

Contents

1	String/Small Algorithms.cpp	2
2	String/KMP.cpp	3
3	String/LCS.cpp	4
4	String/Longest Palindrome.cpp	5
5	IncludesSTL/Vector.cpp	6
6	IncludesSTL/List.cpp	7
7	Matemtica/fatoracaoPrima.cpp	8
8	Matemtica/ud _e xponenciacaoMatriz.cpp	9
9	Matemtica/sassenfeldGaussSeidel.cpp	10
10	Matemtica/catalan.cpp	12
11	Matemtica/polinomioHorner.cpp	13
12	Matemtica/phi.cpp	14
13	Matemtica/coeficiente Binomial.cpp	15
14	Matemtica/interpolacaoNewton.cpp	16
15	Matemtica/crivoEratostenes.cpp	17
16	Matemtica/ehFibonacci.cpp	18
17	Matemtica/paradoxoAniversario.cpp	19
18	Matemtica/mdc.cpp	20
19	Grafos/Deteccao de Pontes no Grafo.cpp	21
20	Grafos/fordFulkerson.cpp	22
21	Grafos/minPathDAG.cpp	24
22	Grafos/prim.cpp	25
23	Grafos/floydWarshall.cpp	26
24	Grafos/ud _k ruskall.cpp	27

25 Grafos/dijkstra.cpp	28
26 Grafos/dijkstra Modificado.cpp	29
27 Grafos/ud _{boruvka} .cpp	30
28 Grafos/Componentes Conexas BFS.cpp	31
29 Grafos/Grafo Bipartido.cpp	32
30 Grafos/Grafo Ciclo.cpp	33
31 Grafos/ud _{johnson} .cpp	34
32 Grafos/bellmanFord.cpp	35
33 Grafos/BFS.cpp	36
34 Grafos/tarjan.cpp	37
35 Grafos/kosarajuSharir.cpp	39
36 Grafos/digrafo Ciclo.cpp	40
37 PD/ud _{knapSackLimitado} .cpp	41
38 PD/knapSack01.cpp	42
39 PD/Somatorios dos Subconjuntos.cpp	43
40 PD/ut _{knapSackIlimitado} .cpp	44
41 Geometria/MinimumCostPolygonTriangulation.cpp	45
42 Geometria/Poligonos.cpp	47
43 Geometria/Problema dos Pares mais Proximos.cpp	49
44 Geometria/Basicos.cpp	50
45 Geometria/Convex Hull.cpp	52
46 Geometria/Intersecao.cpp	53
47 Geometria/Smallest Circle.cpp	54
48 utility.cpp	55

1 String/KMP.cpp

O algoritmo KMP faz a busca de todas as ocorrências de um padrão em uma string.
o algoritmo mais eficiente para matching $O(n)$.

```
vector<int> f; //Vetor de falha
void prefixFunction(string P) {
    f.resize(P.size());
    f[0] = 0;
    int m = P.size();
    int j = 0;
    int i = 1;
    while (i < m) {
        if (P[j] == P[i]) {
            f[i] = j + 1;
            i++;
            j++;
        }
        else if (j > 0)
            j = f[j - 1];
        else{
            f[i] = 0;
            i++;
        }
    }
}

//BUSCA SUBSTRING -  $O(n)$ 
int KMPmatch(string P, string T) /*(Padrão, texto)*/{
    int n = T.size();
    int m = P.size();
    prefixFunction(P);
    int i = 0;
    int j = 0;
    while (i < n) {
        if (P[j] == T[i]){
            if (j == m - 1)
                cout<<"found at: " << i - m + 1 << endl;
            //
            i++;
            j++;
        }
        else if (j > 0){
            j = f[j - 1];
        }
        else{
            i++;
        }
    }
    return -1;
}
```

2 String/SmallAlgorithms.cpp

Algoritmos teís para classificaao de strings:

- (1) `isAnagram`
- (2) `isPalindrome`

(1)

```
int isAnagram(string str1, string str2){
    int num1[26] = {0}, num2[26] = {0}, i = 0;

    while (str1[i] != '\0'){
        num1[str1[i] - 'a']++;
        i++;
    }
    i = 0;
    while (str2[i] != '\0'){
        num2[str2[i] - 'a']++;
        i++;
    }
    for (i = 0; i < 26; i++){
        if (num1[i] != num2[i])
            return 0;
    }
    return 1;
}
```

(2)

```
int isPalindrome(string str){

    for(int i = 0; i < str.size()/2; i++){
        if(str[i] != str[str.size() - 1 - i])
            return 0;
    }
    return 1;
}
```

3 String/LCS.cpp

O algoritmo LCS encontra a maior subsequencia comum entre duas strings, sendo uma subsequencia um conjunto de caracteres que aparecem em uma ordem de esquerda para direita, sendo estes caracteres no necessariamente consecutivos.

```
int lcs( string X, string Y, int sizeX, int sizeY)
{
    int L[sizeX+1][sizeY];
    for (int i=0; i<=sizeX; i++)
    {
        for (int j=0; j<=sizeY; j++)
        {
            if (i == 0 || j == 0)
                L[i][j] = 0;
            else if (X[i-1] == Y[j-1])
                L[i][j] = L[i-1][j-1] + 1;
            else
                L[i][j] = max(L[i-1][j], L[i][j-1]);
        }
    }
    int index = L[sizeX][sizeY];
    return index;
    // Following code is used to print LCS
    /*char lcs[index+1];
    lcs[index] = '\0';

    int i = sizeX, j = sizeY;
    while (i > 0 && j > 0)
    {
        if (X[i-1] == Y[j-1])
        {
            lcs[index-1] = X[i-1];
            i--; j--; index--;
        }

        else if (L[i-1][j] > L[i][j-1])
            i--;
        else
            j--;
    }
    return string(lcs);*/
}
```

4 String/LongestPalindrome.cpp

Dada uma string, o algoritmo Longest Palindrome, encontra qual o maior palindromo na mesma. Um palindromo pode ser composto por apenas um caracter, ou seja, toda string com ao menos um caracter possui um palindromo.
Complexidade: $O(n^2)$

```
string longestPalindromeDP(string s){
    int n = s.length();
    int longestBegin = 0;
    int maxLen = 1;
    bool table[1000][1000] = {false};
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        table[i][i] = true;
    }
    for (int i = 0; i < n-1; i++) {
        if (s[i] == s[i+1]) {
            table[i][i+1] = true;
            longestBegin = i;
            maxLen = 2;
        }
    }
    for (int len = 3; len <= n; len++) {
        for (int i = 0; i < n-len+1; i++) {
            int j = i+len-1;
            if (s[i] == s[j] && table[i+1][j-1]) {
                table[i][j] = true;
                longestBegin = i;
                maxLen = len;
            }
        }
    }
    return s.substr(longestBegin, maxLen);
}
```

5 IncludesSTL/Vector.cpp

```
(1) Construtores
(2) Mtodos

(1) vector() // Cria um vector sem espacos alocados
vector(int size) // Atribui um tamanho inicial ao vector
vector<tipo>(int size, tipo contedo) /* Atribui um tamanho ao vector e
    preenche
                                cada posicao com o contedo */
vector(vector V) // Cria uma copia de outro vector

(2) begin() // Retorna o endereo referente a primeira posicao do vector
clear() // Remove todos os elementos do vector e altera seu tamanho para 0
empty() // Verifica se o tamanho do vector igual a 0 (retorna true caso
    seja)
end() // Retorna um iterador referente posicao aps o ltimo elemento
erase(iterator) // Remove um elemento do Vector, reduzindo o tamanho do
    mesmo
erase(iterator ini, iterator end) // Remove uma sequencia de de elementos(
    ini at end)
insert(iterator pos, tipo elemento) /* Insere o elemento uma posicao antes
    de pos
pop_back() // Remove o ltimo elemento
pop_front() // Remove o primeiro elemento
push_back(tipo Valor) /* Adiciona uma posicao no final do vector e preenche-
    a
                                com Valor */
resize(int size) // Altera o tamanho do vector para size
```

6 IncludesSTL/List.cpp

```
(1) Construtores
(2) Mtodos

(1) list() // Cria uma list sem espacos alocados
list<tipo>(int size, tipo contedo) /* Atribui um tamanho ao list e preenche
                                   cada posicao com o contedo */
list(list V) // Cria uma copia de outro list
list(V.begin(), V.end()) //Cria uma copia de uma sequencia de outro list

(2) begin() // Retorna o endereo referente a primeira posicao do list
clear() // Remove todos os elementos do vector e altera seu tamanho para 0
empty() // Verifica se o tamanho do list igual a 0 (retorna true caso seja
        )
end() // Retorna um iterador referente posicao aps o ltimo elemento
erase(iterator) // Remove um elemento do list, reduzindo o tamanho do mesmo
erase(iterator ini, iterator end) // Remove uma sequencia de de elementos(
    ini at end)
insert(iterator pos, tipo elemento) // Insere o elemento uma posicao antes
    de pos
pop_back() // Remove o ltimo elemento
pop_front() // Remove o primeiro elemento
push_back(tipo Valor) /* Adiciona uma posicao no final do list e preenche-a
                        com Valor */
resize(int size) // Altera o tamanho do list para size
```


7 Matematica/fatoracaoPrima.cpp

Retorna uma lista com os fatores primos de n .
 $n = P_1 * P_2 * P_3 * P_4$, sendo P_i primos e n o necessariamente distintos.

```
list<int> fatora(int n) {
    list<int> l;

    while (n%2 == 0) {
        l.push_back(2);
        n /= 2;
    }

    for (int i = 3; i*i <= n; i = i+2)
        while (n%i == 0) {
            l.push_back(i);
            n /= i;
        }

    if (n > 2)
        l.push_back(n);

    return l;
}
```

8 Matematica/`udexponenciacaoMatriz.cpp`

9 Matemtica/sassenfeldGaussSeidel.cpp

```
bool sassenfeld(int n, vector< vector<double> > A) //garante que gaussSeidel vai funcionar
{
    vector<double> B(n, 1);
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        double soma = 0;
        for (int j = 0; j < n; j++)
            if (j != i)
                soma += fabs(A[i][j])*B[j];
        B[i] = soma / A[i][i];
        if (B[i] >= 1)
            return 0;
    }
    return 1;
}

vector<double> gaussSeidel(int n, vector< vector<double> > A, vector<double> b,
double Toler, int IterMax)
{
    vector<double> x(n);
    vector<double> v(n);
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        double r = 1 / A[i][i];
        for (int j = 0; j < n; j++)
            if (i != j)
                A[i][j] *= r;
        b[i] *= r;
        x[i] = b[i];
    }
    int Iter = 0;
    double DifMax;
    do
    {
        Iter++;
        for (int i = 0; i < n; i++)
        {
            double Soma = 0;
            for (int j = 0; j < n; j++)
                if (i != j)
                    Soma += A[i][j] * x[j];
            v[i] = x[i];
            x[i] = b[i] - Soma;
        }
        double Norma1 = 0;
        double Norma2 = 0;
        for (int i = 0; i < n; i++)
        {
            if (abs(x[i] - v[i]) > Norma1)
                Norma1 = abs(x[i] - v[i]);
            if (abs(x[i]) > Norma2)
                Norma2 = abs(x[i]);
        }
        DifMax = Norma1 / Norma2;
    }
    while (DifMax > Toler && Iter < IterMax);
}
```

```
    }while (DifMax >= Toler && Iter < IterMax);  
    bool Erro = (DifMax >= Toler);  
    return x;  
}
```

10 Matemática/catalan.cpp

Retorna o catalan number C_n , sequência com a seguinte função:

$C_0 = 1$

$$C_{n+1} = \sum_{i=0}^n C_i * C_{n-i}$$

// $T: O(n)$

```
int catalan(int n) {  
    return binomial(2*n, n)/(n+1);  
}
```

11 Matemtica/polinomioHorner.cpp

Sendo f pertencente a P_n , calcula $f(x)$.

```
// T:  $O(n)$ , M:  $O(1)$ 
int horner(int poly[], int n, int x) {
    int result = poly[0]; // Initialize result

    // Evaluate value of polynomial using Horner's method
    for (int i=1; i<n; i++)
        result = result*x + poly[i];

    return result;
}
```

12 Matemtica/phi.cpp

```
Quantidade existente de inteiros k tal que:
    k < n;
    k e n s o coprimos => mdc(k, n) = 1, mmc(k, n) = k*n;

int phi(int n) {
    int result = n;

    for (int p=2; p*p<=n; ++p) {
        if (n % p == 0) {
            while (n % p == 0)
                n /= p;
            result -= result / p;
        }
    }

    if (n > 1)
        result -= result / n;
    return result;
}
```

13 Matemtica/interpolacaoNewton.cpp

```
double interpolacaoNewton(int m, vector<double> x, vector<double> y, double z)
{
    vector<double> Dely = y;
    for (int k = 1; k <= m - 1; k++)
        for (int i = m; i >= k+1; i--)
            Dely[i-1] = (Dely[i-1] - Dely[i-2]) / (x[i-1] - x[i-k-1]);
    double r = Dely[m-1];
    for (int i = m - 1; i >= 1; i--)
        r = r*(z - x[i-1]) + Dely[i-1];
    return r;
}
```


14 Matemática/coeficienteBinomial.cpp

Retorna o coeficiente binomial $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$
Também chamado de combinação.

```
//T: O(k), M: O(1)
int binomial(int n, int k) {
    int res = 1;

    if ( k > n - k )
        k = n - k;

    for (int i = 0; i < k; ++i) {
        res *= (n - i);
        res /= (i + 1);
    }

    return res;
}
```

15 Matemtica/crivoEratostenes.cpp

```
Para todo inteiro  $k \leq N$ , decide se  $k$  primo.

vector<bool> isPrime;

// T:  $O(N)$ , M:  $\theta(N)$ 
void crivoEratostenes(int N) {
    int rN = (int)sqrt((double)N);
    isPrime.clear();
    isPrime.resize(N + 1, true);

    for (int m = 2; m <= rN; m++)
        if (isPrime[m])
            for (int k = m * m; k <= N; k += m)
                isPrime[k] = false;
}
```

16 Matemtica/ehFibonacci.cpp

Nao funciona para numeros muito grandes, visto que n^2 estoura a capacidade do double.

```
bool isPerfectSquare(int x) {
    double s = sqrt(x);
    return (s == floor(s));
}

// T: O(logn), M: O(1)
bool isFibonacci(double n) {
    return isPerfectSquare(5*n*n + 4) ||
           isPerfectSquare(5*n*n - 4);
}
```

17 Matemática/paradoxoAniversario.cpp

Dada uma sala com n pessoas onde a probabilidade de que no mínimo duas delas tenham o mesmo aniversário p , retorna n .

```
int find(double p) {  
    return ceil(sqrt(2*365*log(1/(1-p))));  
}
```

18 Matemtica/mdc.cpp

Computa o maior divisor comum entre dois inteiros a e b, usando o algoritmo de Euclides.

```
int mdc(int a, int b) {  
    if(b == 0)  
        return a;  
    return mdc(b, a%b);  
}
```

19 Grafos/fordFulkerson.cpp

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <string.h>
#include <iomanip>
#include <cstdio>
#include <climits>
#include <vector>
#include <set>
#include <queue>
#include <stack>
#include <map>
#include <list>
#include <algorithm>

using namespace std;

typedef int Vertice;
class Aresta {
public:
    Vertice v;
    int p;
    Aresta(Vertice v, int p) : v(v), p(p) {}
};
class ArestaOP {
public:
    Vertice o, p;
    int w;
    ArestaOP(Vertice o, Vertice p, int w) : o(o), p(p), w(w) {}
};

// MATRIZ DE ADJ PORRA
vector<vector<int>> > g;
vector<vector<int>> > rg; //digrafo residual
vector<int> pai;

bool bfs(int s, int t) {
    vector<bool> vis(g.size(), false);
    queue<int> q;

    q.push(s);
    vis[s] = true;
    pai[s] = -1;

    while (!q.empty()) {
        Vertice u = q.front();
        q.pop();

        for (Vertice v = 0; v < g.size(); v++)
            if (!vis[v] && rg[u][v] > 0) {
                if (v == t)
                    return true;

                q.push(v);
                pai[v] = u;
            }
    }
}
```

```

        vis[v] = true;
    }
}

return vis[t];
}

//T:  $O(EV^3)$ 
int fordFulkerson(int s, int t) {
    rg = g;
    pai.resize(g.size());

    int max_flow = 0;

    while (bfs(s, t)) {
        int path_flow = INT_MAX;

        for (Vertice v = t; v != s; v = pai[v]) {
            Vertice u = pai[v];
            path_flow = min(path_flow, rg[u][v]);
        }

        for (Vertice v = t; v != s; v = pai[v]) {
            Vertice u = pai[v];
            rg[u][v] -= path_flow;
            rg[v][u] += path_flow;
        }

        max_flow += path_flow;
    }

    return max_flow;
}

```

20 Grafos/GrafoCiclo.cpp

```
vector<int> lbl;  
vector<int> pai;  
vector<vector<Vertice>> g;  
  
bool temCicloComp(Vertice u) {  
    lbl[u] = 1;  
  
    for (int i = 0; i < g[u].size(); i++)  
        if (g[u][i] != pai[u]) {  
            if (lbl[g[u][i]] == 1)  
                return true;  
            if (lbl[g[u][i]] == 0) {  
                pai[g[u][i]] = u;  
                if (temCicloComp(g[u][i]))  
                    return true;  
            }  
        }  
  
    lbl[u] = 2;  
    return false;  
}  
  
//T: O(V + E), M: theta(V + E)  
bool temCiclo() {  
    lbl.clear();  
    lbl.resize(g.size(), 0);  
    pai.clear();  
    pai.resize(g.size(), -1);  
  
    for (Vertice u = 0; u < g.size(); u++)  
        if (lbl[u] == 0) {  
            pai[u] = u;  
            if (temCicloComp(u))  
                return true;  
        }  
  
    return false;  
}
```


21 Grafos/DeteccaodePontesnoGrafo.cpp

```
vector<vector<Vertice>> g;
vector<int> pre, pai;
int qtdePontes, contaPre;

int dfs(Vertice v) {
    int minPre = pre[v] = contaPre++;

    for (int i = 0; i < g[v].size(); i++) {
        Vertice w = g[v][i];

        if (pre[w] == -1) {
            pai[w] = v;
            minPre = min(minPre, dfs(w));
        }
        else if (pai[v] != w)
            minPre = min(minPre, pre[w]);
    }

    if (minPre == pre[v])
        qtdePontes++;

    return minPre;
}

// T: O(V + E), M: theta(V)
int grafoPontes() {
    pre.clear();
    pre.resize(g.size(), -1);
    pai.clear();
    pai.resize(g.size(), -1);

    qtdePontes = 0;
    for(Vertice u = 0; u < g.size(); u++)
        if(pre[u] == -1) {
            contaPre = 0;
            dfs(u);
        }

    return qtdePontes;
}
```

22 Grafos/minPathDAG.cpp

```
vector<vector<Aresta>>> g;
vector<Vertice> tpl;
vector<bool> vis;

void dfs(Vertice u) {
    vis[u] = true;

    for(int i = 0; i < g[u].size(); i++)
        if(!vis[g[u][i].v])
            dfs(g[u][i].v);

    tpl.push_back(u);
}

//T: O(V + E), M: theta(V)
vector<int> minPathDAG(Vertice r) {
    tpl.clear();
    tpl.reserve(g.size());
    vis.clear();
    vis.resize(g.size(), false);

    dfs(r);
    vector<int> dist(g.size(), INT_MAX);

    dist[r] = 0;
    for (int i = tpl.size() - 1; i >= 0; i--) {
        Vertice u = tpl[i];

        if(dist[u] != INT_MAX)
            for (int j = 0; j < g[u].size(); j++) {
                Vertice w = g[u][j].v;
                dist[w] = min(dist[w], dist[u] + g[u][j].p);
            }
    }
}
```

23 Grafos/prim.cpp

```
//T:  $O(E \log V)$ , M:  $(E + V)$ 
int prim(vector<vector<Aresta> > &g) {
    vector<bool> pego(g.size(), false);
    multiset<ArestaOP> cand;

    pego[0] = true;
    for(int i = 0; i < g[0].size(); i++)
        cand.insert(ArestaOP(0, g[0][i]));

    int peso = 0;
    for (int i = 0; i < g.size() - 1; i++) {
        ArestaOP a;
        do {
            if(cand.empty()) return -1; // desconexo

            multiset<ArestaOP>::iterator it = cand.begin();
            a = *it;
            cand.erase(it);
        } while (pego[a.p]);

        peso += a.w;

        Vertice u = a.p;
        pego[u] = true;
        for(int i = 0; i < g[u].size(); i++)
            cand.insert(ArestaOP(u, g[u][i]));
    }

    return peso;
}
```

24 Grafos/ComponentesConexosBFS.cpp

```

set<Vertice> //A
bfs(vector<vector<Vertice> > &g, vector<bool> &vis, Vertice r) {
    set<Vertice> ver; //A
    ver.insert(r); //A

    queue<Vertice> f;
    f.push(r);
    vis[r] = true;

    while(!f.empty()) {
        Vertice u = f.front();
        f.pop();

        for(int i = 0; i < g[u].size(); i++) {
            Vertice w = g[u][i];

            if(!vis[w]) {
                ver.insert(w); //A

                f.push(w);
                vis[w] = true;
            }
        }
    }

    return ver; //A
}

// T: theta(V + E), M: theta(V)
//(B) T: O(VlogV + E), M: theta(V)
int //B
componentesConexos(vector<vector<Vertice> > &g) {
    vector<bool> vis(g.size(), false);
    list<set<Vertice> > comp; //vertices em cada componente (A)
    int c = 0; //qtd componentes (B)

    for(Vertice u = 0; u < g.size(); u++)
        if(!vis[u]) {
            c++; //B
            comp.push_back( //A
                bfs(g, vis, u)
            ); //A
        }

    return c; //B
}

```

25 Grafos/floydWarshall.cpp

```
// T: theta(V^3), M: theta(V^2)
vector<vector<int>> > floydWarshall(vector<vector<int>> > d) { ///!! matriz de
    adjacencia
    int n = d.size();
    int k, i, j;

    for (k = 0; k < n; k++)
        for (i = 0; i < n; i++)
            for (j = 0; j < n; j++)
                d[i][j] = min(d[i][j], d[i][k] + d[k][j]);

    return d;
}
```

26 **Grafos/**`udkruskall.cpp`

27 Grafos/GrafoBipartido.cpp

```
vector<vector<Vertice> > g;
vector<int> cor;

int dfsCor(Vertice v, int c) {
    cor[v] = 1-c;

    for (int i = 0; i < g[v].size(); i++) {
        Vertice w = g[v][i];
        if (cor[w] == -1) {
            if (dfsCor(w, 1-c) == 0) return 0;
        }
        else if (cor[w] == 1-c) return 0;
    }
    return 1;
}

int bipartido() {
    cor.clear();
    cor.resize(g.size(), -1);

    for(Vertice u = 0; u < g.size(); u++)
        if(cor[u] == -1)
            if(dfsCor(u, 0) == 0)
                return 0;

    return 1;
}
```

28 Grafos/dijkstraModificado.cpp

```

class HeapCS { // heap com counting sort (linear)
public:
    HeapCS(int pMin, int pMax) : pMin(pMin), pMax(pMax) {
        currentList = size = 0;
        lists = new list<Vertice>[pMax - pMin + 1];
    }

    ~HeapCS() {
        delete[] lists;
    }

    void enqueue(Vertice v, int p) {
        lists[(p - pMin)&(pMax - pMin)].push_back(v);
        size++;
    }

    Vertice dequeue() {
        while(lists[currentList].empty()) {
            currentList++;
            if(currentList == pMax - pMin + 1) currentList = 0;
        }

        Vertice v = lists[currentList].back();
        lists[currentList].pop_back();
        size--;

        return v;
    }

    int pMin, pMax;
    list<Vertice> *lists;
    int currentList, size;
};

vector<int> d; //distancias

//T: O(V + E), M: theta(V + E)
void dijkstra(vector<vector<Aresta> > &g, int r, int pMin, int pMax) {
    int n = g.size();

    HeapCS Q(pMin, pMax);
    d.clear();
    d.resize(n, INT_MAX);
    vector<bool> cor(n, false);

    d[r] = 0;
    cor[r] = true;

    int u = r;
    for (int i = 0; i < g[u].size(); i++) {
        if (d[u] + g[u][i].p < d[g[u][i].v])
            d[g[u][i].v] = d[u] + g[u][i].p; //relaxamento
        if (!cor[g[u][i].v]) {
            cor[g[u][i].v] = true;
            Q.enqueue(g[u][i].v, g[u][i].p);
        }
    }
}

```



```

    }
}

while (Q.size != 0) {
    int u = Q.dequeue();
    //if(procurado == u) return;

    for (int i = 0; i < g[u].size(); i++) {
        if (d[u] + g[u][i].p < d[g[u][i].v])
            d[g[u][i].v] = d[u] + g[u][i].p; //relaxamento
        if (!cor[g[u][i].v]) {
            cor[g[u][i].v] = true;
            Q.enqueue(g[u][i].v, g[u][i].p);
        }
    }
}
}

```

29 Grafos/dijkstra.cpp

```
vector<int> d; //distancias

bool comp(const int A, const int B) {
    return d[A] > d[B];
}

//T: O(ElogV), M: theta(V + E)
void dijkstra(vector<vector<Aresta> > &g, int r) {
    int n = g.size();

    vector<Vertice> Q;
    d.clear();
    d.resize(n, INT_MAX);
    vector<bool> cor(n, false);

    Q.push_back(r);
    d[r] = 0;
    cor[r] = true;

    while (!Q.empty()) {
        int u = Q[0];
        //if(procurado == u) return;
        pop_heap(Q.begin(), Q.end(), comp);
        Q.pop_back();

        for (int i = 0; i < g[u].size(); i++) {
            if (d[u] + g[u][i].p < d[g[u][i].v])
                d[g[u][i].v] = d[u] + g[u][i].p; //relaxamento
            if (!cor[g[u][i].v]) {
                cor[g[u][i].v] = true;
                Q.push_back(g[u][i].v);
            }
        }

        make_heap(Q.begin(), Q.end(), comp);
    }
}
```

30 **Grafos/**`ud_oruvka.cpp`

31 Grafos/digrafoCiclo.cpp

```
vector<int> lbl;  
vector<vector<Vertice>> g;  
  
bool temCicloComp(Vertice u) {  
    lbl[u] = 1;  
  
    for (int i = 0; i < g[u].size(); i++)  
        if (lbl[g[u][i]] == 1 || (lbl[g[u][i]] == 0 && temCicloComp(g[u][i])) )  
            return true;  
  
    lbl[u] = 2;  
    return false;  
}  
  
//T: O(V + E), M: theta(V + E)  
bool temCiclo() {  
    lbl.clear();  
    lbl.resize(g.size(), 0);  
  
    for(Vertice u = 0; u < g.size(); u++)  
        if(lbl[u] == 0)  
            if(temCicloComp(u))  
                return true;  
  
    return false;  
}
```

32 **Grafos/ud_johnson.cpp**

33 Grafos/bellmanFord.cpp

```
vector<Vertice> o, d; //origem e destino da aresta i
vector<int> p; //peso da aresta i
vector<int> dist;
int V, E; //numero vertices e arestas

//T: O(VE), M: O(V)
bool bellmanFord(Vertice r) {
    dist.clear();
    dist.resize(V, INT_MAX);
    dist[r] = 0;

    for (int i = 1; i <= V-1; i++) {
        for (int j = 0; j < E; j++) {
            Vertice u = o[j], v = d[j];
            int w = p[j];
            if (dist[u] != INT_MAX && dist[u] + w < dist[v])
                dist[v] = dist[u] + w;
        }
    }

    for (int j = 0; j < E; j++) {
        Vertice u = o[j], v = d[j];
        int w = p[j];
        if (dist[u] != INT_MAX && dist[u] + w < dist[v])
            return 0; //contem ciclo negativo, informacoes invalidas
    }

    return 1;
}
```

34 Grafos/BFS.cpp

```
// T: theta(V + E), M: theta(V)
void bfs(vector<vector<Vertice> > &g, Vertice r) {
    vector<bool> vis(g.size(), false);
    vector<Vertice> pai(g.size(), -1); //pais, arvore de busca (A)
    vector<int> dis(g.size(), INT_MAX); //distancia ate a raiz (B)

    queue<Vertice> f;
    f.push(r);
    dis[r] = 0; //B
    vis[r] = true;

    while(!f.empty()) {
        Vertice u = f.front();
        f.pop();

        for(int i = 0; i < g[u].size(); i++) {
            Vertice w = g[u][i];

            if(!vis[w]) {
                pai[w] = u; //A
                dis[w] = dis[u] + 1; //B

                f.push(w);
                vis[w] = true;
            }
        }
    }
}
```

35 Grafos/tarjan.cpp

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <string.h>
#include <iomanip>
#include <cstdio>
#include <climits>
#include <vector>
#include <set>
#include <queue>
#include <stack>
#include <map>
#include <list>
#include <algorithm>

using namespace std;

typedef int Vertice;
class Aresta {
public:
    Vertice v;
    int p;
    Aresta(Vertice v, int p) : v(v), p(p) {}
};
class ArestaOP {
public:
    Vertice o, p;
    int w;
    ArestaOP(Vertice o, Vertice p, int w) : o(o), p(p), w(w) {}
};

vector<vector<Vertice>> g;
vector<int> pre;
vector<int> low;
vector<int> sc; //componente fuerte de cada vertice
stack<Vertice> pil;
int kk;
int N;
int scnum;

void dfs(Vertice v) {
    pre[v] = kk++;
    low[v] = pre[v];
    pil.push(v);

    for (int i = 0; i < g[v].size(); i++) {
        Vertice w = g[v][i];
        if (pre[w] == -1)
            dfs(w);
        if (low[w] < low[v])
            low[v] = low[w];
    }

    if (low[v] < pre[v])
        return;
}
```



```

do {
    Vertice u = pil.top();
    pil.pop();
    sc[u] = scnum;
    low[u] = g.size();
} while (pil.top() != v);
scnum++;
}

int tarjan() {
    pre.clear();
    pre.resize(g.size(), -1);
    low.clear();
    low.resize(g.size());
    sc.clear();
    sc.resize(g.size());

    scnum = 0; N = 0; kk = 0;
    for(Vertice u = 0; u < g.size(); u++)
        if(pre[u] == -1)
            dfs(u);
}

```

36 Grafos/kosarajuSharir.cpp

```
vector<vector<Vertice>> > g;  
vector<vector<Vertice>> > gg; //digrafo com as arestas invertidas  
vector<bool> vis;  
vector<int> pos;  
vector<int> comp; //componente forte de cada vertice  
int qtdComps;  
  
void dfs(vector<vector<Vertice>> &graf, Vertice v) {  
    vis[v] = true;  
  
    for(int i = 0; i < graf[v].size(); i++) {  
        Vertice u = graf[v][i];  
        if(!vis[u])  
            dfs(graf, u);  
    }  
  
    pos.push_back(v);  
    comp[v] = qtdComps;  
}  
  
//T: O(n), M: theta(n)  
int kosarajuSharir() {  
    vis.clear();  
    vis.resize(g.size(), false);  
    pos.clear();  
    pos.reserve(g.size());  
    comp.resize(g.size());  
  
    for(Vertice u = 0; u < gg.size(); u++)  
        if(!vis[u])  
            dfs(gg, u);  
  
    vector<Vertice> posGG = pos;  
    vis.clear();  
    vis.resize(g.size(), false);  
    pos.clear();  
  
    qtdComps = 0;  
    for(int i = 0; i < posGG.size(); i++) {  
        Vertice u = posGG[i];  
        if(!vis[u]) {  
            dfs(g, u);  
            qtdComps++;  
        }  
    }  
  
    return qtdComps;  
}
```

37 PD/SomatoriosdosSubconjuntos.cpp

```
// T: theta(nK), M: theta(K), sendo K o maior valor de interesse
vector<bool> somatoriosDosSubconjuntos(int conj[], int n, int K) {
    vector<bool> pos(K + 1, false);
    pos[0] = true;

    for(int i = 0; i < n; i++)
        for(int j = K; j >= conj[i]; j--)
            if(pos[j - conj[i]])
                pos[j] = true;

    return pos;
}
```

38 **PD/ud_knapSackLimitado.cpp**

39 PD/knapSack01.cpp

```
// T: theta(nW), M: theta(nW), sendo W o pesoMaximo

int knapSack01(int pesoMaximo, int peso[], int val[], int n) {
    int i, w;
    int K[n+1][pesoMaximo + 1];

    for (i = 0; i <= n; i++)
    {
        for (w = 0; w <= pesoMaximo; w++)
        {
            if (i==0 || w==0)
                K[i][w] = 0;
            else if (peso[i-1] <= w)
                K[i][w] = max(val[i-1] + K[i-1][w-peso[i-1]], K[i-1][w]);
            else
                K[i][w] = K[i-1][w];
        }
    }

    return K[n][pesoMaximo];
}
```

40 PD/ut_kknapSackIlimitado.cpp

```
// T: theta(nW), M: theta(W), sendo W o pesoMaximo

int knapSackIlimitado(int pesoMaximo, int peso[], int val[], int n) {
    int i, w;
    int K[pesoMaximo + 1];

    K[0] = 0;
    for (w = 1; w <= pesoMaximo; w++) {
        K[w] = 0;

        for(int i = 0; i < n; i++)
            if(peso[i] <= w)
                K[w] = max(K[w], K[w - peso[i]] + val[i]);
    }

    return K[pesoMaximo];
}
```

41 Geometria/MinimumCostPolygonTriangulation.cpp

```
// A Dynamic Programming based program to find minimum cost of convex
// polygon triangulation

#define MAX 1000000.0

// Structure of a point in 2D plane
struct Point
{
    int x, y;
};

// Utility function to find minimum of two double values
double min(double x, double y)
{
    return (x <= y)? x : y;
}

// A utility function to find distance between two points in a plane
double dist(Point p1, Point p2)
{
    return sqrt((p1.x - p2.x)*(p1.x - p2.x) +
                (p1.y - p2.y)*(p1.y - p2.y));
}

// A utility function to find cost of a triangle. The cost is considered
// as perimeter (sum of lengths of all edges) of the triangle
double cost(Point points[], int i, int j, int k)
{
    Point p1 = points[i], p2 = points[j], p3 = points[k];
    return dist(p1, p2) + dist(p2, p3) + dist(p3, p1);
}

// A Dynamic programming based function to find minimum cost for convex
// polygon triangulation.
double mTCDP(Point points[], int n)
{
    // There must be at least 3 points to form a triangle
    if (n < 3)
        return 0;

    // table to store results of subproblems. table[i][j] stores cost of
    // triangulation of points from i to j. The entry table[0][n-1] stores
    // the final result.
    double table[n][n];

    // Fill table using above recursive formula. Note that the table
    // is filled in diagonal fashion i.e., from diagonal elements to
    // table[0][n-1] which is the result.
    for (int gap = 0; gap < n; gap++)
    {
        for (int i = 0, j = gap; j < n; i++, j++)
        {
            if (j < i+2)
```

```

        table[i][j] = 0.0;
    else
    {
        table[i][j] = MAX;
        for (int k = i+1; k < j; k++)
        {
            double val = table[i][k] + table[k][j] + cost(points,i,j,k);
            if (table[i][j] > val)
                table[i][j] = val;
        }
    }
}
return table[0][n-1];
}

// Driver program to test above functions
int main()
{
    Point points[] = {{0, 0}, {1, 0}, {2, 1}, {1, 2}, {0, 2}};
    int n = sizeof(points)/sizeof(points[0]);
    cout << mTCDP(points, n);
    return 0;
}

```


42 Geometria/ConvexHull.cpp

```
Convex Hull    o menor poligono convexo que, dado um conjunto disperso de pontos
P (vector<Ponto>P),
consegue abranger no seu interior todos os pontos do conjunto P com o menor
numero de arestas

bool operator <(const Ponto &p1, const Ponto &p2) {
    return p1.x < p2.x || (p1.x == p2.x && p1.y < p2.y);
}

// Fun o que auxilia a constru o das bordas superior e inferior.
// Verifica a "curva" da liga o entre dois pontos consecutivos em x, o retorno
// tem o seguinte comportamento:
// - > 0 caso ocorra uma "curva" para esquerda;
// - < 0 caso ocorra uma "curva" para a direita;
// - == 0 caso os pontos sejam colineares.
int verCurva(const Ponto &O, const Ponto &A, const Ponto &B)
{
    return (A.x - O.x) * (B.y - O.y) - (A.y - O.y) * (B.x - O.x);
}

// Retorna a lista de pontos que representam o convex hull em ordem ant-horria
.
// Obs: O ltimo ponto da lista retornada o mesmo que o primeiro.
vector<Ponto> convex_hull(vector<Ponto> P)
{
    int n = P.size(), k = 0;
    vector<Ponto> H(2*n);

    // Ordena os pontos
    // Obs: Conforme fun o que sobrecarrega o operador "<"
    sort(P.begin(), P.end());

    // Constri a borda inferior do convex hull
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        while (k >= 2 && verCurva(H[k-2], H[k-1], P[i]) <= 0) k--;
        H[k++] = P[i];
    }

    // Constri a borda superior do convex hull
    for (int i = n-2, t = k+1; i >= 0; i--) {
        while (k >= t && verCurva(H[k-2], H[k-1], P[i]) <= 0) k--;
        H[k++] = P[i];
    }

    H.resize(k);
    return H;
}
```

43 Geometria/Poligonos.cpp

A representa o de Poligonos a apresentada no (1), algoritmos relacionados com poligonos:

- (1) Representacao Poligono
- (2) Area do Poligono
- (3) Teste de pertinencia do Ponto no Poligono (isInside())

```
(1)
vector<Ponto> Poligono;

(2)
double areaPoligono(vector<Ponto> Poligono){

    double total = 0;

    for (int i = 0; i < Poligono.size(); i++){
        int j = (i + 1) % Poligono.size();
        total += (Poligono[i].x * Poligono[j].y) - (Poligono[j].x * Poligono[i].
            y);
    }
    return total / 2;
}

(3)
#define INF 10000
//          Basicos (5) - interPtSeg (q,p,r)
//          Intersecao(1) - interSegSeg(p1,q1,p2,q2)

// 0 --> p, q and r are colinear
// 1 --> Clockwise
// 2 --> Counterclockwise
int orientation(Ponto p, Ponto q, Ponto r){
    int val = (q.y - p.y) * (r.x - q.x) -
        (q.x - p.x) * (r.y - q.y);

    if (val == 0) return 0; // colinear
    return (val > 0)? 1: 2; // clock or counterclock wise
}

// Returns true if the Ponto p lies inside the Poligono
bool isInside(vector<Ponto> Poligono, Ponto p){

    if (Poligono.size() < 3) return false;

    Ponto extreme(INF, p.y);

    int count = 0, i = 0;

    do{
        int next = (i+1)%Poligono.size();

        if (interSegSeg(Poligono[i], Poligono[next], p, extreme)) {
            if (orientation(Poligono[i], p, Poligono[next]) == 0)
                return interPtSeg(p, Poligono[i], Poligono[next]);
        }
    } while (i++ < Poligono.size());

    return count % 2 == 1;
}
```

```
        count++;
    }

    i = next;
} while (i != 0);

return count&1; // Same as (count%2 == 1)
}
```

44 Geometria/Basicos.cpp

Fun es bsicas usadas em distintos algoritmos tem a representacao de ponto e fun es simples:

- (1) representacao do Ponto
- (2) Produto Escalar
- (3) Produto Vetorial
- (4) Produto Vetorial (sinal)
- (5) Teste de pertinencia de ponto em segmento
- (6) Distancia Euclidiana
- (7) Pontos Colineares

```
(1)
class Ponto{
public:
    int x;
    int y;
    Ponto(){}
    Ponto(int x, int y):x(x), y(y){}

};

(2)
long long prodEscalar(Ponto origem, Ponto a, Ponto b) {
    long long v1 = ((long long) a.x-origem.x)*(b.x-origem.x);
    long long v2 = ((long long) a.y-origem.y)*(b.y-origem.y);

    return v1+v2;
}

(3)
long long prodVetorial(Ponto origem, Ponto a, Ponto b) {
    long long v1 = ((long long) a.x-origem.x)*(b.y-origem.y);
    long long v2 = ((long long) a.y-origem.y)*(b.x-origem.x);

    return v1-v2;
}

(4)
int prodVetsn(Ponto origem, Ponto a, Ponto b) {
    long long v1 = ((long long) a.x-origem.x)*(b.y-origem.y);
    long long v2 = ((long long) a.y-origem.y)*(b.x-origem.x);

    if( v1 < v2 ) return -1;
    else if( v1 > v2 ) return +1;
    else return 0;
}

(5)
bool interPtSeg(Ponto p, Ponto a, Ponto b) {
    return prodVetorial(p, a, b)==0 && prodEscalar(a, p, b)>=0 &&
        prodEscalar(b, p, a)>=0;
}

(6)
```

```

double distancia(Ponto a, Ponto b){
    return sqrt(pow(b.x - a.x, 2) + pow(b.y - a.y, 2));
}

(7)
bool ptsColineares(Ponto a, Ponto b, Ponto c){

    int s = (c.y - b.y) * a.x + (b.x - c.x) * a.y + (c.x * b.y - b.x * c.y);

    if (s < 0 || s > 0)
        return false;
    else
        return true;
}

```

45 Geometria/ProblemadosParesmaisProximos.cpp

Usando o Paradigma de Diviso e Conquista, o problema dos pares mais proximos
retorna a menor distancia entre dois pares dado um N pontos

- (1) codigo
- (2) como usar o codigo (Main)

```
(1)
bool operator <(Ponto a, Ponto b){
    return a.x < b.x;
}

vector<Ponto> P;

// Fun o de compara o para ordenar um vetor de indices(int) a partir do eixo Y
// do vetor de pontos P.
bool compP(int a, int b){
    if(P[a].y == P[b].y)
        return a < b;
    return P[a].y < P[b].y;
}

double parDePontosMaisProximos(int a, int b, vector<int> Y){
    // Se a quantidade de pontos a serem analisados forem de at 3. (Caso Base)
    if(b-a <= 3){
        double md = DBL_MAX, d;

        for(int i = a; i < b; i++){
            for(int j = i+1; j < b; j++){
                //faz a distancia dos 3 pontos com os 3 pontos
                d = sqrt(pow(P[i].x - P[j].x, 2.0) + pow(P[i].y - P[j].y, 2.0));
                //e ja analisa qual melhor dist
                md = min(d, md);
            }
        }

        return d;
    }
    //retorna a menor distancia
    }

    //conta pra dividir no eixo y
    int m = a+(b-a)/2;
    double d1, d2, md;
    vector<int> Y1(m-a), Y2(b-m);
    int i1 = 0, i2 = 0;
    for(int i = 0; i < Y.size(); i++){
        //se o indice contido em y for menor que a conta para dividir ao meio o
        //conjunto de pontos, joga para o lado y1
        if(Y[i] < m){
            Y1[i1] = Y[i];
            i1++;
        }
        //se nao joga para o lado y2
    }
    else{
        Y2[i2] = Y[i];
        i2++;
    }
}
```

```

    }
}

//duas distancias- d1-Y1(lado esquerdo - de a ate m - exemplo: 0 a 2) e d2-
Y2(lado direito - de m ate b - exemplo:2 a 5)
d1 = parDePontosMaisProximos(a, m, Y1);
d2 = parDePontosMaisProximos(m, b, Y2);
//pega a menor distancia entre d1 e d2
md = min(d1, d2);

int tam = 0;
vector<int> Yl(b-a);
//ponto mais proximos no vetor yl
for(int i = 0; i < Y.size(); i++){
    if(fabs(P[Y[i]].x - P[m].x) < md){
        Yl[tam] = Y[i];
        tam++;
    }
}

//analisa a fronteira e pontos mais proximo(menor distancia)
for(int i = 0; i < tam; i++){
    for(int j = i+1; j-i < 8 && j < tam; j++){
        d1 = sqrt( pow(P[Yl[i]].x - P[Yl[j]].x, 2.0) + pow(P[Yl[i]].y - P[Yl[j]].y, 2.0) );
        md = min(md, d1);
    }
}

return md;
}

(2)
int main(){

    vector<int> Y;

    for(int i = 0; i < n; i++){
        cin >> P[i].x >> P[i].y;
        Y[i] = i;
    }

    sort(P.begin(), P.end());
    sort(Y.begin(), Y.end(), compP);

    d = parDePontosMaisProximos(0, n, Y);
}

```

46 Geometria/Intersecao.cpp

Alguns Algoritmos de interseção usam funções de Básicos:

- (1) Interseção entre dois segmentos
- (2) Interseção entre dois retângulos

(1)

```
//interseção do segmento dos pontos a e b (AB) com o segmento c e d (CD)
bool interSegSeg(Ponto a, Ponto b, Ponto c, Ponto d) {
    int i, r1, r2;

    if( min(a.x,b.x) > max(c.x,d.x) || max(a.x,b.x) < min(c.x,d.x) )
        return 0;
    if( min(a.y,b.y) > max(c.y,d.y) || max(a.y,b.y) < min(c.y,d.y) )
        return 0;

    //USAR FUNCAO BASICO
    r1 = prodvetsn(a, c, b) * prodvetsn(a, d, b);
    r2 = prodvetsn(c, a, d) * prodvetsn(c, b, d);

    return r1<=0 && r2<=0;
}
```

(2)

```
bool interRetan(Ponto l1, Ponto r1, Ponto l2, Ponto r2){
    // If one rectangle is on left side of other
    if (l1.x > r2.x || l2.x > r1.x)
        return false;

    // If one rectangle is above other
    if (l1.y < r2.y || l2.y < r1.y)
        return false;

    return true;
}
```


47 Geometria/SmallestCircle.cpp

```
#include<iostream>
#include<cstdlib>
#include<math.h>
#include<stdio>
#include<list>

using namespace std;

class Point {
public:
    double x;
    double y;

    Point(){
        this->x=0;
        this->y=0;
    }

    Point(double x, double y) {
        this->x = x;
        this->y = y;
    }

    Point subtract(Point p) {
        Point aux;
        aux.x=this->x-p.x;
        aux.y=this->y-p.y;
        return aux;
        //return new Point(x - (p.x), y - (p.y));
    }

    double distance(Point p) {
        return hypot(x - p.x, y - p.y);
    }

    // Signed area / determinant thing
    double cross(Point p) {
        return x * p.y - y * p.x;
    }

    // Magnitude squared
    double norm() {
        return x * x + y * y;
    }
};

class Circle {
public:
    double static const EPSILON = 1e-12;
    Point c;    // Center
    double r;   // Radius

    Circle(){
        this->c.x=-1;
        this->c.y=-1;
        this->r = -1;
    }

    Circle(Point c, double r) {
```

```

        this->c = c;
        this->r = r;
    }
    bool contains(Point p) {
        return (c.distance(p) <= r + EPSILON);
    }
    bool contains(list<Point> ps) {
        for (list<Point>::iterator it=ps.begin(); it != ps.end(); ++it)
        {
            if (!contains(*it))
                return false;
        }
        return true;
    }
};

Circle makeDiameter(Point a, Point b) {
    Circle aux;
    Point c;
    double r;
    c.x=(a.x + b.x)/ 2.0;
    c.y=(a.y + b.y) / 2.0;
    r=a.distance(b) / 2.0;
    aux.c=c;
    aux.r=r;
    return aux;
}

Circle makeCircumcircle(Point a, Point b, Point c) {
    double d = (a.x * (b.y - c.y) + b.x * (c.y - a.y) + c.x * (a.y - b.y)) *
        2;
    Circle aux;
    if (d == 0)
        return aux;
    aux.c.x = (a.norm() * (b.y - c.y) + b.norm() * (c.y - a.y) + c.norm() *
        (a.y - b.y)) / d;
    aux.c.y = (a.norm() * (c.x - b.x) + b.norm() * (a.x - c.x) + c.norm() *
        (b.x - a.x)) / d;
    aux.r=aux.c.distance(a);
    return aux;
}

Circle makeCircleTwoPoints(list<Point> points, Point p, Point q) {
    Circle temp = makeDiameter(p, q);
    if (temp.contains(points))
        return temp;

    Circle left;
    Circle right;
    for (list<Point>::iterator it=points.begin(); it != points.end(); ++it)
    { // Form a circumcircle with each point
        Point pq = q.subtract(p);
        double cross = pq.cross((*it).subtract(p));
        Circle c = makeCircumcircle(p, q, (*it));
        if (c.r==-1)
            continue;
        else if (cross > 0 && (left.r==-1 || pq.cross(c.c.subtract(p)) >

```

```

        pq.cross(left.c.subtract(p)))
        left = c;
    else if (cross < 0 && (right.r== -1 || pq.cross(c.c.subtract(p))
    < pq.cross(right.c.subtract(p))))
        right = c;
    }
    return right.r== -1 || left.r!= -1 && left.r <= right.r ? left : right;
}

Circle makeCircleOnePoint(list<Point> points, Point p) {
    Circle c; //new Circle(p, 0)
    c.c.x=p.x;
    c.c.y=p.y;
    c.r=0;
    for (list<Point>::iterator it=points.begin(); it != points.end(); ++it)
    {
        Point q = (*it);
        if (!c.contains(q)) {
            if (c.r == 0){
                c = makeDiameter(p, q);
            }
            else{
                list<Point> aux;
                for(list<Point>::iterator ite=points.begin(); ite!=it; ++ite){
                    aux.push_back(*ite);
                }
                c = makeCircleTwoPoints(aux, p, q);
            }
        }
    }
    return c;
}

Circle makeCircle(list<Point> points) {
    // Clone list to preserve the caller's data, randomize order
    list<Point> shuffled = points;
    //Collections.shuffle(shuffled, new Random());

    // Progressively add points to circle or recompute circle
    Circle c;
    for (list<Point>::iterator it=shuffled.begin(); it != shuffled.end(); ++
    it){
        Point p = (*it);
        if (c.r==0 || !c.contains(p)){
            list<Point> aux;
            for(list<Point>::iterator ite=shuffled.begin(); ite!=it; ++
            ite){
                aux.push_back(*ite);
            }
            c = makeCircleOnePoint(aux, p);
        }
    }
    return c;
}

int main(){

```

```
    return 0;  
}
```

48 utility.cpp

```
#include <iostream>
#include <string>
#include <string.h>
#include <iomanip>
#include <cstdio>
#include <climits>
#include <vector>
#include <set>
#include <queue>
#include <stack>
#include <map>
#include <list>
#include <algorithm>

using namespace std;

#define FOR(i,n) for(int i = 0; i < n; i++)
#define FORit(it,container) for(it = container.begin(); it != container.end(); it++)

typedef int Vertice;
class Aresta {
public:
    Vertice v;
    int p;
    Aresta(Vertice v, int p) : v(v), p(p) {}
};
class ArestaOP {
public:
    Vertice o, p;
    int w;
    ArestaOP(Vertice o, Vertice p, int w) : o(o), p(p), w(w) {}
};
```