



# 第四章 模拟通信系统(2)

---

信息与通信工程学院

无线信号处理与网络实验室(WSPN)

智能计算与通信研究组 (IC<sup>2</sup> )

彭岳星

[yxpeng@bupt.edu.cn](mailto:yxpeng@bupt.edu.cn)

6119 8066 ext.2

## 4.3.1 角调制的基本概念

$$s_m(t) = A \cos \theta(t)$$

$$= A \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$$

$$\text{瞬时相位: } \theta(t) = 2\pi f_c t + \phi(t)$$

$$\text{瞬时相位偏移: } \phi(t)$$

$$\text{瞬时频率: } f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} = f_c + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$$

$$\text{瞬时频率偏移: } \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt}$$

**相位调制:** 瞬时相位偏移随调制信号 $m(t)$ 而线性变化  $\implies \phi(t) = K_p m(t)$

$$s_{PM}(t) = A \cos[2\pi f_c t + K_p m(t)]$$

**频率调制:** 瞬时频偏随调制信号 $m(t)$ 而线性变化  $\implies \Delta f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = K_f m(t)$

$$s_{FM}(t) = A \cos \left[ 2\pi f_c t + 2\pi K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau \right]$$

## 4.3.1 调频及调相信号

### ■ PM和FM中的相位

$$PM : \varphi(t) = K_p m(t)$$

$K_p$ —PM Sensibility

$$FM : \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} = K_f m(t)$$

$K_f$ —FM Sensibility

### ■ PM和FM的关系

$$PM : \varphi(t) = K_p m(t)$$

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = K_p \frac{dm(t)}{dt}$$

$$FM : \varphi(t) = 2\pi K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau$$

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = 2\pi K_f m(t)$$

积分+PM = FM; 微分+FM = PM

## 4.3.1 调频及调相信号

$$s_{PM}(t) = A \cos[2\pi f_c t + K_p m(t)]$$

$$s_{FM}(t) = A \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau\right]$$

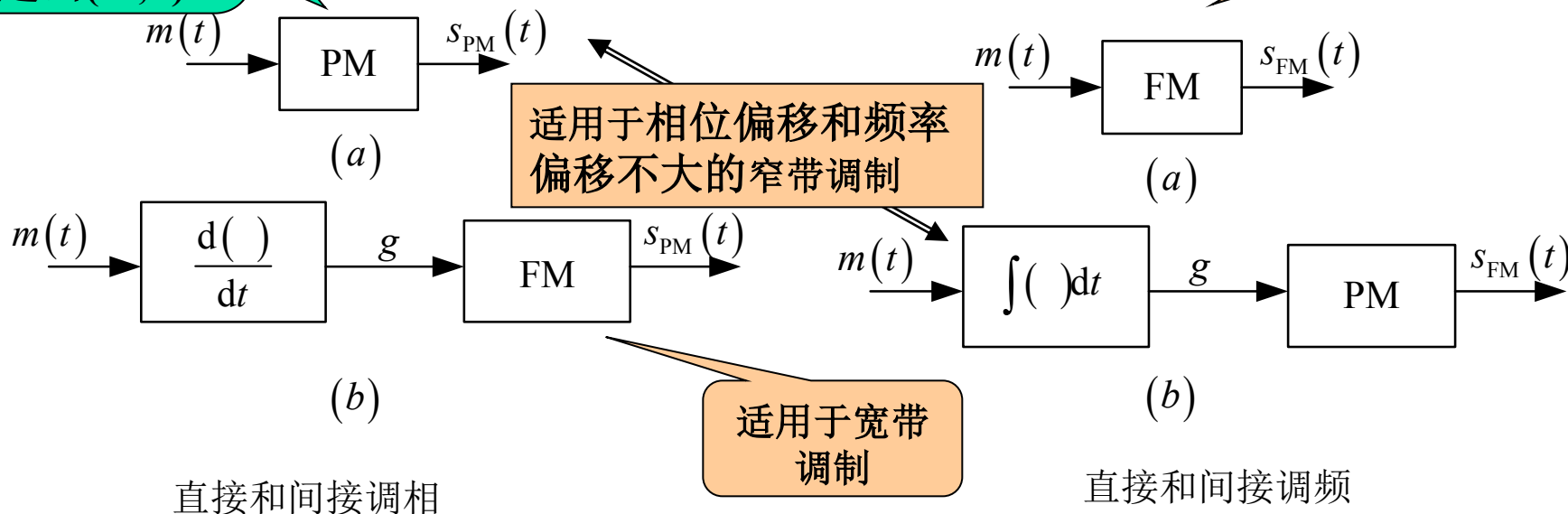
如果预先不知道 $m(t)$ 的具体形式，则无法判断已调信号是调频信号还是调相信号

实际相位调制器的调制范围有限, 不可能超出 $(-\pi, \pi)$

适用于宽带调制

适用于相位偏移和频率偏移不大的窄带调制

适用于宽带调制



## 4.3.1 调频及调相信号

### ■ 几个参数的定义

$$s_{PM}(t) = A \cos[2\pi f_c t + K_p m(t)]$$

$$s_{FM}(t) = A \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau\right]$$

$$s_{AM}(t) = A[1 + a \cdot m_n(t)] \cos \omega_c t$$

### ■ PM系统

最大相偏： $\Delta\varphi_{\max} = \max[\varphi(t)] = K_p \max|m(t)|$

调制指数： $\beta_p = \Delta\varphi_{\max} = K_p \max|m(t)|$

### ■ FM系统

最大频偏： $\Delta f_{\max} = \max\left[\frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt}\right] = K_f \max|m(t)|$

调制指数： $\beta_f = \frac{\Delta f_{\max}}{W} = K_f \frac{\max|m(t)|}{W}$

$K_p$ : 相移常数

$K_f$ : 频移常数

### ■ AM系统

调制指数： $\beta_a = \frac{\max|m(t)|}{A}$

## 4.3.1 单音频信号的调制指数

例：基带信号  $m(t) = a \cdot \cos(2\pi f_m t)$ ，载波信号为  $A_c \cos(2\pi f_c t)$ ，写出PM/FM的信号表达式，并求调制指数。

1) PM:  $\phi(t) = k_p m(t) = k_p \cos(2\pi f_m t)$

$$s_{PM}(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + k_p a \cos(2\pi f_m t)]$$

单音频PM信号的调制指数为：  $\beta_p = k_p a$

$$\beta_p = \Delta\phi_{\max} = k_p \max|m(t)|$$

$$\beta_f = \frac{\Delta f_{\max}}{W} = \frac{k_f \max|m(t)|}{W}$$

2) FM:  $\phi(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau = \frac{k_f \cdot a}{f_m} \sin(2\pi f_m t)$

$$s_{FM}(t) = A_c \cos \left[ 2\pi f_c t + \frac{k_f \cdot a}{f_m} \sin(2\pi f_m t) \right]$$

单音频FM信号的调制指数为：  $\beta_f = \frac{k_f \cdot a}{f_m}$



## 4.3.2 角度调制信号的频谱特性

---

- 由于角度调制系统的非线性，对于简单的模拟信号的角度调制，在数学上也很难求出它的精确频谱特性
- 仅考虑单音频调制信号的频谱分析

## 4.3.2 正弦信号的角度调制

### ■ 对于正弦信号的调频和调相

$$s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)] = \operatorname{Re}\{A_c e^{j2\pi f_c t} e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)}\}$$

其中 $\beta$ 可能是 $\beta_p$ 或 $\beta_f$ .

$e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)}$ 是周期为 $T_m = 1/f_m$ 的周期函数，可展开为傅氏级数

$$C_n = \frac{1}{T_m} \int_0^{T_m} e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)} e^{-jn2\pi f_m t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{j(\beta \sin m - nm)} dm$$

其中, 第二个等式利用 $m = 2\pi f_m t$ ,  $C_n$ 为第一类 $n$ 阶贝塞尔函数 $J_n(\beta)$

$$e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{j2\pi n f_m t}$$

$$s(t) = \operatorname{Re}\{A_c e^{j2\pi f_c t} e^{j\beta \sin(2\pi f_m t)}\} = \sum_n A_c J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + n f_m)t]$$



## 4.3.2 正弦信号的角度调制

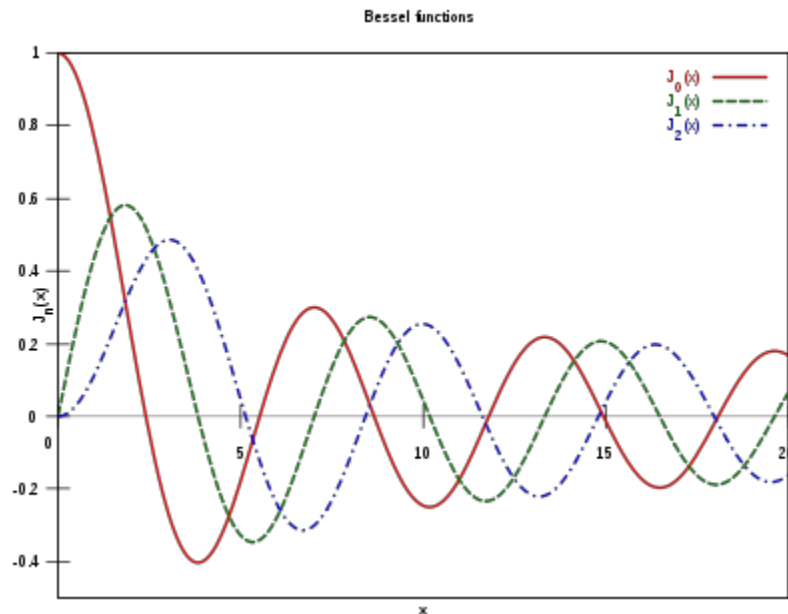
### ■ 贝塞尔函数的级数展开：

$$J_n(\beta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{\beta}{2}\right)^{n+2k}}{k!(k+n)!}$$

$$\beta \text{ 值很小时} : J_n(\beta) \simeq \frac{\beta^n}{2^n n!}$$

第一项， $n = 1$ ，即第一旁瓣，为主要分量

$$J_{-n}(\beta) = (-1)^n J_n(\beta)$$





## 4.3.2 正弦信号的角度调制

- 当调制信号是频率为 $f_m$ 的正弦信号时, 其角调信号含有 $f_c + nf_m$  ( $n = 0, \pm 1, \dots$ ) 的频率分量, 因而已调信号的带宽应是无穷的.
- $n$ 很大时,  $f_c + nf_m$ 分量的幅度很小, 可忽略
- 包含98%或99%的已调信号总功率的带宽是个有限值, 定义为有效带宽.



## 4.3.2 单频信号的卡松公式

例4.3.2:基带信号为 $\cos 20\pi t$ ,载波为 $10 \cos 2\pi f_c t$ ,调制指数为 $K_f = 50$ ,求FM信号的表达式,并确定含99%调制信号功率的谐波频率及有效带宽。

解: 
$$s_{FM}(t) = 10 \cos[2\pi f_c t + 2\pi K_f \int_{-\infty}^t \cos(20\pi\tau) d\tau]$$
$$= 10 \cos(2\pi f_c t + 5 \sin 20\pi t)$$

调制指数  $\beta_f = K_f \frac{\max |m(t)|}{f_m} = 5$

$$s_{FM}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c J_n(\beta) \cos[2\pi(f_c + n f_m)t]$$
$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} 10 J_n(5) \cos[2\pi(f_c + 10n)t]$$

为确保99%的总功率在有效带宽内,必须选择足够大阶数来近似

$$\sum_{n=-N}^N 50 J_n^2(5) \geq 0.99 * P_c = 0.99 * 50$$

也即:  $50[J_0^2(5) + 2 \sum_{n=1}^N J_n^2(5)] \geq 49.5$

查表可求得 $N = 6$ 时满足上式。

因而有效带宽为 $6 \times 10 \times 2 = 120\text{Hz}$

## 4.3.2 卡松公式

- 对于基带信号是任意的周期信号或对于一般的非周期信号或对于一般的非周期基带信号的角度调制, 其频谱分析复杂.
- **单一正弦信号**的角度调制信号的有效带宽计算近似公式

$$B_c = 2(\beta + 1)f_m$$

$\beta$ : 调制指数

$$B_c = \begin{cases} 2(K_p a + 1)f_m & PM \\ 2\left(\frac{K_f a}{f_m} + 1\right)f_m & FM \end{cases}$$

- 一般的**确定信号**的角度调制信号的有效带宽的计算: 卡松公式

$$B_c = 2(\beta + 1)W$$

$W$ 是基带信号带宽

- 由于宽带调频的  $\beta$  值约在5以上, 所以宽带调频信号的带宽比调幅信号的带宽宽的多.



## 4.3.2 角度调制信号的频谱特性

### ■ 角度调制与幅度调制的比较

- 幅度调制是线性调制，频谱只发生搬移；角度调制是非线性调制，频谱与基带信号相比发生了很大的变化
- 幅度调制信号带宽窄（一倍到两倍的基带信号带宽），是有效性高而可靠性差的调制；而角度调制带宽远大于基带信号带宽（使用大的调制指数时），是用大带宽（低有效性）换取高可靠性的调制

## 4.3.3 调频解调器

### ■ 普通鉴频器

- 先将调频信号变为调幅调频信号，使该调幅调频信号的幅度比例于调频信号的瞬时频率
- 然后利用一调幅解调器取其包络，恢复出原消息信号

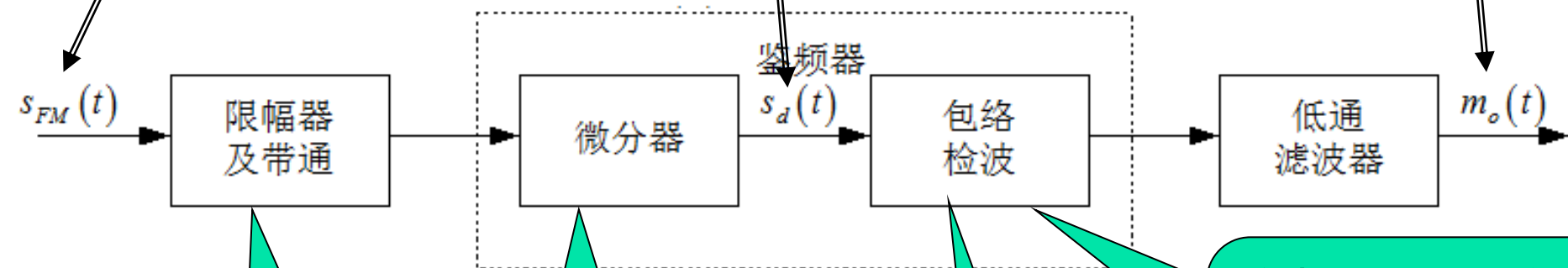


### 4.3.3 调频解调器

$$s_{FM}(t) = A_c \cos\left(2\pi f_c t + K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau\right)$$

$$m_o(t) \propto K_f m(t)$$

$$s_d(t) = -A_c [2\pi f_c + K_f m(t)] \sin\left(2\pi f_c t + K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau\right)$$



削去调频波在传输过程中引起的幅度变化部分，变成固定幅度

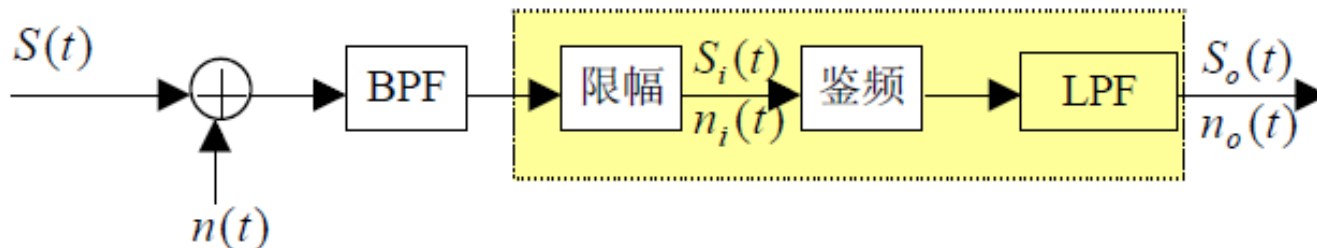
将幅度恒定的调频波变成调幅调频波

从幅度变化中检出调制信号

缺点：对于由信道噪声和其他原因引起的幅度起伏也有反应

## 4.5.1 角度调制的抗噪声性能(1)

### ■ 原理模型



### ■ 理想鉴频器

- 输入：带通信号  $r(t)$  的复包络  $r_L(t) = A(t)e^{j\theta(t)}$
- 输出：  $u(t) = \frac{\theta'(t)}{2\pi}$

### ■ 性能分析方法：高SNR下近似

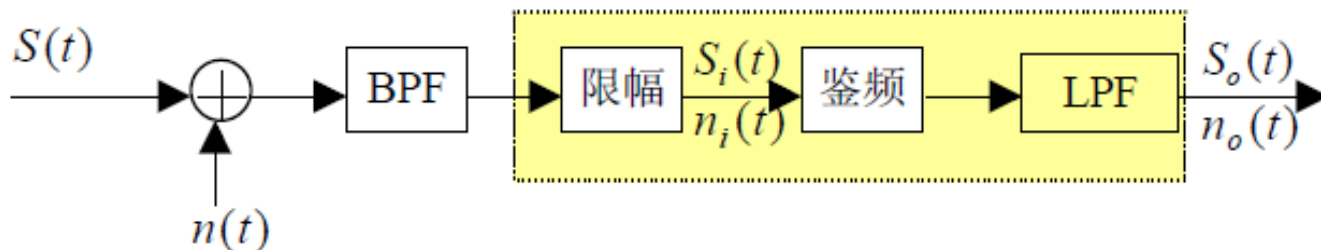
- 假设输出与输入信号及噪声是线性关系，满足叠加原理
- 分别求解单独输入信号或噪声时的输出功率，忽略它们之间的相互影响



## 4.5.1 角度调制的抗噪声性能(2)

### ■ 无噪声时

鉴频器输入:



$$r(t) = s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] = A_c \cos[2\pi f_c t + 2\pi K_f \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau]$$

$$\text{FM信号功率为: } P_R = \frac{A_c^2}{2}, \text{ 近似带宽为: } B = 2(\beta_f + 1)W, \beta_f = \frac{K_f |m(t)|_{\max}}{W}$$

鉴频器输出:

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} \phi(t) = K_f m(t) = \frac{\beta_f W}{|m(t)|_{\max}} m(t)$$

输出功率为:

$$S = \left( \frac{\beta_f W}{|m(t)|_{\max}} \right)^2 P_m = \frac{(\beta_f W)^2}{C_m}$$

$$C_m = \frac{|m(t)|_{\max}^2}{P_m} : \text{基带信号功率峰均比}$$

## 4.5.1 角度调制的抗噪声性能(3)

### ■ 无信号时

鉴频器输入： $r(t) = A_c \cos 2\pi f_c t + n_c(t) \cos 2\pi f_c t - n_s(t) \sin 2\pi f_c t$

其包络为： $r_L(t) = A_c + n_c(t) + jn_s(t) = A(t)e^{j\theta(t)}$

高SNR时  $\theta(t) = \text{atan} \frac{n_s(t)}{A_c + n_c(t)} \simeq \text{atan} \frac{n_s(t)}{A_c} \simeq \frac{n_s(t)}{A_c}$

鉴频器输出近似为： $u(t) \simeq \frac{n'_s(t)}{2\pi A_c}$

由 $F\{x'(t)\} = j2\pi f \cdot F\{x(t)\}$ ,  $P_{n_s}(f) = N_0 \text{Rect}(f/B)$ ,

可得 $n'_s(f)$ 的功率谱密度为： $P_{n'_s}(f) = (2\pi f)^2 N_0 \text{Rect}(f/B)$

输出噪声功率为： $N = \int_{-W}^W \frac{(2\pi f)^2 N_0}{(2\pi A_c)^2} df = \frac{2N_0 W^3}{3A_c^2} = \frac{N_0 W^3}{3P_R}$

FM解调输出SNR为： $\left(\frac{S}{N}\right)_0 = \frac{3\beta_f^2}{C_m} \frac{P_R}{N_0 W}$

## 4.5.1 角度调制的抗噪声性能(4)

FM解调输出SNR为：
$$\left(\frac{S}{N}\right)_O = \frac{3\beta_f^2}{C_m} \frac{P_R}{N_0 W}$$

1. 高SNR时， $\beta$ 越大， $B = 2(\beta_f + 1)W$ 越大，输出SNR越大
2. 随着 $\beta$ 的持续增大，鉴频器输入端的SNR变小(噪声能量增大而信号能量不变)，近似分析不成立，信号将淹没在噪声中，输出SNR急剧下降：门限效应
3. 发射功率增大，输出SNR增大，但AM/FM增大的机理不一样  
AM: 直接增加解调器输出中的信号功率，从而SNR增加  
FM: 不改变解调器输出中的信号功率(相位信息)，但减少了噪声功率

输出信号功率为：
$$S = \frac{(\beta_f W)^2}{C_m}$$

输出噪声功率为：
$$N = \frac{2N_0 W^3}{3A_c^2} = \frac{N_0 W^3}{3P_R}$$



## 4.6 频分复用

---

- 复用：将若干个彼此独立的信号合并为一个复接信号，在一个公共信道上传输
  - 频分复用（FDM）：按频率区分信号
  - 时分复用（TDM）：按时间区分信号
  - 空分复用（SDM）：按空间角度区分信号
  - 码分多址（CDMA）：按正交码区分用户



## 4.6 频分复用

---

- 复用：将若干个彼此独立的信号合并为一个复接信号，在一个公共信道上传输
  - 频分复用（FDM）：按频率区分信号
  - 时分复用（TDM）：按时间区分信号
  - 空分复用（SDM）：按空间角度区分信号
  - 码分多址（CDMA）：按正交码区分用户



## 4.6 频分复用

---

- 复用：将若干个彼此独立的信号合并为一个复接信号，在一个公共信道上传输
  - 频分复用（FDM）：按频率区分信号
  - 时分复用（TDM）：按时间区分信号
  - 空分复用（SDM）：按空间角度区分信号
  - 码分多址（CDMA）：按正交码区分用户