1. Cel projektu.

Celem projektu jest rozwiązanie problemu komiwojażera metodą podziału i ograniczeń. Sporządzenie odpowiedniego algorytmu działania i napisanie programu w języku "C", który będzie realizował powyższy algorytm, rozwiązując dane zagadnienie.

2. Metoda podziału i ograniczeń dla problemu komiwojażera - algorytm Little`a (1962r.).

ZAŁOŻENIE I

Cykl Hamiltona zawiera dokładnie jeden element z każdego wiersza i dokładnie jeden element z każdej kolumny, który zawiera się w macierzy kosztów.

ZAŁOŻENIE II

Jeżeli od wszystkich elementów jakiegoś wiersza i jakieś kolumny macierzy kosztów, odejmiemy stałą, to waga każdego cyklu Hamiltona zmniejszy się dokładnie o tę stałą.

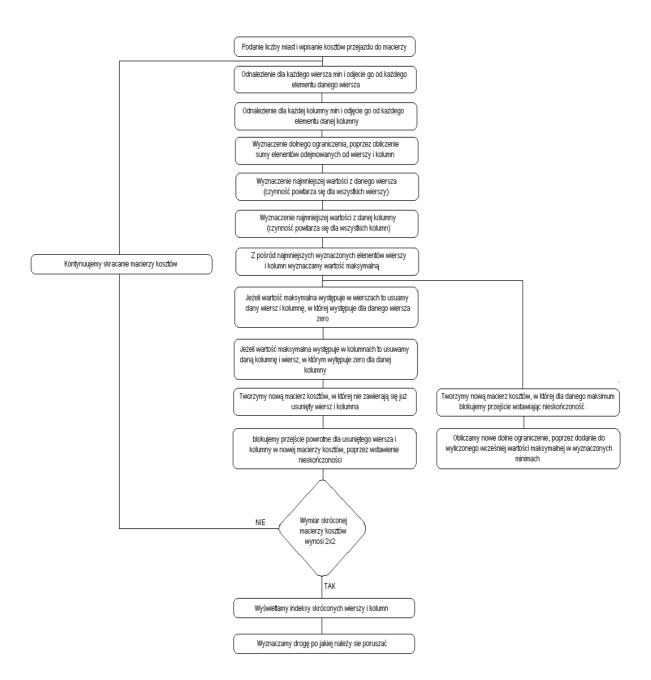
ZAŁOŻENIE III

Jeżeli wielokrotnie zastosujemy ZAŁOŻENIE II, do momentu aż otrzymamy w każdym wierszu i każdej kolumnie co najmniej jedno zero, a pozostałe elementy macierzy kosztów są nieujemne, to całkowita suma odjętych stałych jest **dolnym ograniczeniem** długości jakiegokolwiek cyklu Hamiltona.

Rozwiązanie można podzielić na dwa podzbiory:

- złożony z rozwiązań zawierających wyróżniony łuk,
- złożony z rozwiązań nie zawierających wyróżnionego łuku.

3. Algorytm rozwiązania problemu komiwojażera.



4. Przykład rozwiązania problemu komiwojażera metodą podziału i ograniczeń, wykorzystując algorytm Little`a.

Macierz kosztów:

	1	2	3	4	5
1	∞	12	3	45	6
2	78	∞	90	21	3
3	5	56	∞	23	98
4	12	6	8	∞	34
5	3	98	3	2	∞

a) Szukamy najmniejszych elementów w wierszach i odejmujemy je od reszty elementów zawartych w nich:

	1	2	3	4	5	min
1	∞	12	3	45	6	3
2	78	∞	90	21	3	3
3	5	56	∞	23	98	5
4	12	6	8	∞	34	6
5	3	98	3	2	∞	2

	1	2	3	4	5
1	∞	9	0	42	3
2	75	∞	87	18	0
3	0	51	∞	18	93
4	6	0	2	∞	28
5	1	96	1	0	∞

b) Szukamy najmniejszych elementów w kolumnach i odejmujemy je od reszty elementów zawartych w nich:

	1	2	3	4	5
1	∞	9	0	42	3
2	75	∞	87	18	0
3	0	51	∞	18	93
4	6	0	2	∞	28
5	1	96	1	0	∞
min	0	0	0	0	0

	1	2	3	4	5
1	∞	9	0	42	3
2	75	∞	87	18	0
3	0	51	∞	18	93
4	6	0	2	∞	28
5	1	96	1	0	∞

Nowa macierz kosztów:

	1	2	3	4	5
1	∞	9	0	42	3
2	75	∞	87	18	0
3	0	51	∞	18	93
4	6	0	2	∞	28
5	1	96	1	0	∞

c) Liczymy **dolne ograniczenie**, które jest sumą wszystkich elementów skróconych w wierszach i kolumnach:

$$LB = 3 + 3 + 5 + 6 + 2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 19$$

d) Przeszukujemy każdy wiersz i kolumnę w poszukiwaniu najmniejszego elementu (Wartość zero jest pomijane w poszukiwaniach, uwzględnia się je dopiero jak wystąpi co najmniej dwa razy):

	1	2	3	4	5	
1	∞	9	0	42	3	3
2	75	∞	87	18	0	18
3	0	51	∞	18	93	18
4	6	0	2	∞	28	2
5	1	96	1	0	∞	1
	1	9	1	18	3	

e) Z odnalezionych elementów wybieramy wartość posiadającą największy koszt:

	1	2	3	4	5	
1	∞	9	0	42	3	3
2	75	∞	87	18	0	18
3	0	51	∞	18	93	18
4	6	0	2	∞	28	2
5	1	96	1	0	8	1
	1	9	1	18	3	

f) Skracamy w zależności wystąpienia największego z minimów kolumnę (wiersz) oraz wiersz (kolumnę), w którym w skracanej kolumnie (wierszu) wystąpiło zero:

	1	2	3	4	5	
1	∞	9	0	42	3	3
2	75	∞	87	18	0	18
3	0	51	∞	18	93	18
4	6	0	2	∞	28	2
5	1	96	1	0	∞	1
	1	9	1	18	3	

Dla danego przykładu usunięta zostanie kolumna 4 i wiersz 5.

g) Blokujemy przejście powrotne, poprzez wstawienie w kolumnie 5 i wierszu 4 nieskończonego kosztu przebycia drogi:

	1	2	3	4	5
1	∞	9	0	42	3
2	75	∞	87	18	0
3	0	51	∞	18	93
4	6	0	2	∞	∞
5	1	96	1	0	∞

h) Powstaje nowa skrócona macierz kosztów, oraz macierz, w której zostało zablokowane przejście dla skróconego przejścia. Wartość dolnego ograniczenia powiększona zostaje o koszt usuniętego elementu:

Macierz skrócona LB=19

	1	2	3	5
1	∞	9	0	3
2	75	∞	87	0
3	0	51	∞	93
4	6	0	2	∞

Macierz nie skrócona LB = 19 + 18 = 37

	1	2	3	4	5
1	∞	9	0	42	3
2	75	∞	87	18	0
3	0	51	∞	∞	93
4	6	0	2	∞	∞
5	1	96	1	0	∞

Czynności te są powtarzane do uzyskania macierzy kosztów o wymiarze 2x2.

Ponownie zostają wykonane podpunkty a, b:

	1	2	3	5
1	∞	9	0	3
2	75	∞	87	0
3	0	51	∞	93
4	6	0	2	∞

	1	2	3	5	min
1	∞	9	0	3	0
2	75	∞	87	0	0
3	0	51	∞	93	0
4	6	0	2	∞	0

	1	2	3	5
1	8	9	0	3
2	75	∞	87	0
3	0	51	∞	93
4	6	0	2	∞
min	0	0	0	0

Wartość dolnego ograniczenia pozostaje bez zmian.

Ponownie zostaje wykonany podpunkt e, f, g:

	1	2	3	5	
1	∞	9	0	3	3
2	75	∞	87	0	75
3	0	51	∞	93	51
4	6	0	2	∞	2
	6	9	2	3	

	1	2	3	5	
1	∞	9	0	3	3
2	75	∞	87	0	75
3	0	51	∞	93	51
4	6	0	2	∞	2
	6	9	2	3	

Skracamy kolumnę 5 i wiersz 2, zaś blokujemy przejście miedzy kolumną 2 i wierszem 5.

Tworzymy nową macierz kosztów, a w drugiej blokujemy kolejne przejście i obliczamy wartość dolnego ograniczenia tak samo jak w podpunkcie h:

Macierz skrócona LB = 19

	1	2	3
1	∞	9	0
3	0	51	∞
4	6	0	2

Macierz nie skrócona LB = 37 + 75 = 112

	1	2	3	4	5
1	∞	9	0	42	3
2	∞	∞	87	18	0
3	0	51	∞	∞	93
4	6	0	2	∞	∞
5	1	96	1	0	∞

Ponownie powtarzamy czynności.

Ponownie zostają wykonane podpunkty a, b:

	1	2	3
1	∞	9	0
3	0	51	∞
4	6	0	2

	1	2	3	min
1	∞	9	0	0
3	0	51	∞	0
4	6	0	2	0

	1	2	3
1	∞	9	0
3	0	51	∞
4	6	0	2
min	0	0	0

Wartość dolnego ograniczenia pozostaje bez zmian.

Ponownie zostaje wykonany podpunkt e, f, g:

	1	2	3	
1	∞	9	0	9
3	0	51	∞	51
4	6	0	2	2
	6	9	2	

	1	2	3	
1	∞	9	∞	9
3	0	51	∞	51
4	6	0	2	2
	6	9	2	

Skracamy kolumnę 1 i wiersz 3, zaś blokujemy przejście miedzy kolumną 3 i wierszem 1.

Tworzymy nową macierz kosztów, a w drugiej blokujemy kolejne przejście i obliczamy wartość dolnego ograniczenia tak samo, jak w podpunkcie h:

Macierz skrócona LB = 19

	2	3
1	9	∞
4	0	2

Macierz nie skrócona LB = 112 + 51 = 163

	1	2	3	4	5
1	∞	9	0	42	3
2	∞	∞	87	18	0
3	0	∞	∞	∞	93
4	6	0	2	∞	∞
5	1	96	1	0	∞

Uzyskaną macierz kosztów o wymiarze 2x2 przeszukujemy w poszukiwaniu najmniejszych wartości w kolumnach i wierszach, następnie redukujemy macierz tak, aby w każdym wierszu i kolumnie występowało zero, a w kolejnym kroku dodajemy odjęte wartości do dolnego ograniczenia.

	2	3	
1	9	∞	9
4	0	2	0

	2	3
1	0	8
4	0	2
	0	2

	2	3
1	0	8
4	0	0

$$LB = 19 + 9 + 2 = 30$$

Ustalamy drogę po jakiej powinniśmy się poruszać na podstawie kolejno skracanych wierszy i kolumn:

oraz wykorzystując zawartość macierzy końcowej:

$$(1\ 2)\ (4\ 3)$$

Daje to nam następującą drogę:

5. Listing programu.

```
#include <stdio.h>
#include <conio.h>
{
//Deklaracje zmiennych
 int miasta[10][10], i, j, n, m, min, pomoc[10], pomoc2[10], k=0, suma=0;
 int zera=0, h=0, pp;
 int max, szuki, szukj, ciag[200], szukane[20], dobry[10], dobry2[10];
 int indi, indj, ii, jj, x, y, indii, indjj;
 int maxmin1, maxmin2, pomocnik, petla, f, b=0, kolejny=0;
//Wprowadzenie danych wejsciowych
 clrscr();
 puts("\t\t*** Problem komiwojazera dla n miast ***\n");
 puts("\t\t***metoda podzialu i ograniczen***\n");
 puts("\t\t***wg algorytmu Little'a (1962r.)***");
 printf("\nPodaj ilosc miast: ");
 scanf("%d", &m);
 puts("\n");
 puts("\t *** Przy braku drogi z miasta do miasta, nalezy wpisac: 999 ***\n");
 n=m+1;
//Wprowadzenie indeksowania macierzy i wprowadzenie do niej danych
 for(i=0; i<n; i++)
  miasta[i][0]=h;
  h++;
 i=0;
 h=0;
 for(j=0; j<n; j++)
  miasta[0][j]=h;
  h++;
/* for(i=1; i<=n; i++)
  for(j=1; j<=n; j++)
   if(i==j) miasta[i][j]=999;
 pp=1; */
 for(i=1; i<=m; i++)
  for(j=1; j<=m; j++)
    if(i==j)miasta[i][j]=999;
    else
   printf("Podaj odleglosc miedzy miastem %d a %d: ", i, j);
    scanf("%d", &miasta[i][j]);
   puts("\n");
   //pomocnik=miasta[i][j];
   //miasta[j][i]=pomocnik;
   }
//Wydruk macierzy wejsciowej
 printf("\n\nMacierz miast:");
 for(i=0; i<n; i++)
  puts("\n");
  for(j=0; j<n; j++)
```

```
printf(" %d", miasta[i][j]);
 getch();
//Szukanie maksimum z minimum, jakie mozna odjac od wierszy i kolumn
 for(petla; petla>=2; petla--)
  for(k=0; k<10; k++)
   pomoc[k]=0;
   pomoc2[k]=0;
  k=1;
  for(i=1; i<=n; i++)
   min=miasta[i][1];
   for(j=1; j< n; j++)
    {
           if(miasta[i][j]<=min && miasta[i][j]>=0 && miasta[i][j]<900)
           min=miasta[i][j];
    }
   pomoc[k]=min;
   k++;
   }
  k=1;
  for(i=1; i<n; i++)
   for(j=1; j< n; j++)
    {
           if(miasta[i][j]<900) miasta[j][i]=miasta[i][j]-pomoc[k];</pre>
   k++;
   }
  h=1;
  for(j{=}1;j{<}n;j{+}{+})
   min=miasta[1][j];
   for(i=1; i<n; i++)
           if(miasta[i][j]<min && miasta[i][j]>=0 && miasta[i][j]<900)
           min=miasta[i][j];
   pomoc2[h]=min;
   h++;
   }
 h=1;
  for(j=1; j< n; j++)
   for(i=1; i \le n; i++)
    if(miasta[i][j]<900) miasta[i][j]=miasta[i][j]-pomoc2[h];
   }
   h++;
   }
  printf("\n\n");
  printf("\n najmniejsze elementy z wierszy:");
  for(h=1; h<n; h++)
           printf(" %d",pomoc[h]);
  printf("\langle n \rangle n");
  printf("\n najmniejsze elementy z kolumn:");
  for(h=1; h<n; h++)
           printf(" %d",pomoc2[h]);
//Wydruk macierzy po odjeciu
  printf("\n\nMacierz miast:");
  for(i=0; i<n; i++)
   puts("\n");
   for(j=0; j<n; j++)
   printf(" %f", miasta[i][j]);
//obliczenie sumy Kosztow
```

```
for(h=0; h<n; h++)
  if(pomoc[h]==-1)pomoc[h]=0;
  if(pomoc2[h]==-1)pomoc2[h]=0;
   suma = suma + pomoc[h] + pomoc2[h];
 printf("\n\nLow Bound= %d", suma);
 getch();
//Szukanie maksimum w minimach do skrocenia kolumny i wiersza
if(n>3)
//Przeszukanie wierszy w poszukiwaniu minimow
 k=1;
  zera=0;
 for(i=1; i<n; i++)
  {
   min=999;
   for(j=1; j<n; j++)
    if(miasta[i][j]=0) zera++;
    if(zera>=2) min=0;
          else
           if(miasta[i][j]<900 && miasta[i][j]>0 && miasta[i][j]<=min)
            min=miasta[i][j];
          pomoc[k]=min;
   k++;
   zera=0;
  }
//przeszukanie kolumn w poszukiwaniu minimow
 k=1;
 for(j=1; j < n; j++)
   min=999;
   for(i=1; i<n; i++)
    if(miasta[i][j]==0)zera++;
    if(zera>=2)min=0;
          else
           if(miasta[i][j]<900 && miasta[i][j]>0 && miasta[i][j]<=min)
            min=miasta[i][j];
    pomoc2[k]=min;
   k++;
   zera=0;
 //wyswietlenie minimow z wierszy i kolumn
 printf("\n\n");
 for(k=1; k<n;k++)
  printf(" %d,",pomoc[k]);
 printf("\langle n \rangle n");
 for(k=1; k<n;k++)
  printf(" %d,",pomoc2[k]);
 getch();
// znalezienie najwiekszego z minimow i wyswietlenie go
 maxmin1=pomoc[1];
 for(k=1; k<n; k++)
   if(pomoc[k]>maxmin1)
    maxmin1=pomoc[k];
    szuki=k;
```

```
}
  maxmin2=pomoc2[1];
  for(k=1; k<n; k++)
   if(pomoc2[k]>=maxmin2)
    {
    maxmin2=pomoc2[k];
    szukj=k;
 printf("\n\n najwieksze min z wierszy to %d",maxmin1);
printf("\n\n najwieksze minimum z kolumn to %d",maxmin2);
  max=0;
  if(maxmin1<maxmin1)
   max=maxmin1;
   else
    max=maxmin1;
  if(max==maxmin1)
   for(j=1;j< n;j++)
   if(miasta[szuki][j]==max)
           indi=szuki;
           indj=j;
   else
   if(max==maxmin2)
           for(i{=}1;\!i{<}n;\!i{+}{+})
            if(miasta[i][szukj]==max)
             indi=i;
             indj=szukj;
 printf("\n\n maksymalna wartosc to \%d",max);
 printf("\n\n dla indeksow: i=%d, j=%d",indi,indj);
 getch();
 //poszukiwanie kolumny i wiersza, ktore zostana skrocone
  if(max==maxmin1)
   for(j=1;j< n;j++)
   if(miasta[indi][j]==0)
    {
           jj==j;
           ii==indi;
   if(max == maxmin2)
    for(i=1;i<n;i++)
           if(miasta[i][indj]==0)
            ii==i;
            jj==indj;
 szukane[b]=miasta[ii][0];
indii=szukane[b];
  szukane[b]=miasta[0][jj];
 indjj=szukane[b];
 printf("\n\n skracamy wiersz: %d i kolumne %d",indii,indjj);
//Blokowanie przejscia z powrotem do miasta x
```

```
//Drukowanie macierzy po przeksztalceniach
  printf("\n\nMacierz\ miast:");
  for(i=0; i< n; i++)
  {
   puts("\n");
   for(j=0; j< n; j++)
   printf(" %d", miasta[i][j]);
//Zmniejszanie macierzy i wpisywanie do niej danych
  for(i=0; i<n; i++)
   miasta[i][jj]=-1;
 for(j=0; j< n; j++)
   miasta[ii][j]=-1;
  }
  getch();
 printf("\n\nMacierz miast:");
  for(i=0; i<n; i++)
   puts("\n");
   for(j=0; j<n; j++)
   printf(" %d", miasta[i][j]);
  getch();
 h=0;
  for(i{=}0;\,i{<}n;\,i{+}{+})
   for(j=0; j<n; j++)
    if(miasta[i][j]>0)
           ciag[h]=miasta[i][j];
           h++;
  //puts("\n");
  for(h=0; h<n*n; h++)
   //printf("%d ", ciag[h]);
 n--;
 h=0;
 for(i=0; i<n; i++)
   for(j=0; j<n; j++)
    miasta[i][j]=ciag[h];
    h++;
    }
//Drukowanie macierzy po przeksztalceniach
  printf("\n\nMacierz miast:");
  for(i=0; i<n; i++)
   puts("\n");
   for(j=0; j< n; j++)
   printf(" %d", miasta[i][j]);
//Dopisywanie do kosztu i szukanej drogi, niezbednych danych
 for(i=1; i<n; i++)
```

miasta[indjj][indii]=999;

```
for(j=1; j<n; j++)
         if(miasta[i][j]>0 && miasta[i][j]<900)
          {
                           suma=suma+miasta[i][j];
  if(m>3)
     if((miasta[1][1]==999 && miasta[1][2]==999) || (miasta[1][2]==999 && miasta[2][2]==999) || (miasta[2][2]==999) || 
(miasta[2][1]==999 && miasta[1][1]==999))
     puts("\nOdnies sie do macierzy poprzedniej, by odnalezc ostatnie elementy szukanej drogi\n");
     else
      if(miasta[1][1] \!\! = \!\! 999 \parallel miasta[2][2] \!\! = \!\! 999)
         szukane[b]=miasta[2][0];
        b++;
         szukane[b]=miasta[0][1];
         szukane[b]=miasta[1][0];
        b++;
         szukane[b]=miasta[0][2];
         else
          szukane[b]=miasta[1][0];
          b++:
          szukane[b]=miasta[0][1];
          szukane[b]=miasta[2][0];
          b++;
          szukane[b]=miasta[0][2];
         }
//Wyswietlanie koncowej drogi i kosztu
  printf("\n\nKoncowy koszt podrozy wynosi: %d\n", suma);
  puts("\n\nSzukane: ");
  for(f=0; f<2*m; f++)
printf("%d ", szukane[f]);
  kolejny=szukane[0];
  puts("\nSzukana droga:\n");
   for(i=0; i<m; i++)
      for(f=0; f<=2*m; f=f+2)
          if(szukane[f]==kolejny)
          {
                           dobry[b]=szukane[f];
                           dobry2[b]=szukane[f];
                           kolejny=szukane[f];
                          f=0;
                           b++;
          }
        }
         for(b=0; b \le m-1; b++)
          -{
                           printf("(%d %d) ",dobry[b], dobry2[b]);
getch();
//Koniec programu
  puts("\t\t\t***Program napisany na zajecia***\n");
  puts("\t\t**ze Sterowania Procesami Dyskretnymi***\n");
  puts("\t\t***prowadzacy: Dr inz. Janusz Paplinski***\n");
  getch();
  return 0;
```