

$$3x + 5y = 15$$

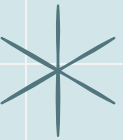


## STATISTIK 2

# ANALISA KORELASI LINIER SEDERHANA

Dosen :

Puji Rahayu Setyaningsih, SE, M.Ak

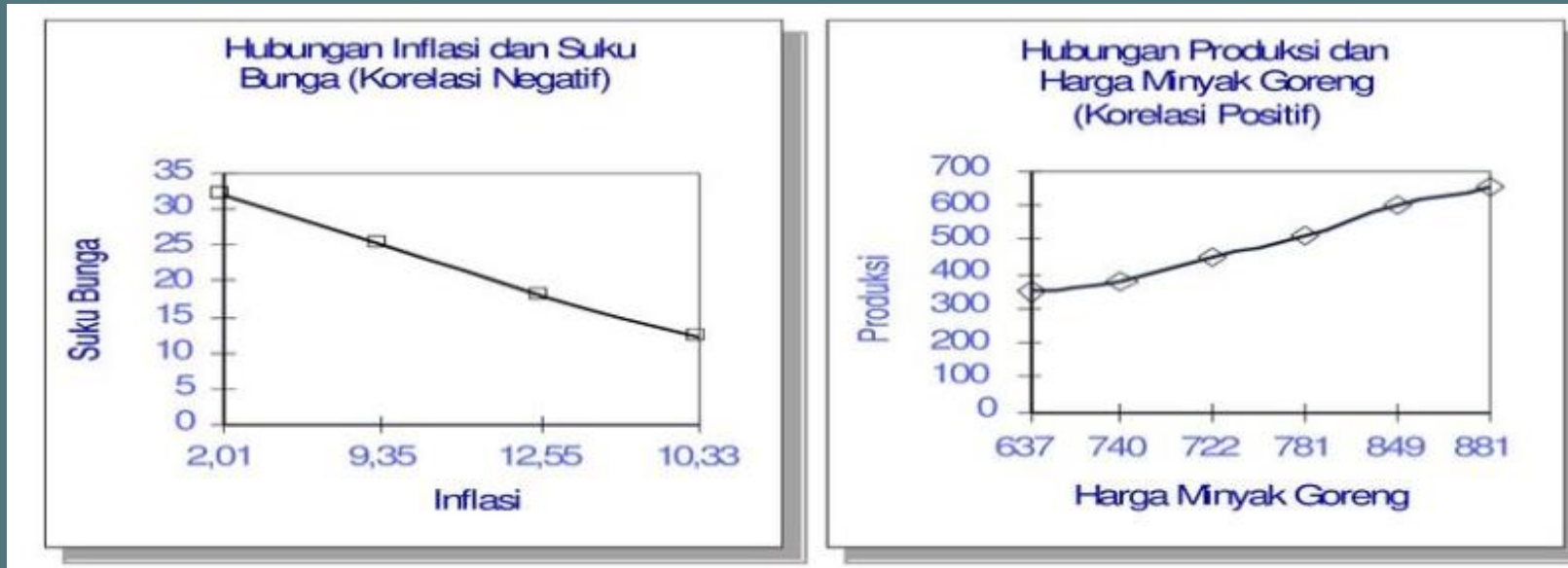


$$25/4 + 8y = 52/4$$



$$5(5/4) + 8y = 13$$

- ❑ Analisa korelasi pertama kali dikembangkan oleh Karl Pearson 1900.
- ❑ Tujuan Analisa korelasi adalah untuk menentukan seberapa erat hubungan antara 2 variabel.



Gambar pertama menunjukkan hubungan antara variabel inflasi dan suku bunga. Apabila dilihat pada gambar saat inflasi rendah maka suku bunga tinggi dan saat inflasi tinggi, suku bunga rendah. Gambar ini menunjukkan adanya hubungan negative antara inflasi dan suku bunga.

Gambar kedua menunjukkan hubungan positif antara variabel produksi dan harga minyak goreng yaitu apabila harga meningkat maka produksi juga meningkat.



# Koefisien Korelasi



- ❑ Keeratan dua variabel = koefisien korelasi =  $r$ .
- ❑ Koefisien korelasi menunjukkan seberapa dekat titik kombinasi antara variabel X dan Y pada garis lurus sebagai garis dugaannya.
- ❑ Semakin dekat titik kombinasi dengan garis dugaan maka nilai korelasi semakin membesar dan sebaliknya, semakin menyebar dari garis dugaan maka nilai korelasi semakin kecil
- ❑ Rumus Koefisien Korelasi

$$r = \frac{n (\Sigma XY) - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{\sqrt{[n(\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2][n(\Sigma Y^2) - (\Sigma Y)^2]}}$$

Dimana :

- $r$  : nilai koefisien korelasi
- $\Sigma X$  : Jumlah pengamatan variabel X
- $\Sigma Y$  : Jumlah pengamatan variabel Y
- $\Sigma XY$  : Jumlah hasil perkalian X dan Y
- $(\Sigma X^2)$  : Jumlah kuadrat dari pengamatan variabel X
- $(\Sigma X)^2$  : Jumlah kuadrat dari jumlah pengamatan var X
- $(\Sigma Y^2)$  : Jumlah kuadrat dari pengamatan variabel Y
- $(\Sigma Y)^2$  : Jumlah kuadrat dari jumlah pengamatan var Y
- $n$  : Jumlah pasangan pengamatan X dan Y

## Koefisien Korelasi

### Hubungan Korelasi

r	Interprestasi
0	Tidak Berkorelasi
0,01 – 0,199	Sangat Rendah
0,20 – 0,399	Rendah
0,40 – 0,599	Sedang
0,60 – 0,799	Kuat
0,80 – 1,000	Sangat Kuat

Tanda Positif dan Negatif menunjukkan arah hubungan



# Koefisien Determinansi



- ❑ Merupakan ukuran untuk mengetahui kesesuaian atau ketepatan antara nilai dugaan atau garis regresi dengan data sampel.
- ❑ Koefisien determinasi adalah kemampuan variabel independent (X) mempengaruhi variabel dependen (Y). Semakin besar koefisien determinasi menunjukkan semakin baik kemampuan X menerangkan Y

$$r^2 = \frac{[n (\Sigma XY) - (\Sigma X)(\Sigma Y)]^2}{\sqrt{[n(\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2][n(\Sigma Y^2) - (\Sigma Y)^2]}}$$

$$\Gamma(5/4) + 8y = 13$$



# Uji Signifikansi Koefisien Korelasi



- ❑ Bertujuan untuk menguji apakah besarnya atau kuatnya hubungan antar variabel yang diuji sama dengan nol. Apabila besarnya hubungan sama dengan nol menunjukkan hubungan antar variabel sangat lemah / tidak berarti.

## Langkah-langkah uji signifikansi :

### 1. Menentukan Hipotesis

Menguji apakah  $r$  populasi sama dengan nol

$$H_0 : \rho = 0$$

$$H_1 : \rho \neq 0$$

### 2. Menentukan taraf nyata untuk uji dua arah (two tail = $\alpha/2$ )

$df = n - k \rightarrow k = \text{jumlah variabel yaitu X dan Y}$

gunakan TABEL t



# Uji Signifikansi Koefisien Korelasi



## Langkah-langkah uji signifikansi :

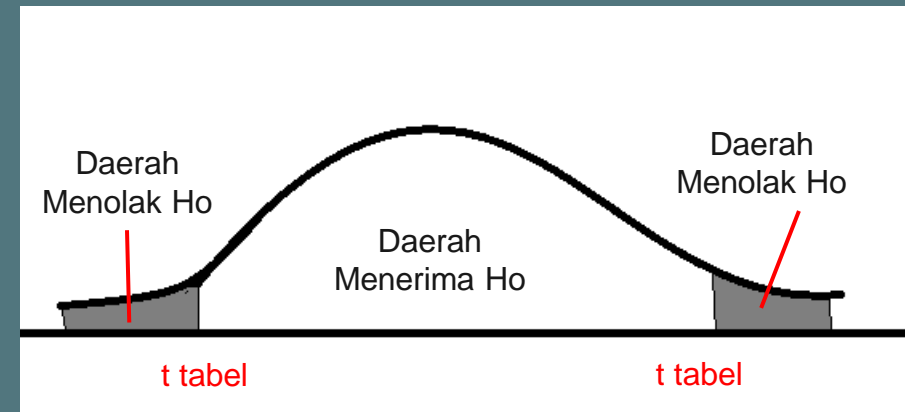
3. Menentukan nilai uji t

$$t = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}}$$

4. Menentukan daerah keputusan

Jika  $t_{table} > t_{hitung} \rightarrow$  menerima  $H_0$

Jika  $t_{table} < t_{hitung} \rightarrow$  menolak  $H_0$



5. Menentukan keputusan

Jika keputusan menerima  $H_0$  maka kesimpulannya tidak ada korelasi antara variabel satu dengan yang lainnya. Dan sebaliknya

# CONTOH 1

Berikut adalah data suku bunga investasi dan investasi domestik

Tahun	Bunga Kredit Investasi (BKI)	Nilai Investasi (dln miliar rp)
2003	15,31%	9.890,80
2004	13,91%	12.500,00
2005	15,74%	12.247,00
2006	14,75%	20.649,00
2007	12,82%	34.878,70
2008	14,44%	20.363,40
2009	13,00%	37.799,80
2010	12,44%	60.626,30
2011	11,90%	76.000,00
2012	11,27%	92.200,00
2013	11,31%	128.200,00

Carilah :

- Koefisien korelasi dan kesimpulannya
- Koefisien determinasi dan artinya
- Uji signifikansi dengan taraf nyata 5%, apakah hubungan BKI dan Nilai investasi sama dengan nol ?



# Jawab

Tahun	BKI (X)	NI (Y)	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
2003	15,31	9.890,80	234,40	97.827.924,64	151.428,15
2004	13,91	12.500,00	193,49	156.250.000,00	173.875,00
2005	15,74	12.247,00	247,75	149.989.009,00	192.767,78
2006	14,75	20.649,00	217,56	426.381.201,00	304.572,75
2007	12,82	34.878,70	164,35	1.216.523.713,69	447.144,93
2008	14,44	20.363,40	208,51	414.668.059,56	294.047,50
2009	13,00	37.799,80	169,00	1.428.824.880,04	491.397,40
2010	12,44	60.626,30	154,75	3.675.548.251,69	754.191,17
2011	11,90	76.000,00	141,61	5.776.000.000,00	904.400,00
2012	11,27	92.200,00	127,01	8.500.840.000,00	1.039.094,00
2013	11,31	128.200,00	127,92	16.435.240.000,00	1.449.942,00
Jumlah	146,89	505.355,00	1.986,35	38.278.093.039,62	6.202.860,68

## a. Koefisien Korelasi

$$r = \frac{n(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[n(\sum X^2) - (\sum X)^2][n(\sum Y^2) - (\sum Y)^2]}}$$
$$r = \frac{11(6.202.860,68) - (146,89)(505.355)}{\sqrt{[11(1.986,35) - (146,89)^2][11(38.278.093.039,62) - (505.355)^2]}} = -0,892$$

Koef Korelasi = -0,892 Tanda negative menunjukkan hubungan yang berlawanan antara BKI dan NI, saat suku bunga meningkat maka investasi akan menurun dan sebaliknya. Nilai koefisien -0,892 termasuk dalam korelasi negative kuat.

# Jawab

## b. Koefisien Determinasi

$r^2 = (-0,892)^2 = 0,795$ . Ini berarti bahwa kemampuan variabel BK (X) dalam menerangkan variabel N (Y) sebesar 79,5% sedangkan sisanya sebesar 20,5% dijelaskan oleh variabel lainnya.

## c. Uji Signifikansi

### 1. Menentukan Hpotesis

$$H_0: \rho = 0$$

$$H_1: \rho \neq 0$$

### 2. Menentukan taraf nyata untuk uji dua arah (two tail $= \alpha/2 = 0,05/2 = 0,025$ )

$$df = n - k = 11 - 2 = 9$$

$$t \text{ table untuk } df (0,025; 9) = 2,262$$

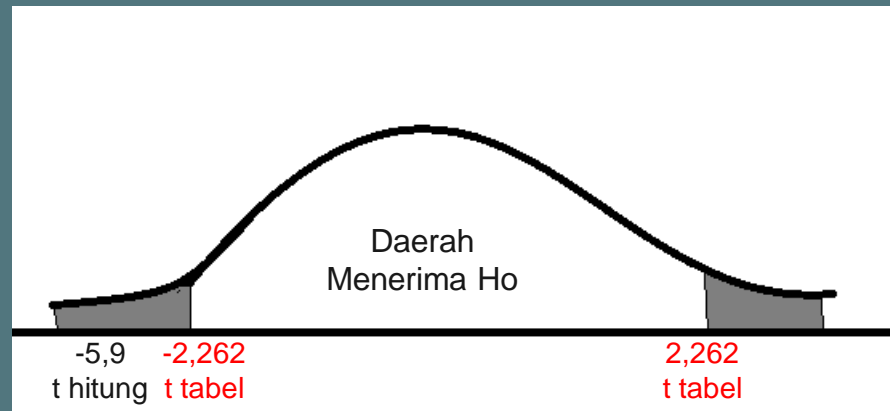
### 3. Menentukan nilai uji t

$$t = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}} = \frac{-0,892}{\sqrt{\frac{1-(-0,892)^2}{11-2}}} = -5,9$$

df	0,05	0,025
1	6.314	12.706
2	2.920	4.303
3	2.353	3.182
4	2.132	2.776
5	2.015	2.571
6	1.943	2.447
7	1.895	2.365
8	1.860	2.306
9	1.833	2.262
10	1.812	2.228
11	1.796	2.201
12	1.782	2.179
13	1.771	2.160

# Jawab

4. Menentukan daerah keputusan  
Jika  $t_{table} (2,262) < t_{hitung} (5,9) \rightarrow$  menolak  $H_0$



5. Menentukan keputusan  
Nilai  $t_{hitung}$  terletak di daerah menolak  $H_0$ . Hal ini menunjukkan bahwa korelasi antara SBI dan NI tidak sama dengan nol.



# ANALISA REGRESI

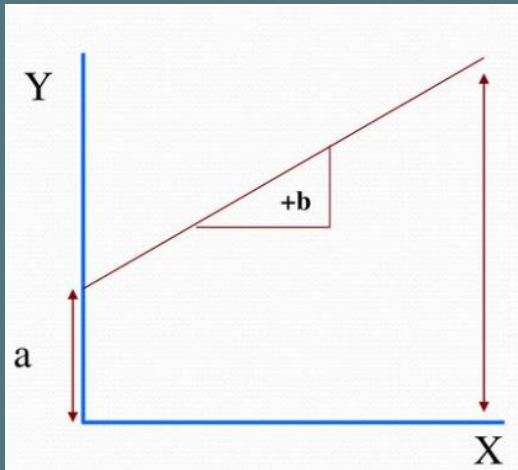


Analisa Regresi adalah suatu Teknik yang digunakan untuk membangun suatu persamaan yang menghubungkan antara variabel dependen dan independent dan sekaligus untuk menentukan nilai ramalan atau dugaannya.

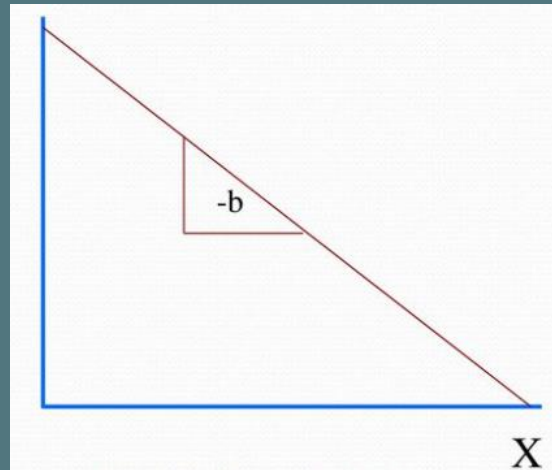
$$5(15/4) + 8y = 13$$

# METODE KUADRAT TERKECIL

Metode Kuadrat Terkecil atau Ordinary Least Square  
Adalah suatu metode untuk menentukan persamaan regresi dengan meminimumkan jumlah kuadrat jarak vertical antara nilai actual  $Y$  dan nilai dugaan  $Y_1$ .



$$Y = a + bX$$



$$Y = a - bX$$



# METODE KUADRAT TERKECIL



Metode Kuadrat Terkecil atau Ordinary Least Square Adalah suatu metode untuk menentukan persamaan regresi dengan meminimumkan jumlah kuadrat jarak vertical antara nilai actual Y dan nilai dugaan  $Y_1$ .

Persamaan umum :

$$Y = a + bX$$

$$b = \frac{n (\Sigma XY) - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{n (\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2}$$

$$a = \frac{(\Sigma Y)}{n} - \frac{b(\Sigma X)}{n}$$

# Dari Contoh 1

Tahun	BKI (X)	NI (Y)	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	XY
2003	15,31	9.890,80	234,40	97.827.924,64	151.428,15
2004	13,91	12.500,00	193,49	156.250.000,00	173.875,00
2005	15,74	12.247,00	247,75	149.989.009,00	192.767,78
2006	14,75	20.649,00	217,56	426.381.201,00	304.572,75
2007	12,82	34.878,70	164,35	1.216.523.713,69	447.144,93
2008	14,44	20.363,40	208,51	414.668.059,56	294.047,50
2009	13,00	37.799,80	169,00	1.428.824.880,04	491.397,40
2010	12,44	60.626,30	154,75	3.675.548.251,69	754.191,17
2011	11,90	76.000,00	141,61	5.776.000.000,00	904.400,00
2012	11,27	92.200,00	127,01	8.500.840.000,00	1.039.094,00
2013	11,31	128.200,00	127,92	16.435.240.000,00	1.449.942,00
<b>Jumlah</b>	<b>146,89</b>	<b>505.355,00</b>	<b>1.986,35</b>	<b>38.278.093.039,62</b>	<b>6.202.860,68</b>

Nilai b dan a diperoleh sebagai berikut :

$$b = \frac{n (\Sigma XY) - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{n (\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2}$$

$$b = \frac{11 (6.202.860,68) - (146,89)(505.355)}{11 (1.986.35) - (146,89)^2}$$

$$b = -21.961,62$$

$$a = \frac{(\Sigma Y)}{n} - \frac{b(\Sigma X)}{n}$$

$$a = \frac{(505.355)}{11} - \frac{(-21.961,62)(146,89)}{11}$$

$$a = 339.208,79$$

Maka persamaan regresi nya sbb :

$$Y = a + bX$$

$$Y = 339.208,79 - 21.961,62 X$$



# STANDAR ERROR

(Kesalahan Baku Pendugaan)



Merupakan suatu ukuran yang mengukur ketidakakuratan pencaran atau persebaran nilai-nilai pengamatan ( $Y$ ) terhadap garis regresinya ( $\hat{Y}$ )

Rumus standar error :c

$$S_{y.x} = \sqrt{\frac{\sum e^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n-2}}$$

Rumus standar error untuk penduga b :

$$S_b = \frac{S_{y.x}}{\sqrt{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}}$$

Rumus standar error untuk penduga a :

$$S_a = S_b \sqrt{\frac{(\sum X)^2}{n}} = \sqrt{\frac{(\sum X^2)(S_{y.x})^2}{n\sum X^2 - (\sum X)^2}}$$





# PENDUGAAN INTERVAL NILAI TENGAH Y



Bertujuan untuk mengetahui nilai dugaan bagi Y untuk seluruh nilai X yang diketahui.

Rumus interval untuk nilai tengah Y :

$$\bar{Y} \pm t (S_{y.x}) \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(X - \bar{X})^2}{\sum X^2 - (\sum X)^2 / n}}$$

Dimana :

- $\bar{Y}$  : nilai dugaan dari Y untuk nilai X tertentu
- t : nilai t table untuk taraf nyata tertentu
- $S_{y.x}$  : Standar error variabel Y berdasarkan variable X yang diketahui
- X : Nilai data pengamatan variabel bebas
- $\bar{X}$  : Nilai rata-rata data pengamatan variabel bebas
- n : jumlah sampel



# PENDUGAAN INTERVAL NILAI KOEFISIEN REGRESI a DAN b



Dengan menggunakan asumsi bahwa nilai  $E_i$  bersifat normal maka hasil dugaan a dan b juga mengikuti distribusi normal. Sehingga nilai  $t = (b - B)/\sigma_b$  juga merupakan variabel normal. Dalam prakteknya, nilai standar deviasi populasi  $\sigma_b$  sulit diketahui, maka standar deviasi populasi biasa diduga dengan standar deviasi sampel yaitu  $S_b$ , sehingga nilai t menjadi  $t = (b - B)/S_b$ .

Probabilitas dinyatakan sbb :

$$P(-t_{\alpha/2} \leq (b - B)/S_b \leq t_{\alpha/2}) = 1 - \alpha$$

$$P(-t_{\alpha/2} \cdot S_b \leq (b - B) \leq t_{\alpha/2} \cdot S_b) = 1 - \alpha$$

Sehingga Interval B adalah

$$(b - t_{\alpha/2} \cdot S_b \leq B \leq b + t_{\alpha/2} \cdot S_b)$$

Sehingga Interval A adalah

$$(a - t_{\alpha/2} \cdot S_a \leq B \leq a + t_{\alpha/2} \cdot S_a)$$

Dimana :

$$S_b = \frac{S_{yx}}{\sqrt{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}}$$

$$S_a = S_b \sqrt{\frac{(\sum X)^2}{n}} = \sqrt{\frac{(\sum X^2)(S_{yx})^2}{n\sum X^2 - (\sum X)^2}}$$

$$7(15/4) + 8y = 13$$

# HUBUNGAN KOEF.KORELASI, KOEF.DETERMINASI & KESALAHAN BAKU PENDUGAAN

Sumber Keragaman	Derajat Bebas (df)	Sum Square (SS)	Mean Square (MS)
Regresi	1	SSR	MSR
	Jumlah var bebas, X	$= \sum(\hat{Y} - \bar{Y})^2$	$= SSR/1$
Kesalahan (error)	n-2	SSE	MSE
		$= \sum(Y - \hat{Y})^2$	$= SSE/(n-2)$
Total	n-1	SST	
		$= \sum(Y - \bar{Y})^2$	

$$SST = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n}$$

$$SS_{XY} = \sum XY - \frac{\sum X \sum Y}{n}$$

$$SSR = b(SS_{XY})$$

$$SSE = SST - SSR$$

$$F_{hitung} = \frac{SSR/1}{SSR/(n-2)} = \frac{MSR}{MSE}$$



$$\Gamma(5/4) + 8y = 13$$