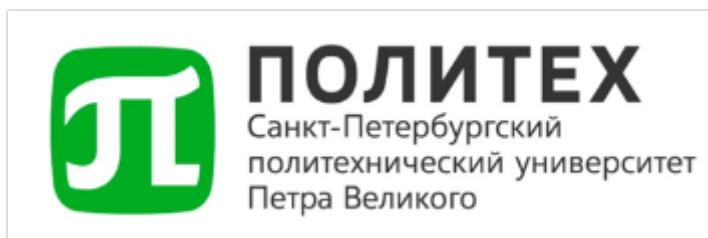


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО»

Институт компьютерных наук и технологий

Высшая школа программной инженерии



РАСЧЕТНОЕ ЗАДАНИЕ №1

Составление рациона животного

по дисциплине «Математические методы в управлении»

Студент
гр. 3530202/90202

А. М. Потапова

Преподаватель

А. А. Суханов

Осень
2022 г

Содержание

Постановка задачи	3
Ход работы	4
Способ 1 (графически)	4
Способ 2 (Симплекс-метод).....	5
Способ 3 (решение двойственной задачи)	8
Граничная цена	10
Вывод	10

Постановка задачи

Для кормления животного требуется внести в рацион витамины А, В, С. Витамины содержатся в кормовых смесях 1 и 2 в заданных процентных соотношениях. Даны дневные нормы потребления витаминов и стоимости кормовых смесей.

1. Определить наиболее дешевый рацион питания животного, обеспечивающий дневную норму витаминов.
2. При какой цене на смесь 1 ее невыгодно (выгодно) использовать в рационе?
3. Решение выполнить тремя способами: а) графически б) Симплекс-методом в) через решение двойственной задачи также Симплекс-методом. Сделать вывод о совпадении или несовпадении результатов решений!

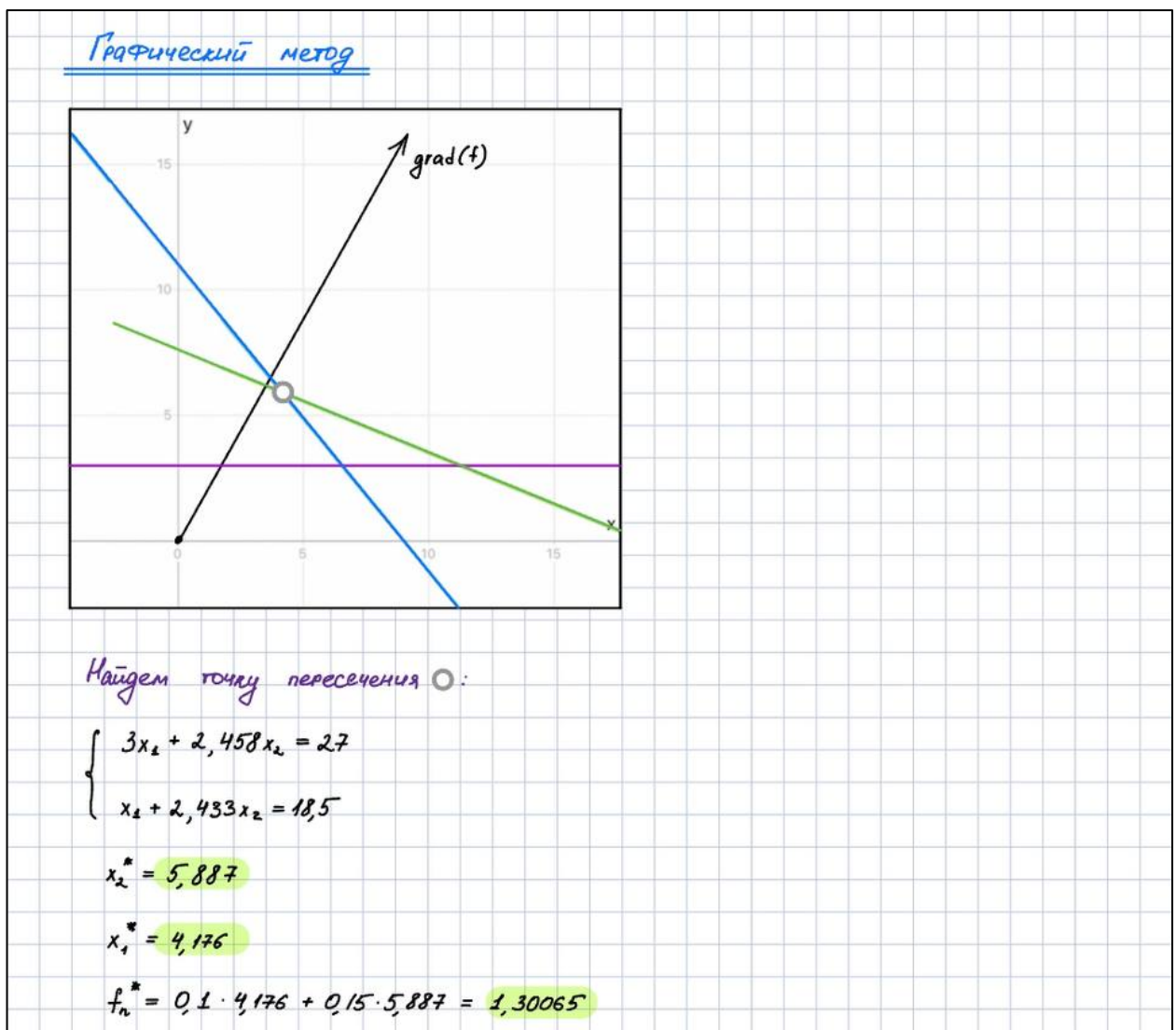
	Смесь 1	Смесь 2	Дневная норма
Витамин А	-	0.1 %	0.003 г
Витамин В	0.3 %	$(3-i/24)*0.1 \%$	0.027 г
Витамин С	0.1 %	$(2+i/30)*0.1 \%$	$(12+i/2)*0.001 \text{ г}$
Цена	0.1 руб/г	$(3+ i-6)*0.015 \text{ руб/г}$	

Ход работы

Вариант 13

	Смесь 1	Смесь 2	Дневная норма
Витамин А	-	0.1 %	0.003 г
Витамин В	0.3 %	0.2458 %	0.027 г
Витамин С	0.1 %	0.233 %	0.0185 г
Цена	0.1 руб/г	0.15 руб/г	

Способ 1 (графически)



Найдем λ^* :

$$(1) x_2 = 5,887$$

$$(2) 3x_1 + 2,458x_2 = 3 \cdot 4,176 + 2,458 \cdot 5,887 = 12,528 + 14,47 \approx 27$$

$$(3) x_1 + 2,433x_2 = 4,176 + 2,433 \cdot 5,887 \approx 18,5$$

$$\lambda_i^* (Ax^* - b)_i = 0 : \lambda_1^* = 0, \text{ т.к. } x_1^*, x_2^* > 0 \text{ по соот. доп. нежесткости } x_i^* (A^T \lambda^* - C)_i = 0 :$$

$$\begin{cases} 3\lambda_2 + \lambda_3 = 0,1 \\ 2,458\lambda_2 + 2,433\lambda_3 = 0,15 \end{cases} ; \begin{cases} \lambda_2 = 0,01927 \\ \lambda_3 = 0,04219 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_2^* = 19,27 \\ \lambda_3^* = 42,19 \end{cases}$$

$$f_g = 3 \cdot 0 + 27 \cdot 0,01927 + 18,5 \cdot 0,04219 = 1,3008$$

Ответы, полученные графическим методом:

$$x_1^* = 4.176, x_2^* = 5.887, f_n^* = 1.3, \lambda_1^* = 0, \lambda_2^* = 19.27, \lambda_3^* = 42.19, f_d^* = 1.3$$

Способ 2 (Симплекс-метод)

Симплекс - метод

$$f = 0,1x_1 + 0,15x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_2 \geq 3 \\ 3x_1 + 2,458x_2 \geq 27 \\ x_1 + 2,433x_2 \geq 18,5 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

К канонической форме

$$\min (0,1x_1 + 0,15x_2)$$

$$\begin{cases} x_2 - x_3 = 3 \\ 3x_1 + 2,458x_2 - x_4 = 27 \\ x_1 + 2,433x_2 - x_5 = 18,5 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

Используем метод искусственного базиса, т.к. выбор начального базиса не тривиален

Метод искусственного базиса

$$W = x_6 + x_7 + x_8 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_2 - x_3 + x_6 = 3 \\ 3x_1 + 2,458x_2 - x_4 + x_7 = 27 \\ x_1 + 2,433x_2 - x_5 + x_8 = 18,5 \end{cases}$$

$$x_6 = -x_2 + x_3 + 3$$

$$x_7 = -3x_1 - 2,458x_2 + x_4 + 27$$

$$x_8 = -x_1 - 2,433x_2 + x_5 + 18,5$$

$$W = x_6 + x_7 + x_8 = -x_2 + x_3 + 3 - 3x_1 - 2,458x_2 + x_4 + 27 - x_1 - 2,433x_2 + x_5 + 18,5$$

$$W = -4x_1 - 5,891x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + 48,5$$

Симплекс таблица 1

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	β
x_6	0	-1	1	0	0	3
x_7	-3	-2,458	0	1	0	27
x_8	-1	-2,433	0	0	1	18,5
W	-4	-5,891	1	1	1	48,5

$$1) \quad x_2 = -x_6 + x_3 + 3$$

$$2) \quad x_7 = -3x_1 - 2,458(-x_6 + x_3 + 3) + x_4 + 27 = -3x_1 + 2,458x_6 - 2,458x_3 + x_4 + 19,626$$

$$3) \quad x_8 = -x_1 - 2,433(-x_6 + x_3 + 3) + x_5 + 18,5 = -x_1 + 2,433x_6 - 2,433x_3 + x_5 + 11,201$$

$$W = -4x_1 - 5,891(-x_6 + x_3 + 3) + x_3 + x_4 + x_5 + 48,5 = -4x_1 + 5,891x_6 - 4,891x_3 + x_4 + x_5 + 30,827$$

Симплекс таблица 2

	x_1	x_6	x_3	x_4	x_5	β
x_2	0	-1	1	0	0	3
x_7	-3	2,458	-2,458	1	0	19,626
x_8	-1	2,433	-2,433	0	1	11,201
W	-4	5,891	-4,891	1	1	30,827

$$1) \quad x_8 = -x_1 + 2,433x_6 - 2,433x_3 + x_5 + 11,201$$

$$x_3 = -0,411x_1 + x_6 - 0,411x_8 + 0,411x_5 + 4,6038$$

$$2) \quad x_2 = -x_6 - 0,411x_1 + x_6 - 0,411x_8 + 0,411x_5 + 4,6038 + 3 = -0,411x_1 - 0,411x_8 + 0,411x_5 + 7,6038$$

$$3) \quad x_7 = -3x_1 + 2,458x_6 - 2,458(-0,411x_1 + x_6 - 0,411x_8 + 0,411x_5 + 4,6038) + x_4 + 19,626 =$$

$$= -1,99x_1 + 1,01x_8 - 1,01x_5 + x_4 + 8,31$$

$$W = -4x_1 + 5,891x_6 - 4,891(-0,411x_1 + x_6 - 0,411x_8 + 0,411x_5 + 4,6038) + x_4 + x_5 + 30,827 =$$

$$= -1,99x_1 + x_6 + 2,01x_8 - 1,01x_5 + x_4 + 8,31$$

Симплекс таблица 3

	x_1	x_6	x_8	x_4	x_5	β
x_2	-0,411	0	-0,411	0	0,411	7,6038
x_7	-1,99	0	1,01	1	-1,01	8,31
x_3	-0,411	1	-0,411	0	0,411	4,6038
W	-1,99	1	2,01	1	-1,01	8,31

$$1) \quad x_7 = -1,99x_1 + 1,01x_8 - 1,01x_5 + x_4 + 8,31$$

$$x_1 = -0,5025x_7 + 0,5075x_8 - 0,5075x_5 + 0,5025x_4 + 4,1759$$

$$2) \quad x_3 = -0,411(-0,5025x_7 + 0,5075x_8 - 0,5075x_5 + 0,5025x_4 + 4,1759) + x_6 - 0,411x_8 + 0,411x_5 + 4,6038 =$$

$$= -0,2065x_4 + 0,61958x_5 + x_6 + 0,2065x_7 - 0,61958x_8 + 2,8875$$

$$3) \quad x_2 = -0,411(-0,5025x_7 + 0,5075x_8 - 0,5075x_5 + 0,5025x_4 + 4,1759) - 0,411x_8 + 0,411x_5 + 7,6038 =$$

$$= -0,2065x_4 + 0,61958x_5 + 0,2065x_7 - 0,61958x_8 + 5,8875$$

$$W = -1,99(-0,5025x_7 + 0,5075x_8 - 0,5075x_5 + 0,5025x_4 + 4,1759) + x_6 + 2,01x_8 - 1,01x_5 + x_4 + 8,31 =$$

$$= x_7 + x_6 + x_8$$

Симплекс таблица 4

	x_7	x_6	x_8	x_4	x_5	β
x_2	0,2065	0	-0,61958	-0,2065	0,61958	5,8875
x_1	-0,5025	0	0,5075	0,5025	-0,5075	4,1759
x_3	0,2065	1	-0,61958	-0,2065	0,61958	2,8875
W	1	1	1	0	0	0

$W=0 \Rightarrow$ начальный базис найден \Rightarrow переходим к основному функционалу

$$f_n = 0,1x_1 + 0,15x_2 \rightarrow \min$$

$$f = 0,1(-0,5025x_7 + 0,5075x_8 - 0,5075x_5 + 0,5025x_4 + 4,1759) + 0,15(-0,2065x_4 + 0,61958x_5 +$$

$$+ 0,2065x_7 - 0,61958x_8 + 5,8875) = 0,019275x_4 + 0,042187x_5 + 1,300715$$

Симплекс таблица 5

	x_4	x_5	β
x_2	-0,2065	0,61958	5,8875
x_1	0,5025	-0,5075	4,1759
x_3	-0,2065	0,61958	2,8875
f	0,019275	0,042187	1,300715

$$x_1^* = 4,1759$$

$$x_2^* = 5,8875$$

$$f_n^* = 1,300715$$

Ответы, полученные симплекс-методом:

$$x_1^* = 4.1759, x_2^* = 5.8875, f_n^* = 1.3, \lambda_1^* = 0, \lambda_2^* = 19.27, \lambda_3^* = 42.18, f_d^* = 1.3$$

Способ 3 (решение двойственной задачи)

Метод двойственной задачи

$$f_g = 3\lambda_1 + 27\lambda_2 + 18,5\lambda_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3\lambda_2 + 3\lambda_3 \leq 0,1 \\ \lambda_1 + 2,458\lambda_2 + 2,433\lambda_3 \leq 0,15 \\ \lambda_i \geq 0 \end{cases}$$

К канонической форме

$$\max (3\lambda_1 + 27\lambda_2 + 18,5\lambda_3)$$

$$\begin{cases} 3\lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = 0,1 \\ \lambda_1 + 2,458\lambda_2 + \lambda_5 = 0,15 \\ \lambda_i \geq 0 \end{cases}$$

Симплекс таблица 1

Выбор базиса тривиален:

$$\lambda_4 = -3\lambda_2 - \lambda_3 + 0,1$$

$$\lambda_5 = -\lambda_1 - 2,458\lambda_2 - 2,433\lambda_3 + 0,15$$

	λ_1	λ_2	λ_3	ρ
λ_4	0	-3	-1	0,1
λ_5	-1	-2,708	-2,233	0,15
f	3	27	18,5	0

$$1) \lambda_4 = -3\lambda_2 - \lambda_3 + 0,1 \quad \lambda_2 = -\frac{1}{3}\lambda_4 - \frac{1}{3}\lambda_3 + 0,03333$$

$$2) \lambda_5 = -\lambda_1 - 2,458\left(-\frac{1}{3}\lambda_4 - \frac{1}{3}\lambda_3 + 0,03333\right) - 2,433\lambda_3 + 0,15 = -\lambda_1 + 0,8193\lambda_4 + 0,8193\lambda_3 - 0,08193 - 2,433\lambda_3 + 0,15 = -\lambda_1 + 0,8193\lambda_4 + 1,6137\lambda_3 + 0,06807$$

$$3) f = 3\lambda_1 + 27\left(-\frac{1}{3}\lambda_4 - \frac{1}{3}\lambda_3 + 0,03333\right) + 18,5\lambda_3 = 3\lambda_1 - 8,99991\lambda_4 + 9,50009\lambda_3 + 0,89999$$

Симплекс таблица 2

	λ_1	λ_4	λ_3	ρ
λ_2	0	-0,3333	-0,3333	0,03333
λ_5	-1	0,8193	-1,6137	0,06807
f	3	-8,99991	9,50009	0,89999

$$1) \lambda_5 = -\lambda_1 + 0,8193\lambda_4 + 1,6137\lambda_3 + 0,06807$$

$$\lambda_3 = -0,61969\lambda_1 + 0,5077\lambda_4 - 0,61969\lambda_5 + 0,04218$$

$$2) \lambda_2 = -0,33333\lambda_4 - 0,33333(-0,61969\lambda_1 + 0,5077\lambda_4 - 0,61969\lambda_5 + 0,04218) + 0,03333 = -0,50253\lambda_4 + 0,20656\lambda_1 + 0,20656\lambda_5 + 0,01927$$

$$3) f = 3\lambda_1 - 8,99991\lambda_4 + 9,50009(-0,61969\lambda_1 + 0,5077\lambda_4 - 0,61969\lambda_5 + 0,04218) + 0,89999 = -2,887\lambda_1 - 4,17631\lambda_4 - 5,887\lambda_5 + 1,30069$$

Симплекс таблица 3

	λ_1	λ_4	λ_3	ρ
λ_2	0,20656	-0,50253	-0,20656	0,01923
λ_3	-0,61363	0,50777	-0,61363	0,04218
f	-2,887	-4,12631	-5,287	1,30069

$$\lambda_1^* = 0$$

$$\lambda_2^* = 19,27$$

$$\lambda_3^* = 42,18$$

$$f_g^* = 1,30069$$

Граничная цена

Граничная задача

Граничная цена на „Смесь 1“, при которой её (не)выгодно использовать в рационе (для этого граф должен быть \perp условию (2))

$$\begin{pmatrix} C_1^* \\ 0,15 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 \\ 2,458 \end{pmatrix} \Rightarrow C_1^* = \frac{0,15 \cdot 3}{2,458} \approx 0,18307$$

Вывод

Сравнение с результатами, полученными графическим методом:

x_1^* и x_2^* совпали,

f_p^* совпала,

λ_1^* и λ_2^* совпали,

λ_3^* отличается незначительно,

f_d^* совпала

Ответ:

$$i = 13$$

$$f^* = 1,3$$

$$x_1^* = 4.176, x_2^* = 5.887$$

$$\lambda_1^* = 0, \lambda_2^* = 19.27, \lambda_3^* = 42.18$$

$$f_d^* = 1.3$$

$$C_1^* = 0.18307 \text{ руб/г}$$