ALGEBRA LINEAL - LM - PM - LCC

2017

Práctica 2 - continuación ESPACIOS VECTORIALES

---

1. Encontrar una base y las dimensiones de:

   a) el espacio de las matrices siméticas de orden 3.

   b) el espacio nulo de la matriz $I \in \mathbb{R}^{4\times 4}$.

   c) el espacio de todos los vectores de $\mathbb{R}^4$ cuyas componentes suman 0.

2. Sea $B_1 = \{v_1, v_2, v_3\}$ una base para un espacio vectorial V.

   a) Demostrar que $B_2 = \{v_1, v_1 + v_2, v_1 + v_2 + v_3\}$ también es una base.

   b) Hallar la matriz de cambio de base $A \;/\; [v]_{B_1} = A\,[v]_{B_2}$

3. Sea $V = \left\{ \sum_{i=0}^{n} a_i x^i \;/\; a_i \in \mathbb{R} \right\}$ y $B_1 = \{1, x, x^2\}$ base estándar de V.

   a) Probar que $B_2 = \{x - 1, 1, (x - 1)^2\}$ es otra base de V.

   b) Hallar la matriz de cambio de base de B_1 a B_2.

   c) Utilizar lo obtenido en el item anterior y determinar $[p]_{B_2}$ donde $p(x) = 2x^2 - 5x + 6$. ¿Cuáles son las coordenadas de p en la base $\{1, (x - 1)^2, x - 1\}$?

4. Hallar la matriz de cambio de base de:

   a) la base estándar de $\mathbb{R}^{2\times 2}$ a la base
   $B' = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right\}$.
   Determinar $[A]_{B'}$ para $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$.

   b) la base $\{1, x, -1 + 2x^2, -3x + 4x^3\}$ de $\mathbb{R}_3[x]$ a la base $\left\{1, \frac{-1}{2} + x, -x + x^2, \frac{1}{4} - \frac{3}{2}x^2 + x^3\right\}$.

5. En el espacio $\mathbb{R}^2$ se considera la base estándar B.

   Si $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$, ¿existe una base B' tal que A sea la matriz de cambio de base de B a B'?. De existir, hallar dicha base.