Seghe in pillole

Riccardo Carlesso

27 Aprile 2000

Sommario

Una carrellata di ben TRE seghe mentali autoprodotte dall'Autore intorno al 98-99... richiedono competenze di Analisi 1, Meccanica Razionale, Elettrotecnica ed Elettronica 1 ma sono godibili per il lato comico da chiunque (almeno l'ultimo articolo sui seni , che è il più bello).

1 Seghe in pillole

1.1 E' nato prima il seno o il coseno?

Mi è capitato nella mia vita di pormi il problema: è nato prima il seno o il coseno? Quando facevo il liceo pensavo (come tutti voi, probabilmente) che fosse il seno la prima funzione trigonometrica. Sarà perché ho studiato trigonometria e derivate quasi in contemporanea, e vedere che $Dsen(x) = cos(x)$ mentre $Dcos(x) = -sen(x)$ mi faceva pensare che questo odiosissimo segno meno (quanti di voi l'avranno dimenticato nei compiti in classe del liceo!) ponesse in secondo piano il coseno, e che derivasse dal seno in modo naturale. In analisi 1, poi, con Taylor, questa mia idea è stata confermata: da un banalissimo $sen(x) \approx x$ a un odiosissimo $cos(x) \approx 1 - \frac{x^2}{2}$: in matematica di solito ciò che è complicato viene dopo. Il dubbio ha cominciato a insinuarsi in me con meccanica razionale: nell'equazione differenziale del moto smorzato l'elemento smorzante era sempre un $A_0cos(w_0t)$. E così in elettrotecnica le sinusoidi erano sempre coseni... l'impressione era che man mano che la situazione si complicava tanto più si rendeva necessario l'uso di un coseno, come dire: i seni li lasciamo ai pivelli. In comunicazioni elettriche, poi, è tutt'un coseno... Dopo la spaghettata del pre-via trucis del 17 Ottobre 98 ho formalizzato per la prima volta il perché (o comunque ciò che io credo essere il perché) di questa discriminazione: quando in elettrotecnica si passa dalle $i(t)$ e $v(t)$

all'inviluppo complesso - se ricordate - si sfrutta la parte reale della funzione $\Re\{e^{jwt}\}$ che guarda caso è un coseno. Purtroppo l'esponenziale complesso è in un certo senso il padre delle funzioni complesse: senza di lui il campo complesso avrebbe ben poco senso di esistere: esso infatti permette, se versore, di ruotare un qualunque vettore e la funzione di cui sopra altro non è che un versore rotante... Molti di voi, strenui difensori del seno (e vi capisco!), potrebbero obiettarmi che basterebbe sostituire parte reale con immaginaria e il gioco sarebbe fatto: il seno riprenderebbe il posto di rilievo che gli spetta: nulla di tutto questo! Il passaggio non sarebbe indolore perché la parte reale di un prodotto si calcola in maniera ben diversa da quella immaginaria: è la differenza dei prodotti delle singole parti: prima reali poi immaginarie: in un certo senso preserva una certa uniformità: mette coseni con coseni e seni con seni... la comodità è notevole. Chiamatela una convenzione, ma per come è stata scritta la matematica oggi... (sarà un errore un po' come il verso della corrente che per definizione è opposta al moto di cariche!!!) il seno non potrà mai sostituire un coseno mentre può valere il viceversa. Potreste altresì obiettatarmi che potremmo tenere entrambi e usare all'occorrenza l'uno o l'altro... certo, nominalmente si farà sempre così, forse. Eppure è ridondante la loro compresenza: l'uno appartiene alla chiusura dell'altro, sia da un punto di vista differenziale (cioè in un numero finito di derivazioni - nel nostro caso uno - riesco a ricavare uno dall'altro) che di fase (con uno sfasamento costante riesco infatti a passare dall'uno all'altro). Insomma, se avessimo la coscienza di abolire il seno, questo non comparirenbbe più nelle tavole, nelle serie di Fourier, e in mille altre cose con notevole riduzione di costi e tempi di produzione!

1.2 Treni e spazi metrici

Notavo semplicemente che il costo di un biglietto del treno tra due punti A e B gode della proprietà di una distanza: tutti sanno che un'applicazione a due variabili $d(x, y)$ è una distanza (e con poche aggiunte genera uno spazio metrico) se gode di 3 proprietà:

- $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$
- $d(x, y) = d(y, x)$
- $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z) \forall y$ (disuguaglianza triangolare)

Ebbene il prezzo del biglietto di un treno gode di queste proprietà: non spendo niente per andare da A a A; l'andata costa come un ritorno; e infine se devo andare da A a B conviene pagare il biglietto con tutto il percorso che spezzettarlo in due semipercorsi, perché poi pagherei di più. Se per voi è banale trovate un'altra distanza nella vita non banale... Già il potere euristico è notevole: intanto noi NON siamo distanti dalle donne: se ci fosse una distanza tra un uomo e una donna, mentre fanno sesso verrebbe negata la prima proposizione! (Un uomo infatti non è una donna, nemmeno a distanza 0)

1.3 Seno femminile in coordinate polari

Guardandomi intorno mi è capitato di vedere tanti seni, tutti diversi tra loro, e poiché sono reduce da uno studio intensivo di microelettronica, non posso evitare di dirvi quanto mi ha stupito la somiglianza con un transistor BJT. Non che essi siano simili fisicamente, sia chiaro; ciò che hanno in comune è la filosofia del modello: apparentemente sono tutti uguali tra loro, ma ad una più attenta analisi ti accorgi che si differenziano tra loro - tanto più quanto più il modello è complesso. In un modello a due parametri di un transistor si considerano solo I_s e β_F; così facendo si trascura l'effetto Early: una cosuccia perlopiù trascurabile se le altre grandezze in gioco sono dominanti; a volte però dobbiamo utilizzarlo per modellare situazioni in cui questa piccola correzione può fare la differenza. Qui sta il segreto: saper modellare tanto meglio un fenomeno quanto più sono accurati i calcoli che dobbiamo fare, trascurando effetti che invece non incidono. Il modello più semplice che preferisco è un modello a due parametri (ρ, θ_{cad}) del seno, che ho definito simpaticamente polari perché sono guarda caso un raggio e un angolo. Ecco qua i parametri fisici che ho ideato:

raggio Ogni mammella è assimilabile solo in maniera approssimativa a una sfera (o meglio una semisfera). Definisco **raggio** ρ di una mammella il raggio della sfera osculatrice del seno in un intorno di un punto sufficientemente distante dal piano della pancia (che d'ora in poi chiamerò Π). Questo dà un'idea delle dimensioni del seno senza doversi accontentare di una misura discreta tipo terza-quarta-quinta: anziché dire terza abbondante potremo tranquillamente quantificare: potremo dire d'ora in poi: guarda lì che bel π! Mannò, non vedi che avrà a malapena una e?!? (sottinteso in CGS).

angolo di cadenza Sia C C il capezzolo di un seno. Sia G il centro della circonferenza ottenuta intersecando la sfera S calcolata prima e il piano Π. Si noti che questo non coincide necessariamente con il centro O della sfera S. Ebbene definisco **angolo di cadenza** θ_{cad} l'angolo tra la normale a Π uscente da G e la retta congiungente G a C. Questo ovviamente dà una stima di quanto il seno sia cadente. Sono stati osservati casi di θ_{cad} negativo! Inutile dire che questo parametro è dinamico; soprattutto può essere aggiustato con reggiseni onde (c'era bisogno di dirlo?) suggerisco che in laboratorio venga misurato a seno nudo.

eccentricità Alcune coppie di mammelle differiscono lievemente in ρ. Queste variazioni sono di solito minime e non chiedono una ridefinizione di questo parametro: tutt'al più potremo imporre che il ρ di un seno sia posto uguale alla media aritmetica dei r delle singole mammelle. Definiamo invece eccentricità ϵ del seno il rapporto tra ρ_{dx} e il ρ_{sx}.

prominenza Riprendendo il punto 2, notiamo che non sempre O e G G coincidono: questo vale solo nel caso di seno ideale. Questo discostamento dalla idealità lo chiameremo prominenza Λ: non è altro che il distaccamento della sfera dal piano della pancia. Particolarmente significativa sarà la prominenza specifica $\lambda \doteq \frac{\Lambda}{\rho}$, più comoda in quanto adimensionale e più equa perché una ragazza molto alta e dimensionalmente prominente avrà TUTTI i suoi parametri enfatizzati mentre i rapporti tenderanno a mantenersi costanti. Inutile dire che i Greci avranno sicuramente introdotto degli standard ANSI sui parametri ideali, ma purtroppo non ne sono giunto a conoscenza.

distanza bipolare Come ben sanno gli aficionados, la distanza tra due seni può variare: alcuni hanno un discreto spazio vuoto in mezzo altri si toccano ben bene. Devo dunque definire anche la **distanza bipolare** δ_b tra $\mathbf{G}_{sx}$ e $\mathbf{G}_{dx}$. Di per sé inutile, serve però a introdurre un utilissimo parametro:

spazio di Pearl Drops Definisco lo **spazio di Pearl Drops** $\sigma_{pd} \doteq \delta_b - 2\rho$: questo rappresenta lo spazio libero tra i due seni, utile ai fini dei calcoli per moti con attrito di sfregamento: inutile dire che con qualche integrale di superficie che non starò qui a specificare si potrà banalmente calcolare la superficie contro cui sfrega un generico cilindro di raggio ρ_0 e così calcolare l'energia dispersa a partire dagli attriti. Inutile dire che anche in questo caso è pregnante (che bel doppio sesso anglofono!), ancor più che σ_{pd}, il coefficiente di Pearl Drops γ_{pd} definito banalmente come σ_{pd}/ρ che ha ancora una volta il vantaggio dell'adimensionalità, ovvero di trascendere le dimensioni precipue della donna in esame.

mobilità Definiamo anche la mobilità $\mu_s \doteq \rho \cdot \theta_{max}$, ove θ_{max} è banalmente definito come $\theta_{max} \doteq max\{|\theta_L|, |\theta_H|\}$. Questa rappresenta la massima divergenza del capezzolo dal punto $\theta = 0$.

Ma veniamo a qualche previsione (d'altronde modelliamo la realtà al fine di fare delle previsioni, no?). Il **volume di un seno** è uguale al volume di una sfera di raggio ρ cui togliamo una calotta sferica di altezza $(\rho - \Lambda)$ che in particolare sarà una semisfera se $\Lambda = 0$.

$$V = \pi \int_{-\rho+\Lambda}^{\rho} (\rho^2 - \xi^2) d\xi = \frac{\pi}{3}(4\rho^3 + \Lambda^2(\Lambda - 3\rho)), \quad (1)$$

risultato del quale non sono sicurissimo ma che mi lascia ben sperare poiché i conti tornano per $\Lambda = 0$ e $\Lambda = \rho$. Di qui è poi banale stimare la massa del seno in questione:

$$m = \delta_s V + m_{c_0}, \quad (2)$$

con δ_s corrispondente alla densità di un seno (approssimabile a 0.8 visto l'alta quantità di grasso), V al volume poc'anzi calcolato e m_{c_0} alla massa (peraltro trascurabile, di solito) a riposo del un capezzolo, che purtroppo ad un'analisi più attenta dev'essere funzione sia della velocità cui è sottoposto (di solito piccola) e alla temperatura cui è:

$$m_c = m_{c_0} \frac{1 + \frac{\Delta T}{T_0}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (3)$$

con m_{c_0} uguale alla massa a velocità nulla e temperatura ambiente del capezzolo in questione, T_0 temperatura ambiente, ΔT variazione rispetto a tale temperatura, β velocità fratto velocità della luce ($\beta = \frac{v}{c}$). Supponiamo ora di studiare la dinamica del corpo supposto rigido (ci preoccuperemo poi più avanti di stimare come l'effettiva non-rigidità del corpo alteri il moto), supponendolo un corpo esteso rigido con massa e momento d'inerzia sottoposto alle sole forza peso (applicata al baricentro O) e momento elastico di ritorno M_0 che modella il banale fatto che un seno incurvato verso il basso tende a tornare alla posizione di riposo con una forza (o meglio un momento) pressoché lineare in θ_{cad}. La cosa interessante è che, oltre alla dinamica, annullando la derivata del potenziale possiamo agevolmente calcolare l'angolo di riposo θ_{cad} che abbiamo introdotto come parametro. Ebbene, quest'angolo, per esempio, dovrà essere positivo eppure in realtà ne troviamo anche di negativi, come mai?!? Ebbene il nostro modello assimila un seno a una porzione di cerchio e assume il capezzolo (sul quale è calcolato l'angolo rispetto alla normale alla pancia) massimamente distante dalla pancia se non sottoposto a forze peso. La realtà è ben diversa e si sperimentano posizioni di ogni tipo: potremo poi introdurre l'**eccentricità d'angolo capezzolare** ϵ_{θ_c} che sarà la banale differenza tra θ_{cad} e θ_0. Calcoliamo anzitutto il momento d'inerzia di una porzione di sfera rispetto alla componente orizzontale della giacitura del piano della pancia applicata al punto G della pancia (ho così univocamente determinato l'asse di rotazione su cui intendo sottoposto il momento di 'rientro'). Poiché il calcolo sarebbe troppo oneroso (massa - e quindi anche dm - funzione di Λ, ρ che assume valori di arcocoseni incasinatissimi...) calcolerò l'integrale supponendo il seno una sfera pesante con asse spostato rispetto al baricentro O di L. Così facendo sto maggiorando I di quella calotta che fin ora avevo trascurato (per ovviare all'inconveniente possiamo poi migliorare la stima di I ponderandolo, chessò, per un $0.8 \div 0.9$). Ecco allora che tramite *Huyghens-Steiner* il problema diventa banale:

$$I = \int r^2 dm \simeq I_0 + M\Lambda^2 = \frac{3}{5} M\rho^2 + M\Lambda^2 = M(\frac{3}{5}\rho^2 + \Lambda^2) \tag{4}$$

Calcoliamo ora il potenziale e l'energia cinetica:

- $U(\theta) = -M_0\theta + mgy_0 = -M_0\theta + mg\Lambda \sin\theta = mgL(\sin\theta - k\lambda)$ [1]
- $T(\theta) = \frac{1}{2} I\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} M(\frac{3}{5}\rho^2 + \Lambda^2)\dot{\theta}^2$

Dalla relazione:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}}\right) - \left(\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta}\right), \tag{5}$$

ben nota dalla Meccanica Razionale, otteniamo l'equazione del moto:

$$I\ddot{\theta} + mg\Lambda(1 - \cos\theta) = -M_0 \tag{6}$$

(credo!). E il punto di riposo:

$$U'(\theta) = mg\Lambda(\cos\theta - k) \Rightarrow \theta_0 = \arccos(k) = \arccos(\frac{mg\Lambda}{M_0}) \tag{7}$$

Ove in particolare se $mg\Lambda > M_0$ non esistono soluzioni (avremo allora cadenza massima e considereremo $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$). In realtà ci sono delle condizioni di confine: θ non supera mai 2 soglie che chiameremo θ_L e θ_H (rispettivamente soglia bassa e alta).

Non mi viene in mente altro.

PS. E' gradito uno schizzo di ciò che ho scritto sul seno per fissare meglio l'idea (.jpg, .gif, .sbur). Grazie.

[1] definendo $k \doteq \frac{M_0}{mg\lambda}$.