TD de maths

pakpake

2 Avril 2020

Exercice 6

rg(f) = 2 donc rg < dim R^3=3 donc Kerf = f

1) et 2)

le noyau est non réduit à {0} donc 0 est valeur propre de f, puisque il existe x non nul tel que f(x)=0

4)

Donc f 3 valeurs porpres , lambda =1; lambda =0; lambda =3

Les valeurs propres sont toutes de multiplicité 1 et autant de valeurs propres que la dimension de l'espace

Donc f est diagonalisable

5)

La matrice A est semblable à la matrice D = [0 0 0 ; 0 1 0 ; 0 0 2]

D^k = ... (voir feuille)

D^k et A^k sont aussi des matrices semblable. Elles ont donc la meme trace Calculer la trace (voir feuille) (fin de l'exo sur les feuilles)

Exercice 7

2)

En particulier, f est un isomorphisme et envoie une base de R^3 sur une base de R^3. Donc f(e_1)=(3,0,-1)

...

(voir feuille) forment une base.

3)

[...]

Donc 4 est valeurs propres de A d'ordre de multiplicité 1 2 est valeur propre de A d'ordre de multiplicité 2.

A ce niveau, on ne peut pasd conclure sur le fait que A est diagonalisable ou non : ça va dépendre de la dimension de E_2:

Si dim E_2 = 2 alors A est diagonalisable Si dim E_2 = 1 alors A n'est pas diagonalisable

Déterminons E_2 et E_4 :

- E_2 est de dimension 2 est engendré par les vecteurs (1;1;0) et (1;0;1)
- E_4 est engendré par le vecteur (1;0;-1)