Redes Neurais

Baseado na apresentação de Edirlei Soares de Lima (Puc-Rio)

Formas de Aprendizado

- **Aprendizado Supervisionado**
  - Árvores de Decisão.
  - K-Nearest Neighbor (KNN).
  - Support Vector Machines (SVM).
  - **Redes Neurais.**

- Aprendizado Não Supervisionado

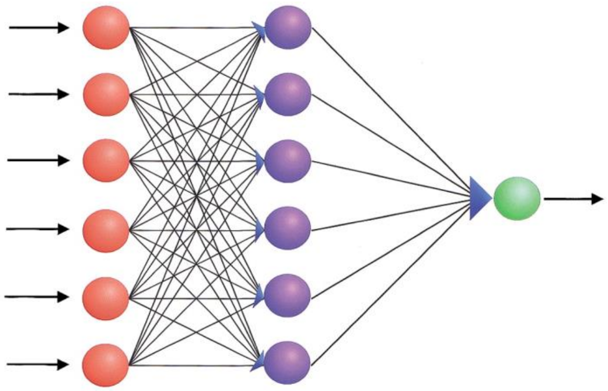
- Aprendizado Por Reforço

Introdução

- **Redes Neurais** podem ser consideradas um paradigma diferente de computação.

- Inspirado na **arquitetura paralela** do cérebro humano.

  – Elementos de processamento simples.
  – Grande grau de interconexões.
  – Interação adaptativa entre os elementos.



Introdução

- No cérebro, o **comportamento inteligente** é uma propriedade emergente de um grande número de **unidades simples** (ao contrário do que acontece com regras e algoritmos simbólicos).

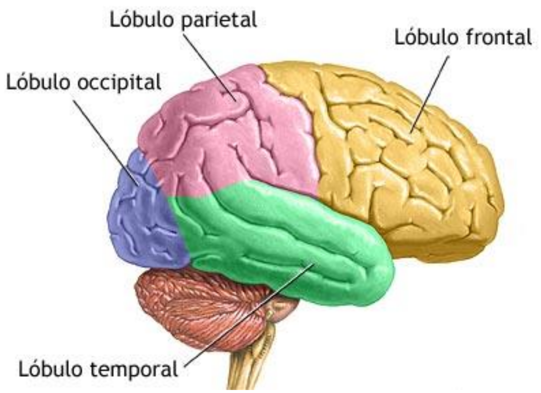
- Neurônios ligam e desligam em alguns milissegundos, enquanto o hardware atual faz o mesmo em nano segundos.

  – Entretanto, o cérebro realiza tarefas cognitivas complexas (visão, reconhecimento de voz) em décimos de segundo.

- O cérebro deve estar utilizando um **paralelismo massivo**.

Introdução

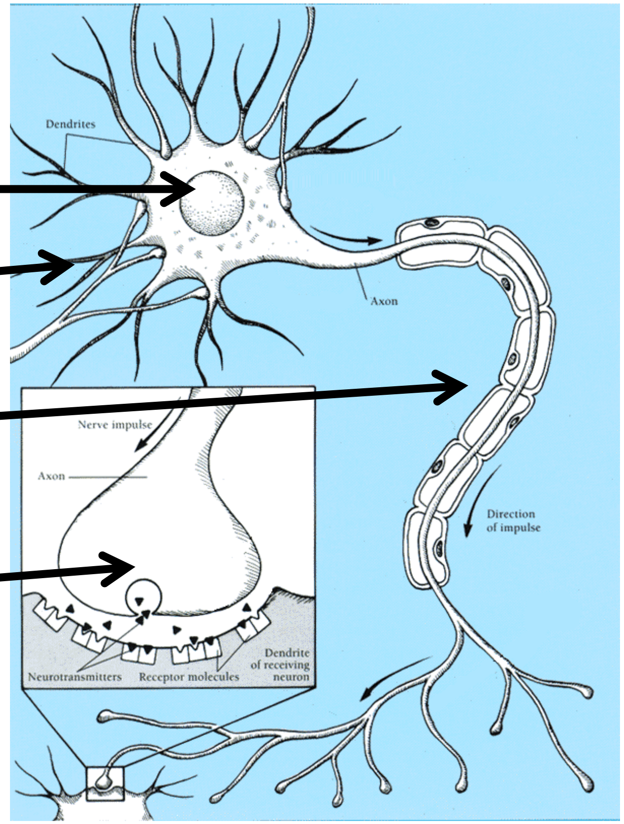
- O **cérebro humano** tem sido extensamente estudado, mas ainda não somos capazes de **entender completamente** o seu funcionando.



- O cérebro é **muito complexo**, até mesmo o comportamento de um simples **neurônio** é bem complexo.

Neurônio

- **Estrutura de um Neurônio:**
  - Corpo celular
  - Dendritos
  - Axônio
  - Terminais sinápticos



Funcionamento de um Neurônio

- Por meio dos **dentritos**, o neurônio recebe sinais de outros neurônios a ele conectados por meio das **sinapses**.

- Os sinais são acumulados no **corpo** do neurônio.

- Quando a soma dos sinais passa de um certo limiar (~ 50mV) um sinal é propagado no **axônio**.

- As **sinapses** tem um peso que pode ser:
  - excitatório: incrementam a soma dos sinais.
  - inibidor: decrementam.

Introdução

- **Características do Cérebro Humano:**
  - 10^{11} neurônios.
  - Cada neurônio tem em media 10^4 conexões.
  - Milhares de operações por segundo.
  - Neurônios morrem frequentemente e nunca são substituídos.
  - Reconhecimento de faces em aproximadamente 0.1 segundos.

Introdução

- O **cérebro humano** é bom em:
  - Reconhecer padrões,
  - Associação,
  - Tolerar ruídos...

- O **computador** é bom em:
  - Cálculos,
  - Precisão,
  - Lógica.

Introdução

- Formas mais básicas de **aprendizado** em Redes Neurais:

  - **Perceptron**: Algoritmo para aprendizagem de redes neurais simples (uma camada) desenvolvido nos anos 50.

  - **Backpropagation**: Algoritmo mais complexo para aprendizagem de redes neurais de múltiplas camadas desenvolvido nos anos 80.

Aprendizagem de Perceptron

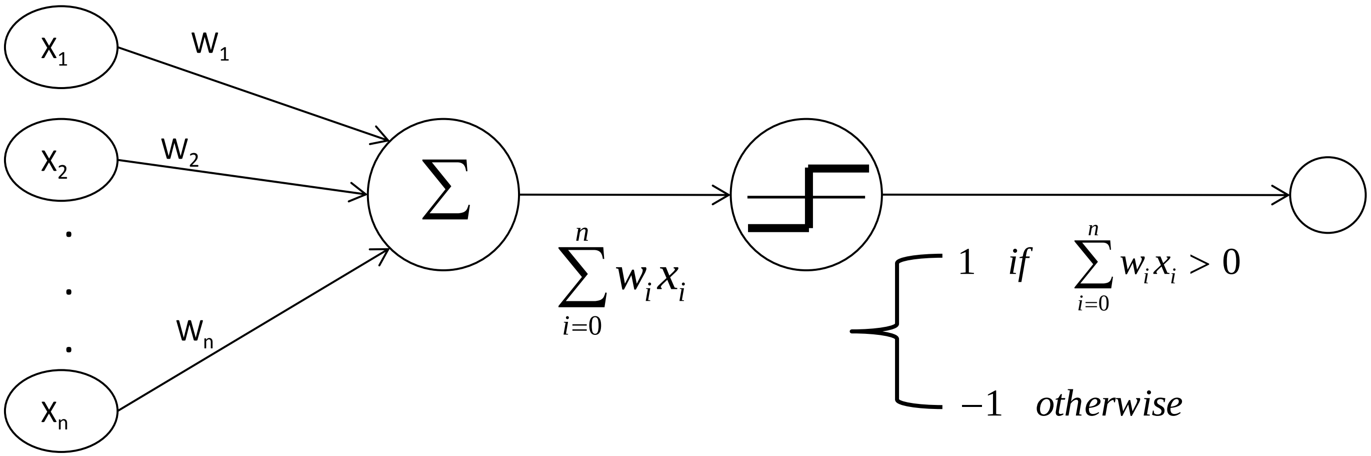
- Usa-se um conjunto de **exemplos de treinamento** que dão a saída desejada para uma unidade, dado um conjunto de entradas.

- O objetivo é **aprender pesos** sinápticos de tal forma que a unidade de saída produza a saída correta pra cada exemplo.

- O algoritmo faz atualizações iterativamente até chegar aos **pesos corretos**.

Perceptron

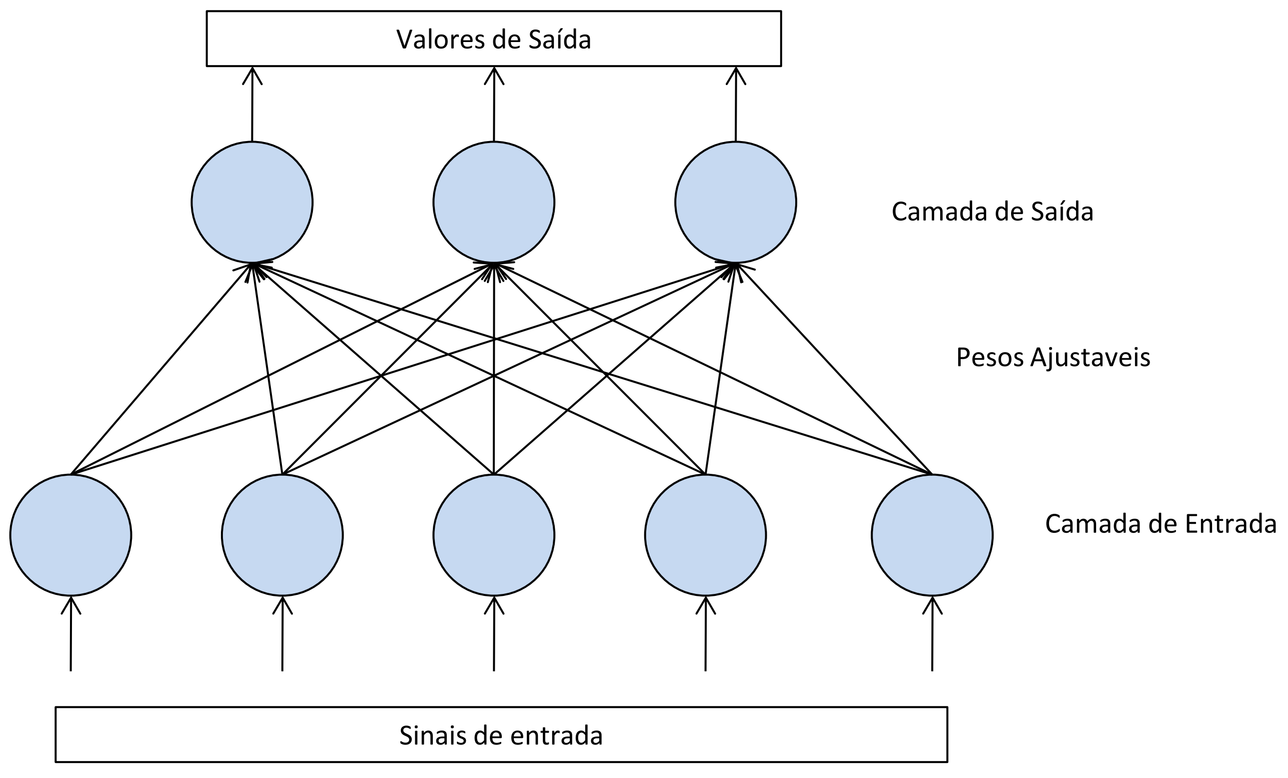
- **Unidade de Threshold Linear**



$$\sum_{i=0}^{n} w_i x_i$$

$$\begin{cases} 1 \quad if \quad \sum_{i=0}^{n} w_i x_i > 0 \\ -1 \quad otherwise \end{cases}$$

Rede de Perceptrons



Aprendizado de Perceptrons

- Para que um perceptron possa **aprender uma função** deve-se mudar o valor dos pesos ajustáveis por uma quantidade proporcional a **diferença entre a saída desejada e atual saída** do sistema.

$$w_i = w_i + \Delta w_i$$

$$\Delta w_i = \eta(t - o)x_i$$

			Saída desejada:	*t*
x_1	x_2	...	x_n	*o*
x_1	x_2	...	x_n	*t*

- *t* = saída desejada.
- *o* = atual saída do perceptron.
- η = Learning rate.

Aprendizado de Perceptrons

- Regra de aprendizado:

$$w_i = w_i + \Delta w_i$$
$$\Delta w_i = \eta(t - o)x_i$$

- Se a saída do perceptron não estiver correta (*t* != *o*):
  - Os pesos w_i são alterados de forma que a saída do perceptron para os novos pesos seja próxima de *t*.

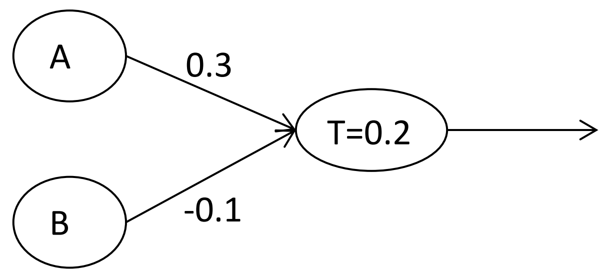
- O algoritmo vai convergir para a correta classificação se:
  - O conjunto de treinamento é linearmente separável.
  - η é suficientemente pequeno.

Treinando um Neurônio

Operador And

A	B	Saída
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Threshold = 0.2
Learning Rate = 0.1



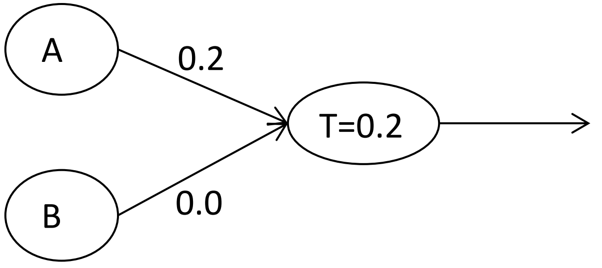
A	B	Somatório	Saída	Erro
0	0	(0*0.3)+(0*-0.1) = 0	0	0
0	1	(0*0.3)+(1*-0.1) = -0.1	0	0
1	0	(1*0.3)+(0*-0.1) = 0.3	1	-1
1	1	(1*0.3)+(1*-0.1) = 0.2	1	0

Treinando um Neurônio

Operador And

A	B	Saída
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Threshold = 0.2
Learning Rate = 0.1



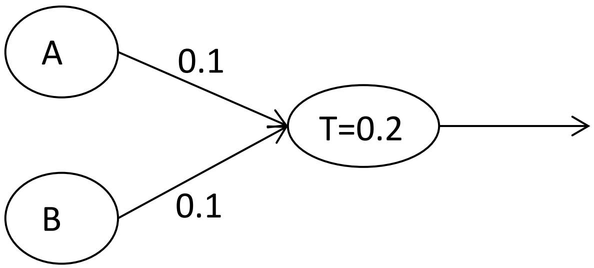
A	B	Somatório	Saída	Erro
0	0	(0*0.2)+(0*0.0) = 0	0	0
0	1	(0*0.2)+(1*0.0) = 0	0	0
1	0	(1*0.2)+(0*0.0) = 0.2	1	-1
1	1	(1*0.2)+(1*0.0) = 0.2	1	0

Treinando um Neurônio

Operador And

A	B	Saída
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

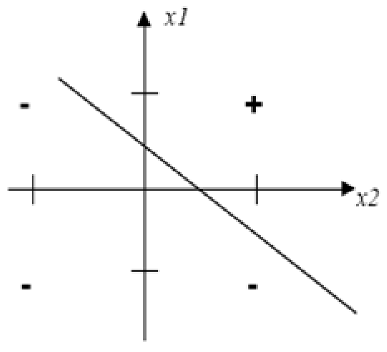
Threshold = 0.2
Learning Rate = 0.1



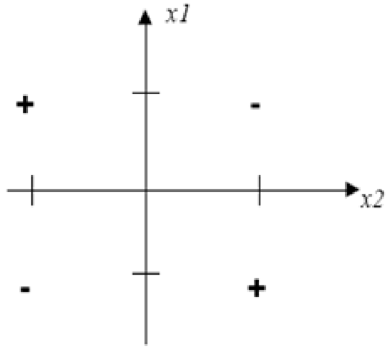
A	B	Somatório	Saída	Erro
0	0	(0*0.1)+(0*0.1) = 0	0	0
0	1	(0*0.1)+(1*0.1) = 0.1	0	0
1	0	(1*0.1)+(0*0.1) = 0.1	0	0
1	1	(1*0.1)+(1*0.1) = 0.2	1	0

Limitações

- Um único Perceptron consegue resolver somente funções linearmente separáveis.



- Em funções não linearmente separáveis o perceptron não consegue gerar um hiperplano para separar os dados.



Redes Multicamadas

- Perceptrons expressam somente superfícies de decisão linear.

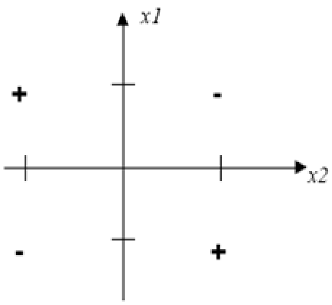
- Entretanto, é possível combinar vários perceptrons lineares para gerar superfícies de decisão mais complexas.

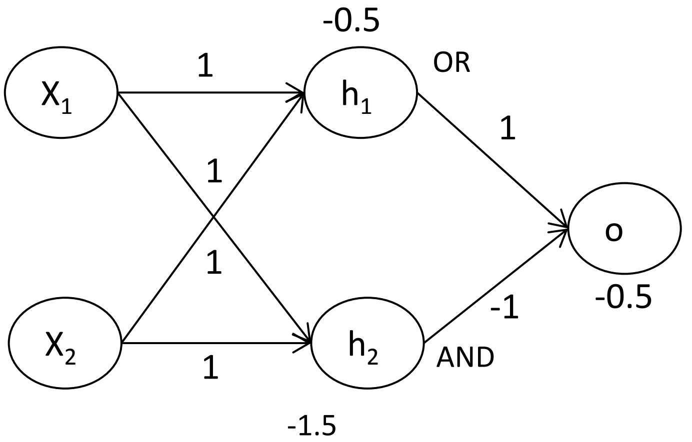
- Dessa forma podemos, por exemplo, gerar uma superfícies de classificação para o operador XOR.

Operador XOR

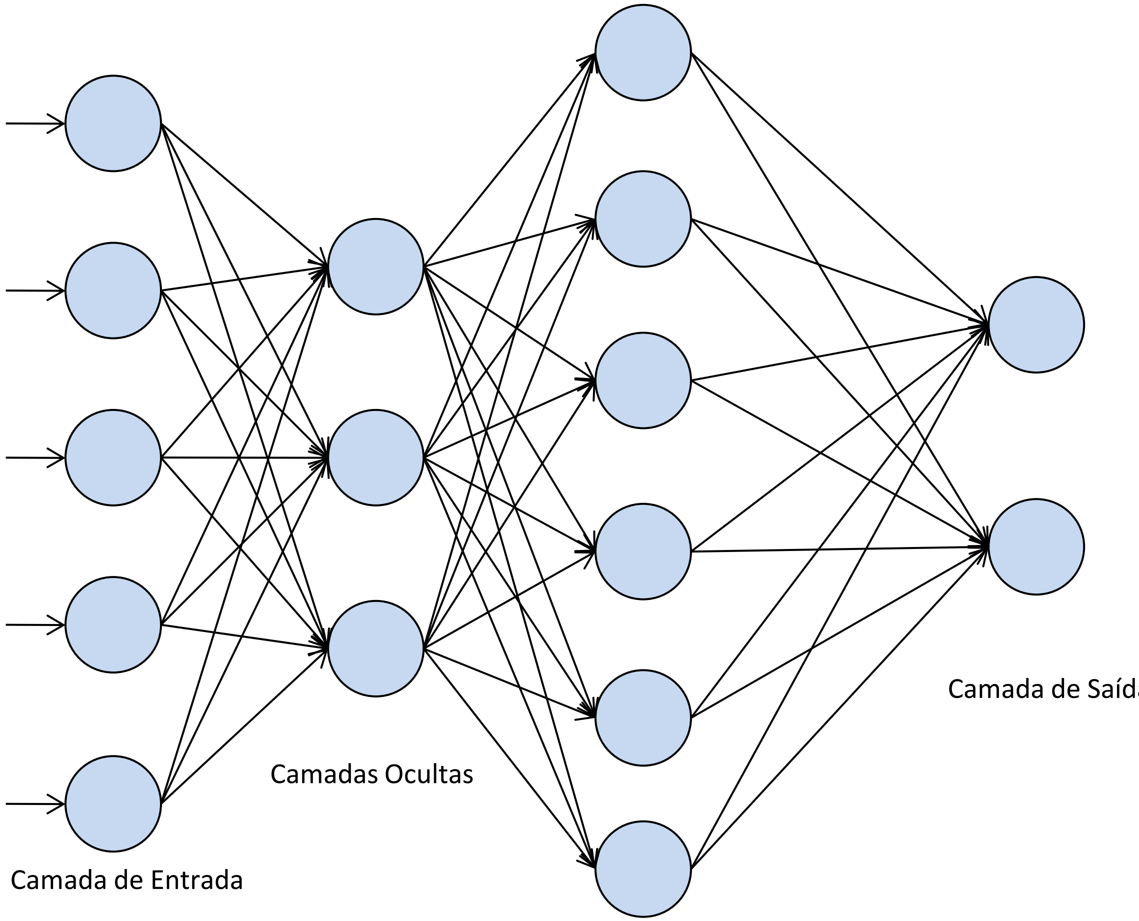
Operador XOR

A	B	Saída
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



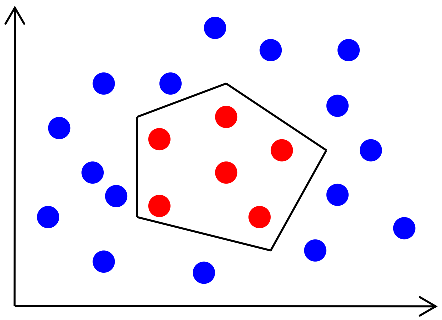


Redes Multicamadas

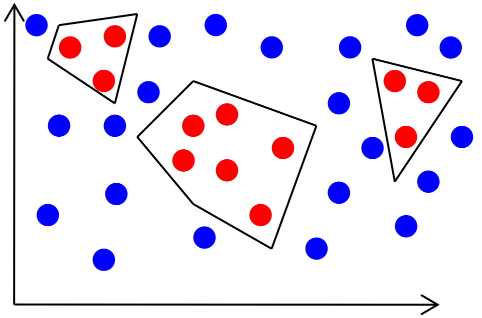


Redes Multicamadas

- Adicionar uma camada oculta a rede permite que a rede possa gerar uma função de convex hull.



- Duas camadas ocultas permite a rede gerar um função com diferentes convex hulls.



Redes Multicamadas

- **Unidades lineares** são capazes gerar **funções lineares**, dessa forma, a função de uma rede multicamada também será linear.

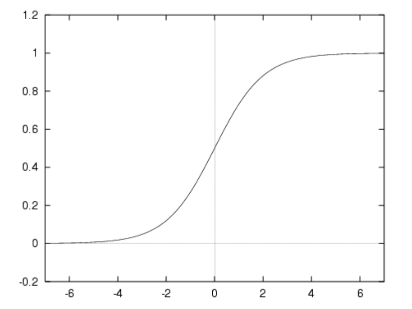
- Entretanto, existem muitas funções que **não podem ser modeladas por funções lineares**.

- Por esse motivo é necessário utilizar uma **outra função de ativação**.

Redes Multicamadas

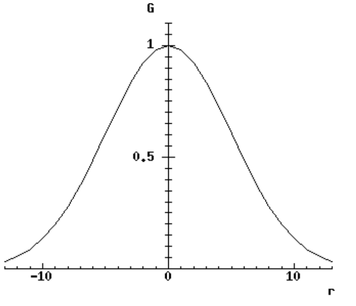
- Funções de ativação mais comuns:
  - Sigmoidal:

$$y = f\left(h = w_0 \cdot 1 + \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot x_i ; p\right) = \frac{1}{1 + e^{-h/p}}$$



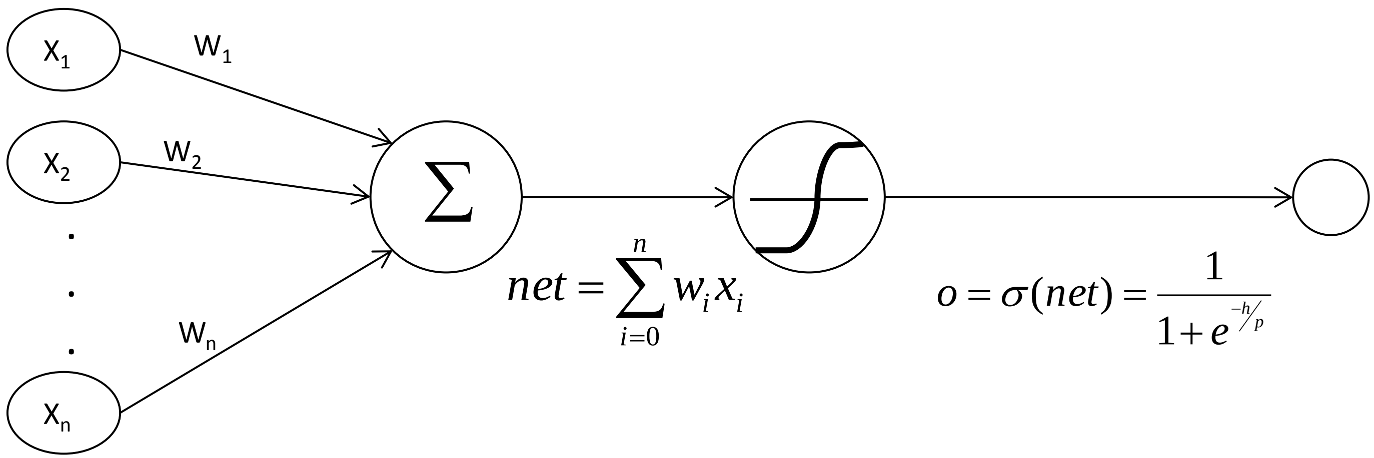
  - Radial (Gausiana):

$$y = f\left(h = \sum_{i=1}^{n} (x_i \cdot w_i)^2 ; \sigma = w_0\right) = \frac{1}{2\pi\sigma} e^{-\frac{h^2}{2\sigma^2}}$$



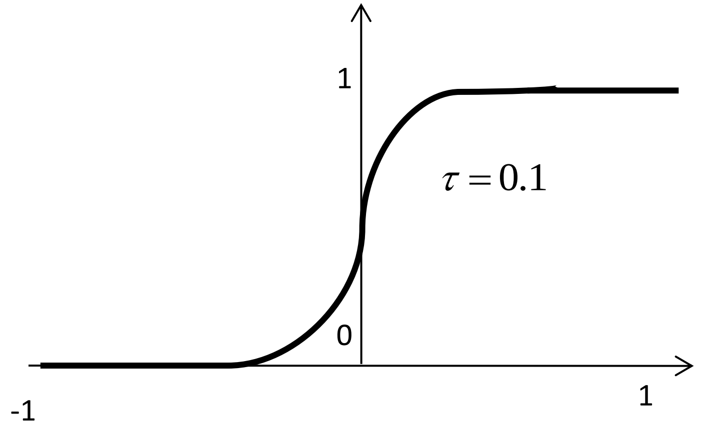
Redes Multicamadas

- **Unidade Sigmoid**



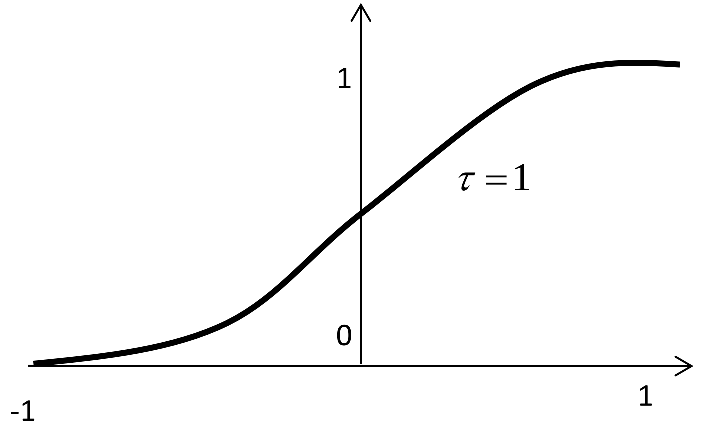
Função Sigmoidal

$$f_i(net_i(t)) = \frac{1}{1 + e^{-(net_i(t) - \alpha)/\tau}}$$



Função Sigmoidal

$$f_i(net_i(t)) = \frac{1}{1+e^{-(net_i(t)-\alpha)/\tau}}$$



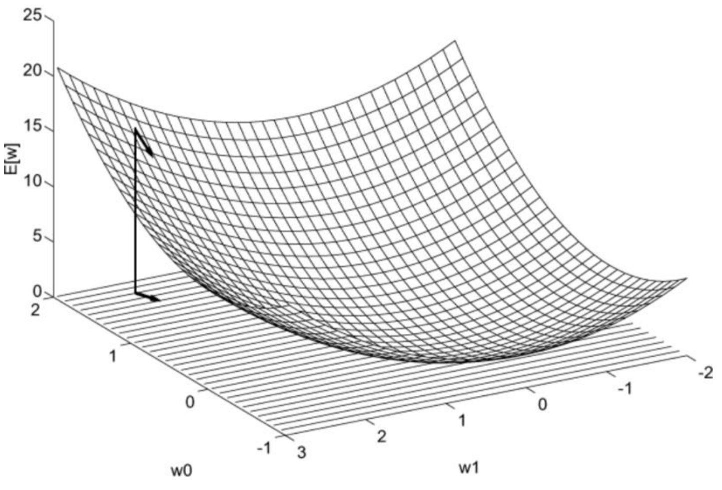
Backpropagation

- **Aprende os pesos para uma rede multicamadas**, dada uma rede com um número fixo de unidades e interconexões.

- O algoritmo backpropagation emprega a **descida do gradiente** para minimizar o erro quadrático entre a saída da rede e os valores alvos para estas saídas.

Descida do Gradiente

- A **descida do gradiente** busca determinar um vetor de pesos que minimiza o erro.



- Começando com um vetor inicial de **pesos arbitrário** e modificando-o repetidamente em pequenos passos.

- A cada passo, o vetor de pesos é alterado na direção que produz a maior queda ao longo da superfície de erro.

Backpropagation

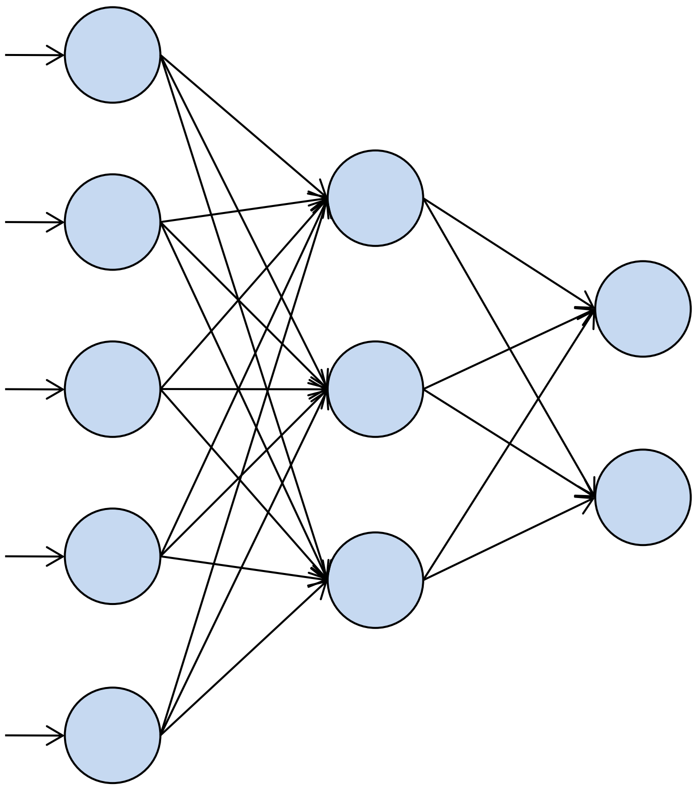
- **Aprende os pesos para uma rede multicamadas**, dada uma rede com um número fixo de unidades e interconexões.

- O algoritmo backpropagation emprega a **descida do gradiente** para minimizar o erro quadrático entre a saída da rede e os valores alvos para estas saídas.

Valor de saida da rede →	0.119	0.059	0.253	0.246	
	0	0	1	0	← Valor da saida buscada

Erro (E) = (Valor da saida buscada) – (Valor de saida da rede)

Backpropagation



Backpropagation

Inicializa cada peso w_i com um pequeno valor randômico.
Enquanto condição de parada não for atingida **faça**
{
    Para cada exemplo de treinamento **faça**
    {
        Entre com os dados do exemplo na rede e calcule a saída da rede (o_k)
        Para cada unidade de saída k **faça**
        {

$$\delta_k \leftarrow o_k(1-o_k)(t_k-o_k)$$

        }
        Para cada unidade oculta h **faça**
        {

$$\delta_h \leftarrow o_h(1-o_h)\sum_{k \in outputs} w_{h,k}\delta_k$$

        }
        Para cada peso w_j da rede **faça**
        {

$$w_{i,j} \leftarrow w_{i,j} + \Delta w_{i,j}$$

$$where \quad \Delta w_{i,j} = \eta \delta_j x_{i,j}$$

        }
    }
}

Backpropagation

- O backpropagation **não é um algoritmo ótimo** e não garante sempre a melhor resposta.

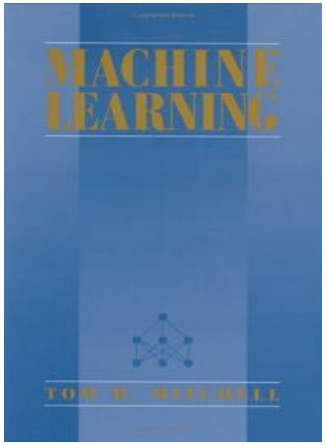
- O algoritmo de descida do gradiente pode ficar preso em um erro **mínimo local**.

- É possível refazer o treinamento variando os valores iniciais dos pesos.

- Backpropagation é o algoritmo de aprendizagem mais comum, porém existem muitos outros.

Leitura Complementar

- Mitchell, T. **Machine Learning**, McGraw–Hill Science/Engineering/Math, 1997.



- Duda, R., Hart, P., Stork, D., **Pattern Classification**, John Wiley & Sons, 2000