

Matemaattinen fysiikka I

1. Tarkastellaan r -säteistä ympyrärataa pitkin kulmanopeudella ω liikuvaa kappaletta, johon vaikuttaa voima $\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$. Laske $\oint_C \mathbf{F}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{r}$, kun C on kappaleen rata yhden kierroksen aikana. Mitä tuloksen perusteella voidaan sanoa voiman \mathbf{F} konservatiivisuudesta?
2. Pallo potkaistaan ilmaan alkuvauhdilla v_0 potkaisukulman ollessa α_0 . Muodosta pallon paikkavektori ja näytä, että pallon mekaaninen energia säilyy ilmalennon aikana. Ilmanvastusta ei oteta huomioon.
3. Jousessa roikkuva punnus poikkeutetaan alaspäin tasapainoasemastaan. Syntyvää värähtelyä vaimentaa ilmanvastus, joka on suoraan verrannollinen punnuksen nopeuteen verrannollisuuskertoimella $c = 0,4$. Punnuksen massa on $1,0$ kg ja jousen jousivakio $30,0$ N/m. Kuinka pitkän ajan kuluttua värähtelyn amplitudi on pienentynyt kymmenesosaan alkuperäisestä?
4. Kappaleen (massa $1,4$ kg) nopeus on $\mathbf{v} = (t^2 - 1)\mathbf{i} + (2t + 1)\mathbf{j} + t\mathbf{k}$. Kappale on origossa hetkellä $t = 0$. Määritä kappaletta liikuttavan voiman \mathbf{F} tekemä työ ja sen keskimääräinen teho välillä $0 \leq t \leq 5$.