Datatypes

1. Una forma simple de declarar un nuevo tipo de dato

Podemos definir un tipo de dato nuevo llamado `fruta` que consista de tres valores posibles: `Pera`, `Naranja`, `Manzana`, de la siguiente manera:

```
- datatype fruta = Pera | Naranja | Manzana;
datatype fruta = Manzana | Naranja | Pera
```

Una vez definido este nuevo tipo de dato, podemos usarlo en una función u otra expresión. Por ejemplo, podríamos definir:

```
- fun esPera(x) = (x = Pera);
val esPera = fn : fruta ->bool
```

Esta función devuelve verdadero si se le pasa como argumento el valor `Pera` y falso para cualquier otro valor de tipo `fruta`. Es un error pasarle como argumento cualquier cosa que no sea alguno de los constructores del tipo de dato `fruta`.

Veamos las siguientes respuestas:

```
- esPera(Manzana);
val it = false : bool
- esPera(Naranja);
val it = false : bool
- esPera(Banana);
stdIn:7.8-7.14 Error: unbound variable or constructor: Banana
```

Esta última respuesta nos indica que `Banana` no es un argumento válido para la función `esPera`.

1.1. Usando expresiones constructoras para definir nuevos tipos de datos

La forma general de una declaración de tipo es:

```
datatype (<lista-de-parámetros>) <identificador-nuevo-tipo> =
                                 <1era-expresión-constructora> |
                                 <2da-expresión-constructora> |
                                              ...
                                 <últ-expresión-constructora>
```

Una expresión constructora consiste en el nombre del constructor, la palabra `of` y una expresión de tipo.

Un ejemplo simple:

```
- datatype b = Banana of int
datatype b = Banana of int
```

Un ejemplo más complejo:

```
- datatype ('a, 'b) elemento =
            P of 'a * 'b |
            S of 'a;
```

```
datatype ('a,'b) elemento = P of 'a * 'b | S of 'a
```

Este tipo de dato representa la unión entre elementos simples y pares ordenados.

Supongamos ahora que tomamos una lista de `(string, int) elemento` y queremos sumar los enteros de las segundas componentes de aquellos elementos que tienen esta segunda componente.

La función `sumaLaLista` hace lo que queremos:

```
- fun sumaLaLista(nil) = 0
| sumaLaLista(S(x)::L) = sumaLaLista(L)
| sumaLaLista(P(x,y)::L) = y + sumaLaLista(L);
val sumaLaLista = fn : ('a,int) elemento list -> int
```

1.2. Tipo de dato recursivo

En muchos casos, necesitamos aplicar constructores de datos de manera recursiva para construir expresiones arbitrariamente grandes.

1.2.1. Árboles

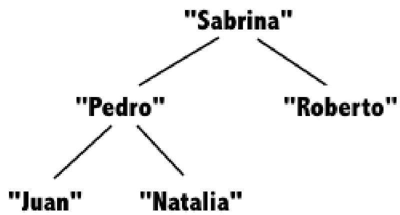
Un árbol binario etiquetado puede definirse recursivamente como sigue:

```
- datatype 'etiqueta arbolbin =
            Vacio |
            Nodo of 'etiqueta * 'etiqueta arbolbin * 'etiqueta arbolbin;
datatype 'a arbolbin = Nodo of 'a * 'a arbolbin * 'a arbolbin | Vacio
```

Un ejemplo de un valor de tipo `string arbolbin`:

```
- Nodo("Sabrina",
        Nodo("Pedro",
                Nodo("Juan", Vacio, Vacio),
                Nodo("Natalia", Vacio, Vacio)
        ),
        Nodo("Roberto", Vacio, Vacio)
);
```

Y representa el siguiente árbol binario:



Vamos a ver ejemplos de funciones que trabajan con este tipo de dato.

1. Defimos una función que tome un árbol `arbolbin` y un elemento `x` y diga si `x` aparece o no en el árbol.

   La función `pertenece` hace lo que queremos:

```
- fun pertenece(Vacio,x) = false
|     pertenece(Nodo(y,Z,W),x) = if(x=y) then true else (pertenece(Z,x) orelse pertenece(W,x));
val pertenece = fn : ''a arbolbin * ''a ->bool
```

2. Escriba una función que tome un árbol `arbolbin` y un elemento `x` y devuelva la cantidad de veces que `x` aparece en el árbol.

   La función `contar` hace lo que queremos:

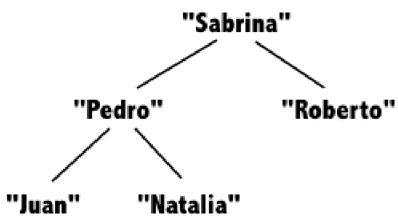
```
- fun contar(Vacio,x)= 0
|     contar(Nodo(y,Z,W),x) = if (x=y) then 1+contar(Z,x)+contar(W,x) else contar(Z,x)+contar(W,x);
val contar = fn : ''a arbolbin * ''a ->int
```

Podemos también definir árboles de tipo más general, es decir, árboles que acepten más de dos hijos por cada nodo.

Una definición para este otro tipo de árbol podría ser:

```
- datatype ('etiqueta) arbol1 =
            Nodo of 'etiqueta * 'etiqueta arbol1 list;
datatype 'a arbol1 = Nodo of 'a * 'a arbol1 list
```

Con este nuevo tipo de datos podemos también representar árboles binarios. Por lo tanto, podemos definir el árbol con el cual ya habíamos trabajado:



de la siguiente manera:

```
- Nodo("Sabrina", [Nodo("Pedro", [Nodo("Juan", []), Nodo("Natalia", [])]),
                   Nodo("Roberto", [])]
     );
```

Vamos a ver ejemplos de funciones que trabajan con este tipo de dato.

1. Escriba una función que tome un árbol `arbol1` y un elemento `x` y diga si `x` aparece o no en el árbol.

   La función `pertenece2` hace lo que queremos:

```
- fun pertenece2(Nodo(a,nil),x) = (a=x)
|     pertenece2(Nodo(a,t::ts),x) =
                    if (a=x) then true
                             else (pertenece2(t,x) orelse pertenece2(Nodo(a,ts),x));
```

2. Escriba una función que tome un árbol `arbol1` y un elemento `x` y devuelva la cantidad de veces que `x` aparece en el árbol.

   La función `contar2` hace lo que queremos:

```
- fun contar2(Nodo(a,nil),x) = if(x=a) then 1 else 0
|     contar2(Nodo(a,t::ts),x) = contar2(t,x) + contar2(Nodo(a,ts),x);
```

1.2.2. Árboles Binarios de Búsqueda (Binary Search Tree)

Los árboles binarios de búsqueda son árboles (o BST, por sus siglas en inglés) cuyas etiquetas en sus nodos satisfacen la llamada *propiedad de los árboles binarios de búsqueda*, la cual definiremos en brevedad. Esta propiedad sólo tiene sentido si existe una relación de orden, usualmente representada por el símbolo $<$, que nos permite comparar los valores de sus etiquetas. Por ejemplo, los tipos de datos `int`, `real`, `char`, y `string` tienen este tipo de orden. Debemos entonces contar con una relación de orden $<$ que cumpla con estas propidades:

1. *Transitividad.* Esto es, si $x < y$ y $y < z$ entonces esto implica que $x < z$.
2. *Comparabilidad.* Si $x \neq y$ entonces o bien $x < y$ o $y < x$.
3. *Irreflexibilidad.* $x < x$ es falso para todo x.

Podemos ahora definir la propiedad de los árboles binarios de búsqueda (o propiedad BST) con respecto al operador de comparación con el que se cuente $<$:

Propiedad BST: Si x es la etiqueta de cualquier nodo n de un árbol binario de búsqueda (BST), entonces es cierto que para todas las etiquetas y en el subárbol izquierdo de n se cumple que $y < x$ y para todas las etiquetas y en el subárbol derecho de n se cumple que $x < y$.