

7.17 线极化均匀平面波在空气中的波长是  $\lambda_0=60\text{m}$ 。当它沿  $z$  方向进入海水中垂直向下传播时，已知水面下  $1\text{m}$  处  $\mathbf{E} = \mathbf{e}_x \cos \omega t \text{ V/m}$ 。求海水中任一点  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$  的瞬时式及相速、波长。 海水  $\sigma = 4 \text{ S/m}$ 。  $\varepsilon_r = 80$ ，  $\mu_r = 1$ 。

分析：本题的特点是：不仅电场和磁场之间有相位差，电场还有初相位。

电磁场在损耗媒质中的一般表示式  $\mathbf{E} = \mathbf{e}_x E_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi_e)$

$$\mathbf{H} = \mathbf{e}_y \frac{E_0}{|\eta^e|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi_e + \phi^e)$$

解：（1）波的频率

空气中波长  $\lambda_0=60\text{m}$

$$f = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \times 10^8}{60} = 5 \times 10^6 \text{ Hz} \quad \text{角频率 } \omega = 2\pi f$$

（2）传输参数

当  $f = 5 \times 10^6 \text{ Hz}$  时

$$\frac{\sigma}{\omega \varepsilon} = \frac{\sigma}{2\pi f \varepsilon_r \varepsilon_0} = \frac{4 \times 36\pi \times 10^9}{2\pi \times 5 \times 10^6 \times 80} = 1.8 \times 10^2 > 100 \quad \text{海水可视为良导体}$$

故

$$\alpha = \sqrt{\pi f \mu \sigma} = \sqrt{\pi \times 5 \times 10^6 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 4} = 8.89 \text{ Np/m}$$

$$\beta = \alpha = 8.89 \text{ rad/m}$$

海水中的相速度和波长

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi \times 5 \times 10^6}{8.89} = 3.53 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = 0.707 \text{ m}$$

（3）海水中电磁场表示式

电场  $\mathbf{E} = \mathbf{e}_x E_0 e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi_e)$  其中  $\phi_e$  为初相

由题意，在  $z=1\text{m}$  处， 有  $E = E_0 e^{-\alpha} \cos(\omega t - \beta + \phi_e) = \cos \omega t$

$$\text{故 } E_0 e^{-\alpha} = 1 \quad -\beta + \phi_e = 0$$

则  $E_0 = e^\alpha = e^{8.89} = 7259 \text{ V/m}$  ,  $\phi_e = \beta = 8.89 \text{ rad}$

故  $\mathbf{E} = \mathbf{e}_x 7259 e^{-8.89z} \cos(10^7 \pi t - 8.89z + 8.89) \text{ V/m}$

又  $\mathbf{H} = \mathbf{e}_y \frac{E_0}{|\eta^e|} e^{-\alpha z} \cos(\omega t - \beta z + \phi_e + \phi^e)$

式中

$$\eta^e = (1+j) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}} = (1+j) \sqrt{\frac{2\pi \times 5 \times 10^6 \times 4\pi \times 10^{-7}}{2 \times 4}} = \pi e^{j\frac{\pi}{4}}$$

则

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{e}_y \frac{7259}{\pi} e^{-8.89z} \cos\left(10^7 \pi t - 8.89z + 8.89 - \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \mathbf{e}_y 2310 e^{-8.89z} \cos(10^7 \pi t - 8.89z + 8.10) \text{ A/m;} \end{aligned}$$

讨论：(1) 损耗媒质中，波阻抗为复数，复角就是电场，磁场之间的相角差。  
良导体中，磁场落后电场  $\pi/4$  (2) 良导体中，波速度变慢，波长变短。本题中波速和波长几乎是空气中的  $1/100$  (3) 良导体中，电磁波衰减很快。本题中  $1\text{MHz}$  的电磁波进入海中才 1 米，电场振幅由 7259 伏/米减到 1 伏/米。由此可见海水下通信不能用一般的电磁波。

7.18 海水的电导率  $\sigma = 4 \text{ S/m}$ ,  $\varepsilon_r = 8$ ,  $\mu_r = 1$ ，求工作频率为  $10\text{KHz}$ ,  $1\text{MHz}$ ,  $10\text{MHz}$ ,  $1\text{GHz}$  的电磁波在海水中的波长、衰减常数和波阻抗。

分析：波在中的传输参量不仅与媒质参量有关，还与工作频率有关。计算时先要

求损耗角正切  $\sigma/\omega\varepsilon$  以判别媒质类型。

解：  $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} = \frac{\sigma}{2\pi f \varepsilon_r \varepsilon_0} = \frac{4 \times 36\pi}{f \times 2\pi \times 8} \times 10^9 = \frac{9}{f} \times 10^9$

当  $f < 10^8 \text{ Hz}$  时，满足  $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} > 100$ ，海水可视为良导体。

此时  $\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \sigma}{2}} = \sqrt{\pi f \mu_0 \sigma} = 4\pi \sqrt{f \times 10^{-7}}$

$$\eta^e = (1+j) \sqrt{\frac{\pi f \mu_0}{\sigma}} = (1+j) \pi \sqrt{10^{-7} f}$$

工作频率 f	$\alpha = 4\pi\sqrt{f \times 10^{-7}}$	$\lambda = 2\pi/\beta$ (m)	$\eta^e$ ( $\Omega$ )
10KHz	$0.126\pi$	15.87m	$0.0316\pi (1+j)$
1MHz	$1.26\pi$	1.587m	$0.316\pi (1+j)$
10MHz	$4\pi$	0.5	$\pi (1+j)$

当  $f = 100\text{MHz}$  以上时，海水不能再视为良导体，此时

$$\alpha = 2\pi f \sqrt{\frac{\mu_0 \epsilon_r \epsilon_0}{2} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{2\pi f \epsilon_r \epsilon_0} \right)^2} - 1 \right]}$$

$$\beta = 2\pi f \sqrt{\frac{\mu_0 \epsilon_r \epsilon_0}{2} \left[ \sqrt{1 + \left( \frac{\sigma}{2\pi f \epsilon_r \epsilon_0} \right)^2} + 1 \right]}$$

$$\eta^e = \frac{\eta}{\sqrt{1 - j \frac{\sigma}{2\pi f \epsilon_r \epsilon_0}}}$$

其中

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_r \epsilon_0}} = \frac{120\pi}{\sqrt{8}} = 133.29(\Omega)$$

(1)  $\epsilon_r = 8$ 的情况:

$$f=1\text{GHz} \text{ 时, } \alpha = 37.7\pi \quad (\text{Np/m}), \quad \beta = 42.3\pi \quad (\text{rad/m}),$$

$$\lambda = 0.05\text{m}, \quad \eta^e = 133 / \sqrt{1 - j \times 9} \quad (\Omega)。$$

(2)  $\epsilon_r = 81$ 的情况:

$$f=1\text{GHz} \text{ 时, } \alpha = 24.65\pi \quad (\text{Np/m}), \quad \beta = 2\pi \times 32.4 \quad (\text{rad/m}) \quad (\text{都是约等值})$$

$$\lambda = 0.03\text{m}, \quad \eta^e = 42 / \sqrt{1 - j \times 0.89} \quad (\Omega)$$

讨论: (1) 同一种损耗媒质在不同工作频率时, 呈现不同导电性能。(2) 电磁波在海水中有很大的损耗, 一般频率的电磁波不可以用作海水下通信, 需要用声纳。