

课程 离散数学A (A卷)

学院 电信学部

考试日期 2020年1月11日

专业班号 计算机81-86 物联网81 物联网81 计网81 超杰81

姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

期中 ☐ 期末 ☒

一、(20%) 单项选择题(共10题, 结果请写在答题纸上)

1. 设  $X = \{a, \{b\}, \{\{c\}\}\}$ , 则下列命题正确的是( )。

- A.  $\{a\} \subseteq 2^X$  B.  $\{\{b\}\} \subseteq X$   
C.  $\{\{c\}\} \in 2^X$  D.  $\{\emptyset\} \in 2^X$

2. 如果  $X \cap Y \neq \emptyset$ , 则下列结论正确的是( )。

- A.  $X=Y$  B.  $X=\emptyset$  C.  $X \subseteq Y$  D.  $(X \cap Y) \subseteq X$

3. 设  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $\Pi$  是  $X$  上的划分,  $\Pi = \{\{1, 3\}, \{2\}, \{4\}\}$ ,

由  $\Pi$  产生的等价关系  $R$  是( )。

- A.  $\{(1, 3), (3, 1), (2, 2), (4, 4)\}$  B.  $I_X \cup \{(1, 3), (3, 1)\}$   
C.  $\{(1, 3), (3, 1), (2, 4), (4, 2)\}$  D.  $\{(1, 3), (3, 1), (1, 1), (3, 3)\}$

4. 集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 15\}$ ,  $R$  是  $A$  上的整除关系,

$A$  的子集  $B = \{2, 3, 5, 6\}$ , 则下列结论不正确的是( )。

- A. 集合  $B$  的上确界是 15 B. 集合  $B$  的下确界是 1  
C. 集合  $B$  的极大元是 5 和 6 D. 集合  $B$  没有最小元

5. 设  $R$  是实数集合,  $f, g$  是从  $R \times R$  到  $R$  的函数,  $f(x, y) = x^y$ ,  $g(x, y) = (x - y)/2$ ,

那么下列结论正确的是( )。

- A.  $f$  是单射的而非满射的 B.  $f, g$  是满射的  
C.  $f, g$  是双射的 X D.  $f, g$  既不是单射的, 也不是满射的

6.  $A = \{x, y\}$ ,  $B = \{a, b\}$ ,  $f: 2^A \rightarrow B$ , 这样的函数  $f$  有( )个。  
A. 4 B. 10 C. 16 D. 25

7. 设  $\langle G, * \rangle$  是有限群,  $a \in G$ ,  $a$  的阶等于 2, 这种元素的个数一定是( )。  
A. 素数 B. 奇数 C. 偶数 D. 不确定

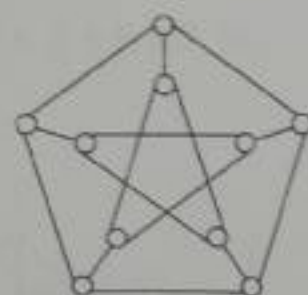
8. 设  $\langle B, \leq, *, \oplus, ', 0, 1 \rangle$  是布尔代数,  $|B| > 3$ , 那么该格一定不是( )。  
A. 全序格 B. 分配格 C. 有界格 D. 有补格

9. 下列选项中的数值表示一个简单无向图中各结点的度数, 能画出二分图的是( )。

- A. (1, 2, 2, 3, 4, 5) B. (1, 2, 3, 4, 5, 5)  
C. (2, 3, 3, 4, 5, 6) D. (1, 1, 1, 2, 2, 3)

10. 设  $G$  是 Peterson 图 (如右图所示), 则  $G$  增加( )条边可以成为 Euler 图。

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6



一、10 题图

二、(20%) 填空题(共10题, 结果请写在答题纸上)

1. 设  $A, B, C$  是任意集合,  $A \cup B = A \cup C$ ,  $A' \cup B = A' \cup C$ , 则  $B$  ( )  $C$ 。

2. 设  $A, B$  是任意集合, 则  $2^A \oplus 2^B$  ( )  $2^{A \oplus B}$  成立。

3. 设  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $R \subseteq A \times A$ ,  $R = \{(1, 2), (2, 4), (1, 4)\}$ , 则  $R$  的传递闭包  $R^+$  = ( )。

4. 每个全序集必为半序集, 并且( )半序集必为全序集。

5. 设  $X = Q \setminus \{1\}$ , 其中  $Q$  是有理数集合,  $X$  上的二元运算  $*$  定义为:

$a, b \in X$ ,  $a * b = a + b - ab$ , 则在代数系统  $\langle X, * \rangle$  中, 么元是( )。

三. (20分)、请判断下述命题的正确性(共 10 题, 判断结果请写在答题纸上)

1. 设  $A, B, C$  是非空集合,  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ .

2. 如果  $R_1$  是  $A$  上的反对称关系, 那么  $R_1 \circ R_1$  一定是  $A$  上的反对称关系.

3. 设  $\leq$  是非空集合  $A$  上的良序关系, 在此关系中, 每个元素的直接后继是唯一的.

4. 设  $f$  是从  $X$  到  $Y$  的函数,  $g$  是从  $Y$  到  $Z$  的函数, 如果  $g \circ f$  是满射函数并且  $f$  是单射函数, 那么  $g$  一定是满射函数.

5. 设  $A$  是不可数集合,  $B$  是可数集合, 则  $A \times B$  一定是不可数集合.

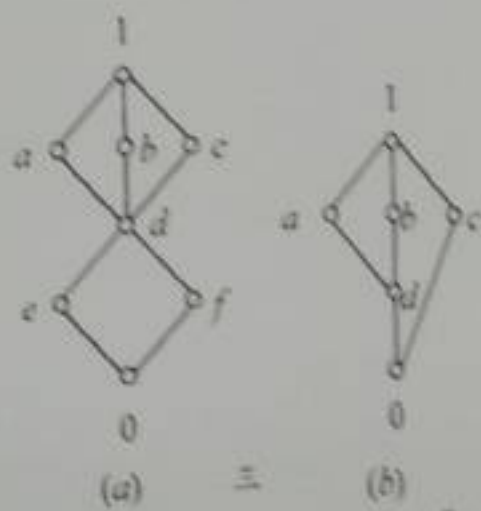
6. 设  $\langle N_m +_m \times_m \rangle$  是环, 当  $m=15$  时,  $\langle N_m +_m \times_m \rangle$  是域.

7. 设  $S_n = \{x | x \in N^+ \wedge x \text{ 是 } n \text{ 的因子}\}$ ,  $n \in N^+$ , 其中  $N$  是自然数集合,

$|$  是  $S_n$  上的整除关系, 则  $\langle S_{30}, | \rangle$  是布尔代数.

8. 设格  $L_1, L_2$  如右图(a), (b)所示,

则  $L_2$  是  $L_1$  的子格.



三. 8 题图

9. 设  $G = (V, E)$  是一个简单无向图,  $|V| = 9$ , 如果  $m=29$ , 那么  $G$  一定是连通图.

10. 设图  $G$  如右图所示, 则  $G$  不是平面图.



三. 10 题图



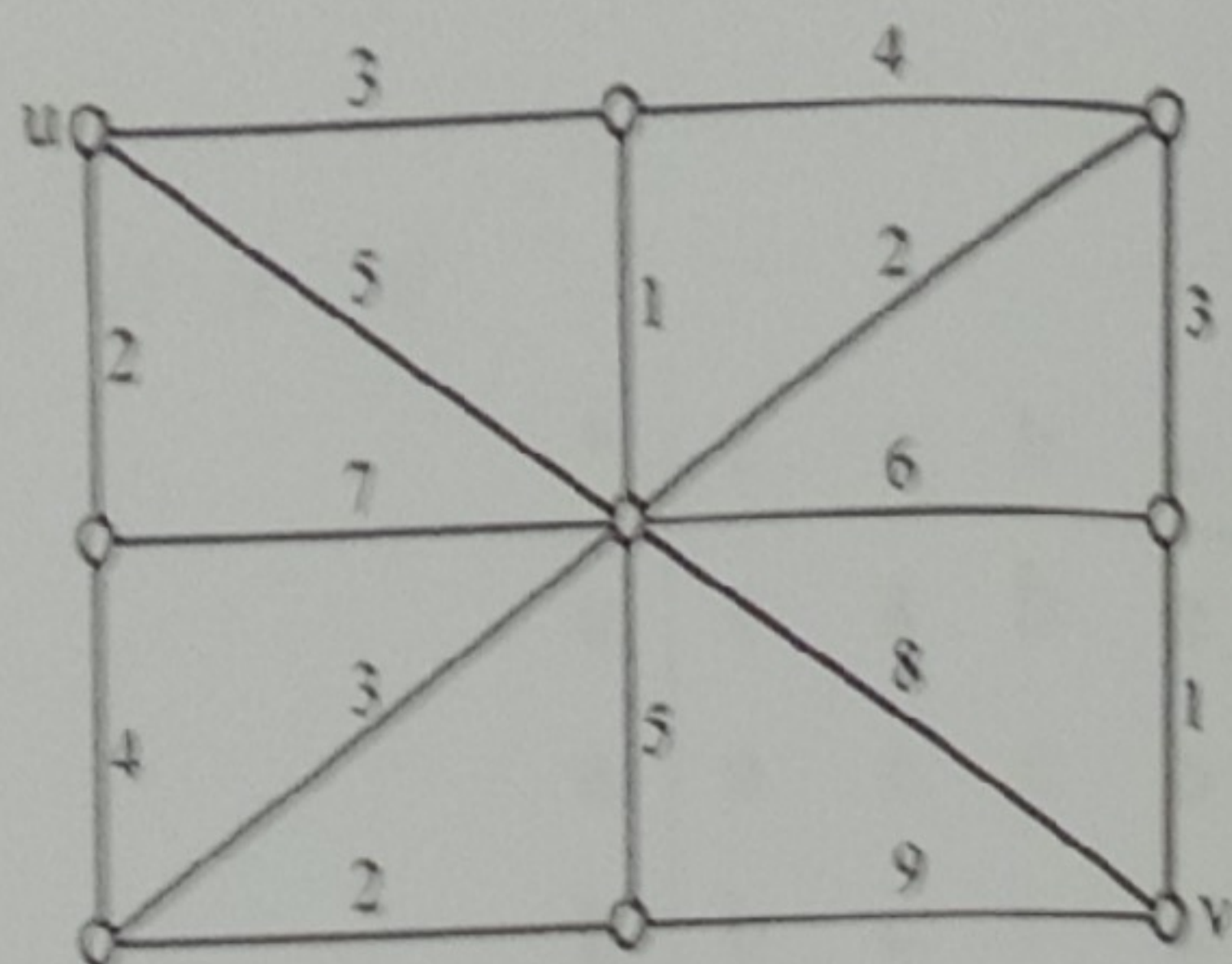
6. 在同构意义下, 5 阶有补格有( )个。

7. 设图  $G$  如右图所示,

利用 *Dijkstra* 算法,

图  $G$  中从  $u$  到  $v$  的最短

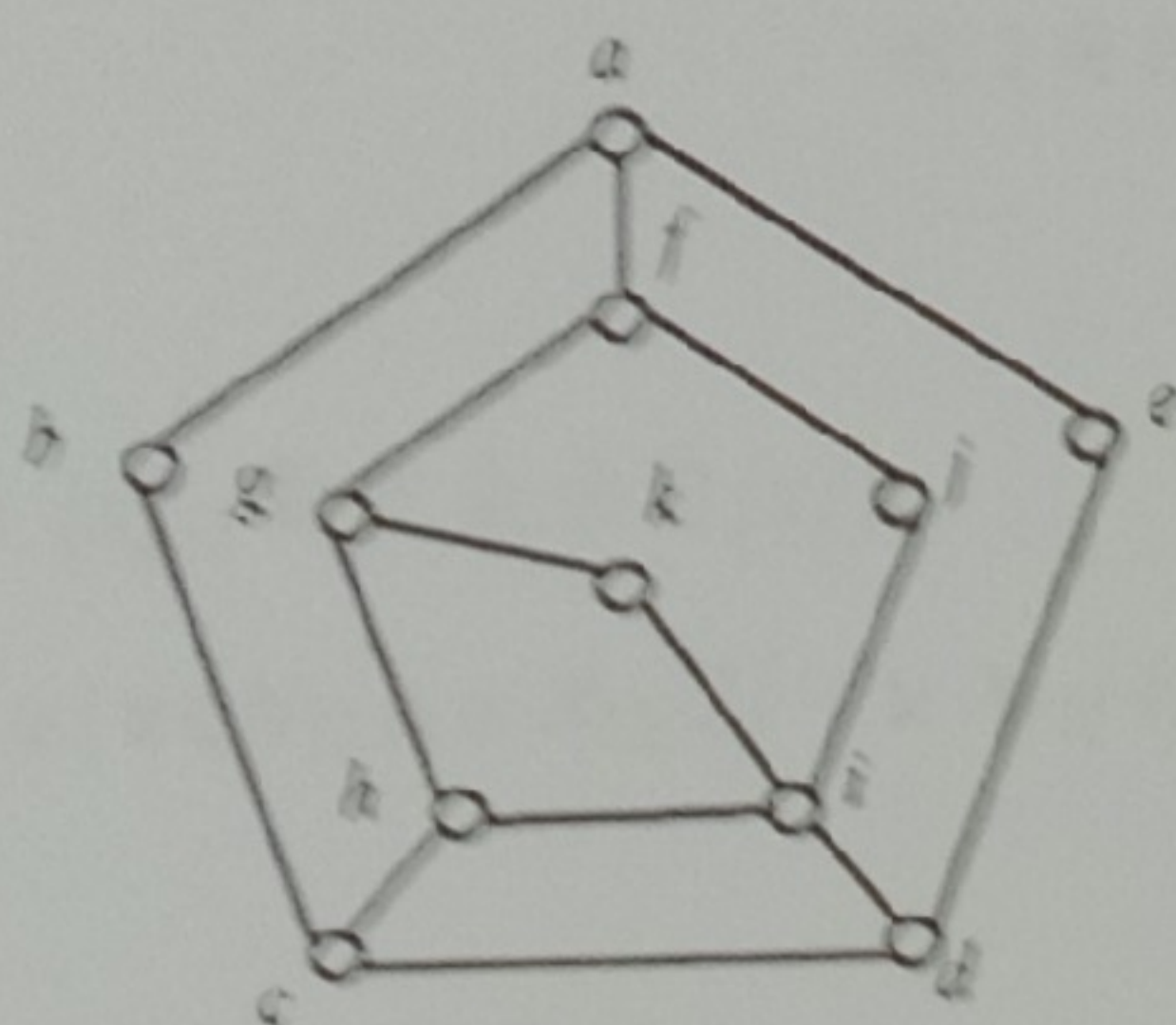
路长是( )。



二.7 题图

8. 设图  $G$  如右图所示,

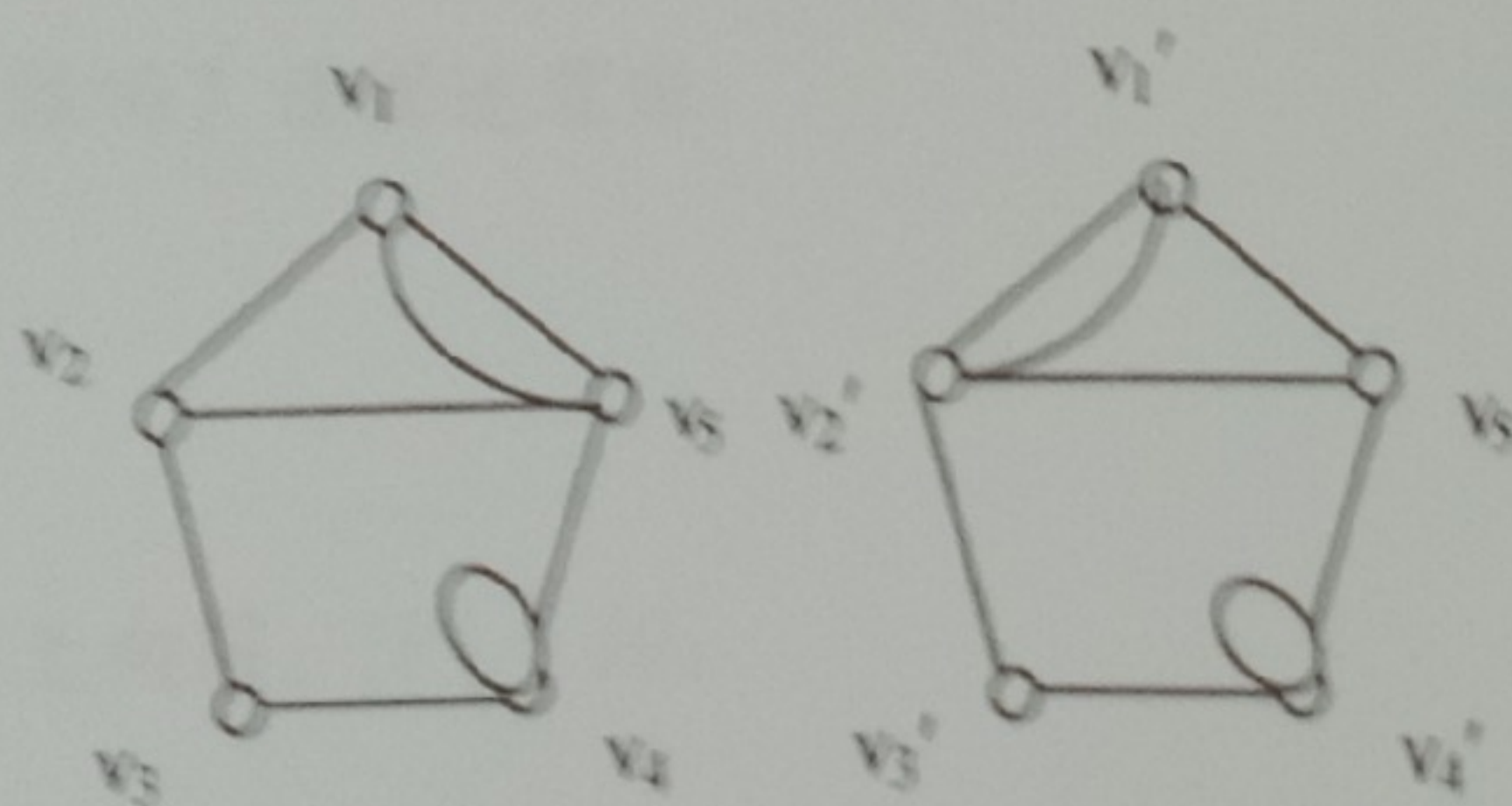
则该图( ) Hamilton 图。



二.8 题图

9. 设图  $G_1$ 、 $G_2$  如右图所示,

则两个图( ) 同构的。

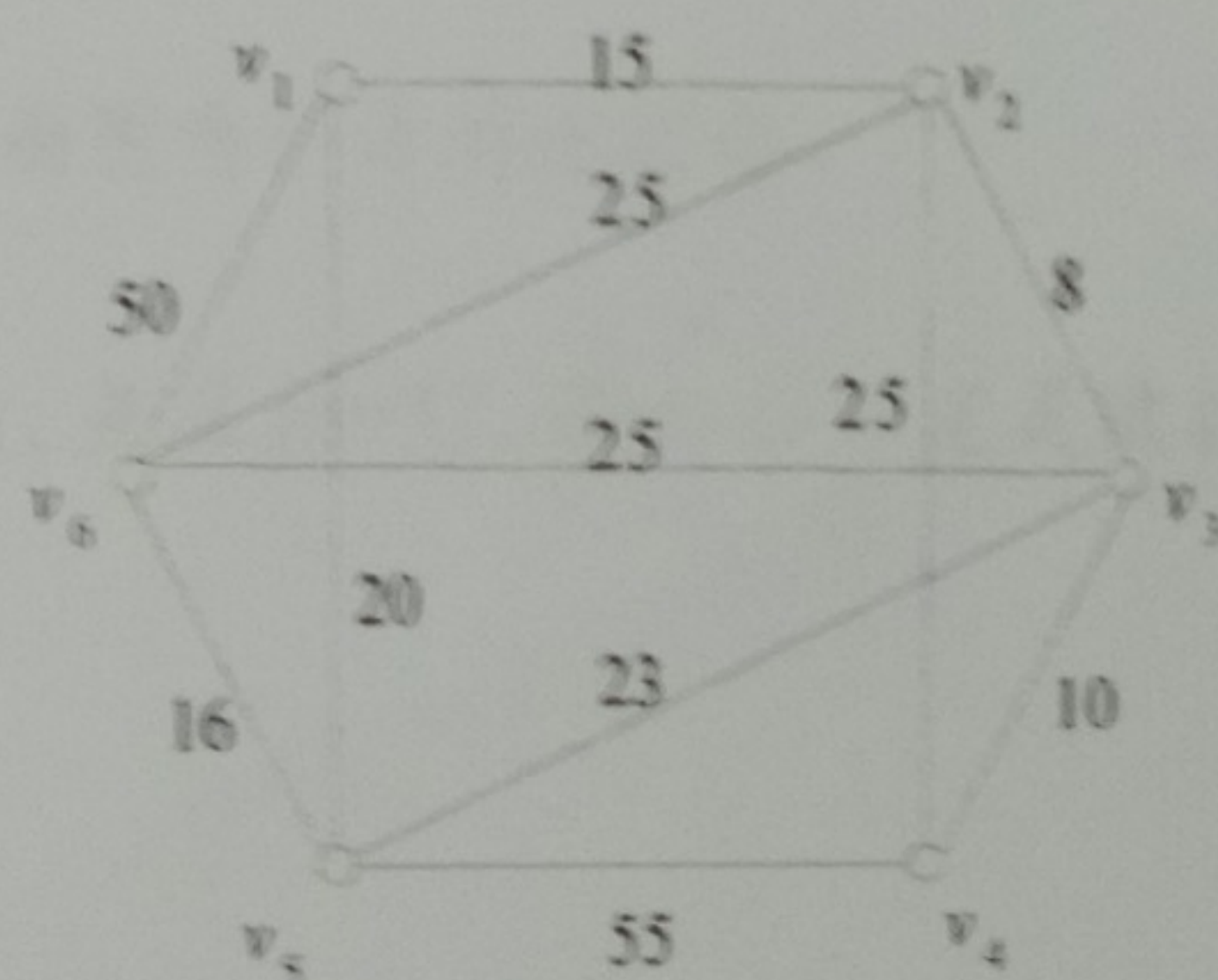


二.9 题图

10. 设带权图  $G$  如右图所示, 则它的

最小生成树是( )。(给出

最小生成树的图示)



二.10 题图



四<sup>(12%)</sup>、设  $\langle G, * \rangle$  是群,  $\langle H, * \rangle$  是  $\langle G, * \rangle$  的子群。建立  $G$  上的关系  $R$  如下:

$$R = \{(x, y) \mid x, y \in G \wedge (\exists h \in H)(x = y * h)\}$$

1<sup>(8%)</sup>、证明:  $R$  是  $G$  上的等价关系。

2<sup>(4%)</sup>、设  $\langle G, * \rangle$  的运算表如右下表所示,  $H = \{e, a\}$ ,

求  $R$  的所有等价类。

$*$	e	a	b	c
e	e	a	b	c
a	a	e	c	b
b	b	c	e	a
c	c	b	a	e

四.2 题表

五<sup>(14%)</sup>、已知  $\langle N_{12}, +_{12}, \times_{12} \rangle$  是一个环,

$N_{12} = \{[0], [1], \dots, [11]\}$  (集合元素  $[x]_{12}$  简化表示为  $[x]$ ),

其中  $[2], [4] \in N_{12}$ , 设  $S = \{u \mid u \in N_{12} \wedge u \times_{12} [2] = u \times_{12} [4]\}$ 。

那么

1<sup>(7%)</sup>、证明:  $\langle S, +_{12}, \times_{12} \rangle$  是  $\langle N_{12}, +_{12}, \times_{12} \rangle$  的一个子环。

2<sup>(4%)</sup>、求  $S = ?$

3<sup>(3%)</sup>、 $\langle S, +_{12}, \times_{12} \rangle$  是无零因子环吗? 请阐述理由。

六<sup>(14%)</sup> 设  $G = (V, E)$  是一个简单无向图,  $|V| = 10$ 。

1<sup>(4%)</sup>、如果  $m = 37$ , 那么  $G$  一定是哈密顿图吗? 请阐述理由。

2<sup>(4%)</sup>、如果  $m = 22$ , 那么  $G$  一定是二分图吗? 请阐述理由。

3<sup>(3%)</sup>、如果  $m = 25$ , 那么  $G$  一定是平面图吗? 请阐述理由。

4<sup>(3%)</sup>、如果  $\deg(v_i)$  ( $i = 1 \sim 10$ ) 均是偶数, 并且  $m = 37$ , 那么  $G$  一定是欧拉图吗? 请阐述理由。