

Lukuteoria ja todistaminen

1. a) Olkoot p ja q loogisia lauseita. Onko lause $\neg(p \vee \neg p) \Leftrightarrow (p \wedge q)$ kontradiktio?
b) Olkoon $M(x) : "x \text{ on ihminen}"$. Muunna luonnolliselle kielelle lause $\nexists x : M(x)$.
2. Osoita: Jos mielivaltainen luku on jaollinen luvulla 3, niin myös sen numeroiden summa on kolmella jaollinen.
3. Olkoon $4^n - 1$ alkuluku, $n \in \mathbb{N}$. Todista epäsuoraa todistusta käyttämällä, että tällöin n on pariton.
4. a) Määritä luvun $79^n + 67^{2n}$ viimeinen numero, kun n on kokonaisluku.
b) Osoita induktiolla, että luku $6^n - 1$, $n \in \mathbb{N}$, on aina jaollinen luvulla 5.
5. a) Määritä suoralta $86x + 64,5y = 43$ piste, jonka koordinaatit ovat kokonaislukuja.
b) Määritä lukujen 16 360 ja 8 265 suurin yhteinen tekijä alkulukuhajotelmien avulla.

Bonus: Kuinka monta numeroa on luvussa $x = 2017^{2017}$? (Hyödynnä logaritmeja.)