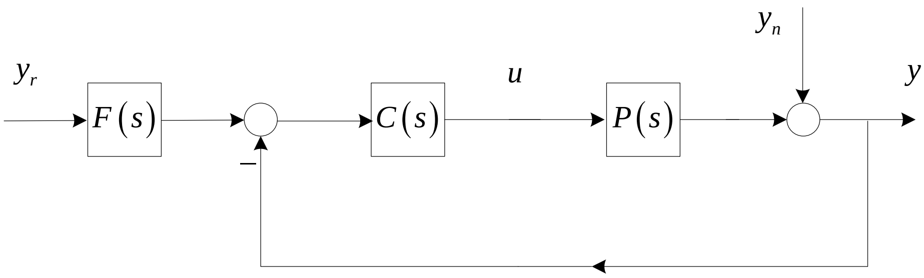
Az alábbiakban a jegyzet 7-dik és 11-dik fejezetében tárgyalt Youla parametrizálással kapcsolatban az előadásokon elhangzott gondolatokat foglaljuk össze. A jegyzetben bevezetett tervezési terminológiát illetően, az egyszerűség kedvéért, a $G_n = 1$ és $G_r = 1$ feltételezéssel élünk.

<u>Youla parametrizálás: folytonos rendszerek</u>

Induljunk ki az alábbi 2DOF struktúrából:



Határozzuk meg a C soros szabályozót és az F előkompenzátort úgy, hogy a zárt körben a zavarkompenzáció

$$\frac{Y(s)}{Y_n(s)} = 1 - R_n P_- e^{-sT_d}$$

a szervó tulajdonság pedig

$$\frac{Y(s)}{Y_r(s)} = R_r P_- e^{-sT_d}$$

legyen, ahol $P = P_+ P_- e^{-sT_d}$ stabil, P_+ inverz stabil, P_- inverz instabil, továbbá R_n és R_r tervezési átviteli függvények. P_-, R_n, R_r statikus átviteli tényezőjét úgy kell megválasztani, hogy a zárt kör eredő statikus átvitele a megkívánt értékű legyen.

A fentiek alapján a zavarelhárítási feltételből

$$\frac{1}{1+CP} = \frac{1}{1+L} = 1 - R_n P_- e^{-sT_d} ,$$

ahonnan

$$L = \frac{1}{1 - R_n P_- e^{-sT_d}} - 1 = \frac{R_n P_- e^{-sT_d}}{1 - R_n P_- e^{-sT_d}} = \frac{R_n P_+ P_- e^{-sT_d}}{P_+ - R_n P_+ P_- e^{-sT_d}} = \frac{R_n P}{P_+ - R_n P}$$

illetve

$$C = \frac{L}{P} = \frac{1}{P} \frac{R_n P}{P_+ - R_n P} = \frac{R_n P_+^{-1}}{1 - R_n P_+^{-1} P} \quad .$$

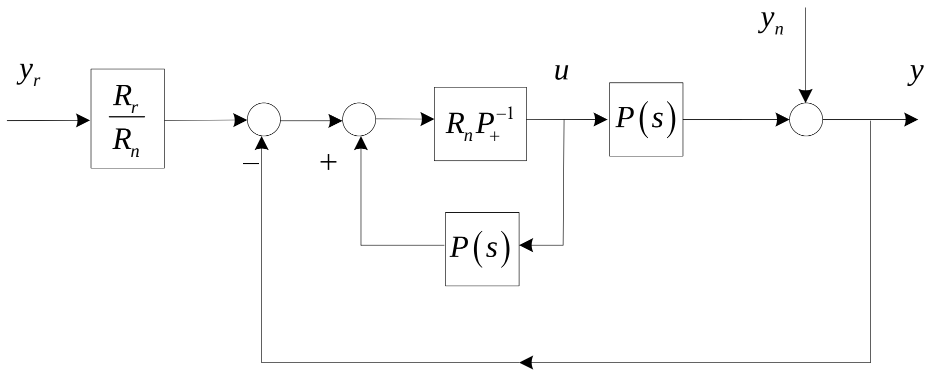
A szervó feltételből pedig

$$\frac{FCP}{1+CP} = F \frac{L}{1+L} = F \frac{\dfrac{R_n P}{P^+ - R_n P}}{1 + \dfrac{R_n P}{P^+ - R_n P}} = F \frac{R_n P}{P^+ - R_n P + R_n P} = F \frac{R_n P}{P^+} = R_r P_- e^{-sT_d} \quad ,$$

így

$$F = \frac{R_r}{R_n} \ .$$

A soros szabályozót egy pozitívan visszacsatolt körrel realizálva az alábbi szabályozási séma adódik:



Látható, hogy a pozitív visszacsatoló ágban a holtidőt is realizálni kell!

A kimenőjel:

$$Y = R_r P_- e^{-sT_d} Y_r + \left(1 - R_n P_- e^{-sT_d}\right) Y_n = T_r Y_r + S_n Y_n$$

ahol

$$T_r = R_r P_- e^{-sT_d} \text{ és } S_n = 1 - R_n P_- e^{-sT_d} \ .$$

A beavatkozójel:

$$U = \frac{Y - Y_n}{P} = \frac{R_r}{P_+} Y_r - \frac{R_n}{P_+} Y_n = \frac{R_r}{R_n} Q Y_r - Q Y_n \ ,$$

ahol bevezettük a $Q = \frac{R_n}{P_+} = R_n P_+^{-1}$ Youla paramétert és feltételeztük, hogy a szabályozóban a P folyamat teljesen pontos és realizálható modellje áll a rendelkezésünkre.

Ideális esetben $R_r = R_n = 1$, $P_- = 1$, $T_d = 0$, ekkor

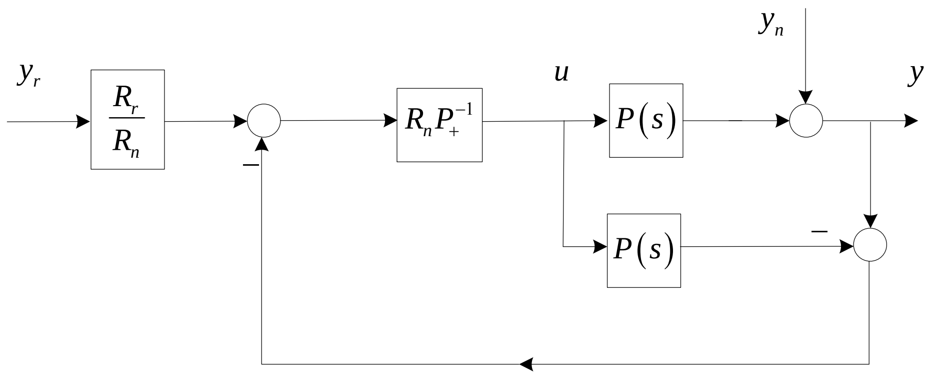
$$Y = 1 \cdot Y_r + 0 \cdot Y_n \ .$$

A megvalósíthatóság feltételei:

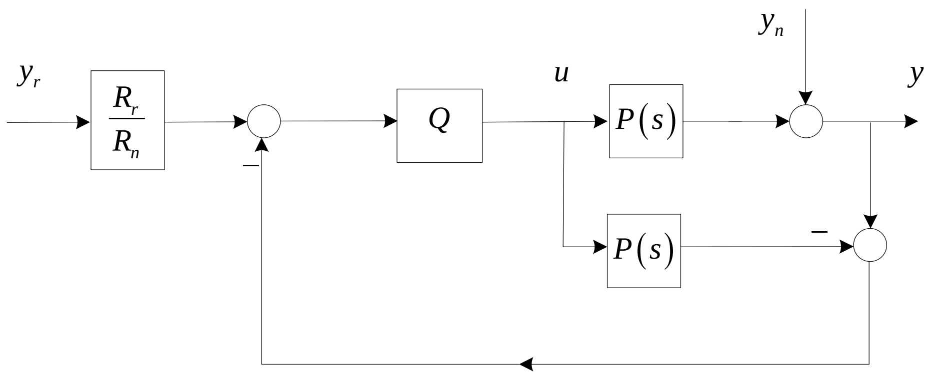
- a $Q = \frac{R_n}{P_+} = R_n P_+^{-1}$ szabályozónak megvalósíthatónak kell lenni
- az $F = \frac{R_r}{R_n}$ előkompenzátornak megvalósíthatónak kell lenni
- a belső pozitív visszacsatolásban lévő folyamat modellnek pontosnak és megvalósíthatónak kell lenni.

A zárt körre kapott megoldásból további két alak egyszerűen származtatható:

<u>IMC (Internal Model Control) alak</u>: a pozitív visszacsatolásban lévő $P(s)$ átvihető az IMC struktúra modell pozíciójába



Ebben az alakban jól láthatóan jelenik meg a $Q = \frac{R_n}{P_+} = R_n P_+^{-1}$ Youla paraméter:



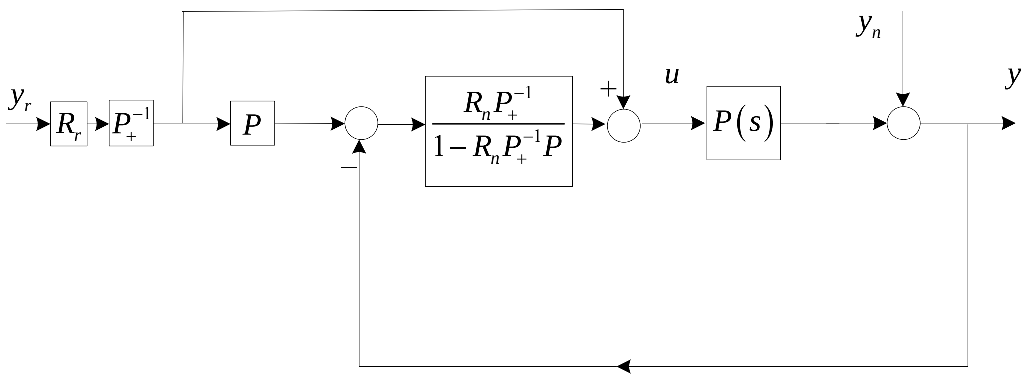
Az IMC séma jól értelmezhető az alábbiak szerint: ha nincs zavarás és a folyamat modellje megegyezik a folyamattal, akkor az előrevezető ág megadja az y_r referencia jel és az y kimenőjel közötti átvitelt ($T_r = R_r P_- e^{-sT_d}$), a soros IMC szabályozó ($Q = R_n P_+^{-1}$) pedig a tervezési szempontoknak megfelelő, realizálható közelítő inverze a folyamatnak. A külső negatív visszacsatolás feladata az y_n zavarás, valamint a modell illesztetlenség kompenzálása.

<u>Előrecsatolásos alak</u>:

A hurokban lévő átviteli függvényeket változatlanul hagyjuk, az y_r alapjel és az u beavatkozójel közötti átvitelt ekvivalens módon átalakítjuk:

$$\frac{R_r}{R_n}\frac{R_nP_+^{-1}}{1-R_nP_+^{-1}P}=R_rP_+^{-1}\frac{1}{1-R_nP_+^{-1}P}=R_rP_+^{-1}\frac{1-R_nP_+^{-1}P+R_nP_+^{-1}P}{1-R_nP_+^{-1}P}=R_rP_+^{-1}\left(1+\frac{R_nP_+^{-1}}{1-R_nP_+^{-1}P}P\right)$$

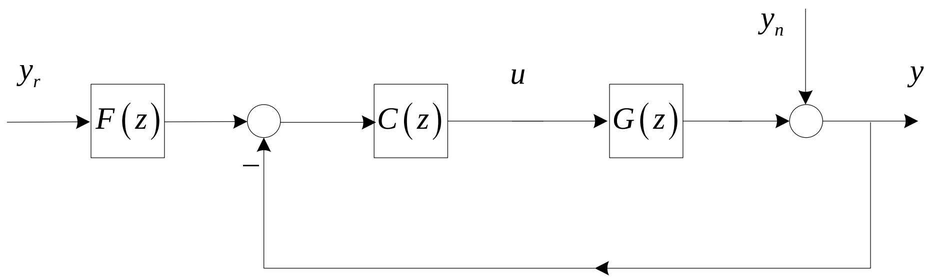
és ezek alapján felvázolható az előrecsatolásos struktúra:



Vegyük észre, hogy a soros szabályozó pozíciójában továbbra is az $\dfrac{R_nP_+^{-1}}{1-R_nP_+^{-1}P}$ szabályozó szerepel (a hurokátviteli függvényt nem kívántuk módosítani), ami $\dfrac{R_nP_+^{-1}}{1-R_nP_+^{-1}P}=\dfrac{Q}{1-QP}$ formában kifejezhető a Youla-paraméterrel.

Youla parametrizálás: mintavételes rendszerek

Induljunk ki ismét az alábbi 2DOF struktúrából:



ahol $G(z)=\left(1-z^{-1}\right)Z\{v[k]\}$ a $P(s)$ átviteli függvénnyel rendelkező folytonos folyamat és a zérusrendű tartószerv együttes z-transzformáltja, $v[k]$ pedig a folyamat mintavételezett átmeneti függvénye.
Határozzuk meg a C soros szabályozót és az F előkompenzátort úgy, hogy a zárt körben a zavarkompenzáció

$$\frac{Y(z)}{Y_n(z)}=1-R_n G_- z^{-d}$$

a szervó tulajdonság pedig

$$\frac{Y(z)}{Y_r(z)}=R_r G_- z^{-d}$$

legyen, ahol $G=G_+G_-z^{-d}$ stabil, G_+ inverz stabil, G_- inverz instabil, $d=ent\{T_d/T_s\}$ a diszkrét idejű holtidő, továbbá R_n és R_r tervezési átviteli függvények. G_-, R_n, R_r statikus átviteli tényezőjét úgy kell megválasztani, hogy a zárt kör eredő statikus átvitele a megkívánt értékű (tipikusan 1) legyen.

A fentiek alapján a zavarelhárítási feltételből

$$\frac{1}{1+CP}=\frac{1}{1+L}=1-R_n G_- z^{-d},$$

ahonnan

$$L=\frac{1}{1-R_n G_- z^{-d}}-1=\frac{R_n G_- z^{-d}}{1-R_n G_- z^{-d}}=\frac{R_n G_+ G_- z^{-d}}{G_+-R_n G_+ G_- z^{-d}}=\frac{R_n G}{G_+-R_n G}$$

illetve

$$C=\frac{L}{G}=\frac{1}{G}\frac{R_n G}{G_+-R_n G}=\frac{R_n G_+^{-1}}{1-R_n G_+^{-1} G}\ .$$

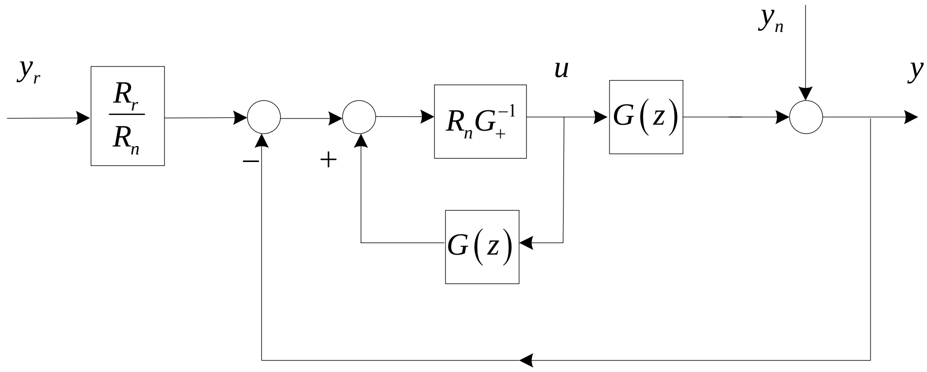
A szervó feltételből pedig

$$\frac{FCG}{1+CG}=F\frac{L}{1+L}=F\frac{\dfrac{R_n G}{G^+-R_n G}}{1+\dfrac{R_n G}{G^+-R_n G}}=F\frac{R_n G}{G^+-R_n G+R_n G}=F\frac{R_n G}{G^+}=R_r G_- z^{-d}\ ,$$

így

$$F = \frac{R_r}{R_n} \; .$$

A soros szabályozót egy pozitívan visszacsatolt körrel realizálva az alábbi szabályozási séma adódik:



A pozitív visszacsatoló ágban a holtidőt itt is realizálni kell, de a mintavételes esetben egy d-lépéses késleltetés beiktatása nem okoz problémát!

A kimenőjel:

$$Y = R_r G_- z^{-d} Y_r + \left(1 - R_n G_- z^{-d}\right) Y_n = T_r Y_r + S_n Y_n$$

ahol

$$T_r = R_r G_- z^{-d} \text{ és } S_n = 1 - R_n G_- z^{-d} \, .$$

A beavatkozójel:

$$U = \frac{Y - Y_n}{G} = \frac{R_r}{G_+} Y_r - \frac{R_n}{G_+} Y_n = \frac{R_r}{R_n} Q Y_r - Q Y_n \; ,$$

ahol bevezettük a $Q = \frac{R_n}{G_+} = R_n G_+^{-1}$ Youla paramétert és feltételeztük, hogy a szabályozóban a G folyamat teljesen pontos és realizálható modellje áll a rendelkezésünkre.

Ideális esetben $R_r = R_n = 1$, $G_- = 1$, $d = 0$, ekkor

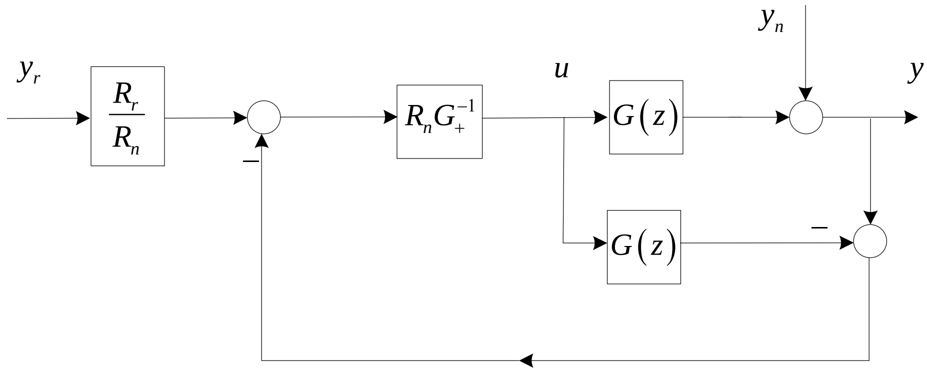
$$Y = 1 \cdot Y_r + 0 \cdot Y_n \, .$$

A megvalósíthatóság feltételei:

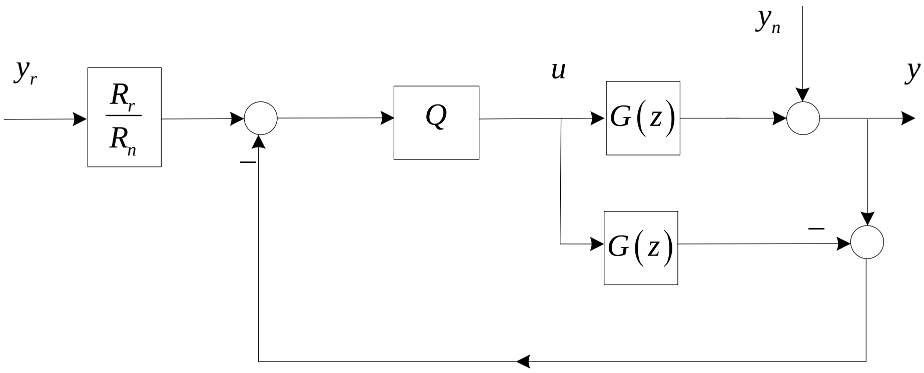
- a $Q = \frac{R_n}{P_+} = R_n G_+^{-1}$ szabályozónak megvalósíthatónak kell lenni
- az $F = \frac{R_r}{R_n}$ előkompenzátornak megvalósíthatónak kell lenni
- a belső pozitív visszacsatolásban lévő folyamat modellnek pontosnak és megvalósíthatónak kell lenni.

A zárt körre kapott megoldásból további két alak egyszerűen származtatható:

<u>IMC alak</u>: a pozitív visszacsatolásban lévő $G(z)$ átvihető az IMC struktúra modell pozíciójába



Ebben az alakban jól láthatóan jelenik meg a $Q = \frac{R_n}{G_+} = R_n G_+^{-1}$ Youla paraméter:



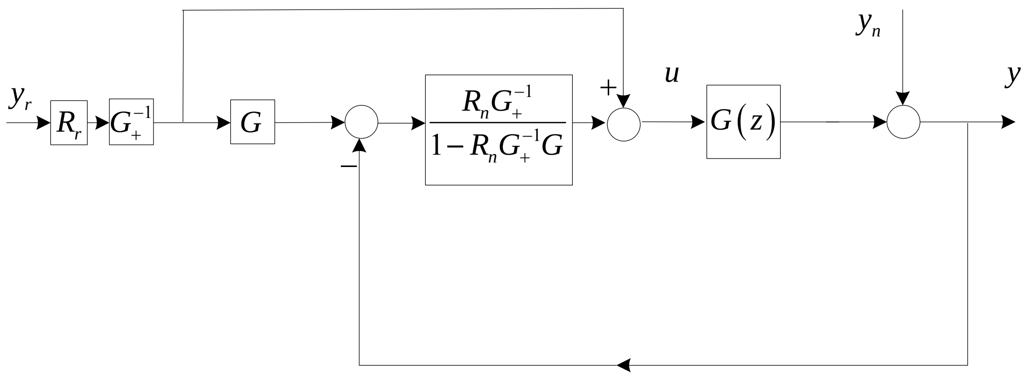
Az IMC séma jól értelmezhető az alábbiak szerint: ha nincs zavarás és a folyamat modellje megegyezik a folyamattal, akkor az előrevezető ág megadja az y_r referencia jel és az y kimenőjel közötti átvitelt, a soros IMC szabályozó ($Q = R_n G_+^{-1}$) pedig a tervezési szempontoknak megfelelő, realizálható közelítő inverze a folyamatnak. A külső negatív visszacsatolás feladata az y_n zavarás, valamint a modell illesztetlenség kompenzálása.

Előrecsatolásos alak:

A hurokban lévő átviteli függvényeket változatlanul hagyjuk, az y_r alapjel és az u beavatkozójel közötti átvitelt ekvivalens módon átalakítjuk:

$$\frac{R_r}{R_n}\frac{R_nG_+^{-1}}{1-R_nG_+^{-1}G}=R_rG_+^{-1}\frac{1}{1-R_nG_+^{-1}G}=R_rG_+^{-1}\frac{1-R_nG_+^{-1}G+R_nG_+^{-1}G}{1-R_nG_+^{-1}G}=R_rG_+^{-1}\left(1+\frac{R_nG_+^{-1}}{1-R_nG_+^{-1}G}G\right)$$

és ezek alapján felvázolható az előrecsatolásos struktúra:



Vegyük észre, hogy a soros szabályozó pozíciójában továbbra is az $\frac{R_nG_+^{-1}}{1-R_nG_+^{-1}G}$ szabályozó szerepel (a hurokátviteli függvényt nem kívántuk módosítani), ami $\frac{R_nG_+^{-1}}{1-R_nG_+^{-1}G}=\frac{Q}{1-QG}$ formában kifejezhető a Youla-paraméterrel.