一．选择填空

(1)若信息速率是 R_b=10kb/s，则单极性不归零码的主瓣带宽是___B__kHz，半占空的双极性归零码的主瓣带宽是___C___kHz。

(A) 5 (B) 10 (C) 20 (D) 40

(2)若基带传输系统的信道带宽是 W=1kHz，则无码间干扰传输的最高速率是___C__ k 波特，此时的频带利用率是___C__波特/Hz。

(A) 1/2 (B) 1 (C) 2 (D) 4

(3)二进制基带传输系统的数据速率是 2kb/s，若采用滚降系数为 0.5 的升余弦滚降，所需的信道带宽将是__B___ kHz。

(A) 1 (B) 1.5 (C) 2 (D) 3

(4)某基带传输系统的发送滤波器、信道和接收滤波器的总传递函数$H(f)$如图 1 所示，该系统无码间干扰传输时的最高符号速率是__D__ M 波特。

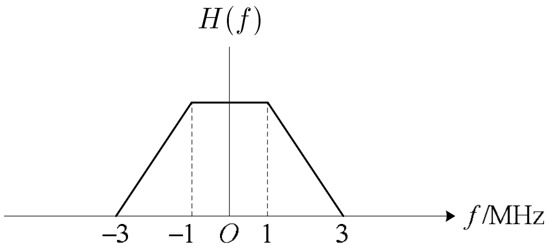


图 1

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

(5)八进制 PAM 系统的符号速率是 1000 波特，对应二进制数据速率是__C__b/s。

(A) 1000 (B) 2000 (C) 3000 (D) 8000

(6)FM 的调制指数是β，基带调制信号的带宽是 W，则已调信号的带宽近似为__D____。

(A) $2W/\beta$ (B) $(\beta+1)W$ (C) $2\beta+W$ (D) $2(\beta+1)W$

(7)对于相同的基带调制信号$m(t)$，以下调制方式中，占用带宽最小的是__C___，最大的是__D___。

(A) 调幅指数为 0.5 的 AM (B) VSB

(C) SSB (D) 调频指数为 5 的 FM

(8)设$n(t)=n_c(t)\cos(2\pi f_c t)-n_s(t)\sin(2\pi f_c t)$是窄带平稳高斯过程，已知$n_c(t)$的功率是 1mW，则 $n(t)$的功率是___B___mW。

(A) 1/2 (B) 1 (C) 2 (D) 4

(9)可将希尔伯特变换看作一线性系统，其单位冲激响应是$h(t)=\frac{1}{\pi t}$，其传递函数为___A_____。

(A) $H(f)=\begin{cases}-\mathrm{j}, & f>0\\ \mathrm{j}, & f<0\end{cases}$　　(B) $H(f)=\begin{cases}\mathrm{j}, & f>0\\ -\mathrm{j}, & f<0\end{cases}$

(C) $H(f)=-\mathrm{j},-\infty<f<\infty$　　(D) $H(f)=\mathrm{j},-\infty<f<\infty$

(10)图 2 中的$s(t)=\cos[2\pi f_c t+\phi(t)]$是 FM 信号，$n_w(t)$是功率谱密度为 $N_0/2$ 的加性白高斯噪声。在有用信号的频带范围内，a 点噪声的双边功率谱密度是___A___，b 点噪声的功率谱密度是____C_____。

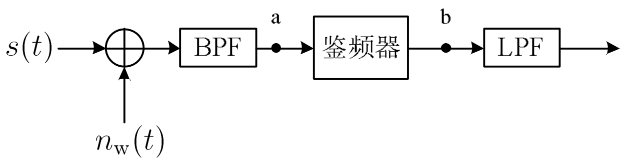
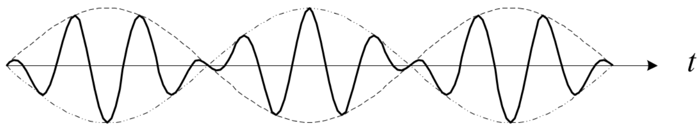
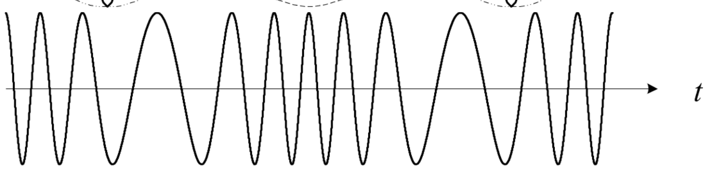


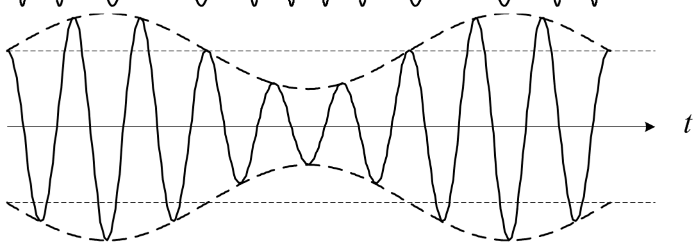
图 2

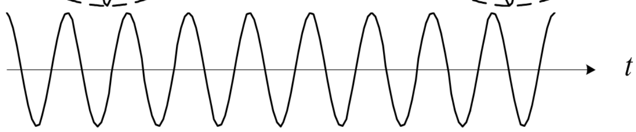
(A) $N_0/2$　　(B) N_0　　(C) $N_0 f^2$　　(D) N_0/f^2

(11)假设基带模拟调制信号$m(t)$是单音正弦波，下列波形图中，___A___是 DSB-SC，__B___是 FM，___C__是 AM，___D__是 SSB。

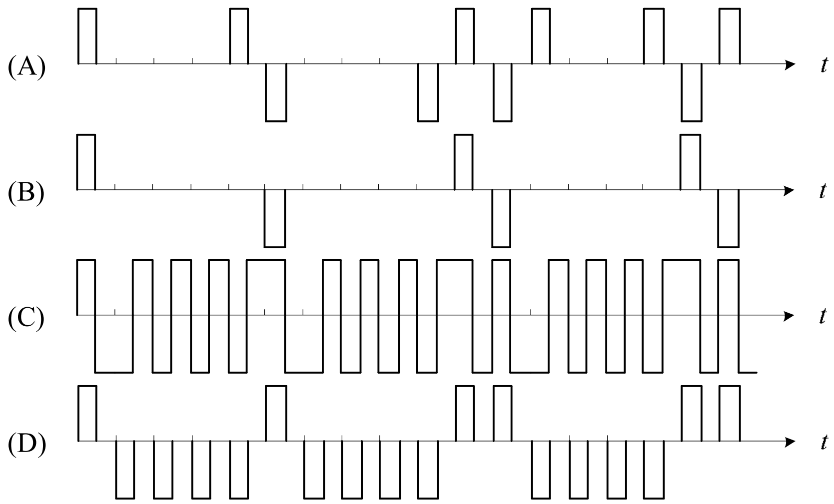
(A)


(B)


(C)


(D)


(12)下列波形图中，___A___是 HDB3 码，__C___是数字双相码（Manchester 码）__B____是 AMI 码，___D___是双极性归零码。



(13)设有 PAM 信号$s(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t-nT_{\rm s})$，其中$g(t)$的能量谱密度$E_g(f)$在$f=k/T_{\rm s}$处为零（$k$ 是所有非零的整数），$\{a_n\}$是均值为 1 的平稳序列，则$s(t)$的功率谱中___B___。

(A) 有直流分量，有$1/T_{\rm s}$分量　　(B) 有直流分量，无$1/T_{\rm s}$分量
(C) 无直流分量，无$1/T_{\rm s}$分量　　(D) 无直流分量，有$1/T_{\rm s}$分量

(14)下图是在理想限带及加性白高斯噪声信道条件下数字 PAM 信号的最佳基带传输系统，已知该系统的总体响应$X(f)$是一个滚降系数为$\alpha>0$的升余弦滚降传递函数。不考虑绝对时延，则发送滤波器和接收滤波器的关系是__B__。

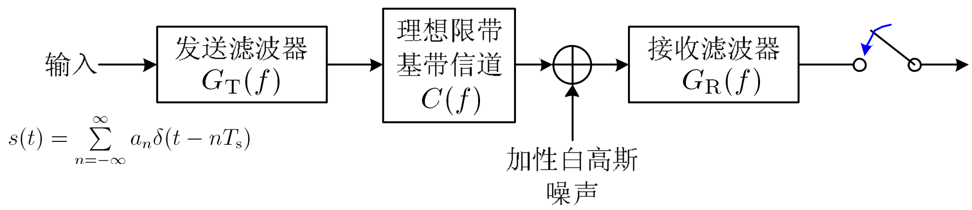


图 3

(A) $G_{\rm T}(f)G_{\rm R}(f)=$常数　　(B) $G_{\rm T}(f)=G_{\rm R}(f)$
(C) $G_{\rm T}(f)=\sqrt{G_{\rm R}(f)}$　　(D) $G_{\rm R}(f)=\sqrt{G_{\rm T}(f)}$

(15)设$X(t)=A\sin(\omega_{\rm c}t+\frac{\pi}{4})+n(t)$，其中$n(t)=n_{\rm c}(t)\cos\omega_{\rm c}t-n_{\rm s}(t)\sin\omega_{\rm c}t$是零均值平稳窄带高斯噪声，$A$ 是一个充分大的常数。下列说法中最正确的是___D___。

(A) $X(t)$的复包络服从莱斯分布　　(B) $X(t)$的复包络服从瑞利分布
(C) $X(t)$的包络服从瑞利分布　　(D) $X(t)$的包络服从高斯分布

(16)设双极性 NRZ 信号在$[0,T_{\mathrm{b}}]$内发送$s_1(t)=+A$的概率是$P(s_1)$，发送$s_2(t)=-A$的概率是$P(s_2)$。接收端利用低通滤波器进行接收，假设低通滤波器对发送信号近似无失真，输出噪声功率是σ_n^2。接收端在每个符号的中间采样，然后通过与门限 V_{T} 比较来进行判决。能使判决错误率最小的判决门限应取为___B___。

(A) $\frac{\sigma_n^2}{2A}\ln\frac{P(s_1)}{P(s_2)}$ (B) $\frac{\sigma_n^2}{2A}\ln\frac{P(s_2)}{P(s_1)}$

(C) $\frac{\sigma_n^2}{2A}\ln[P(s_1)-P(s_2)]$ (D) $\frac{\sigma_n^2}{2A}\ln[P(s_1)\cdot P(s_2)]$

二. 图 4 中$m(t)=2\cos 200\pi t+\cos 400\pi t$，$f_{\mathrm{c}}$=1000Hz，LPF 的截止频率为 250Hz。

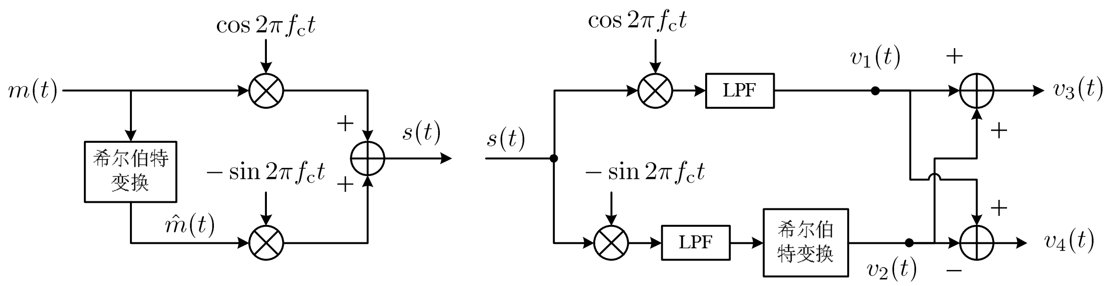


图 4

(1)写出图中$\hat{m}(t)$的表达式。
(2)写出$s(t)$的复包络$s_{\mathrm{L}}(t)$表达式及其傅里叶变换$S_{\mathrm{L}}(f)$表达式。
(3)画出$s(t)$的功率谱密度图。
(4)写出图中$v_1(t),v_2(t),v_3(t),v_4(t)$的表达式。

解：(1)希尔伯特变换是实信号移相 90°，因此

$$\hat{m}(t)=2\sin 200\pi t+\sin 400\pi t$$

(2)由图可知已调信号$s(t)$的 I 路是$m(t)$，Q 路是$\hat{m}(t)$，因此其复包络为

$$s_{\mathrm{L}}(t)=m(t)+\mathrm{j}\hat{m}(t)=2\mathrm{e}^{\mathrm{j}200\pi t}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}400\pi t} \tag{1}$$

对上式做傅氏变换得到

$$S_{\mathrm{L}}(f)=2\delta(f-100)+\delta(f-200)$$

(3)任意形如$A\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_0 t+\phi)}$的信号的功率是$A^2$，其功率完全聚集在频率轴的$f=f_0$一点上。功率谱密度的面积是功率，故此$A\cdot\mathrm{e}^{\mathrm{j}(2\pi f_0 t+\phi)}$的功率谱密度是$A^2\delta(f-f_0)$。

根据式(1)可以看出，$s_{\mathrm{L}}(t)$的功率谱密度为

$$P_{\mathrm{L}}(f)=4\delta(f-100)+\delta(f-200)$$

$s(t)$的功率谱密度的正频率部分是$P_{\mathrm{L}}(f)$右移并除以 4，负频率部分与正频率部分对称，据此可以画出$s(t)$的功率谱密度如图 5 所示。

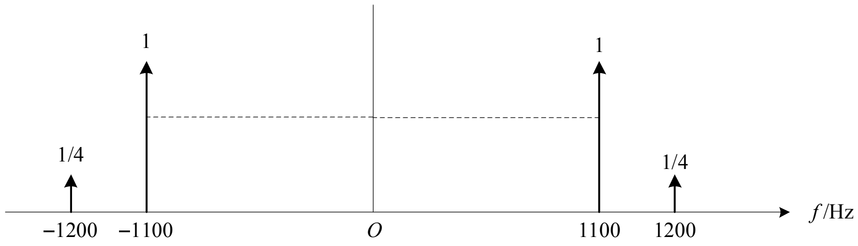


图 5

(4)图 4 的解调器中，I 路 LPF 输出是$\frac{1}{2}m(t)$；Q 路 LPF 输出是$\frac{1}{2}\hat{m}(t)$。$\frac{1}{2}\hat{m}(t)$经过希尔伯特变换后成为$-\frac{1}{2}m(t)$。因此图中的所求信号为

$$
\begin{aligned}
v_1(t) &= \frac{1}{2}m(t) = \cos 200\pi t + \frac{1}{2}\cos 400\pi t \\
v_2(t) &= -\frac{1}{2}m(t) = -\cos 200\pi t - \frac{1}{2}\cos 400\pi t \\
v_3(t) &= 0 \\
v_4(t) &= m(t) = 2\cos 200\pi t + \cos 400\pi t
\end{aligned}
$$

三．已知$m(t)$的自相关函数为$R_m(\tau) = \frac{9\sin 10000\pi\tau}{10000\pi\tau}$，$\max\{|m(t)|\} = 6$，对载波进行调幅指数为 0.5 的 AM 调制后得到$s(t) = [A_{\mathrm{c}} + m(t)]\cos(2\cdot 10^6\pi t)$，然后通过信道传输。接收端的解调框图如图 6 所示，其中 $n_{\mathrm{w}}(t)$是功率谱密度为 $N_0/2$ 的加性白高斯噪声，LPF 的截止频率等于$m(t)$的带宽。

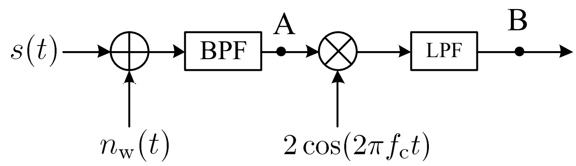


图 6

(1)求该 AM 信号的调幅效率。

(2)假设带通滤波器 BPF 能使信号 $s(t)$无失真通过，同时能最大限度地抑制噪声，试画出 BPF 的传递函数图。

(3)求 A 点 AM 信号的功率及噪声的功率。

(4)求 B 点有用信号功率（不计入直流的功率）及噪声的功率。

解：(1) 已知调幅指数为$\frac{1}{2}$，故有$\frac{6}{A_{\mathrm{c}}} = \frac{1}{2}$，从而求得$A_{\mathrm{c}} = 12$。$m(t)$的功率为$R_m(0) = 9$。因此调制效率为$\eta = \frac{9}{12^2+9} = \frac{1}{17}$。

(2)$m(t)$的带宽是 5kHz，$s(t)$是双边带调制，其中心频率是 1MHz，带宽是 10kHz。因此，所求 BPF 应当是一个中心频率为 1MHz，带宽为 10kHz 的理想带通滤波器，如图 7 所示。

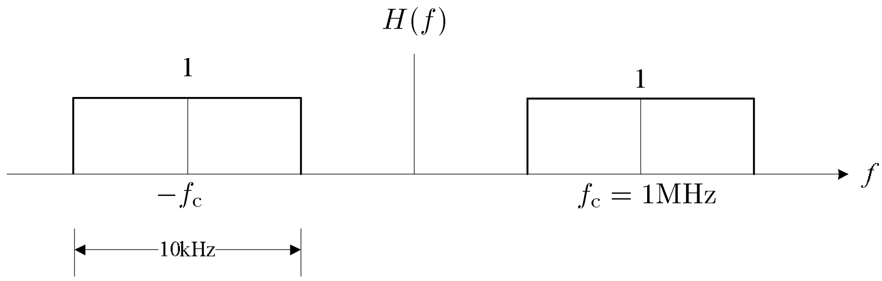


图 7

(3)A 点信号是 $[A+m(t)]\cos(2\cdot 10^6\pi t)+n(t)$，其中 AM 信号的功率是 $P_s=\frac{A_{\mathrm{c}}^2+P_m}{2}=\frac{12^2+9}{2}=76.5$。噪声$n(t)$的功率是$P_n=N_0B=10000N_0$

(4)B 点输出是$A_{\mathrm{c}}+m(t)+n_{\mathrm{c}}(t)$，其中有用信号$m(t)$的功率是 9，噪声$n_{\mathrm{c}}(t)$是$n(t)$的同相分量。根据窄带噪声的性质，$n_{\mathrm{c}}(t)$与$n(t)$功率相同，均为 $10000N_0$

四 . 图 8 中序列 $\{b_n\}$ 的元素以独立等概方式取值于± 1。$a_n=b_n+b_{n-1}$，$g(t)=\mathrm{sinc}\left(\frac{t}{T_{\mathrm{b}}}\right)=\frac{\sin\frac{\pi t}{T_{\mathrm{b}}}}{\frac{\pi t}{T_{\mathrm{b}}}}$。

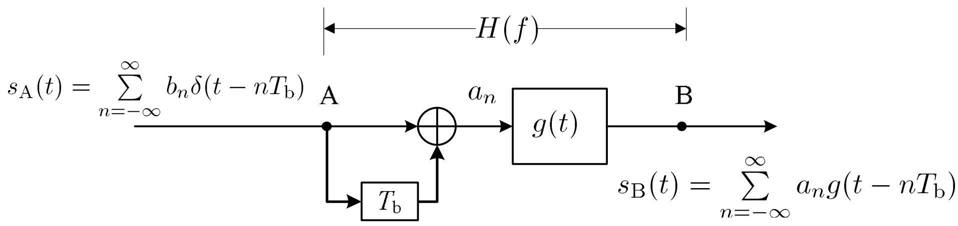


图 8

(1)求序列$\{a_n\}$的自相关函数$R_a(m)=E[a_na_{n+m}]$。
(2)写出 A 点信号$s_{\mathrm{A}}(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}b_n\delta(t-nT_{\mathrm{b}})$的功率谱密度。
(3)求 A 点到 B 点的传递函数$H(f)$及对应的冲激响应$h(t)$。
(4)求 B 点信号$s_{\mathrm{B}}(t)=\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty}a_ng(t-nT_{\mathrm{b}})$的功率谱密度。
(5)求$Z(f)=\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty}H\left(f-\frac{m}{T_{\mathrm{b}}}\right)=?$

解：(1) 序列$\{a_n\}$的自相关函数为

$$\begin{aligned}R_a(m)&=\mathsf{E}[a_na_{n+m}]=\mathsf{E}[(b_n+b_{n-1})(b_{n+m}+b_{n+m-1})]\\&=\mathsf{E}[b_nn_{n+m}+b_nb_{n+m-1}+b_{n-1}b_{n+m}+b_{n-1}b_{n+m-1}]\\&=\mathsf{E}[b_nn_{n+m}]+\mathsf{E}[b_nb_{n+m-1}]+\mathsf{E}[b_{n-1}b_{n+m}]+\mathsf{E}[b_{n-1}b_{n+m-1}]\end{aligned}\tag{2}$$

由于$\{b_n\}$的元素以独立等概方式取值于±1，故

$$R_b(m) = \mathsf{E}[b_i b_j] = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \tag{3}$$

将(3)代入(2)后得到

$$R_a(m) = \begin{cases} 2, & m = 0 \\ 1, & m = \pm 1 \\ 0, & |m| > 1 \end{cases}$$

(2)A 点信号$s_{\mathrm{A}}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta(t - nT_{\mathrm{b}})$是一个以$\delta(t)$为脉冲的 PAM 信号。由于序列$\{b_n\}$是零均值的独立序列，其方差为$\sigma_b^2 = 1$，故 A 点信号的功率谱密度是

$$P_{\mathrm{A}}(f) = \frac{\sigma^2}{T_{\mathrm{b}}} |\mathscr{F}[\delta(t)]|^2 = \frac{1}{T_{\mathrm{b}}}$$

(3)在 A 点施加一个单位冲激，则 B 点输出就是冲激响应$h(t)$。从图中可以看出

$$h(t) = g(t) + g(t - T_{\mathrm{b}}) = \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T_{\mathrm{b}}}\right) + \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T_{\mathrm{b}}} - 1\right)$$

对应的传递函数为

$$H(f) = (1 + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f T_{\mathrm{b}}}) G(f) = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi f T_{\mathrm{b}}} \cdot 2\cos(\pi f T_{\mathrm{b}}) G(f) \tag{4}$$

其中的$G(f)$是$g(t) = \operatorname{sinc}\left(\frac{t}{T_{\mathrm{b}}}\right)$的傅氏变换，为

$$G(f) = \begin{cases} T_{\mathrm{b}}, & |f| \leq \frac{1}{2T_{\mathrm{b}}} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

因此

$$H(f) = \begin{cases} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi f T_{\mathrm{b}}} \cdot 2T_{\mathrm{b}} \cos(\pi f T_{\mathrm{b}}), & |f| \leq \frac{1}{2T_{\mathrm{b}}} \\ 0, & \text{else} \end{cases} \tag{5}$$

(4)B 点信号是 A 点信号通过线性系统$H(f)$后的输出，故其功率谱密度为

$$\begin{aligned} P_{\mathrm{B}}(f) &= P_{\mathrm{A}}(f) |H(f)|^2 \\ &= \begin{cases} 4T_{\mathrm{b}} \cos^2(\pi f T_{\mathrm{b}}), & |f| \leq \frac{1}{2T_{\mathrm{b}}} \\ 0, & \text{else} \end{cases} \end{aligned}$$

(5)【解一】$\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} H\left(f-\frac{m}{T_b}\right)$是$f$的周期函数，周期为 $1/T_b$。在其中的一个周期$[-\frac{1}{2T_b},\frac{1}{2T_b}]$内是就是$H(f)$，根据式(4)是$T_b[1+e^{-j2\pi fT_b}]$。而这个又正好是周期为 $1/T_b$ 的周期函数，所以

$$Z(f)=T_b[1+e^{-j2\pi fT_b}],\quad -\infty<f<\infty \tag{6}$$

【解二】$\frac{1}{T_b}\sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} H\left(f-\frac{m}{T_b}\right)$是$h(t)$的理想采样$\sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} h(nT_b)\delta(t-nT_b)$的傅里叶变换。今$h(t)=g(t)+g(t-T_b)=\text{sinc}\left(\frac{t}{T_b}\right)+\text{sinc}\left(\frac{t}{T_b}-1\right)$，其理想采样是$\delta(t)+\delta(t-T_b)$，其傅氏变换乘以 T_b 后为(6)。

【解三】将式中的f代为$f-\frac{m}{T_b}$：

$$H\left(f-\frac{m}{T_b}\right)=G\left(f-\frac{m}{T_b}\right)\left[1+e^{j2\pi\left(f-\frac{m}{T_b}\right)T_b}\right]=G\left(f-\frac{m}{T_b}\right)\left(1+e^{j2\pi fT_b}\right) \tag{7}$$

上式两边对 m 求和：

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} H\left(f-\frac{m}{T_b}\right)=\left(1+e^{j2\pi fT_b}\right)\sum_{m=-\infty}^{\infty} G\left(f-\frac{m}{T_b}\right) \tag{8}$$

$G(f)$是宽度为$\frac{1}{T_b}$，高度为T_b的矩形，其平移叠加$\sum_m G(f-\frac{m}{T_b})$形成一条高度为$T_b$的直线。因此式(8)右边等于式(6)右边。

五．图 9 中，$s_1(t)=Ag(t)$和$s_2(t)=-Ag(t)$等概出现（$A>0$），$n_w(t)$是功率谱密度为 $N_0/2$ 的加性白高斯噪声，$r(t)$经过冲激响应为$h(t)=g(t)$的滤波器后成为$y(t)$，对其在t_0（$0\le t_0\le 1$）时刻采样得到$l=y(t_0)$，判决规则是：l的极性为正（负）判发送的是s_1（s_2）。

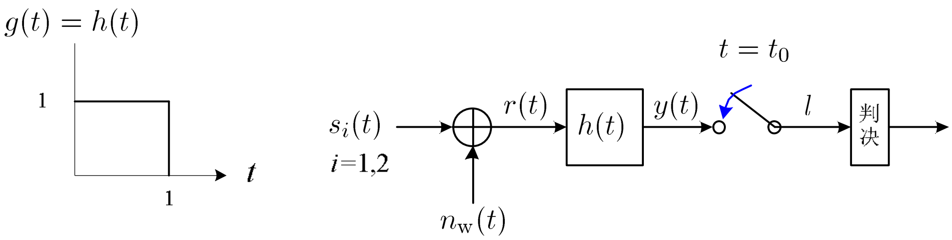


图 9

(1)假设发送$s_1(t)$，画出无噪声情况下$y(t)$的图形。
(2)求发送 $s_1(t)$条件下，l 的均值与方差。
(3)求平均判决错误率 P_e。

(4)令Δ表示t_0与最佳取样时刻的偏差的绝对值。固定 N_0 和目标错误率 P_e，则需要的发送信号能量$E_b = A^2$将是Δ的函数。若已知$\Delta = 0$时需要的能量为 E_0，试画出函数$E_b(\Delta)$在区间[0,0.5]内的图形。

解：(1)$Ag(t)$与$h(t) = g(t)$卷积的结果是一个三角脉冲，如图 10 所示。

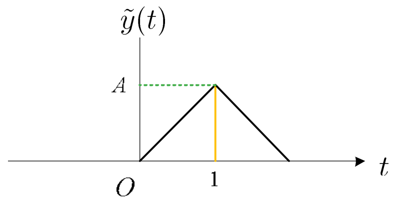


图 10

(2)发送 $s_1(t)$时，取样前的信号是

$$y(t) = \tilde{y}(t) + n(t)$$

其中的$\tilde{y}(t)$就是图 10 中的信号。$n(t)$是加性白高斯噪声通过滤波器后的输出，在任意时刻$n(t)$都是均值为 0、方差为$\sigma^2 = \frac{N_0}{2} E_h = \frac{N_0}{2}$的高斯随机变量。

在t_0时刻（$0 \leq t_0 \leq 1$）采样后得到

$$l = y(t_0) = At_0 + n(t_0)$$

其均值为At_0，方差为 $N_0/2$。

(3)发送$s_1(t)$条件下，若$l < 0$则判决出现错误，其概率为

$$P(\mathrm{e}|s_1) = \Pr\{l < 0\} = \Pr\{n(t_0) < -At_0\} = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\frac{At_0}{\sqrt{2\sigma^2}}\right) = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2 t_0^2}{N_0}}\right)$$

根据对称性可知$P(\mathrm{e}|s_2) = P(\mathrm{e}|s_1)$，故平均判决错误率为

$$P_e = \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\left(\sqrt{\frac{A^2 t_0^2}{N_0}}\right)$$

(4)最佳采样时刻是 1，$t_0 = 1 - \Delta$。由于目标误比特率固定，N_0固定，因此$A^2 t_0^2 = E_b t_0^2$应为常数：

$$E_b t_0^2 = \mathrm{constant} \tag{9}$$

已知$t_0 = 1$时$E_b = E_0$，故

$$E_{\mathrm{b}} t_0^2 = E_0 \tag{10}$$

$$E_b = \frac{E_0}{t_0^2} = \frac{E_0}{(1-\Delta)^2} \tag{11}$$

图 11 是式(11)的图形。

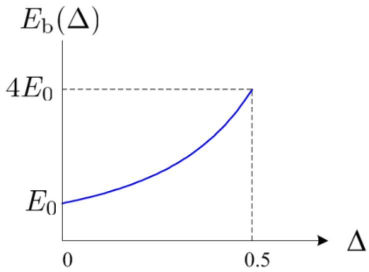


图 11