tilavuus on pyörähdyspinnan alan ja sen painopisteen kulkeman matkan tulo.
3. Kuinka suuren työn voima $F = ma = m \frac{dv}{dt}$ tekee siirtäessään kappaletta matkan ds ?
Laske, kuinka paljon työtä tehdään, kun kappale kiihdytetään nopeudesta v_1 nopeuteen v_2 . Mitä huomaat?