

# Numeerisia ja algebrallisia menetelmiä

1. Määrää polynomin  $x^3 - x^2 + 2x - 2$  kaikkien nollakohtien tarkat arvot.
2. Tarkastellaan yhtälöä  $\ln x - x = -2$ .
  - a) Osoita, että yhtälöllä on tasan yksi juuri välillä  $[2, 4]$ .
  - b) Määritä tämä juuri kolmen desimaalin tarkkuudella käyttäen kiintopistemenetelmää.
3. Italialainen Fibonacci laski vuonna 1225 yhtälön  $x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0$  juurelle likiarvon  $x \approx 1,368808108$ . (*yo 15k*)
  - a) Osoita, että yhtälöllä on täsmälleen yksi juuri reaalilukujen joukossa.
  - b) Kuinka mones Newtonin menetelmän iterointikierros tuottaa ensimmäisen kerran samat yhdeksän desimaalia kuin Fibonaccin likiarvossa, kun alkuarvona on  $x_0 = 1$ ?
4. Veden virtausnopeutta putkessa mitattiin tunnin välein. Mittaustulokset on esitetty oheisessa taulukossa.
  - a) Arvioi puolisuunnikassäännön avulla, kuinka monta litraa vettä virtasi mittauspisteen ohi mittauksen aikana.
  - b) Oletetaan, että virtausnopeuden kuvaaja on polynomi. Arvioi a-kohdan tuloksen tarkkuutta kuvion avulla.

$t$ (h)	0	1	2	3	4	5	6
$Q$ (l/h)	0,50	1,00	0,60	0,50	0,40	0,80	1,00

5. Kappale liikkuu  $(t, x)$ -koordinaatistossa pitkin käyrää  $\sin(2t)$  välillä  $[0, 1]$ . Aika on ilmoitettu sekunteina ja paikka metreinä.
  - a) Arvioi kappaleen kulkemaa matkaa Simpsonin säännöllä, kun osavälejä on  $n = 2$ .
  - b) Miten arvion tarkkuus muuttuu, kun  $n \rightarrow \infty$ ? Piirrä kuvio.