

Pertemuan 1

RISET OPERASI 2

Disarikan dari :
Pangestu Subagyo, dkk.
Aris Budi Setyawan

Tata Tertib di Kelas

- Berpakaian yang baik, sopan, serta tidak memakai sandal
- Tidak mengaktifkan Hand phone selama perkuliahan
- Kehadiran dan usaha yang keras setiap perkuliahan, akan sangat diperhatikan
- ***Biasakan diri untuk tidak terlambat masuk kelas****
- Selalu baca materi kuliah tiap hari dan bertanya thd materi yang tidak dimengerti
- Buat kelompok, untuk mengerjakan tugas-tugas yang nanti akan diberikan
- Aktif mengikuti semua prose perkuliahan

Materi RO 2

- **Analisis Jaringan**

1. Dengan metode algoritma
2. Dengan Metode Matriks
3. Dengan metode Linpro
4. Perpendekan waktu selesainya Proyek

- **Teori Keputusan**

1. Konsep teori keputusan
2. Model2 keputusan

- **Model Antrian**

1. Konsep dasar Antrian
2. Sistem dan struktur antrian
3. Model2 Antrian
4. Model2 dan Aplikasinya

- **Simulasi**

1. Bahasa komputer untuk Simulasi
2. Model2 simulasi

- **Model Rantai Markov**

1. Konsep dasar
2. Proses Model rantai Markov
3. Aplikasi model rantai markov

- **Pemrograman Bulat**

1. Analisis Jaringan (PERT-CPM)

Secara umum dapat dikatakan bahwa analisis jaringan digunakan untuk membantu menyelesaikan masalah-masalah yang muncul dari serangkaian pekerjaan. Masalah-masalah yang dimaksud antara lain adalah :

- 1. Waktu penyelesaian dari serangkaian pekerjaan tersebut*
- 2. Biaya yang harus dikeluarkan untuk melaksanakan serangkaian pekerjaan tersebut*
- 3. Waktu menganggur yang terjadi di setiap pekerjaan*

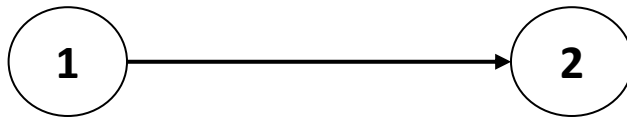
1. Analisis Jaringan (PERT-CPM)

Beberapa contoh serangkaian pekerjaan yang dapat diselesaikan dengan analisis jaringan antara lain adalah :

- Serangkaian pekerjaan membangun jembatan
- Serangkaian pekerjaan membangun gedung
- Serangkaian pekerjaan produksi
- Serangkaian pekerjaan mengganti mesin yang rusak
- Dll.

Beberapa istilah dalam analisis jaringan antara lain adalah :

- **Aktivitas**, adalah suatu pekerjaan yang membutuhkan pengorbanan sumberdaya (waktu, tenaga, biaya). Aktivitas ini biasanya disimbolkan dengan anak panah
- **Kejadian**, adalah permulaan atau akhir dari sebuah aktivitas, dan disimbolkan dengan sebuah lingkaran



- **Jalur kritis** adalah sebuah jalur yang waktu penyelesaian serangkaian pekerjaannya paling besar/panjang
- **Earliest Start Time (ES)**, adalah waktu paling cepat untuk memulai sebuah aktivitas
- **Lates Start Time (LS)**, adalah waktu paling lambat untuk memulai sebuah aktivitas
- **Earliest Finish Time (EF)**, adalah waktu paling cepat untuk selesainya sebuah aktivitas
- **Latest Finish Time**, adalah waktu paling lambat untuk menyelesaikan sebuah aktivitas

Beberapa Hal yang penting dalam analisis jaringan adalah :

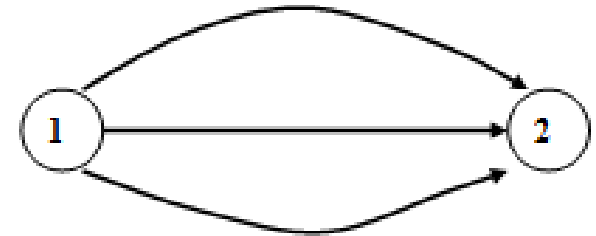
- Sebelum suatu aktivitas dimulai, semua aktivitas yang mendahuluinya (yang menjadi syarat) harus sudah selesai dikerjakan terlebih dahulu
- Anak panah yang menjadi simbol sebuah aktivitas hanya menunjukkan arah dan urutan kejadian, jadi panjang pendek dan bentuknya tidak akan memberi pengaruh apapun
- Lingkaran, yang merupakan simbol dari kejadian, diberi nomor sedemikian rupa sehingga tidak memiliki nomor yang sama dan sebaiknya berurutan, sehingga dapat menggambarkan urutan kejadian. Biasanya nomor yang lebih kecil diletakkan di kejadian awal (permulaan anak panah)
- Dua buah kejadian (lingkaran) hanya dapat dihubungkan dengan satu anak panah
- Sebuah rangkaian pekerjaan hanya dapat dimulai dan diakhiri dengan sebuah kejadian (lingkaran)

Namun demikian, seringkali suatu kasus jaringan dihadapkan pada kondisi dimana poin 4 dan 5 di atas, tidak dapat dihindari, sehingga untuk mengatasinya harus dibuatkan atau dibantu dengan sebuah aktivitas dummy.

Aktivitas dummy adalah aktivitas yang sebenarnya tidak ada, sehingga tidak memerlukan pengorbanan sumber daya.

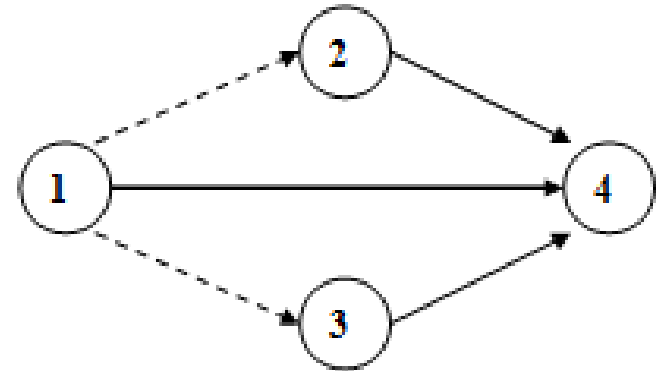
Jadi manfaat dari **aktivitas Dummy** adalah :

1. Untuk menghindari terjadinya kondisi dimana dua kejadian dihubungkan oleh lebih dari satu anak panah



Dengan aktivitas dummy akan menjadi :

2. Untuk memenuhi ketentuan, dimana serangkaian kejadian hanya dapat dimulai dan diakhiri dengan satu kejadian (lingkaran)
3. Untuk menunjukkan urutan kejadian atau aktivitas yang sebenarnya



Untuk memahami masalah jaringan ini, perhatikan contoh berikut ini.

- Sebuah perusahaan, yang sedang menghadapi masalah dengan kerusakan mesin produksinya, berencana mengganti mesin yang rusak tersebut. Setelah dilakukan identifikasi, serangkaian kegiatan yang diperlukan dalam rangka penggantian mesin yang rusak tersebut adalah seperti terlihat pada tabel berikut ini.

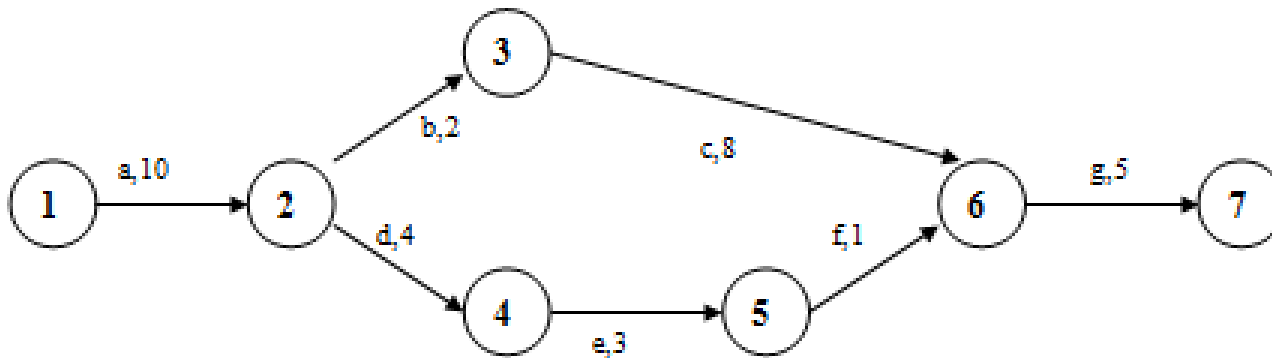
Kegiatan	Keterangan	Kegiatan Yang mendahului	Waktu yang dibuthkan
A	Merencanakan	-	10
B	Memesan Mesin Baru	a	2
C	Menyiapkan mesin	b	8
D	Pesan Material rangka mesin	b	4
E	Membuat rangka	d	3
F	Finishing rangka	e	1
G	Memasng mesin pada rangka	c, f	5

- Dari masalah perusahaan di atas, berapakah waktu optimal yang diperlukan untuk menyelesaikan serangkaian pekerjaan penggantian mesin tersebut ? Pada bagian mana saja waktu mengganggu terjadi ?

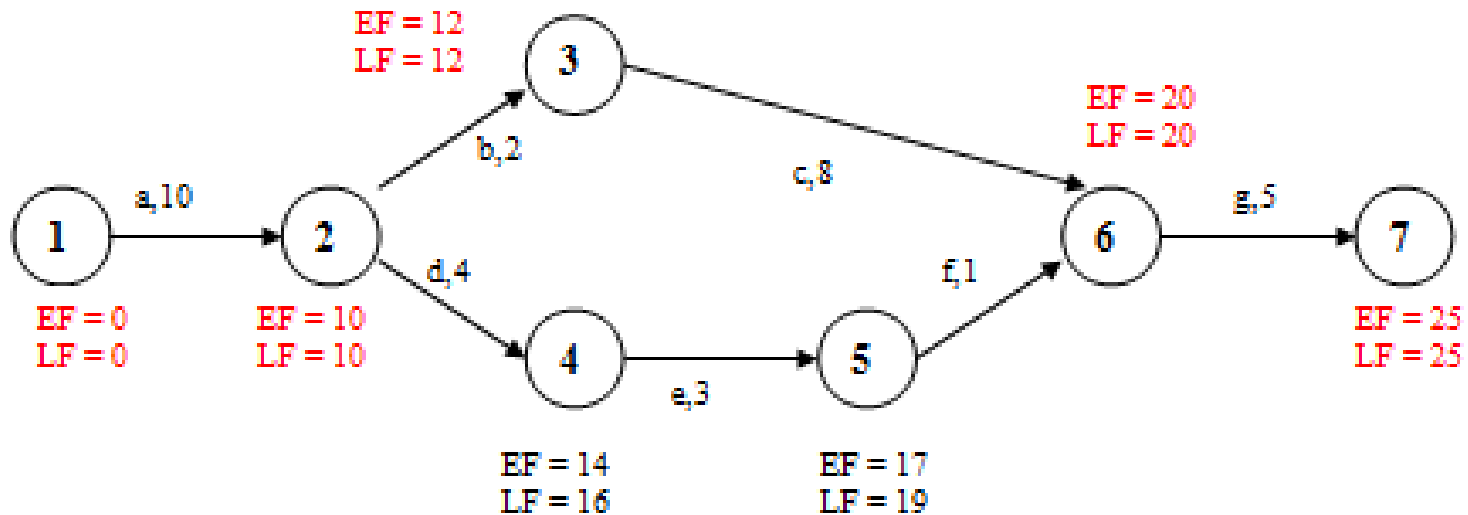
Jawab :

A. Jika diselesaikan dengan algoritma EF dan LF

- Langkah pertama adalah menggambarkan serangkaian pekerjaan tersebut, sesuai dengan urutan waktu pekerjaan yang ada dalam tabel.



- Langkah kedua adalah mencari nilai Earliest Finish Time (EF) → dari depan ke belakang, dan nilai Latest Finish Time (LF) → dari belakang ke depan, dari setiap kejadian (lingkaran), dengan hasil seperti gambar berikut :



Dari gambar di atas dapat disimpulkan bahwa :

- Jalur kritis dari rangkaian kegiatan di atas adalah jalur 1, 2, 3, 6, dan 7, atau jalur yang memiliki nilai EF dan LF yang sama
- Dengan jalur kritis tersebut, paling cepat, rangkaian pekerjaan penggantian mesin tersebut baru akan selesai pada hari ke-25
- Untuk kejadian 6, meskipun jalur bawah (1, 2, 4, 5, dan 6) sudah selesai pada hari ke 18, namun pekerjaan g tidak dapat dilakukan karena untuk melakukannya menunggu pekerjaan c selesai lebih dahulu, dan pekerjaan c baru akan selesai pada hari ke-20. Karena itu pekerjaan g baru dapat dimulai setelah hari ke-20.

B. Jika diselesaikan dengan metode matriks

- Secara garis besar, apabila masalah jaringan di atas dikerjakan dengan menggunakan metode matrik, maka penyelesaiannya dapat menggunakan matrik berikut ini.

EF	Dari	Ke	2	3	4	5	6	7	
0	1	10							
10	2		2	4					
12	3						8		
14	4					3			
17	5						1		
20	6							5	
25	7								
			1	2	3	4	5	6	7
LF		0	10	12	16	19	20	25	

- Sebagaimana dalam metode algoritma, maka nilai-nilai EF dicari dari depan ke belakang, sedangkan nilai-nilai LF dicari dari belakang ke depan. Dengan cara ini, diperoleh hasil seperti dalam tabel di atas.

EF	Dari Ke	2	3	4	5	6	7
0	1	10					
10	2		2	4			
12	3					8	
14	4				3		
17	5					1	
20	6						5
25	7						

	1	2	3	4	5	6	7
LF	0	10	12	16	19	20	25

- Dari tabel tersebut dapat disimpulkan bahwa keseluruhan rangkaian pekerjaan akan selesai pada hari ke-25, dengan jalur kritisnya 1, 2, 3, 6, dan 7, karena memiliki nilai EF dan LF yang sama.
- Untuk dapat menyelesaikan rangkaian pekerjaan penggantian mesin itu, lebih cepat dari 25 hari, maka yang harus dilakukan adalah dengan mempercepat waktu kegiatan yang ada dalam jalur kritis. Bila ini tidak dilakukan, maka percepatan pada jalur lain tidak akan berpengaruh (sia-sia) pada waktu penyelesaian, atau akan tetap membutuhkan 25 hari.
- Namun demikian, percepatan pekerjaan pada jalur kritis akan membawa konsekuensi pada munculnya biaya percepatan pekerjaan. Untuk mendapatkan gambaran mengenai percepatan pekerjaan ini, akan dibahas dengan metode CPM yang akan diberikan pada mata kuliah Manajemen Operasional, semester berikutnya

Contoh 2

(Berkaitan Dng Waktu Kegiatan)

Waktu Kegiatan : Waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan suatu kegiatan. Dalam PERT digunakan expected time, yang merupakan kombinasi dari ketiga waktu sebagai berikut :

- **Waktu optimistik (a)** : adalah waktu kegiatan apabila semua berjalan dengan lancar tanpa hambatan atau penundaan-penundaan
- **Waktu realistik (m)** : waktu kegiatan yang akan terjadi apabila suatu kegiatan berjalan dengan normal, dengan hambatan atau penundaan yang wajar dan dapat diterima
- **Waktu pesimistik (b)** : Waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan suatu pekerjaan, apabila terjadi hambatan atau penundaan yang melebihi semestinya.

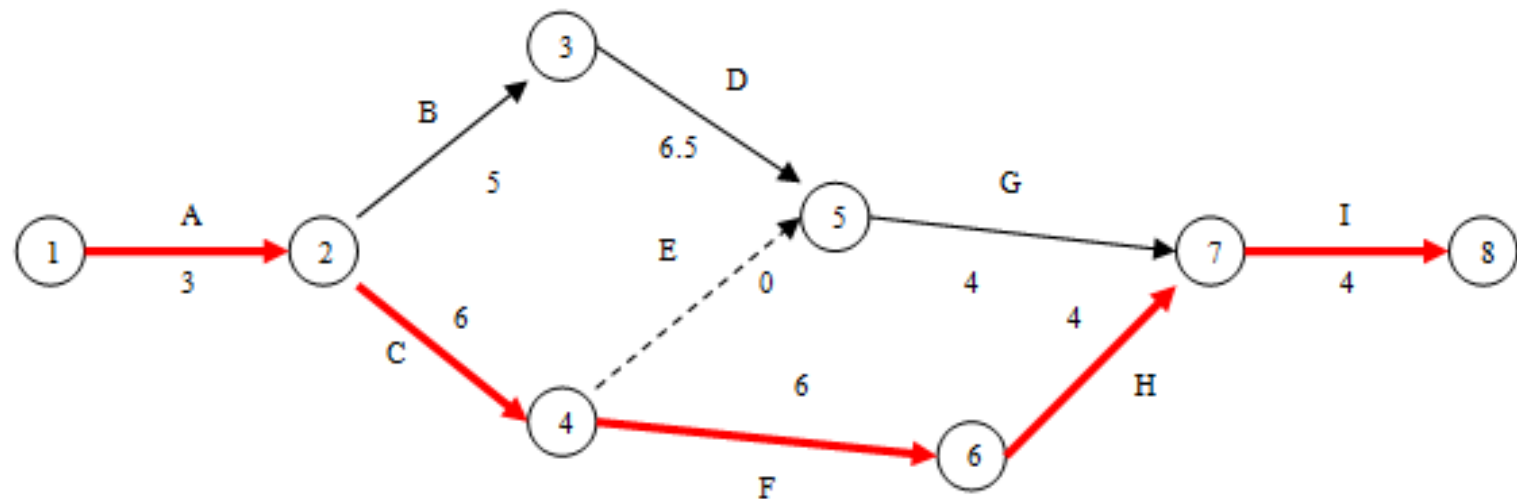
Dari ketiga waktu tersebut, waktu yang digunakan adalah waktu yang diharapkan atau expected time, yang diperoleh dari rumusan :

$$\text{Expected Time (ET)} = \frac{A + 4(m) + b}{6}$$

Kegiatan	Kegiatan yg mendahului	Peristiwa		Waktu optimistik (a)	Waktu realistik (m)	Waktu psmistik (b)	Waktu yang diharapkan (ET)
		Mulai	Akhir				
A	-	1	2	1	3	5	3
B	A	2	3	3	4	11	5
C	A	2	4	2	6	10	6
D	B	3	5	2	6	13	6.5
E	C	4	5	-	-	-	-
F	C	4	6	3	6	9	6
G	D, E	5	7	2	4	6	4
h	F	6	7	1	4	7	4
I	G, H	7	8	2	3	10	4
E* = Kegiatan Dummy (Semu)							

- Kolom ET (terakhir) nilainya dicari dengan formulasi di atas. Waktu dalam hari.
- Dari tabel di atas, bagaimanakah penjadwalan yang harus dilakukan agar diperoleh waktu penyelesaian yang optimal, dan bagaimana probabilitas penyelesaian keseluruhan pekerjaan tersebut ?

Langkah 1, menggambarkan keseluruhan pekerjaan menurut urutan pekerjaan, seperti gambar berikut ini :

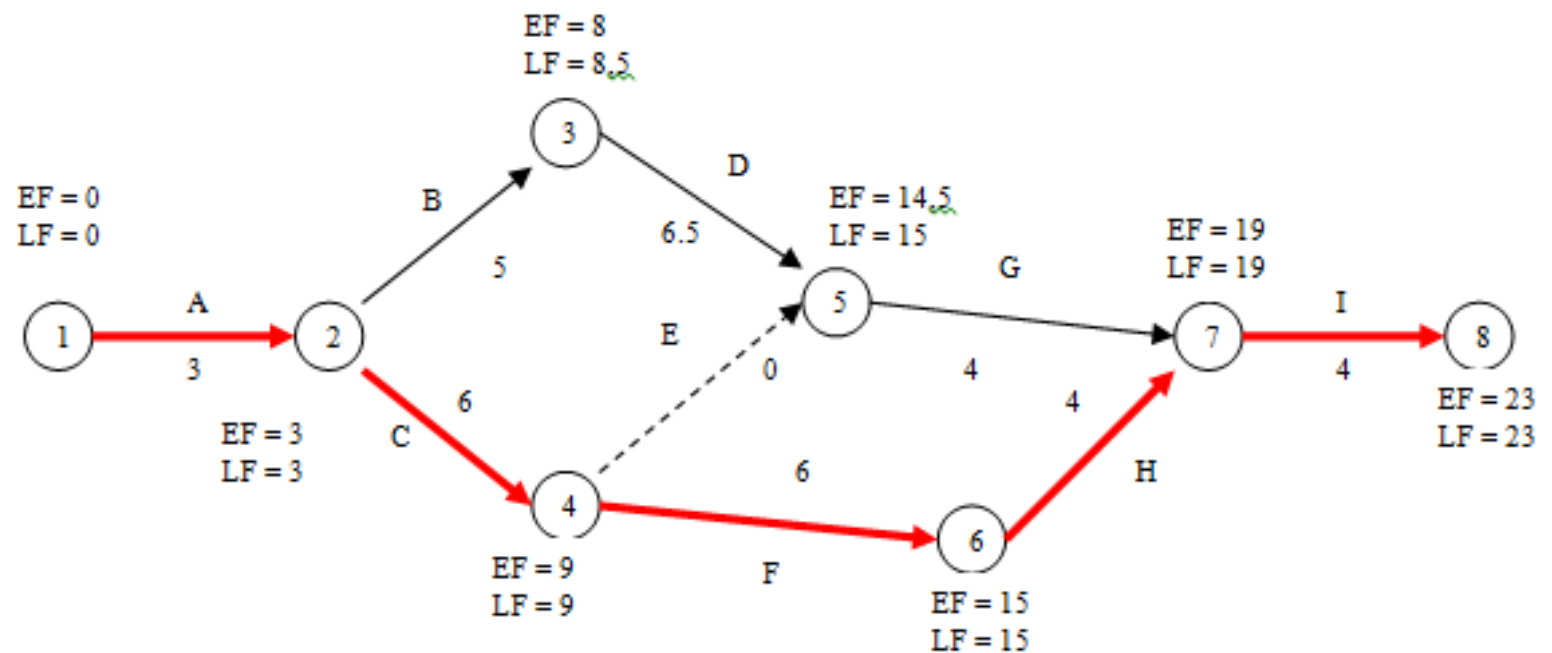


Langkah 2 : Menentukan jalur kritis. Dari gambar di atas, jalur kritisnya adalah kegiatan-kegiatan A, C, F, H, dan I atau pada peristiwa 1, 2, 4, 6, 7, dan 8, dengan waktu terpanjang sebesar $3+6+6+4+4 = 23$ hari.

Jalur lain bukan merupakan jalur kritis, karena waktu yang diperlukan lebih kecil dari 23 hari.

Jalur kritis dapat juga dicari dengan bantuan algoritma EF (Earliest Finish Time) dan LF (Latest Finish Time), khususnya untuk proyek-proyek yang semakin kompleks atau rumit.

Dengan algoritma EF dan LF, hasilnya adalah :



Jalur kritis dapat ditentukan atau diketahui dengan melihat mana algoritma EF dan LF-nya yang memiliki nilai yang sama, dan dari gambar di atas, jalur 1, 2, 4, 6, 7, dan 8 lah yang memiliki nilai yang sama

Probabilitas selesainya keseluruhan pekerjaan dalam contoh di atas dalam waktu 23 hari adalah 50 %. Namun demikian biasanya perusahaan menjadwalkan selesainya lebih dari 23 hari, misal 25 hari (mengapa..?). Dengan jadwal 25 hari tersebut, kita dapat mengetahui kemungkinan/probabilitas pekerjaan tersebut akan benar selesai dalam 25 hari, yakni dengan menggunakan bantuan rumusan variasi standar normal (Z) berikut ini:

$$Z = \frac{T_D - T_E}{\sigma T_E}$$

Di mana :

T_D = Waktu penyelesaian yang dijadwalkan atau ditargetkan

T_E = Waktu penyelesaian yang diharapkan untuk keseluruhan proyek

σT_E = Deviasi standar untuk T_E

Nilai σT_E ini diperoleh dengan menjumlahkan seluruh variance dari masing-masing kegiatan pada jalur kritisnya. Secara matematis σT_E dicari dengan cara :

$$\sigma T_E = \sqrt{\sum \left(\frac{b - a}{6} \right)^2} \rightarrow \text{pada semua kegiatan jalur kritis}$$

$$\text{Untuk kegiatan A} = \left(\frac{5 - 1}{6} \right)^2 = 0,44$$

$$\text{Untuk kegiatan C} = \left(\frac{10 - 2}{6} \right)^2 = 1,78$$

$$\text{Untuk kegiatan F} = \left(\frac{9 - 3}{6} \right)^2 = 1$$

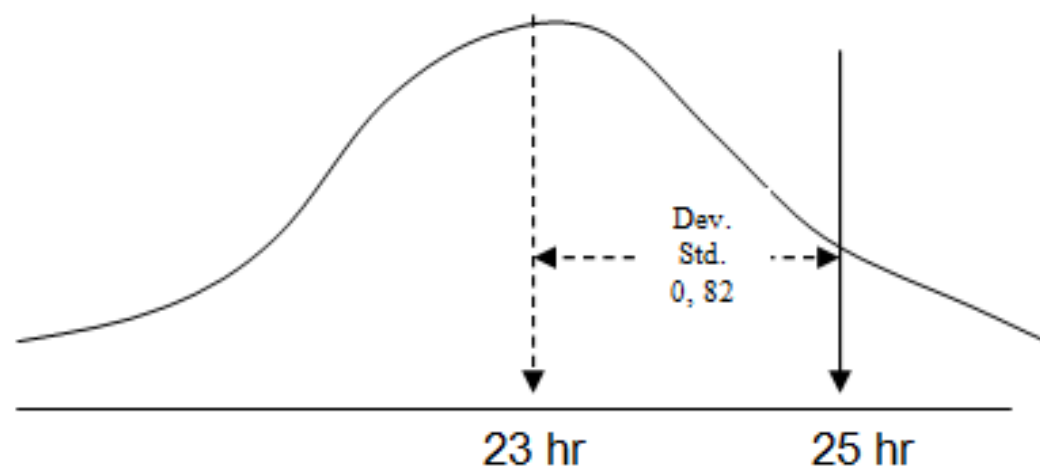
$$\text{Untuk kegiatan H} = \left(\frac{7 - 1}{6} \right)^2 = 1$$

$$\text{Untuk kegiatan I} = \left(\frac{10 - 2}{6} \right)^2 = 1,78$$

Lima kegiatan jalur kritis

$$\text{Sehingga nilai } \sigma T_E = \sqrt{0,44 + 1,78 + 1 + 1 + 1,78} = \sqrt{6} = 2,45$$

$$Z = \frac{T_D - T_E}{\sigma T_E} = \frac{25 - 23}{2,45} \approx 0,82$$



Nilai 0,82 ini apabila dilihat pada tabel kurva normal akan memiliki nilai 0,2939, sehingga besarnya kemungkinan proyek secara keseluruhan akan selesai dalam 25 hari adalah sebesar $0,50 + 0,2939 = 0,7939$ atau sekitar 79,39 %.

Pertemuan 3 dan 4

RISET OPERASI 2

Disarikan dari :

Pangestu Subagyo, dkk. Dan Berbagai Sumber
yang Relevan

Inti pengambilan keputusan:

❖ berarti memilih alternatif, yg jelas harus alternatif yg terbaik (*the best alternative*)

Contoh pengambilan keputusan tentang:

- ❖ Jenis usaha
- ❖ Lokasi usaha
- ❖ Pendanaan
- ❖ Investasi, dll

UNSUR- UNSUR PENGAMBILAN KEPUTUSAN

1. Tujuan dan pengambilan keputusan
2. Identifikasi alternatif-alternatif,
keputusan untuk pemecahan masalah
3. Perhitungan mengenai faktor-faktor
yang tidak dapat diketahui,
4. Sarana atau alat untuk mengevaluasi
atau mengukur hasil

Dasar Pengambilan Keputusan

George R. Terry, menjelaskan dasar-dasar dari pengambilan keputusan yang berlaku,

1. *Intuisi*
2. *Pengalaman*
3. *Fakta*
4. *Wewenang*
5. *Rasional*

Tipe Keputusan

- Keputusan yang terprogram; keputusan yang terstruktur, yang muncul berulang-ulang
- Keputusan yang tidak terprogram ; muncul karena ada masalah yang luar biasa, tidak ada pedoman yang cukup rinci

Decision-Making Conditions

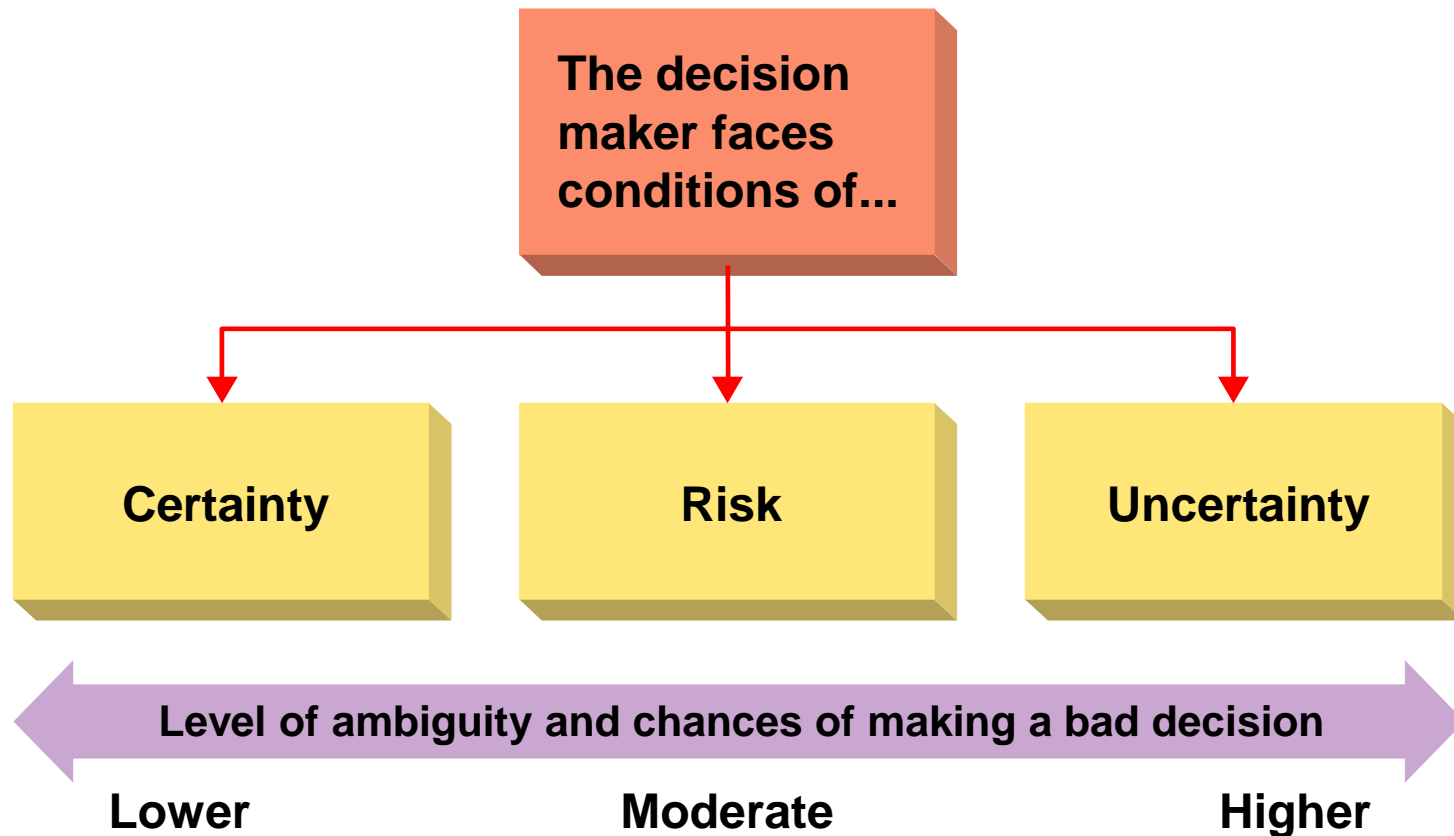
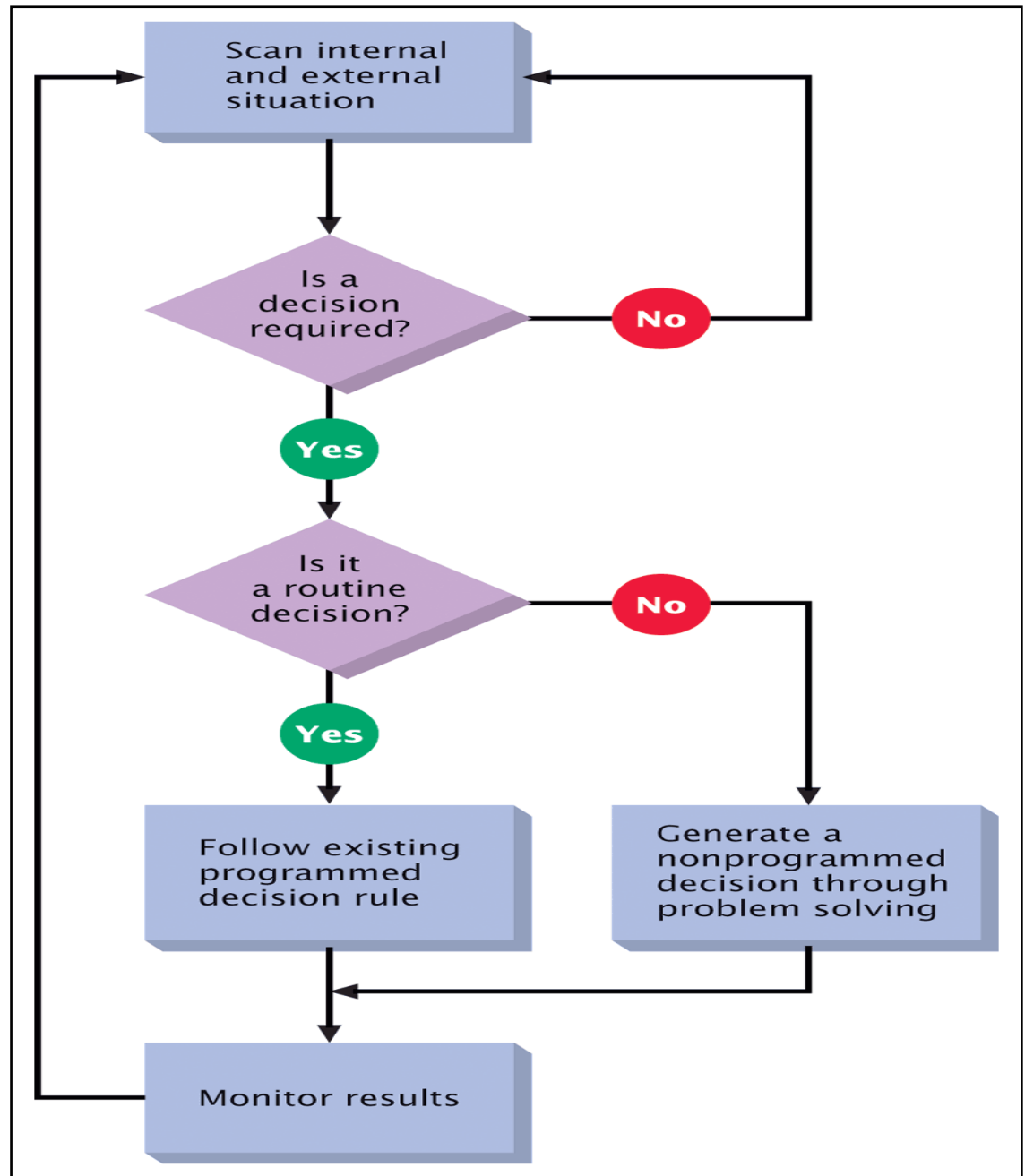


Figure 6.3
A General-
Decision
Making Model



Proses Pengambilan Keputusan

- Identifikasi masalah (Produk, Lokasi, Pendanaan, Pemasaran, dll)
- Analisis lingkungan yang relevan
- Mengembangkan alternatif keputusan
- Memilih alternatif yang terbaik
- Melakukan implementasi
- Memonitor keputusan

Kondisi Dalam Pengambilan Keputusan

➤ *Certainty:*

Jika semua informasi yg diperlukan untuk membuat keputusan diketahui secara sempurna & tdk berubah

➤ *Risk:*

Jika informasi sempurna tidak tersedia, tetapi seluruh peristiwa yg akan terjadi beserta probabilitasnya diketahui

➤ *Uncertainty:*

Jika seluruh informasi yg mungkin terjadi diketahui, tetapi tanpa mengetahui probabilitasnya masing-masing

Beberapa teknik yg digunakan dlm pengambilan keputusan:

Situasi keputusan	Pemecahan	Teknik
Ada kepastian (<i>Certainty</i>)	Deterministik	<ul style="list-style-type: none">- Linear Programming- Model Transportasi- Model Penugasan- Model Inventori- Model Antrian- Model “<i>network</i>”
Ada risiko (<i>Risk</i>)	Probabilistik	<ul style="list-style-type: none">- Model keputusan probabilistik- Model Inventori probabilistik- Model Antrian probabilistik
Tdk ada kepastian (<i>Uncertainty</i>)	Tak diketahui	Analisis keputusan dlm keadaan ketidakpastian
Ada konflik (<i>Conflict</i>)	Tergantung tindakan lawan	Teori permainan (<i>game theory</i>)

Perbedaan Pengambilan Keputusan Dengan Risiko dan Dalam Ketidakpastian

Keuntungan	Probabilitas
Rp 1 juta	0.30
Rp 2.5 juta	0.15
Rp 2 juta	0.35
Rp 5 juta	0.20

Keuntungan
Rp 1 juta
Rp 2.5 juta
Rp 2 juta
Rp 5 juta

→ *Kondisi dengan Ketidakpastian*

Konsep Dasar

(Pengambilan Keputusan Dengan Risiko)

- 1. Keadaan dasar :** Sekumpulan peristiwa atau kejadian acak yang dapat mempengaruhi hasil sebuah keputusan
- 2. Probabilitas :** kemungkinan berkaitan dengan keadaan dasar
- 3. Keputusan :** sejumlah tindakan yang mungkin diambil/dipilih oleh pengambil keputusan
- 4. Payoff :** Sekumpulan manfaat/biaya yang mungkin dihasilkan dari suatu kombinasi keputusan dan keadaan dasar yang acak

Contoh Soal

- Sebuah toko buku perlu menyiapkan sejumlah buku pelajaran sebelum awal tahun ajaran dimulai. Harga pokok buku Rp 4.000,- dan dijual dengan harga Rp 8.000,-.
- Pengalaman menunjukkan bahwa kl semester sudah dimulai, buku2 tersebut menjadi sulit dijual.
- Di saat dibutuhkan, bila sampai buku habis, akan ada kerugian Rp 4.000,-/unit, dan karenanya harus membuat pesanan khusus dengan harga khusus sama dengan harga jualnya.
- Meskipun tambahan biaya Rp 4.000 cukup tinggi, namun pesanan khusus tetap harus dilakukan untuk menjaga nama baik toko dan loyalitas konsuen
- Kasus yang harus dipecahkan, adalah : dengan kondisi tersebut bagaimana tingkat pengadaan yang harus dipilih agar keuntungan bisas tetap optimal.
- Berdasar pengalaman, pilihannya adalah :

Keadaan Dasar (xi) Permintaan (uni)	Probabilitas P(xi)
X1 = 1.200	0.05
X2 = 1.320	0.15
X3 = 1.440	0.30
X4 = 1.560	0.35
X5 = 1.680	0.15
	1.00

Payoff Keuntungan Dari Berbagai Kombinasi keputusan yg berbeda

Keadaan Dasar (xi)	Probabilitas	Keputusan (Unit yang dibeli)				
		d1 = 1.200	d2 = 1.320	d3 = 1.440	d4 = 1.560	d5 = 1.680
X1 = 1.200	0.05	4.800	4.320	3.840	3.360	2.880
X2 = 1.320	0.15	4.320	5.280	4.800	4.320	3.840
X3 = 1.440	0.30	3.840	4.800	5.760	5.280	4.800
X4 = 1.560	0.35	3.360	4.320	5.280	6.240	5.260
X5 = 1.680	0.15	2.880	3.840	4.800	5.760	6.720

Baris 1

$$\begin{aligned}
 F(x_1=1.200; d_1=1.200) &= (\text{Laba/unit} \times \text{buku terjual}) - (\text{Biaya} \times \text{kelebihan buku}) \\
 &= \text{Rp } 4.000 \times 1.200 - 0 \\
 &= \text{Rp } 4.800,-
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F(x_1=1.200; d_2=1.320) &= \text{Rp } 4.000 \times 1.200 - (\text{Rp } 4.000 \times 120 \text{ buku}) \\
 &= \text{Rp } 4.800 - \text{Rp } 480 \\
 &= \text{Rp } 4.320,-
 \end{aligned}$$

Baris 2

$$\begin{aligned}
 F(x_2=1.320; d_1=1.200) &= (\text{Laba/unit} \times \text{buku terjual}) - (\text{Biaya} \times \text{kekurangan buku}) \\
 &= \text{Rp } 4.000 \times 1.200 - (\text{Rp } 4.000 \times \text{kurang } 120 \text{ buku}) \\
 &= \text{Rp } 4.320,-
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F(x_2=1.320; d_2=1.320) &= \text{Rp } 4.000 \times 1.320 - 0 \\
 &= \text{Rp } 5.280
 \end{aligned}$$

Keadaan Dasar (xi)	Probabilitas	Keputusan (Unit yang dibeli)				
		d1 = 1.200	d2 = 1.320	d3 = 1.440	d4 = 1.560	d5 = 1.680
X1 = 1.200	0.05	4.800	4.320	3.840	3.360	2.880
X2 = 1.320	0.15	4.320	5.280	4.800	4.320	3.840
X3 = 1.440	0.30	3.840	4.800	5.760	5.280	4.800
X4 = 1.560	0.35	3.360	4.320	5.280	6.240	5.260
X5 = 1.680	0.15	2.880	3.840	4.800	5.760	6.720


Nilai laba yang terletak dalam sel diagonal tabel di atas menunjukkan pilihan keputusan-keputusan terbaik, bila keadaan dasar (permintaan) diketahui sebelum keputusan diambil. Namun faktanya, keadaan dasar tersebut sifatnya acak dan tidak menentu, sehingga diperlukan cara, strategi khusus untuk mendapatkan laba yang optimal.¹


Kriteria Keputusan

(Dalam kondisi keadaan dasar bersifat acak)

1. **Kriteria Maximax**, dimana keputusan yang memiliki payoff paling tinggi (bisa maksimalisasi, bisa minimalisasi, tergantung kasus), tanpa mempedulikan keadaan dasarnya ($f(x_i, d_i)$ maksimum) yang seharusnya dipilih. → *Kriteria ini mengabaikan kemungkinan payoff lainnya, shg tdk valid*

Keadaan Dasar (x_i)	Probabilitas	Keputusan (Unit yang dibeli)				
		$d1 = 1.200$	$d2 = 1.320$	$d3 = 1.440$	$d4 = 1.560$	$d5 = 1.680$
$X1 = 1.200$	0.05	4.800	4.320	3.840	3.360	2.880
$X2 = 1.320$	0.15	4.320	5.280	4.800	4.320	3.840
$X3 = 1.440$	0.30	3.840	4.800	5.760	5.280	4.800
$X4 = 1.560$	0.35	3.360	4.320	5.280	6.240	5.260
$X5 = 1.680$	0.15	2.880	3.840	4.800	5.760	6.720

 Minimalisasi

 Maximalisasi

2. Kriteria Maximin, memilih keputusan yang memaksimumkan dari payoff yang minimum. Dari contoh yang ada, keputusan d2 dan d3 yang memiliki kriteria ini. → *Kriteria ini sangat pesimistik, karena meskipun laba tdk akan pernah kurang dari 3.840, namun kemungkinan akan bisa laba di atas ini diabaikan.*

Keadaan Dasar (xi)	Probabilitas	Keputusan (Unit yang dibeli)				
		d1 = 1.200	d2 = 1.320	d3 = 1.440	d4 = 1.560	d5 = 1.680
X1 = 1.200	0.05	4.800	4.320	3.840	3.360	2.880
X2 = 1.320	0.15	4.320	5.280	4.800	4.320	3.840
X3 = 1.440	0.30	3.840	4.800	5.760	5.280	4.800
X4 = 1.560	0.35	3.360	4.320	5.280	6.240	5.260
X5 = 1.680	0.15	2.880	3.840	4.800	5.760	6.720

3. Kriteria Kemungkinan Maksimum, memilih keputusan optimal dari keadaan dasar yang paling sering terjadi/modus. Dalam kriteria ini pilihan d4 menjadi keputusan yang paling sering terjadi (probabilitasnya 0,35). → *Kalau 0,35 paling sering terjadi, tetap saja ada kemungkinan 65% tidak akan terjadi.*

Keadaan Dasar (xi)	Probabilitas	Keputusan (Unit yang dibeli)				
		d1 = 1.200	d2 = 1.320	d3 = 1.440	d4 = 1.560	d5 = 1.680
X1 = 1.200	0.05	4.800	4.320	3.840	3.360	2.880
X2 = 1.320	0.15	4.320	5.280	4.800	4.320	3.840
X3 = 1.440	0.30	3.840	4.800	5.760	5.280	4.800
X4 = 1.560	0.35	3.360	4.320	5.280	6.240	5.260
X5 = 1.680	0.15	2.880	3.840	4.800	5.760	6.720

4. Kriteria Laplace, dalam kondisi data dan informasi tidak ada yang kuat (tidak dapat diestimasi secara objektif maupun subjektif), maka setiap keadaan dasar memiliki probabilitas yg sama, sehingga keputusan yang terbaik diambil dari keputusan yang memiliki rata2 tertinggi (kl payoffnya laba) → *Faktanya keadaan dasar biasanya masih bisa diestimasi meski secara subjektif.*

Keadaan Dasar (xi)	Probabilitas	Keputusan (Unit yang dibeli)				
		d1 = 1.200	d2 = 1.320	d3 = 1.440	d4 = 1.560	d5 = 1.680
X1 = 1.200	0.05	4.800	4.320	3.840	3.360	2.880
X2 = 1.320	0.15	4.320	5.280	4.800	4.320	3.840
X3 = 1.440	0.30	3.840	4.800	5.760	5.280	4.800
X4 = 1.560	0.35	3.360	4.320	5.280	6.240	5.260
X5 = 1.680	0.15	2.880	3.840	4.800	5.760	6.720
Rata2		3.840	4.512	4.896	4.992	4.800

Keputusan Nilai Yang Diharapkan

(Untuk memilih keputusan dengan payoff (keuntungan) yang maksimal atau biaya yang minimal)

$$EP_j = \sum_{i=1}^n P(x_i)f(x_i, d_j)$$

i = keadaan dasar yg berbeda

j = suatu keputusan tertentu (d_j)

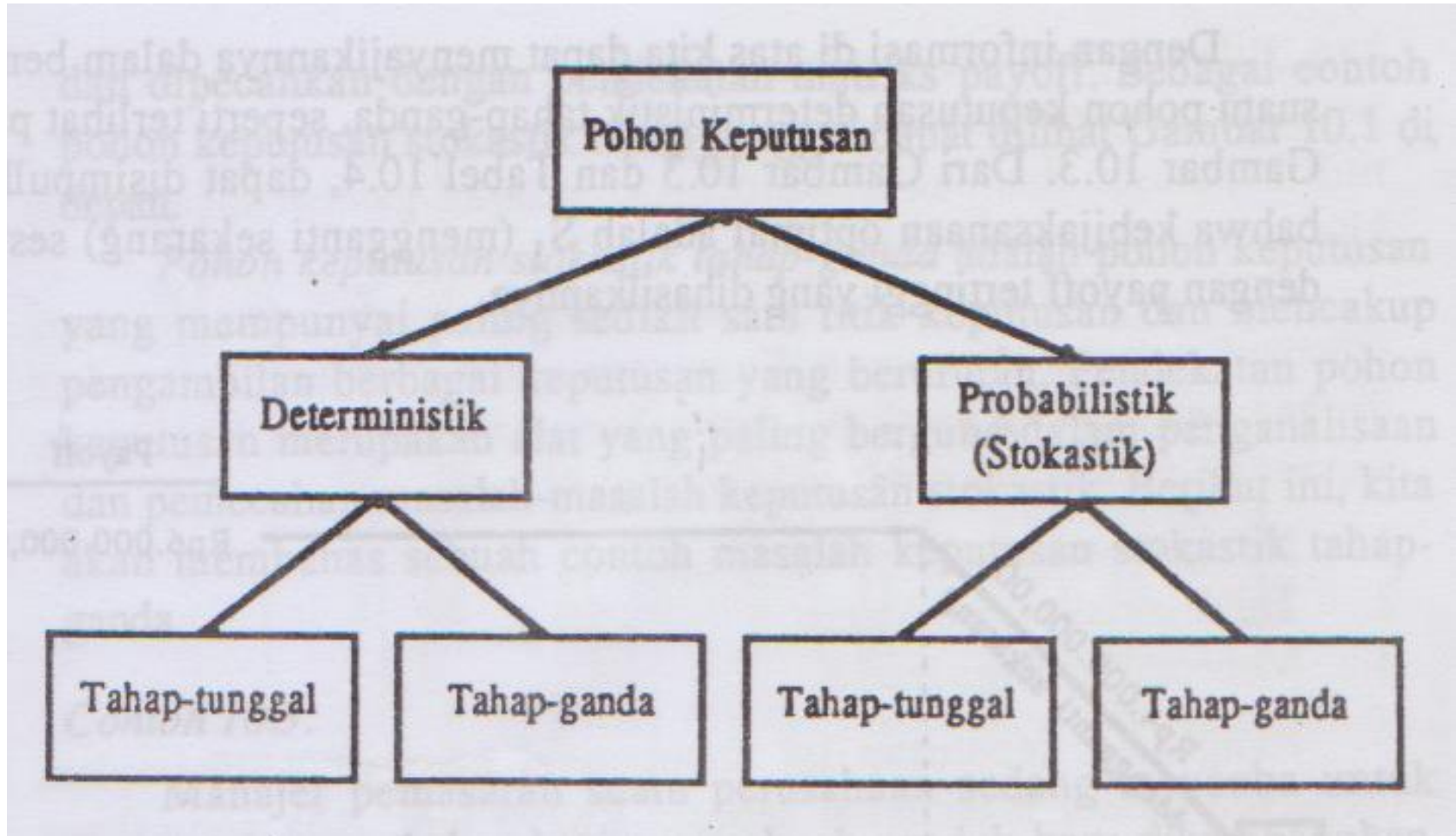
Kriteria	Keputusan
Maximax	d5
Maximin	d2 dan d3
Kemung. Max	d4
Laplace	d4

Keadaan Dasar (x _i)	Proabilitas	KEPUTUSAN									
		d1 = 1.200		d2 = 1.320		d3 = 1.440		d4 = 1.560		d5 = 1.680	
		F(x _i , d1)	P(x _i)	F(x _i , d2)	P(x _i)	F(x _i , d3)	P(x _i)	F(x _i , d4)	P(x _i)	F(x _i , d5)	P(x _i)
X1 = 1.200	0.05	4.800	240	4.320	216	3.840	192	3.360	168	2.880	144
X2 = 1.320	0.15	4.320	648	5.280	792	4.800	720	4.320	648	3.840	576
X3 = 1.440	0.30	3.840	1.344	4.800	1.680	5.760	2.016	5.280	1.848	4.800	1.680
X4 = 1.560	0.35	3.360	1.008	4.320	1.296	5.280	1.580	6.240	1.872	5.260	1.728
X5 = 1.680	0.15	2.880	432	3.840	576	4.800	720	5.760	864	6.720	1.008
		EP1= 3.672		EP2= 4.560		EP3= 5.232		EP4= 5.400		EP5= 5.136	

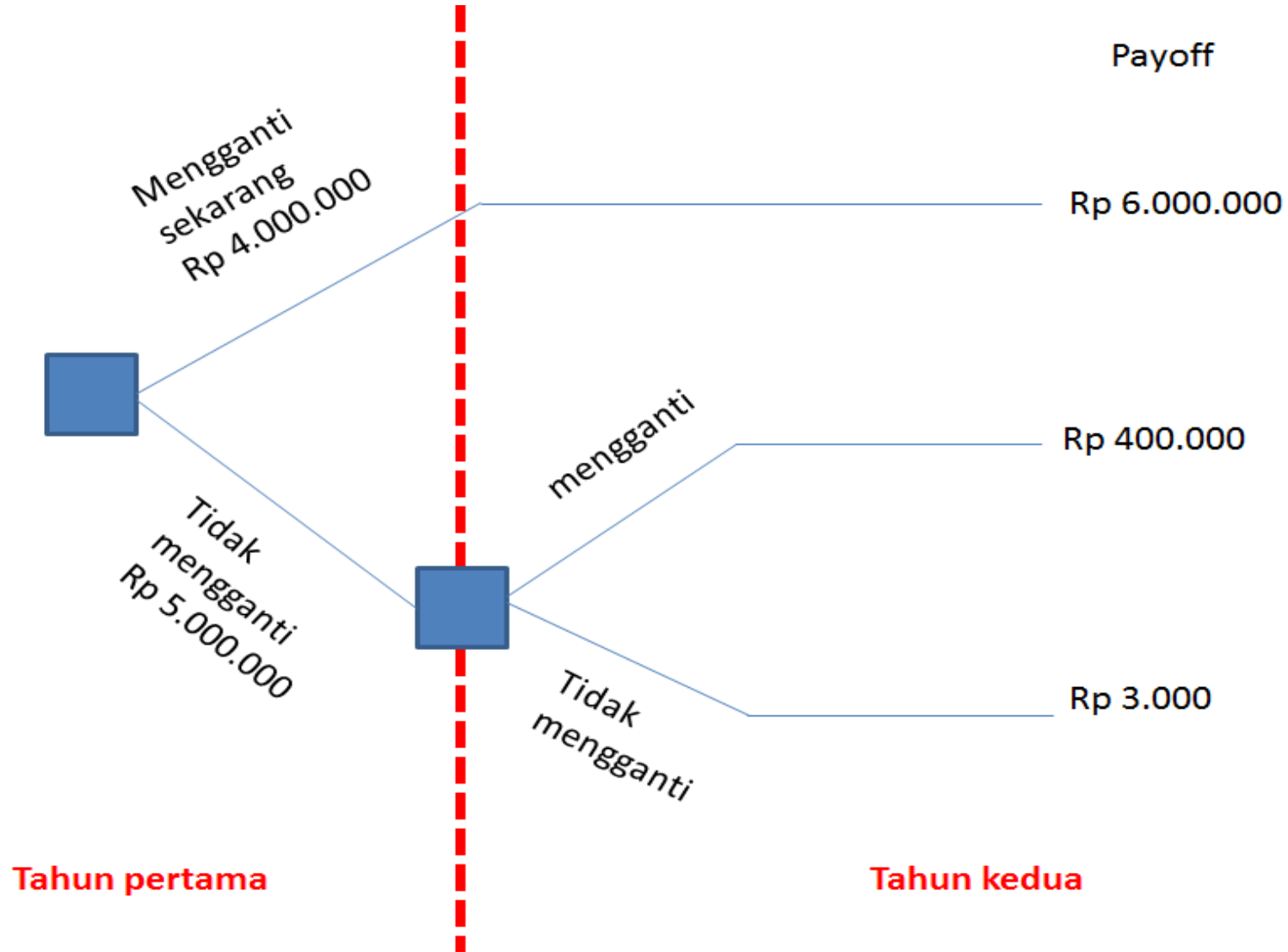


Optimal/Maksimal

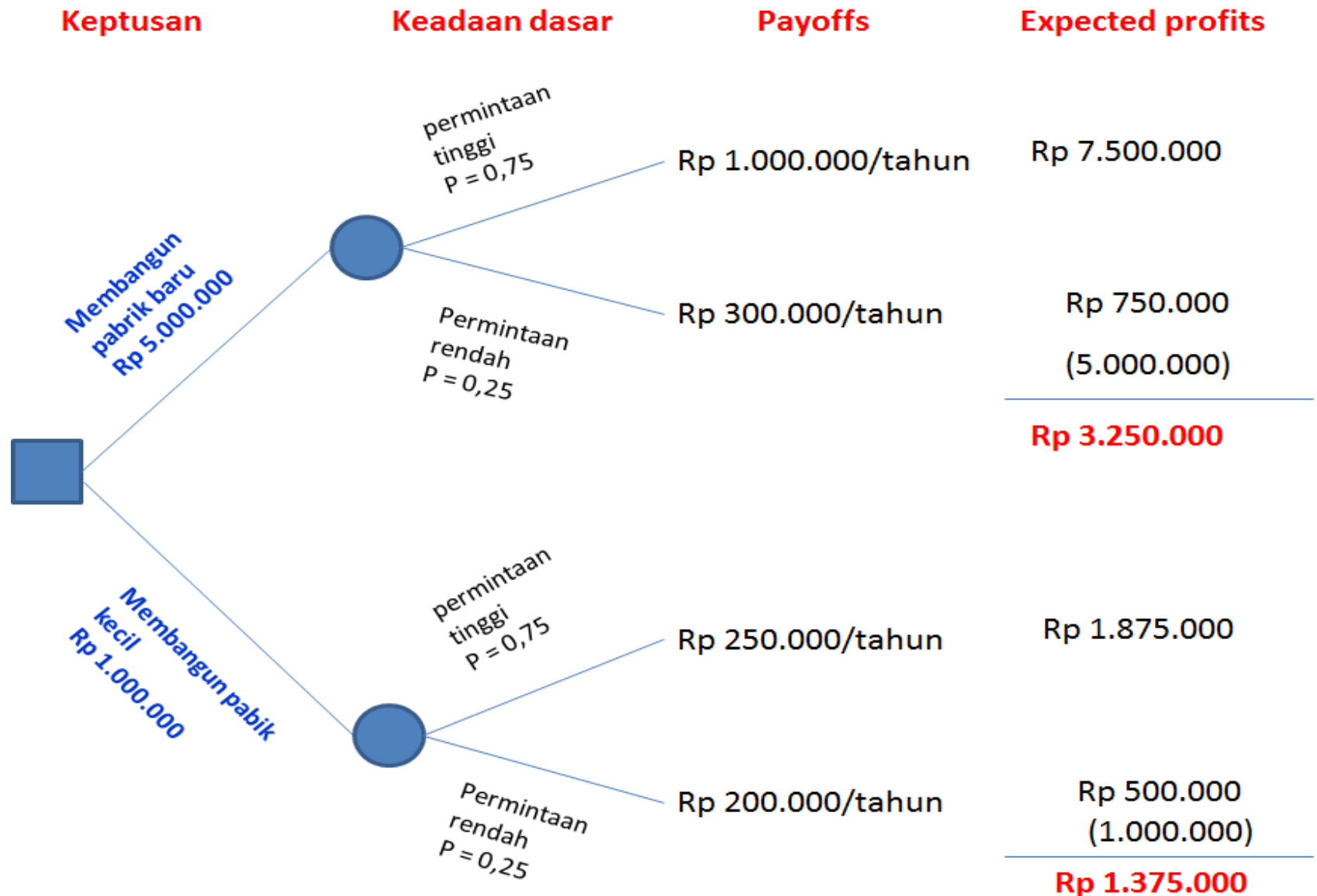
POHON KEPUTUSAN



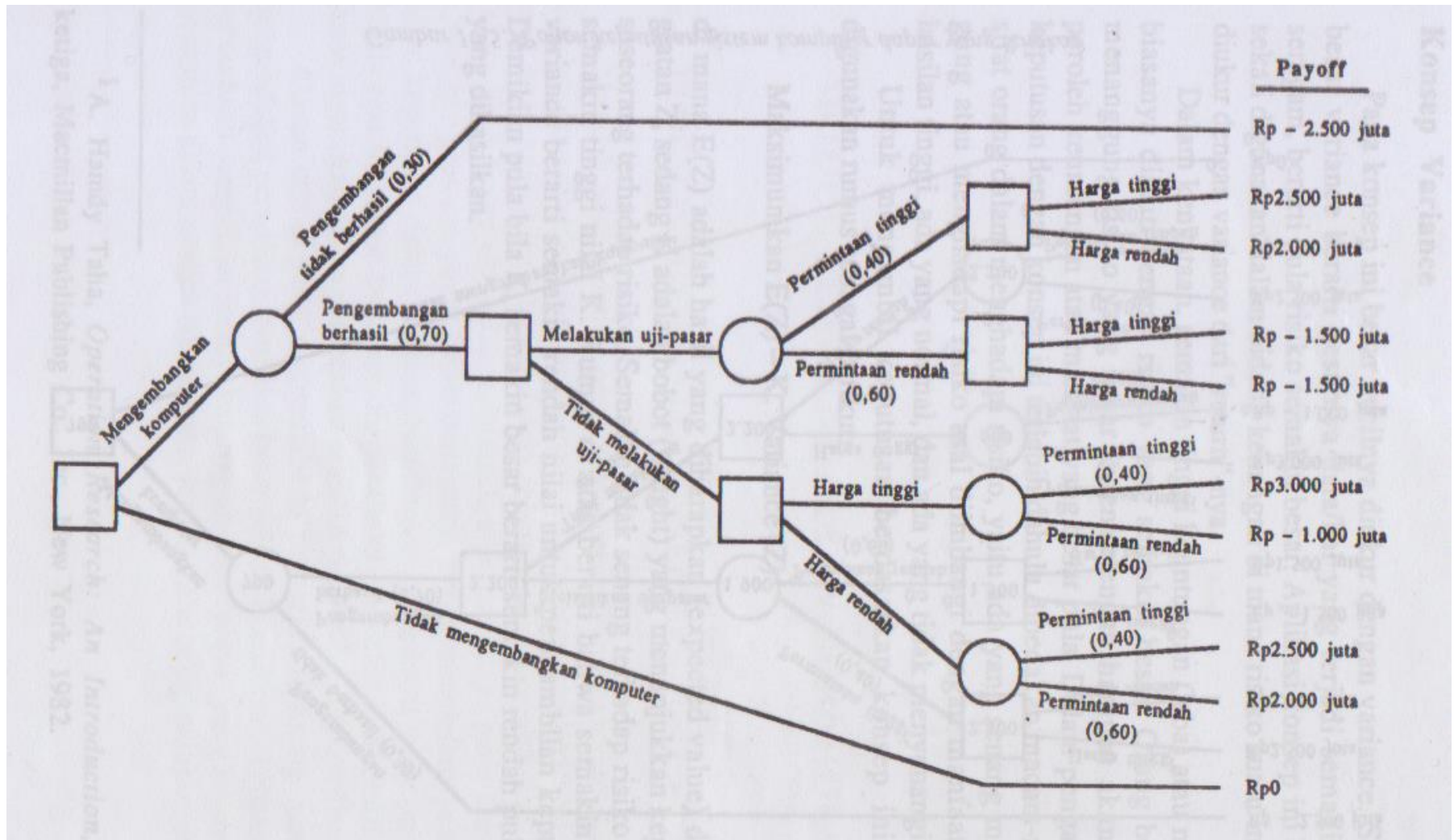
Pohon Keputusan Deterministik



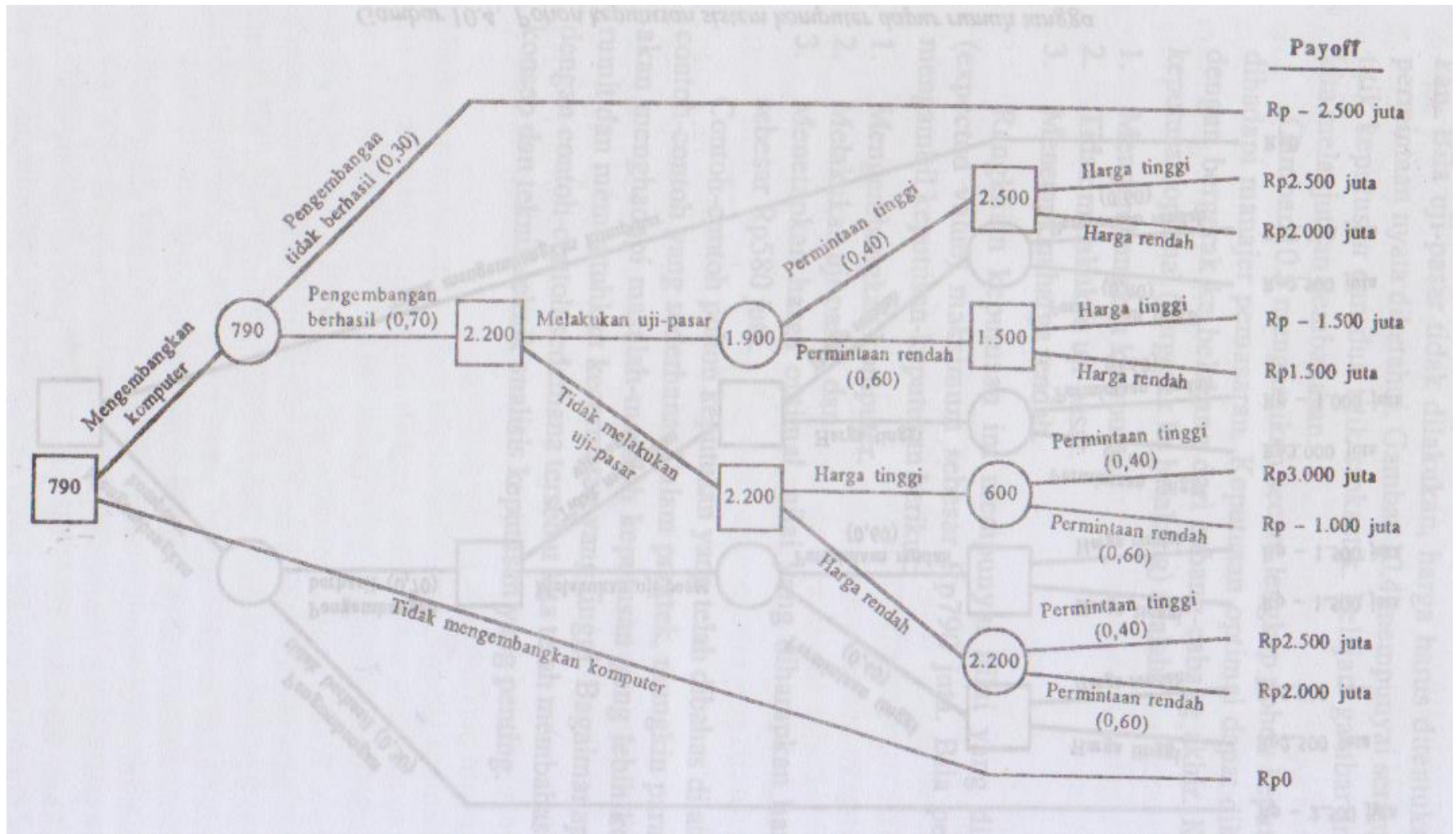
Pohon Keputusan Probalistik, Tahap Tunggal



Pohon Keputusan Probalistik, Tahap Ganda



Pohon Keputusan Probalistik, Tahap Ganda



Faktor Penghalang Pengambilan Keputusan yang Efektif

- Relaxed Avoidance : tidak bersedia bertindak karena tahu konsekuensi tidak terlalu besar.
- Relaxed Change : baru bertindak setelah memahami konsekuensinya cukup serius. Memilih alternatif yang pertama kali ditemukan, belum optimal
- Defensive Avoidance : membiarkan orang lain mengerjakan keputusan dengan menanggung konsekuensi keputusan tersebut. Memilih alternatif yang paling aman.
- Panic : mengambil keputusan yang tidak rasional atau tidak realistis.

Four Constraints to Rational Decision Making



Limited
Resources



Information
Overload



Memory
Problems



Expertise
Problems

RO 2_Pertemuan 5 dan 6

TEORI ANTRIAN

Disarikan dari :

Pangestu Subagyo, dkk., Rosihan Asmara, Dan
Berbagai Sumber yang Relevan

Latar Belakang

- Sebagian besar operasional usaha berjalan dengan sumber daya yang terbatas → salah satunya menimbulkan antrian
- Masalah yang timbul karena Antrian:
 - Pemborosan
 - Ketidaknyamana
 - Munculnya biaya (Biaya langsung dan Biaya tidak langsung)
- Biaya langsung : biaya yang muncul karena harus menyediakan fasilitas pelayanan
- Biaya tidak langsung : Biaya yang timbul karena orang harus mengantri/menunggu untuk dilayani
- Dikenalkan oleh A.K. Erlang Tahun 1909 – 1910.

Contoh Antrian

Masukan	Sistem	Garis tunggu atau antrian	Fasilitas	Keluaran *
Pesawat datang	Lapangan terbang	Pesawat menunggu di landasan	Landasan pacu	Pesawat terbang
Nasabah datang	Bank	Nasabah (orang)	Kasir	Nasabah pulang
Mobil datang	Pencucian Mobil	Mobil	Tempat pencucian mobil	Mobil pergi
Barang datang	Bongkar muat barang	Kapat dan truk	Fasilitas bongkar muat	Barang terbongkar
Perintah	Sistem komputer	Program komputer	CPU, Printer, dll	Hasil
Orang sakit	Bantuan pengobatan darurat	Orang	Ambulance	Tertangani
Pengunjung dtg	Perpustakaan	Anggota perpustakaan	Pegawai perpustakaan	Pengunjung pergi
Mhs datang	Registrasi mahasiswa	Mahasiswa	Pusat registrasi	Mhs pergi
Kasus dtg	Skedul sidang pengadilan	Kasus yang disidangkan	Pengadilan	Kasus selesai

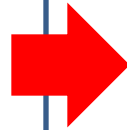
* individu/Populasi sdh terlayani

Gambaran Sistem Antrian

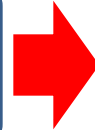
Sumber Masukan

Sistem Antrian

Keluaran



Antri



Fasilitas
Pelayanan



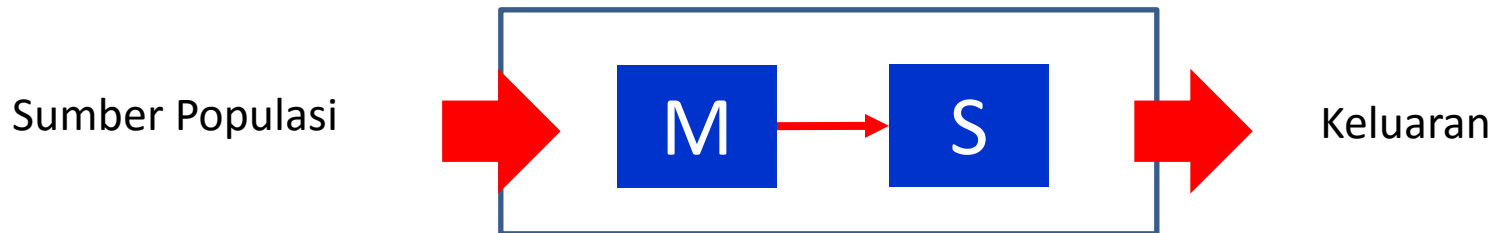
Elemen2 Pokok Dalam Sistem Antrian

1. Sumber Masukan, sesuatu yang akan menggunakan pelayanan (bisa orang, barang, binatang, atau lainnya). Masukan ini disebut dengan populasi. Populasi dikatakan besar jika lebih banyak dari kapasitas pelayanannya.
Populasi bisa terbatas atau tak terbatas.
2. Pola Kedatangan, cara/bagaimana individu-individu dari populasi memasuki sistem antrian. *Pola kedatangan bisa konstan atau acak (distribusi poisson) → waktu antar kedatangan biasanya acak (distribusi eksponensial).*
→ kadang2 ada penolakan, meninggalkan antrian
3. Disiplin Antrian, pedoman keputusan individu dapat masuk ke dalam antrian untuk dilayani → *First come first served (FCFS)*, Shortest Processing Time (SPT), dll.
4. Kapanjangan Antrian, ada yang *terbatas dan tidak terbatas* (tergantung kapasitas sistem antrian yang ada) → Yang terbatas lebih kompleks
5. Tingkat Pelayanan, waktu yang digunakan untuk melayani setiap individu dalam sistem antrian (distribusi eksponensial) → *tingkat pelayanannya distribusi poisson (unit/jam)*
6. Keluar, individu yang sudah dilayani ada peluang *kembali ke populasi awal* atau ke sistem antrian yang lain

Struktur Antrian

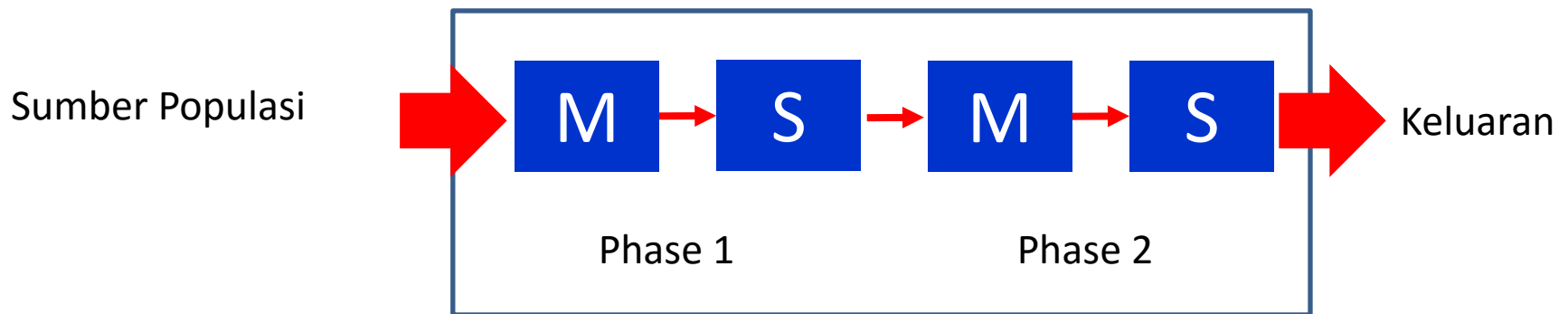
1. Single Channel – Single Phase

Sistem Antrian



2. Single Channel – Multi Phase

Sistem Antrian

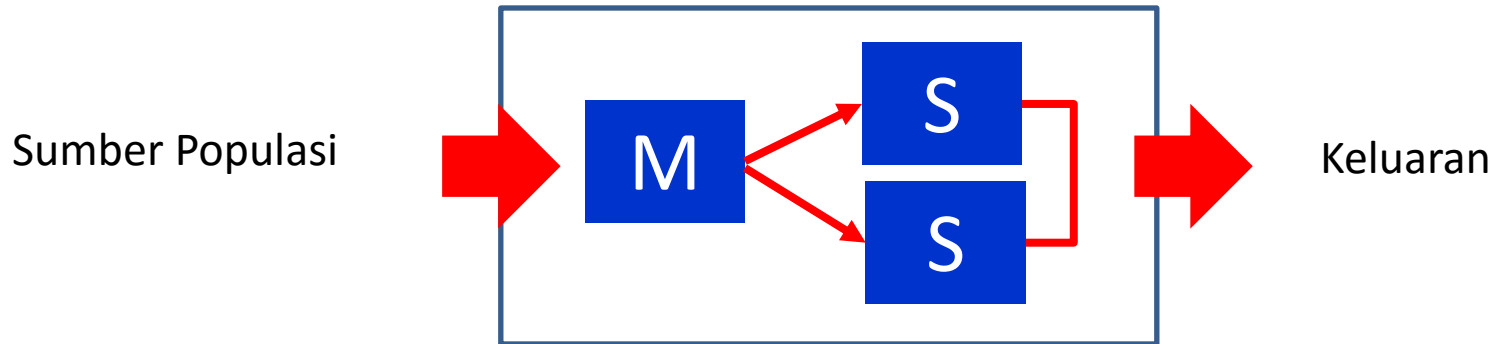


M = Antrian **S = Fasilitas pelayanan**

Struktur Antrian

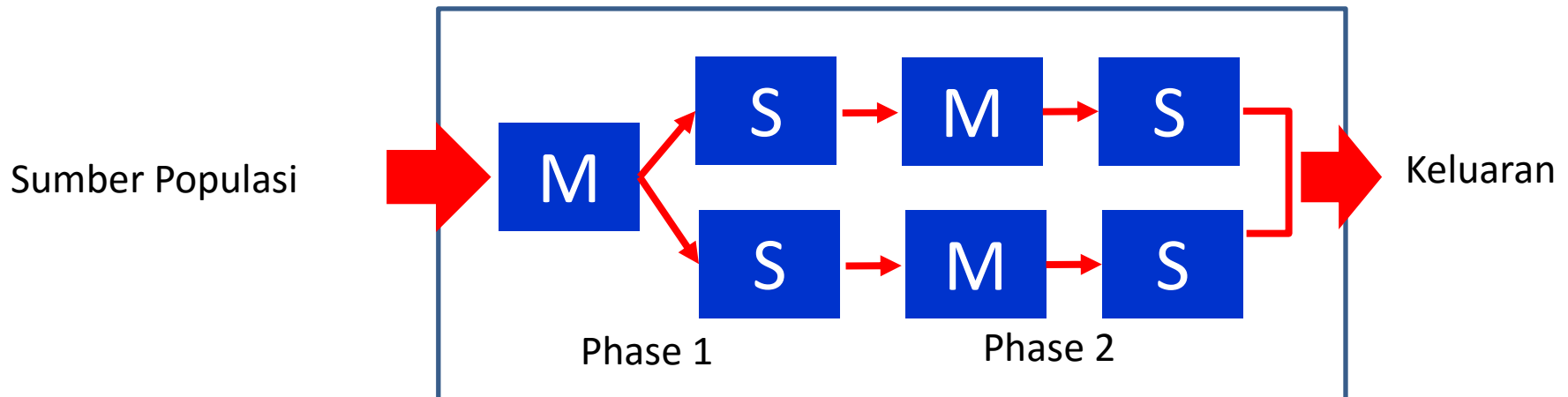
3. Multi Channel – Single Phase

Sistem Antrian



4. Multi Channel – Multi Phase

Sistem Antrian



Model Umum Sistem Antrian

Tingkat
Kedatangan

Tingkat
Pelayanan

Jumlah
Fasilitas
Layanan

Besarnya
Populasi

Panjang
Antrian

Model Yang ada :

M/M/1/I/I

M/M/S/I/I

M/M/1/I/F

M/M/S/F/I

Penjelasan :

M : Tingkat kedatangan dan distribusi poisson

D : Tingkat kedatangan atau tk pelayanan deterministik (konstan)

K : Distribusi Erlang waktu antar kedatangan atau pelayanan

S : Jumlah fasilitas pelayanan

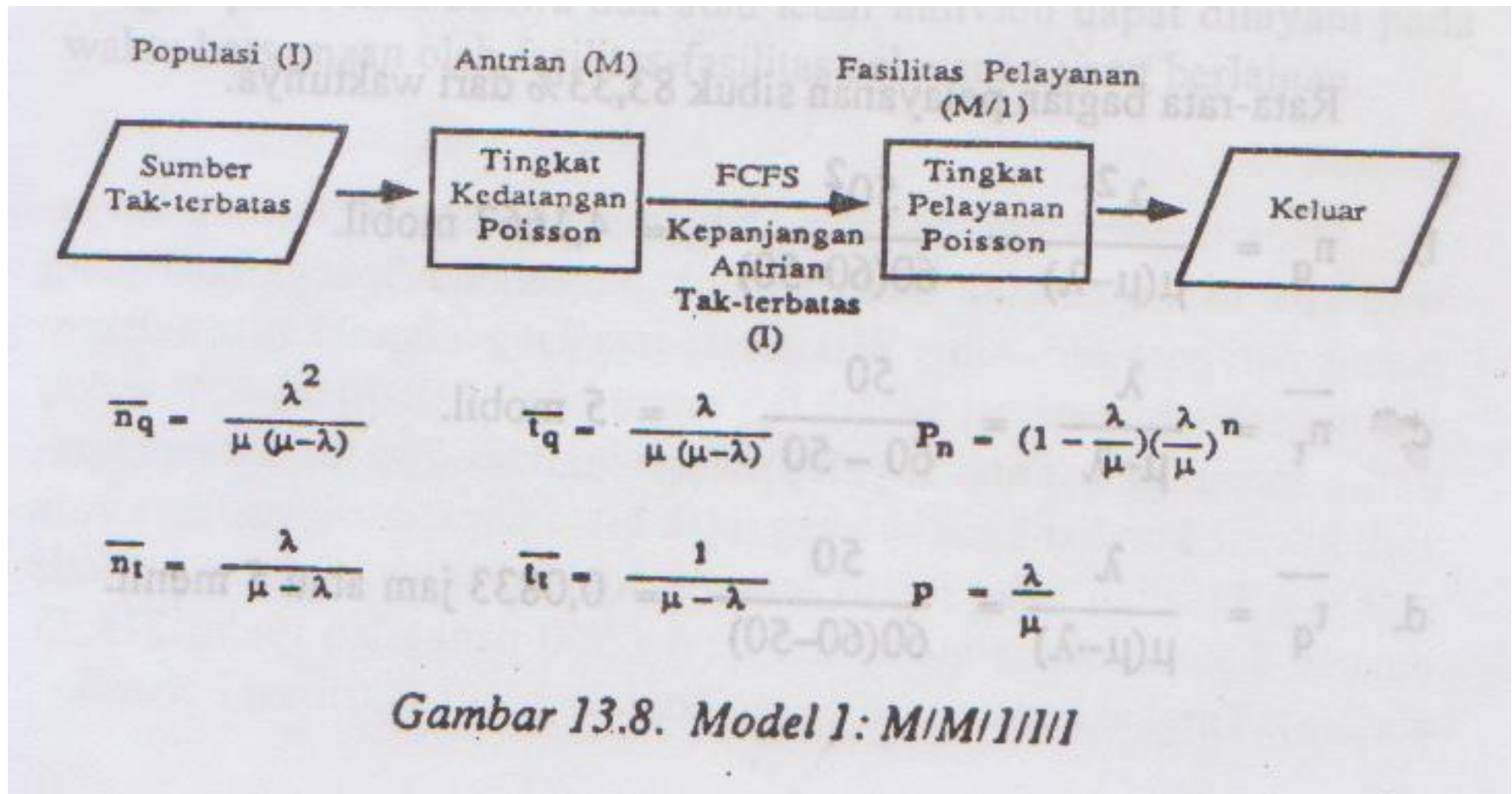
I : Sumber popuasi atau kepanjanga antrian tak terbatas (Infinitif)

F : Sumber popuasi atau kepanjanga antrian terbatas

Notasi	Penjelasan	Ukuran
λ	Tingkat kedatangan rata-rata	Unit/jam
$1/\lambda$	Waktu antarkedatangan rata-rata	Jam/unit
μ	Tingkat pelayanan rata-rata	Unit/jam
$1/\mu$	Waktu pelayanan rata-rata	Jam/unit
σ	Deviasi standar tingkat pelayanan	Unit/jam
n	Jumlah individu dalam sistem pada suatu waktu	Unit
n_q	Jumlah individu rata-rata dalam antrian	Unit
n_t	Jumlah individu dalam sistem total (antrian dan fasilitas pelayanan)	Unit
t_q	Waktu rata-rata dalam antrian	Jam
t_t	Waktu rata-rata dalam sistem total	Jam
S	Jumlah fasilitas pelayanan (channels)	Unit pelayanan
P	Tingkat kegunaan fasilitas pelayanan	Ratio
Q	Kepanjangan maksimum sistem (antrian plus ruang pelayanan)	Unit
P_n	Probabilitas jumlah individu dalam sistem	Frekuensi relative
P_o	Probabilitas tidak ada individu dalam sistem	Frekuensi relative
P_w	Probabilitas menunggu dalam antrian	Frekuensi relative
C_s	Biaya pelayanan per satuan waktu per fasilitas pelayanan	Rp/jam/server
C_w	Biaya untuk menunggu per satuan waktu per individu	Rp/jam/unit
C_t	Biaya total =	Rp/jam

Notasi Dalam Sistem Antrian

Sistem Antrian Model M/M/1/I/I



Sistem Antrian Model M/M/1/I/I

- * Seorang pengusaha restoran mulai merasakan antrian yang terlalu panjang, terutama saat jam makan siang dan makan malam. Sebagian konsumen juga mulai mengeluh soal panjangnya antrian tsb.
- * Oleh karena itu, agar potensi hilangnya konsumen bisa dicegah, pengusaha tsb bermaksud menganalisis antrian yang ada guna mendapatkan solusi yang optimal.
- * Informasi yang diperoleh, tingkat kedatangan rata-rata saat jam-jam sibuk tsb adalah 50 pelanggan/jam, dengan tingkat kedatangan mengikuti distribusi Poisson
- * Waktu pelayanan adalah 1 menit/pelanggan dengan distribusi eksponensial. Yang perlu diketahui pengusaha tersebut adalah :
 1. Tingkat kegunaan bagian pelayanan (ρ)
 2. Jumlah rata-rata pelanggan dalam antrian (n_q)
 3. Jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem (n_t)
 4. Waktu menunggu rata-rata dalam antrian (t_q)
 5. Waktu menunggu rata-rata dalam sistem (t_t)
 6. Kemungkinan akan lebih 1 pelanggan dalam sistem dan lebih dari 4 pelanggan dalam sistem

Penyelesaian

- * Tingkat kegunaan bagian pelayanan (p)

$$p = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{50}{60} = 0,833$$

- * Jumlah rata2 pelanggan dalam antrian

$$nq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{(50)^2}{60(60 - 50)} = \frac{2500}{600} = 4,1667 \text{ pelanggan}$$

- * Jumlah rata2 pelanggan dalam sistem

$$nt = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{50}{60 - 50} = 5 \text{ pelanggan, atau}$$

$$nt = \frac{p}{1 - p} = \frac{0,833}{1 - 0,833} = 5$$

Penyelesaian

d. Waktu menunggu rata-rata dalam antrian (t_q)

$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{50}{60(60 - 50)} = \frac{50}{600} = 0,0833 \text{ jam atau 5 menit}$$

e. Waktu menunggu rata2 dalam sistem (t_t)

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{60 - 50} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ jam atau 6 menit}$$

Penyelesaian

f. Kemungkinan akan lebih 1 pelanggan dalam sistem dan lebih dari 4 pelanggan dalam sistem

$$P(n>1) = 1 - (P_0 + P_1)$$

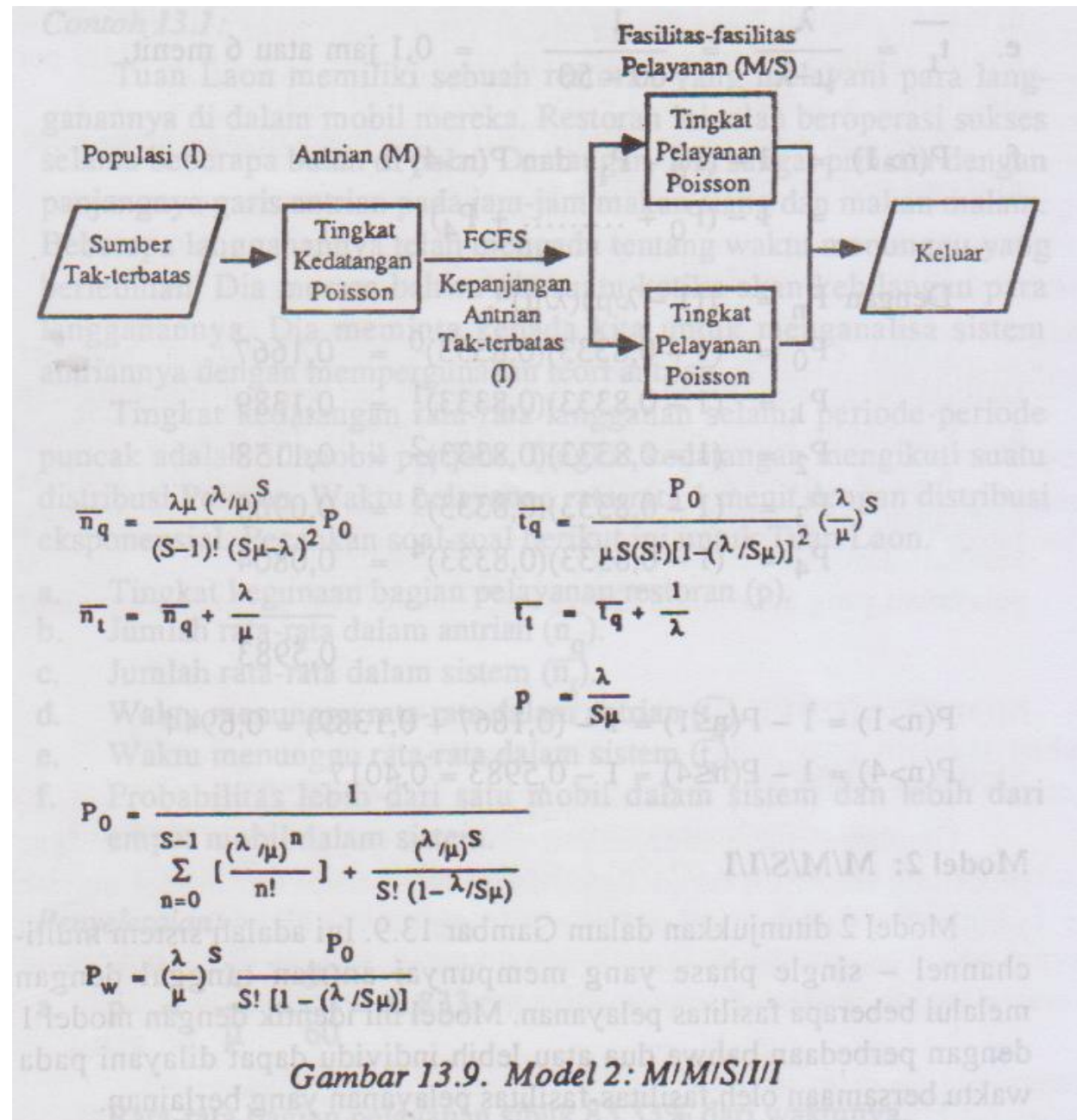
$$P(n>4) = 1 - (P_0 + \dots + P_4)$$

$$\begin{aligned} \text{Dengan } P_n &= 1(1 - \lambda/\mu)(\lambda/\mu)^n \\ &= (1 - 0,833)(0,833)^0 = 0,1667 \\ &= (1 - 0,833)(0,833)^1 = 0,1389 \\ &= (1 - 0,833)(0,833)^2 = 0,1158 \\ &= (1 - 0,833)(0,833)^3 = 0,0965 \\ &= (1 - 0,833)(0,833)^4 = 0,0804 \\ &\quad \text{-----} + \\ &= 0,5983 \end{aligned}$$

$$P(n>1) = 1 - P(n \leq 1) = 1 - (0,1667 + 0,1389) = 0,6944 \text{ atau } 69,44\%$$

$$P(n>1) = 1 - P(n \leq 1) = 1 - 0,5983 = 0,4017 \text{ atau } 59,83\%$$

Model M/M/S/I/I



Gambar 13.9. Model 2: M/M/S/I/I

Contoh Soal

Contoh 13.2.

Departemen kredit suatu bank mempekerjakan tiga orang karyawan tata usaha di kota Klaten untuk menangani "panggilan" yang masuk dari para pedagang. Waktu rata-rata yang dibutuhkan untuk menerima sebuah otorisasi adalah 0,5 menit bila tidak diperlukan waktu untuk menunggu. Tingkat pelayanan mengikuti distribusi eksponensial, karena kondisi-kondisi yang tidak biasa dapat menghasilkan baik waktu pelayanan yang relatif lama maupun pendek. Selama periode puncak 8 jam, kantor menerima total 1.750 panggilan (yaitu 218,75 perjam). Tingkat kedatangan panggilan mengikuti distribusi Poisson.

Penyelesaian

Tentukan:

- Tingkat kedatangan panggilan per jam (μ).
- Tingkat kegunaan karyawan (P).
- Probabilitas tidak ada panggilan (P_0).
- Jumlah pedagang rata-rata menunggu untuk dilayani (\bar{n}_q).
- Jumlah pedagang dalam sistem (\bar{n}_t).
- Waktu rata-rata dalam antrian (\bar{t}_q).
- Waktu rata-rata dalam sistem (\bar{t}_t).
- Probabilitas untuk menunggu (P_w).

Penyelesaian:

$$a. \mu = 2(60) = 120$$

$$b. p = \frac{\lambda}{S\mu} = \frac{218,75}{3(120)} = 0,6076$$

$$c. P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{S-1} \left[\frac{(\lambda/\mu)^n}{n!} \right] + \frac{(\lambda/\mu)^S}{S!(1-\lambda/S\mu)}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0!} + \frac{(218,75/120)}{1!} + \frac{(218,75/120)^2}{2!} + \frac{(218,75/120)^3}{3!(1-218,75/360)}}$$

$$= \frac{1}{1 + 1,8229 + 1,6615 + 2,5728} = 0,1417$$

$$d. \bar{n}_q = \frac{\lambda/\mu (\lambda/\mu)^S}{(S-1)!(S\mu-\lambda)^2} P_0$$

$$= \frac{(218,75)(120)(218,75/120)^3}{(3-1)!(360-218,75)^2} (0,1417)$$

$$= (3,985)(0,1417) = 0,5647 \text{ pedagang.}$$

Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{e. } \bar{n}_t &= \bar{n}_q + \frac{\lambda}{\mu} \\ &= 0,5647 + 1,8229 = 2,3876 \text{ pedagang.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f. } \bar{t}_q &= \frac{P_0}{\mu S(S!)(1-\lambda/S\mu)^2} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^S \\ &= \frac{0,1417}{120(3)(6)(1-218,75/360)^2} \left(\frac{218,75}{120}\right)^3 \\ &= 0,00258 \text{ jam atau } 0,1548 \text{ menit} \\ &= 9,3 \text{ detik.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g. } \bar{t}_t &= \bar{t}_q + \frac{1}{\mu} = 0,00258 + \frac{1}{120} \\ &= 0,01091 \text{ jam} = 0,6546 \text{ menit} = 39,28 \text{ detik.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h. } P_w &= \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^S \frac{P_0}{S! [1 - (\lambda/S\mu)]} \\ &= \left(\frac{218,75}{120}\right)^3 \frac{0,1417}{6[1 - (218,75/360)]} \\ &= 0,3646. \end{aligned}$$

Contoh 13.3.

Departemen kredit suatu bank mempekerjakan tiga orang karyawan di kota Klaten untuk menangani "penggilaan" yang masuk Departemen kredit pada contoh 13.2 telah menerima keluhan-keluhan dari banyak pedagang bahwa waktu otorisasi terlalu lama. Karena itu, manajer departemen sedang mempertimbangkan penambahan satu lagi karyawan tata usaha untuk mengurangi waktu menunggu dalam sistem. Dia merasa bahwa biaya otorisasi total akan naik karena penambahan karyawan. Bila seorang karyawan tata usaha berpenghasilan Rp1.100,00 per jam (termasuk semua gaji dan jaminan lainnya) dan

biaya mendapatkan seorang karyawan check out sedang menunggu adalah Rp2.100,00 per jam (gaji, tunjangan, kehilangan penjualan karena penundaan, dan biaya-biaya lainnya), tentukan apakah lebih baik tetap mempunyai 3 karyawan atau 4 karyawan yang menangani otorisasi.

Penyelesaian:

a. Biaya total sekarang per jam dengan tiga karyawan:

$$\begin{aligned} E(C_t) &= S c_s + \bar{n}_t c_w \\ &= 3(1.100) + 2,3876(2.100) \\ &= 3.300 + 5.013,95 = \text{Rp}8.313,95 \end{aligned}$$

b. Biaya total per jam dengan empat karyawan:

$$\bar{n}_t = \bar{n}_q + \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\lambda \mu (\lambda/\mu)^S}{(S-1)!(S\mu-\lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\bar{n}_q = (0,7074)(0,1577) = 0,1116$$

$$\bar{n}_t = 0,1116 + 1,8229 = 1,9345 \text{ pedagang.}$$

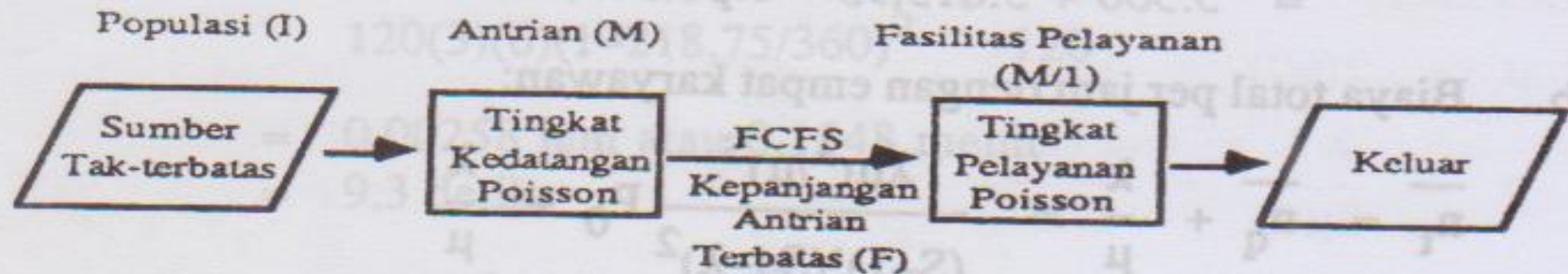
$$\begin{aligned} E(C_t) &= 4(1.100) + 1,9435(2.100) \\ &= 4.400 + 4.062,45 = \text{Rp}8.462,45. \end{aligned}$$

Biaya total dengan mempunyai empat karyawan hanya berbeda sedikit dengan biaya total bila mempunyai tiga karyawan (Rp8.462,45) dibanding Rp8.313,95). Dengan pertimbangan perbedaan yang kecil ini (Rp148,00/jam), dapat direkomendasikan penambahan satu lagi karyawan bagian otorisasi. Rekomendasi ini berdasarkan asumsi bahwa waktu menganggur semua empat karyawan otorisasi dapat digunakan untuk tipe-tipe kegiatan lain yang bermanfaat. Tingkat kegunaan rata-rata keempat fasilitas pelayanan adalah

$$p = \frac{218,75}{480} = 0,4557$$

Cukup beralasan asumsi bahwa 54,43% (100-45,57) dari waktu yang menganggur dapat digunakan untuk kegiatan-kegiatan produksi

Model M/M/1/I/F



$$\bar{n}_q = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \left[\frac{1 - Q(\lambda/\mu)^{Q-1} + (Q-1)(\lambda/\mu)^Q}{(1 - \lambda/\mu) [1 - (\lambda/\mu)^Q]} \right]$$

$$\bar{n}_t = \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \left[\frac{1 - (Q+1)(\lambda/\mu)^Q + Q(\lambda/\mu)^{Q+1}}{[1 - (\lambda/\mu)] [1 - (\lambda/\mu)^{Q+1}]} \right]$$

$$P_n = \left[\frac{1 - (\lambda/\mu)}{1 - (\lambda/\mu)^{Q+1}} \right] \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n$$

Gambar 13.10. Model 3: M/M/1/I/F

Contoh 13.4.

Suatu restoran di tepi jalan telah memperoleh volume dan keuntungan yang lebih besar daripada yang diperkirakan, karena restoran tersebut terletak pada jalan yang ramai. Tetapi restoran mempunyai tempat parkir yang terbatas. Tempat parkir yang tersedia hanya 6 ruangan. Bila tempat parkir penuh, langganan akan berpindah restoran.

Berseberangan dengan restoran ada pemilik ruangan yang bersedia menyewakannya untuk tempat parkir yang nyaman dengan biaya Rp2.000,00 per ruangan per hari operasi. Dengan tambahan informasi di bawah ini, tentukan jumlah ruangan yang seharusnya disewa.

Tingkat kedatangan langganan potensial adalah 21 mobil per jam dan mengikuti distribusi Poisson. Tingkat pelayanan restoran 36 mobil per jam dan juga digambarkan dengan distribusi Poisson. Keuntungan rata-rata per mobil adalah Rp1.600,00 dan restoran buka 12 jam per hari.

Penyelesaian:

- (a). Menentukan persentase waktu restoran sibuk dengan 6 ruangan.

$$P(n > 0) = 1 - P_0$$

$$P_0 = \left[\frac{1 - (\lambda/\mu)}{1 - (\lambda/\mu)^{Q+1}} \right] \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n$$

$$= \left[\frac{1 - (21/36)}{1 - (21/36)^6} \right] \left(\frac{21}{36} \right)^0$$

$$= \left(\frac{0,4167}{0,9606} \right) (1) = 0,4338.$$

Jadi, restoran sibuk 56,62% dari waktu total (100% - 43,38%).
Bila restoran sibuk dapat melayani 36 mobil per jam, maka dengan 6 ruangan restoran akan dapat melayani 20,38 mobil per jam ($0,5662 \times 36$).

Bila restoran buka 12 jam per hari, keuntungan total per hari:
 $(12)(20,38)(Rp1.600,00) = Rp391.296,00$.

- (b). Dengan 7 ruangan, proporsi waktu restoran sibuk adalah:

$$P_{(n > 0)} = 1 - \left[\frac{1 - (21/36)}{1 - (21/36)^7} \right] \left(\frac{21}{36} \right)^0$$

$$= 1 - \frac{0,4167}{0,9770} = 0,5735.$$

Keuntungan total per hari:

$$12(0,5735)(36)(\text{Rp}1.600,00) = \text{Rp}396.403,20.$$

Keuntungan marginal dengan 7 ruangan:

$$\text{Rp}396.403,20 - \text{Rp}391.296,00 = \text{Rp}5.107,20 \text{ per hari.}$$

Ini berarti > dari biaya marginal (= Rp2.000,00 per hari).

(c). Dengan 8 ruangan, proporsi waktu restoran sibuk:

$$P_{(n>0)} = 1 - \left[\frac{1 - (21/36)}{1 - (21/36)^8} \right] \left(\frac{21}{36} \right)^0$$

$$= 1 - \frac{0,4167}{0,9865} = 0,5776.$$

Keuntungan total per hari:

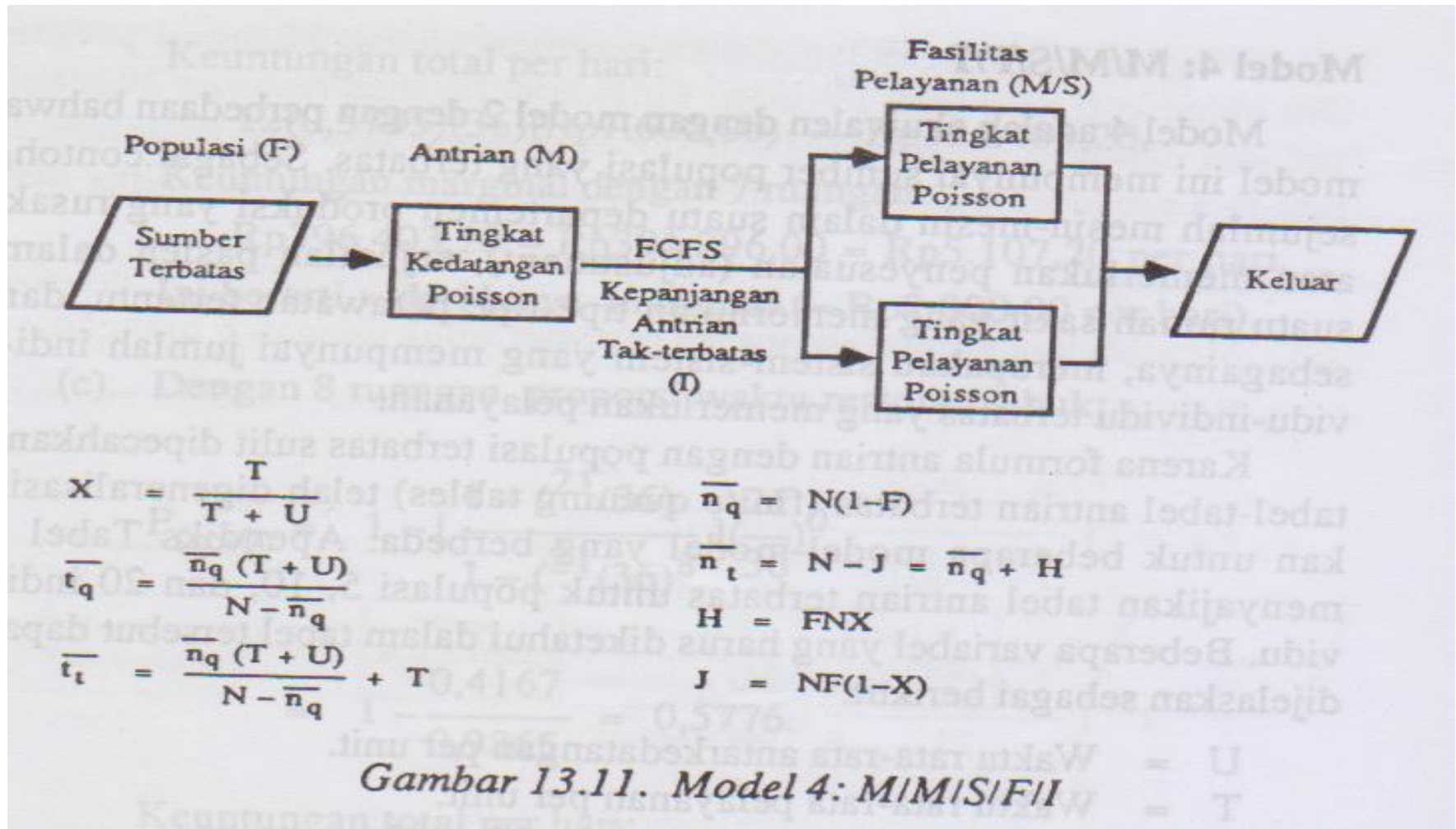
$$12(0,5776)(36)(\text{Rp}1.600,00) = \text{Rp}399.237,12.$$

Keuntungan marginal dengan 8 ruangan:

$$\text{Rp}399.237,12 - \text{Rp}396.403,20 = \text{Rp}2.833,92$$

di mana hal ini masih lebih besar dari biaya marginal.

Model M/M/S/F/I



Model M/M/S/F/I

Karena formula antrian dengan populasi terbatas sulit dipecahkan, tabel-tabel antrian terbatas (finite queuing tables) telah digeneralisasikan untuk beberapa model-model yang berbeda. Apendiks Tabel 1 menyajikan tabel antrian terbatas untuk populasi 5, 10, dan 20 individu. Beberapa variabel yang harus diketahui dalam tabel tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut:

- U = Waktu rata-rata antarkedatangan per unit.
- T = Waktu rata-rata pelayanan per unit.
- H = Jumlah rata-rata yang sedang dilayani.
- J = Jumlah rata-rata unit yang sedang beroperasi.
- N = Jumlah unit dalam populasi.
- M = Jumlah channel pelayanan.
- X = Faktor pelayanan (proporsi waktu pelayanan yang diperlukan).
- D = Probabilitas bahwa suatu kedatangan harus menunggu.
- F = Faktor efisiensi menunggu dalam garis (antrian).

Untuk dapat menggunakan tabel antrian terbatas, harus diketahui nilai-nilai N dan M, dan menghitung nilai X. Rumusan yang dipakai diberikan dalam Gambar 13.11.

Penyelesaian:

- a. $U = 4 \text{ jam/adjustment} = 240 \text{ menit/adjustment}.$
b. Untuk menghitung \bar{n}_q , kita perlu mencari F dari *tabel antrian terbatas (finite-queueing tables)* di belakang.

$$X = \frac{T}{T + U} = \frac{10}{10 + 240} = 0,04$$

Diketahui $N = 20$, $X = 0,04$ dan $M = 1$, diperoleh $F = 0,929$.

$$\begin{aligned}\bar{n}_q &= N(1-F) \\ &= 20(1 - 0,929) = 1,42 \text{ mesin.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{c. } \bar{t}_q &= \frac{\bar{n}_q(T + U)}{N - \bar{n}_q} = \frac{1,42(10 + 240)}{20 - 1,42} \\ &= 19,11 \text{ menit.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{t}_t &= \bar{t}_q + T = 19,11 + 10 \\ &= 29,11 \text{ menit.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{d. } H &= FNX \\ &= 0,929(20)(0,04) = 0,7432 \text{ mesin.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{e. } J &= NF(1-X) \\ &= 20(0,929)(1-0,04) = 17,8368 \text{ mesin.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{f. } \bar{n}_t &= N - J = 20 - 17,8368 = 2,1632 \text{ mesin} \\ &\text{atau}\end{aligned}$$

$$\bar{n}_t = \bar{n}_q + H = 1,42 + 0,7432 = 2,1632 \text{ mesin.}$$

- g. D diperoleh dari *appendiks tabel antrian terbatas*.

$$D = 0,712$$

$$\begin{aligned}\text{h. } M - H &= 1 - 0,7342 \\ &= 0,2568 \text{ orang bagian set-up.}\end{aligned}$$

Bab 6

Teori Permainan

(Dua pemain-Jumlah Nol)

Teori permainan yang mula-mula dikembangkan oleh ilmuan Prancis bernama Emile Borel ini, secara umum digunakan untuk menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan tindakan sebuah unit bisnis (misalnya) untuk memenangkan persaingan dalam usaha yang digelutinya. Seperti diketahui, bahwa dalam praktek sehari-hari, setiap unit usaha atau organisasi pada umumnya harus berhadapan dengan para pesaing. Untuk memenangkan persaingan itulah, diperlukan analisis dan pemilihan strategi pemasaran tepat, khususnya strategi bersaing yang paling optimal bagi unit usaha atau organisasi yang bersangkutan.

Ketentuan-ketentuan Dasar dalam Teori Permainan

		Perusahaan B		
		Strategi Harga Murah (S1)	Strategi Harga Sedang (S2)	Strategi Harga Mahal (S3)
Perusahaan A	Strategi Harga Murah (S1)	1	9	2
	Strategi Harga Mahal (S2)	8	5	4

Dari contoh tabel matrik *pay off* (matrik permainan) di atas, dapat dijelaskan beberapa ketentuan dasar yang terpenting dalam teori permainan, yakni :

1. Nilai-nilai yang ada dalam tabel tersebut (yakni angka 1, 9, 2 di baris pertama dan 8, 5, 4 di baris kedua), merupakan hasil yang diperoleh dari penggunaan berbagai strategi yang dipilih oleh kedua perusahaan. Satuan nilai tersebut merupakan efektifitas yang dapat berupa uang, persentase pangsa pasar, jumlah pelanggan dan sejenisnya. Nilai positif menunjukkan keuntungan bagi pemain baris dan kerugian bagi pemain kolom, begitu pula sebaliknya nilai negatif menunjukkan kerugian bagi pemain baris dan keuntungan bagi pemain kolom. Sebagai contoh nilai 9 pada sel **C12** menunjukkan apabila pemain/perusahaan A menggunakan strategi harga murah (S1) dan perusahaan B meresponnya dengan strategi harga sedang (S2), maka perusahaan A akan mendapatkan keuntungan sebesar 9 yang berarti perusahaan B akan mengalami kerugian sebesar 9.

2. Suatu strategi dari sebuah pemain/perusahaan dianggap tidak dapat dirusak oleh perusahaan lainnya.
3. Setiap pemain/perusahaan akan memilih strategi-strategi tersebut secara terus menerus selama perusahaan masih memiliki keinginan melanjutkan usahanya
4. Suatu permainan/persaingan dikatakan adil atau '*fair*' apabila hasil akhir permainan atau persaingan menghasilkan nilai nol (0), atau tidak ada pemain atau perusahaan yang menang/kalah atau mendapat keuntungan/kerugian.
5. Suatu strategi dikatakan dominan terhadap strategi lainnya apabila memiliki nilai *pay off* yang lebih baik dari strategi lainnya. Maksudnya, bagi pemain/perusahaan baris, nilai positif (keuntungan) yang diperoleh dari suatu strategi yang digunakan, menghasilkan nilai positif yang lebih besar dari hasil penggunaan strategi lainnya. Bagi pemain kolom, nilai negatif (kerugian) yang diperoleh dari suatu strategi yang digunakan, menghasilkan nilai negatif yang lebih kecil dari hasil penggunaan strategi lainnya.
6. Tujuan dari teori permainan ini adalah mengidentifikasi strategi yang paling optimal untuk setiap perusahaan.

Penyelesaian masalah dalam Teori Permainan ini, biasanya menggunakan dua karakteristik strategi, yakni :

a. Strategi Murni

Penyelesaian masalah dengan strategi murni dilakukan dengan menggunakan konsep *maximin* untuk pemain/perusahaan baris dan konsep *minimax* untuk pemain/perusahaan kolom. Dalam strategi ini seorang pemain atau perusahaan akan menggunakan satu strategi/strategi tunggal untuk mendapatkan hasil optimal (saddle point yang sama).

b. Strategi Campuran

Penyelesaian masalah dengan strategi campuran dilakukan apabila strategi murni yang digunakan belum mampu menyelesaikan masalah permainan atau belum mampu memberikan pilihan strategi yang optimal bagi masing-masing pemain/perusahaan. Dalam strategi ini seorang pemain atau perusahaan akan menggunakan campuran/lebih dari satu strategi untuk mendapatkan hasil optimal.

Agar sebuah permainan atau persaingan menjadi optimal, setiap strategi yang dipergunakan berusaha untuk mendapatkan nilai permainan (saddle point) yang sama.

Untuk memahami dengan lebih jelas mengenai penggunaan Teori permainan ini, perhatikan dua contoh kasus berikut ini :

Contoh kasus 1 (Strategi Murni)

Dua buah perusahaan yang memiliki produk yang relatif sama, selama ini saling bersaing dan berusaha untuk mendapatkan keuntungan dari pangsa pasar yang ada. Untuk keperluan tersebut, perusahaan A mengadopsi 2 strategi dan perusahaan B menggunakan 3 macam strategi, dan hasilnya terlihat pada tabel berikut ini :

		Perusahaan B		
		Strategi Harga Murah (S1)	Strategi Harga Sedang (S2)	Strategi Harga Mahal (S3)
Perusahaan A	Strategi Harga Murah (S1)	1	9	2
	Strategi Harga Mahal (S2)	8	5	4

Dari kasus di atas, bagaimana strategi yang harus digunakan oleh masing-masing pemain atau perusahaan, agar masing-masing mendapatkan hasil yang optimal (kalau untung, keuntungan tersebut besar, dan kalau harus rugi maka kerugian tersebut adalah paling kecil).

Jawab :

Seperti telah dijelaskan di atas, bagi pemain baris akan menggunakan aturan *maximin* dan pemain kolom akan menggunakan aturan *minimax*.

Langkah 1

Untuk pemain baris (perusahaan A), pilih nilai yang paling kecil untuk setiap baris (Baris satu nilai terkecilnya 1 dan baris dua nilai terkecilnya 4). Selanjutnya dari dua nilai terkecil tersebut, pilih nilai yang paling baik atau besar, yakni nilai **4**.

		Perusahaan B			Maximin
		Strategi Harga Murah (S1)	Strategi Harga Sedang (S2)	Strategi Harga Mahal (S3)	
Perusahaan A	Strategi Harga Murah (S1)	1	9	2	→ 1
	Strategi Harga Mahal (S2)	8	5	4	→ 4

Langkah 2

Untuk pemain kolom, (perusahaan B), pilih nilai yang paling besar untuk setiap kolom (kolom satu nilai terbesarnya 8, kolom dua nilai terbesarnya 9, dan kolom tiga nilai terbesarnya 4). Selanjutnya dari tiga nilai terbesar tersebut, pilih nilai yang paling baik atau kecil bagi B, yakni nilai **4** (rugi yang paling kecil).

		Perusahaan B			Maximin
		Strategi Harga Murah (S1)	Strategi Harga Sedang (S2)	Strategi Harga Mahal (S3)	
Perusahaan A	Strategi Harga Murah (S1)	1	9	2	→ 1
	Strategi Harga Mahal (S2)	8	5	4	→ 4
Minimax	→	8	9	4	

Langkah 3

Karena pilihan pemain baris-A dan pemain kolom-B sudah sama, yakni masing-masing memilih nilai **4**, maka permainan ini sudah dapat dikatakan optimal → sudah ditemukan nilai permainan (sadle point) yang sama.

Hasil optimal di atas, dimana masing-masing pemain memilih nilai 4 mengandung arti bahwa pemain A meskipun menginginkan keuntungan yang lebih besar, namun A hanya akan mendapat keuntungan maksimal sebesar 4, bila ia menggunakan strategi harga mahal (S2). Sedangkan pemain B, meskipun menginginkan kerugian yang dideritanya adalah sekecil mungkin, namun kerugian yang paling baik bagi B adalah sebesar 4, dan itu bisa diperoleh dengan merespon strategi yang digunakan A dengan juga menerapkan strategi harga mahal (S3).

Penggunaan strategi selain yang direkomendasikan di atas akan berdampak pada menurunnya keuntungan bagi A dan meningkatnya kerugian bagi B, atau tidak dapat selesainya persaingan atau permainan yang ada.

Contoh kasus 2 (Strtaegi Campuran)

Dari kasus di atas, dan karena adanya perkembangan yang terjadi di pasar, maka perusahaan A, yang tadinya hanya memiliki produk dengan harga murah dan mahal, sekarang menambah satu lagi strategi bersainganya dengan juga mengeluarkan produk berharga sedang, dan hasil yang diperoleh tampak pada tabel berikut ini :

		Perusahaan B		
		Strategi Harga Murah (S1)	Strategi Harga Sedang (S2)	Strategi Harga Mahal (S3)
Perusahaan A	Strategi Harga Murah (S1)	2	5	7
	Strategi Harga Sedang (S2)	-1	2	4
	Strategi Harga Mahal (S3)	6	1	9

Dari perkembangan kasus di atas, bagaimana strategi yang harus digunakan oleh masing-masing pemain atau perusahaan, agar masing-masing mendapatkan hasil yang optimal (kalau untung, keuntungan tersebut besar, dan kalau harus rugi maka kerugian tersebut adalah paling kecil).

Jawab :

Langkah 1

Mula-mula akan dicoba dulu dengan menggunakan strategi murni. Seperti telah dijelaskan di atas, bagi pemain baris akan menggunakan aturan *maximin* dan pemain kolom akan menggunakan aturan *minimax*. Untuk pemain baris, pilih nilai yang paling kecil untuk setiap baris (Baris satu nilai terkecilnya 2 , untuk baris kedua nilai terkecilnya -1 dan baris tiga nilai terkecilnya 1). Selanjutnya dari dua nilai terkecil tersebut, pilih nilai yang paling baik atau besar, yakni nilai **2**.

		Perusahaan B			Maximin
		Strategi Harga Murah (S1)	Strategi Harga Sedang (S2)	Strategi Harga Mahal (S3)	
Perusahaan A	Strategi Harga Murah (S1)	2	5	7	→ 2
	Strategi Harga Sedang (S2)	-1	2	4	→ -1
	Strategi Harga Mahal (S3)	6	1	9	→ 1

Langkah 2

Untuk pemain kolom, pilih nilai yang paling besar untuk setiap kolom (kolom satu nilai terbesarnya 6, kolom dua nilai terbesarnya 5, dan kolom tiga nilai terbesarnya 9). Selanjutnya dari tiga nilai terbesar tersebut, pilih nilai yang paling baik atau kecil bagi B, yakni nilai **5** (rugi yang paling kecil).

		Perusahaan B			Maximin
		Strategi Harga Murah (S1)	Strategi Harga Sedang (S2)	Strategi Harga Mahal (S3)	
Perusahaan A	Strategi Harga Murah (S1)	2	5	7	→ 2
	Strategi Harga Sedang (S2)	-1	2	4	→ -1
	Strategi Harga Mahal (S3)	6	1	9	→ 1
Minimax →		6	5	9	

Langkah 3

Dari tabel di atas terlihat bahwa pilihan pemain baris-A dan pemain kolom-B tidak sama, dimana pemain atau perusahaan A memilih nilai 2 dan perusahaan B memilih nilai 5, dengan demikian maka permainan ini dapat dikatakan belum optimal → karena belum ditemukan nilai permainan (saddle point) yang sama.

Oleh karena itu perlu dilanjutkan dengan menggunakan strategi campuran, yang langkahnya adalah sebagai berikut :

Langkah 4

Masing-masing pemain akan menghilangkan strategi yang menghasilkan keuntungan atau kerugian paling buruk. Bila diperhatikan pada tabel sebelumnya, untuk pemain A, strategi S2 adalah paling buruk, karena bisa menimbulkan kemungkinan kerugian bagi A (ada nilai negatif / -1 nya). Dan bagi pemain B, strategi S3 adalah paling buruk karena kerugiannya yang bisa terjadi paling besar (perhatikan nilai-nilai kerugian di strategi S3 pemain/perusahaan B)

Langkah 5

Setelah pemain A membuang strategi S2 dan pemain B membuang strategi S3, diperoleh tabel sebagai berikut :

		Perusahaan B	
		Strategi Harga Murah (S1)	Strategi Harga Sedang (S2)
Perusahaan A	Strategi Harga Murah (S1)	2	5
	Strategi Harga Mahal (S3)	6	1

Perhatikan bahwa setelah masing-masing membuang strategi yang paling buruk, maka sekarang persaingan atau permainan dilakukan dengan kondisi, perusahaan A menggunakan strategi S1 dan S3, sementara perusahaan B menggunakan strategi S1 dan S2.

Langkah 6

Langkah selanjutnya adalah dengan memberikan nilai probabilitas terhadap kemungkinan digunakannya kedua strategi bagi masing-masing perusahaan. Untuk perusahaan A, bila kemungkinan keberhasilan penggunaan strategi S1 adalah sebesar p , maka kemungkinan keberhasilan digunakannya strategi S3 adalah $(1-p)$. Begitu pula dengan pemain B, bila kemungkinan keberhasilan penggunaan strategi S1 adalah sebesar q , maka kemungkinan keberhasilan digunakannya strategi S2 adalah $(1-q)$.

		Perusahaan B	
		Strategi Harga Murah (S1) (q)	Strategi Harga Sedang (S2) ($1-q$)
Perusahaan A	Strategi Harga Murah (S1) (p)	2	5
	Strategi Harga Mahal (S3) ($1-p$)	6	1

Langkah 7

Selanjutnya mencari nilai besaran probabilitas setiap strategi yang akan digunakan dengan menggunakan nilai-nilai yang ada serta nilai probabilitas masing-masing strategi untuk menghitung *saddle point* yang optimal, dengan cara sebagai berikut :

Untuk perusahaan A

Bila, apapun strategi yang digunakan A, perusahaan B meresponnya dengan strategi S1, maka :

$$2p + 6(1-p) = 2p + 6 - 6p = \mathbf{6 - 4p}$$

Bila, apapun strategi yang digunakan A, perusahaan B meresponnya dengan strategi S2, maka :

$$5p + 1(1-p) = 5p + 1 - 1p = \mathbf{1 + 4p}$$

Bila kedua hasil persamaan tersebut digabung, maka :

$$6 - 4p = 1 + 4p$$

$$5 = 8p$$

$$P = 5/8 = 0,625$$

Dan apabila nilai $p = 0,625$, maka nilai $(1-p)$ adalah $(1 - 0,625) = 0,375$, sehingga kedua nilai probabilitas untuk strategi S1 dan S3 milik perusahaan A sudah diketahui nilainya. Apabila kedua nilai probabilitas tersebut dimasukkan dalam kedua persamaan di atas, maka keuntungan yang diharapkan oleh perusahaan A adalah :

Dengan persamaan ke-1

$$\begin{aligned} &= 2p + 6(1-p) \\ &= 2(0,625) + 6(0,375) \\ &= \mathbf{3,5} \end{aligned}$$

Dengan persamaan ke-2

$$\begin{aligned} &= 5p + 1(1-p) \\ &= 5(0,625) + 1(0,375) \\ &= \mathbf{3,5} \end{aligned}$$

Perhatikan, bahwa keduanya menghasilkan keuntungan yang diharapkan adalah sama, yakni sebesar 3,5. Coba diingat di atas, bahwa sebelum menggunakan strategi campuran ini keuntungan perusahaan A hanya sebesar 2, berarti dengan digunakan strategi campuran ini, keuntungan perusahaan A bisa meningkat 1,5 menjadi 3,5.

Bagaimana dengan perusahaan B ?

Untuk perusahaan B

Bila, apapun strategi yang digunakan B, perusahaan A meresponnya dengan strategi S1, maka :

$$2q + 5(1-q) = 2q + 5 - 5q = \mathbf{5 - 3p}$$

Bila, apapun strategi yang digunakan B, perusahaan A meresponnya dengan strategi S3, maka :

$$6q + 1(1-q) = 6q + 1 - 1q = \mathbf{1 + 5p}$$

Bila kedua hasil persamaan tersebut digabung, maka :

$$\begin{aligned} 5 - 3q &= 1 + 5q \\ 4 &= 8q \\ q &= 4/8 = 0,5 \end{aligned}$$

Dan apabila nilai $p = 0,5$, maka nilai $(1-p)$ adalah $(1 - 0,5) = 0,5$, sehingga kedua nilai probabilitas untuk strategi S1 dan S2 milik perusahaan B sudah diketahui nilainya.

Apabila kedua nilai probabilitas tersebut dimasukkan dalam kedua persamaan di atas, maka kerugian minimal yang diharapkan oleh perusahaan B adalah :

Dengan persamaan ke-1

$$\begin{aligned} &= 2q + 5(1-q) \\ &= 2(0,5) + 5(0,5) \\ &= 3,5 \end{aligned}$$

Dengan persamaan ke-2

$$\begin{aligned} &= 6q + 1(1-q) \\ &= 6(0,5) + 1(0,5) \\ &= 3,5 \end{aligned}$$

Perhatikan, bahwa keduanya menghasilkan kerugian minimal yang diharapkan adalah sama, yakni sebesar 3,5. Coba diingat di atas, bahwa sebelum menggunakan strategi campuran ini kerugian minimal perusahaan **B** adalah sebesar 5, berarti dengan digunakan strategi campuran ini, kerugian minimal perusahaan B bisa menurun sebesar 1,5 menjadi 3,5.

Kesimpulan :

Karena penggunaan strategi murni belum mampu menemukan nilai permainan (saddle point) yang sama, maka penyelesaian masalah permainan/persaingan di atas dilanjutkan dengan digunakannya strategi campuran. Penggunaan strategi campuran ini terbukti disamping mampu menemukan nilai permainan (saddle point) yang sama, strategi campuran ini juga mampu memberikan hasil yang lebih baik bagi masing-masing perusahaan. Perusahaan A keuntungan yang diharapkan naik menjadi 3,5 dan kerugian minimal yang diterima perusahaan B juga dapat turun hanya sebesar 3,5. → **Sudah optimal.**