

การคัดเลือกตัวแปรโดยการหาค่าเอยู่ซีเหมาะสมที่สุด

วรัญญู วงษ์เสรี, ปวีศ ธาริชาญ

สาขาวิชาวิศวกรรมคอมพิวเตอร์ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือ

บทคัดย่อ

เอยู่ซีเป็นเกณฑ์ที่ใช้ในการเปรียบเทียบประสิทธิภาพของตัวจำแนก การวิเคราะห์ทางสถิติหาความสัมพันธ์ระหว่างเอยู่ซีและอัตราผิดพลาด (Error rate) พบว่ากรณีที่คลาสไม่สมดุลที่มีอัตราผิดพลาดสูง ตัวจำแนกที่มีความถูกต้อง (Accuracy) สูงอาจจะไม่ได้มีค่าเอยู่ซีสูง เนื่องจากความถูกต้องจะแปรผันตามจำนวนตัวอย่างที่จำแนกผิดพลาด ในขณะที่เอยู่ซีนอกจากจะแปรผันตามจำนวนตัวอย่างที่จำแนกผิดพลาดแล้วยังแปรผันตามลำดับ (Rank) ของตัวอย่างที่จำแนกผิดพลาดด้วย งานวิจัยนี้นำเสนอการทดลองเปรียบเทียบความสอดคล้องและความสามารถในการจำแนกระหว่างดัชนีค่าความถูกต้องและค่า AUC พบว่า AUC มีความสอดคล้องและความสามารถในการจำแนก สูงกว่าความถูกต้องทั้งในกรณีที่คลาสสมดุลและไม่สมดุล นอกจากนี้ตัวจำแนกที่มีค่าเอยู่ซีสูงมีแนวโน้มที่จะมีความถูกต้องสูงด้วยการออกแบบตัวจำแนกที่มีค่าเอยู่ซีสูงจึงมีความเหมาะสมมากกว่าตัวจำแนกที่มีความถูกต้องสูง ดังนั้นจึงมีความจำเป็นในการหาฟังก์ชันความสูญเสีย (Loss function) ที่เหมาะสมสำหรับการหาค่าเอยู่ซีที่เหมาะสมที่สุด

1 บทนำ

เป้าหมายของขั้นตอนวิธีการเรียนรู้สำหรับปัญหาการจำแนกคือการสร้างตัวจำแนกจากชุดข้อมูลที่มีป้ายกำกับเพื่อให้แบบจำลองสามารถใช้ ในการพยากรณ์ชุดข้อมูลทดสอบ โดยทั่วไปความสามารถในการทำนายของขั้นตอนวิธีการเรียนรู้สำหรับปัญหาการจำแนกสามารถวัดได้จากค่าความแม่นยำ (หรือ อัตราผิดพลาดซึ่งเท่ากับ 1 ลบด้วยค่าความแม่นยำ) ของชุดข้อมูลทดสอบ และโดยส่วนใหญ่ของแบบจำลองการจำแนกนั้นสามารถประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเกิดคลาส ได้แต่ยังไม่ค่อยนำมาประเมินประสิทธิภาพของแบบจำลอง ทำให้ความแม่นยำถูกพิจารณาเพียงถูกต้องหรือผิดพลาดเพียงเท่านั้น ค่าความแม่นยำนั้นอาจไม่เพียงพอในการประเมินประสิทธิภาพของแบบจำลองการจำแนก เช่น ในทางการตลาด ที่ต้องการกระตุ้นยอดขายสูงสุดให้เพิ่มขึ้นจากลูกค้า จึงทำให้ต้องการดำเนินกลยุทธ์ทางการค้าต่อลูกค้าที่ส่งผลมากที่สุดต่อการขายในแต่ละบุคคล ไม่ใช่พิจารณาเฉพาะการดำเนินกลยุทธ์เพื่อให้ลูกค้าซื้อหรือไม่เท่านั้น ต้องการที่จะเพิ่มโอกาสการซื้อของลูกค้าให้เกิดผลสูงสุด ดังนั้นในกรณีนี้เพียงแค่เพิ่มโอกาสการซื้อของลูกค้านั้นไม่เพียงพอ แต่ต้องเป็นวิธีที่เพิ่มโอกาสการซื้อของลูกค้าได้มากที่สุดด้วย

ดังนั้นการจัดอันดับจึงเป็นที่ต้องการมากกว่าแค่การจัดประเภท และสามารถคำนวณได้ง่ายเนื่องจากแบบจำลองการจำแนกส่วนใหญ่จะสร้างการประมาณความน่าจะเป็นที่สามารถใช้ในการจัดอันดับได้

เส้นโค้ง ROC (Receiver Operating Characteristics) นำมาประยุกต์ใช้ในการประเมินประสิทธิภาพการจัดอันดับของขั้นตอนวิธีการเรียนรู้สำหรับปัญหาการจำแนก [2, 3] โดยพบว่า AUC มีคุณสมบัติที่พึงประสงค์หลาย

ประการเมื่อเทียบกับความแม่นยำ ใน บทความ นี้ จะทดลองเปรียบเทียบเพื่อพิสูจน์ว่า AUC เป็นการประเมินประสิทธิภาพแบบจำลองที่ดีกว่าความแม่นยำ

2 เกณฑ์ สำหรับการ เปรียบ เทียบ มาตราการ การ ประเมิน

เริ่มต้นด้วยการเปรียบเทียบ AUC และความแม่นยำจากนั้นอธิบายคำจำกัดความที่เป็นทางการในการเปรียบเทียบตัวประเมินประสิทธิภาพแบบจำลองการจำแนกทั้งสองประเภท

2.1 ค่า AUC เทียบกับ ค่าความแม่นยำ

การคำนวณ AUC สามารถคำนวณได้จาก[1]

$$AUC = \frac{\sum r_i - n_p \frac{n_p + 1}{2}}{n_p n_n} \quad (1)$$

ตารางที่ 1 ตัวอย่างข้อมูลการคำนวณ AUC

	-	-	-	-	+	-	+	+	+	+
i					1		2	3	4	5
r_i					5		7	8	9	10

เมื่อ n_p และ n_n คือจำนวนตัวอย่างทั้งหมดของคลาสบวก และคลาสลบตามลำดับ และ r_i คือหมายเลขอันดับของคลาสบวกที่ i จากตัวอย่างในตารางที่ 1 พบว่ามีคลาสบวกและ คลาสลบอยู่อย่างละ 5 ตัว และเมื่อคำนวณหาค่า AUC จะได้ดังนี้ $\frac{(5+7+8+9+10)-5 \times \frac{5}{2}}{5 \times 5}$ ซึ่งเท่ากับ $\frac{24}{25}$ โดยค่าสูงสุดของ AUC จะมีค่าเท่ากับ 1 ในตัวอย่างถัดไปจะเห็นว่าเหตุใด AUC จึงเป็นหน่วยวัดที่ดีกว่าความแม่นยำ

ตาราง ที่ 2 ตัวอย่าง แบบ จำลอง การ จำแนก ทั้ง สอง ที่ มี ค่า ความ แม่นยำ เท่ากันแต่มี AUC ต่างกัน

ตัวจำแนกที่ 1	-	-	-	-	+	-	+	+	+	+
ตัวจำแนกที่ 2	+	-	-	-	-	+	+	+	+	-

พิจารณาแบบจำลองการจำแนก 2 แบบจำลองที่มีการประมาณความน่าจะเป็นสำหรับชุดตัวอย่างการทดสอบ 10 ชุด โดยเป็นคลาสบวกและ คลาสลบอย่างละ 5 ตัว พบว่าตัวจำแนกทั้งสอง มีค่าความแม่นยำเท่ากับ 80% (จำแนกคลาสบวกถูกต้อง(จริงบวก) 4 ตัว จำแนกคลาสลบถูกต้อง(จริงลบ) 4 ตัวและจำแนกคลาสบวกผิด(เท็จลบ) 1 ตัว จำแนกคลาสลบผิด(เท็จบวก) 1 ตัว รวม

ถูกต้องทั้งหมด 8 ตัวจาก 10 ตัว) แต่ค่า AUC ของตัวจำแนกที่ 1 และ 2 นั้นเท่ากับ $\frac{24}{25}$ และ $\frac{16}{25}$ ตามลำดับ พบว่าความแม่นยำไม่สามารถแยกความแตกต่างของทั้งสองแบบจำลองได้ ในขณะที่ค่า AUC สามารถแยกความแตกต่างของทั้งสองแบบจำลองได้

ตัวอย่างค่าน

2.2 ความสอดคล้อง (Consistency) และความสามารถในการจำแนก (Discriminancy)

เมื่อต้องเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแบบจำลองที่แตกต่างกันดัชนีหนึ่งที่เราควรคำนึงถึงคือความสอดคล้อง เพื่อระบุว่าแบบจำลองที่เปรียบเทียบกันนั้นจะมีการทำงานหรือเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางเดียวกัน หรือกลับกัน หรือไม่

นิยามที่ 1 (ความสอดคล้อง). สำหรับสองการประเมินประสิทธิภาพ f, g ในโดเมน Ψ จะสอดคล้องกัน ถ้าไม่มี $a, b \in \Psi$ ใดๆ ที่ทำให้ $f(a) < f(b)$ และ $g(a) > g(b)$

อีกดัชนีหนึ่งความสามารถในการจำแนก ความสามารถในการแยกแยะรูปแบบที่แตกต่างกัน ดัชนีในการประเมินประสิทธิภาพแบบใดสามารถจำแนกสูงกว่าอีกแบบนั้นจะต้องมีเหตุการณ์ที่การประเมินประสิทธิภาพหนึ่งไม่สามารถแยกแยะรูปแบบสองชุดข้อมูลที่มีความต่างกันได้แต่อีกการประเมินประสิทธิภาพสามารถทำได้

นิยามที่ 2 (ความสามารถในการจำแนก). สำหรับ สอง การ ประเมิน ประสิทธิภาพ f, g ในโดเมน Ψ แล้ว f มีความสามารถในการจำแนกมากกว่า g ก็ต่อเมื่อถ้ากำหนดให้ $a, b \in \Psi$ แล้ว $f(a) > f(b)$ และ $g(a) = g(b)$ และต้องไม่มี $a, b \in \Psi$ ใด ๆ ที่ทำให้ $f(a) = f(b)$ และ $g(a) > g(b)$

3 ทดลองเปรียบเทียบ

การทดลองเพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของดัชนีความถูกต้องและ AUC จะทดลองด้วยข้อมูลที่สามารถเกิดขึ้นในทุกกรณีโดยวิธีการเรียงสับเปลี่ยนทางคณิตศาสตร์ โดยข้อมูลจะมีทั้งหมดสองคลาสกำหนดให้เป็นคลาสบวก และ คลาสลบการทดลองจะแบ่งเป็นสองกรณีคือ ข้อมูลที่สมดุลกัน และไม่สมดุลกัน

3.1 ข้อมูลสองคลาสที่สมดุล

ดังนั้นชุดข้อมูลในการทดลองนี้จะประกอบด้วยตัวอย่างบวกและลบจำนวนเท่ากัน (binary class) โดยจะทดลองข้อมูลที่มีขนาด 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 และ 20 ตัวอย่างเมื่อข้อมูลมีขนาด $2n$ จะมีรูปแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด $\binom{2n}{n}$

ความหมายของความสอดคล้องและ ความสามารถในการจำแนกเป็นไปตามคำจำกัดความดังนี้

จากนิยามที่ 1 หมายถึงถ้ากำหนดให้ a, b เป็นรูปแบบชุดข้อมูลที่แตกต่างกันแล้วถ้า $AUC(a) > AUC(b)$ และ $acc(a) > acc(b)$ ด้วย จะนับว่าค่า AUC มีความสอดคล้องกับค่าความแม่นยำ แต่ถ้า $AUC(a) > AUC(b)$ และ $acc(a) < acc(b)$ จะถูกนับว่าค่า AUC ไม่มีความสอดคล้องกับค่าความแม่นยำ นำไปสู่การคำนวณค่าระดับของความสอดคล้อง

นิยามที่ 3 (ระดับของความสอดคล้อง). สำหรับสองการประเมินประสิทธิภาพ f, g ในโดเมน Ψ ให้ $R = \{(a, b) | a, b \in \Psi, f(a) > f(b), g(a) > g(b)\}$, $S = \{(a, b) | a, b \in \Psi, f(a) > f(b), g(a) < g(b)\}$ ระดับของความสอดคล้อง C ของ f และ g โดยที่ $C(0 \leq C \leq 1)$ เมื่อ $C = \frac{|R|}{|R|+|S|}$

จากนิยามที่ 3 หมายถึงระดับของความสอดคล้อง C คิดได้จากเหตุการณ์ที่ค่า AUC และค่าความแม่นยำ เป็นไปในทิศทางเดียวกัน หากด้วย ผลรวมของทั้งสองเหตุการณ์ ผลลัพธ์จากการทดลองแสดงดังตารางที่ 3

จากนิยามที่ 2 หมายถึงถ้ากำหนดให้ a, b เป็นรูปแบบชุดข้อมูลที่แตกต่างกันแล้วถ้า $acc(a) = acc(b)$ แต่ $AUC(a) > AUC(b)$ ด้วย จะนับว่าค่า AUC นั้นมีความสามารถในการจำแนกสูงกว่าค่าความแม่นยำ แต่เมื่อ $AUC(a) = AUC(b)$ และ $acc(a) > acc(b)$ จะถูกนับว่าค่าความแม่นยำ นั้นมีความสามารถในการจำแนกสูงกว่าค่า AUC นำไปสู่การคำนวณค่าระดับความสามารถในการจำแนก

นิยามที่ 4 (ระดับของความสามารถในการจำแนก). สำหรับสองการประเมินประสิทธิภาพ f, g ในโดเมน Ψ ให้ $P = \{(a, b) | a, b \in \Psi, f(a) > f(b), g(a) = g(b)\}$, $Q = \{(a, b) | a, b \in \Psi, g(a) > g(b), f(a) = f(b)\}$ ระดับของความสามารถในการจำแนก D ของ f ที่มีความสามารถในการจำแนกสูงกว่า g จะได้ $D = \frac{|P|}{|Q|}$

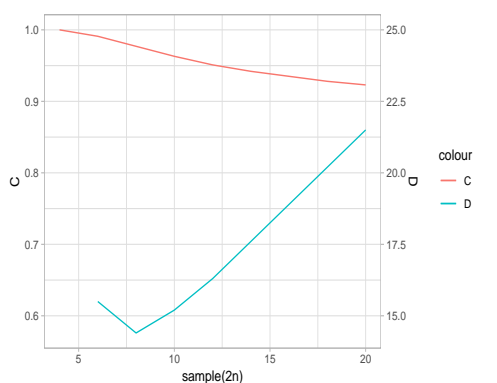
จากนิยามที่ 4 หมายถึงระดับของความสามารถในการจำแนก D คิดได้จากเหตุการณ์ที่ AUC มีความสามารถในการจำแนกสูงกว่าค่าความแม่นยำ หากด้วย เหตุการณ์ที่ค่าความแม่นยำ มีความสามารถในการจำแนกสูงกว่า AUC ผลลัพธ์จากการทดลองแสดงดังตารางที่ 4

ตารางที่ 3 ความสอดคล้องกันของ AUC และ ความแม่นยำ

$2n$	ค่า AUC และ ค่าความแม่นยำ สอดคล้องกัน	ค่า AUC และ ค่าความแม่นยำ ไม่สอดคล้องกัน	C
4	9	0	1
6	113	1	0.991
8	1,459	34	0.977
10	19,742	766	0.963
12	273,600	13,997	0.951
14	3,864,673	237,303	0.942
16	55,370,122	3,868,959	0.935
18	802,343,521	61,797,523	0.928
20	11,733,729,456	975,464,160	0.923

ตารางที่ 4 ความสามารถในการจำแนกของค่า AUC และ ความแม่นยำ

$2n$	ค่า AUC จำแนกได้ดีกว่า ค่าความแม่นยำ	ค่าความแม่นยำ จำแนกได้ดีกว่า ค่า AUC	D
4	5	0	∞
6	62	4	15.5
8	762	52	14.4
10	9,416	618	15.2
12	120,374	7,369	16.3
14	1,578,566	89,828	17.6
16	21,161,143	1,121,120	18.9
18	288,745,778	14,290,466	20.2
20	3,998,425,154	185,536,518	21.5



รูปที่ 1 ค่าความสอดคล้องและค่าความสามารถในการจำแนก เทียบจำนวนตัวอย่าง

ในการทดลองที่ข้อมูลเป็นมีจำนวนคลาสสองคลาสและเป็นข้อมูลที่สมดุลพบว่า AUC นั้นมีความสอดคล้องกับ ค่าความแม่นยำและ AUC นั้นสามารถจำแนกเหตุการณ์ที่แตกต่างกันที่ค่าความแม่นยำไม่สามารถจำแนกได้มากกว่า และเมื่อพิจารณาความสามารถในการจำแนกนั้นพบว่ายิ่งจำนวนข้อมูลเยอะมากขึ้นนั้น ความสามารถในการจำแนกของ AUC จะสูงขึ้นด้วย แสดงดังรูปที่ 1

3.2 ข้อมูลสองคลาสที่สมดุล

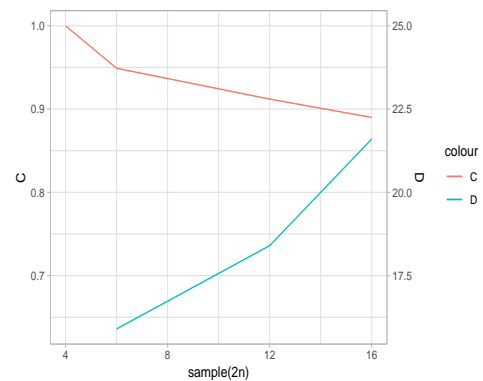
ข้อมูลไบนารีคลาสที่ไม่สมดุลโดยจะกำหนดให้มีตัวอย่างคลาสบวก 25% และตัวอย่างคลาสลบ 75% โดยข้อมูลที่ใช้จะมีจำนวน 4, 8, 12 และ 16 ตัวอย่าง และยังคงใช้สูตรการคำนวณค่า AUC เหมือนเดิมและเนื่องจากจำนวนตัวอย่างนั้นไม่สมดุลทำให้การคำนวณค่าความแม่นยำจะเปลี่ยนจากเดิมที่ให้ 5 ตัวอย่างแรกเป็นคลาสลบและ 5 ตัวอย่างถัดไปเป็นคลาสบวกหรืออีกนัยหนึ่งคือแบ่งตรงกลางอย่างละครึ่ง แต่เมื่อข้อมูลนั้นมีขนาดไม่เท่ากันทำให้การแยกคลาสบวกและคลาสลบเป็น 75% แรกเป็นคลาสลบ และ 25% เป็นต่อมาเป็นคลาสบวกตามอัตราส่วนของข้อมูลเข้าที่เปลี่ยนไป

ตารางที่ 5 ความสอดคล้องกันของ AUC และ ความแม่นยำ(ไม่สมดุล)

$2n$	ค่า AUC และ ค่าความแม่นยำ สอดคล้องกัน	ค่า AUC และ ค่าความแม่นยำ ไม่สอดคล้องกัน	C
4	3	0	1
6	187	10	0.949
12	12,716	1,225	0.912
16	926,884	114,074	0.890

ตารางที่ 6 ความสามารถในการจำแนกของค่า AUC และ ความแม่นยำ(ไม่สมดุล)

$2n$	ค่า AUC จำแนกได้ดีกว่า ค่าความแม่นยำ	ค่าความแม่นยำ จำแนกได้ดีกว่า ค่า AUC	D
4	3	0	∞
8	159	10	15.9
12	8,986	489	18.4
16	559,751	25,969	21.6



รูปที่ 2 ค่าความสอดคล้องและ ค่าความสามารถในการจำแนก เทียบจำนวนตัวอย่าง กรณีข้อมูลไม่สมดุล

ตารางที่ 7 ความสอดคล้องและความสามารถในการจำแนกของค่า AUC และ ความแม่นยำ(ไม่สมดุล ขนาดข้อมูล 10 ตัวอย่าง)

คลาสบวก	คลาสลบ	C	D
1	9	1.0	∞
2	8	0.926	22.3
3	7	0.939	15.5
4	6	0.956	14.9
5	5	0.963	15.2

และสุดท้ายเป็นการทดลองในหลายๆ อัตราส่วนของคลาสบวกและคลาสลบ โดยกำหนดให้มีข้อมูลทั้งหมด 10 ตัวอย่าง โดยเริ่มจากสมดุลคือมีทั้งหมดอย่างละ 5 ตัวอย่างจากนั้นเพิ่มและ ลดคลาสใดคลาสหนึ่งไปเรื่อยๆ จนไม่สามารถลดได้ ในกรณีนี้คือเหลือตัวเดียว

จากการทดลองทั้งสองไม่ว่าเป็นข้อมูลทั้งแบบที่สมดุลและ ไม่สมดุลก็ตามผลการทดลองยังคงเป็นไปในทิศทางเดียวกัน ทั้งในมุมมองความสอดคล้องที่ยังคงสอดคล้องกันสูง และในมุมมองความสามารถในการจำแนกที่ AUC มีความสามารถในการจำแนกสูงขึ้นเรื่อยๆ ตามขนาดของข้อมูล และ ยังมีความสามารถในการจำแนกสูงมากขึ้นเมื่อข้อมูลเกิดความไม่สมดุลของทั้งสองคลาส

4 การประยุกต์ใช้

จากการทดลองที่ผ่านมาได้เปรียบเทียบตัวประเมินประสิทธิภาพทั้งสองคือค่า AUC และ ค่าความแม่นยำ โดยค่า AUC มีประสิทธิภาพดีกว่าค่าความแม่นยำ แต่อย่างไรก็ตามในการใช้งานจริงทั้ง AUC และค่าความแม่นยำไม่ใช่เป้าหมายสุดท้าย เช่น ธนาคาร หรือ บริษัทประกันภัย อาจจะมีข้อมูลของลูกค้าอยู่มหาศาลโดยสิ่งที่ต้องการสุดท้ายคือการคาดการณ์การทำให้กำไรให้กับ บริษัท

สมมติว่าข้อมูลของลูกค้ามีการเก็บด้วยแอตทริบิวต์จำนวนหนึ่งและลูกค้าแต่ละรายอาจเป็นผู้ซื้อหรือไม่ใช่ผู้ซื้อผลิตภัณฑ์บางอย่างเนื่องจากปัญหานี้เป็นปัญหาการจำแนกแบบไบนารี ลูกค้าจะได้รับการติดต่อจากแคมเปญการส่งเสริมการขายสำหรับลูกค้าแต่ละรายโดย บริษัทต้องคาดการณ์ว่าในสินค้าชนิดๆ หนึ่งนั้นลูกค้าแต่ละรายมีความต้องการสินค้านั้นมากเพียงใด และ ต้องเพิ่มโอกาสการซื้ออย่างน้อยเพียงใด

อย่างไรก็ตามการประยุกต์ใช้ บริษัท อาจต้องการโปรโมตเพียงเล็กน้อยให้กับลูกค้าที่มีแนวโน้มจะซื้อสินค้าสูงที่สุดที่คาดการณ์ไว้ และต้องโปรโมตมากขึ้นสำหรับลูกค้าที่มีแนวโน้มจะซื้อสินค้าลดลง ซึ่งทำให้กำไรได้ต่อลูกค้าแต่ละคนนั้นต่างกันไปด้วยซึ่งในความเป็นจริง ก่อให้เกิดผลดีต่อรายได้ของบริษัทเพราะสามารถลดการโปรโมตเกินจำเป็นสำหรับลูกค้าที่มีแนวโน้มจะซื้อสินค้าสูงๆ อยู่แล้ว เช่น ลูกค้าที่มีแนวโน้มจะซื้อสินค้าสูงสุด 10% แรกนั้น อาจจะเป็นลูกค้าที่มีการซื้อสินค้าเป็นประจำในการโปรโมตสินค้าที่ลูกค้ากลุ่มนี้ซื้อเป็นประจำอยู่แล้วอาจไม่จำเป็น และเพิ่มโอกาสให้ลูกค้าที่มีแนวโน้มจะซื้อสินค้าลดลงมีโอกาสซื้อสินค้ามากขึ้นด้วย

5 สรุป

ใน บทความ นี้ ได้ให้ คำ จำกัด ความ อย่าง เป็น ทาง การ เกี่ยว กับ ความ สอดคล้องและ ความสามารถในการจำแนก เพื่อใช้ประเมินผลสำหรับขั้นตอนวิธีการเรียนรู้ในปัญหาการจำแนก กำหนดรูปแบบและเกณฑ์ที่ใช้สำหรับการเปรียบเทียบตัวประเมินประสิทธิภาพทั้งสอง และแสดงให้เห็นอย่างชัดเจนว่า AUC นั้นเป็นตัวประเมินประสิทธิภาพที่ดีกว่าค่าความแม่นยำ และได้นำไปเปรียบเทียบกับเหตุการณ์จริงในธุรกิจเพื่อแสดงผลลัพธ์ที่น่าสนใจว่า AUC เกี่ยวข้องโดยตรงกับกำไรสุทธิมากกว่าค่าความแม่นยำในการตลาดทางตรง

การสร้างแบบจำลองที่มีค่า AUC สูงจึงเป็นสิ่งที่ต้องการมากกว่าการสร้างแบบจำลองที่มีความแม่นยำสูง

ข้อมูลอ้างอิง

- [1] D.J. Hand and R.J. Till. A simple generalisation of the area under the ROC curve for multiclass classification problems. *Machine Learning*, 45:171–186, 2001.
- [2] F. Provost and T. Fawcett. Analysis and visualization of classifier performance: comparison under imprecise class and cost distribution. In *Proceedings of the Third International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, pages 43–48. AAAI Press, 1997.
- [3] Jin Huang and Ling, C.X. *Using AUC and accuracy in evaluating learning algorithms*. London, Ontario, Canada

- [4] A. P. Bradley. The use of the area under the ROC curve in the evaluation of machine learning algorithms. *Pattern Recognition*, 30:1145–1159, 1997.
- [5] J. A. Hanley and B. J. McNeil. The meaning and use of the area under a receiver operating characteristic (ROC) curve. *Radiology*, 1982.