

# École Polytechnique de Montréal

Département de génie informatique et génie logiciel



**POLYTECHNIQUE  
MONTRÉAL**

WORLD-CLASS  
ENGINEERING

INF8225 - Intelligence artificielle : techniques  
probabilistes et d'apprentissages

---

## RAPPORT DU LABORATOIRE 2

Réseaux de neurones et Apprentissage automatique

---

Foromo Daniel Soromou 1759116

Gilles Eric Zagre 1146014

Chargé de laboratoire

Alexandre Piché

Dimance, 18 février 2018

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Partie I : Algorithme de rétropropagation avec plusieurs couches</b>	<b>2</b>
2.1	Pseudocode et calculs matriciels . . . . .	2
2.2	Optimisation du pseudocode . . . . .	2
<b>3</b>	<b>Partie II : expérimentation avec les données Fashion Mnist</b>	<b>3</b>
3.1	Essais avec des <i>réseaux de neurones linéaires</i> . . . . .	3
3.1.1	Réseau avec une couche <i>Fully-Connected</i> . . . . .	3
3.1.2	Réseau avec deux couches <i>Fully-Connected</i> . . . . .	4
3.1.3	Réseau avec trois couches <i>Fully-Connected</i> . . . . .	5
3.2	Essais avec des réseaux de neurones convolutifs . . . . .	6
3.2.1	Réseau avec une couche de convolution . . . . .	6
3.2.2	Réseau avec 2 couches de convolution . . . . .	6
3.2.3	Réseau avec 3 couches de convolution . . . . .	7
3.2.4	Réseau avec 3 couches de convolution et une couche <i>dense</i> . . . . .	8
3.2.5	Réseau avec une couche de convolution <i>mobilenet</i> . . . . .	8
3.2.6	Réseau avec 3 couches de convolution + <i>Maxpooling</i> + <i>Batch Normalization</i> et <i>Augmentation de données</i> . . . . .	9
3.3	Sélection et performance sur l'ensemble de test . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>10</b>

# 1 Introduction

Dans ce laboratoire nous allons étudier la rétropropagation dans un réseau de neurones entièrement connecté (*fully connected*), puis nous allons nous familiariser avec l'apprentissage machine avec différentes architectures de réseaux en utilisant la librairie Pytorch.

## 2 Partie I : Algorithme de rétropropagation avec plusieurs couches

Dans cette section nous décrivons l'algorithme de rétropropagation qui sert à ajuster les poids  $W$  d'un réseau de neurones lors de la phase d'apprentissage, à partir de l'erreur de prédiction observée.

### 2.1 Pseudocode et calculs matriciels

Dans la description proposée, on suppose un réseau de neurones entièrement connecté avec  $D=100$  neurones dans chaque couche cachée :

- $x$  est un vecteur de taille  $D \times 1$
- $W^{(l)}$  est une matrice de taille  $D \times D$  (*fully-connected*, ( $l = 1 \dots L$ ))
- $b^{(l)}$  est un vecteur de taille  $D \times 1$  ( $l = 1 \dots L$ )
- $h^{(l)}$  est un vecteur de taille  $D \times 1$  ( $l = 1 \dots L$ )

---

**Algorithm 1** Rétropropagation avec plusieurs couches

---

```
1: procedure APPRENTISSAGE( $X, W$ ) ▷  $L$ 'apprentissage de  $W$  avec  $X$ 
2:   for  $i \leftarrow 1, nbpochs$  do
3:     for  $example(x)$  in Training set do
4:        $h^{(1)} = \text{Sigmoide}(\sum_{i=1}^D W_i^1 * x_i + b^{(1)}) = \text{Sigm}(W^1.x^T + b^{(1)})$ 
5:       for  $l \leftarrow 2, L$  do
6:          $h^{(l)} = \text{Sigmoide}(\sum W^l.h^{(l-1)} + b^{(l)}) = \text{Sigm}(W^l.[h^{(l-1)}]^T + b^{(l)})$ 
7:          $\hat{y} = \text{Sigmoide}(\sum W^{L+1}.h^{(L)} + b^{(L+1)})$ 
8:          $\Delta_y = y_{example} - \hat{y}$  ▷  $\Delta$  is array of  $D \times L$ 
9:          $\Delta^{(L)} = h^{(L)} * (1 - h^{(L)}) * \sum W^{(L+1)} * \Delta_y$ 
10:        for  $l \leftarrow L - 1, 1$  do
11:           $\Delta^{(l)} = h^{(l)} * (1 - h^{(l)}) * \sum W^{(l+1)} * \Delta[l + 1]$ 
12:          for  $l \leftarrow 1, L + 1$  do
13:             $W^{(l)} = W^{(l)} + \alpha * h^{(l)} * \Delta[l]$ 
14:  return  $W$  ▷  $Le$  meilleur ensemble de poids
```

---

### 2.2 Optimisation du pseudocode

Pour un vaste ensemble de données (ex :  $N = 500\,000$ ), nous allons dans un premier temps subdiviser les données en ensemble d'entraînement (ex : 70%), de validation (ex : 15%) et de test (ex : 15%).

Du fait du très grand nombre d'exemples d'entraînement, le stockage en mémoire peut être problématique. Ainsi, il sera important d'opter pour l'approche par minibatch. Malheureusement, lorsque nous avons un grand nombre de mini-batches, la convergence peut-être difficile à attendre. Ainsi, une solution à ce problème sera de normaliser les mini-batches.

Il se peut aussi que le gradient soit coincé dans un optimum local après plusieurs itérations, une solution possible est d'augmenter le taux d'apprentissage pendant quelques itérations afin de sortir de cet optimum local. Ceci pourrait avoir pour effet de dégrader pendant quelque temps la solution (meilleur poids trouvés), toutefois cela nous permettra de retrouver un autre optimum local qui pourrait être meilleur. Pour ne pas cycler (retomber dans le même optimum), On pourrait interdire de retomber dans les solutions déjà explorées en interdisant une direction de descente déjà empruntée à partir d'un point de l'espace de recherche, ce serait une exploration suivant la méthode Tabou.

## 3 Partie II : expérimentation avec les données Fashion Mnist

Dans cette partie du laboratoire, nous utilisons la librairie Pytorch pour expérimenter l'apprentissage d'un réseau de neurones avec les données Fashion Mnist. Nous essaierons plusieurs types d'architecture de réseau puis nous en sélectionnerons un pour lequel nous vérifierons la performance avec l'ensemble de test.

### 3.1 Essais avec des *réseaux de neurones linéaires*

Dans cette section nous allons essayer plusieurs architectures de réseaux de neurones avec des couches cachées entièrement connectées. Nous ferons varier plusieurs paramètres tout en observant les performances en apprentissage et en validation.

#### 3.1.1 Réseau avec une couche *Fully-Connected*

**Paramètres :** (*Voir fichier Network1.py*)

- Couche de sortie avec fonction d'activation soft-max.
- Couche cachée fully-connected avec 512 neurones
- Taux d'apprentissage : 0.01, 0.001 et 0.0001

La Figure 1 présente les résultats obtenus pour ce réseau avec différents taux d'apprentissage. On constate que le taux de 0.001 offre la meilleure performance. La précision maximale obtenue avec ce réseau est de 90%.

Cette première expérience montre plus en détail l'impact du taux d'apprentissage. On remarque qu'avec un taux d'apprentissage de 0.01 le modèle ne s'améliore pratiquement jamais. Par contre avec un taux d'apprentissage de 0.0001, le modèle s'améliore mais très lentement. De plus avec un taux d'apprentissage très petit, le modèle peut stagner dans un minimum local sans jamais en sortir. Finalement avec un taux d'apprentissage de 0.001, le modèle converge rapidement et nous n'avons pas de sur-apprentissage.

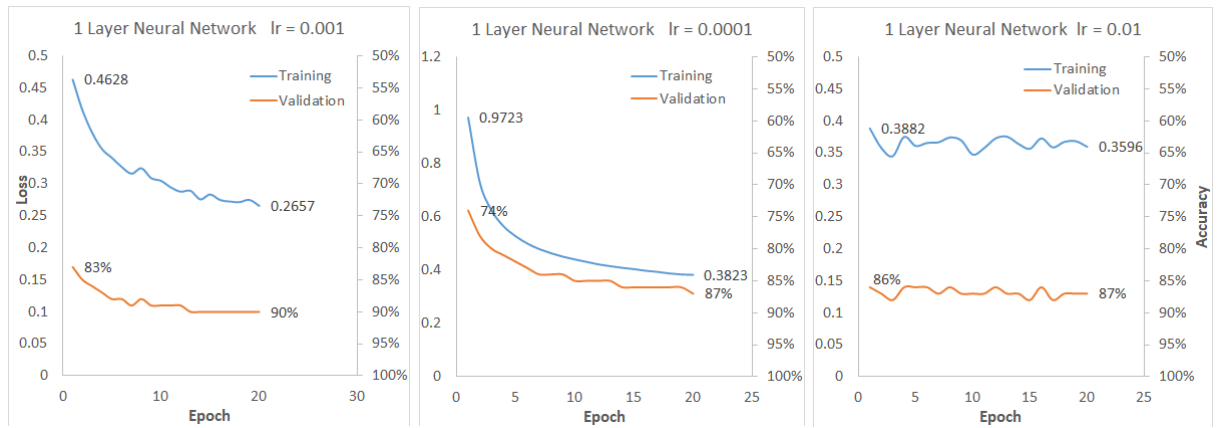


FIGURE 1 – Apprentissage et Validation avec une couche fully-connected et différents taux d'apprentissage

### 3.1.2 Réseau avec deux couches *Fully-Connected*

**Paramètres :** (Voir fichier *Network2.py*)

- Couches cachées fully-connected avec 512 neurones et 256 neurones
- Taux d'apprentissage : 0.01, 0.001 et 0.0001

La Figure 2 présente les résultats obtenus pour ce réseau avec différents taux d'apprentissage. On constate que le taux de 0.001 offre encore la meilleure performance. La précision maximale obtenue avec ce réseau est de 90%. L'ajout d'une couche n'a donc pas significativement amélioré la performance du réseau.

Comme l'expérience précédente, il est facile de remarquer l'impact du taux d'apprentissage. Cette fois-ci, nous allons plus aborder l'effet combiné du nombre de couches. Avec une croyance naïve, on pourrait penser que plus nous avons des couches plus le modèle est efficace. Mais dans ce cas présent, on remarque que le fait de doubler notre couche, n'améliore en aucun cas le réseau. Ainsi la conclusion de cette expérience, est qu'il est préférable d'avoir un modèle plus petit mais qui est efficace et qui converge vite. Car, lorsqu'un modèle est grand, il aura beaucoup de paramètres et en plus l'apprentissage prendra beaucoup plus de temps.

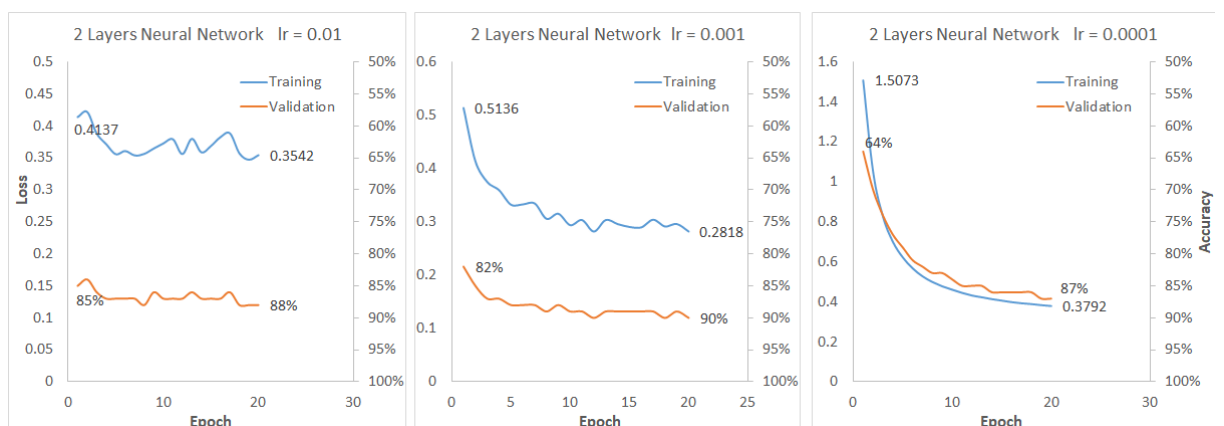


FIGURE 2 – Apprentissage et Validation avec 2 couches fully-connected et différents taux d'apprentissage

### 3.1.3 Réseau avec trois couches *Fully-Connected*

**Paramètres :** (Voir fichier *Network3.py*)

- Couches cachées fully-connected avec 512, 256 puis 128 neurones
- Taux d'apprentissage : 0.01, 0.001 et 0.0001

La Figure 3 présente les résultats obtenus pour ce réseau avec différents taux d'apprentissage. On constate que le taux de 0.001 offre encore la meilleure performance. La précision maximale obtenue avec ce réseau est de 89%. L'ajout d'une autre couche n'a donc pas amélioré la performance du réseau.

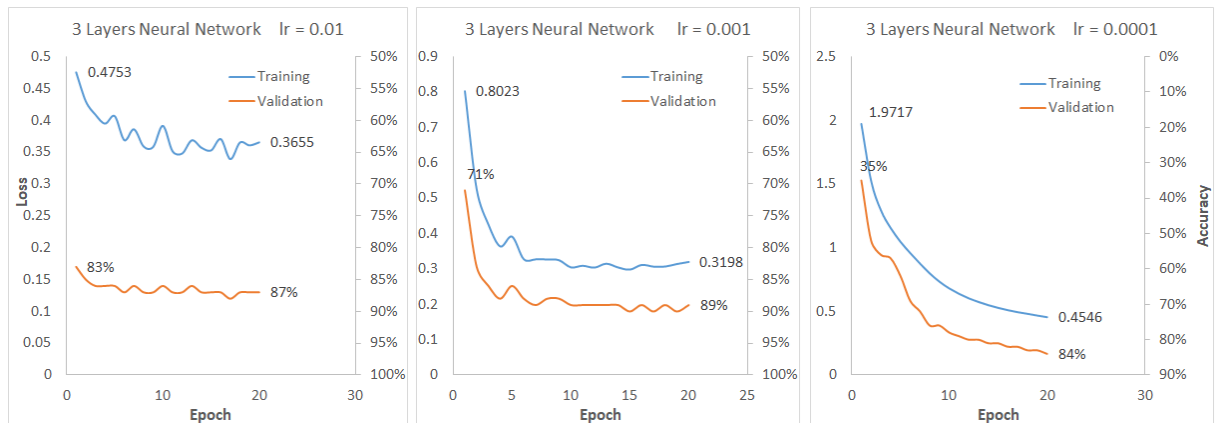


FIGURE 3 – Apprentissage et Validation avec 3 couches fully-connected et différents taux d'apprentissage

Comme l'expérience précédente, nous avons les mêmes effets combinés du taux d'apprentissage et du nombre de couches. Mais cette fois-ci, nous avons 3 couches fully connected. Mais cette fois-ci, on remarque un cas de sur-apprentissage lié au nombre de couches. Car avec 3 couches fully connected, le modèle apprend tous les petits détails ainsi que les bruits de notre exemple d'apprentissage. Ainsi, notre modèle aura du mal à généraliser notre exemple car les bruits pour chaque exemplaire ne s'applique pas aux autres. Ce qui explique le fait que nous avons une précision maximale (89%) inférieure à la précision maximale de l'expérience précédente (90%)

## 3.2 Essais avec des réseaux de neurones convolutifs

Un réseau de neural convolutif (CNN) est constitué d'une ou de plusieurs couches convolutives, puis il s'en suivra plusieurs couches entièrement connectés (fully connectted layer(s)). Les CNN ont été conçu pour des structures 2D ou 3D(séquences d'image). Les CNN utilisent des filtres afin d'extraire des caractéristiques invariants des connexions locales. De plus, un avantage des CNN est qu'il est plus facile d'avoir moins de paramètres que les réseaux de neurones entièrement connectés avec le même nombre de couches cachées (hidden layer).

Dans cette section nous essayons des réseaux de neurones avec des couches de convolution pour étudier leurs impacts.

### 3.2.1 Réseau avec une couche de convolution

**Paramètres :** (*Voir fichier Network4.py*)

— Couche de convolution : Pas=1, Padding=1, Taille du filtre=3x3

La Figure 4 présente les résultats obtenus pour ce réseau. La précision maximale obtenue avec ce réseau est de 90%.

Comme nous pouvons le remarqué, avec une seul couche de convolution notre modèle converge rapidement avec une précision élevée. Mais on remarque qu'à partir de la 20ième itération, le modèle d'apprend quasiment plus.

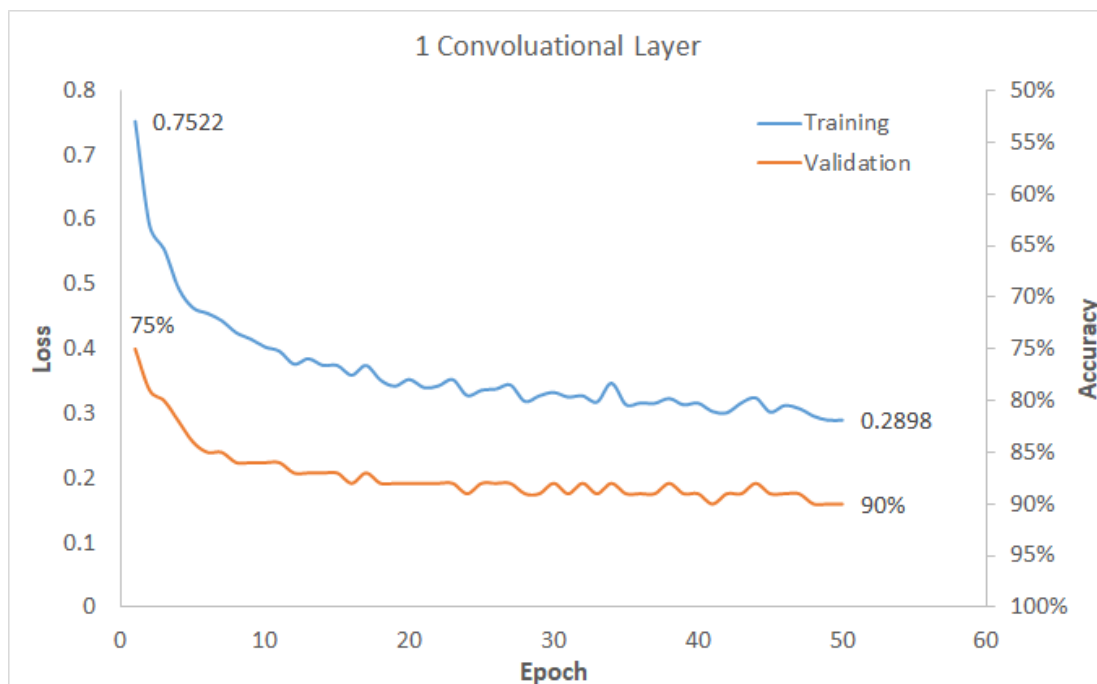


FIGURE 4 – Apprentissage et Validation avec une couche de convolution

### 3.2.2 Réseau avec 2 couches de convolution

**Paramètres :** (*Voir fichier Network5.py*)

— Couches de convolution : Pas=1, Padding=1, Taille du filtre=3x3

La Figure 5 présente les résultats obtenus pour ce réseau. La précision maximale obtenue avec ce réseau est de 90%.

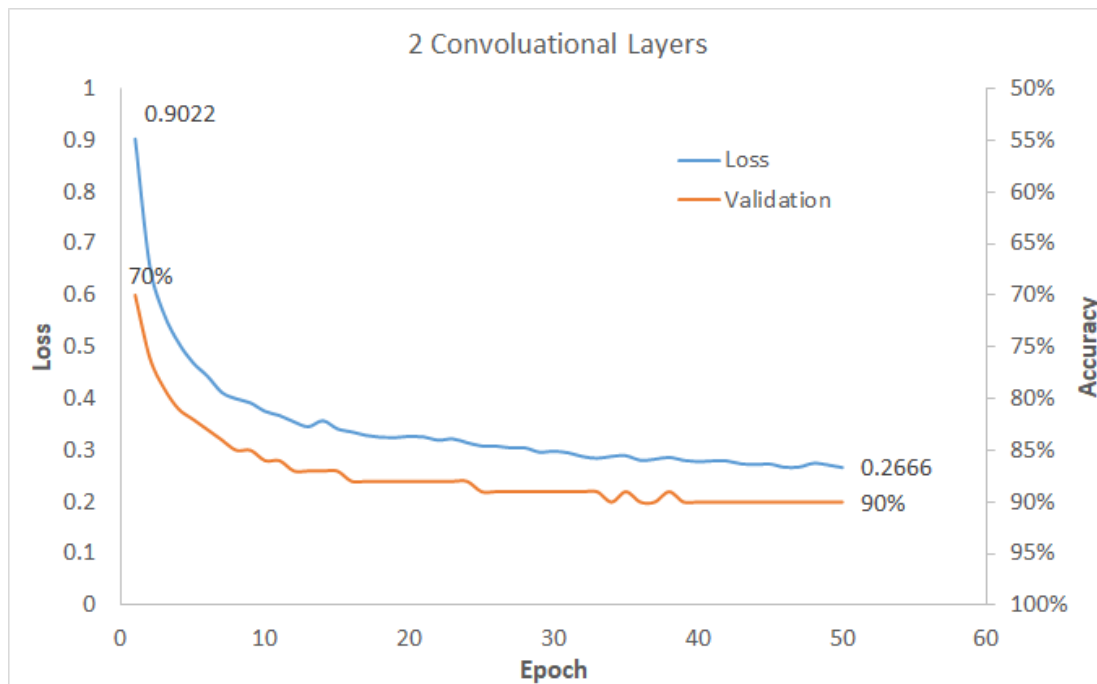


FIGURE 5 – Apprentissage et Validation avec 2 coucheS de convolution

### 3.2.3 Réseau avec 3 couches de convolution

**Paramètres :** (*Voir fichier Network6.py*)

— Couches de convolution : Pas=1, Padding=1, Taille du filtre=3x3

La Figure 6 présente les résultats obtenus pour ce réseau. La précision maximale obtenue avec ce réseau est de 90%.

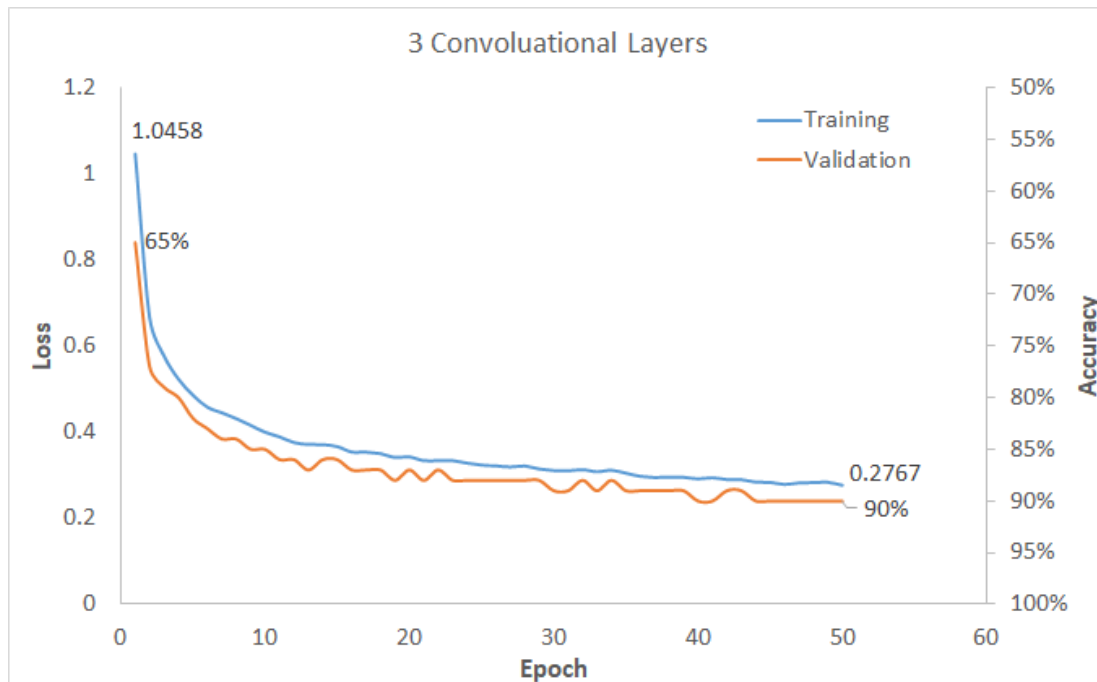


FIGURE 6 – Apprentissage et Validation avec 3 coucheS de convolution



### 3.2.4 Réseau avec 3 couches de convolution et une couche *dense*

**Paramètres :** (Voir fichier *Network7.py*)

— Couches de convolution : Pas=1, Padding=1, Taille du filtre=3x3

La Figure 7 présente les résultats obtenus pour ce réseau. La précision maximale obtenue avec ce réseau est de 92%.

Dans un monde idéal, cette architecture sera parfaite car elle converge (10 itérations) très rapidement et avec très peu de paramètre.

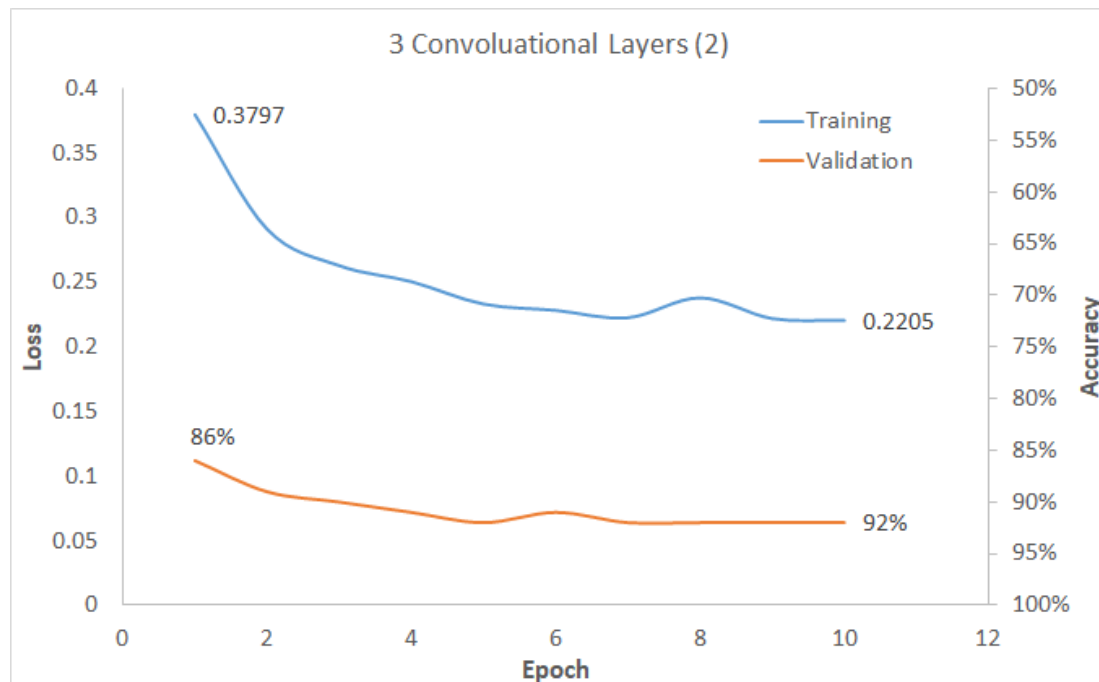


FIGURE 7 – Apprentissage et Validation avec 3 couches de convolution et une couche *dense*

### 3.2.5 Réseau avec une couche de convolution *mobilenet*

Cette fois-ci, nous nous sommes inspiré une architecture classique existant sous le nom de mobilenet pour faire une étude comparative avec nos architectures.

**Paramètres :** (Voir fichier *Network8.py*)

— Couches de convolution : Pas=1, Padding=1, Taille du filtre=3x3

La Figure 8 présente les résultats obtenus pour ce réseau. La précision maximale obtenue avec ce réseau est de 92%. Ce que nous voulons montrer ici, est que, bien qu'on ai 4 fois plus de couche que notre réseau précédent, nous avons la même précision. De plus, le notre converge plus vite que le mobilenet.

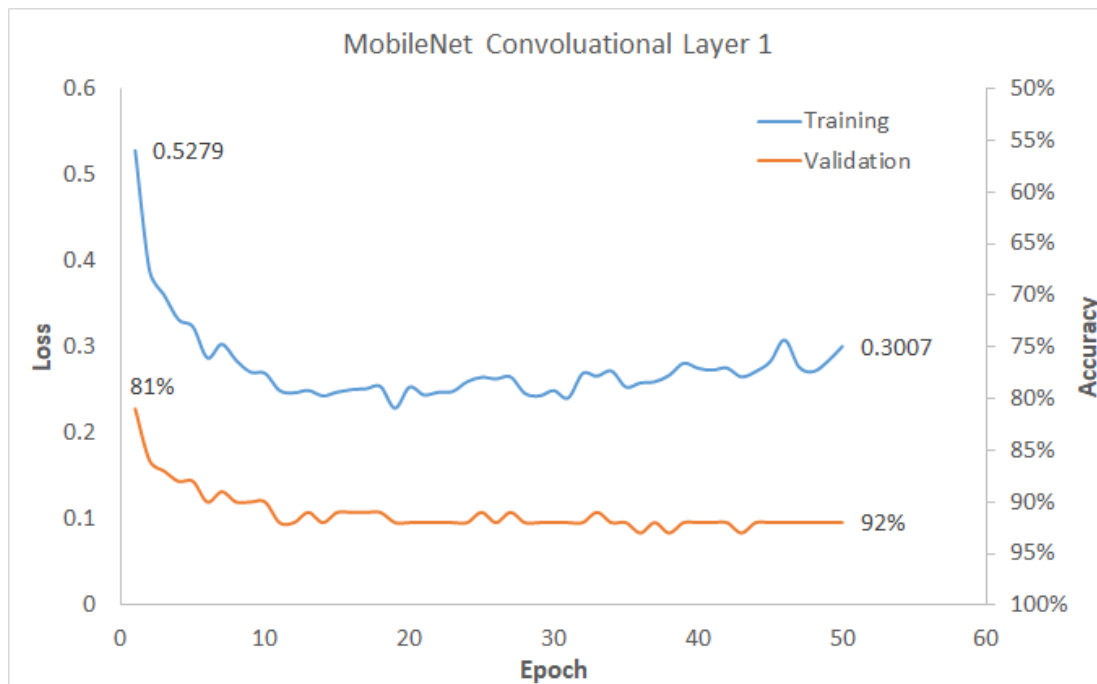


FIGURE 8 – Apprentissage et Validation avec une couche de convolution *mobilenet*

### 3.2.6 Réseau avec 3 couches de convolution + *Maxpooling* + *Batch Normalization* et *Augmentation de données*

**Paramètres :** (Voir fichier *Network9.py*)

— Couches de convolution : Pas=1, Padding=1, Taille du filtre=3x3

La Figure 9 présente les résultats obtenus pour ce réseau. Pour ce réseau les données sont augmentées en rajoutant la rotation des images à l'entrée. Bien que la convergence est un peu plus longue (près de 300 itérations), la précision maximale obtenue avec ce réseau est de 93%.

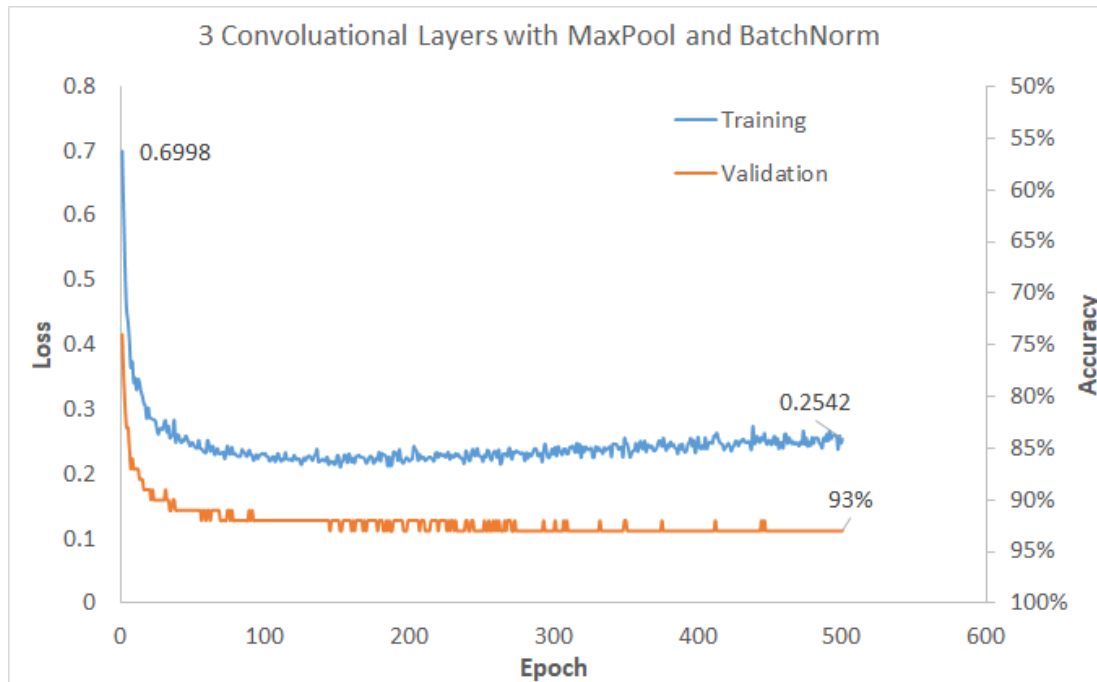


FIGURE 9 – Apprentissage et Validation avec 3 couches de convolution + *Maxpooling* et *BatchNorm* + *Data Augmentation*

### 3.3 Sélection et performance sur l'ensemble de test

La dernière architecture de réseau (3 couches de convolution + *Maxpooling* + *Batch Normalization* + *Data Augmentation*) offre la meilleure performance (93%). C'est donc cette architecture que nous retenons pour notre réseau. La performance sur ce réseau sur l'ensemble de test a permis d'obtenir une **précision de prédiction de 93% sur l'ensemble de test**.

## 4 Conclusion

Dans ce laboratoire nous avons fourni une description détaillée du pseudo code pour l'algorithme de rétropropagation qui permet d'ajuster les poids dans un réseau de neurones.

Nous avons également essayé l'apprentissage à l'aide des données Fashion Mnist en utilisant plusieurs architectures de réseau. Cela a permis de trouver une structure de réseau qui offre une performance de 93% lorsque testé sur l'ensemble de test.

## Références

- [1] Notes de cours INF8225 École Polytechnique de Montréal.
- [2] <https://www.codeday.top/2017/10/20/50797.html>, Consulté le 3 Février 2018