UFSC

teoria dos grafos

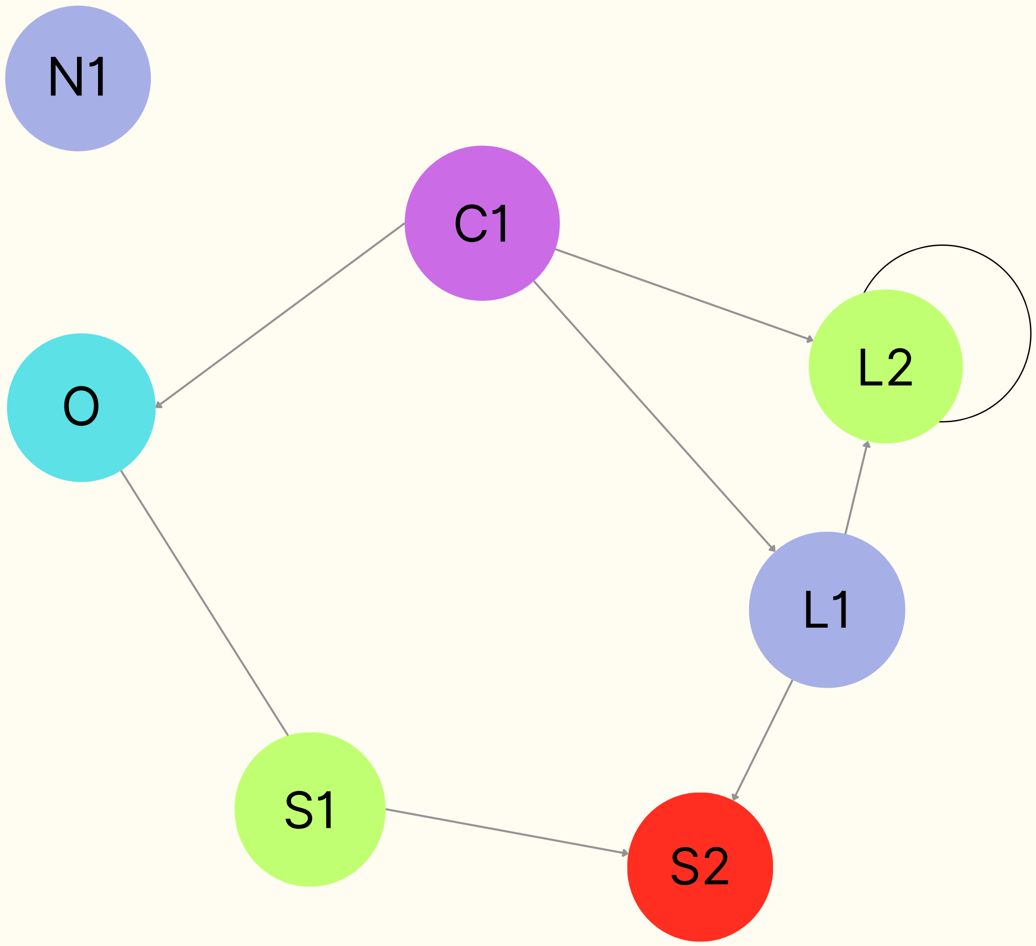
Aplicado a rede de transporte urbano

Aluna: Pamela Santos Monteiro

O QUE É MATEMATICA DISCRETA?

- A matemática discreta é um ramo da matemática que estuda estruturas e objetos que são contáveis e não contínuos.
- Grafos são representações de conexões entre pontos e são muito usados em computação, redes, rotas de transporte e outros problemas práticos.

Portanto, dentro da **matemática discreta**, os **grafos** são uma **maneira poderosa de modelar e resolver problemas envolvendo redes de elementos interconectados**. Eles ajudam a entender como diferentes coisas estão conectadas entre si, seja uma cidade a outra, uma pessoa a outra, ou até mesmo dados em um sistema de computador!



A teoria dos grafos estuda as estruturas formadas por pontos (vértices) conectados por linhas (arestas). Grafos modelam redes de computadores, rotas de transporte, e relações sociais. Essa teoria ajuda a entender e otimizar conexões entre objetos em um conjunto.

Como Grafos podem ajudar na rede de transporte?

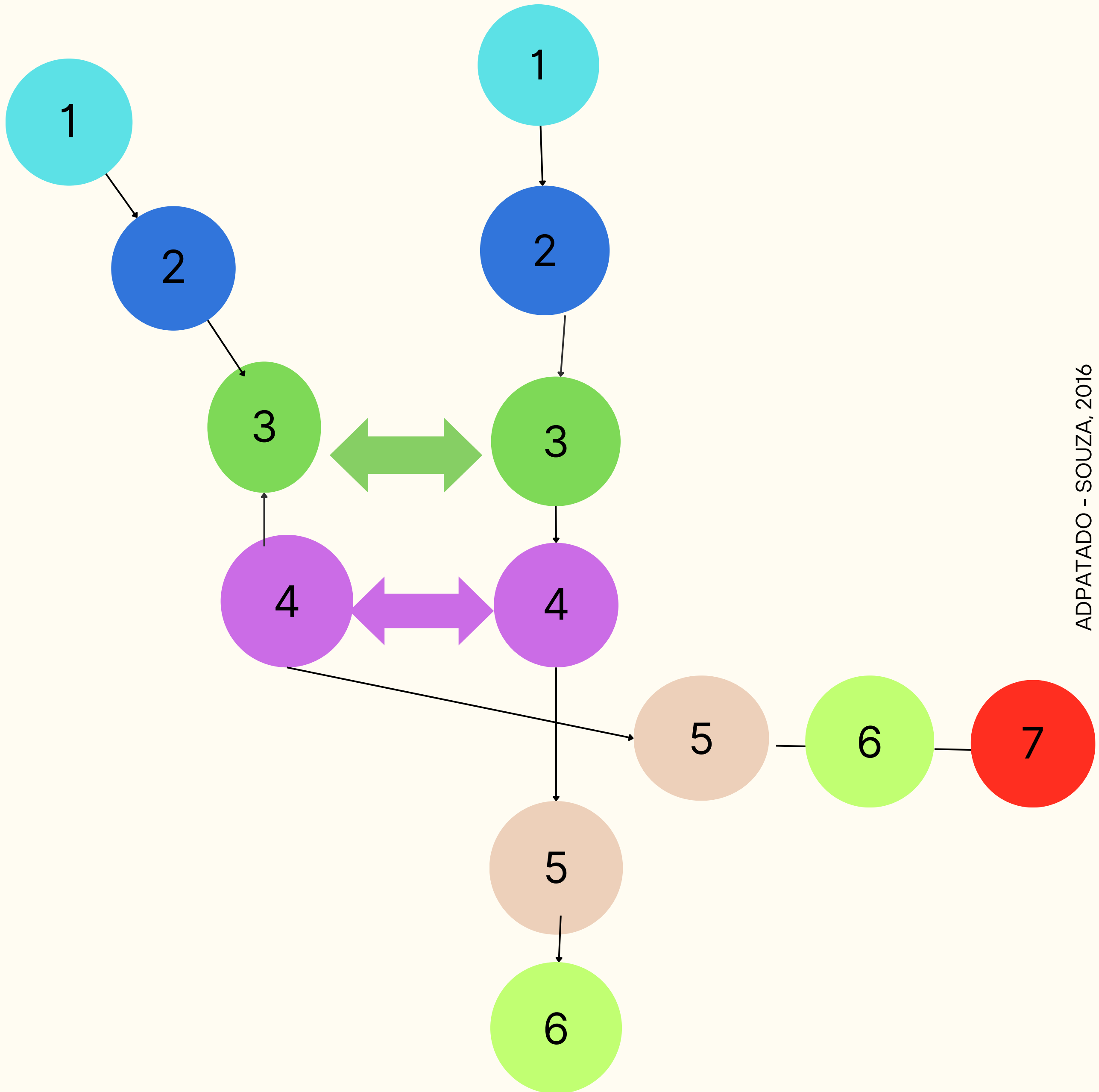
Grafos ajudam a resolver problemas em várias áreas! Por exemplo, você pode representar uma malha rodoviária com cidades como vértices e as estradas entre elas como arestas. Assim, fica mais fácil entender como tudo se conecta!

1. Representação da Rede de Metrôs como um Grafo

A rede de metrôs de São Paulo pode ser representada como um grafo não direcionado (ou direcionado, dependendo da direção dos trens em algumas linhas) com as seguintes características:

Vértices (nós): Cada estação de metrô é representada como um vértice. Por exemplo, a estação **Paulista, Sé, Brás, entre outras.**

Arestas (conexões): As linhas de metrô que conectam duas ou mais estações são representadas por arestas. Se a linha de metrô é direta entre duas estações, haverá uma aresta entre os vértices correspondentes.



ADPATADO - SOUZA, 2016

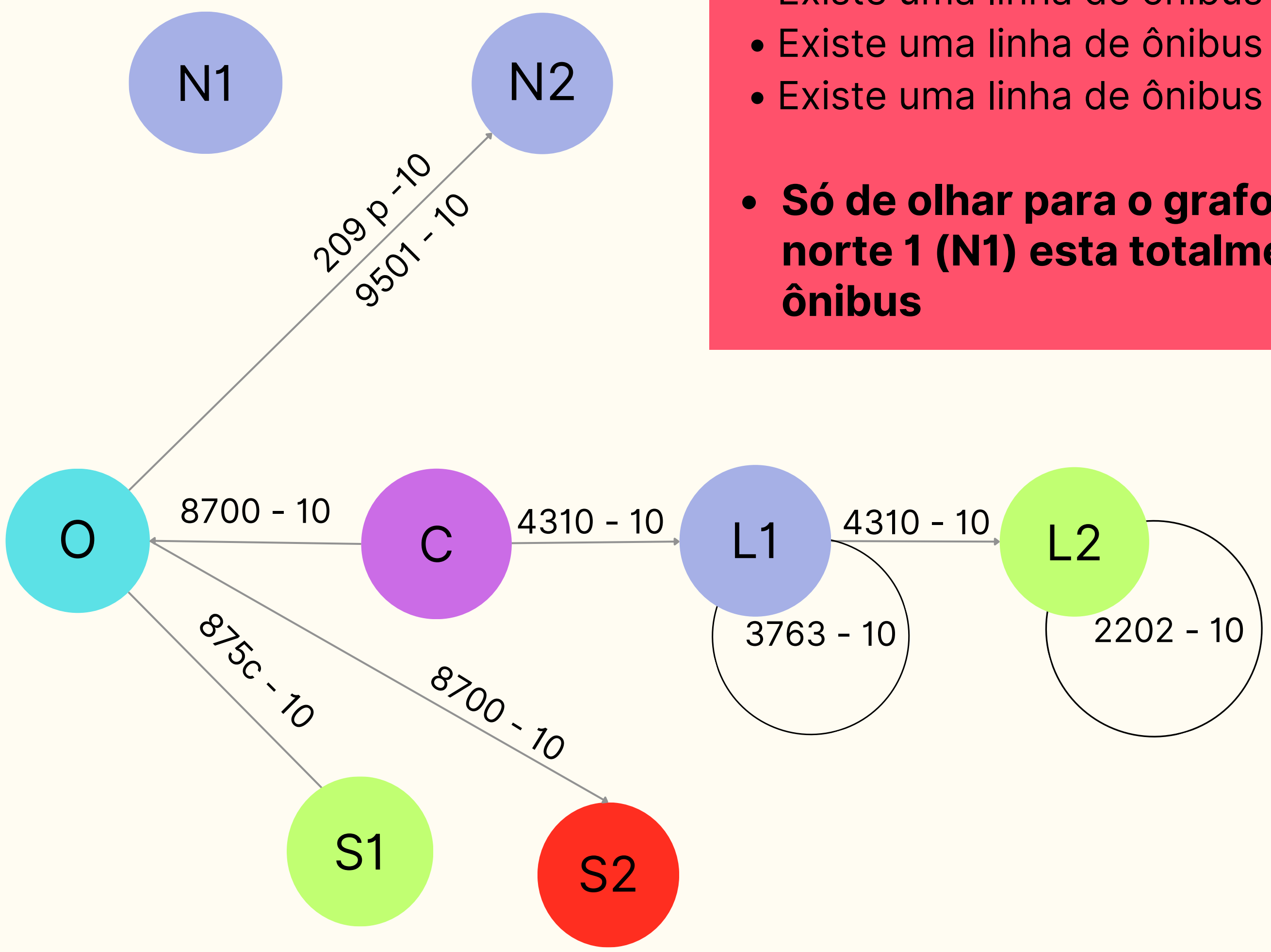
GRAFOS NA REDE DE TRANSPORTE

As linhas de ônibus da cidade de São Paulo podem ser representadas como um grafo. Os vértices são as zonas da cidade, enquanto que as aretas são as linhas de ônibus. Com esse grafo é possível notar quais regiões apresentam um maior transito de pessoas olhando número de linhas disponíveis entre as regiões.

Para fins de exemplificação, considere o seguinte cenário:

- Regiões: (N)orte, (S)ul, (L)este, (O)este e (C)entro.
- Existe uma linha de ônibus que interligue (O, C) e (C, N).
- Existe uma linha de ônibus que interligue (S, C) e (C, N).
- Existe uma linha de ônibus que seja usada apenas em (L, L).

- **Só de olhar para o grafo é possível notar que a Zona norte 1 (N1) esta totalmente isolada das linhas de ônibus**

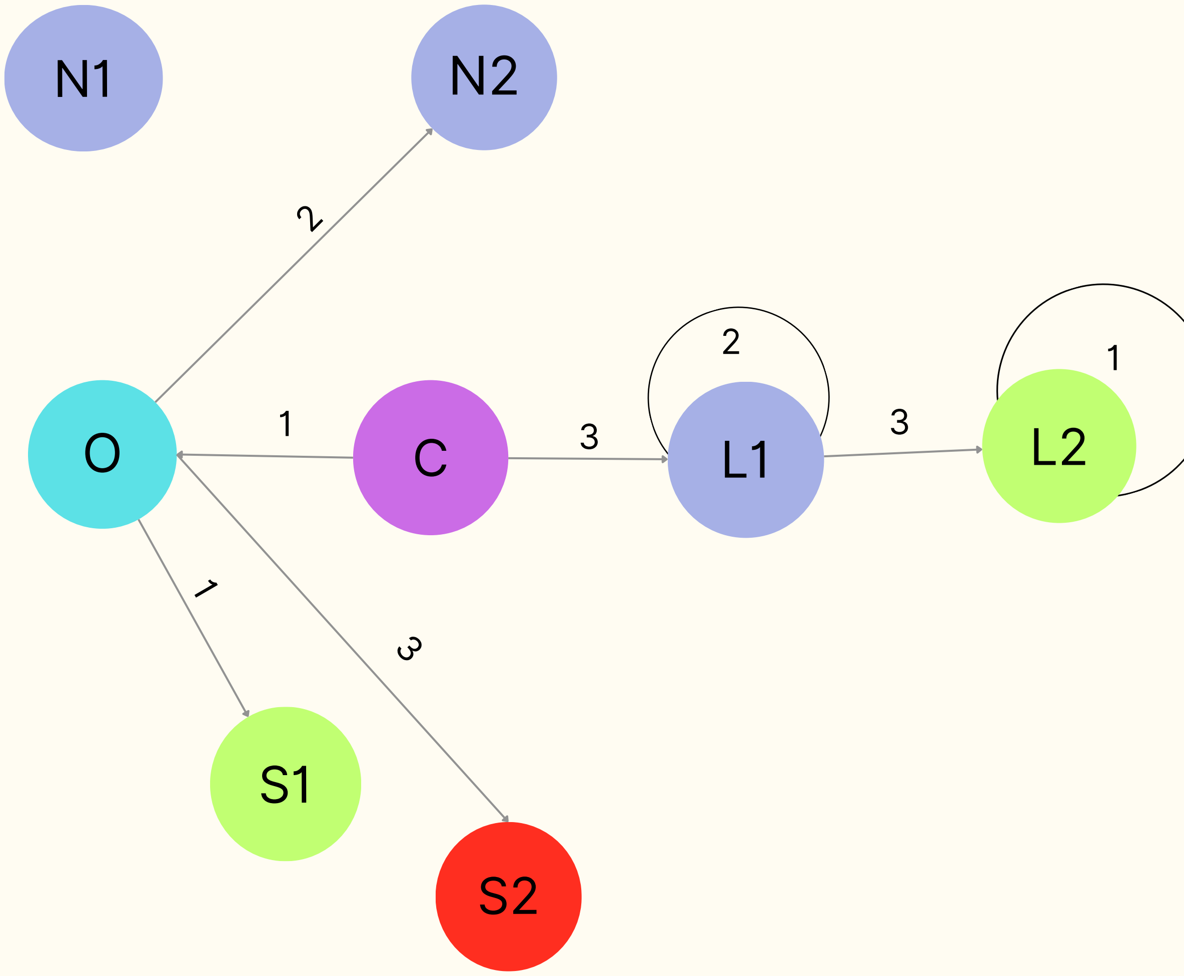


ADPATADO - SILVA, 2018

PESOS DAS ARESTAS

O peso de uma aresta no transporte público pode representar diferentes características, como:

- O tempo de viagem entre duas estações.
- O custo da tarifa entre as estações (se for relevante para uma análise de custo).
- O número de passageiros ou a demanda de transporte entre as estações, indicando a carga de trabalho dessa linha de metrô.



ADPATADO - SILVA, 2018

Neste caso podemos inferir que quanto maior o número, maior a demanda por transporte existente neste nó, assim temos:

- A r**egião Leste (L1 + L2**) com um total de 9 linhas de ônibus (3+2+3+1) concentra uma grande demanda de transporte. O elevado número de linhas de ônibus indica que há um alto fluxo de passageiros, mas isso também pode significar uma saturação do sistema. Ou seja, o número de linhas de ônibus pode não ser suficiente para atender a toda a demanda.

- A **região Sul (S1 + S2)** com 4 linhas de ônibus (1+3) também apresenta uma grande demanda. O alto número de linhas de ônibus pode indicar que as áreas do sul também enfrentam dificuldades para atender a todos os passageiros, similar ao leste.

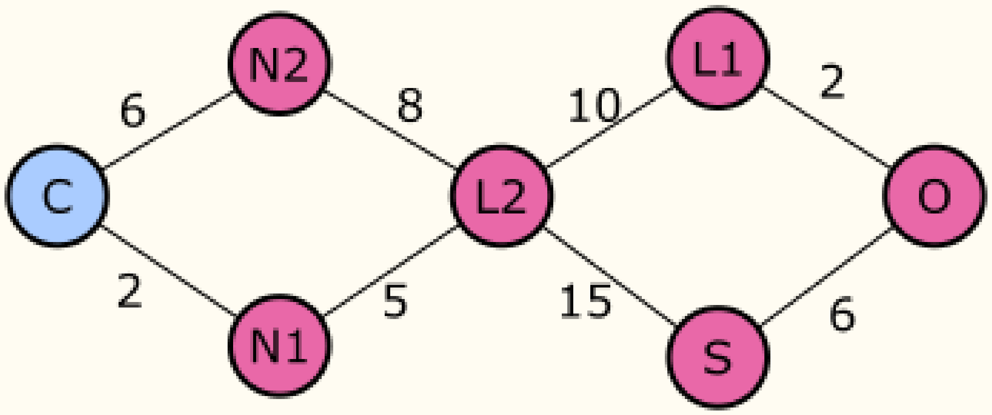
APLICAÇÕES DOS GRAFOS NA REDE DE TRANSPORTE

ALGORITMO DE DIJKSTRA

O **algoritmo de Dijkstra** pode ser usado para encontrar o caminho mais curto entre duas estações em termos de tempo de viagem (ou outro critério, como custo ou distância).

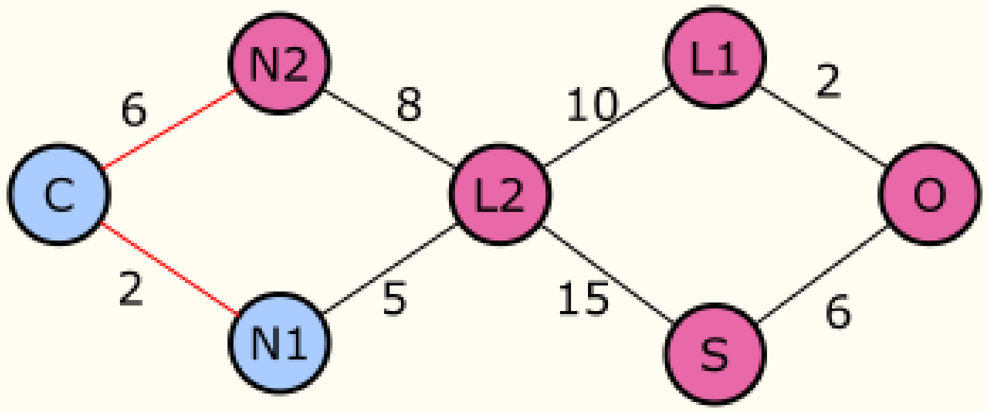
Por exemplo, para um passageiro que está na **estação C** e quer chegar à **estação L1**, o algoritmo de Dijkstra irá calcular qual linha ou conjunto de linhas oferece o caminho mais rápido (com menor tempo de viagem).

(Passo 1)



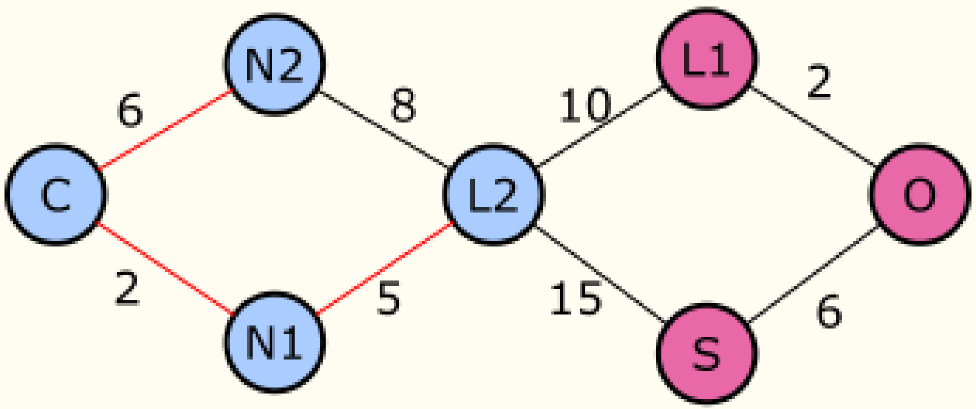
	C	N1	N2	L1	L2	S	O
Passo 2	0	2	∞	∞	∞	∞	∞

(Passo 2)



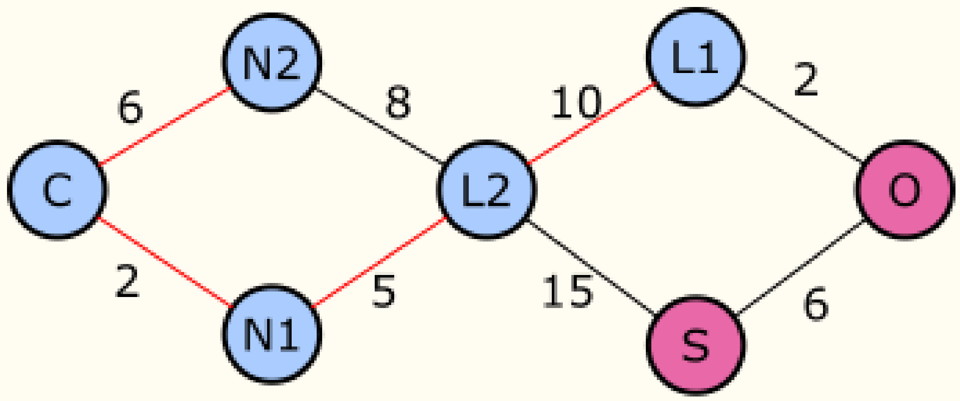
	C	N1	N2	L1	L2	S	O
Passo 1	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞

(Passo 3)



	C	N1	N2	L1	L2	S	O
Passo 3	0	2	6	∞	7 (2+5)	∞	∞

(Passo 4)



	C	N1	N2	L1	L2	S	O
Passo 4	0	2	6	17 (2+5+10)	7	∞	∞

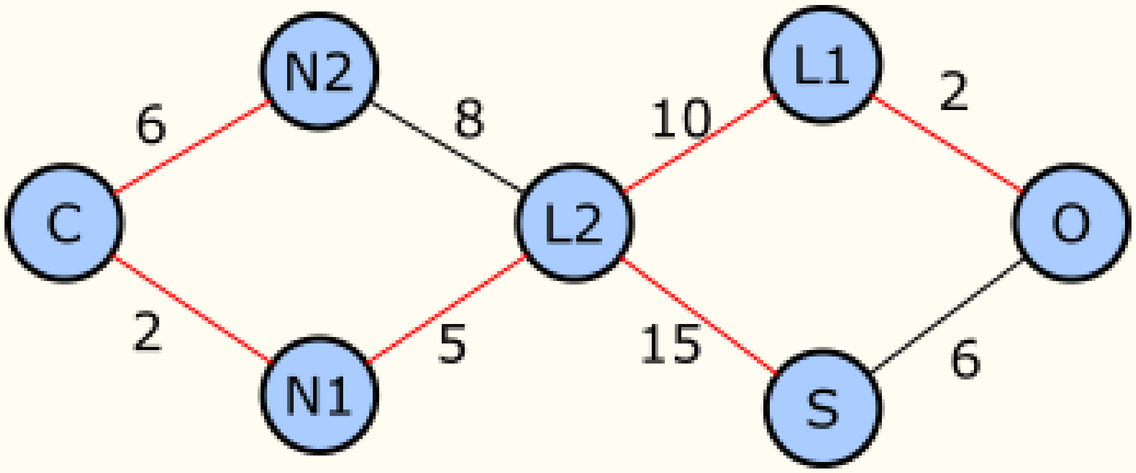
ADPATADO - GEEKSFORGEEKS, 2024

ALGORITMO DE DIJKSTRA

	C	N1	N2	L1	L2	S	O
Passo 1	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞
Passo 2	0	2	∞	∞	∞	∞	∞
Passo 3	0	2	6	∞	7 (2+5)	∞	∞
Passo 4	0	2	6	17 (2+5+10)	7	∞	∞
Passo 5	0	2	6	17	7	22 (2+5+15)	19 (2+5+10+2)

ADPATADO - GEEKSFORGEEKS, 2024

(Passo 5)



ADPATADO - GEEKSFORGEEKS, 2024

Definindo o Grafo e os Pesos das Arestas

Considerando as **seguintes vértices** e as **arestas (linhas de ônibus)** entre eles.

Considerando o **caminho de C (Leste)** para **O (Oeste)**, passando pelos **vértices N1 (Norte), L2 (Leste), e L1 (Leste)**.

A soma do menor caminho entre esses **vértices é 19**.

Distâncias iniciais:

C = 0 (vértice de origem) , N1 = ∞ , L2 = ∞ , L1 = ∞ , O = ∞

Resumo do Caminho e Soma das Distâncias

O caminho mais curto de C para O é:

C→N1→L2→L1→O

REFERÊNCIAS

SILVA, Danilo Santana e. Modelagem do Transporte Urbano Através de Grafos. 2018. 35 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática Aplicada, Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo – Usp, São Paulo, 2018. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~mapweb/tcc/2018/DaniloSantanaV1.pdf. Acesso em: 12 nov. 2024.

SOUSA, Sandro Ferreira. Estudo das propriedades e robustez da rede de transporte público de São Paulo. 2016. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

Biggs, N.; Lloyd, E. and Wilson, R. (1986), Graph Theory, 1736-1936, Oxford University Press

O que é o Algoritmo de Dijkstra?: introdução ao algoritmo do caminho mais curto de dijkstra. Introdução ao Algoritmo do Caminho Mais Curto de Dijkstra. maio. 2024. Disponível em: https://www.geeksforgeeks.org/introduction-to-dijkstras-shortest-path-algorithm/. Acesso em: 16 nov. 2024.