Paweł Biel

nr indeksu 225949

Sprawozdanie

Problem komiwojażera metodą Tabu Search

1. Informacje teoretyczne o Tabu Search

Tabu Search jest metodą opartą na przeszukiwaniu przestrzeni rozwiązań, wykorzystując sąsiedztwo rozwiązań oraz na zapamiętywaniu ruchów(transformacji), rozwiązania i ich częstotliwości występowania. Taki zabieg pozwala na uniknięcie przeszukiwania minimów lokalnych, a poszukiwania rozwiązań globalnych w rozsądnym czasie. Tabu Search jest metodą, która nie daje gwarancji znalezienia optymalnego rozwiązania.

2. Informacje wstępne

W mojej implementacji algorytmu rozpoczynamy od wygenerowania rozwiązania metodą zachłanną, następnie z tego rozwiązania jest wybierane rozwiązanie sąsiednie po przez transformację typu swap (A,B), czyli zamiany miasta A z innym dowolnym miastem. Jeśli nowe rozwiązanie jest lepsze jest zapamiętywane, a wykonany ruch/transformacja oraz jej kadencja jest zapamiętywana na liście tabu, która ma stały rozmiar, przez co dana transformacja nie będzie mogła być wykorzystana przez pewną ilość iteracji, które określa kadencja. Jeśli w danym sąsiedztwie nie można znaleźć lepszego rozwiązania co świadczy o znalezieniu minimum lokalnego, zostaje wykorzystana strategia dywersyfikacji. Strategia dywersyfikacji polega na wygenerowaniu nowego losowego rozwiązania, a następnie kontynuowanie algorytmu od nowego rozwiązania.

3. Pseudokod

```
Wybierz punkt startowy metodą zachłanną x0 ∈ X
 xopt ← x0
 tabu_list ← ∅
 repeat
       znajdź x ∈ N''(x0), dla którego x < x0
              x0 ← x
       if f(x0) > f(xopt) then
              xopt ← x0

zweryfikuj tabu_list
 ∀element ∈ tabu list do
        – – kadencja_i
       if kadencja_i = 0 then
              usuń element(atrybut_i , kadencja_i) z tabu list
if CriticalEvents() then
x0 ← Restart() (Dywersyfikacja)
if f(x0) > f(xopt) then
       xopt ← x0
until
warunek zakończenia            gdzie:  N''(x) = {y|y ∈ N(x) ∧ y ∉ tabu list}
```

CriticalEvents() zachodzi gdy w danym sąsiedztwie nie zostaną znalezione lepsze rozwiązania.

Pseudokod jest zaczerpnięty z prezentacji Dr.Kapłona oraz lekko zmodyfikowana na potrzeby mojej implantacji.

4. Wyniki

a. Zależność jakości wyniku od ilości iteracji i wielkości kadencji oraz ich wykresy dla macierzy asymetrycznych

br17 n = 17 Optymalny wynik = 39

Wynik	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	39	40	39	39
5000	39	39	39	39
10000	39	39	39	39

Czas [s]	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	0,469815	0,426413	0,481939	0,595177
5000	2,531224	2,133405	2,143641	2,922634
10000	4,396844	4,463901	4,453239	5,667621

ftv33 n = 33 Optymalny wynik = 1286

Wynik	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	1557	1582	1576	1570
5000	1554	1545	1540	1527
10000	1535	1516	1568	1506

Czas [s]	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	1,696787	1,964093	2,163003	3,048858
5000	8,223318	9,522301	11,62681	15,50268
10000	17,94442	19,3188	22,71231	28,66663

ftv47 n = 47 Optymalny wynik = 1776

Wynik	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	2289	2289	2249	2289
5000	2256	2281	2267	2286
10000	2177	2250	2226	2289

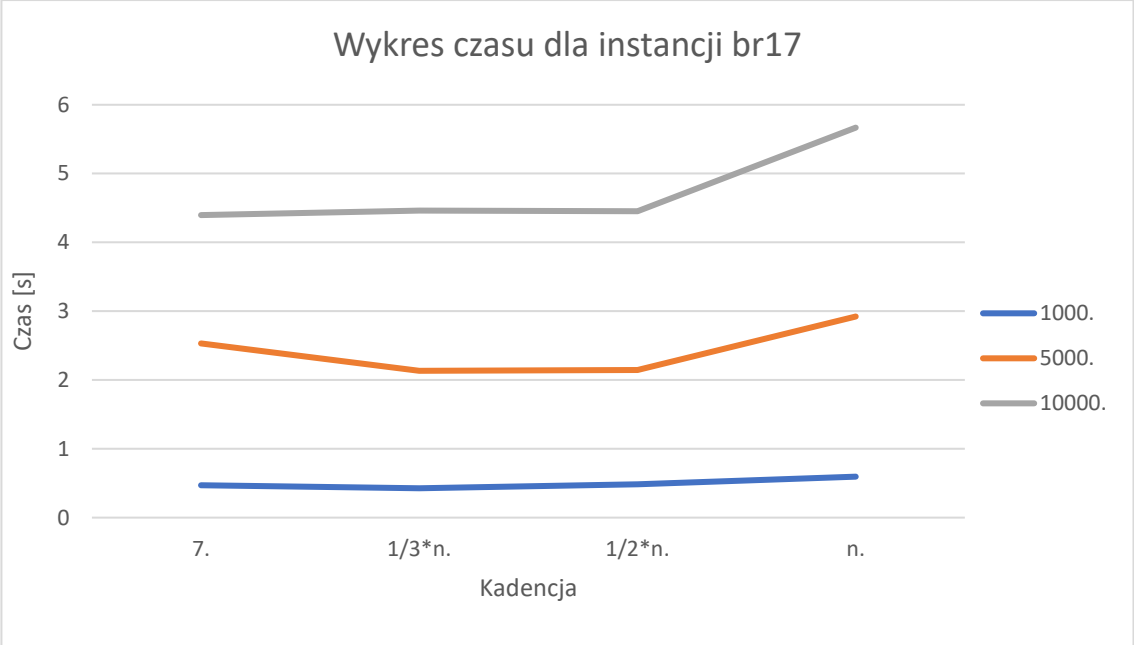
Czas[s]	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	3,48238	4,577493	4,902551	7,010385
5000	18,29853	21,60025	24,17101	34,43291
10000	35,70766	43,71711	49,59652	66,80184

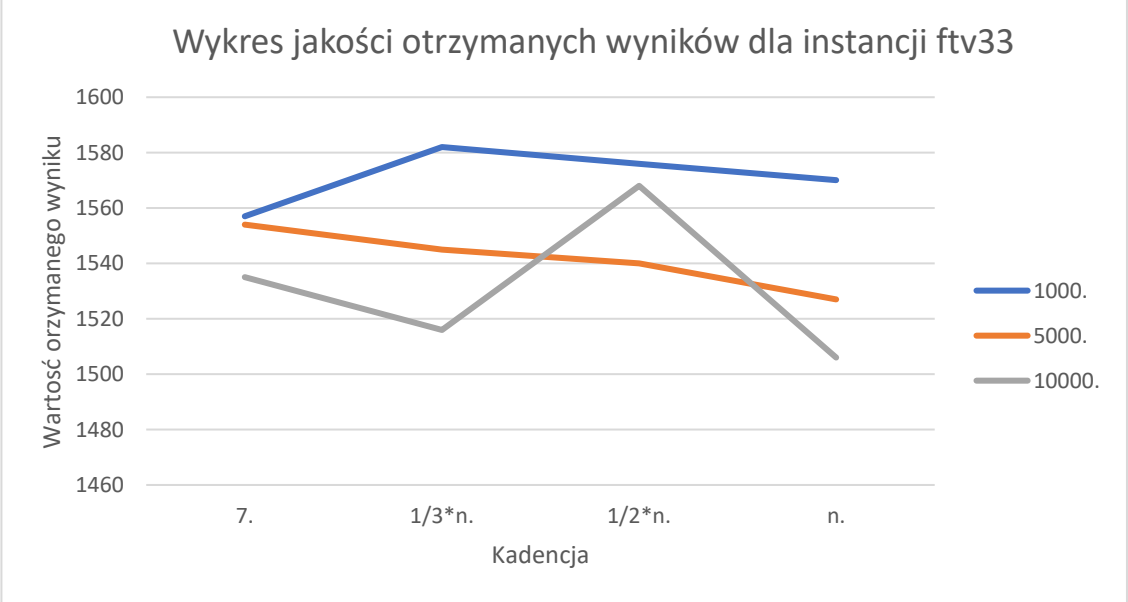
ftv70 n = 70 Optymalny wynik = 1950

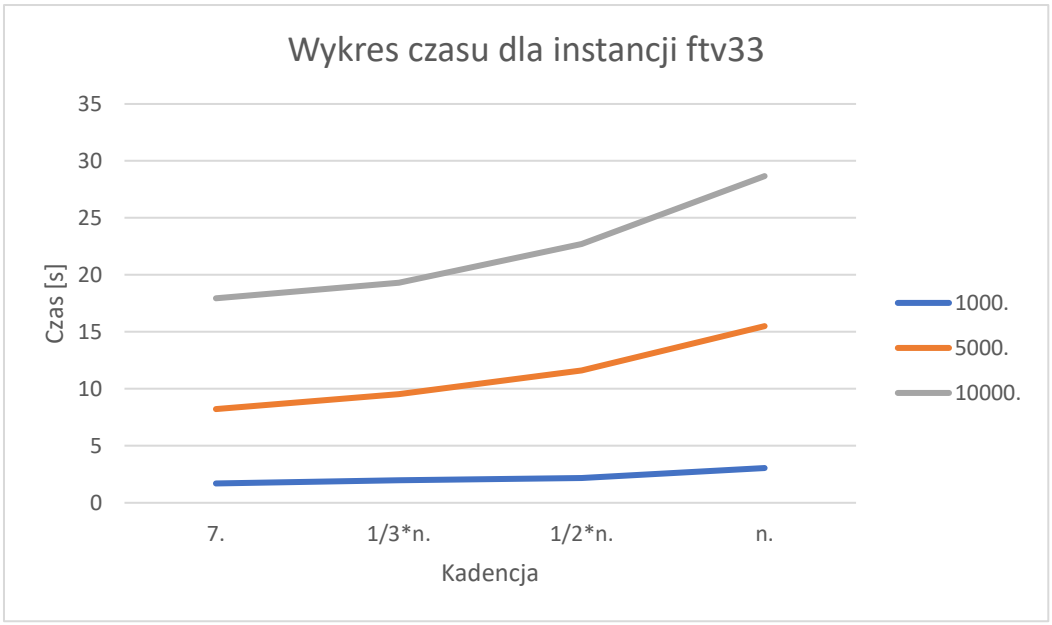
Wynik	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	2521	2483	2462	2433
5000	2483	2458	2433	2433
10000	2457	2446	2435	2421

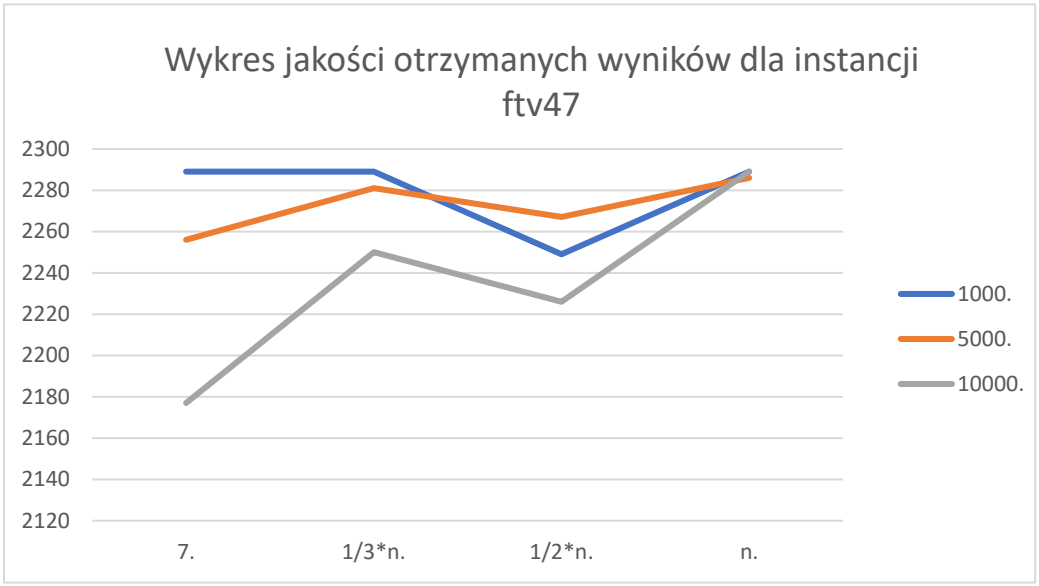
Czas	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	9,384739	11,4054	15,47678	19,57893
5000	47,2106	58,35714	69,14207	94,93941
10000	93,48388	118,2576	142,1674	190,3743

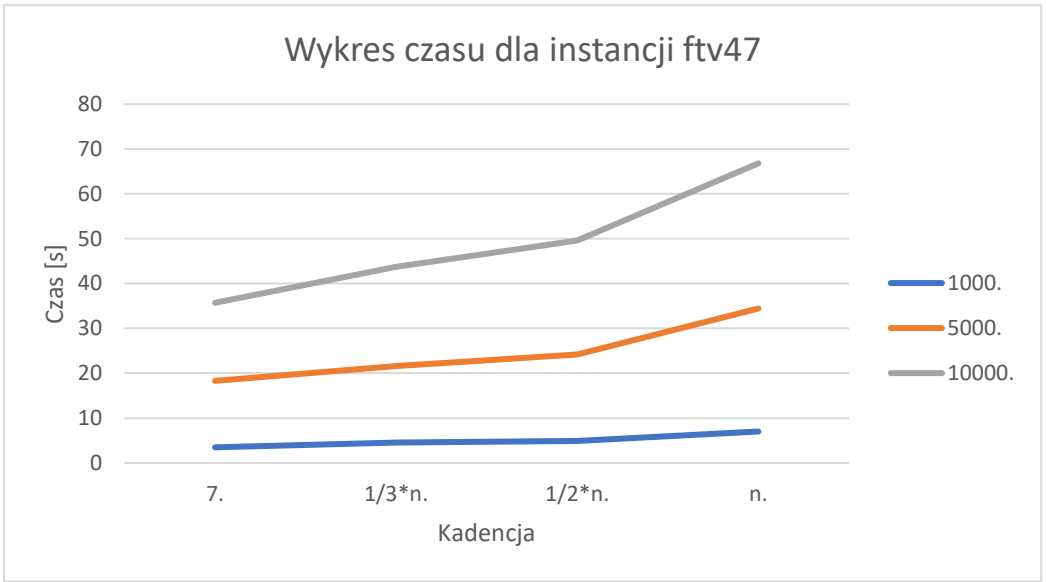

Wykres jakości otrzymanych wyników dla instancji br17
Wartość orzymanego wyniku
40,2
40
39,8
39,6
39,4
39,2
39
38,8
38,6
38,4
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.

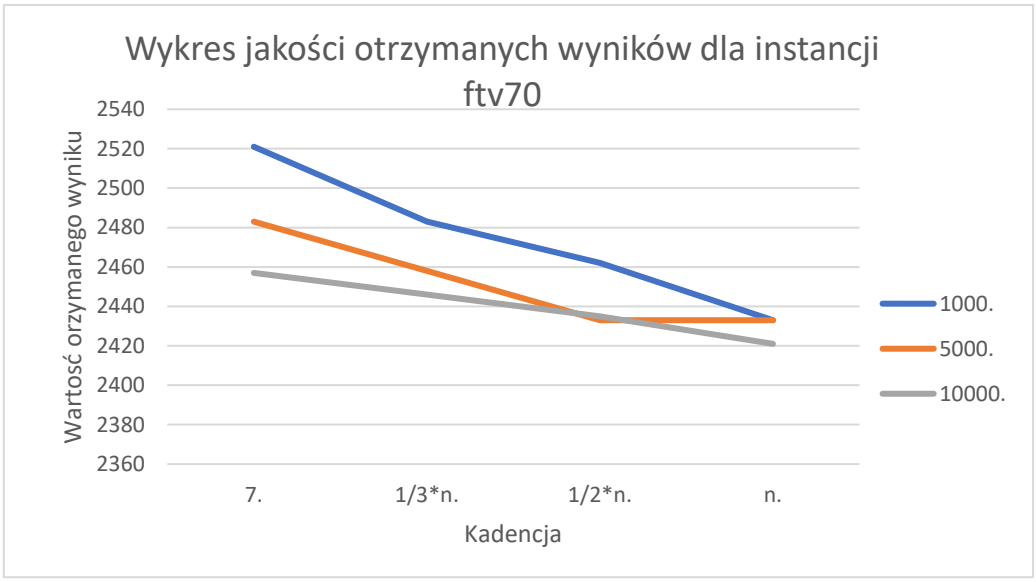

Wykres czasu dla instancji br17
Czas [s]
6
5
4
3
2
1
0
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.

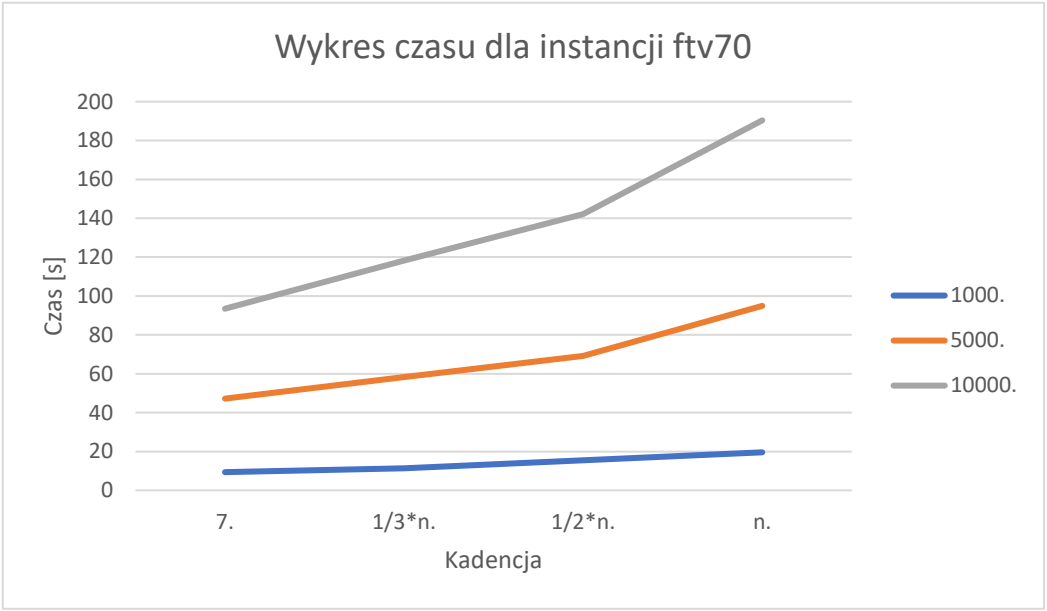

Wykres jakości otrzymanych wyników dla instancji ftv33
Wartość orzymanego wyniku
1600
1580
1560
1540
1520
1500
1480
1460
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.


Wykres czasu dla instancji ftv33
35
30
25
20
15
10
5
0
Czas [s]
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.


Wykres jakości otrzymanych wyników dla instancji ftv47
2300
2280
2260
2240
2220
2200
2180
2160
2140
2120
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
1000.
5000.
10000.


Wykres czasu dla instancji ftv47
80
70
60
50
40
30
20
10
0
Czas [s]
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.


Wykres jakości otrzymanych wyników dla instancji ftv70
Wartość orzymanego wyniku
2540
2520
2500
2480
2460
2440
2420
2400
2380
2360
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.


Wykres czasu dla instancji ftv70
Czas [s]
200
180
160
140
120
100
80
60
40
20
0
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.

b. Zależność jakości wyniku od ilości iteracji i wielkości kadencji oraz ich wykresy dla macierzy symetrycznych

gr17 n = 17 Optymalny wynik = 2085

Wynik	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	2088	2087	2087	2087
5000	2085	2085	2085	2085
10000	2085	2085	2085	2085

Czas	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	0,386967	0,445523	0,471853	0,529912
5000	2,15015	2,118382	2,143816	2,885492
10000	4,209146	4,10512	4,438006	5,696868

gr24 n = 24 Optymalny wynik = 1272

Wynik	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	1366	1352	1342	1367
5000	1345	1318	1312	1319
10000	1283	1303	1299	1327

Czas	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
100.	0,816154	0,940293	1,020889	1,352122
5000	4,586984	4,834269	5,113441	6,696294
10000	8,746042	9,496561	10,54375	13,25248

gr48 n = 48 Optymalny wynik = 5046

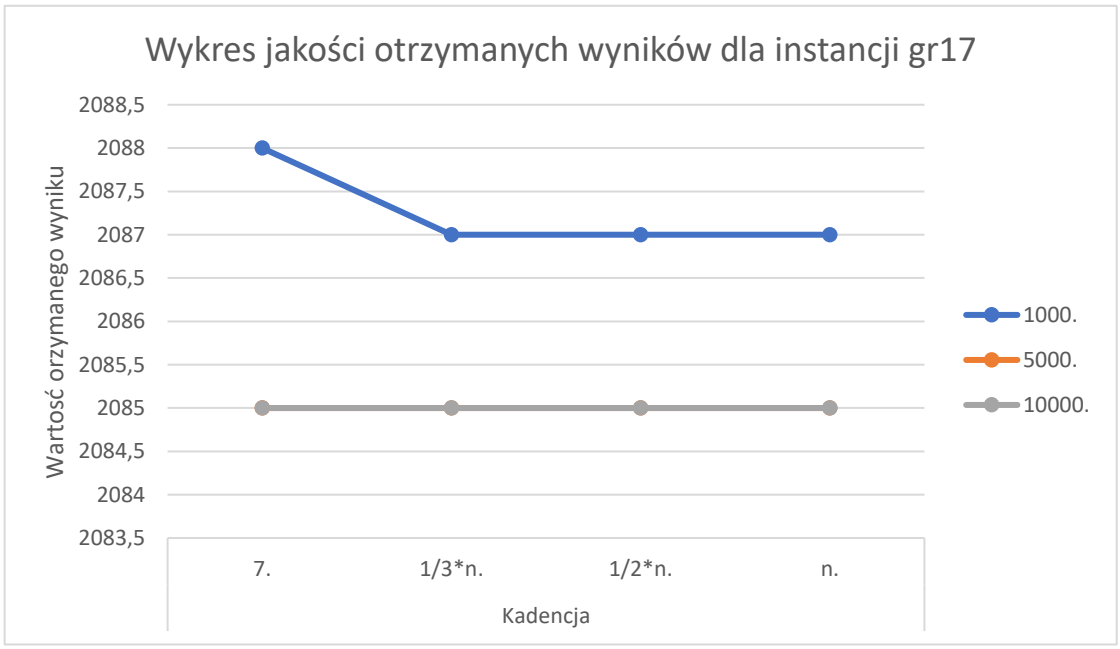
Wynik	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	5948	5920	5948	5893
5000	5744	5948	5910	5810
10000	5894	5748	5941	5912

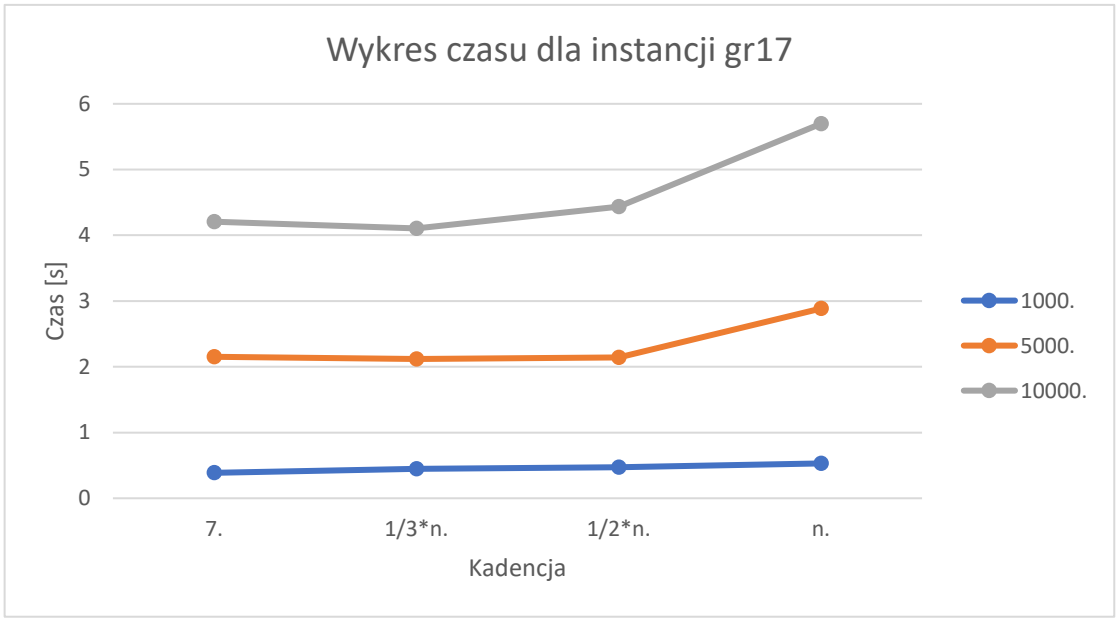
Czas	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	5,113429	5,080506	5,791205	7,806751
5000	23,10587	26,6453	31,37407	41,58839
10000	43,09115	54,70738	59,84727	81,70223

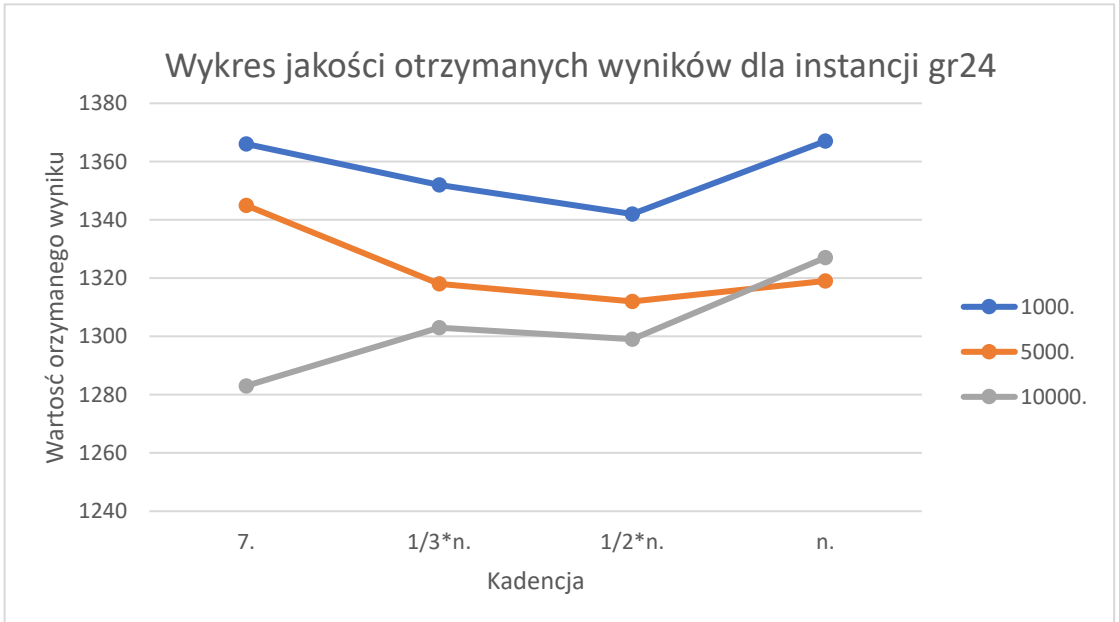
gr120 n = 120 Optymalny wynik = 6942

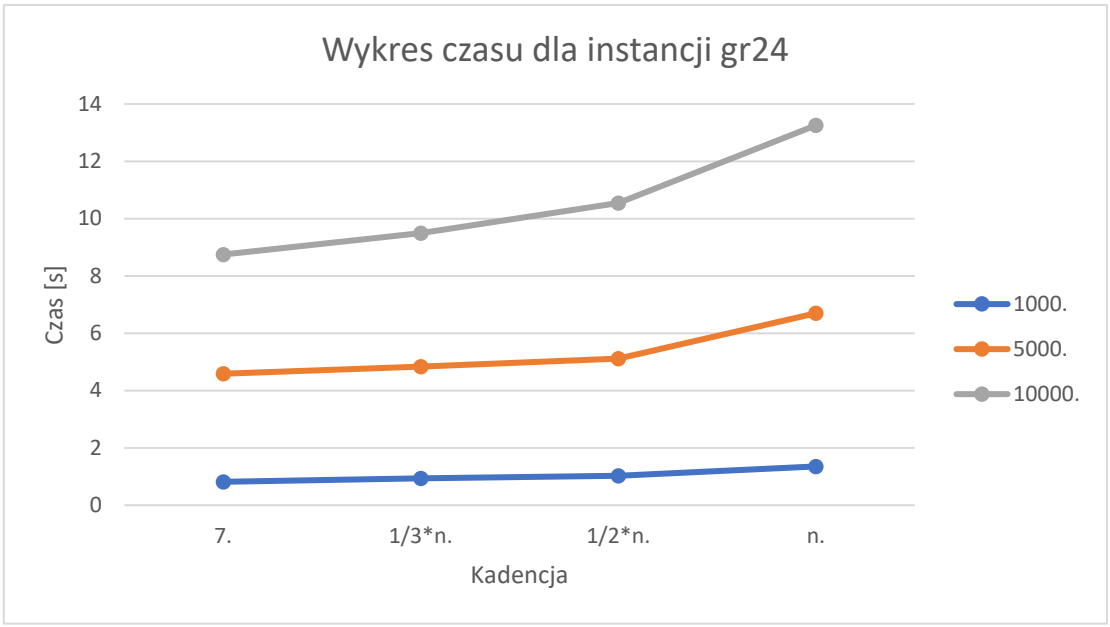
Wynik	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000	8789	8930	8854	8872
5000	8789	8854	8885	8854
10000	8789	8854	8885	8821

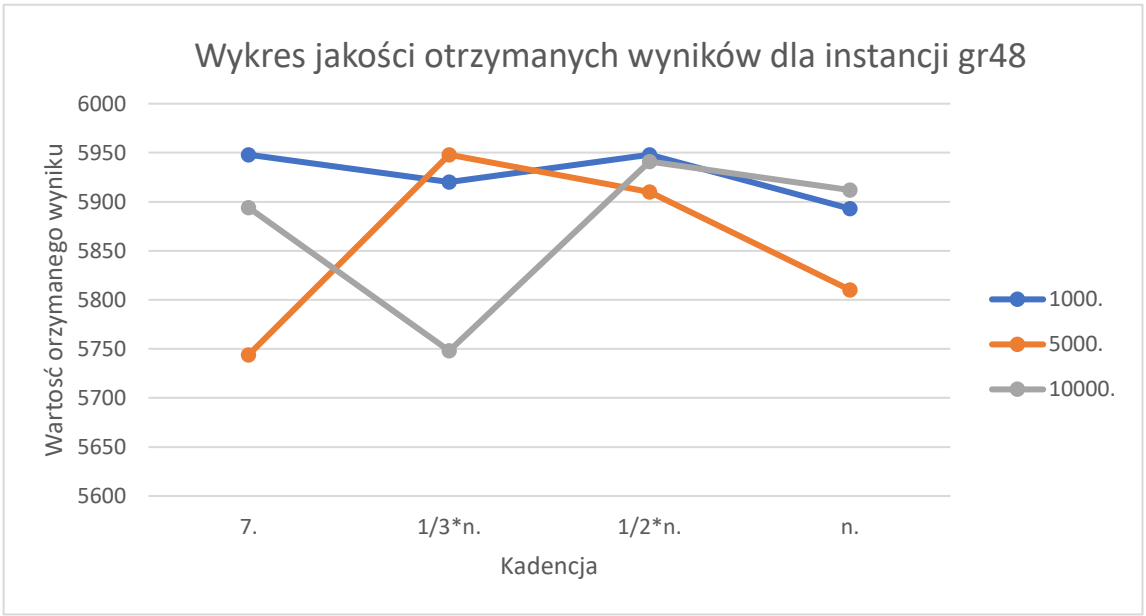
Czas	Kadencja			
iteracje	7	1/3*n	1/2*n	n
1000.	50,12874	71,40623	58,36713	152,5193
5000.	232,0503	405,3416	465,5788	543,8683
10000.	475,2038	677,0778	811,8655	948,414

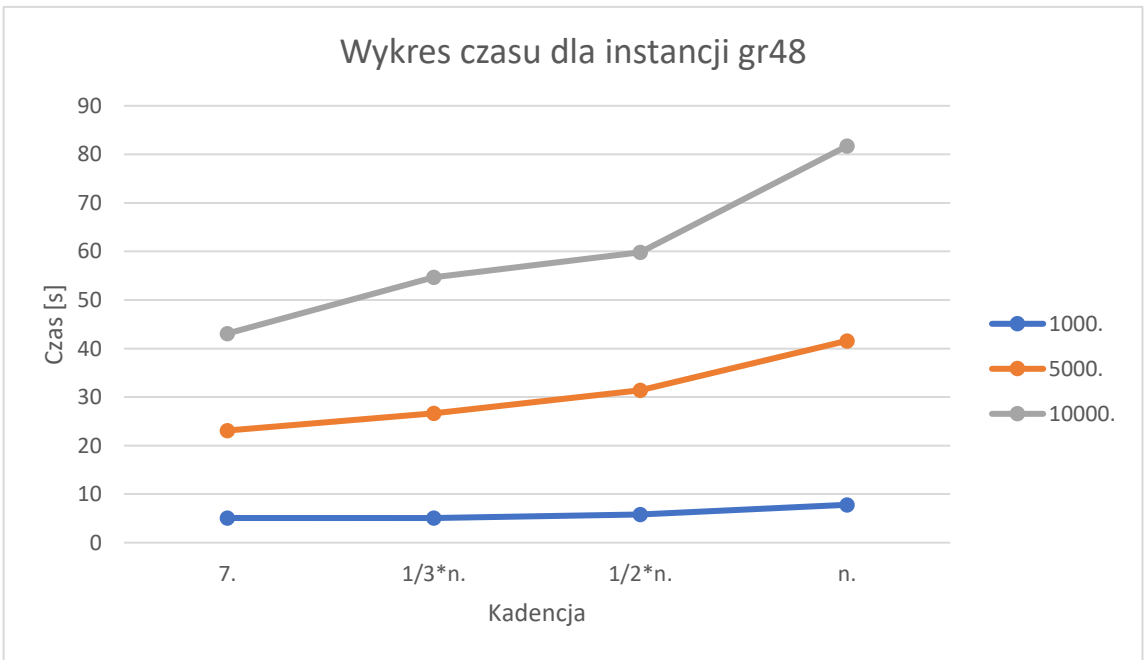

Wykres jakości otrzymanych wyników dla instancji gr17
Wartosć orzymanego wyniku
2088,5
2088
2087,5
2087
2086,5
2086
2085,5
2085
2084,5
2084
2083,5
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.

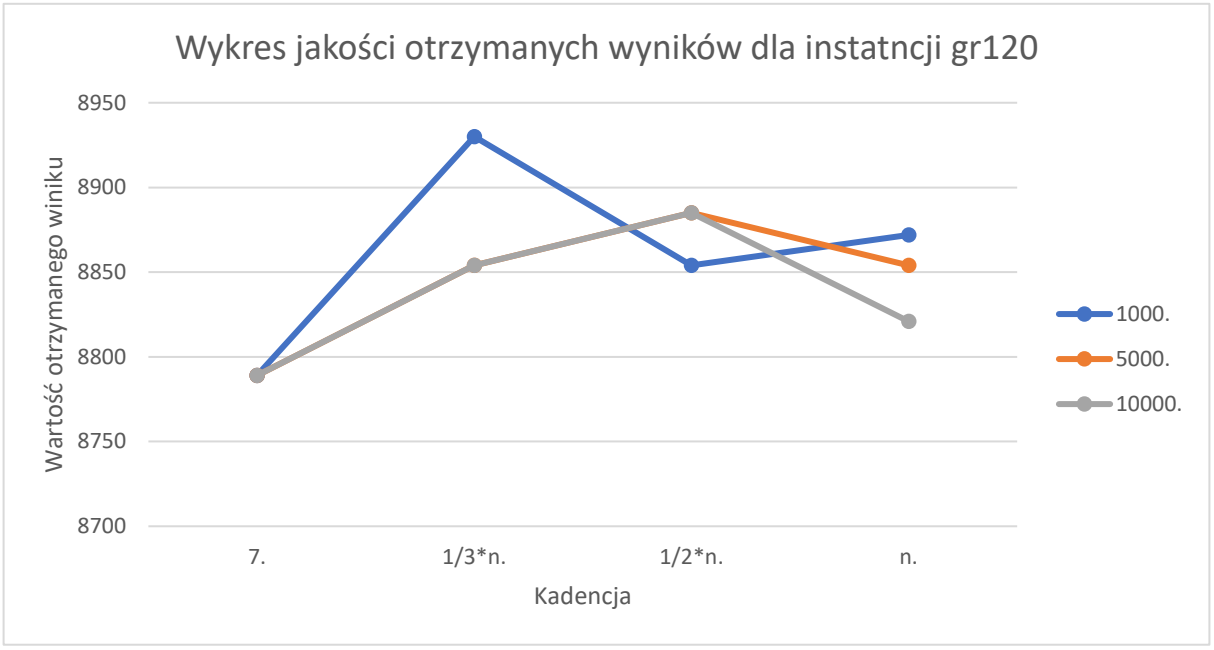

Wykres czasu dla instancji gr17
Czas [s]
6
5
4
3
2
1
0
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.

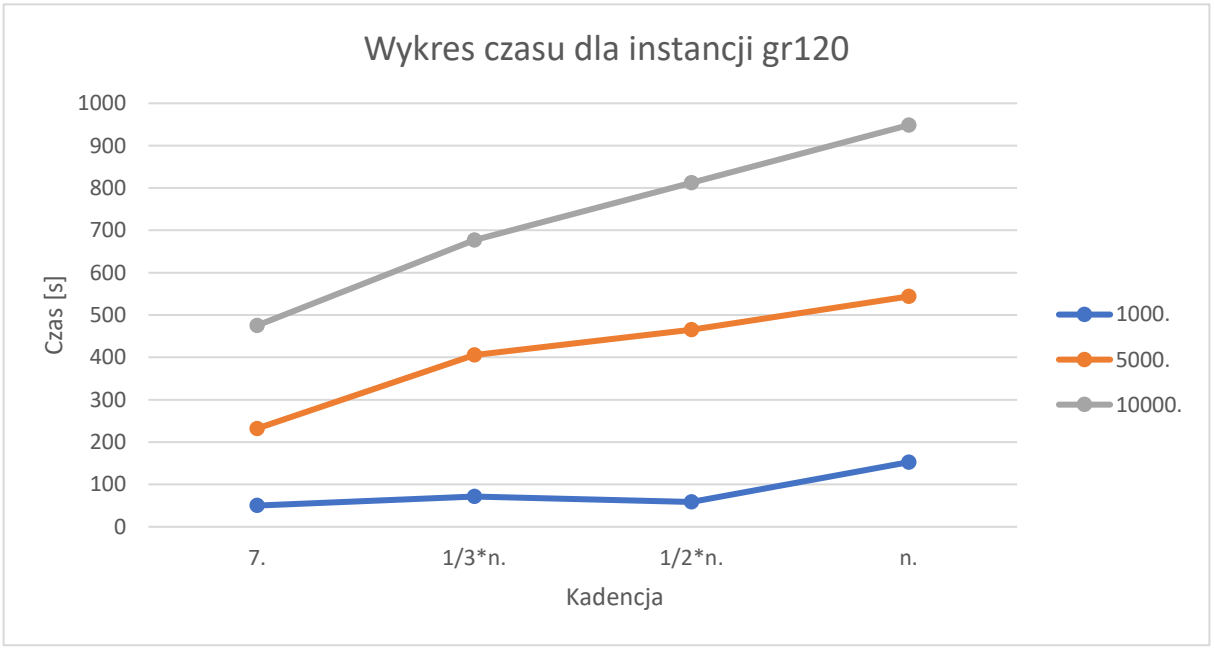

Wykres jakości otrzymanych wyników dla instancji gr24
Wartosć orzymanego wyniku
1380
1360
1340
1320
1300
1280
1260
1240
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.


Wykres czasu dla instancji gr24
14
12
10
8
6
4
2
0
Czas [s]
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.


Wykres jakości otrzymanych wyników dla instancji gr48
6000
5950
5900
5850
5800
5750
5700
5650
5600
Wartość orzymanego wyniku
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.


Wykres czasu dla instancji gr48
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
Czas [s]
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.


Wykres jakości otrzymanych wyników dla instatncji gr120
Wartość otrzymanego winiku
8950
8900
8850
8800
8750
8700
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.

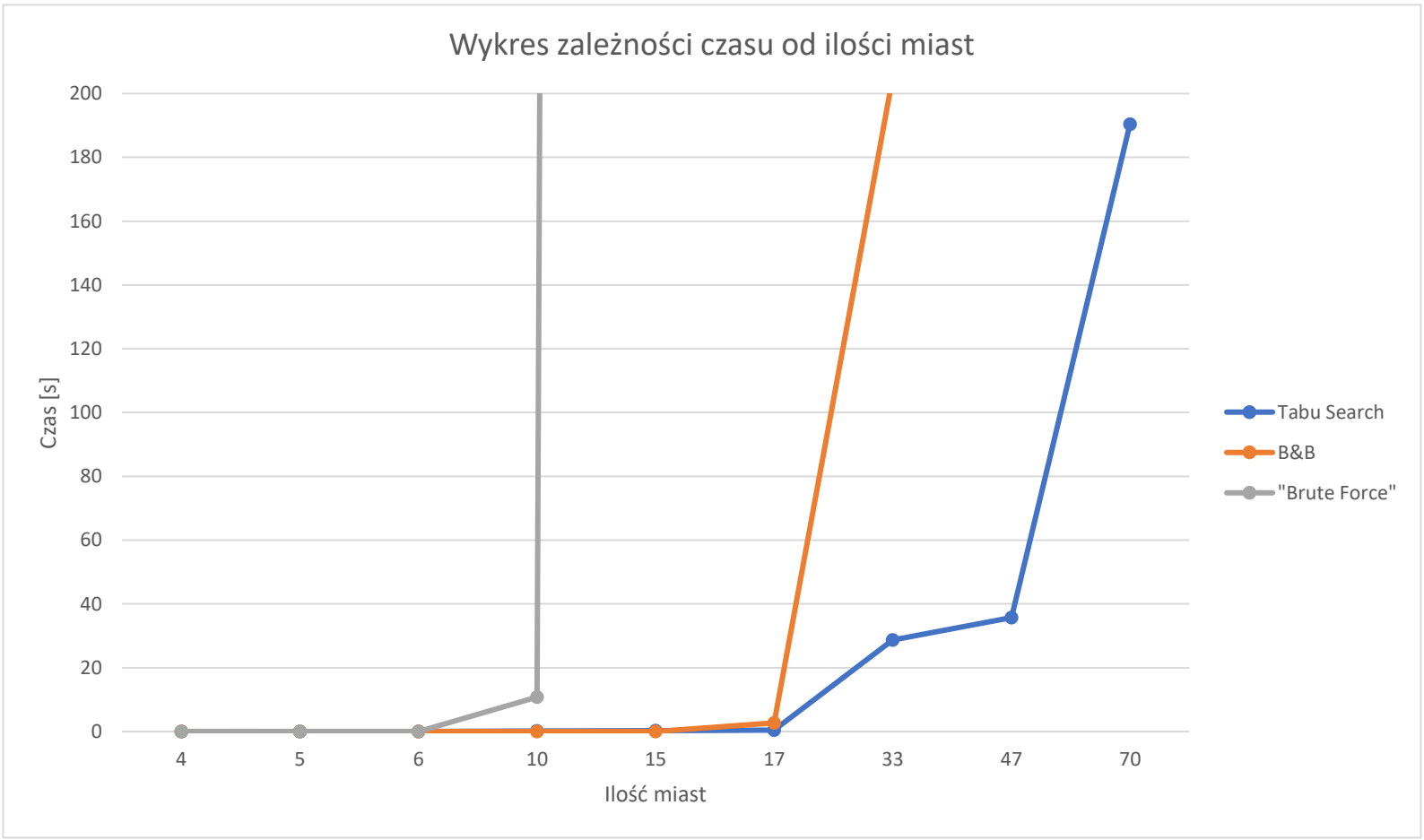

Wykres czasu dla instancji gr120
Czas [s]
1000
900
800
700
600
500
400
300
200
100
0
7.
1/3*n.
1/2*n.
n.
Kadencja
1000.
5000.
10000.

c. Wielkość błędu dla testowych instancji

gr17	2085	2085	0%
br17	39	39	0%
gr24	1283	1272	1%
ftv33	1516	1286	18%
ftv47	2177	1776	23%
gr48	5744	5046	14%
ftv70	2421	1950	24%
gr120	8789	6942	27%

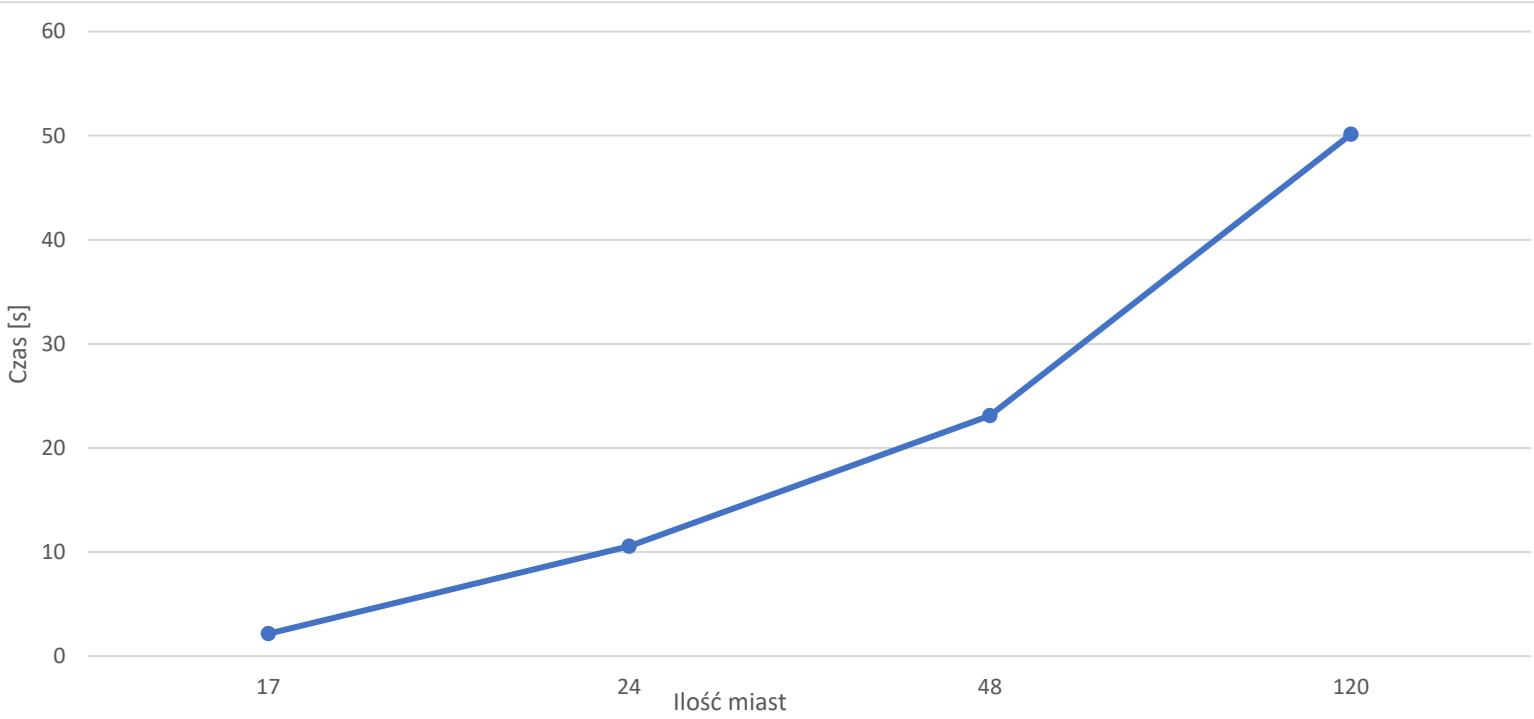
d. Wykres zależności czasu od ilości miast

Dla macierzy asymetrycznych:

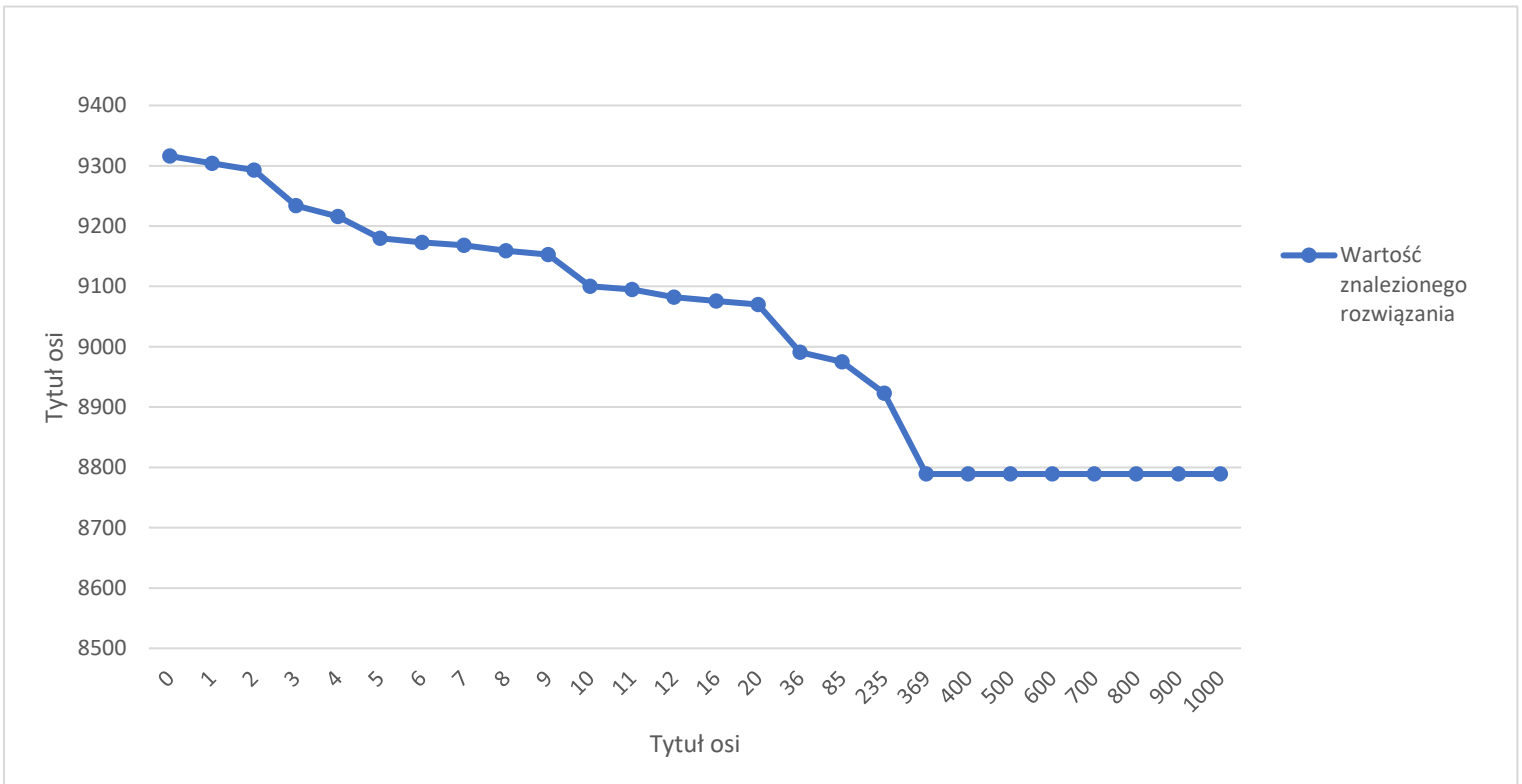


Dla macierzy symetrycznych:

Z racji że w poprzednim projekcie nie udało mi się uruchomić pomiarów dla macierzy symetrycznych, a bruteforce dla tak dużych instancji wykonuje się bardzo długo dlatego zamieszczam wykres tylko z zakresu obecnego projektu.



e. Wykres ilustrujący w których iteracjach wynik został poprawiony dla instancji gr120 i 1000 iteracji



5. **Wnioski**
    a. Czym większa ilość iteracji tym większa szansa na znalezienie lepszego rozwiązania, lecz wydłuża się czas wykonywania algorytmu.
    b. Na podstawie powyższych wykresów można stwierdzić, że kadencja ma wpływ w sposób losowy, to znaczy, że nie można zauważyć np. takiej tendencji że czym większa kadencja wynik staje się lepszy, lecz zależy to od instancji i trzeba dobrać odpowiednio parametry.
    c. Dla małych instancji o wielkościach 17 czy też 33 algorytm jest wstanie znaleźć najbardziej optymalne rozwiązanie oraz w dużo lepszym czasie niż metody B&B oraz BruteForce.
    d. Z wykresu można wywnioskować, że złożoność tabu search wynosi $O(n^3)$
    e. Im większa instancja tym gorsze najlepsze uzyskiwane rozwiązanie (z największym błędem)
    f. Dla dużych instancji tabu search znajduje szybciej rozwiązanie, z prawdopodobieństwem błędu, więc jeżeli nasz problem pozwala na założenie, że nasze wyniki nie są dokładne, ale są oszacowane i mieszczą się w zakresie dla nas dopuszczalnego błędu, to tabu search jest bardzo dobrą metodą na znalezienie takich w rozwiązań w szybkim czasie.
    g. Ten algorytm niestety przez większość czasu nie znajduję polepszenia wyniku, powodów może być kilka np. że startujemy z rozwiązania znalezionego zachłannie oraz z tego że generowanie nowego rozwiązania podczas CriticalEvent() jest losowe.
6. **Uwagi**

    Poprawił bym funkcje CriticalEvent, aby nie losować jakiegokolwiek rozwiązania, lecz takiego które z może być obiecujące jeśli chodzi o poprawienie wyniku.

    Poprawił bym też warunek stopu, aby algorytm nie pracował przez większość czasu bez sensu oraz może bym wymieszał metody szukania sąsiedztwa np. swap i invert.