



ΟΠΤΙΚΕΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

ΕΡΓΑΣΙΑ 2



MAY 7, 2018

ΠΑΛΑΣΚΟΣ ΜΑΡΙΟΣ 8492

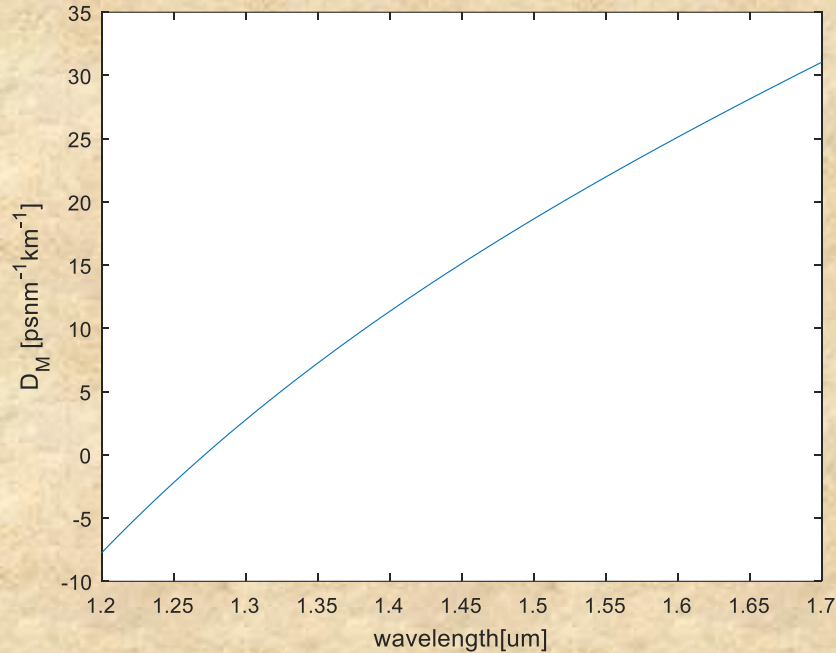
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ & ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ – ΤΟΜΕΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Οι κώδικες αυτής της άσκησης δίνονται στον παρακάτω σύνδεσμο

<https://www.dropbox.com/sh/t4vang699g889iq/AACFQDVxQ9SFvCe4tw3CeQQa?dl=0>

(α) Τρέχουμε το αρχείο **Code_a**



Από την προσομοίωση θα εξάγουμε τις μονάδες των παραγώγων του $n(\lambda)$:

$$n'(\lambda) = \frac{-\sum_{k=1}^3 \frac{a_k \lambda}{\lambda^2 - b_k} + \sum_{k=1}^3 \frac{a_k \lambda^3}{(\lambda^2 - b_k)^2}}{\left(1 + \sum_{k=1}^3 \frac{a_k \lambda^2}{(\lambda^2 - b_k)^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \rightarrow \mu m^{-1} \quad \text{εφόσον } \lambda \rightarrow \mu m$$

$$n''(\lambda) = -\frac{\left(-\sum_{k=1}^3 \frac{a_k \lambda}{\lambda^2 - b_k} + \sum_{k=1}^3 \frac{a_k \lambda^3}{(\lambda^2 - b_k)^2}\right)^2}{\left(1 + \sum_{k=1}^3 \frac{a_k \lambda^2}{(\lambda^2 - b_k)^2}\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{-\sum_{k=1}^3 \frac{a_k}{\lambda^2 - b_k} + 5 \sum_{k=1}^3 \frac{a_k \lambda^2}{(\lambda^2 - b_k)^2} + 4 \sum_{k=1}^3 \frac{a_k \lambda^4}{(\lambda^2 - b_k)^3}}{\left(1 + \sum_{k=1}^3 \frac{a_k \lambda^2}{(\lambda^2 - b_k)^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$
$$n''(\lambda) \rightarrow \mu m^{-2}$$

$$\text{Άρα: } D_M = -\frac{\lambda}{c} n''(\lambda) \rightarrow \frac{\mu m}{\frac{m}{s}} \mu m^{-2} = \frac{s}{m \cdot \mu m} = \frac{10^{12} ps}{10^{-3} km \cdot 10^3 nm} = 10^{12} \frac{ps}{km \cdot nm}$$

(β) -> Code_b

Θα εκφράσουμε όλες τις ποσότητες συναρτήσει του μήκους κύματος:

$$V = ak\sqrt{n_1^2 - n_2^2} = ak\sqrt{2n_1^2 \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}} = akn_1\sqrt{2\Delta} = \frac{\pi dn_1\sqrt{2\Delta}}{\lambda} = \frac{A}{\lambda}$$

$$\frac{d}{dV} = \frac{d}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dV} = -\frac{\lambda^2}{A} \frac{d}{d\lambda}, \quad \text{διότι} \quad \frac{d\lambda}{dV} = -A \frac{1}{V^2} = -A \frac{1}{\left(\frac{A}{\lambda}\right)^2} = -\frac{\lambda^2}{A}$$

$$\frac{d^2}{dV^2} = \frac{d}{dV} \left(\frac{d}{dV} \right) = \frac{d}{dV} \left(-\frac{\lambda^2}{A} \frac{d}{d\lambda} \right) = -\frac{\lambda^2}{A} \frac{d}{d\lambda} \left(-\frac{\lambda^2}{\gamma} \frac{d}{d\lambda} \right) = \frac{\lambda^2}{A^2} \frac{d}{d\lambda} \left(\lambda^2 \frac{d}{d\lambda} \right) = \frac{\lambda^3}{A^2} \left(\lambda \frac{d^2}{d\lambda^2} + 2 \frac{d}{d\lambda} \right)$$

Στο πρώτο μέρος του κώδικα υπολογίζεται το n_1 για $\lambda = 1.55\mu\text{m}$, διότι στον υπολογισμό της διασποράς κυματοδηγού θεωρούμε ότι ο δείκτης διάθλασης δεν μεταβάλλεται με τη συχνότητα, οπότε επέλεξα μια τυχαία τιμή. Να σημειωθεί ότι για $\lambda \in [1.2 \ 1.7]\mu\text{m}$, η μεταβολή του δείκτη διάθλασης είναι πολύ μικρή. Άρα η επιλογή του λ δεν επηρεάζει σημαντικά το αποτέλεσμα.

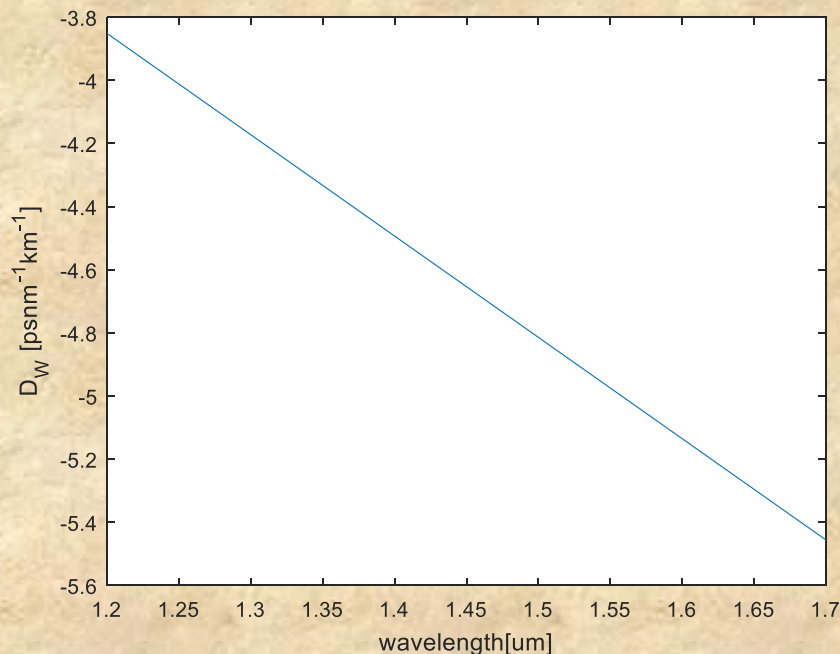
Στο δεύτερο μέρος -για $\lambda \in [1.2 \ 1.7]\mu\text{m}$ - βρίσκουμε τα αντίστοιχα V λύνοντας την χαρακτηριστική εξίσωση της πρώτης εργασίας. Παρατηρούμε ότι η συνάρτηση $b(\lambda)$ που προκύπτει έχει σχεδόν σταθερή κλίση και άρα μπορεί να προσεγγιστεί πολύ ικανοποιητικά με ένα πολυώνυμο 2^{ου} βαθμού. Επομένως έχουμε: $b(\lambda) = p_1\lambda^2 + p_2\lambda + p_3$

$$\frac{d^2(Vb)}{dV^2} = 2 \frac{db}{dV} + V \frac{d^2b}{dV^2} = -\frac{2\lambda^2}{A} b'(\lambda) + \frac{\lambda^2}{A} (2b'(\lambda) + \lambda b''(\lambda)) = \frac{\lambda^3}{A} b''(\lambda)$$

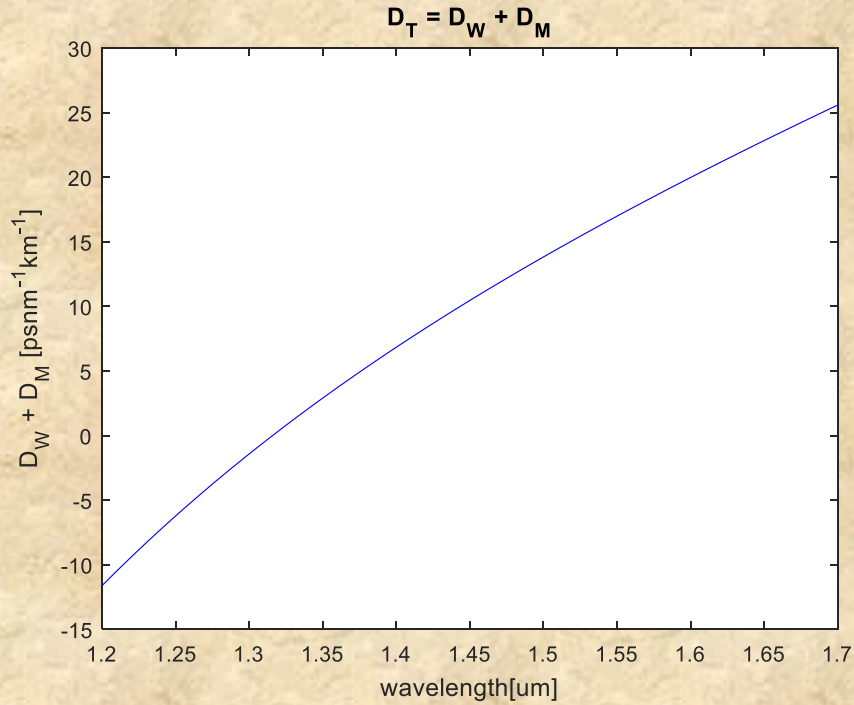
$$\text{Επίσης συμβολίζουμε με:} \quad B = \frac{n_1 - n_2}{c} = \frac{n_1 \Delta}{c} \quad \text{Άρα:} \quad D_w = -\frac{B A \lambda^3}{\lambda \lambda A} b''(\lambda) = -B \lambda b''(\lambda) = -(2p_1 B) \lambda$$

Όσο αφορά τις μονάδες, επειδή το b είναι αδιάστατο, θα πρέπει:

$$p_1 \rightarrow \mu\text{m}^{-2} \quad p_2 \rightarrow \mu\text{m}^{-1} \quad p_3 \rightarrow \text{αδιάστατο} \quad \text{και} \quad \text{επειδή} \quad B \rightarrow \frac{s}{m} \quad \Rightarrow \quad D_w \rightarrow \frac{s}{m \cdot \mu\text{m}} = 10^{12} \frac{\text{ps}}{\text{km} \cdot \text{nm}}$$



(γ) -> Code_c



Παρατηρούμε ότι το σημείο μηδενισμού είναι περί τα $1.32\mu\text{m}$

(δ) -> Code_d

Μετασχηματίζουμε και πάλι όλες τις ποσότητες συναρτήσει του μήκους κύματος:

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \gamma \frac{1}{\omega} \text{ όπου } \gamma = 2\pi c$$

$$\text{Είναι: } D_T = -\frac{\omega}{\lambda} \frac{d^2\beta}{d\omega^2} = -\frac{\gamma}{\lambda^2} \frac{d^2\beta}{d\omega^2}, \text{ με } \beta = kn(\lambda)\sqrt{1-2\Delta(1-b(\lambda))} = 2\pi \frac{n(\lambda)}{\lambda} \sqrt{1-2\Delta(1-b(\lambda))}$$

Οι παράγωγοι μετασχηματίζονται ως εξής:

$$\frac{d}{d\omega} = \frac{d}{d\lambda} \frac{d\lambda}{d\omega} = -\frac{\lambda^2}{\gamma} \frac{d}{d\lambda}, \quad \text{διότι } \frac{d\lambda}{d\omega} = -\gamma \frac{1}{\omega^2} = -\gamma \frac{1}{\left(\frac{\gamma}{\lambda}\right)^2} = -\frac{\lambda^2}{\gamma}$$

$$\frac{d^2}{d\omega^2} = \frac{d}{d\omega} \left(\frac{d}{d\omega} \right) = \frac{d}{d\omega} \left(-\frac{\lambda^2}{\gamma} \frac{d}{d\lambda} \right) = -\frac{\lambda^2}{\gamma} \frac{d}{d\lambda} \left(-\frac{\lambda^2}{\gamma} \frac{d}{d\lambda} \right) = \frac{\lambda^2}{\gamma^2} \frac{d}{d\lambda} \left(\lambda^2 \frac{d}{d\lambda} \right) = \frac{\lambda^3}{\gamma^2} \left(\lambda \frac{d^2}{d\lambda^2} + 2 \frac{d}{d\lambda} \right)$$

Συνεπώς έχουμε:

$$D_T = -\frac{\gamma}{\lambda^2} \frac{d^2\beta}{d\omega^2} = -\frac{\lambda}{\gamma} \left(\lambda \frac{d^2\beta}{d\lambda^2} + 2 \frac{d\beta}{d\lambda} \right), \quad \beta = 2\pi \frac{n(\lambda)}{\lambda} \sqrt{1-2\Delta(1-b(\lambda))}$$

Και εδώ χρησιμοποιούμε τη σχέση:

$$V = \pi d \sqrt{2\Delta} \frac{n(\lambda)}{\lambda} = A \frac{n(\lambda)}{\lambda}$$

Όπου, σε αντίθεση με το πρώτο ερώτημα, για κάθε λ υπολογίζουμε και την αντίστοιχη τιμή του δείκτη διάθλασης

Όπως και προηγουμένως, προσεγγίζουμε το $b(\lambda)$ με πολυώνυμο 2^{ου} βαθμού και παράγωγοι υπολογίζονται συμβολικά με το matlab.

Σχετικά με τις μονάδες, παραθέτω σύντομα τη διαδικασία, διότι οι πράξεις είναι αρκετές, αλλά εύκολες. Σε πρώτο επίπεδο προσεγγίζουμε το b ως εξής:

$$\beta \cong 2\pi \frac{n(\lambda)}{\lambda} (1 - \Delta(1 + b(\lambda))) \rightarrow \text{της μορφής} : \beta = \frac{f(\lambda)(A + Bg(\lambda))}{\lambda}, \quad f(\lambda) = n(\lambda) \text{ και } g(\lambda) = b(\lambda)$$

Διότι για τον προσδιορισμό των μονάδων δεν μας ενδιαφέρουν οι σταθερές

$$\beta' = \dots = \frac{Af' + B(fg)'}{\lambda} - \frac{Af + B(fg)}{\lambda^2}$$

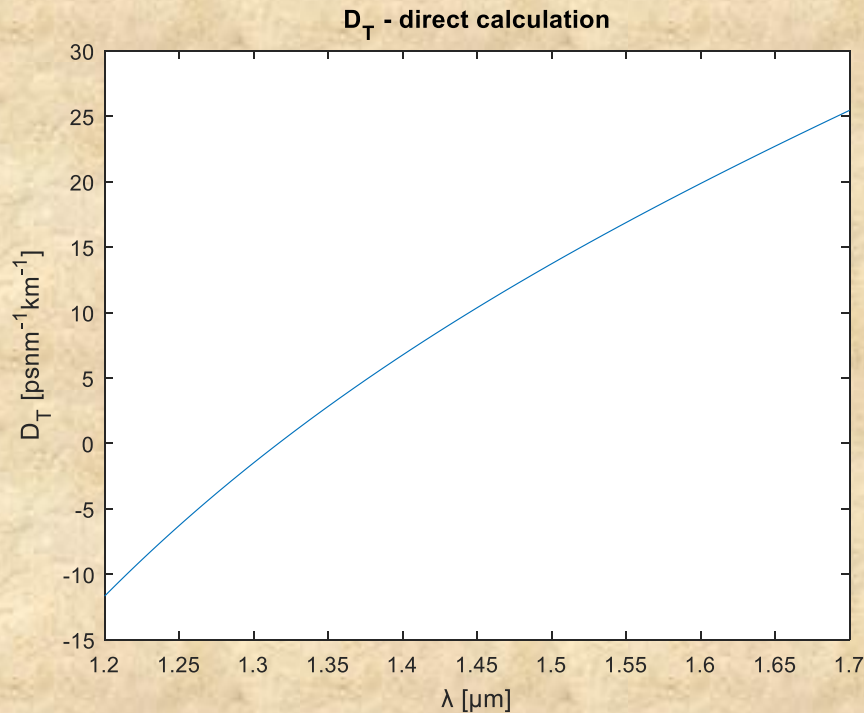
$$\beta'' = \dots = \frac{\lambda(Af'' + B(fg)'') - Af' - B(fg)'}{\lambda^2} - \frac{\lambda(Af' + B(fg)') - 2(Af + B(fg))}{\lambda^3}$$

$$f'(\lambda) = n'(\lambda) \rightarrow \mu m^{-1} \quad f''(\lambda) = n''(\lambda) \rightarrow \mu m^{-2}$$

$$g'(\lambda) = b'(\lambda) \rightarrow \mu m^{-1} \quad g''(\lambda) = b''(\lambda) \rightarrow \mu m^{-2}$$

$$\text{Άρα: } \beta'' \rightarrow \mu m^{-3} \text{ και } \beta' \rightarrow \mu m^{-2}$$

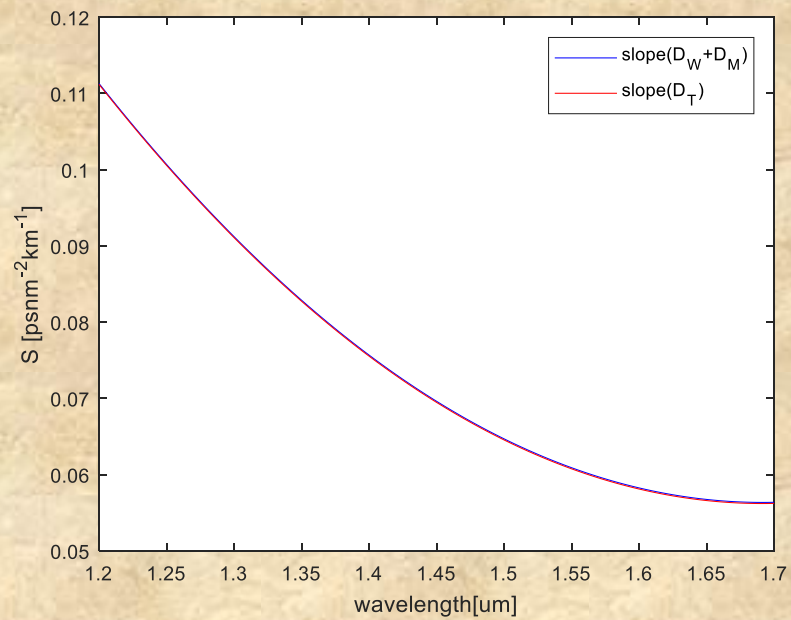
$$D_T \rightarrow \frac{\mu m}{\frac{m}{s}} \mu m^{-2} = \frac{s}{m \cdot \mu m} = \frac{10^{12} ps}{10^{-3} km \cdot 10^3 nm} = 10^{12} \frac{ps}{km \cdot nm}$$



Παρατηρούμε ότι η καμπύλη είναι σχεδόν ίδια με αυτή του ερωτήματος (β), γεγονός που μας οδηγεί στην επιβεβαίωση του συμπεράσματος, ότι στις μονόρυθμες ίνες η παράμετρος διασποράς προφίλ μπορεί να αμεληθεί χωρίς σοβαρό σφάλμα.

(ε) -> Code_e

Σε αυτό το ερώτημα προσεγγίζουμε τις καμπύλες D_T των ερωτημάτων (γ), (δ) με πολυώνυμα 3^{ου} βαθμού και παραγωγίζοντας προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα:



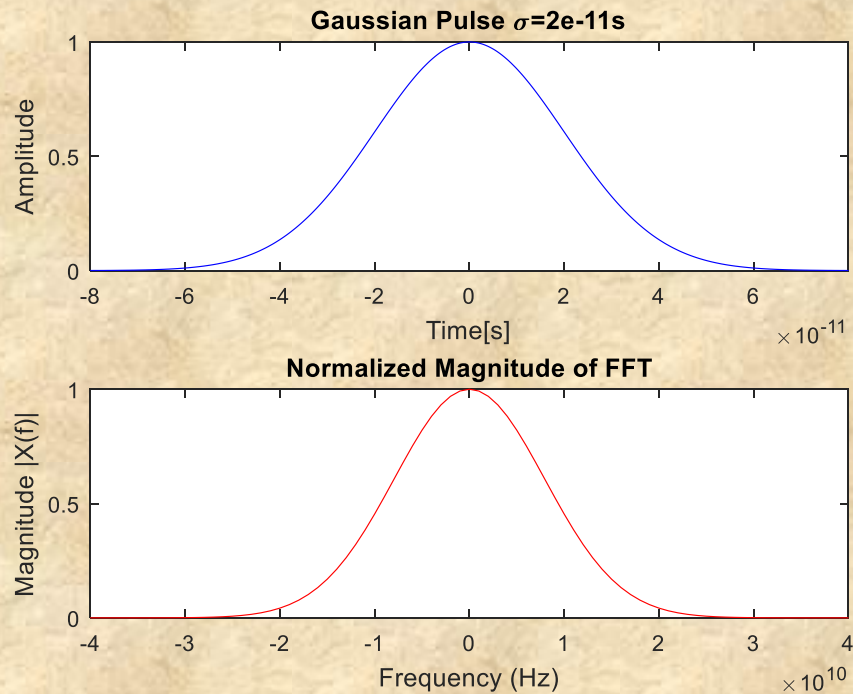
ΑΣΚΗΣΗ 2

Οι κώδικες αυτής της άσκησης δίνονται στον παρακάτω σύνδεσμο

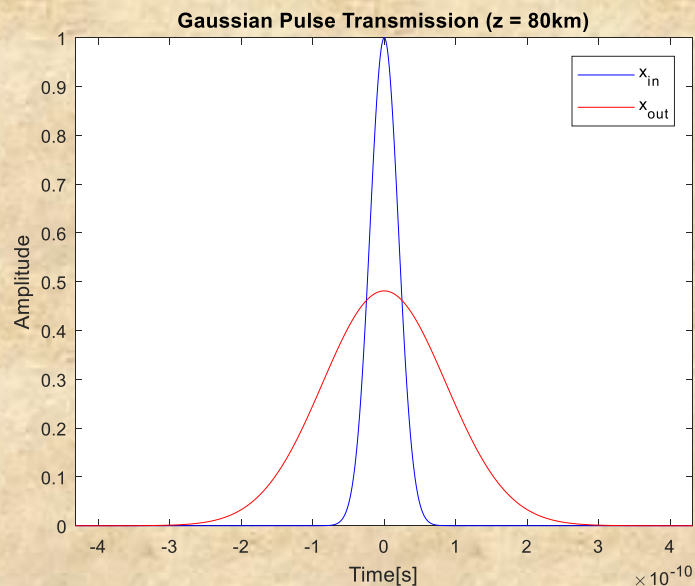
<https://www.dropbox.com/sh/2ylz2vxnnbtbplbu/AAAVvLF53Rc-CWL3CHVss1c4a?dl=0>

(α) -> Code_a

Χρησιμοποιώντας FFT-transform προσπαθούμε να επιβεβαιώσουμε τη διεύρυνση ενός γκαουσιανού παλμού κατά τη μετάδοσή του μέσα σε μία οπτική ίνα. Για τον παλμό εισόδου επέλεξα $\sigma = 20ps$. Ο παλμός στο χρόνο και το συχνοτικό του περιεχόμενο φαίνονται παρακάτω:

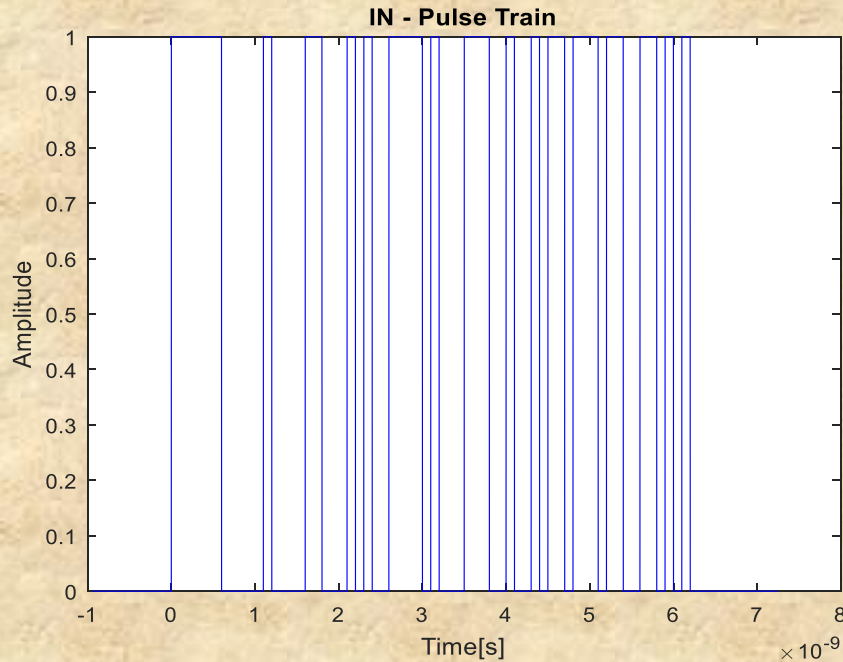


Όπως γνωρίζουμε από τη θεωρία, ο μετασχηματισμός fourier ενός γκαουσιανού παλμού είναι επίσης γκαουσιανός «παλμός». Ύστερα από διάδοση σε $z = 80km$, παρατηρούμε ότι παλμός «απλώνει» στο χρόνο:

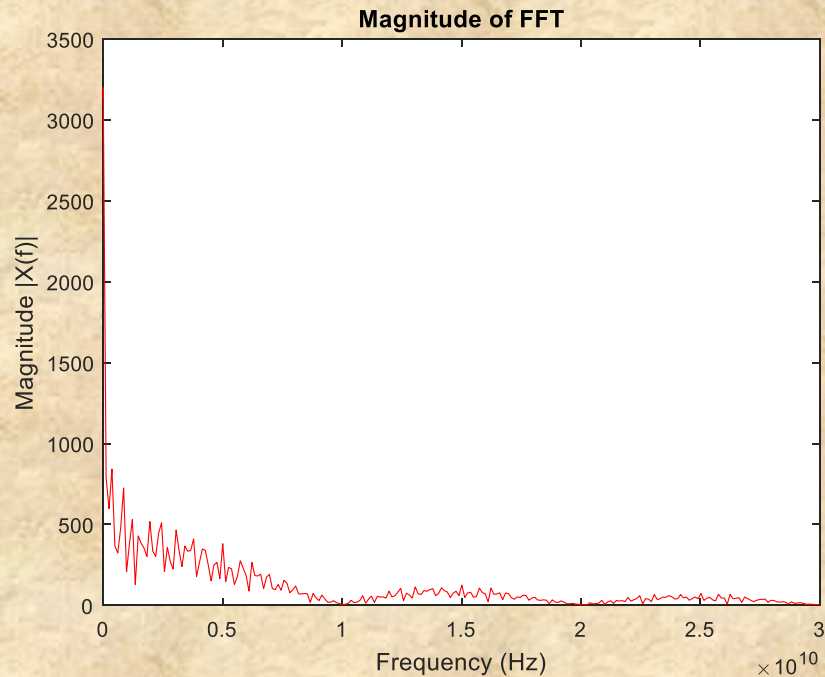


(β) -> Code_b

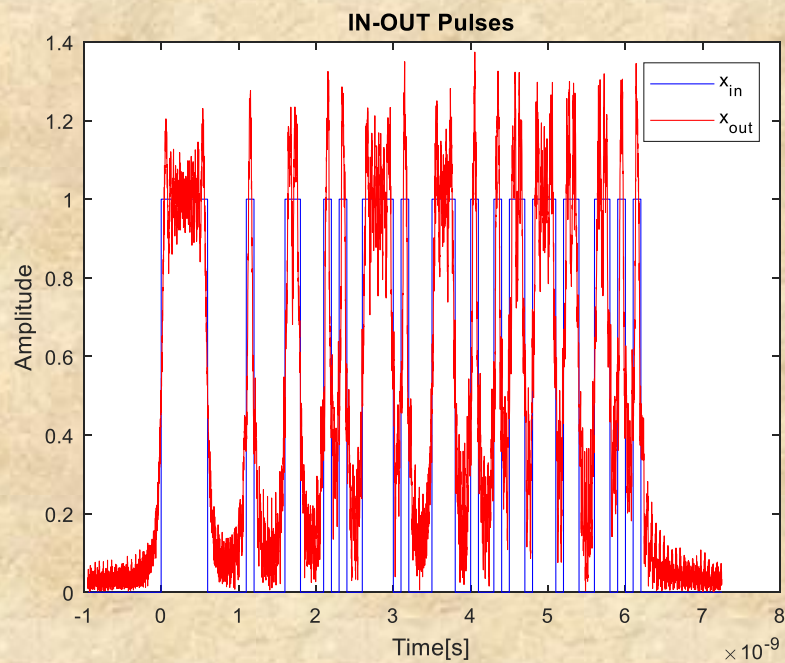
(i) Ο ρυθμός μετάδοσης είναι $B_T = 10\text{Gbps} = 10^{10}\text{bits/sec}$. Επομένως στέλνουμε 1bit ανά $T = 100\text{ps}$. Επιλέγω συχνότητα δειγματοληψίας $F_s = 1\text{THz}$, οπότε ο παλμός εισόδου θα έχει συνολικό μήκος $\Delta\tau = 63T = 6.3\text{ns}$. Για διευκόλυνση προσθέτουμε $NFFT/2$ μηδενικά στην αρχή και στο τέλος του παλμού αντίστοιχα, ώστε ο fft να έχει το ίδιο πλήθος σημείων με το διάνυσμα t . Προκειμένου να επιτευχθεί αυτό, πρέπει $NFFT > 6300 = \text{length}(\Delta\tau)$. Άρα επέλεξα $NFFT = 2^{13} = 8192$.



Το συχνотικό περιεχόμενο της παραπάνω παλμοσειράς:



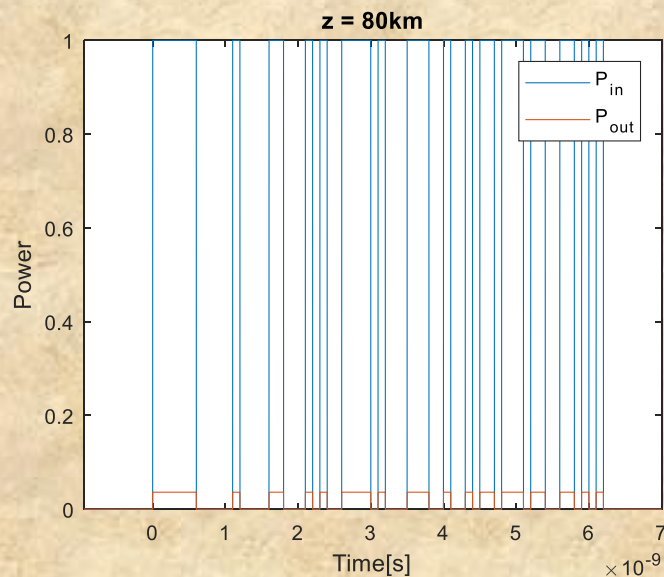
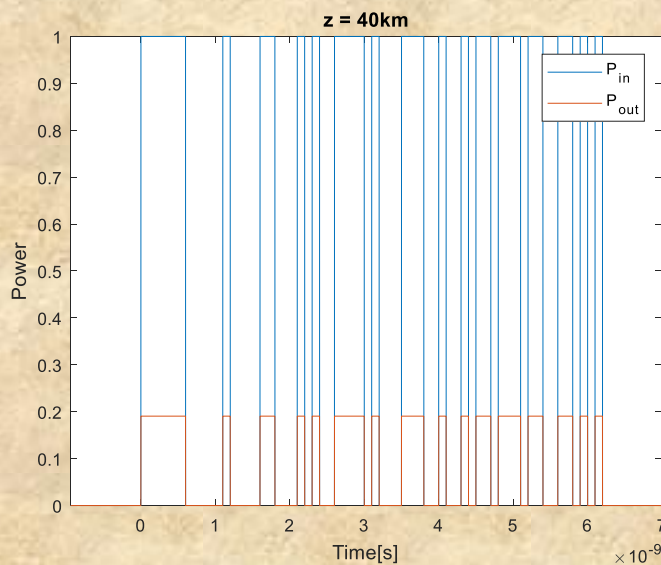
Στην έξοδο το λαμβανόμενο σήμα σε απόσταση $z = 40\text{km}$ είναι:



(ii) Ο συντελεστής απόσβεσης για την ισχύ είναι:

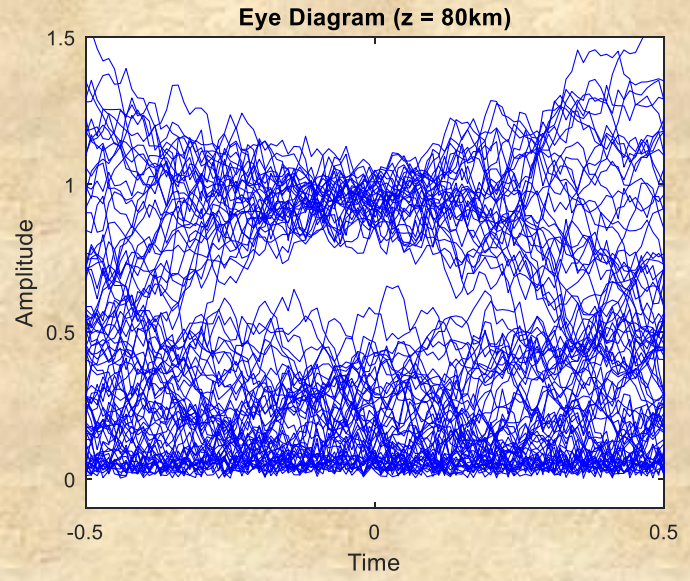
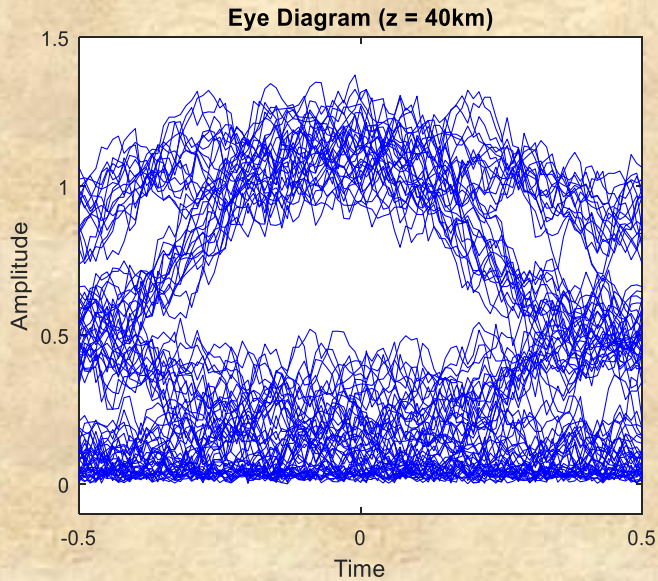
$$a \left[\frac{\text{dB}}{\text{km}} \right] = 4.343a \left[\frac{1}{\text{km}} \right]$$

Για παράδειγμα η απόσβεση στην ισχύ είναι $e^{-az} \cong 0.1906$ για $z = 40\text{km}$, ενώ για $z = 80\text{km}$ $e^{-az} \cong 0.0363$



(iii) Επειδή, σύμφωνα με την εκφώνηση, το διάγραμμα οφθαλού μπορεί να κατασκευαστεί «διπλώνοντας» την παλμοσειρά εξόδου σύμφωνα με το ρυθμό μετάδοσης, θα πρέπει να ανάγουμε τον παραπάνω ρυθμό σε πλήθος δειγμάτων σε χρόνο $T = \frac{1}{B_T} = 100\text{ps}$. Όμως αν $dt = \frac{1}{F_s} = \text{χρονική απόσταση δύο διαδοχικών δειγμάτων}$ και N το πλήθος των δειγμάτων που ανήκουν σε διάστημα «χρονικού» μήκους T , θα ισχύει:

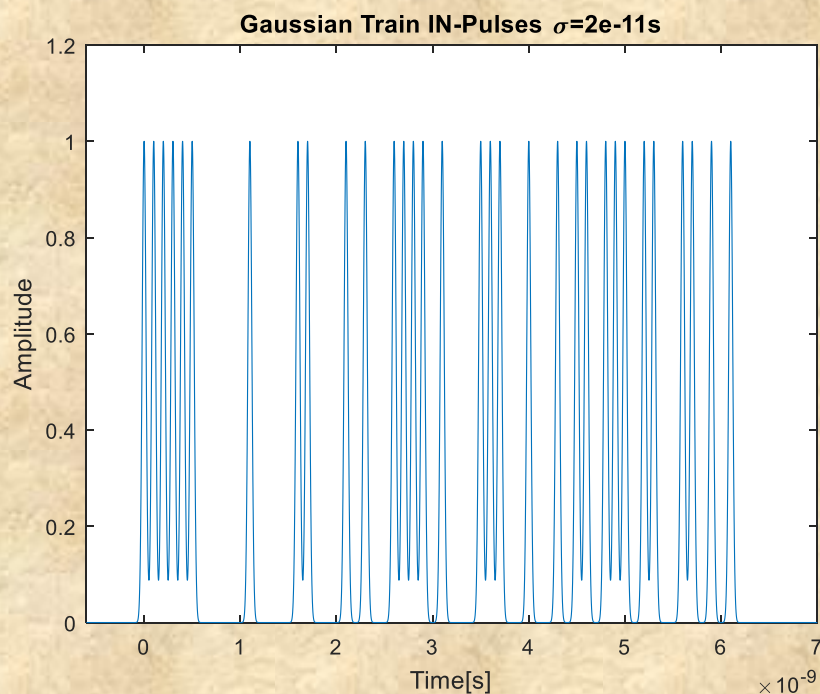
$$(N - 1)dt = T \Rightarrow N = \frac{T}{dt} + 1 \in \mathbb{Z}_+ \rightarrow N = \text{floor}\left(\frac{T}{dt} + 1\right)$$

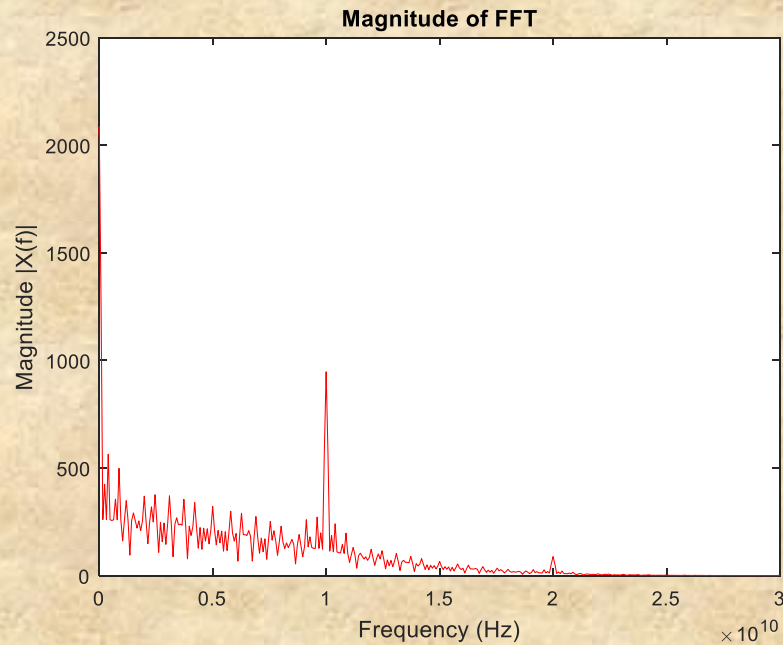


Όπως ήταν αναμενόμενο, σε μεγαλύτερη απόσταση το «μάτι» στο διάγραμμα οφθαλμού είναι πιο κλειστό, γεγονός που καθιστά πιο δύσκολη την ανάκτηση του αρχικού σήματος, διότι οι τιμές του αρχικού παλμού δεν ξεχωρίζουν.

(γ) Για τα υπόλοιπα ερωτήματα τρέχουμε τον κώδικα **Code_c_d_e** αλλάζοντας στο μέρος "change" του κώδικα τις επιθυμητές παραμέτρους.

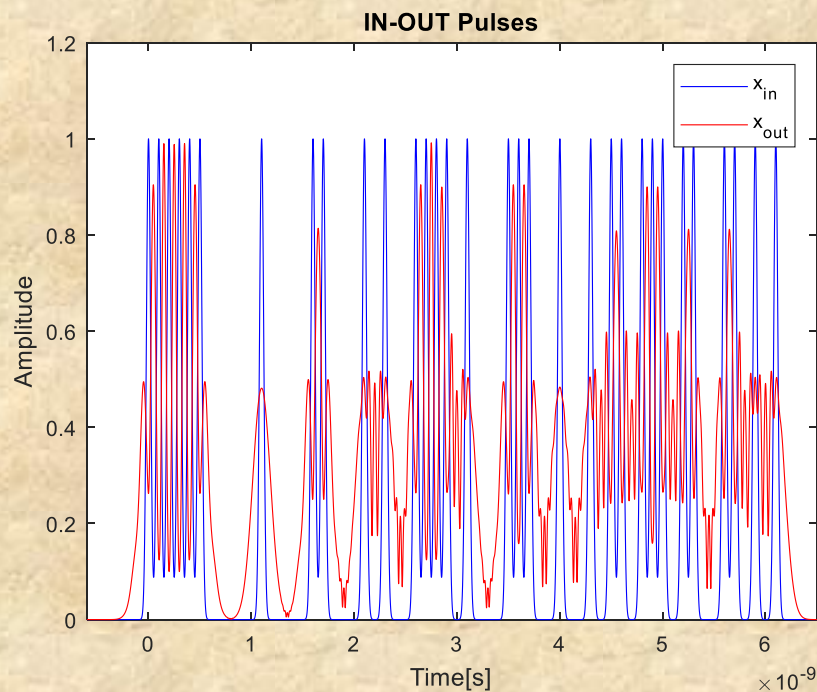
(i) Η παλμοσειρά εισόδου για γκαουσιανούς παλμούς είναι η παρακάτω





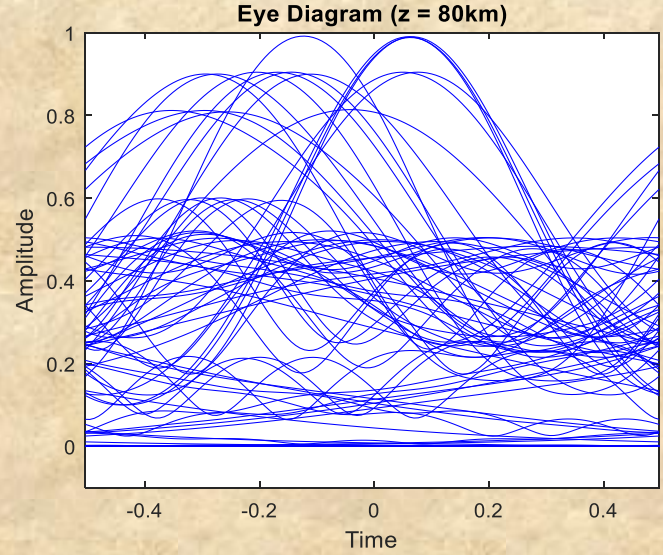
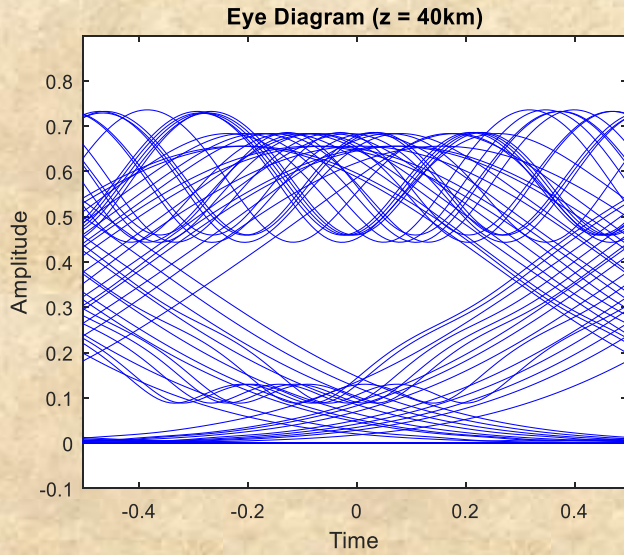
Στους ιδανικούς παλμούς το φάσμα φαίνεται να ακολουθεί τη σχέση $|X(f)| \sim A \cdot \left| \text{sinc} \left(\frac{f}{F_s} \right) \right|$ ($\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$) διότι, όπως φαίνεται από το φάσμα του ερωτήματος (β), ο μετασχηματισμός fourier μηδενίζεται στις αρμονικές της συχνότητας δειγματοληψίας. Αντιθέτως, το φάσμα της γκαουσιανής παλμοσειράς φαίνεται να είναι επίσης μία γκαουσιανή παλμοσειρά με πλάτος που μειώνεται με τη συχνότητα. Οι παλμοί αυτοί είναι κεντραρισμένοι σε ακέραια πολ/σια της F_s .

Στην έξοδο το λαμβανόμενο σήμα σε απόσταση $z = 80\text{km}$ είναι:

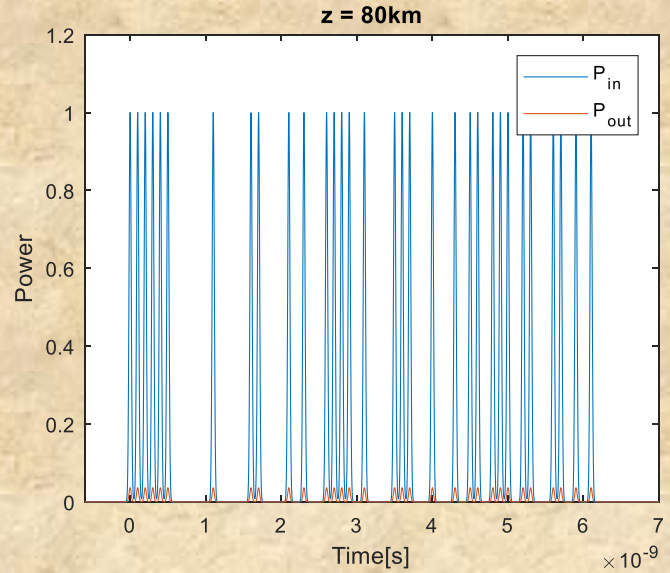
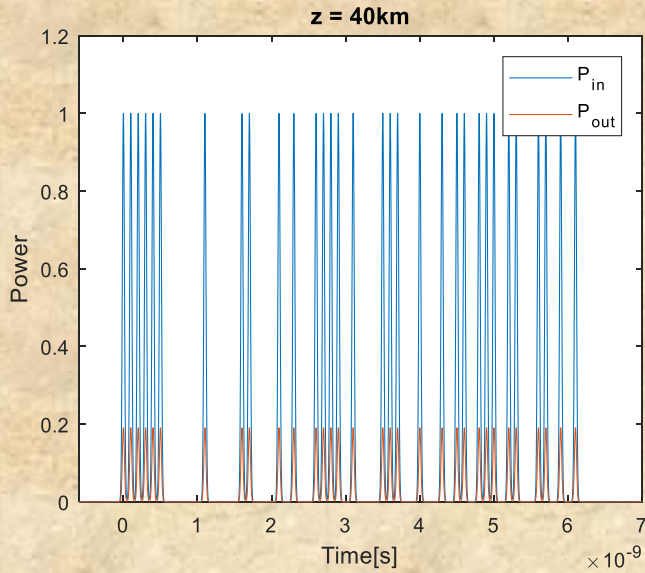


Η επίδραση της διασποράς είναι φανερή, καθώς η παλμοσειρά στην έξοδο έχει «απλώσει» στο χρόνο, όπως ήταν αναμενόμενο.

(ii)



Μέχρι τα 40km το μάτι στο διάγραμμα οφθαλμού είναι αρκετά ανοιχτό και άρα είναι μικρότερη η πιθανότητα σφάλματος στη λήψη. Στη διπλάσια όμως απόσταση, το αρχικό σήμα έχει αλλοιωθεί σημαντικά, γεγονός που δυσκολεύει τη λήψη.



Η μείωση της ισχύος είναι εμφανής

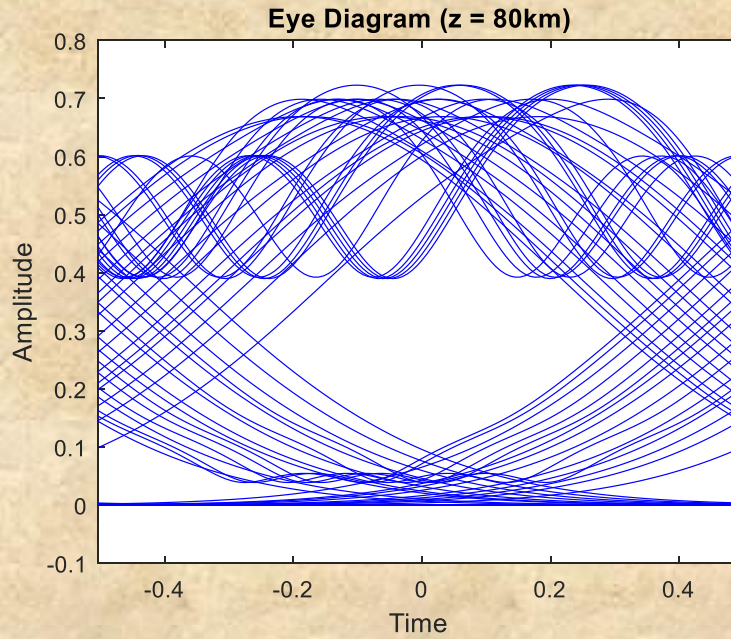
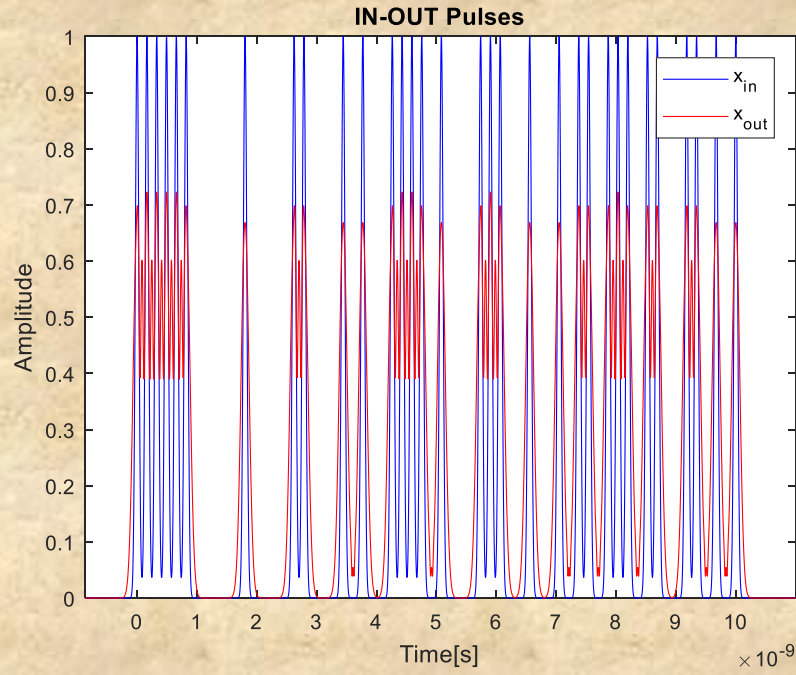
(δ) Για δεδομένη απόσταση z (εδώ θεωρήσα $z = 80km$), η τιμή του αρχικού σ_0 που ελαχιστοποιεί το σ_L στην έξοδο, για ένα μόνο με GVD (και $C=0$, $V\omega=0$), δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{|\beta_2|L}{2}} \cong 28.98 ps$$

Όμως με αυτό τον τρόπο ο μέγιστος ρυθμός που μπορεί να επιτευχθεί είναι:

$$B_{max} = \frac{0.25}{\sqrt{|\beta_2|L}} \cong 6 \text{ Gbps} < 10 \text{ Gbps}$$

Η βελτίωση φαίνεται από τη μείωση της διεύρυνσης της παλμοσειράς εξόδου, γεγονός που κάνει το διάγραμμα οφθαλμού να είναι πιο ανοιχτό

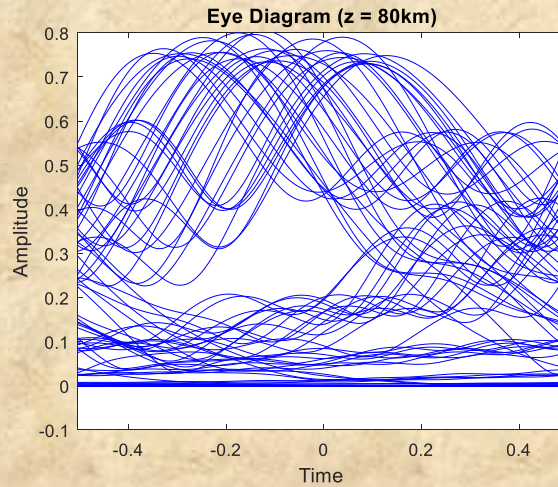


(ε) Στην προηγούμενη βέλτιστη περίπτωση, αν θεωρήσουμε ότι υπάρχει β_3 , τότε το βέλτιστο σ_0 θα πρέπει να προκύψει από την παραγώγιση -ως προς σ_0 - της σχέσης:

$$\frac{\sigma^2}{\sigma_0^2} = 1 + \left(\frac{\beta_2 L}{2\sigma_0^2} \right)^2 + \frac{1}{32} \left(\frac{\beta_3 L}{\sigma_0^3} \right)^2 = \lambda$$

Τρέχοντας όμως την προσομοίωση για $\beta_3 = 0$ & $\beta_3 = 1.3 \cdot 10^{-40} s^3/m$ (θεωρώντας σ_0 το βέλτιστο που προκύπτει για $\beta_3 = 0$) δεν παρατηρούμε αξιοσημείωτες αλλαγές στα διαγράμματα. Πράγματι, για $\sigma_0 \cong 28.98 ps$ και $B_{max} = 6 GHz$ ο τρίτος όρος στην παραπάνω σχέση είναι της τάξης $\sim 10^{-9}$, ενώ ο δεύτερος είναι ίσος με 1. Επομένως $\lambda \approx 2$. Για $\beta_3 \sim 10^{-37}$ προκύπτει $\lambda = 2.0057 \approx 2$, ενώ για $\beta_3 \sim 10^{-37}$ $\lambda = 2.57 > 2$.

Άρα η τάξη μεγέθους του β_3 , για την οποία η επίδρασή του πρέπει να ληφθεί υπόψιν, είναι $\sim 10^{-36} s^3/m$, δηλαδή 4 τάξεις μεγαλύτερη από τη δοθείσα τιμή. Αυτό φαίνεται κυρίως από το διάγραμμα οφθαλμού, το οποίο αρχίζει να κλείνει και άρα έχουμε σημαντική παραμόρφωση του αρχικού σήματος:



Για την εξαγωγή των παραπάνω συμπερασμάτων χρησιμοποιήσαμε την παλμοσειρά του ερωτήματος (δ) -αντί για του (γ), διότι στα 80km το διάγραμμα οφθαλμού είναι ανοιχτό και έτσι μπορούσαμε να διακρίνουμε το β_3 για το οποίο αρχίζει να κλείνει. Χρησιμοποιώντας τις τιμές αυτές δουλεύουμε ομοίως και για την παλμοσειρά του ερ. (γ) και βρίσκουμε ότι για $\sigma_0 = 20 ps$ και $B_{max} = 10 GHz$ η επίδραση του β_3 για τάξεις μεγέθους $> 10^{-36} s^3/m$ μπορεί να αμεληθεί καθώς:

$$\frac{1}{32} \left(\frac{\beta_3 L}{\sigma_0^3} \right)^2 \sim 10^{-8} \quad \text{και} \quad \left(\frac{\beta_2 L}{2\sigma_0^2} \right)^2 = 4.41$$

Όμως για τάξεις μεγέθους $< 10^{-36} s^3/m$ η επίδραση είναι σημαντική, όπως φαίνεται και στο παρακάτω διάγραμμα οφθαλμού

