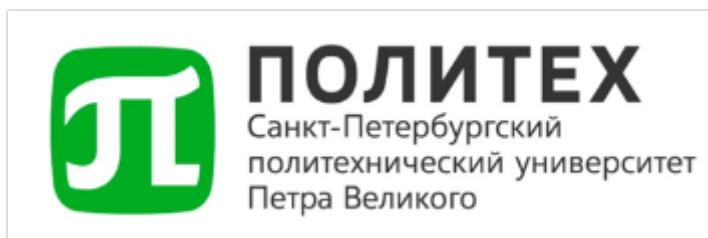


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО»

Институт компьютерных наук и технологий

Высшая школа программной инженерии



РАСЧЕТНОЕ ЗАДАНИЕ №2

Общая транспортная задача

по дисциплине «Математические методы в управлении»

Студент
гр. 3530202/90202

А. М. Потапова

Преподаватель

А. А. Суханов

Осень
2022 г

Содержание

Постановка задачи.....	3
Ход работы.....	4
Решение.....	5
Ответ.....	9

Постановка задачи

Имеется транспортная сеть, состоящая из 7 городов, связи между которыми задаются матрицей инцидентности (см. табл.1). Единица – есть дорога, ноль – нет дороги.

Таблица 1

0	1	Γ_{13}	0	1	0	0
0	0	1	Γ_{24}	0	0	1
0	0	0	1	Γ_{35}	Γ_{36}	Γ_{37}
0	Γ_{42}	0	0	1	0	Γ_{47}
0	0	Γ_{53}	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0

Здесь i – порядковый номер студента (номер варианта) в списке группы (по алфавиту), предоставленному преподавателю.

$k=0, 1, 2, \dots$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{13} &= 1, \quad i = 3k & \Gamma_{24} &= 1, \quad i = 2k & \Gamma_{35} &= 1, \quad i = 5k & \Gamma_{53} &= 1, \quad i = 5k + 4 \\
 \Gamma_{13} &= 0, \quad i \neq 3k & \Gamma_{24} &= 0, \quad i \neq 2k & \Gamma_{35} &= 0, \quad i \neq 5k & \Gamma_{53} &= 0, \quad i \neq 5k + 4 \\
 \Gamma_{36} &= 1 - \Gamma_{13} & \Gamma_{37} &= \Gamma_{13} & \Gamma_{42} &= 1 - \Gamma_{24} & \Gamma_{47} &= 1 - \Gamma_{35} - \Gamma_{53}
 \end{aligned}$$

Источники и стоки (интенсивность производителей и потребителей)

$$d_1 = 2i + 1 \quad d_2 = i + 11 \quad d_5 = -i \quad d_6 = -(i + 4) \quad d_7 = -(i + 8)$$

Ограничения на пропускную способность дорог

$$r_{15} = [(i + 1)/2] \quad r_{27} = [(i + 4)/3]$$

Стоимость перевозки единицы товара по дороге (p,s)

$$C_{ps} = [6 + 5 \cos (\pi/15 (i + 4p + s))], \quad p=1,\dots,7, \quad s=1,\dots,7, \quad \text{где } [\bullet] \text{ – целая часть числа.}$$


Требуется определить оптимальный грузопоток в сети, минимизирующий общие транспортные расходы.


Ход работы


Вариант 13

0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	0

i	d_i	(i,j)	C_{ij}	r_{ij}
1	27	(1,2)	2	
1	27	(1,5)	5	7
2	24	(2,3)	7	
2	24	(2,7)	10	5
3	0	(3,4)	10	
3	0	(3,6)	10	
4	0	(4,2)	10	
4	0	(4,5)	9	
4	0	(4,7)	7	
5	-13	(5,6)	4	
6	-17	(6,7)	1	
7	-21	—	—	

Истоки — 

Перевалочные пункты — 

Стоки — 

Решение

Стоимость перевозки единицы товара по дорогам:

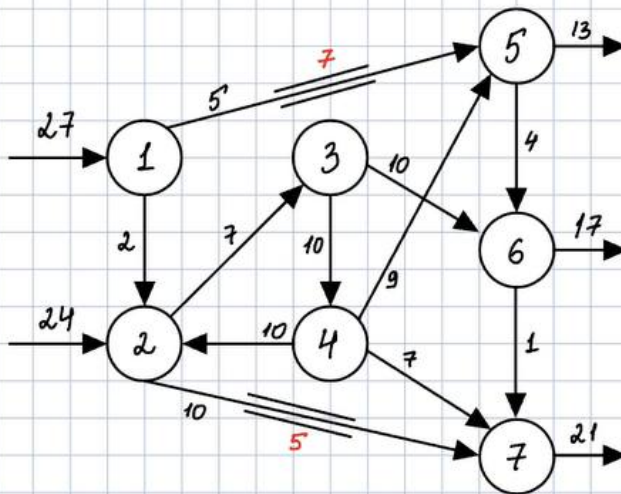
$$C_{ps} = \left[6 + 5 \cos \left(\frac{\pi}{15} (i + 4p + s) \right) \right], \quad p = 1, \dots, 7, \quad \text{где } [x] - \text{целая часть}$$

$$C_{12} = 2 \quad C_{27} = 10 \quad C_{42} = 10 \quad C_{56} = 4$$

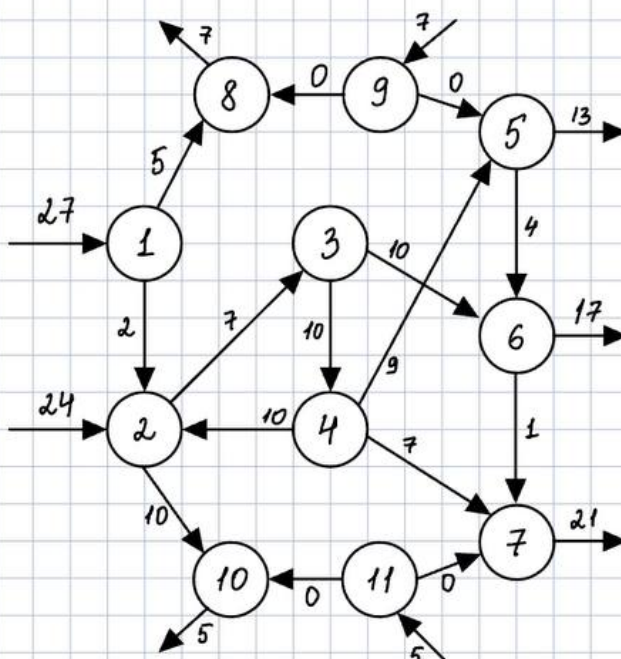
$$C_{15} = 5 \quad C_{34} = 10 \quad C_{45} = 9 \quad C_{67} = 1$$

$$C_{23} = 7 \quad C_{36} = 10 \quad C_{47} = 7$$

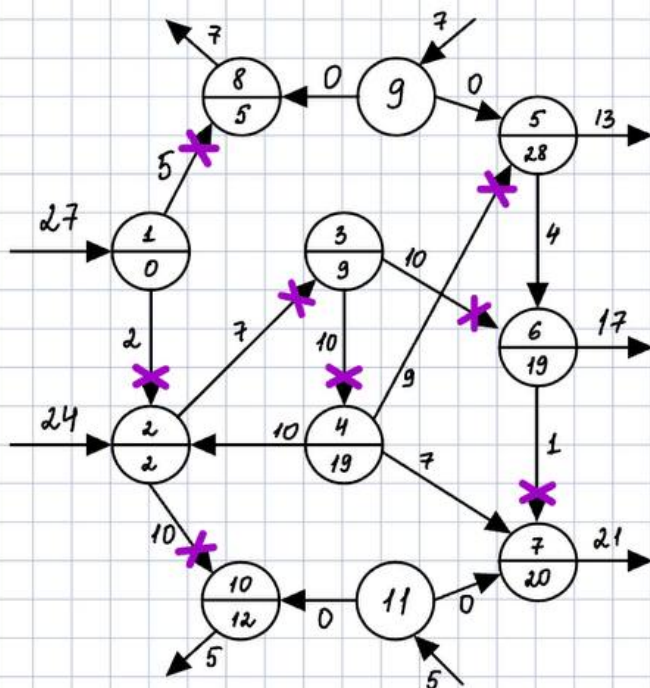
Граф дорог



Избавимся от ограничений:



Кратчайшие пути от истоков к стокам



1. $\frac{(1,2)}{2} \quad \frac{(1,8)}{5}$
2. $\frac{(2,3)}{9} \quad \frac{(2,10)}{12}$
3. —
4. $\frac{(3,4)}{19} \quad \frac{(3,6)}{19}$
5. —
6. $\frac{(4,7)}{26} \quad \frac{(4,5)}{28}$
7. $\frac{(6,7)}{20}$
8. —
9. —

Пути из истока n1

- $1 \rightarrow 5' : 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \quad 28$
 $1 \rightarrow 6 : 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \quad 19$
 $1 \rightarrow 7 : 1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \quad 20$
 $1 \rightarrow 8 : 1 \rightarrow 8 \quad 5$
 $1 \rightarrow 10 : 1 \rightarrow 2 \rightarrow 10 \quad 12$

Пути из истока n2

- $2 \rightarrow 5' : 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \quad 26$
 $2 \rightarrow 6 : 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \quad 17$
 $2 \rightarrow 7 : 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \quad 18$
 $2 \rightarrow 10 : 2 \rightarrow 10 \quad 10$

Пути из истока n 9

$9 \rightarrow 5 : 9 \rightarrow 5$ 0

$9 \rightarrow 6 : 9 \rightarrow 5 \rightarrow 6$ 4

$9 \rightarrow 7 : 9 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7$ 5

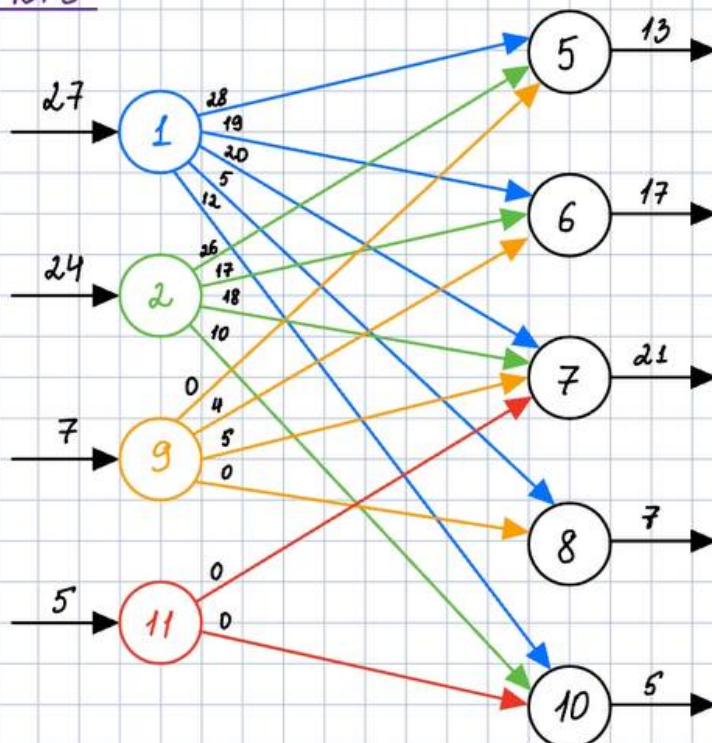
$9 \rightarrow 8 : 9 \rightarrow 8$ 0

Пути из истока n 11

$11 \rightarrow 7 : 11 \rightarrow 7$ 0

$11 \rightarrow 10 : 11 \rightarrow 10$ 0

КТЗ



Метод потенциалов

C_{ij} / x_0	5		6		7		8		10		a			
1	28	6	19	—	20	14	5	7	12	—	27	20	6	0
2	26	—	17	17	18	2	—	—	10	5	24	19	2	0
9	0	7	4	—	5	—	0	—	—	—	7	0		
11	—	—	—	—	0	5	—	—	0	—	5	0		
b	13		17		21		7		5		63			
	6		0		16		0		0					
	0				14									
					0									

x_0	5	6	7	8	10
1	6		14	7	
2		17	2		5
9	7				
11			5		

$$(i,j) \in J_0 : U_i + V_j = C_{ij}$$

$$\forall (i,j) : \Delta_{ij} = U_i + V_j - C_{ij}$$

C_{ij} / Δ_{ij}	5		6		7		8		10		U
1	28	—	19	0	20	—	5	—	12	0	0
2	26	0	17	—	18	—	—	—	10	—	-2
9	0	—	4	-13	5	-13	0	-23	—	—	-28
11	—	—	—	—	0	—	—	—	0	-8	-20
	28		19		20		5		12		

$$\Delta_{ij} \leq 0 \Rightarrow \text{оптимум достигнут}$$

$$f^* = 28 \cdot 6 + 20 \cdot 14 + 5 \cdot 7 + 17 \cdot 17 + 18 \cdot 2 + 10 \cdot 5 + 0 \cdot 7 + 0 \cdot 5 = 858$$

Ответ

- $i = 13$
- $f^* = 858$
- Схема грузоперевозок:

