AK3283-MODEL RISIKO I

Pemodelan Data Klaim Asuransi yang Dimodifikasi *Deductible*, *Policy Limit*, dan *Coinsurance* Menggunakan Distribusi *Skewed*

TUGAS BESAR

Karya tulis sebagai salah satu syarat
untuk menyelesaikan Kuliah AK3283 Model Risiko I
Institut Teknologi Bandung

Oleh

Natalie Calosa	**10820004**
Faza Alisha Ramadina	**10820028**
Pamella Cathryn	**10820033**

(Program Studi Sarjana Aktuaria)

INSTITUT TEKNOLOGI BANDUNG
MEI 2023

Daftar Isi

1 Pendahuluan

Memiliki estimasi yang akurat terhadap potensi jumlah klaim yang dibayarkan merupakan salah satu kunci kesuksesan suatu industri asuransi. Sehingga diperlukan peninjauan berbagai macam teknik modifikasi data dan berbagai distribusi data yang digunakan untuk memperoleh model yang terbaik.

1.1 Latar Belakang

Perusahaan-perusahaan asuransi harus berhadapan dengan berbagai macam risiko dan ketidakpastian yang dapat berdampak negatif pada profitabilitas perusahaan. Salah satu risiko yang paling signifikan adalah potensi pembayaran klaim asuransi yang tinggi, dimana dapat menghabiskan keuangan perusahaan asuransi (Sokic, M., 2015). Untuk memastikan keberlanjutan bisnis jangka panjang, sangat penting bagi perusahaan asuransi untuk memiliki estimasi yang akurat mengenai jumlah klaim yang mungkin akan dibayarkan di masa depan. Dengan estimasi yang akurat, perusahaan asuransi dapat mengoptimalkan strategi risiko dan penetapan harga yang tepat, sehingga meningkatkan profitabilitas dan meminimalkan risiko kerugian yang tidak diinginkan. Oleh karena itu, mempunyai model yang tepat untuk estimasi yang akurat mengenai potensi jumlah klaim yang dibayarkan merupakan salah satu faktor kunci dalam membangun bisnis asuransi yang sukses.

Secara umum, distribusi normal telah banyak digunakan untuk pemodelan di bidang ekonomi dan keuangan (Eling, M., 2012). Namun, distribusi ini mengasumsikan bahwa data berbentuk simetris yang tidak selalu terjadi untuk kasus jumlah klaim asuransi. Banyak *dataset* klaim asuransi menunjukkan skewness, yang artinya data tidak terdistribusi secara merata di sekitar rataannya. Dalam kasus seperti ini, penggunaan distribusi simetris seperti distribusi normal dapat mengarah pada estimasi yang bias dan tidak akurat. Dengan demikian, pemodelan menggunakan distribusi-distribusi *skewed* diharapkan dapat mejadi model yang baik untuk memodelkan data klaim perusahaan asuransi.

Pada karya tulis ini, akan dikaji lebih lanjut model yang digunakan pada artikel Eling, M. (2012). Eling, M. (2012) menyimpulkan bahwa model skew-normal dan skew-student adalah model yang cukup baik untuk memodelkan data klaim asuransi. Artikel ini akan melakukan pengembangan berupa modifikasi cakupan polis pada model skew-normal dan skew-student. Selanjutnya, akan dilakukan pengukuran tingkat kecocokan model dengan melakukan uji Kolmogorov-Smirnov. Terakhir, akan dilakukan prediksi *Value-at-Risk* (VaR) melalui metode simulasi Monte Carlo serta menghitung keakuratannya.

1.2 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan dari karya tulis ini adalah sebagai berikut:

1. Meninjau apakah data klaim asuransi juga cocok dimodelkan menggunakan distribusi skew-normal dan skew-student apabila dilakukan beberapa modifikasi cakupan polis, yaitu *deductible*, *policy limit*, dan *coinsurance*.
2. Mendapatkan prediksi *Value-at-Risk* (VaR) melalui metode simulasi Monte Carlo dan menghitung keakuratannya.

2 Distribusi Skew-Eliptical

Distribusi skew-eliptical adalah distribusi probabilitas yang memungkinkan modellisasi data yang memiliki asimetri skewness dan penyebaran (eliptisitas) yang berbeda dari distribusi normal. Distribusi ini dapat ditentukan oleh parameter skewness dan eliptisitas yang dapat disesuaikan dengan data yang diamati. Distribusi ini memiliki bentuk yang mirip dengan distribusi normal, namun dengan ekor yang lebih tebal dan/atau memanjang ke satu arah. Distribusi skew-eliptical juga memiliki parameter pengukur eliptisitas, yang menggambarkan seberapa dekat data berada pada pusat distribusi.

2.1 Distribusi Skew-Normal

Definisi 2.1. *(Eling, M., 2012) Sebuah variabel acak kontinu X memiliki distribusi skew-normal jika fungsi peluangnya memiliki bentuk:*

$$f(x) = 2\phi(x)\Phi(\alpha x) \tag{1}$$

dengan α adalah bilangan real, $\phi(\cdot)$ mengartikan fungsi peluang normal baku, dan $\Phi(\cdot)$ mengartikan fungsi distribusi normal standar. Parameter α adalah parameter shape, i.e., $X \sim \mathcal{SN}(0, 1, \alpha)$. Selanjutnya, dengan menggunakan transformasi linear $Y = \xi + \omega X$, atau $Y \sim \mathcal{SN}(\xi, \omega^2, \alpha)$ dengan $\omega > 0$. Parameter ξ dan ω adalah location dan scale. Ketika $\alpha = 0$, maka $Y \sim \mathcal{N}(\xi, \omega^2)$. Alternatif representasi dari distribusi skew-normal adalah

$$Y = \xi + \omega X = \xi + \omega(\delta|Z_1| + \sqrt{1-\delta^2}Z_2)$$

dengan $\delta = \frac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} \in [-1, 1]$, Z_1 dan Z_2 adalah variabel random $\mathcal{N}(0, 1)$ yang saling bebas.

Selain parameter lokasi (ξ), nilai Y dipengaruhi oleh dua komponen yaitu, half-gaussian $|Z_1|$ yang dimodulasi oleh $\omega\delta$ dan gaussian Z_2 yang dimodulasi oleh $\omega\sqrt{a-\delta^2}$. Distribusi skew-normal akan kembali ke distribusi normal standar ketika parameter *shape* bernilai 0 ($\delta = 0$) atau $\alpha = 0$. Lalu, untuk fungsi pembangkit momen, ekspetasi, variansi dan skewness model diberikan pada Teorema 2.1.

Teorema 2.1. *Misalkan Y adalah peubah acak yang mengikuti model $\mathcal{SN}(\xi, \omega^2, \alpha)$.*

Fungsi pembangkit momen, ekspektasi, variansi, dan skewness dari Y diberikan oleh

$$\begin{aligned}
\mathbb{M}_Y(t) &= \mathbb{E}\left[e^{tY}\right] = 2exp\left(\xi t + \frac{\omega^2 t^2}{2}\right)(\delta\omega t),\\
\mathbb{E}\left[Y\right] &= \xi + \omega\sqrt{\frac{2}{\pi}}\delta,\\
\mathbb{V}\left(Y\right) &= \omega^2(1 - \frac{2\delta^2}{\pi})
\end{aligned}$$

Bukti:
Dengan memanfaatkan Definisi 2.1, Fungsi pembangkit momen dari distribusi skew-normal dengan parameter ξ, ω^2, dan α adalah:
$M_Y(t) = E[e^{tY}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ty} f_Y(y)dy$ dengan $f_Y(y)$ adalah fungsi peluang dari distribusi skew-normal yaitu :

$$f_Y(y) = \frac{2}{\omega}\phi\left(\frac{y-\xi}{\omega}\right)\Phi\left(\alpha\frac{y-\xi}{\omega}\right)$$

dimana $\phi(\cdot)$ adalah fungsi peluang dari distribusi normal standar dan $\Phi(\cdot)$ adalah distribusi kumulatif dari normal standar.
Untuk menghitung MGF, kita substitusikan fungsi peluang dari distribusi skew-normal sehingga

$$\begin{aligned}
M_Y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ty}\frac{2}{\omega}\phi\left(\frac{y-\xi}{\omega}\right)\Phi\left(\alpha\frac{y-\xi}{\omega}\right)dy\\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{ty} f_Y(y)dy\\
&= 2\int_{-\infty}^{\infty} e^{ty} f_N(y)\Phi(\alpha y)dy\\
&= 2\int_{-\infty}^{\infty} e^{ty}\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega^2}}e^{-\frac{(y-\xi)^2}{2\omega^2}}\Phi(\alpha y)dy.
\end{aligned}$$

Kita sederhanakan persamaan di atas dengan substitusi $z = \alpha y$:

$$\begin{aligned}
M_Y(t) &= 2\int_{-\infty}^{\infty} e^{t\alpha z}\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega^2}}e^{-\frac{(z/\alpha-\xi)^2}{2\omega^2/\alpha^2}}\Phi(z)\frac{dz}{\alpha}\\
&= 2\int_{-\infty}^{\infty} e^{t\alpha z}\frac{1}{\sqrt{2\pi(\omega^2/\alpha^2)}}e^{-\frac{(z-\alpha\xi)^2}{2\omega^2/\alpha^2}}\Phi(z)dz\\
&= 2\int_{-\infty}^{\infty} e^{t\alpha z}\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega^2/\alpha^2}}e^{-\frac{(z-\alpha\xi)^2}{2\omega^2/\alpha^2}}\Phi(z)dz
\end{aligned}$$

Dengan,

$$\begin{aligned}
\Phi(z) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z} e^{-u^2/2}du \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{z/\sqrt{2}} e^{-u^2/2}du + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{z/\sqrt{2}}^{z} e^{-u^2/2}du \\
&= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\delta z/\sqrt{2}} \sqrt{2}e^{-\frac{u^2}{2}}\frac{du}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-\delta z/\sqrt{2}} \sqrt{2}e^{-\frac{u^2}{2}}\frac{du}{\sqrt{2}} \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\delta z/\sqrt{2}}^{0} e^{-\frac{u^2}{2}}du + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{z/\sqrt{2}} e^{-u^2/2}du \\
&= \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{0}^{\delta z/\sqrt{2}} e^{-\frac{u^2}{2}}du + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{\delta z/\sqrt{2}}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}}du \\
&= \frac{1}{2}\left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\delta z}{\sqrt{2}}\right)\right]
\end{aligned}$$

Sehingga,

$$\begin{aligned}
M_Y(t) &= 2\int_{-\infty}^{\infty} e^{t\alpha z}\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega^2/\alpha^2}}e^{-\frac{(z-\alpha\xi)^2}{2\omega^2/\alpha^2}}\frac{1}{2}\left(1 + \operatorname{erf}(\delta z/\sqrt{2})\right)dz \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{t\alpha z}\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega^2/\alpha^2}}e^{-\frac{(z-\alpha\xi)^2}{2\omega^2/\alpha^2}}dz + \int_{-\infty}^{\infty} e^{t\alpha z}\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega^2/\alpha^2}}e^{-\frac{(z-\alpha\xi)^2}{2\omega^2/\alpha^2}}\frac{1}{2}\operatorname{erf}(\delta z/\sqrt{2})dz \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{t\alpha z}\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega^2/\alpha^2}}e^{-\frac{(z-\alpha\xi)^2}{2\omega^2/\alpha^2}}dz + \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} e^{t\alpha z}\frac{1}{\sqrt{2\pi\omega^2/\alpha^2}}e^{-\frac{z^2}{2}}\operatorname{erf}(\delta z/\sqrt{2})dz \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} e^{t\alpha z}\frac{1}{\sqrt{2\pi(\omega^2/\alpha^2)}}e^{-\frac{(z-\alpha\xi)^2}{2(\omega^2/\alpha^2)}}dz + \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} e^{t\alpha z}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}\operatorname{erf}(\delta z/\sqrt{2})dz \\
&= \exp\left(\xi t + \frac{\omega^2 t^2}{2}\right)\left[1 - \Phi\left(-\delta\omega t/\sqrt{2}\right)\right] + \frac{1}{2}\exp\left(\frac{t^2}{2}\right)\operatorname{erfc}\left(-\frac{\delta t}{\sqrt{2}}\right) \\
&= \exp\left(\xi t + \frac{\omega^2 t^2}{2}\right)\left[1 - \frac{1}{2}\left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\delta\omega t}{\sqrt{2}}\right)\right)\right] \\
&\quad + \frac{1}{2}\exp\left(\frac{t^2}{2}\right)\int_{-\infty}^{\infty} e^{t\alpha z}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}\operatorname{erf}(\delta z/\sqrt{2})dz \\
&= \exp\left(\xi t + \frac{\omega^2 t^2}{2}\right)\left[1 - \frac{1}{2}\left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\delta\omega t}{\sqrt{2}}\right)\right)\right] \\
&\quad + \frac{1}{2}\exp\left(\frac{t^2}{2}\right)\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(z-t\alpha\delta/\sqrt{2})^2}{2}}\operatorname{erf}(\delta(z - t\alpha\delta/\sqrt{2})/\sqrt{2})dz
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \exp\left(\xi t + \frac{\omega^2 t^2}{2}\right)\left[1 - \frac{1}{2}\left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\delta\omega t}{\sqrt{2}}\right)\right)\right] \\
&\quad + \frac{1}{2}\exp\left(\frac{t^2}{2}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{u^2}{2}}\operatorname{erf}(\delta u/\sqrt{2})du \quad \text{(substituting } u = z - t\alpha\delta/\sqrt{2}) \\
&= \exp\left(\xi t + \frac{\omega^2 t^2}{2}\right)\left[1 - \frac{1}{2}\left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\delta\omega t}{\sqrt{2}}\right)\right)\right] + \frac{1}{2}\exp\left(\frac{t^2}{2}\right)\operatorname{sgn}(\delta)\left[\operatorname{erf}\left(\frac{\delta t}{\sqrt{2}}\right) + 1\right] \\
&= \exp\left(\xi t + \frac{\omega^2 t^2}{2}\right)\left[2\Phi(\delta\omega t) - \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{\delta\omega t}{\sqrt{2}}\right)\right)\right] \\
&= \exp\left(\xi t + \frac{\omega^2 t^2}{2}\right)\Phi(\delta\omega t) \\
&= 2\exp\left(\xi t + \frac{\omega^2 t^2}{2}\right)(\delta\omega t)
\end{aligned}
$$

2.2 Distribusi Skew-Student

(Eling, M., 2012) Distribusi Skew-Student adalah bentuk modifikasi dari Distribusi Skew-Normal yang memiliki kurtosis yang lebih tinggi dibanding distribusi normal. Dari persamaan Skew-Normal, akan dilakukan transformasi berupa:

$$X = \frac{Z}{\sqrt{W/v}}$$

Diketahui $W \sim \chi^2(v)$ dengan v merupakan derajat kebebasan dan $Z \sim \mathcal{SN}(0, 1, \alpha)$. Dari tranformasi linear yang sudah dilakukan pada Subbab 2.1, yaitu $Y = \xi + \omega X$ yang memiliki parameter $Y \sim \mathcal{ST}(\xi, \omega^2, \alpha)$. Dengan modifikasi tersebut, maka ekspektasi dari skew-student bisa didapat dari ekspektasi skew-normal yang sudah ditransformasi, sehingga akan didapat:

$$
\begin{aligned}
E[Y] &= \xi \ + \omega\eta\delta, v > 1 \\
Var[Y] &= \omega^2\left(\frac{v}{v-2} - \eta\delta^2\right), \eta = \sqrt{\frac{v}{\pi}}\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}(v-1)\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}v\right)}
\end{aligned}
$$

Jika dibandingkan dengan Skew-Normal, Skew-Student memiliki perbedaan pada delta untuk memperhitungkan ekspektasi dan variansinya. Dari pengaruh linear delta untuk ekspektasi dan pengaruh kuadratik untuk memperhitungkan variansi, Skew-Student dapat menghitung nilai yang lebih ekstrem (kurtosis yang lebih tinggi) dibanding Skew-Normal.

2.3 Pengembangan yang Dilakukan

Pada *paper* ini, akan dilakukan beberapa pengembangan berupa modifikasi untuk polis yang ditanggung oleh perusahaan asuransi. Hal ini dilakukan untuk mengurangi risiko dari *moral hazard* atau situasi dimana orang yang mengasuransikan tidak *aware* dengan *exposure* yang dialaminya. Modifikasi ini membatasi pembayaran yang dilakukan oleh perusahaan terhadap pihak tertanggung. Sehingga, jika tertanggung mengalami kerugian yang kurang dari batasan modifikasinya, perusahaan tidak akan membayar kerugian tersebut. Untuk itu, penting untuk membedakan antara **kejadian kerugian** dan **kejadian pembayaran**. Terdapat beberapa modifikasi yang akan dipakai untuk pengembangan *paper* ini, yaitu:

2.3.1 *Deductible*

Misalkan X adalah jumlah pembayaran pada kejadian kerugian saat belum dilakukan modifikasi. Misalkan d adalah *deductible* dimana perusahaan asuransi tidak akan membayar kerugian jika kerugian X lebih kecil atau sama dengan d dan membayar sebesar $X - d$ kepada tertanggung jika kerugian X melebihi d.

Jika X_L didefinisikan sebagai jumlah yang dibayar pada kejadian kerugian dimana sudah dilakukan modifikasi, maka X_L dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$X_L = \begin{cases} 0 & \text{untuk } X \leq d \\ X - d & \text{untuk } X > d \end{cases}$$

Kemudian, jika kita memakai notasi sebagai berikut:

$$x_+ = \begin{cases} 0 & \text{untuk } x \leq 0 \\ x & \text{untuk } x > 0 \end{cases}$$

Maka, X_L juga dapat ditulis sebagai:

$$X_L = (X - d)_+$$

Sehingga, akan didapat fungsi peluang, fungsi distribusi, dan fungsi kesintasan dari X_L sebagai berikut:

$$f_{X_L}(x) = f_X(x + d), x > 0$$
$$F_{X_L}(x) = F_X(x + d), x > 0$$
$$S_{X_L}(x) = S_X(x + d), x > 0$$

Selanjutnya, jika X_P didefinisikan sebagai jumlah yang dibayar pada kejadian pembayaran dimana sudah dilakukan modifikasi, yang hanya dapat terdefinisi jika terjadi pembayaran, maka X_P dapat dinotasikan sebagai berikut:

$$X_P = X - d | X > d$$

Dengan definisi tersebut, maka fungsi peluang dan fungsi kesintasan dari X_P adalah:

$$f_{X_P}(x) = \frac{f_X(x+d)}{S_X(d)}, x > 0$$
$$S_{X_P}(x) = \frac{S_X(x+d)}{S_X(d)}, x > 0$$

2.3.2 *Policy Limit*

Misalkan u adalah *Policy Limit* dimana u adalah batas atas dari jumlah pembayaran yang akan dilakukan oleh perusahaan asuransi kepada tertanggung. Jika kita menotasikan jumlah pembayaran tersebut dengan X_U, dan kita menggunakan notasi sebagai operasi yang berarti minimum dari dua pilihan, maka berlaku:

$$X_U = X \wedge u$$

atau, dapat juga ditulis dengan:

$$X_U = \begin{cases} X & \text{untuk } X < u \\ u & \text{untuk } X \geq u \end{cases}$$

Dengan definisi tersebut, akan didapat hubungan dari $X, X_P, danX_L$ yaitu:

$$X = (X \wedge u) + (X - u)_+$$

2.3.3 *Coinsurance*

Misalkan c adalah *coinsurance* dimana c adalah pengali dengan batasan $0 < c < 1$ dari jumlah pembayaran yang akan dilakukan oleh perusahaan asuransi kepada tertanggung. Jika kita menotasikan jumlah pembayaran tersebut dengan X_C, maka berlaku:

$$X_C = cX$$

Lalu, untuk fungsi peluang dari X_C adalah sebagai berikut:

$$f_{X_C}(x) = \frac{1}{c} f_X\left(\frac{x}{c}\right)$$

2.3.4 Prediksi *Value at Risk*

Value at Risk adalah batas risiko maksimum pada suatu nilai peluang yang sudah ditentukan. Misalkan X adalah kerugian acak tak negatif dengan fungsi distribusi kontinu $F_X(x)$ dan δ adalah tingkat peluang dimana $0 < \delta < 1$, maka *Value at Risk* pada tingkat peluang δ

dinotasikan dengan $VaR_\delta(X)$, adalah kuantil ke-δ dari X, atau ditulis sebagai:

$$VaR_\delta(X) = F_X^{-1}(\delta) = x_\delta$$

Value at Risk adalah nilai terkecil x_δ sehingga peluang X melebihi x_δ tidak akan lebih besar dari $(1-\delta)$ sehingga dapat juga ditulis sebagai berikut:

$$VaR_\delta(X) = inf\{x_\delta | F_X(x_\delta) \geq \delta\}$$

3 Hasil dan Pembahasan

Pada Bab ini, akan dilakukan modifikasi *deductible, policy limit*, dan *coinsurance* pada kedua data yang digunakan pada artikel Eling, M. (2012). Setelah dilakukan modifikasi, akan dilakukan proses estimasi parameter *fitting* distribusi skew-normal dan skew-student pada kedua data dan transformasi logaritma datanya menggunakan metode MLE (*Maximum Likelihood Estimation*). Selanjutnya, dilakukan uji Kolmogorov-Smirnov pada semua model yang didapat dan akan diperoleh model terbaik dari setiap modifikasi yang dilakukan. Terakhir, akan dilakukan prediksi VaR (*Value at Risk*) menggunakan model terbaik tiap modifikasi yang diperoleh sebelumnya dan dievaluasi akurasi nilai VaR tersebut.

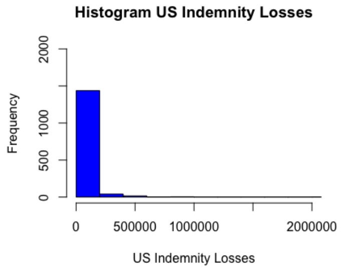
3.1 Data yang Digunakan

Terdapat dua data yang dipakai pada *paper* ini, yaitu *US Indemnity Losses* yang terdiri dari 1500 data pembayaran yang dilakukan untuk klaim yang diajukan dan *Danish Fire Losses* yang terdiri dari 2167 data kerugian yang dialami oleh pemegang asuransi. Berikut statistika deskriptif dari data: Dari tabel tersebut, terlihat bahwa kurtosis dan kemencengan

Tabel 3.1. Statistika Deskriptif Data

Statistik	*US Indemnity Losses*	*Danish Fire Losses*
No. of Observations	1500	2167
$E[X]$	41,21	3,39
Std. Deviation	10,27	8,51
Skewness	9,15	18,74
Kurtosis	141,98	482,20
Minimum	0,01	1,00
Maksimum	2173,60	263,25
VaR$_0, 99$	475,06	26,04

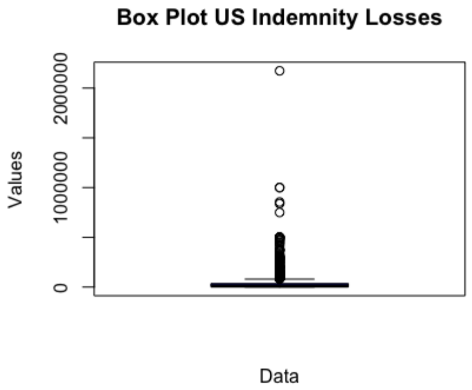
dari data kedua lebih besar dibanding data pertama, namun data kedua memiliki standar deviasi yang lebih kecil. Selanjutnya, akan ditampilkan histogram dari kedua data:



Gambar 3.1. Histogram *US Indemnity Losses*

Gambar 3.2. Histogram *Danish Fire Losses*

Dari histogram yang ditampilkan, terlihat bahwa kedua data ini cukup mencerminkan data asuransi dimana mayoritas dari data asuransi memiliki banyak klaim dengan jumlah kecil dan semakin besar nilai klaim semakin kecil banyak klaimnya. Selanjutnya, akan ditampilkan *box plot* dari kedua data:



Gambar 3.3. *Box Plot US Indemnity Losses*

Gambar 3.4. *Box Plot Danish Fire Losses*

Dari *box plot* yang ditampilkan, terlihat bahwa kedua data memiliki pencilan atas yang sangat banyak hingga kotak dari *boxplot* (kuartil bawah hingga kuartil atas) data tidak terlihat. Dapat dilihat pula bahwa *box plot* tersebut memiliki nilai minimum 0 yang menunjukkan bahwa nilai klaim adalah peubah acak yang nonnegatif, sesuai dengan karakteristik data asuransi.

3.2 Penaksiran Parameter

3.2.1 Distribusi skew-normal

Untuk menemukan estimasi maksimum likelihood (MLE) dari parameter *location* (ξ), *scale* (ω), dan *shape* (α) untuk distribusi skew-normal, kita perlu memaksimalkan fungsi likelihood terhadap parameter-parameter tersebut. Pertama-tama, definisikan fungsi likelihood sebagai:

$$L(\xi, \omega, \alpha | x_1, x_2, \ldots, x_n) = \prod_{i=1}^{n} f(\xi_i; \xi, \omega, \alpha)$$

di mana $f(\xi_i; \xi, \omega, \alpha)$ adalah fungsi densitas probabilitas distribusi skew-normal. Sehingga,

$$\begin{aligned} L(\xi, \omega, \alpha | x_1, x_2, \ldots, x_n) &= \left(\frac{2}{\omega\sqrt{2\pi}} \right)^n \exp\left(-\frac{1}{2\omega^2} \sum_{i=1}^{n} (\xi_i - \xi)^2 \right) \prod_{i=1}^{n} \Phi\left(\frac{\alpha(\xi_i - \xi)}{\omega} \right) \\ &= \frac{2^n}{\omega^n (\sqrt{2\pi})^n} \exp\left(-\frac{1}{2\omega^2} \sum_{i=1}^{n} (\xi_i - \xi)^2 \right) \prod_{i=1}^{n} \Phi\left(\frac{\alpha(\xi_i - \xi)}{\omega} \right) \end{aligned}$$

Untuk menemukan MLE, kita perlu mengambil turunan parsial dari fungsi log-likelihood terhadap setiap parameter, menetapkan turunan sama dengan nol, dan menyelesaikan untuk parameter tersebut. Mari kita mulai dengan mengambil turunan terhadap α:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \log L(\xi, \omega, \alpha | x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} \frac{(\xi_i - \xi)}{\omega} \phi\left(\frac{\alpha(\xi_i - \xi)}{\omega} \right)$$

Dengan menetapkan turunan ini sama dengan nol dan menyelesaikan untuk α, kita dapatkan:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{(\xi_i - \xi)}{\omega} \phi\left(\frac{\alpha(\xi_i - \xi)}{\omega} \right) = 0$$

Persamaan ini tidak dapat diselesaikan secara analitis, sehingga kita perlu menggunakan metode numerik untuk menemukan MLE dari α. Selanjutnya, mari kita ambil turunan terhadap ω:

$$\frac{\partial}{\partial \omega} \log L(\xi, \omega, \alpha | x_1, x_2, \ldots, x_n) = -\frac{n}{\omega} + \sum_{i=1}^{n} \frac{(\xi_i - \xi)^2}{\omega^3} \phi\left(\frac{\alpha(\xi_i - \xi)}{\omega} \right)$$

Setelah kita mengambil turunan terhadap ω dan menetapkannya sama dengan nol, kita dapatkan:

$$-\frac{n}{\omega} + \sum_{i=1}^{n} \frac{(\xi_i - \xi)^2}{\omega^3} \phi\left(\frac{\alpha(\xi_i - \xi)}{\omega} \right) = 0$$

Dengan menyederhanakan ekspresi ini, kita dapatkan:

$$\frac{n}{\omega^2} = \frac{1}{\omega^4} \sum_{i=1}^{n} (\xi_i - \xi)^2 \phi\left(\frac{\alpha(\xi_i - \xi)}{\omega} \right)$$

Kita dapat menyelesaikan persamaan ini untuk ω dengan menggunakan metode numerik. Terakhir, mari kita ambil turunan terhadap ξ:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \log L(\xi, \omega, \alpha | x_1, x_2, \ldots, x_n) = \frac{1}{\omega^2} \sum_{i=1}^{n} (\xi_i - \xi) \phi\left(\frac{\alpha(\xi_i - \xi)}{\omega} \right)$$

Ketika kita menetapkan turunan ini sama dengan nol dan menyelesaikan untuk ξ, kita dapatkan:

$$\xi = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i$$

Ini adalah nilai rata-rata dari sampel kita dan dapat dihitung secara analitis.

3.2.2 Distribusi skew-student

Dalam distribusi Skew-Student, parameter-parameter yang perlu diestimasi adalah *location* (ξ), *scale* (ω), *shape* (α), dan *degrees of freedom* (ν). Fungsi kepadatan probabilitas untuk distribusi Skew-Student adalah sebagai berikut:

$$f(x;\xi,\omega,\alpha,\nu) = \frac{2}{\omega}\phi\left(\frac{x-\xi}{\omega}\right)T_\nu\left(\frac{\alpha(x-\xi)}{\omega}\right)$$

Fungsi Likelihood dari distribusi Skew-Student:

$$L(\xi,\omega,\alpha,\nu) = \prod_{i=1}^{n}\frac{1}{\omega(2\pi)^{1/2}}\frac{\Gamma((v+1)/2)}{\Gamma(v/2)}\left[1+\frac{(x_i-\xi)}{\omega}\frac{\alpha\sqrt{v-2}}{\sqrt{1+\alpha^2(v-2)}}\right]^{-(v+1)/2}$$

Fungsi Log-likelihood dari distribusi Skew-Student:

$$\begin{aligned} l(\xi,\omega,\alpha,v) = -n\log(\omega) - \frac{n}{2}\log(2\pi) + \sum_{i=1}^{n}\log\left[\frac{\Gamma((v+1)/2)}{\Gamma(v/2)}\right] \\ - \frac{v+1}{2}\sum_{i=1}^{n}\log\left[1+\frac{(x_i-\xi)}{\omega}\frac{\alpha\sqrt{v-2}}{\sqrt{1+\alpha^2(v-2)}}\right] \end{aligned}$$

Turunan parsial dari fungsi log-likelihood:

$$\frac{\partial l}{\partial \xi} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i(x_i - \xi)}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

$$\frac{\partial l}{\partial \omega} = -\frac{n}{\omega} + \frac{v+1}{\omega^2} \sum_{i=1}^{n} \frac{w_i}{1 + \frac{(x_i - \xi)}{\omega} \frac{\alpha\sqrt{v-2}}{\sqrt{1+\alpha^2(v-2)}}}$$

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^{n} \frac{w_i(x_i - \xi)}{\omega} \frac{\sqrt{v-2}}{\sqrt{1+\alpha^2(v-2)}} \frac{1}{1 + \frac{(x_i - \xi)}{\omega} \frac{\alpha\sqrt{v-2}}{\sqrt{1+\alpha^2(v-2)}}}$$

$$\frac{\partial l}{\partial v} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \log\left[\frac{(v+1)^2}{v(v-2)}\right] - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \log\left[1 + \frac{(x_i - \xi)^2}{\omega^2} \frac{\alpha^2}{v-2}\right]$$
$$- \frac{v+1}{2} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{1 + \frac{(x_i - \xi)}{\omega} \frac{\alpha\sqrt{v-2}}{\sqrt{1+\alpha^2(v-2)}}}$$

Lalu, penaksir parameter dapat ditemukan dengan menyelesaikan turunan parsial terhadap masing-masing parameter fungsi likelihood dan menyamakannya dengan nol, sehingga diperoleh sistem persamaan yang dapat dipecahkan untuk mendapatkan nilai parameter yang memaksimalkan fungsi likelihood.

3.2.3 Data US Indemnity Losses

Berikut merupakan konstanta-konstanta yang akan digunakan dalam memodifikasi data:

- Konstanta *deductible* (d) = 250 USD = 250
- Konstanta *policy limit* (u) = 25000 USD = 25000
- Konstanta *coinsurance* (c) = 0,90

Konstanta-konstanta tersebut diperoleh dari sebuah premi asuransi umum sebuah perusahaan asuransi Amerika bernama State Farm (”Home and Property Claims,” n.d.). Berikut merupakan hasil estimasi parameter untuk distribusi skew-normal dan skew-student menggunakan metode MLE beserta *p-value* dari hasil uji Kolmogorov-Smirnov untuk data yang telah dimodifikasi:

Tabel 3.2. Hasil Estimasi Parameter dan Uji Kolmogorov-Smirnov

Model		Deductible		Policy Limit		Coinsurance	
		Original Data	Log Data	Original Data	Log Data	Original Data	Log Data
Skew-normal	Location	-1101,9260	10,2686113	1,197738e+04	10,150581	-831,1482	10,3304326
	Scale	110753,3489	1,8711227	9,762210e+03	1,641724	99712,9932	1,9519651
	Shape	183,4461	-0,7539992	2,023164e-01	-183,446148	183,4461	-0,9338316
	p-value	< 2,2e-16	0,2461	< 2,2e-16	< 2,2e-16	< 2,2e-16	**0.1884**
Skew-student	Location	-3,7329457	1,026866e+01	9,681086	1,012664e+01	7,859991	10,079285
	Scale	10194,1103604	1,871147	1,659072e+04	1,035156	9661,540012	1,771514
	Shape	15373,9007177	-7,540514e-01	1,320568e+05	-1,588147e+06	15665,941221	-0,676955
	Degrees of freedom	0,8369176	8,295652e+06	2,690906e+05	2,562628	0,860909	33,782697
	p-value	5,237e-05	**0,2461**	< 2,2e-16	< 2,2e-16	0,0002072	0,116

Perhatikan bahwa model terbaik dari model-model yang ditinjau pada tiap modifikasi merupakan model dengan nilai *p-value* uji Kolmogorov-Smirnov yang terbesar atau nilai D dari Kolmogorov-Smirnov terkecil, yaitu:

1. Untuk modifikasi *deductible* model dengan nilai *p-value* uji Kolmogorov-Smirnov yang terbesar adalah model Log Data *Skew-Student*
2. Untuk modifikasi *policy limit* model dengan nilai *D* uji Kolmogorov-Smirnov yang terkecil adalah model *Skew-student* dengan nilai *D* = 0,2
3. Untuk modifikasi *coinsurance* model dengan nilai *p-value* uji Kolmogorov-Smirnov yang terbesar adalah model Log Data *Skew-normal*

Model-model terbaik inilah yang akan dilanjutkan ke analisis pada bagian 3.3.1.

3.2.4 Data Danish Fire Losses

Pertama-tama, akan dilakukan modifikasi pada data *Danish Fire Losses* menggunakan konstanta-konstanta modifikasi pada bagian sebelumnya yang di-*convert* ke satuan mata uang Danish Kroner menggunakan *exchange rate* pada 18 April 2023, yaitu 1 USD = 6,82 DKK. Sehingga, konstanta-konstanta yang diperoleh adalah:

- Konstanta *deductible* (d) = 1698 DKK = 1,698
- Konstanta *policy limit* (u) = 169777 DKK = 169,777
- Konstanta *coinsurance* (c) = 0,90

Berikut merupakan hasil estimasi parameter untuk distribusi skew-normal dan skew-student menggunakan metode MLE beserta *p-value* dari hasil uji Kolmogorov-Smirnov untuk data yang telah dimodifikasi:

Tabel 3.3. Hasil Estimasi Parameter dan Uji Kolmogorov-Smirnov

Model		Deductible		Policy Limit		Coinsurance	
		Original Data	Log Data	Original Data	Log Data	Original Data	Log Data
Skew-normal	Location	-0,1496757	1,402370	0,9245097	-0,002689124	0,8178982	-0,108058
	Scale	8,6822327	2,156394	7,7191970	1,063641163	7,9594935	1,064662
	Shape	183,4461481	-1,412893	183,4461481	183,446148148	183,4461481	183,446148
	p-value	< 2,2e-16	0,3655	< 2,2e-16	< 2,2e-16	< 2,2e-16	< 2,2e-16
Skew-student	Location	-1,913868e-08	1,107180	1,0524336	0,05807875	8,999998e-01	-1,053644e-01
	Scale	1,220703e-04	1,826389	0,6663277	0,65211881	7,416841e-01	8,192172e-01
	Shape	3662556e+08	-1,025734	4,5977578	5,66570241	2,973621e+08	1,241829e+06
	Degrees of freedom	1,349297e-01	13,579602	0,9994483	2,71327495	1,100161e+00	4,602886e+00
	p-value	< 2,2e-16	**0,8357**	0,0001111	**0,03956**	**0,3543**	0,1731

Perhatikan bahwa model terbaik dari model-model yang ditinjau pada tiap modifikasi merupakan model dengan nilai *p-value* uji Kolmogorov-Smirnov yang terbesar, yaitu:

1. Untuk Modifikasi *Deductible* Model dengan nilai *p-value* uji Kolmogorov-Smirnov yang terbesar adalah model Log Data *Skew-Student*

2. Untuk Modifikasi *Policy Limit* Model dengan nilai *p-value* uji Kolmogorov-Smirnov yang terbesar adalah model Log Data *Skew-Student*.

3. Untuk Modifikasi *Coinsurance* Model dengan nilai *p-value* uji Kolmogorov-Smirnov yang terbesar adalah model *Skew-Student*

Model-model terbaik inilah yang akan dilanjutkan ke analisis pada bagian 3.3.2.

3.3 Hasil Pemodelan

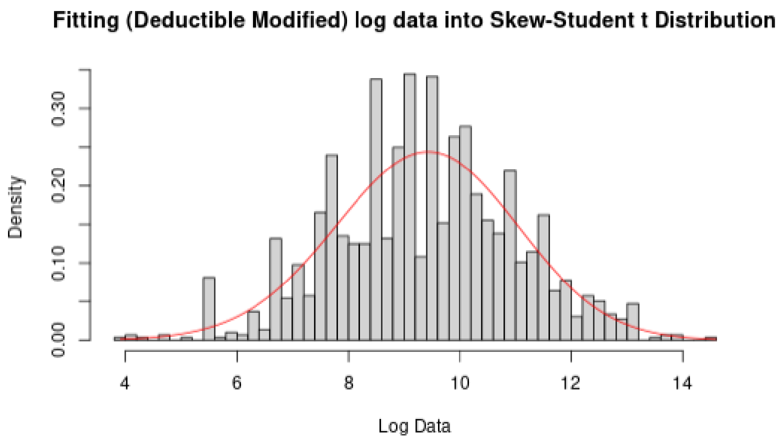
3.3.1 Data US Indemnity Losses

1. Untuk Modifikasi *Deductible*

   Model terbaik yang diperoleh adalah model Log Data *Skew-Student* dengan parameter: $\xi = 10,26866, \omega = 1,871147, \alpha = -0,7540514, \nu = 8,295652.10^6$. Sehingga fungsi peluang model dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2}{\omega}\phi\left(\frac{ln(x)-\xi}{\omega}\right)T_\nu\left(\frac{\alpha(ln(x)-\xi)}{\omega}\right) \\ &= \frac{2}{1,871}\phi\left(\frac{ln(x)-10,268}{1,871}\right)T_{8,29.10^6}\left(\frac{-0,75405(ln(x)-10,268)}{1,871}\right) \end{aligned}$$

   Berikut adalah visualisasinya:



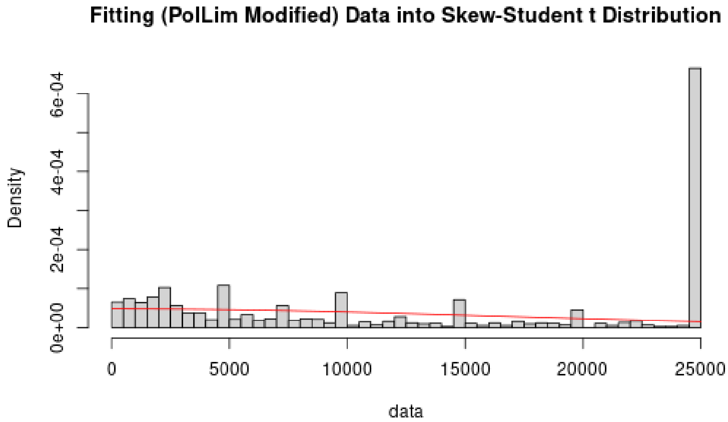
Gambar 3.5. Hasil *Fitting* Modifikasi *Deductible* Log Data US Indemnity pada Distribusi Skew-Student

2. Untuk Modifikasi *Policy Limit*

   Model terbaik yang diperoleh adalah model *Skew-Student* dengan parameter: $\xi = 9,681, \omega = 1,659.10^4, \alpha = 1,3205.10^5, \nu = 2,6909.10^5$. Sehingga fungsi peluang model dapat dituliskan sebagai berikut:

$$
\begin{aligned}
f(x) &= \frac{2}{\omega}\phi\left(\frac{x-\xi}{\omega}\right)T_{\nu}\left(\frac{\alpha(x-\xi)}{\omega}\right)\\
&= \frac{2}{1,659.10^4}\phi\left(\frac{x-9,681}{1,659.10^4}\right)T_{2,6909.10^5}\left(\frac{1,3205.10^5(x-9,681)}{1,659.10^4}\right)
\end{aligned}
$$

Berikut adalah visualisasinya:



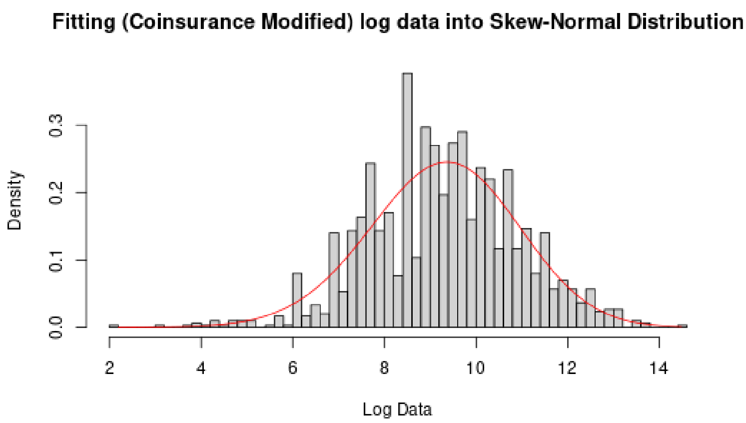
Gambar 3.6. Hasil *Fitting* Modifikasi *Policy Limit* Data US Indemnity pada Distribusi Skew-Student

3. Untuk Modifikasi *Coinsurance*

   Model terbaik yang diperoleh adalah model Log Data *Skew-normal* dengan parameter $\xi = 10,3304326, \omega = 1,9519651, \alpha = -0,9338316$ Dengan fungsi peluang:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2}{\omega}\phi\left(\frac{ln(x)-\xi}{\omega}\right)\Phi\left(\alpha\frac{ln(x)-\xi}{\omega}\right) \\ &= \frac{2}{1,9519}\phi\left(\frac{x-10,3304}{1,9519}\right)\Phi\left(-0,9338\frac{x-10,3304}{1,9519}\right) \end{aligned}$$

   Berikut adalah visualisasinya:

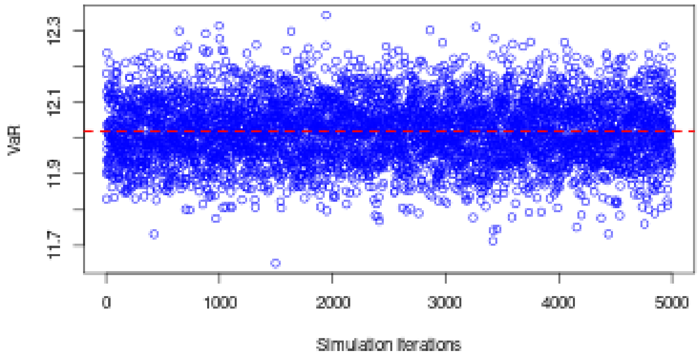


Gambar 3.7. Hasil *Fitting* Modifikasi *Coinsurance* Log Data US Indemnity pada Distribusi Skew-Normal

Selanjutnya, akan dilakukan prediksi *Value at Risk* menggunakan simulasi Monte Carlo dengan peluang 0,95. Berikut merupakan hasil prediksi VaR untuk setiap modifikasi yang dilakukan:

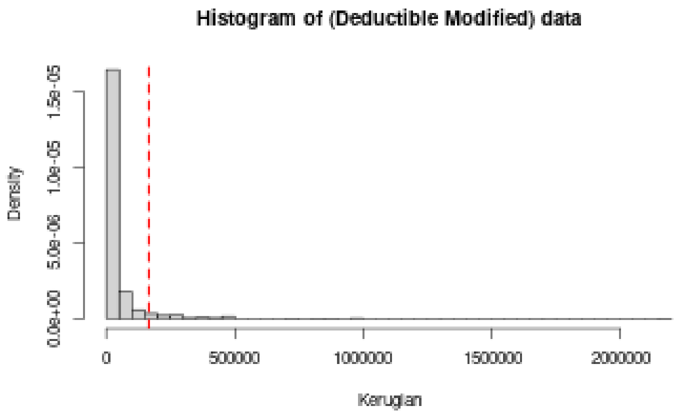
1. Untuk modifikasi *deductible*

   Berikut merupakan visualisasi hasil dilakukannya 5000 simulasi Monte Carlo untuk prediksi VaR:



Gambar 3.8. Hasil 5000 Simulasi Prediksi Modifikasi *Value at Risk* modifikasi *Deductible* Log Data US Indemnity

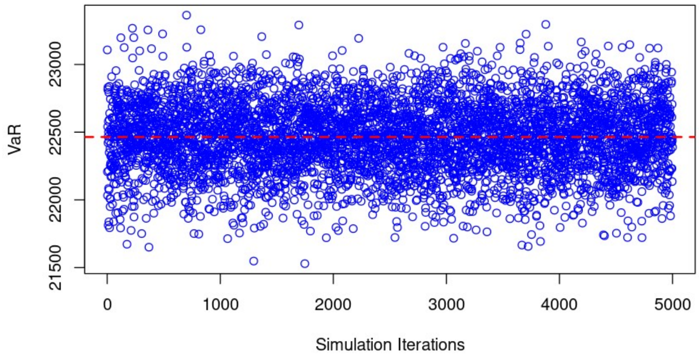
Sehingga, diperoleh nilai prediksi $\text{VaR}_{0,95}(X)$ adalah 165754,5 atau 165754,5 USD. Tingkat keakuratan nilai prediksinya adalah 0,948891 dimana menyimpang senilai 0,116% dari peluang 0,95. Berikut merupakan visualisasi hasil *fitting* model beserta nilai VaR-nya:



Gambar 3.9. Histogram Modifikasi *Deductible* Log Data US Indemnity dengan nilai *Value at Risk*

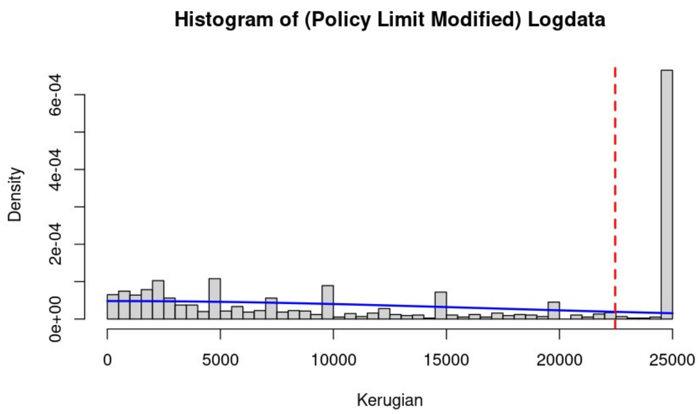
2. Untuk modifikasi *policy limit*

   Berikut merupakan visualisasi hasil dilakukannya 5000 simulasi Monte Carlo untuk prediksi VaR:



Gambar 3.10. Hasil 5000 Simulasi Prediksi Modifikasi *Value at Risk* modifikasi *policy limit* Log Data US Indemnity

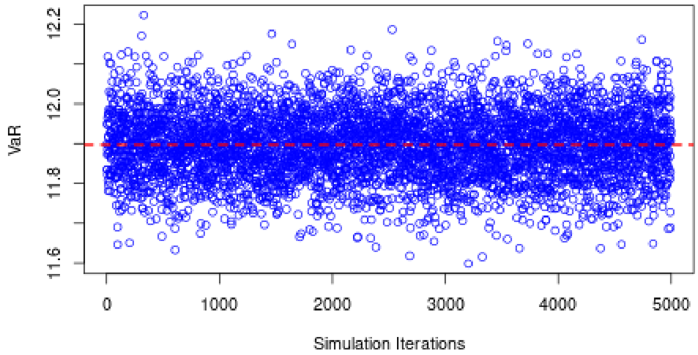
Sehingga, diperoleh nilai prediksi $\text{VaR}_{0,95}(X)$ adalah 22464,33 atau 22464,33 USD. Tingkat keakuratan nilai prediksinya adalah 0,824088 dimana menyimpang senilai 15,279% dari peluang 0,95. Penyimpangan yang cukup besar dari prediksi VaR ini terjadi akibat ketidakcocokan distribusi yang digunakan dalam mengambarkan dataset *US Indeminity* terlihat dari nilai *p-value* yang sangat kecil saat test Kolmogorov-Smirnov. Berikut merupakan visualisasi hasil *fitting* model beserta nilai VaR-nya:



Gambar 3.11. Histogram Modifikasi *policy limit* Log Data US Indemnity dengan nilai *Value at Risk*

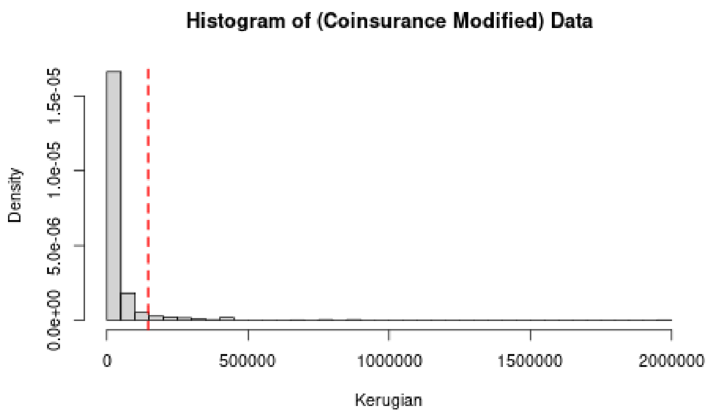
3. Untuk modifikasi *Coinsurance*

   Berikut merupakan visualisasi hasil dilakukannya 5000 simulasi Monte Carlo untuk prediksi VaR:



Gambar 3.12. Hasil 5000 Simulasi Prediksi Modifikasi *Value at Risk* modifikasi *Coinsurance* Log Data US Indemnity

Sehingga, diperoleh nilai prediksi $\text{VaR}_{0,95}(X)$ adalah 146665,8 atau 146665,8 USD. Tingkat keakuratan nilai prediksinya adalah 0,949518 dimana menyimpang senilai 0,0507% dari peluang 0,95. Berikut merupakan visualisasi hasil *fitting* model beserta nilai VaR-nya:



Gambar 3.13. Histogram Modifikasi *coinsurance Log Data US Indemnity dengan nilai Value at Risk*

3.3.2 Data Danish Fire Losses

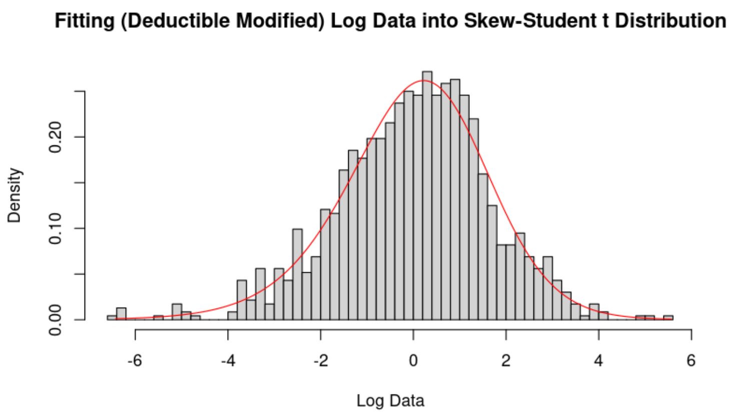
Berikut ini merupakan model-model terbaik tiap modifikasi yang diperoleh dari bagian 3.2.4:

1. Untuk modifikasi *deductible*, model terbaik yang didapatkan adalah model Log Data *Skew-Student* dengan parameter: $\xi = 1,1072$, $\omega = 1,8264$, $\alpha = -1,0257$,

$\nu = 13,5796$. Sehingga, fungsi peluangnya adalah:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2}{\omega}\phi\left(\frac{\ln(x)-\xi}{\omega}\right)T_{\nu}\left(\frac{\alpha(\ln(x)-\xi)}{\omega}\right) \\ &= \frac{2}{1,8264}\phi\left(\frac{\ln(x)-1,1072}{1,8264}\right)T_{13,5796}\left(\frac{-1,0257(\ln(x)-1,1072)}{1,8264}\right) \end{aligned}$$

Berikut merupakan visualisasinya:

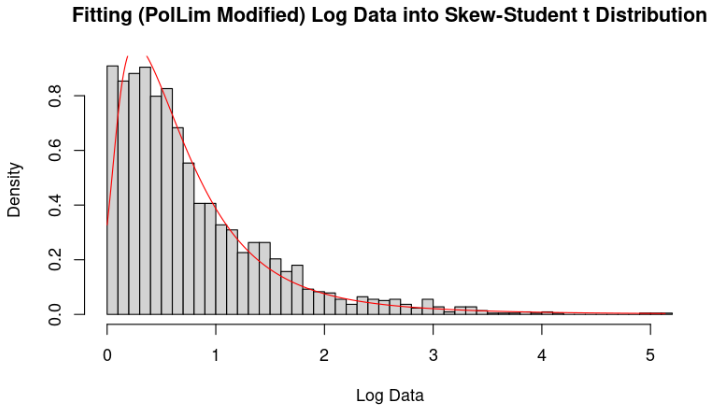


Gambar 3.14. Hasil *Fitting* Modifikasi *Deductible* Log Data Danish Fire Losses pada Distribusi Skew-Student

2. Untuk modifikasi *policy limit*, model terbaik yang didapatkan adalah model Log Data *Skew-Student* dengan parameter: $\xi = 0,0581$, $\omega = 0,6521$, $\alpha = 5,6657$, $\nu = 2,7133$. Sehingga, fungsi peluangnya adalah:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2}{\omega}\phi\left(\frac{\ln(x)-\xi}{\omega}\right)T_{\nu}\left(\frac{\alpha(\ln(x)-\xi)}{\omega}\right) \\ &= \frac{2}{0,6521}\phi\left(\frac{\ln(x)-0,0581}{0,6521}\right)T_{2,7133}\left(\frac{5,6657(\ln(x)-0,0581)}{0,6521}\right) \end{aligned}$$

Berikut merupakan visualisasinya:

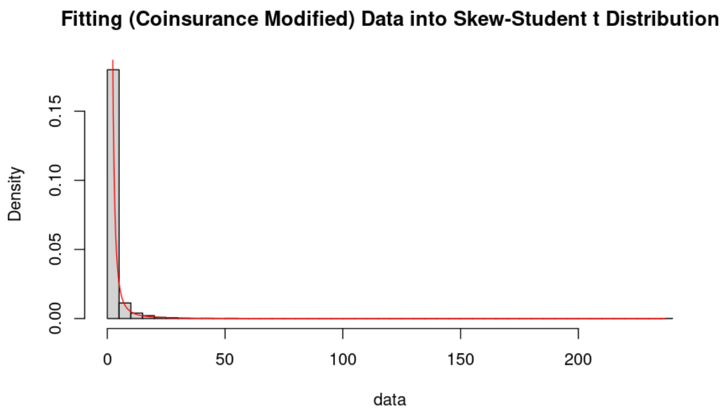


Gambar 3.15. Hasil *Fitting* Modifikasi *Policy Limit* Log Data Danish Fire Losses pada Distribusi Skew-Student

3. Untuk modifikasi *coinsurance*, model terbaik yang didapatkan adalah model *Skew-Student* dengan parameter: $\xi = 0,9000$, $\omega = 0,7417$, $\alpha = 2,9736 \times 10^8$, $\nu = 1,1002$. Sehingga, fungsi peluangnya adalah:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2}{\omega}\phi\left(\frac{x-\xi}{\omega}\right)T_\nu\left(\frac{\alpha(x-\xi)}{\omega}\right) \\ &= \frac{2}{0,7417}\phi\left(\frac{x-0,9000}{0,7417}\right)T_{1,1002}\left(\frac{2,9736\times 10^8(x-0,9000)}{0,7417}\right) \end{aligned}$$

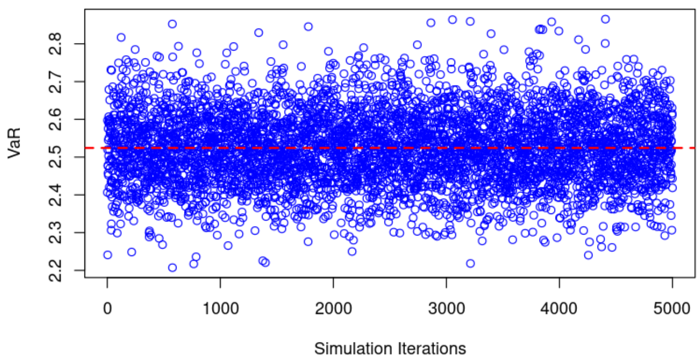
Berikut merupakan visualisasinya:



Gambar 3.16. Hasil *Fitting* Modifikasi *Coinsurance* Data Danish Fire Losses pada Distribusi Skew-Student

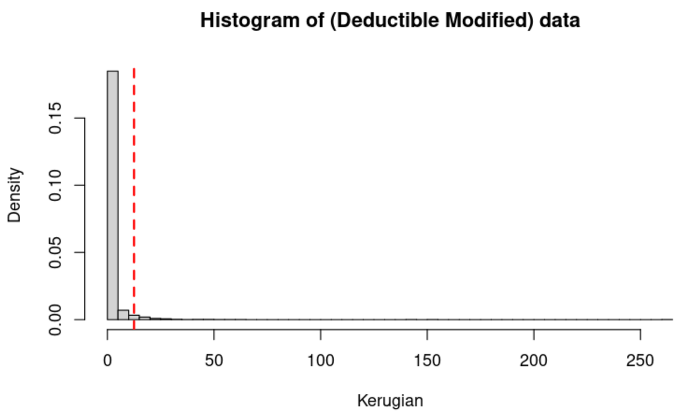
Selanjutnya, akan dilakukan prediksi *Value at Risk* menggunakan simulasi Monte Carlo dengan peluang 0,95. Berikut merupakan hasil prediksi VaR untuk setiap modifikasi yang dilakukan:

1. Untuk modifikasi *deductible*,
   Berikut merupakan visualisasi hasil dilakukannya 5000 simulasi Monte Carlo untuk prediksi VaR:



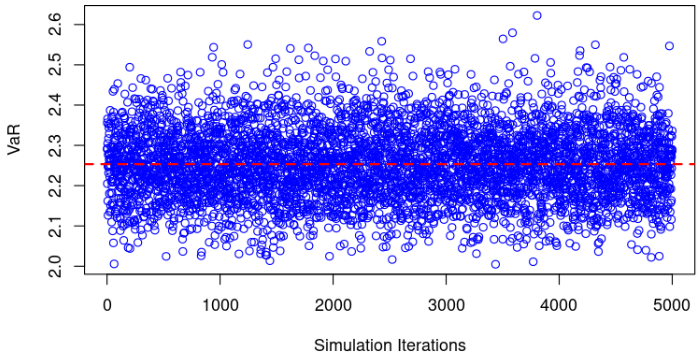
Gambar 3.17. Hasil 5000 Simulasi Prediksi *Value at Risk* Modifikasi *Deductible* Log Data Danish Fire Losses

Sehingga, diperoleh nilai prediksi $\text{VaR}_{0,95}(X)$ adalah 12,48121 atau 12481 DKK. Tingkat keakuratan nilai prediksinya adalah 0,949679 dimana menyimpang senilai 0,03% dari peluang 0,95. Berikut merupakan visualisasi hasil *fitting* model beserta nilai VaR-nya:



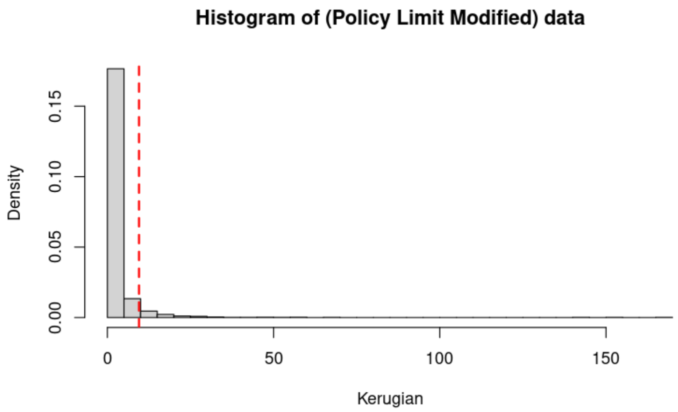
Gambar 3.18. Histogram Modifikasi *Deductible* Data Danish Fire Losses dan Prediksi Nilai VaR

2. Untuk modifikasi *policy limit*,
   Berikut merupakan visualisasi hasil dilakukannya 5000 simulasi Monte Carlo untuk prediksi VaR:



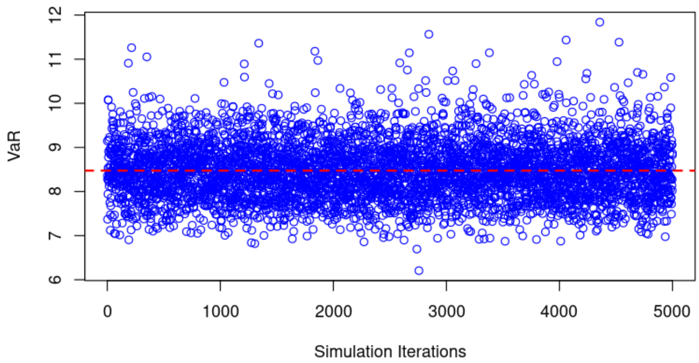
Gambar 3.19. Hasil 5000 Simulasi Prediksi *Value at Risk* Modifikasi *Policy Limit* Log Data Danish Fire Losses

Sehingga, diperoleh nilai prediksi $\text{VaR}_{0,95}(X)$ adalah 9,520075 atau 9520 DKK. Tingkat keakuratan nilai prediksinya adalah 0,949506 dimana menyimpang senilai 0,05% dari peluang 0,95. Berikut merupakan visualisasi hasil *fitting* model beserta nilai VaR-nya:



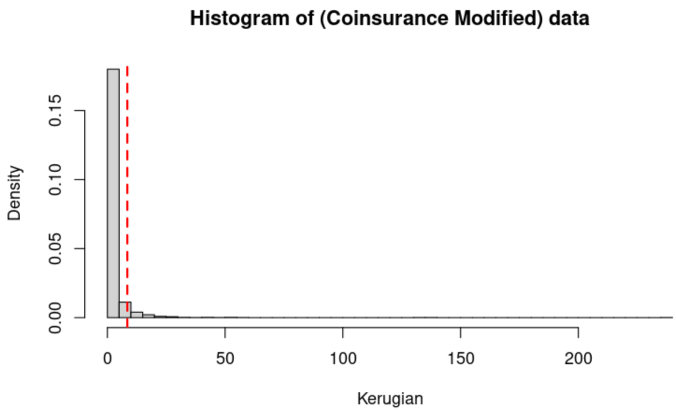
Gambar 3.20. Histogram Modifikasi *Policy Limit* Data Danish Fire Losses dan Prediksi Nilai VaR

3. Untuk modifikasi *coinsurance*, Berikut merupakan visualisasi hasil dilakukannya 5000 simulasi Monte Carlo untuk prediksi VaR:



Gambar 3.21. Hasil 5000 Simulasi Prediksi *Value at Risk* Modifikasi *Coinsurance* Data Danish Fire Losses

Sehingga, diperoleh nilai prediksi $\text{VaR}_{0,95}(X)$ adalah 8,473428 atau 8473 DKK. Tingkat keakuratan nilai prediksinya adalah 0,949665 dimana menyimpang senilai 0,03% dari peluang 0,95. Berikut merupakan visualisasi hasil *fitting* model beserta nilai VaR-nya:



Gambar 3.22. Histogram Modifikasi *Policy Limit* Data Danish Fire Losses dan Prediksi Nilai VaR

3.4 Kesimpulan

Dari subbab-subbab sebelumnya, didapatkan hasil pemodelan menggunakan distribusi *skewed* pada kedua data yang ditinjau sebagai berikut:

1. Untuk data *US Indemnity Losses*, data yang dimodifikasi *deductible* baik jika logaritma natural dari data dimodelkan menggunakan distribusi skew-student, data

yang dimodifikasi *policy limit* kurang baik jika dimodelkan menggunakan distribusi *skewed*, dan data yang dimodifikasi *coinsurance* baik jika logaritma natural dari data dimodelkan menggunakan distribusi skew-normal.

2. Untuk data *Danish Fire Losses*, data yang dimodifikasi *deductible* baik jika logaritma natural dari data dimodelkan menggunakan distribusi skew-student, data yang dimodifikasi *policy limit* baik jika logaritma natural dari data dimodelkan menggunakan distribusi skew-student, dan data yang dimodifikasi *coinsurance* baik jika dimodelkan menggunakan distribusi skew-student.

Sehingga, diperoleh kesimpulan bahwa distribusi *skewed*, yaitu distribusi skew-normal dan skew-student, cukup baik dalam memodelkan data-data yang sering ditemukan pada industri asuransi yang dimodifikasi *deductible*, *policy limit*, dan *coinsurance*. Selain itu, nilai prediksi VaR yang diperoleh juga cukup akurat dengan nilai galat yang minim.

3.5 Deskripsi Pembagian Pekerjaan Tugas Besar

1. Natalie Calosa - 10820004
    - Menyusun landasan teori Distribusi Skew-Normal,
    - Menyusun pengembangan yang dilakukan,
    - Mengolah data *US Indemnity Losses*,
    - Menyusun kesimpulan dan melakukan *proofreading*.
2. Faza Alisha Ramadina - 10820028
    - Menyusun landasan teori Distribusi Skew-Student,
    - Menyusun pengembangan yang dilakukan,
    - Menulis teorema modifikasi beserta penjelasan data yang digunakan,
    - Menyusun kesimpulan dan melakukan *proofreading*.
3. Pamella Cathryn - 10820033
    - Menyusun latar belakan dan tujuan penulisan,
    - Menyusun pengembangan yang dilakukan,
    - Mengolah data *Danish Fire Losses*,
    - Menyusun kesimpulan dan melakukan *proofreading*.

Daftar Pustaka

Eling, M. (2012). Fitting insurance claims to skewed distributions: Are the skew-normal and skew-student good models? Insurance: Mathematics and Economics, 51(2), 239-248. https://doi.org/10.1016/j.insmatheco.2012.04.001

Sokic, M. (2015). Solvency risk management in insurance company. Poslovna ekonomija, 9(1), 371-398. https://doi.org/10.5937/poseko1501371s

Da Silva Ferreira, C., Bolfarine, H., & Lachos, V. H. (2011). Skew scale mixtures of normal distributions: Properties and estimation. Statistical Methodology, 8(2), 154-171. https://doi.org/10.1016/j.stamet.2010.09.001

Teimouri, M. (2020). EM algorithm for mixture of skew-normal distributions fitted to grouped data. Journal of Applied Statistics, 48(7), 1154-1179. https://doi.org/10.1080/02664763.2020.1759032

Home and Property Claims. (n.d.). State Farm. Retrieved April 18, 2023, from https://www.statefarm.com/claims/claims-help/home-and-property