

# การคัดเลือกตัวแปรโดยการหาค่าเอยู่ซีเหมาะสมที่สุด

วรัญญู วงษ์เสรี, ปวีศ ธาริชาญ

สาขาวิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

## บทคัดย่อ

เอยู่ซีเป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวจำแนก การวิเคราะห์ทางสถิติหาความสัมพันธ์ระหว่างเอยู่ซีและอัตราผิดพลาด (Error rate) พบว่ากรณีที่คลาสไม่สมดุลที่มีอัตราผิดพลาดสูง ตัวจำแนกที่มีความถูกต้อง (Accuracy) สูงอาจจะไม่ได้มีค่าเอยู่ซีสูง เนื่องจากความถูกต้องจะแปรผันตามจำนวนตัวอย่างที่จำแนกผิดพลาด ในขณะที่เอยู่ซีนอกจากจะแปรผันตามจำนวนตัวอย่างที่จำแนกผิดพลาดแล้วยังแปรผันตามลำดับ (Rank) ของตัวอย่างที่จำแนกผิดพลาดด้วย งานวิจัยนี้นำเสนอการทดลองเปรียบเทียบความสอดคล้องและความสามารถในการจำแนกระหว่างดัชนีค่าความถูกต้องและค่า AUC พบว่า AUC มีความสอดคล้องและความสามารถในการจำแนก สูงกว่าความถูกต้องทั้งในกรณีที่คลาสสมดุลและไม่สมดุล นอกจากนี้ตัวจำแนกที่มีค่าเอยู่ซีสูงมีแนวโน้มที่จะมีความถูกต้องสูงด้วยการออกแบบตัวจำแนกที่มีค่าเอยู่ซีสูงจึงมีความเหมาะสมมากกว่าตัวจำแนกที่มีความถูกต้องสูง ดังนั้นจึงมีความจำเป็นในการหาฟังก์ชันความสูญเสีย (Loss function) ที่เหมาะสมสำหรับการหาค่าเอยู่ซีที่เหมาะสมที่สุด

## 1 บทนำ

เป้าหมายของขั้นตอนวิธีการเรียนรู้สำหรับปัญหาการจำแนกคือการสร้างตัวจำแนกจากชุดข้อมูลที่มีป้ายกำกับเพื่อให้แบบจำลองสามารถใช้ ในการพยากรณ์ชุดข้อมูลทดสอบ โดยทั่วไปความสามารถในการทำนายของขั้นตอนวิธีการเรียนรู้สำหรับปัญหาการจำแนกสามารถวัดได้จากค่าความแม่นยำ (หรือ อัตราผิดพลาดซึ่งเท่ากับ 1 ลบด้วยค่าความแม่นยำ) ของชุดข้อมูลทดสอบ และโดยส่วนใหญ่ของแบบจำลองการจำแนกนั้นสามารถประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเกิดคลาส ได้แต่ยังไม่ค่อยนำมาประเมินประสิทธิภาพของแบบจำลอง ทำให้ความแม่นยำ ถูกพิจารณาเพียงถูกต้องหรือผิดพลาดเพียงเท่านั้น ค่าความแม่นยำนั้นอาจไม่เพียงพอในการประเมินประสิทธิภาพของแบบจำลองการจำแนก เช่น ในทางการตลาด ที่ต้องการกระตุ้นยอดขายสูงสุดให้เพิ่มขึ้นจากลูกค้า จึงทำให้ต้องการดำเนินกลยุทธ์ทางการค้าต่อลูกค้าที่ส่งผลมากที่สุดต่อการขายในแต่ละบุคคล ไม่ใช่พิจารณาเฉพาะการดำเนินกลยุทธ์เพื่อให้ลูกค้าซื้อหรือไม่เท่านั้น ต้องการที่จะเพิ่มโอกาสการซื้อของลูกค้าให้เกิดผลสูงสุด ดังนั้นในกรณีนี้เพียงแค่เพิ่มโอกาสการซื้อของลูกค้านั้นไม่เพียงพอ แต่ต้องเป็นวิธีที่เพิ่มโอกาสการซื้อของลูกค้าได้มากที่สุดด้วย

ดังนั้นการจัดอันดับจึงเป็นที่ต้องการมากกว่าแค่การจัดประเภท และสามารถคำนวณได้ง่ายเนื่องจากแบบจำลองการจำแนกส่วนใหญ่จะสร้างการประมาณความน่าจะเป็นที่สามารถใช้ในการจัดอันดับได้

เส้นโค้ง ROC (Receiver Operating Characteristics) นำมาประยุกต์ใช้ในการประเมินประสิทธิภาพการจัดอันดับของขั้นตอนวิธีการเรียนรู้สำหรับปัญหาการจำแนก [2, 3] โดยพบว่า AUC มีคุณสมบัติที่พึงประสงค์หลาย

ประการเมื่อเทียบกับความแม่นยำ ใน บทความ นี้ จะทดลองเปรียบเทียบเพื่อพิสูจน์ว่า AUC เป็นการประเมินประสิทธิภาพแบบจำลองที่ดีกว่าความแม่นยำ

## 2 เกณฑ์ สำหรับการ เปรียบ เทียบ มาตรการ การ ประเมิน

เริ่มต้นด้วยการเปรียบเทียบ AUC และความแม่นยำจากนั้นอธิบายค่าจำกัดความเป็นทางในการเปรียบเทียบตัวประเมินประสิทธิภาพแบบจำลองการจำแนกทั้งสองประเภท

### 2.1 ค่า AUC เทียบกับ ค่าความแม่นยำ

การคำนวณ AUC สามารถคำนวณได้จาก[1]

$$AUC = \frac{\sum r_i - n_p \frac{n_p+1}{2}}{n_p n_n} \quad (1)$$

ตารางที่ 1 ตัวอย่างข้อมูลการคำนวณ AUC

	-	-	-	-	+	-	+	+	+	+
i					1		2	3	4	5
$r_i$					5		7	8	9	10

ตารางที่ 2 ตัวอย่างแบบจำลองการจำแนกทั้งสองที่มีค่าความแม่นยำเท่ากัน แต่มี AUC ต่างกัน

ตัวจำแนกที่ 1	-	-	-	-	+	-	+	+	+	+
ตัวจำแนกที่ 2	+	-	-	-	-	+	+	+	+	-

เมื่อ  $n_p$  และ  $n_n$  คือจำนวนตัวอย่างทั้งหมดของคลาสบวก และคลาสลบตามลำดับ และ  $r_i$  คือหมายเลขอันดับของคลาสบวกที่ i จากตัวอย่างในตารางที่ 1 พบว่ามีคลาสบวกและ คลาสลบอยู่อย่างละ 5 ตัว และเมื่อคำนวณหา AUC จะได้ดังนี้  $\frac{(5+7+8+9+10)-5 \times \frac{5}{2}}{5 \times 5}$  ซึ่งเท่ากับ  $\frac{24}{25}$  โดยค่าสูงสุดของ AUC จะมีค่าเท่ากับ 1 ในตัวอย่างถัดไปจะเห็นว่าเหตุใด AUC จึงเป็นหน่วยวัดที่ดีกว่าความแม่นยำ

พิจารณาแบบจำลองการจำแนก 2 แบบจำลองที่มีการประมาณความน่าจะเป็นสำหรับชุดตัวอย่างการทดสอบ 10 ชุด โดยเป็นคลาสบวกและ คลาสลบอย่างละ 5 ตัว พบว่าตัวจำแนกทั้งสอง มีค่าความแม่นยำเท่ากับ 80% (จำแนกคลาสบวกถูกต้อง(จริงบวก) 4 ตัว จำแนกคลาสลบถูกต้อง(จริงลบ) 4 ตัวและจำแนกคลาสบวกผิด(เท็จลบ) 1 ตัว จำแนกคลาสลบผิด(เท็จบวก) 1 ตัว รวมถูกต้องทั้งหมด 8 ตัวจาก 10 ตัว) แต่ค่า AUC ของตัวจำแนกที่ 1 และ 2 นั้นเท่ากับ  $\frac{24}{25}$  และ  $\frac{16}{25}$  ตามลำดับ พบว่าความแม่นยำไม่สามารถแยกความแตกต่างของทั้งสองแบบจำลองได้ ในขณะที่ค่า AUC สามารถแยกความแตกต่างของทั้งสองแบบจำลองได้

## 2.2 ความสอดคล้อง (Consistency) และความสามารถในการจำแนก (Discriminancy)

เมื่อต้องเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองที่แตกต่างกันดัชนีหนึ่ง ที่ควรคำนึงถึงคือความสอดคล้อง เพื่อระบุว่าแบบจำลองที่เปรียบเทียบกัน นั้นจะมีการทำงานหรือ เปลี่ยนแปลงไปในทิศทางเดียวกัน หรือกลับกัน หรือไม่

อีกดัชนีหนึ่งความสามารถในการจำแนก (Discriminancy) ความสามารถในการ แยก รูปแบบ ที่แตกต่างกัน ดัชนี ในการ ประเมิน ประสิทธิภาพ แบบใด สามารถ จำแนก สูง กว่า อีก แบบ นั้น จะ ต้อง มี เหตุการณ์ ที่ การ ประเมิน ประสิทธิภาพ หนึ่ง ไม่สามารถ แยก รูปแบบ สอง ชุด ข้อมูล ที่มีความ ต่าง กัน ได้ แต่อีก การ ประเมิน ประสิทธิภาพ สามารถ ทำ ได้

## 3 ทดลองเปรียบเทียบ

การทดลองเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของดัชนีความถูกต้องและ AUC จะทดลองด้วยข้อมูลที่สามารถเกิดขึ้นในทุกกรณีโดยวิธีการเรียงสับเปลี่ยนทางคณิตศาสตร์ โดยข้อมูลจะมีทั้งหมดสองคลาสกำหนดให้เป็นคลาสบวก และ คลาสลบการทดลองจะแบ่งเป็นสองกรณีคือ ข้อมูลที่สมดุลกัน และ ไม่สมดุลกัน

### 3.1 ข้อมูลสองคลาสที่สมดุล

ดังนั้นชุดข้อมูล ในการ ทดลอง นี้ จะ ประกอบด้วย ตัวอย่าง บวก และ ลบ จำนวนเท่ากัน (binary class) โดยจะทดลองข้อมูลที่มีขนาด 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 และ 20 ตัวอย่างเมื่อข้อมูลมีขนาด  $2n$  จะมีรูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด  $\binom{2n}{n}$

ความหมายของความสอดคล้องและ ความสามารถในการจำแนกเป็นไปตามคำจำกัดความดังนี้

**นิยามที่ 1** (ความสอดคล้อง). สำหรับสองการประเมินประสิทธิภาพ  $f, g$  ในโดเมน  $\Psi$  จะสอดคล้องกัน ถ้าไม่มี  $a, b \in \Psi$  ใดๆ ที่ทำให้  $f(a) < f(b)$  และ  $g(a) > g(b)$

จากนิยามที่ 1 หมายถึงถ้ากำหนดให้  $a, b$  เป็นรูปแบบชุดข้อมูลที่แตกต่างกันแล้วถ้า  $AUC(a) > AUC(b)$  และ  $acc(a) > acc(b)$  ด้วย จะนับว่าค่า AUC มีความสอดคล้องกับค่าความแม่นยำ แต่ถ้า  $AUC(a) > AUC(b)$  และ  $acc(a) < acc(b)$  จะถูกนับว่าค่า AUC ไม่มีความสอดคล้องกับค่าความแม่นยำ นำไปการคำนวณค่าระดับของความสอดคล้อง

**นิยามที่ 2** (ระดับของความสอดคล้อง). สำหรับสองการประเมินประสิทธิภาพ  $f, g$  ในโดเมน  $\Psi$  ให้  $R = \{(a, b) | a, b \in \Psi, f(a) > f(b), g(a) > g(b)\}$ ,  $S = \{(a, b) | a, b \in \Psi, f(a) > f(b), g(a) < g(b)\}$  ระดับของความสอดคล้อง  $C$  ของ  $f$  และ  $g$  โดยที่  $C(0 \leq C \leq 1)$  เมื่อ  $C = \frac{|R|}{|R|+|S|}$

จากนิยามที่ 2 หมายถึงระดับของความสอดคล้อง  $C$  คิดได้จากเหตุการณ์ที่ค่า AUC และค่าความแม่นยำ เป็นไปในทิศทางเดียวกัน หากด้วย ผลรวมของทั้งสองเหตุการณ์ ผลลัพธ์จากการทดลองแสดงดังตารางที่ 3

**นิยามที่ 3** (ความสามารถในการจำแนก). สำหรับ สอง การ ประเมิน ประสิทธิภาพ  $f, g$  ในโดเมน  $\Psi$  แล้ว  $f$  มีความสามารถในการจำแนก

มากกว่า  $g$  ก็ต่อเมื่อถ้ากำหนดให้  $a, b \in \Psi$  แล้ว  $f(a) > f(b)$  และ  $g(a) = g(b)$  และต้องไม่มี  $a, b \in \Psi$  ใดๆ ที่ทำให้  $f(a) = f(b)$  และ  $g(a) > g(b)$

จากนิยามที่ 3 หมายถึงถ้ากำหนดให้  $a, b$  เป็นรูปแบบชุดข้อมูลที่แตกต่างกันแล้วถ้า  $acc(a) = acc(b)$  แต่  $AUC(a) > AUC(b)$  ด้วย จะนับว่าค่า AUC นั้นมีความสามารถในการจำแนกสูงกว่าค่าความแม่นยำ แต่ เมื่อ  $AUC(a) = AUC(b)$  และ  $acc(a) > acc(b)$  จะถูกนับว่าค่าความแม่นยำ นั้นมีความสามารถในการจำแนกสูงกว่าค่า AUC

**นิยามที่ 4** (ระดับของความสามารถในการจำแนก).

=====

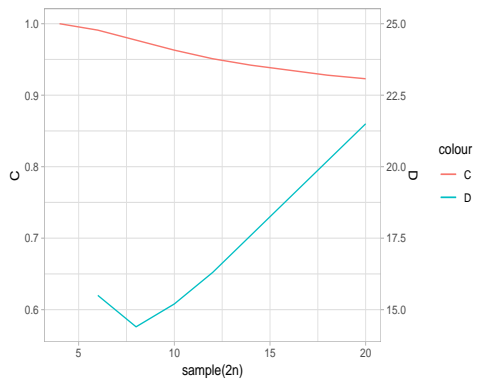
ความสามารถในการจำแนก  $D$  คิดได้จากเหตุการณ์ที่ AUC มีความสามารถในการจำแนกสูงกว่าค่าความแม่นยำ หากด้วย เหตุการณ์ที่ค่าความแม่นยำ มีความสามารถในการจำแนกสูงกว่า AUC ผลลัพธ์จากการทดลองแสดงดังตารางที่ 4

ตารางที่ 3 ความสอดคล้องกันของ AUC และ ความแม่นยำ

$2n$	ค่า AUC และ ค่าความแม่นยำ สอดคล้องกัน	ค่า AUC และ ค่าความแม่นยำ ไม่สอดคล้องกัน	$C$
4	9	0	1
6	113	1	0.991
8	1,459	34	0.977
10	19,742	766	0.963
12	273,600	13,997	0.951
14	3,864,673	237,303	0.942
16	55,370,122	3,868,959	0.935
18	802,343,521	61,797,523	0.928
20	11,733,729,456	975,464,160	0.923

ตารางที่ 4 ความสามารถในการจำแนกของค่า AUC และ ความแม่นยำ

$2n$	ค่า AUC จำแนกได้ดีกว่า ค่าความแม่นยำ	ค่าความแม่นยำ จำแนกได้ดีกว่า ค่า AUC	$D$
4	5	0	$\infty$
6	62	4	15.5
8	762	52	14.4
10	9,416	618	15.2
12	120,374	7,369	16.3
14	1,578,566	89,828	17.6
16	21,161,143	1,121,120	18.9
18	288,745,778	14,290,466	20.2
20	3,998,425,154	185,536,518	21.5



รูปที่ 1 ค่าความสอดคล้องและค่าความสามารถในการจำแนก เทียบจำนวน ตัวอย่าง

ในการทดลองที่ข้อมูลเป็นมีจำนวนคลาสสองคลาสและเป็นข้อมูลที่สมดุลพบว่า AUC นั้นมีความสอดคล้องกับ ค่าความแม่นยำและ AUC นั้นสามารถจำแนกเหตุการณ์ที่แตกต่างกันที่ค่าความแม่นยำไม่สามารถจำแนกได้มากกว่า และเมื่อพิจารณาความสามารถในการจำแนกนั้นพบว่ายังจำนวนข้อมูลเยอะมากขึ้นนั้น ความสามารถในการจำแนกของ AUC จะสูงขึ้นด้วย แสดงดังรูปที่ 1

### 3.2 ข้อมูลสองคลาสที่สมดุล

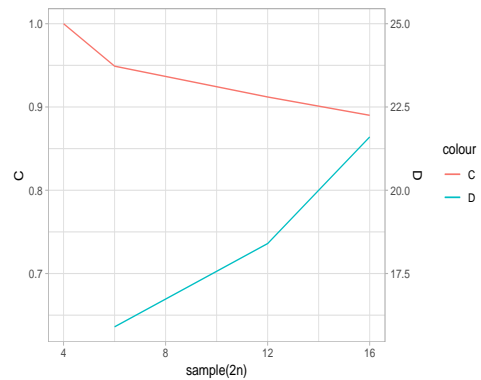
ข้อมูลแบบรีคลาสที่สมดุลโดยจะกำหนดให้มีตัวอย่างคลาสบวก 25% และตัวอย่างคลาสลบ 75% โดยข้อมูลที่ใช้จะมีจำนวน 4, 8, 12 และ 16 ตัวอย่าง และยังคงใช้สูตรการคำนวณค่า AUC เหมือนเดิมและเนื่องจากจำนวนตัวอย่างนั้นไม่สมดุลทำให้การคำนวณค่าความแม่นยำจะเปลี่ยนจากเดิมที่ให้ 5 ตัวอย่างแรกเป็นคลาสลบและ 5 ตัวอย่างถัดไปเป็นคลาสบวกหรืออีกนัยหนึ่งคือแบ่งตรงกลางอย่างละครึ่ง แต่เมื่อข้อมูลนั้นมีขนาดไม่เท่ากันทำให้การแยกคลาสบวกและคลาสลบเป็น 75% แรกเป็นคลาสลบ และ 25% เป็นต่อมาเป็นคลาสบวกตามอัตราส่วนของข้อมูลเข้าที่เปลี่ยนไป

ตารางที่ 5 ความสอดคล้องกันของ AUC และ ความแม่นยำ(ไม่สมดุล)

$2n$	ค่า AUC และ ค่าความแม่นยำ สอดคล้องกัน	ค่า AUC และ ค่าความแม่นยำ ไม่สอดคล้องกัน	$C$
4	3	0	1
6	187	10	0.949
12	12,716	1,225	0.912
16	926,884	114,074	0.890

ตารางที่ 6 ความสามารถในการจำแนกของค่า AUC และ ความแม่นยำ(ไม่สมดุล)

$2n$	ค่า AUC จำแนกได้ดีกว่า ค่าความแม่นยำ	ค่าความแม่นยำ จำแนกได้ดีกว่า ค่า AUC	$D$
4	3	0	$\infty$
8	159	10	15.9
12	8,986	489	18.4
16	559,751	25,969	21.6



รูปที่ 2 ค่าความสอดคล้องและ ค่าความสามารถในการจำแนก เทียบจำนวน ตัวอย่าง กรณีข้อมูลไม่สมดุล

ตารางที่ 7 ความสอดคล้องและความสามารถในการจำแนกของค่า AUC และ ความแม่นยำ(ไม่สมดุล ขนาดข้อมูล 10 ตัวอย่าง)

คลาสบวก	คลาสลบ	$C$	$D$
1	9	1.0	$\infty$
2	8	0.926	22.3
3	7	0.939	15.5
4	6	0.956	14.9
5	5	0.963	15.2

และสุดท้ายเป็นการทดลองในหลายๆ อัตราส่วนของคลาสบวกและคลาสลบ โดยกำหนดให้มีข้อมูลทั้งหมด 10 ตัวอย่าง โดยเริ่มจากสมดุลคือมีทั้งหมดอย่างละ 5 ตัวอย่างจากนั้นเพิ่มและ ลดคลาสใดคลาสหนึ่งไปเรื่อยๆ จนไม่สามารถลดได้ ในกรณีนี้คือเหลือตัวเดียว

จากการทดลองทั้งสองไม่ว่าเป็นข้อมูลทั้งแบบที่สมดุลและ ไม่สมดุลก็ตามผลการทดลองยังคงเป็นไปในทิศทางเดียวกัน ทั้งในมุมมองความสอดคล้องที่ยังคงสอดคล้องกันสูง และในมุมมองความสามารถในการจำแนกที่ AUC มีความสามารถในการจำแนกสูง ขึ้นเรื่อยๆ ตามขนาดของ ข้อมูล และ ยังมีความสามารถในการจำแนกสูงมากขึ้นเมื่อข้อมูลเกิดความไม่สมดุลของทั้งสองคลาส

## 4 การประยุกต์ใช้

จากการทดลองที่ผ่านมาได้เปรียบเทียบตัวประเมินประสิทธิภาพทั้งสองคือค่า AUC และ ค่าความแม่นยำ โดยค่า AUC มีประสิทธิภาพดีกว่าค่าความแม่นยำ แต่อย่างไรก็ตามในการใช้งานจริงทั้ง AUC และค่าความแม่นยำไม่ใช่เป้าหมายสุดท้าย เช่น ธนาคาร หรือ บริษัทประกันภัย อาจจะมีข้อมูลของลูกค้าอยู่มหาศาลโดยสิ่งที่ต้องการสุดท้ายคือการคาดการณ์การทำให้กับ บริษัท

สมมติว่าข้อมูลของลูกค้ามีการเก็บด้วยแอตทริบิวต์จำนวนหนึ่งและลูกค้าแต่ละรายอาจเป็นผู้ซื้อหรือไม่ใช่ผู้ซื้อผลิตภัณฑ์บางอย่างเนื่องจากปัญหานี้เป็นปัญหาการจำแนกแบบไบนารี ลูกค้าจะได้รับการติดต่อจากแคมเปญการส่งเสริมการขายสำหรับลูกค้าแต่ละรายโดย บริษัทต้องคาดการณ์ว่าในสินค้าชนิดๆ หนึ่งนั้นลูกค้าแต่ละรายมีความต้องการสินค้านั้นมากเพียงใด และ ต้องเพิ่มโอกาสการซื้ออย่างน้อยเพียงใด

อย่างไรก็ตามการประยุกต์ใช้ บริษัท อาจต้องการโปรโมตเพียงเล็กน้อยให้กับลูกค้าที่มีแนวโน้มจะซื้อสินค้าสูงที่สุดที่คาดการณ์ไว้ และต้องโปรโมตมากขึ้นสำหรับลูกค้าที่มีแนวโน้มจะซื้อสินค้าลดลง ซึ่งทำให้กำไรที่ได้อาจได้ของลูกค้าแต่ละคนนั้นต่างกันไปด้วยซึ่งในความเป็นจริง ก่อให้เกิดผลดีต่อรายได้ของ

บริษัทเพราะสามารถลดการโปรโมตเกินจำเป็นสำหรับลูกค้าที่มีแนวโน้มจะซื้อสินค้าสูงๆ อยู่แล้ว เช่น ลูกค้าที่มีแนวโน้มจะซื้อสินค้าสูงสุด 10% แรกนั้น อาจจะเป็นลูกค้าที่มีการซื้อสินค้าเป็นประจำในการโปรโมตสินค้าที่ลูกค้ากลุ่มนี้ซื้อเป็นประจำอยู่แล้วอาจไม่จำเป็น และเพิ่มโอกาสให้ลูกค้าที่มีแนวโน้มจะซื้อสินค้าลดลงมีโอกาสซื้อสินค้ามากขึ้นด้วย

## 5 สรุป

ในบทความนี้ได้ให้คำจำกัดความอย่างเป็นทางการเกี่ยวกับความสอดคล้องและความสามารถในการจำแนก เพื่อใช้ประเมินผลสำหรับขั้นตอนวิธีการเรียนรู้ในปัญหาการจำแนก กำหนดรูปแบบและเกณฑ์ที่ใช้สำหรับการเปรียบเทียบตัวประเมินประสิทธิภาพทั้งสอง และแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่า AUC นั้นเป็นตัวประเมินประสิทธิภาพที่ดีกว่าค่าความแม่นยำ และได้นำไปเปรียบเทียบกับเหตุการณ์จริงในธุรกิจเพื่อแสดงผลลัพธ์ที่น่าสนใจว่า AUC เกี่ยวข้องโดยตรงกับกำไรสุทธิมากกว่าค่าความแม่นยำในการตลาดทางตรง

การสร้างแบบจำลองที่มีค่า AUC สูงจึงเป็นสิ่งที่ต้องการมากกว่าการสร้างแบบจำลองที่มีความแม่นยำสูง

## ข้อมูลอ้างอิง

- [1] D.J. Hand and R.J. Till. A simple generalisation of the area under the ROC curve for multipleclass classification problems. *Machine Learning*, 45:171–186, 2001.
- [2] F. Provost and T. Fawcett. Analysis and visualization of classifier performance: comparison under imprecise class and cost distribution. In *Proceedings of the Third International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, pages 43–48. AAAI Press, 1997.
- [3] Jin Huang and Ling, C.X. *Using AUC and accuracy in evaluating learning algorithms*. London, Ontario, Canada
- [4] A. P. Bradley. The use of the area under the ROC curve in the evaluation of machine learning algorithms. *Pattern Recognition*, 30:1145–1159, 1997.
- [5] J. A. Hanley and B. J. McNeil. The meaning and use of the area under a receiver operating characteristic (ROC) curve. *Radiology*, 1982.