No:

Date:

T19. 证明：(1) 假设 R 是传递的，则 $\forall x,y,z\in A$，$xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz$

由已知得 $1R2 \wedge 2R4$，则有 $1R4$，与事实矛盾！故 R 不是传递的。

(2) $R^2=\{(1,4),(2,3),(3,3),(3,4),(4,3),(4,4)\}$

$R^3=\{(1,3),(2,3),(2,4),(3,3),(3,4),(4,3),(4,4)\}$

$R^4=\{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,3),(3,4),(4,3),(4,4)\}$

$R^+=R\cup R^2\cup R^3\cup R^4=\{(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(3,3),(3,4),(4,3)$

$(4,4)\}$

又 R^+ 是包含 R 的最小传递关系，故取 $R_1=R^+$ 即可，在此基础上任一 R_1'

满足 $R_1\subseteq R_1'$ 也可成立.

No:

Date: 11/3.

T13. $R_1 \circ R_2 = \{(1,4),(1,3)\}$

$R_2 \circ R_1 = \{(3,4)\}$

$R_1 \circ R_2 \circ R_1 = \phi$

$R_1^3 = R_1^2 \circ R_1 = \{(1,1),(1,2),(1,4)\} \circ R_1 = \{(1,1),(1,2),(1,4)\}$

T15. 解：只需 R_1, R_2 自反、对称、传递即可，例如取

$R_1 = I_A$，$R_2 = E_A$ （恒关系与全关系）

T16. 解：首先证明 $R \cap \tilde{R} \subseteq I_A \Leftrightarrow R$ 为反对称关系

对任何 $x, y \in A$，$(x,y) \in R \cap \tilde{R}$

$\Rightarrow (x,y) \in R \wedge (x,y) \in \tilde{R}$

$\Rightarrow (x,y) \in R \wedge (y,x) \in R$. R为反对称关系

$\Rightarrow x = y$

$\Rightarrow (x,y) \in I_A$

故 $R \cap \tilde{R} \subseteq I_A$

另一方面，对任意 $x, y \in A$，

$(x,y) \in R \wedge (y,x) \in R$

$\Rightarrow (x,y) \in R \wedge (x,y) \in \tilde{R}$

$\Rightarrow (y,x) \in I_A$ $\qquad (R \cap \tilde{R} \subseteq I_A)$

$\Rightarrow x = y$

$\Rightarrow R$ 为反对称关系

所以 R

T17. (1)

$\Rightarrow$ (

(2) 假

R_2

$R_1 \circ$

(3) 假

R_1

(4) 假

R_1

(5)

R

不

No:

Date:

所以 $R\cap\tilde{R}$ 关系矩阵中非零值 $\leq n$ 个.

T17. (1) 真. 证明: $\forall x\in A$, $(x,x)\in R_1 \wedge (x,x)\in R_2$

$\Rightarrow (x,x)\in R_1\circ R_2 \Rightarrow R_1\circ R_2$ 是自反的.

(2) 假. 反例: $A=\{1,2,3\}$, $R_1=\{(1,3),(2,1),(3,1)\}$,

$R_2=\{(3,1),(1,2),(1,3)\}$, R_1、R_2 均为反自反的,

$R_1\circ R_2=\{(1,1),(2,2),(2,3),(3,2),(3,3)\}$ 是自反的, 不是反自反的.

(3) 假. 反例: $A=\{1,2,3\}$, $R_1=\{(1,2),(2,1)\}$, $R_2=\{(2,3),(3,2)\}$,

R_1、R_2 均是对称的, $R_1\circ R_2=\{(1,3)\}$ 不是对称的

(4) 假, 反例: $A=\{1,2,3\}$, $R_1=\{(1,2),(2,3)\}$, $R_2=\{(2,2),(3,1)\}$,

R_1、R_2 是反对称的, $R_1\circ R_2=\{(1,2),(2,1)\}$ 不是反对称的

(5) 假. 反例: $A=\{1,2,3\}$, $R_1=\{(1,2),(2,3),(1,3)\}$,

$R_2=\{(2,3),(3,1),(2,1)\}$, R_1、R_2 是传递的, $R_1\circ R_2=\{(1,1),(1,3),(2,1)\}$

不是传递的.

T18. 证明: (1) 由定理4(2) 4(5) 可知 R^+ 是传递的, 当 R 是传递的时,

$R^+=R$, 故 $(R^+)^+=R^+$.

(2) 同(1) 由定理5(2) 5(5) 得 R^* 为自反传递关系, 当 R 是自反传递关系时 $R^*=R$, 故 $(R^*)^*=R^*$