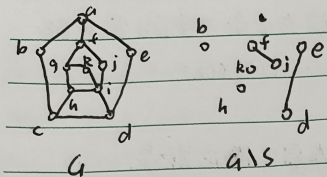


No: W15

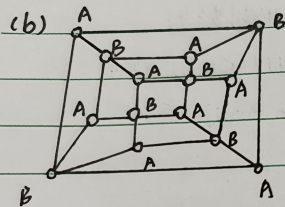
Date:

T24. 证明: (a) 取  $S = \{a, c, g, i\}$ , 则如下图所示,



$$W(G[S]) = 5, |S| = 4$$

$W(G[S]) > |S|$ , 由判定 H-图的条件可知 (a) 中无 H-图.

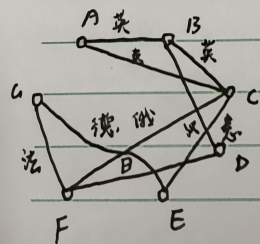


将图 A, B 标号, 可知该图为偶图

$$又 |A| - |B| = |8 - 6| = 2 > 1$$

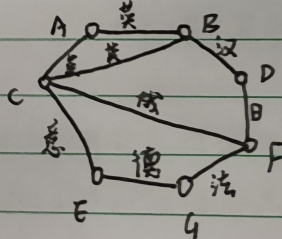
故 (b) 中不存在 H-路

T25. 能安排. 先将问题抽象为无向图  $G$ : 每人为一个结点, 两人同时



同一门语言则连接一条边, 问题转化为求  $G$  中 H-图.

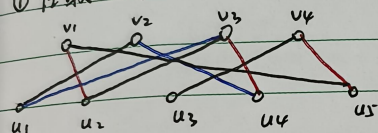
经寻找可发现存在 H-图:  $(A, B, D, F, G, E, C, A)$  即为所需方案. 具体图示:



T28. 证明: 设  $G$  的点集划分为  $X, Y$ , 则  $|X| + |Y| = n$ , 设  $|X| = a_1$ ,  $|Y| = a_2$ , 则  $a_1 + a_2 = n$ .  
二分图的边数小于等于完全二分图边数, 故  $m \leq a_1 a_2 \leq (\frac{a_1 + a_2}{2})^2 = \frac{n^2}{4}$   
当且仅当  $a_1 = a_2 = \frac{n}{2}$  时取 " $=$ ".

T29. 解: (1) 不存在完美匹配, 因为  $|V_1| \neq |V_2|$   
(2) 存在从  $V_1$  到  $V_2$  的最大匹配, 利用 Edmonds 算法求解:

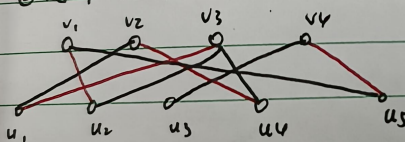
① 任取一初始匹配  $M_1 = \{(v_1, u_2), (v_3, u_4), (v_4, u_5)\}$ , 得到非饱和点



$v_2$ ,  $u_1$  为起点得增广路

$$P_1 = \{(v_2, u_4), (u_4, v_3), (v_3, u_1)\}$$

② 得到新匹配  $M_2 = M_1 \oplus P_1 = \{(v_2, u_4), (v_1, u_2), (v_3, u_1), (v_4, u_5)\}$



此时无非饱和点, 算法终止

A)

所求的从  $V_1$  到  $V_2$  的一个最大匹配为

$$M = M_2 = \{(v_1, u_2), (v_2, u_4), (v_3, u_1), (v_4, u_5)\}$$

T31. 不能。将每间室看作一个结点,  $V_1$  为无阴影的结点集,  $V_2$  为有阴影结点集, 邻室有门作为连接结点的边, 得到二分图  $G$ 。问题转化为求从起点  $u \in V_1$  到终点  $v \in V_2$  的一条 H-路。由已知必要条

No: \_\_\_\_\_

Date: \_\_\_\_\_

件可知这样的H-路存在的必要条件是  $|V_1| = |V_2|$  或  $|V_1| = |V_2| + 1$ ,  
但  $|V_1| = 12$ ,  $|V_2| = 13$  不满足上述条件, 故无H-路。  
从u到v的