



第四章 模拟通信系统(1)

信息与通信工程学院
无线信号处理与网络实验室(WSPN)
智能计算与通信研究组 (IC²)

彭岳星

yxpeng@bupt.edu.cn

6119 8066 ext.2



4.1 引言

■ 基带信号 vs. 频带信号

- 频谱在 $f = 0$ 附近 v.s. 频谱远离零频

■ 调制

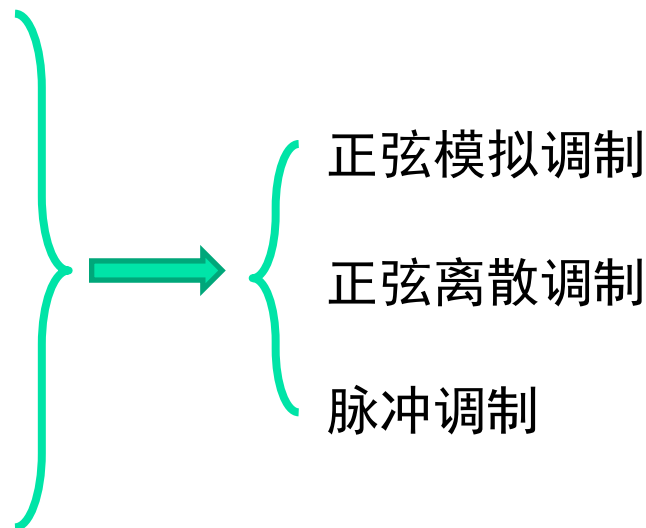
- 目的：适合信道传输；
- 方式：按调制信号的变化规律去改变载波的某些参数；
- 作用：频谱搬移；多路复用；有效性与可靠性

■ 调制信号

- 模拟调制：连续取值；
- 数字调制：离散取值；

■ 载波

- 正弦波调制；
- 脉冲调制；





4.1 引言

调制信号: $c(t) = A(t) \cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$

其中, $A(t)$:载波幅度; f_c : 载波频率; $\phi(t)$:载波相位

■ 调制: 用载波 $c(t)$ 承载信号 $m(t)$, 实现频谱搬移

■ 方法: 用 $m(t)$ 控制载波参量 \longrightarrow 幅度调制, 线性调制

■ 调幅AM: 用 $m(t)$ 控制载波幅度

■ 调频FM: 用 $m(t)$ 控制载波频率

■ 调相PM: 用 $m(t)$ 控制载波相位

} 角度调制, 非线性调制



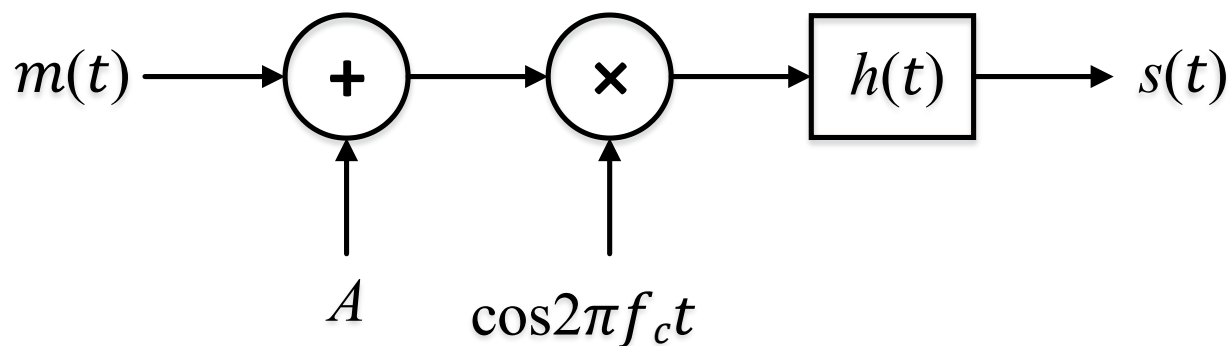
4.1 引言

- 本章内容

- 三种调制（AM，FM和PM）的信号表示、频谱分析、调制实现、解调方法、性能分析
- 多路信号的FDM

4.2 幅度调制

- AM：用模拟基带信号 $m(t)$ 去控制高频载波信号 $c(t)$ ，使其幅度按照调制信号的规律而变化的过程
- AM的一般模型



- 调制信号 $m(t)$ 的频谱为 $M(f)$ ，冲激响应为 $h(t)$ 的滤波器特性为 $H(f)$ ，已调制信号的时域和频率表达式为：

$$s(t) = \{[m(t) + A]\cos 2\pi f_c t\} * h(t)$$

$$S(f) = \frac{1}{2}[M(f \pm f_c) + A \cdot \delta(f \pm f_c)]H(f)$$



4.2 幅度调制

■ AM方法

- 双边带抑制载波调幅 (DSB-SC AM)
- 具有离散大载波的双边带调幅 (AM)
- 单边带调幅 (SSB AM)
- 残留边带调幅 (VSB AM)

■ 适当选择滤波器的特性 $H(f)$ ，便可以得到各种幅度调制信号。例如，双边带、单边带及残留边带信号等。

AM: Amplitude Modulation

DSB-SC: Double Sideband Suppressed Carrier

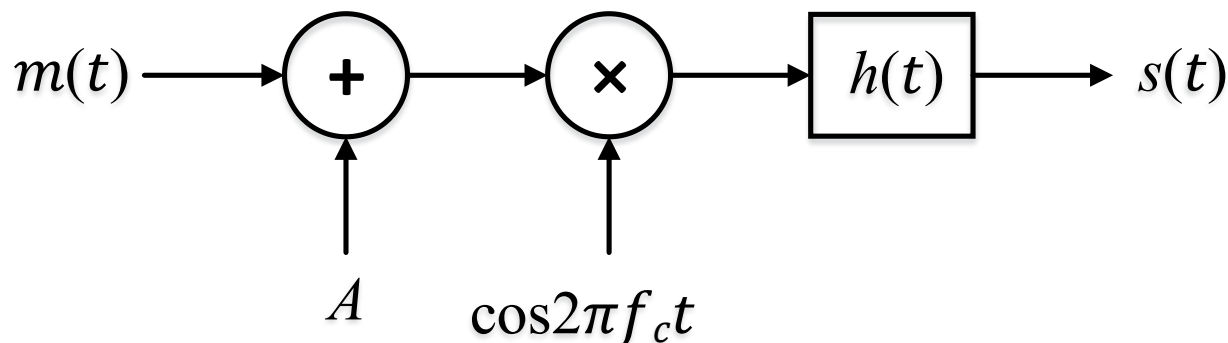
SSB: Single Sideband

VSB: Vestigial Sideband

4.2.1 双边带抑制载波调幅

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ 信号的产生和表达式



$$s(t) = \{[m(t) + A]\cos 2\pi f_c t\} * h(t)$$

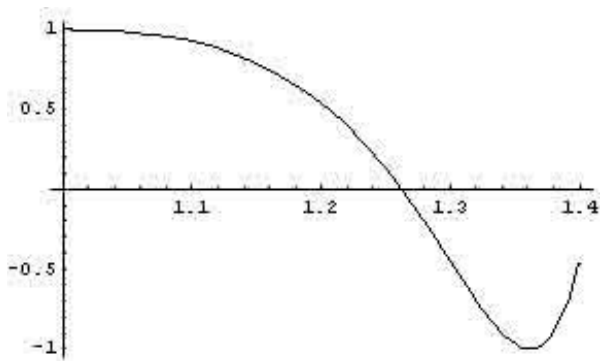
DSB-SC调制: $A=0$, $h(t)$ 为带通滤波器

$$s_{DSB}(t) = m(t)\cos(2\pi f_c t + \phi_0)$$

4.2.1 双边带抑制载波调幅

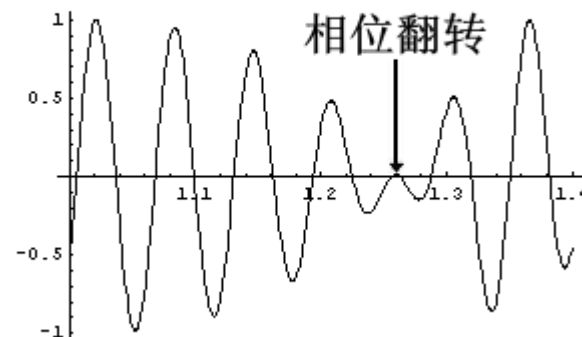
- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ $m(t)$ 和 $s(t)$ 的信号波形



基带信号 $m(t)$

$$s_{DSB}(t) = m(t)\cos(2\pi f_c t + \phi_0)$$



DSB-SC AM信号波形

DSB信号的包络不再与调制信号的变化规律一致，因而不能采用简单的包络检波来恢复调制信号，需采用相干解调。

每当 $m(t)$ 的极性发生变化， $s_{DSB}(t)$ 的相位发生一次翻转

$$-\cos(2\pi f_c t + \phi_0) = \cos(2\pi f_c t + \phi_0 + \pi)$$

4.2.1 双边带抑制载波调幅

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

- 确定调制信号 $s_{DSB}(t)$ 的频谱

$$s_{DSB}(t) = m(t) \cos 2\pi f_c t$$

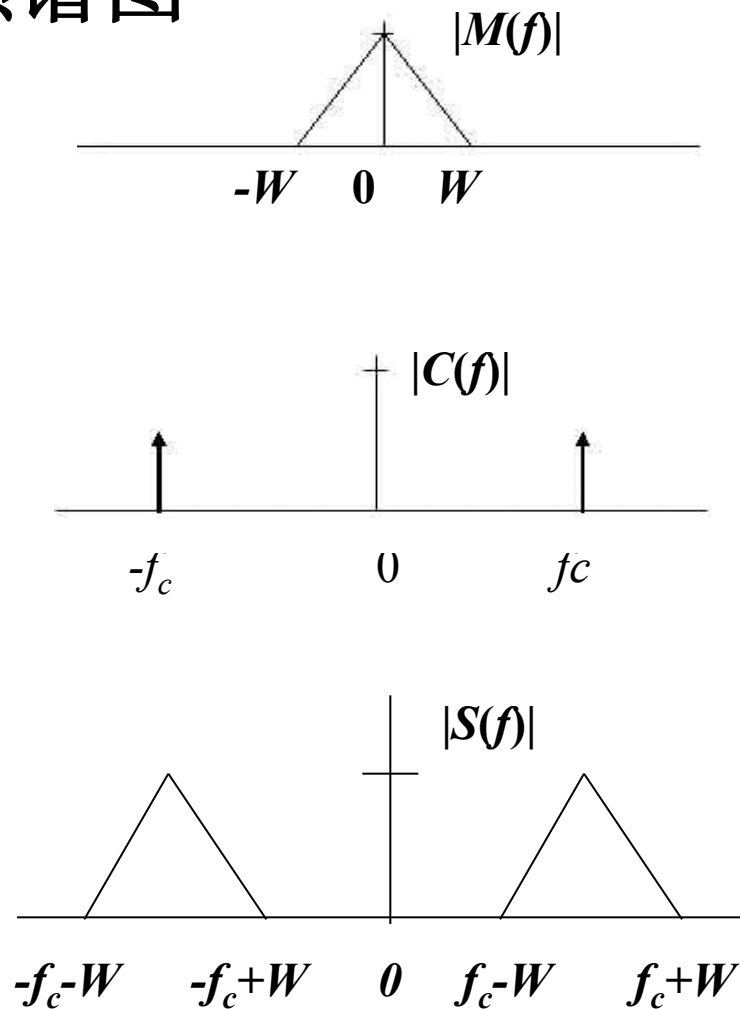
$$\begin{aligned} S_{DSB}(f) &= M(f) * \frac{1}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \\ &= \frac{1}{2} [M(f - f_c) + M(f + f_c)] \end{aligned}$$

4.2.1 双边带抑制载波调幅

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ 确定调制信号 $s_{DSB}(t)$ 的频谱图

- 调制后信号带宽变为原基带信号的2倍：
模拟基带信号带宽为 W ，则调制信号的带宽为 $2W$
- 调制信号中不包含离散的载频分量：
原模拟基带信号中不含离散直流分量



4.2.1 双边带抑制载波调幅

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

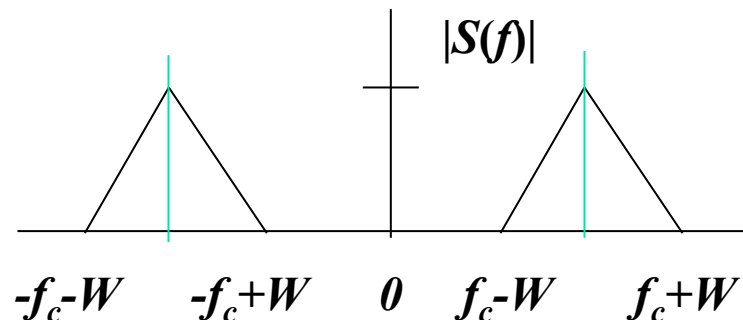
■ 确定性调制信号 $s(t)$ 的频谱的性质

■ 调制信号的频谱可分为两部分

- 上边带: $|f| > f_c$ 的频谱部分
- 下边带: $|f| < f_c$ 的频谱部分

■ 模拟基带信号为实信号时

- 上下两个边带携带相同的信息



$$M(f) = \int_{-\infty}^{\infty} m(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

$$M(-f) = \int_{-\infty}^{\infty} m(t) e^{-j2\pi(-f)t} dt = M^*(f)$$

4.2.1 双边带抑制载波调幅

例：设 $m(t)$ 为正弦单音频信号，载波为 $c(t)$

$$m(t) = a \cos 2\pi f_m t \quad (f_m \ll f_c)$$

求其DSB-SC信号及其上下边带信号的时/频域表示

解：

$$s(t) = A_c a \cos 2\pi f_m t \cdot \cos 2\pi f_c t$$
$$= \frac{A_c a}{2} [\cos 2\pi(f_c - f_m)t + \cos 2\pi(f_c + f_m)t]$$

$$S(f) = \frac{A_c a}{4} [\delta(f - f_c + f_m) + \delta(f + f_c - f_m)]$$
$$+ \frac{A_c a}{4} [\delta(f - f_c - f_m) + \delta(f + f_c + f_m)]$$

单边带信号：

$$s_u(t) = \frac{A_c a}{2} \cos 2\pi(f_c + f_m)t$$

$$s_l(t) = \frac{A_c a}{2} \cos 2\pi(f_c - f_m)t$$

$$S_u(f) = \frac{A_c a}{4} [\delta(f - f_c - f_m) + \delta(f + f_c + f_m)]$$

$$S_l(f) = \frac{A_c a}{4} [\delta(f - f_c + f_m) + \delta(f + f_c - f_m)]$$

4.2.1 双边带抑制载波调幅

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ 随机调制信号 $s(t)$

$$s(t) = M(t)A_c \cos 2\pi f_c t$$

$M(t)$ 是一个均值为0、自相关函数为 $R_M(\tau)$ 的平稳随机过程

$$E[S(t)] = E[M(t)]A_c \cos 2\pi f_c t = 0$$

$$\begin{aligned} R_S(t, t + \tau) &= A_c^2 E[M(t)M(t + \tau)] \cos 2\pi f_c t \cos 2\pi f_c (t + \tau) \\ &= \frac{A_c^2}{2} R_M(\tau) [\cos 2\pi f_c \tau + \cos 2\pi f_c (2t + \tau)] \end{aligned}$$

因此 $S(t)$ 是周期为 $T_p = 1/2f_c$ 的循环平稳随机过程

4.2.1 双边带抑制载波调幅

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ 随机调制信号 $s(t)$ 的平均功率谱密度

$$\bar{R}_s(\tau) = \frac{1}{T_p} \int_{-T_p/2}^{T_p/2} R_s(t, t + \tau) dt = \frac{A_c^2 R_M(\tau)}{2} \cos 2\pi f_c \tau$$

$$P_s(f) = \frac{A_c^2 P_M(f)}{2} \otimes \frac{1}{2} [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)]$$

$$= \frac{A_c^2}{4} [P_M(f - f_c) + P_M \delta(f + f_c)]$$

$$\bar{R}_s(0) = \frac{A_c^2 R_M(0)}{2} \quad \text{基带信号与载波平均功率的乘积}$$



4.2.1 双边带抑制载波调幅

- **双边带抑制载波调幅的特点**
 - 调制信号的带宽变为原基带信号的2倍
 - 调制信号中不包含离散的载频分量（抑制载波）
 - 包含上下两个边带，且携带相同信息（双边带）
 - 不论是确定信号的频谱，还是随机信号的功率谱，都是基带信号频谱/功率谱的线性搬移。因而被称为**线性调制**。

四、(15 分)

- (1) 一基带平稳随机过程 $M(t)$ 的自相关函数为 $R_M(\tau) = 2 \text{sinc}^2(1000\tau)$ 。产生 $DSB-SCAM$ 信号的框图如图 4.1 所示, 其中 $A_c = 10$ 伏, $f_c = 100\text{kHz}$ 。

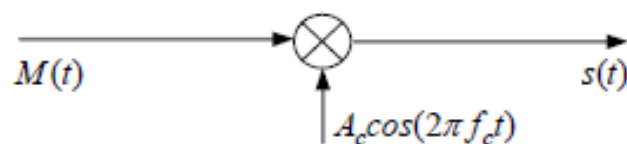


图 4.1

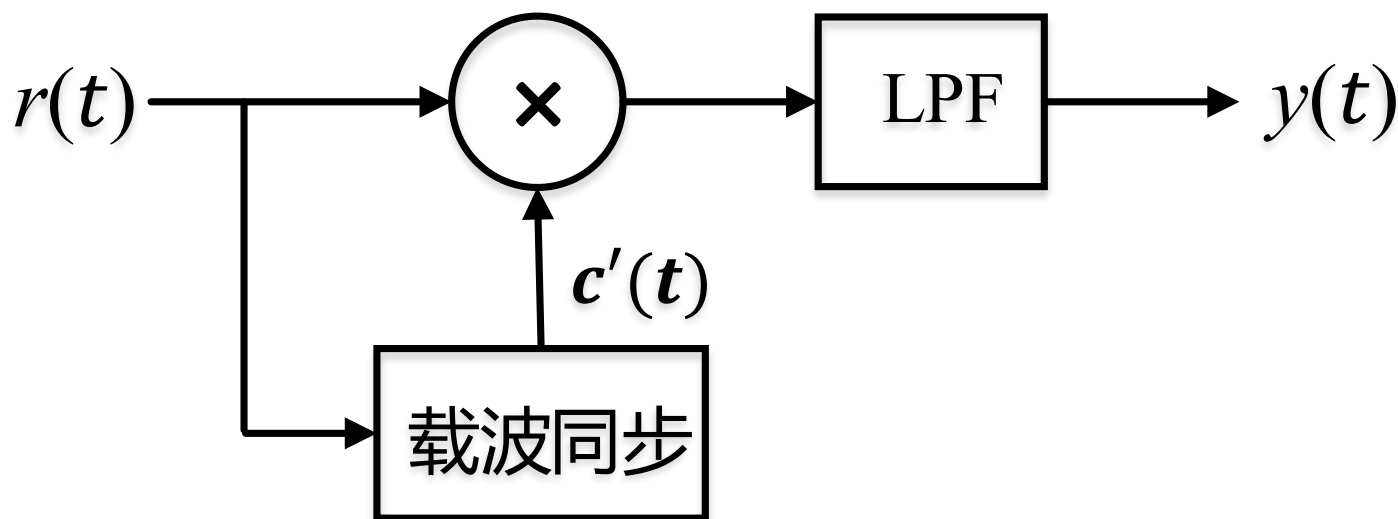
- (a) 请写出该基带随机过程 $M(t)$ 的功率谱密度 $P_M(f)$ 表达式, 画出 $P_M(f)$ 图, 并求 $M(t)$ 的平均功率 P_M 。
- (b) 写出 $DSB-SCAM$ 信号 $s(t)$ 的平均自相关函数 $\bar{R}_s(\tau)$ 表达式及对应的功率谱密度 $P_s(f)$ 表达式, 画出 $P_s(f)$ 图, 并求出 $s(t)$ 的平均功率 P_s 。

4.2.1 双边带抑制载波调幅

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ 双边带抑制载波调幅信号的解调

- 基本思路：利用恢复的载波与信号相乘，将频谱搬移到基带，还原出原基带信号



4.2.1 双边带抑制载波调幅

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

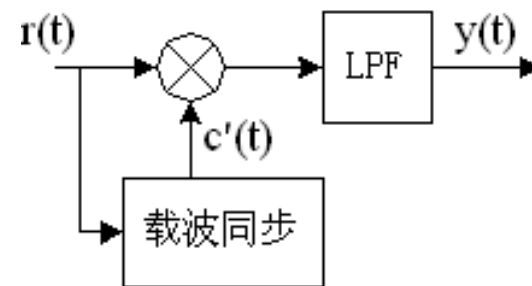
■ DSB-SC信号的解调

$$r(t) = A_c m(t) \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$$

$$c'(t) = \cos(2\pi f t + \phi)$$

$$r(t)c'(t) = \frac{A_c}{2} m(t) \{ \cos[2\pi(f_c - f)t + (\phi_c - \phi)] + \cos[2\pi(f_c + f)t + (\phi_c + \phi)] \}$$

$$y(t) = \frac{A_c}{2} m(t) \cos[2\pi(f_c - f)t + (\phi_c - \phi)]$$



- 当恢复载波与原载波频率不完全一样时，解调信号是原基带信号与低频正弦波的乘积
- 若恢复载波与原载波频率相同，而相位不同时，输出信号达不到最大值

■ 相干解调/同步解调：利用同频同相的相干载波进行解调

4.2.1 双边带抑制载波调幅

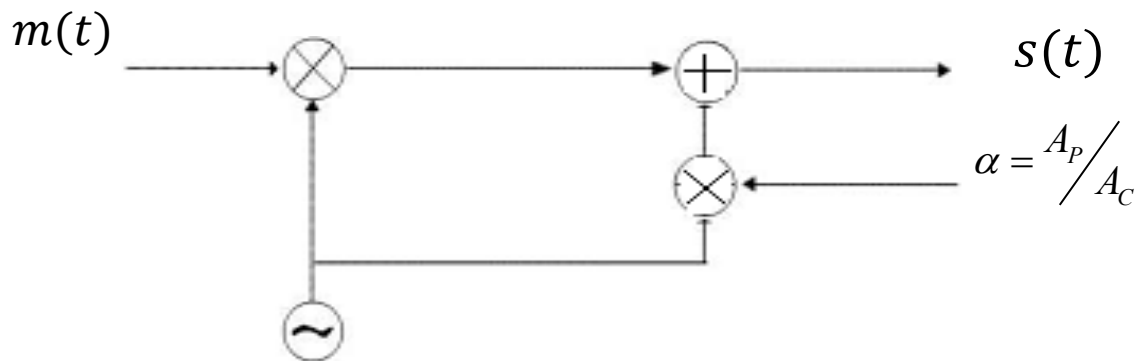
- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ 相干载波的提取

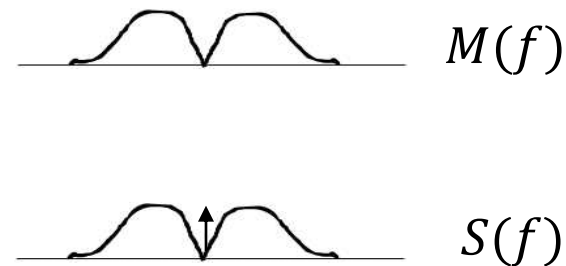
■ 导频法

- 在发送端加上一离散的载频分量，即导频
- 在接收端用窄带滤波器提取出来作为相干载波
- 注意：导频的功率要求比调制信号的功率小（这是与有大离散载波的调幅信号的区别所在）
- 缺点：一部分发射功率消耗在导频上

■ 不需导频的方法：平方环法、COSTAS环法



加导频的DSB-SC AM信号框图



$m(t)$ 和 $s(t)$ 的频谱图

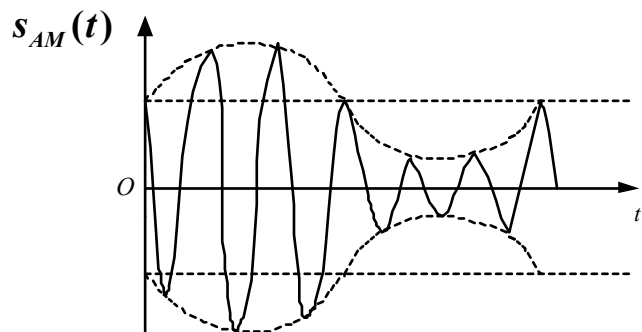
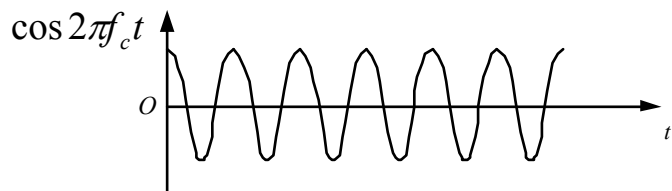
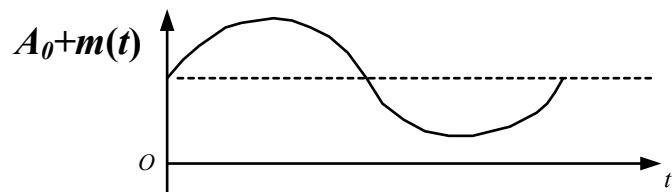
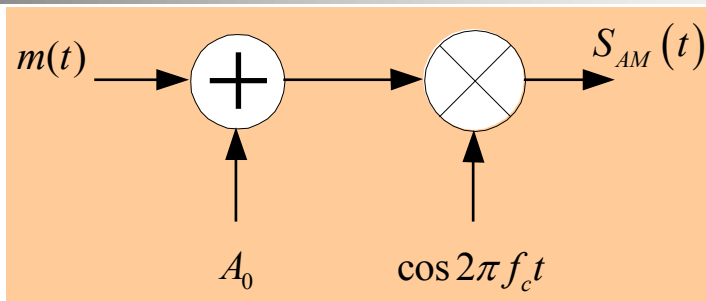
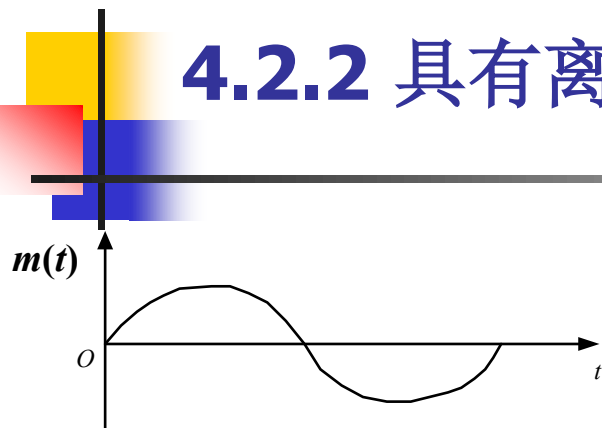


4.2.2 具有离散大载波的双边带幅度调制

- **AM出现：是低价调幅收音机的需要**
 - **DSB SC-AM的问题：解调需要载波提取电路，成本较高**
 - **AM的优势：可以使用包络检波器进行解调，成本低；大功率离散载波造成的成本问题由广播电台解决**

4.2.2 具有离散大载波的双边带幅度调制

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析



$$s_{AM}(t) = [A + m(t)]\cos 2\pi f_c t$$

$$= A[1 + m(t)/A]\cos 2\pi f_c t$$

$$= A \left[1 + \frac{\max|m(t)|}{A} \cdot \frac{m(t)}{\max|m(t)|} \right] \cos 2\pi f_c t$$

$$= A[1 + \alpha \cdot m_n(t)]\cos 2\pi f_c t$$

- $\alpha = \frac{\max|m(t)|}{A} \leq 1$: 调制指数/调幅系数
- $m_n(t) = \frac{m(t)}{\max|m(t)|}$: 归一化调制信号

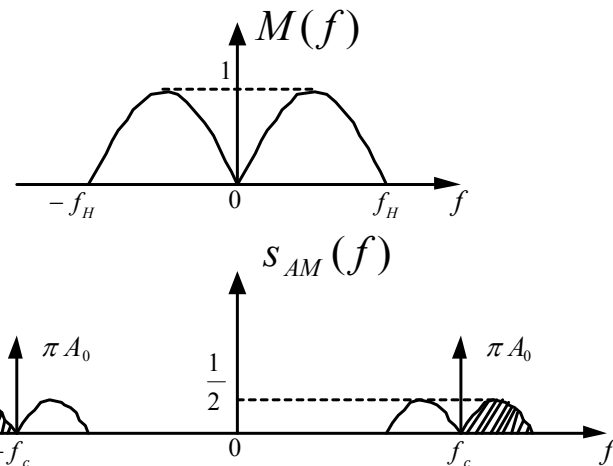
4.2.2 具有离散大载波的双边带幅度调制

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ AM确定信号的频谱

$$s_{AM}(t) = A[1 + \alpha \cdot m_n(t)]\cos 2\pi f_c t$$

$$\begin{aligned} S_{AM}(f) &= [A\delta(f) + M(f)] \otimes \frac{\delta(f+f_c) + \delta(f-f_c)}{2} \\ &= A[\delta(f+f_c) + \delta(f-f_c)]/2 \\ &\quad + A[M(f+f_c) + M(f-f_c)]/2 \end{aligned}$$



■ DSB信号的频谱加上离散大载波的频谱

■ 调制信号的平均功率: $P_S = \frac{A^2}{2} (1 + \alpha^2 P_{M_n})$

■ 功率效率: $\eta = \frac{\alpha^2 P_{M_n}}{1 + \alpha^2 P_{M_n}} < \frac{1}{2}$ $\leftarrow \eta(\alpha P_{M_n})$ 增函数, $\alpha < 1, P_{M_n} < 1$

4.2.2 具有离散大载波的双边带幅度调制

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ AM随机信号

$m(t)$ 是平稳过程，均值为0，相关函数为 $R_m(\tau)$

$$s_{AM}(t) = [A + m(t)]\cos 2\pi f_c t$$

$$E\{s_{AM}\} = A\cos 2\pi f_c t$$

$$R_s(t, t + \tau) = [A^2 + R_m(\tau)]\cos(2\pi f_c t) \cdot \cos[2\pi f_c(t + \tau)]$$

可见 $s(t)$ 是周期为 $T_p = 1/f_c$ 的循环平稳过程

4.2.2 具有离散大载波的双边带幅度调制

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

AM信号的平均自相关函数

$$\bar{R}_s(\tau) = \frac{1}{T_p} \int_{-T_p/2}^{T_p/2} R_s(t, t + \tau) dt = \frac{A_c^2}{2} [1 + R_M(\tau)] \cos 2\pi f_c \tau$$

AM信号的平均功率是

$$\bar{R}_s(0) = \frac{A_c^2}{2} [1 + R_M(0)] = \frac{A_c^2}{2} [1 + \alpha^2 R_{M_n}(0)]$$

由于 $|m_n(t)| \leq 1$, $R_{m_n}(0) \leq 1$

至少有一半发射功率是分配给离散的载频分量：功率效率低！

4.2.2 具有离散大载波的双边带幅度调制

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

$$P_{AM} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s_{AM}^2(t) dt = \overline{s_{AM}^2(t)} = \overline{[A_0 + m(t)]^2 \cos^2 2\pi f_c t}$$

$$= \overline{A_0^2 \cos^2 2\pi f_c t} + \overline{m^2(t) \cos^2 2\pi f_c t} + \overline{2A_0 m(t) \cos^2 2\pi f_c t}$$

调制后信号的总平均功率 \longrightarrow $P_{AM} = \frac{A_0^2}{2} + \frac{\overline{m^2(t)}}{2} = P_C + P_S \longleftarrow \overline{m(t)} = 0$

不带信息的载波功率 \longleftarrow $\frac{A_0^2}{2}$ $\frac{\overline{m^2(t)}}{2}$ \longrightarrow 调制信号平均功率 (边带功率)

$$\overline{R_s}(\tau) = \frac{A_c^2}{2} [1 + R_M(\tau)] \cos 2\pi f_c \tau$$

$$\overline{P_s}(f) = \frac{A_c^2}{4} \left\{ [P_M(f - f_c) + P_M(f + f_c)] + [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \right\}$$

4.2.2 具有离散大载波的双边带幅度调制

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ AM信号的调制效率

- 有用信号功率与总功率之比
- 携带信息的已调信号功率与已调信号总功率之比

$$\eta = \frac{R_M(0)}{1 + R_M(0)} = \frac{a^2 R_{M_n}(0)}{1 + a^2 R_{M_n}(0)} = \frac{a^2 P_{M_n}}{1 + a^2 P_{M_n}}$$

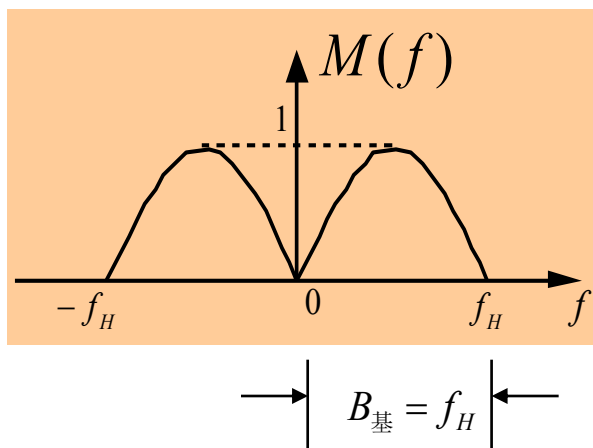
$P_{M_n} = R_{M_n}(0)$: 归一化模拟基带信号 $m_n(t)$ 的平均功率

4.2.2 具有离散大载波的双边带幅度调制

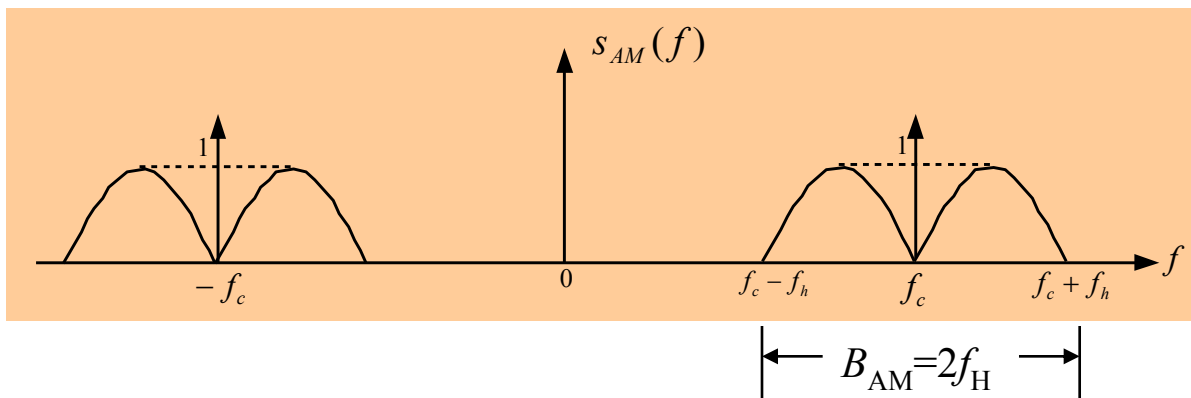
- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ AM随机信号的功率谱的特点

- 其功率谱是DSB SC-AM信号的功率谱加上离散大载波的功率谱
- AM的调制效率不超过1/2



1. $S_{AM}(f)$ 由载频分量和上、下两个边带组成
2. 上边带的频谱结构与原调制信号的频谱结构相同，下边带是上边带的镜像
3. AM信号是带有载波的双边带信号，它的带宽是基带信号带宽 f_H 的两倍



4.2.2 具有离散大载波的双边带幅度调制

- ☐ 表达式
- ☐ 频谱分析
- ☒ 解调方法
- ☐ 性能分析

■ AM信号的解调: 包络检波

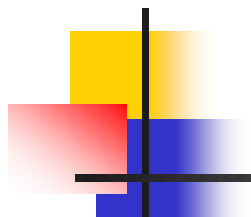
- 整流: 只保留信号中幅度大于0的部分 (图4. 2. 10)

$$A_c [1 + am_n(t)] \geq 0$$

- 低通滤波器: 过滤出基带信号
 - 低通滤波器的带宽匹配于基带信号
- 隔直流电容: 过滤掉直流分量

$$y(t) = g_2 m_n(t)$$

- 包络检波不需载波提取电路, 成本低; 它属于非相干解调



四、(12 分)

- (1) 已知模拟基带信号 $m(t)$ 是均值为 0，方差为 σ^2 的平稳高斯过程，其 AM 信号表达式为 $s_{AM}(t) = A_c[1 + m(t)]\cos 2\pi f_c t$ 。接收端用包络检波器进行非相干解调。若要求过调制发生的概率不超过 p ，求 σ 的最大值。

4.2.2 具有离散大载波的双边带幅度调制

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

$$P_{AM} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s_{AM}^2(t) dt = \overline{s_{AM}^2(t)} = \overline{[A_0 + m(t)]^2 \cos^2 2\pi f_c t}$$

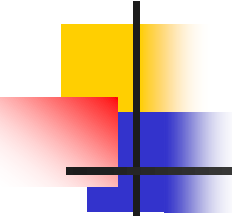
$$= \overline{A_0^2 \cos^2 2\pi f_c t} + \overline{m^2(t) \cos^2 2\pi f_c t} + \overline{2A_0 m(t) \cos^2 2\pi f_c t}$$

调制后信号的总平均功率 $\Rightarrow P_{AM} = \frac{A_0^2}{2} + \frac{\overline{m^2(t)}}{2} = P_C + P_S \xleftarrow{\overline{m(t)} = 0}$

不带信息的载波功率 $\leftarrow \frac{A_0^2}{2}$ $\frac{\overline{m^2(t)}}{2} \rightarrow$ 调制信号平均功率 (边带功率)

$$\overline{R_S}(\tau) = \frac{A_c^2}{2} [1 + R_M(\tau)] \cos 2\pi f_c \tau$$

$$\overline{P_S}(f) = \frac{A_c^2}{4} \left\{ [P_M(f - f_c) + P_M(f + f_c)] + [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \right\}$$



四、(12 分)

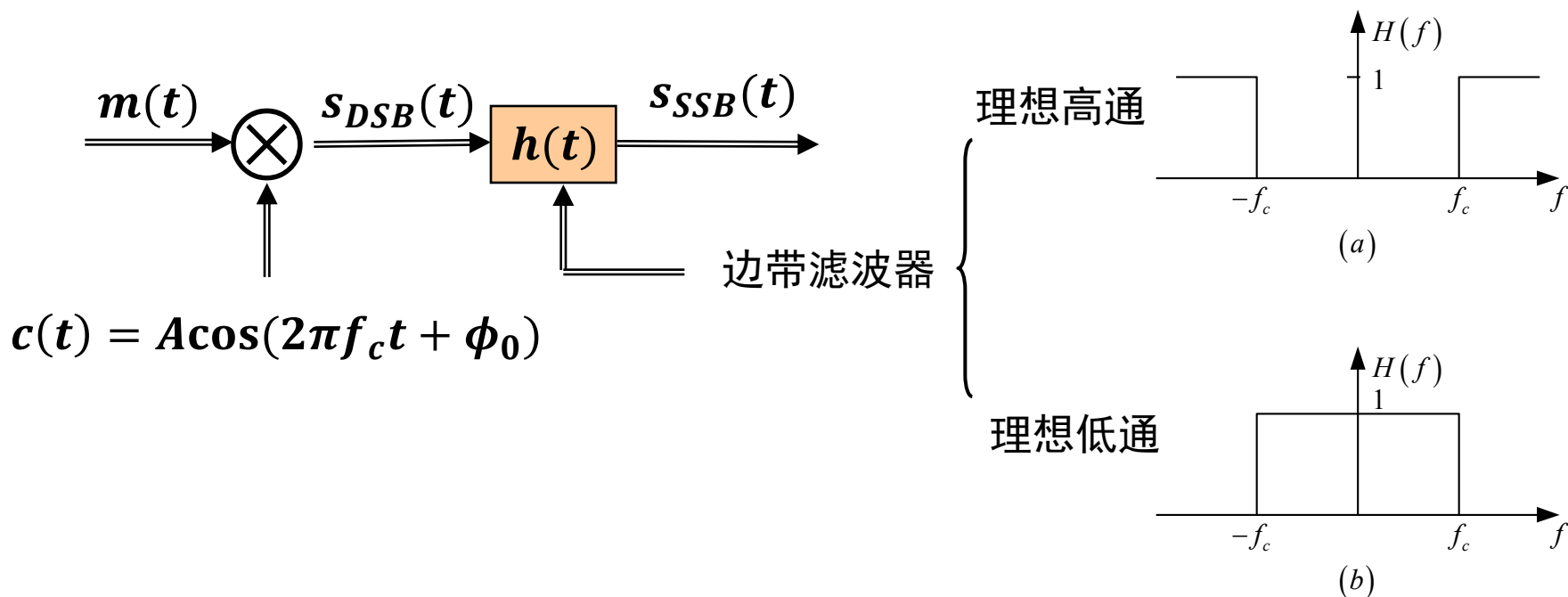
(1) 已知模拟基带信号 $m(t)$ 是均值为 0，方差为 σ^2 的平稳高斯过程，其 AM 信号表达式为 $s_{AM}(t) = A_c[1 + m(t)]\cos 2\pi f_c t$ 。接收端用包络检波器进行非相干解调。若要求过调制发生的概率不超过 p ，求 σ 的最大值。

$$(1) P[m(t) < -1] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{1}{2\sigma^2}} \leq p, \therefore \sigma^2 \leq \frac{1}{2[\operatorname{erfc}^{-1}(2p)]^2}, \therefore \sigma \text{ 最大可取 } \frac{1}{\sqrt{2} \operatorname{erfc}^{-1}(2p)}$$

4.2.3 单边带调幅 (SSB AM)

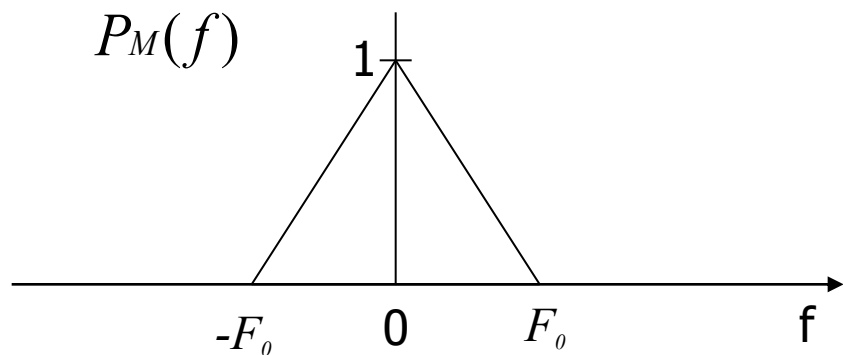
- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

- 双边带调幅的频带特征
 - 信道带宽要求为基带信号的2倍
 - 上下边带携带相同的信息
 - 频率资源的浪费
- 解决方法：只要一个边带

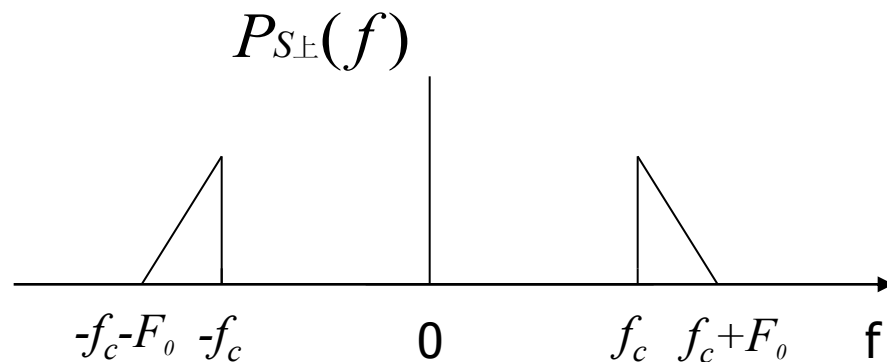


4.2.3 单边带调幅 (SSB AM)

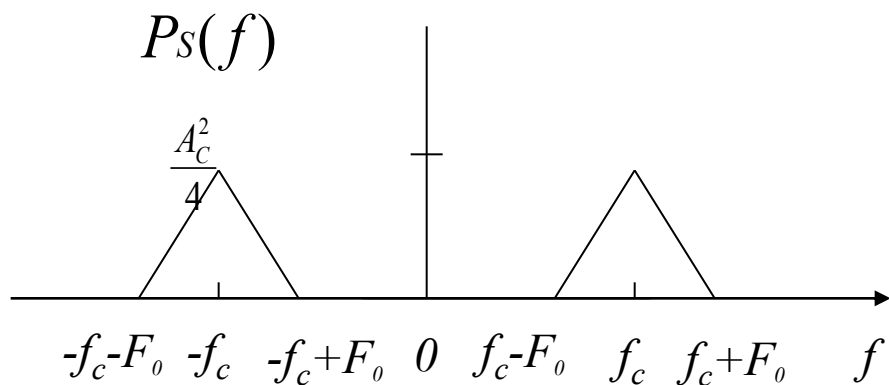
- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析



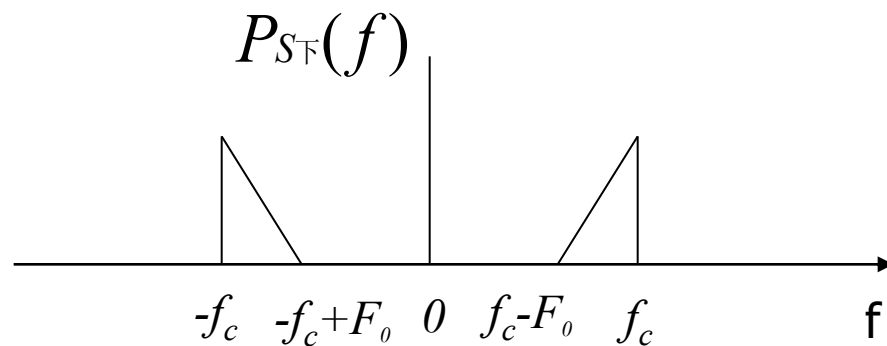
$m(t)$ 的功率谱



上边带的功率谱



DSB 的功率谱

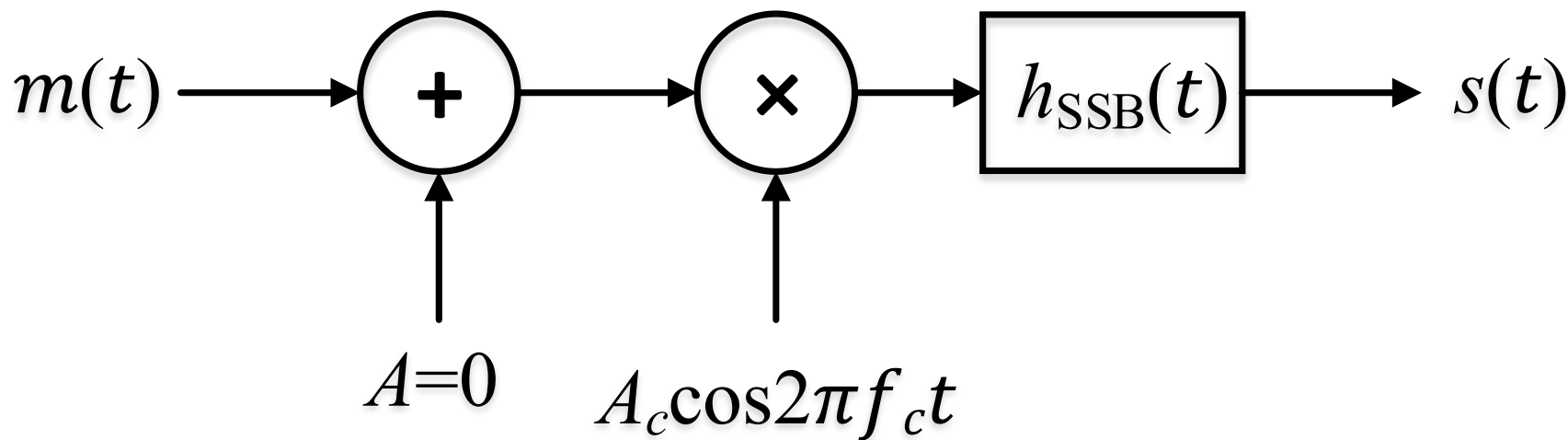


下边带的功率谱

4.2.3 单边带调幅 (SSB AM)

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ SSB AM信号的产生(1)



载波: $c(t) = A_c \cos 2\pi f_c t$

上边带滤波器: $H_U(f) = u(f - f_c) + u(-f - f_c)$

下边带滤波器: $H_L(f) = u(f + f_c) - u(f - f_c)$

4.2.3 单边带调幅(SSB AM)

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ 上边带信号的频谱

$$\begin{aligned} S_u(f) &= A_c[M(f - f_c) + M(f + f_c)]H_u(f) \\ &= A_cM(f - f_c)u(f - f_c) + A_cM(f + f_c)u(-f - f_c) \\ &= A_cM(f)u(f) \Big|_{f=f-f_c} + A_cM(f)u(-f) \Big|_{f=f+f_c} \end{aligned}$$

对上式进行傅氏逆变换，并利用：

$$\begin{cases} u(f) \leftrightarrow \frac{1}{2}\delta(t) + j\frac{1}{2\pi t} \\ u(-f) \leftrightarrow \frac{1}{2}\delta(t) - j\frac{1}{2\pi t} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} s_u(t) &= \left\{ A_c m(t) * \left[\frac{\delta(t)}{2} + j\frac{1}{2\pi t} \right] \right\} e^{j2\pi f_c t} + \left\{ A_c m(t) * \left[\frac{\delta(t)}{2} - j\frac{1}{2\pi t} \right] \right\} e^{-j2\pi f_c t} \\ &= \frac{A_c}{2} [m(t) + j\hat{m}(t)] e^{j2\pi f_c t} + \frac{A_c}{2} [m(t) - j\hat{m}(t)] e^{-j2\pi f_c t} \\ &= A_c m(t) \cos 2\pi f_c t - A_c \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t \end{aligned}$$

上边带信号的另一种推导方法

$$s_{DSB}(t) = m(t) \cos 2\pi f_c t$$

$$z(t) = m(t) + j\hat{m}(t) \rightarrow Z(f) = 2M(f)u(f)$$

$$\rightarrow Z(f - f_c) = 2M(f - f_c)u(f - f_c)$$

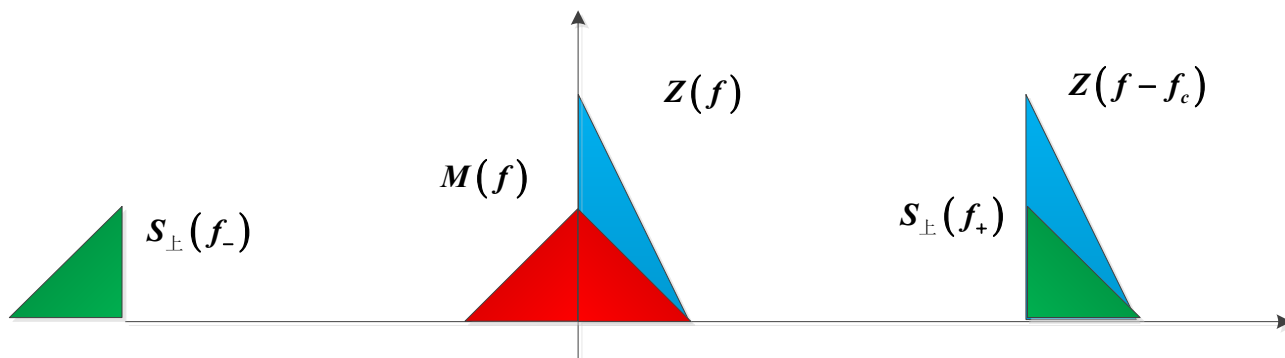
$$\rightarrow F^{-1}\{Z(f - f_c)\} = [m(t) + j\hat{m}(t)]e^{j2\pi f_c t}$$

$$\rightarrow s_u(t) = \text{Re}\{[m(t) + j\hat{m}(t)]e^{j2\pi f_c t}\}$$

$$= \text{Re}\{z(t)e^{j2\pi f_c t}\}$$

$$= m(t)\cos 2\pi f_c t - \hat{m}(t)\sin 2\pi f_c t$$

$$\rightarrow S_u(f) = M(f - f_c)u(f - f_c) + M(f + f_c)u(-f - f_c)$$



上边带信号的第三种推导方法

■ 共轭解析信号方式

$$z_1(t) = m(t) - j \hat{m}(t)$$

$$\rightarrow Z_1(f) = 2M(f)u(-f)$$

$$\rightarrow Z_1(f + f_c) = 2M(f + f_c)u(-f - f_c)$$

$$\rightarrow F^{-1}\{Z_1(f + f_c)\} = [m(t) - j \hat{m}(t)]e^{-j2\pi f_c t}$$

$$\rightarrow s_u(t) = \text{Re} \{[m(t) - j \hat{m}(t)]e^{-j2\pi f_c t}\}$$

$$= \text{Re} \{z_1(t)e^{-j2\pi f_c t}\}$$

$$= m(t)\cos \omega_c t - \hat{m}(t)\sin \omega_c t$$

$$\rightarrow S_u(f) = M(f - f_c)u(f - f_c) + M(f + f_c)u(-f - f_c)$$

4.2.3 单边带调幅 (SSB AM)

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ 下边带信号的频谱

由于 $s_u(t) + s_l(t) = s_{DSB}(t)$

$$\begin{aligned} s_{DSB}(t) &= 2A_c m(t) \cos 2\pi f_c t \\ &= A_c m(t) \cos 2\pi f_c t - A_c \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t + s_l(t) \end{aligned}$$

$$s_l(t) = A_c m(t) \cos 2\pi f_c t + A_c \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$\begin{aligned} S_l(f) &= A_c M(f) * [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)]/2 \\ &\quad + A_c M(f) [-j \operatorname{sgn}(f)] * [\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)]/2j \\ &= A_c M(f) \frac{1 + \operatorname{sgn}(f)}{2} * \delta(f + f_c) \\ &\quad + A_c M(f) \frac{1 - \operatorname{sgn}(f)}{2} * \delta(f - f_c) \\ &= A_c M(f + f_c) u(f + f_c) + A_c M(f - f_c) u(f_c - f) \end{aligned}$$

下边带调幅信号的第二种推导方法

$$Z(f) = 2M(f)u(f)$$

$$Z(f + f_c) = 2M(f + f_c)u(f + f_c) \longrightarrow F^{-1}\{Z(f + f_c)\} = [m(t) + j\hat{m}(t)]e^{-j2\pi f_c t}$$

$$s_{\downarrow}(t) = \text{Re}\{[m(t) + j\hat{m}(t)]e^{-j2\pi f_c t}\} = \text{Re}\{z(t)e^{-j2\pi f_c t}\} = m(t)\cos\omega_c t + \hat{m}(t)\sin\omega_c t$$

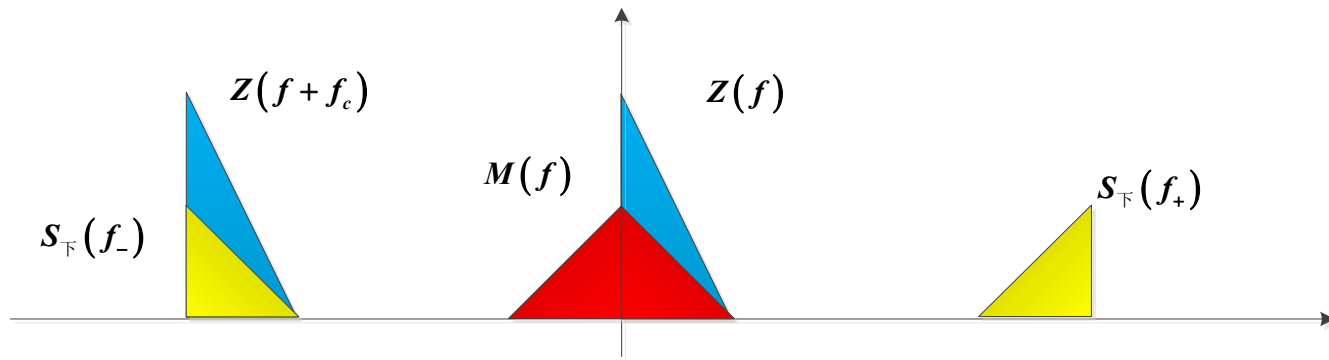
$$S_{\downarrow}(f) = M(f) \otimes [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] / 2$$

$$+ M(f)[-j\text{sgn}(f)] \otimes [\delta(f - f_c) - \delta(f + f_c)] / 2j$$

$$= [M(f + f_c) + M(f - f_c)] / 2 + M(f + f_c)\text{sgn}(f + f_c) / 2 - M(f - f_c)\text{sgn}(f - f_c) / 2$$

$$= M(f + f_c)[1 + \text{sgn}(f + f_c)] / 2 + M(f - f_c)[1 - \text{sgn}(f - f_c)] / 2$$

$$= M(f + f_c)u(f + f_c) + M(f - f_c)u(f_c - f)$$



下边带调幅信号的第三种推导方式

$$Z(f) = 2M(f)u(f) \longrightarrow Z(-f) = 2M(f)u(-f)$$

$$\longrightarrow F^{-1}[Z(-f)] = m(t) - j\hat{m}(t) = z^*(t)$$

$$Z(-f + f_c) = 2M(f - f_c)u(f_c - f) \longrightarrow F^{-1}\{Z(-f + f_c)\} = [m(t) - j\hat{m}(t)]e^{j2\pi f_c t}$$

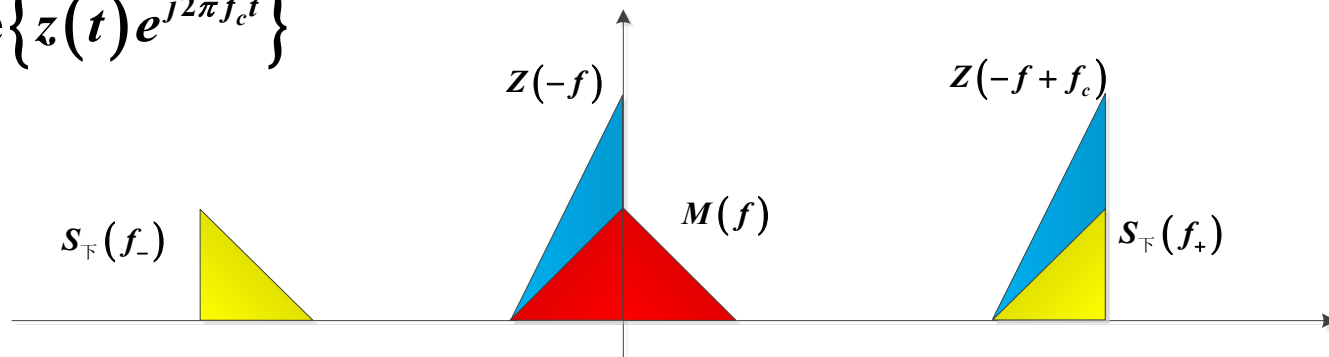
$$\longrightarrow s_{\downarrow}(t) = \text{Re}\{[m(t) - j\hat{m}(t)]e^{j2\pi f_c t}\}$$

$$= \text{Re}\{z^*(t)e^{j2\pi f_c t}\}$$

$$= m(t)\cos\omega_c t + \hat{m}(t)\sin\omega_c t$$

$$s_{\downarrow}(t) = \text{Re}\{z(t)e^{-j2\pi f_c t}\} = \text{Re}\{z^*(t)e^{j2\pi f_c t}\}$$

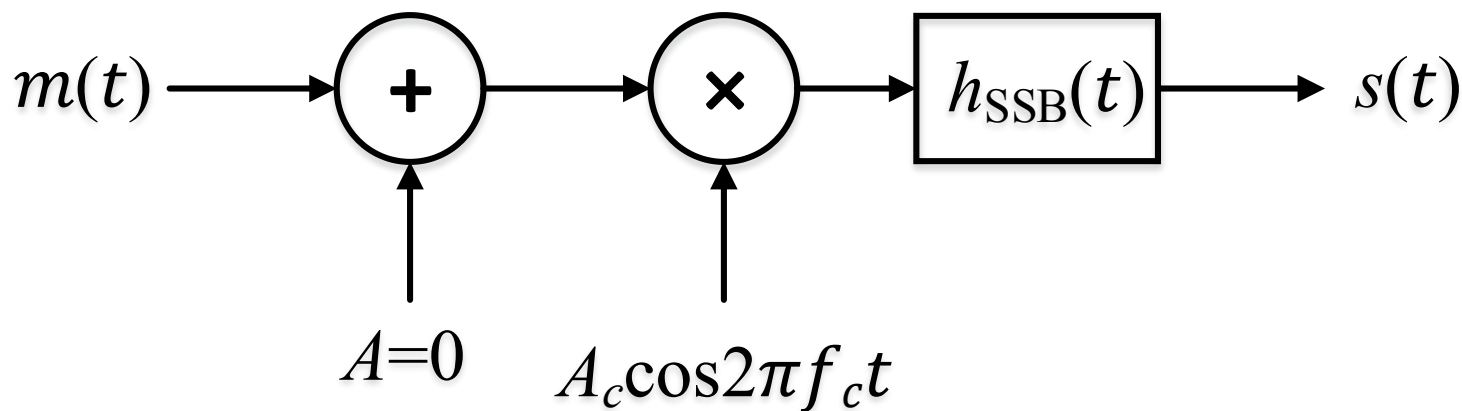
$$s_{\uparrow}(t) = \text{Re}\{z(t)e^{j2\pi f_c t}\}$$



4.2.3 单边带调幅 (SSB AM)

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ SSB AM信号的产生 (2)



下边带: $H_u(f) = u(f + f_c) - u(f - f_c)$

上边带: $H_l(f) = u(f - f_c) + u(-f - f_c)$

4.2.3 单边带调幅 (SSB AM)

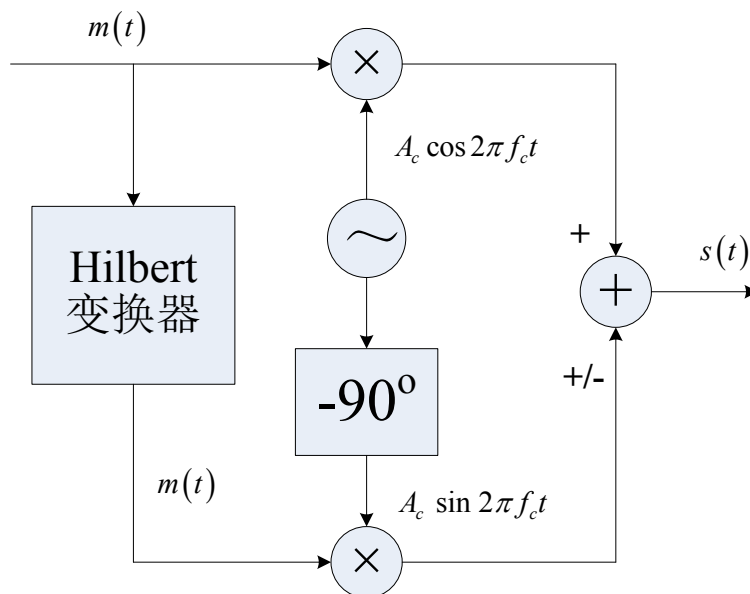
- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ SSB AM信号的表达式

$$s_{SSB}(t) = A_c m(t) \cos 2\pi f_c t \mp A_c \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t$$

■ SSB AM信号的另一产生法

■ 使用希尔伯特滤波器



4.2.3 单边带调幅 (SSB AM)

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ SSB AM信号的另一种表达式

$$s_{SSB}(t) = A_c \operatorname{Re}\{[m(t) \pm j \hat{m}(t)]e^{j2\pi f_c t}\}$$

其中

$[m(t) - j \hat{m}(t)]$ 是上边带信号的复包络

$[m(t) + j \hat{m}(t)]$ 是下边带信号的复包络

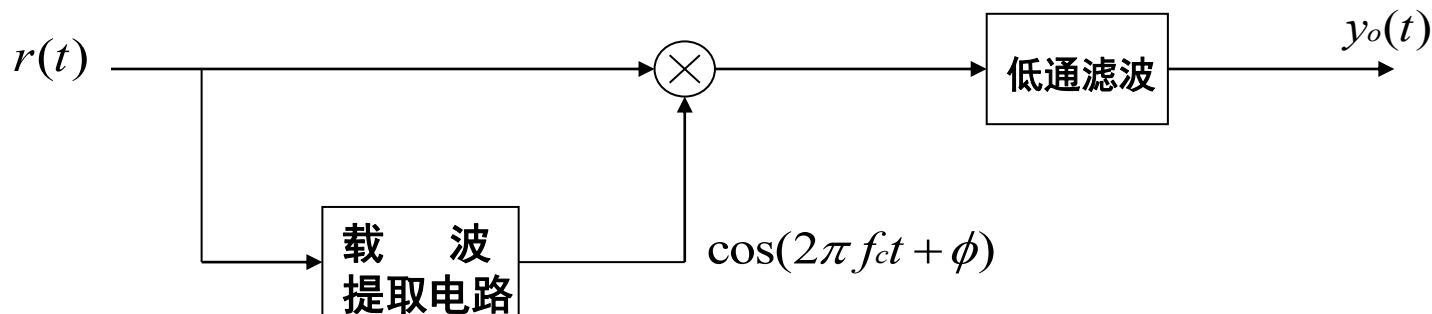
单边带信号的两种表示：

$$s_{SSB}(t) = \begin{cases} A_c \operatorname{Re}\{[m(t) \mp j \hat{m}(t)]e^{-j2\pi f_c t}\} \\ A_c \operatorname{Re}\{[m(t) \pm j \hat{m}(t)]e^{+j2\pi f_c t}\} \end{cases}$$

4.2.3 单边带调幅 (SSB AM)

- 表达式
- 频谱分析
- 解调方法
- 性能分析

■ SSB AM信号的相干解调



以下边带调幅信号为例： $s_{\text{下}}(t) = A_c m(t) \cos 2\pi f_c t + A_c \hat{m}(t) \sin 2\pi f_c t$

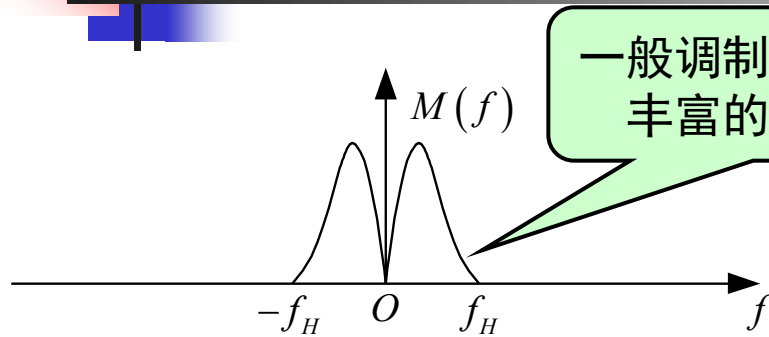
恢复载波为： $\cos(2\pi f_c t + \varphi)$

$s_{\text{下}}(t) \cos(2\pi f_c t + \varphi)$ 经低通滤波后得到 $\frac{1}{2} A_c [m(t) \cos \varphi - \hat{m}(t) \sin \varphi]$

可见，载波相位差 φ 将影响输出(幅度变小，波形失真)

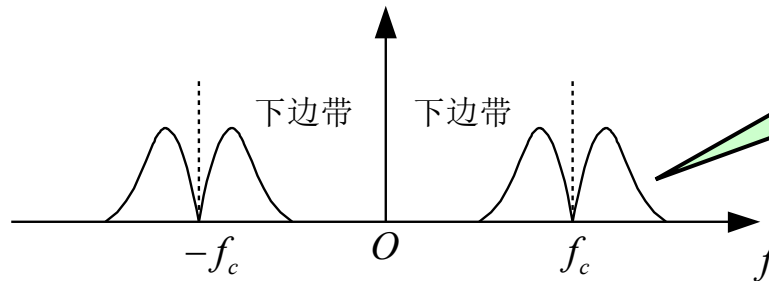
为便于提取载波，可在发端加上导频分量

4.2.4 残留边带调幅 (VSB AM)

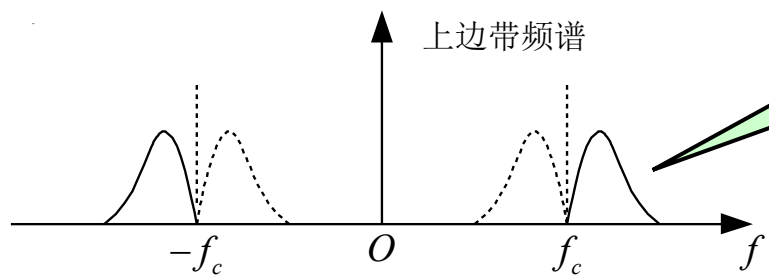


一般调制信号都具有丰富的低频成分

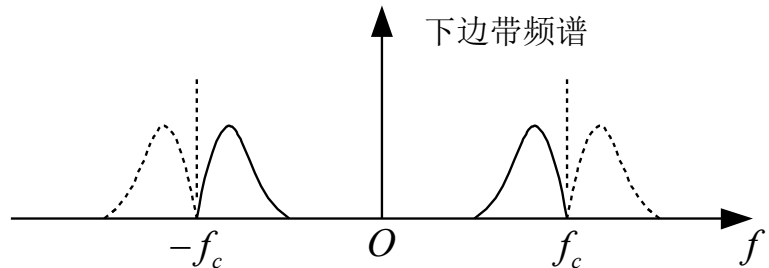
用滤波法形成SSB信号的技术难点



经调制后得到的DSB信号的上、下边带之间的间隔很窄



要求单边带滤波器在 f_c 附近具有陡峭的截止特性



带来问题：滤波器的设计和制作很困难，有时甚至难以实现

解决方法：在工程中往往采用多级调制滤波

4.2.4 残留边带调幅(VSB AM)

DSB信号占用频带宽

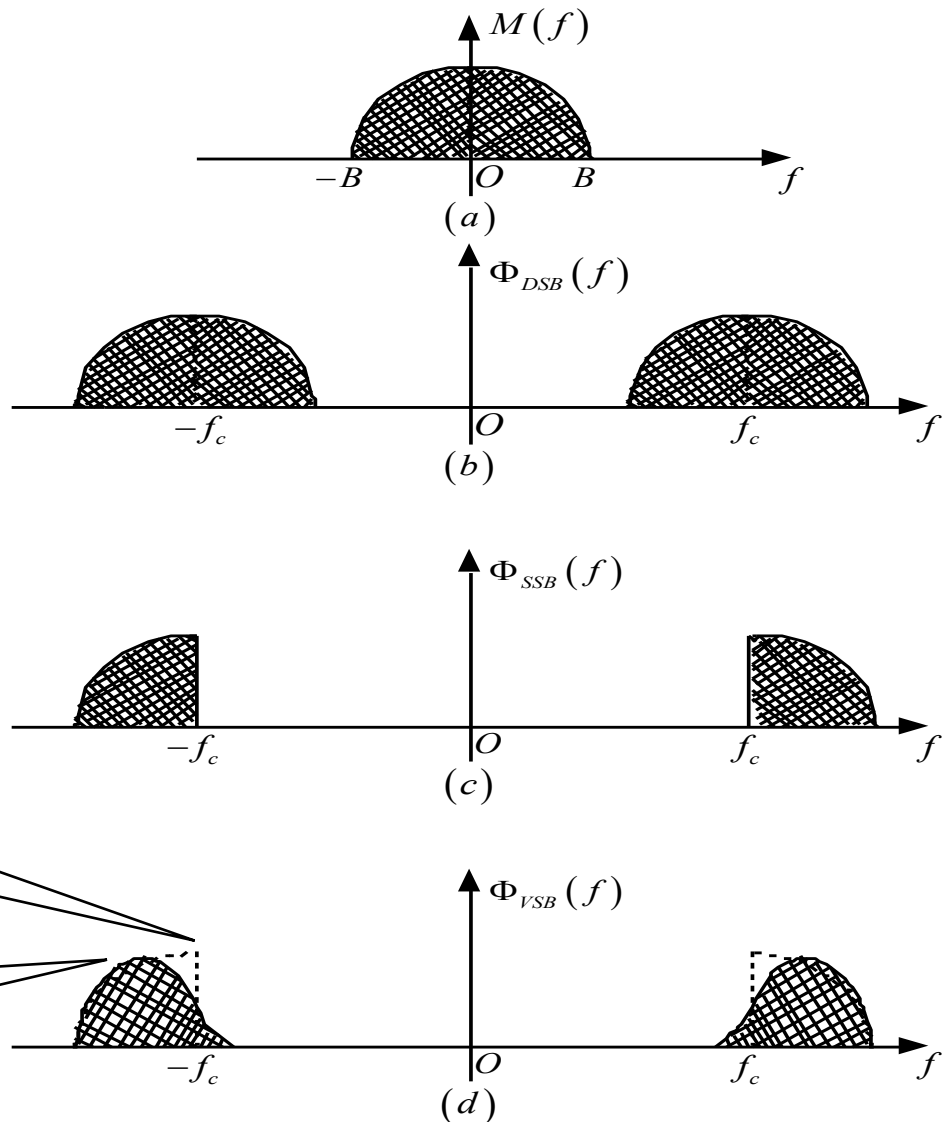
SSB信号实现困难

折衷

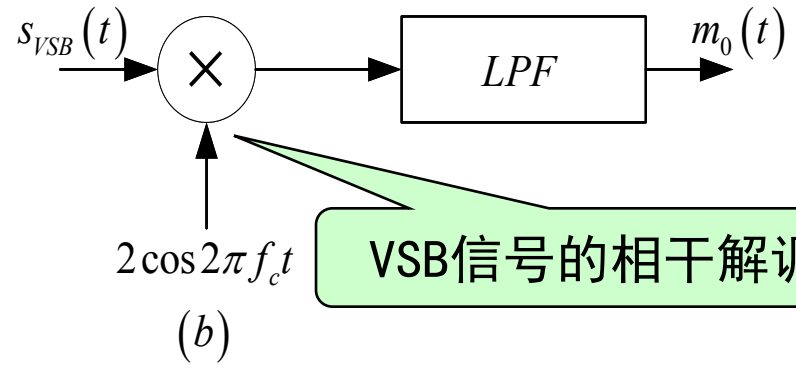
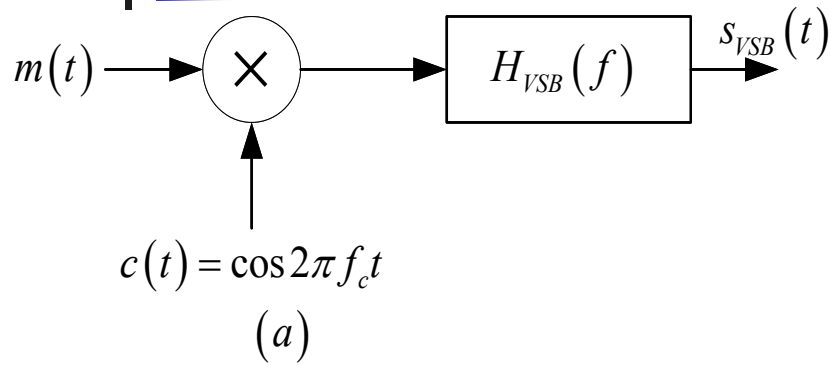
残留边带调制VSB

不是完全抑制一个边带

逐渐切割，使其残留一小部分



4.2.4 残留边带调幅 (VSB AM)



VSB信号的相干解调

相干解调

代入

$$2s_{VSB}(t) \cos 2\pi f_c t \Leftrightarrow [S_{VSB}(f + f_c) + S_{VSB}(f - f_c)]$$

选择合适的低通滤波器的截止频率，消掉 $\pm 2f_c$ 处的频谱

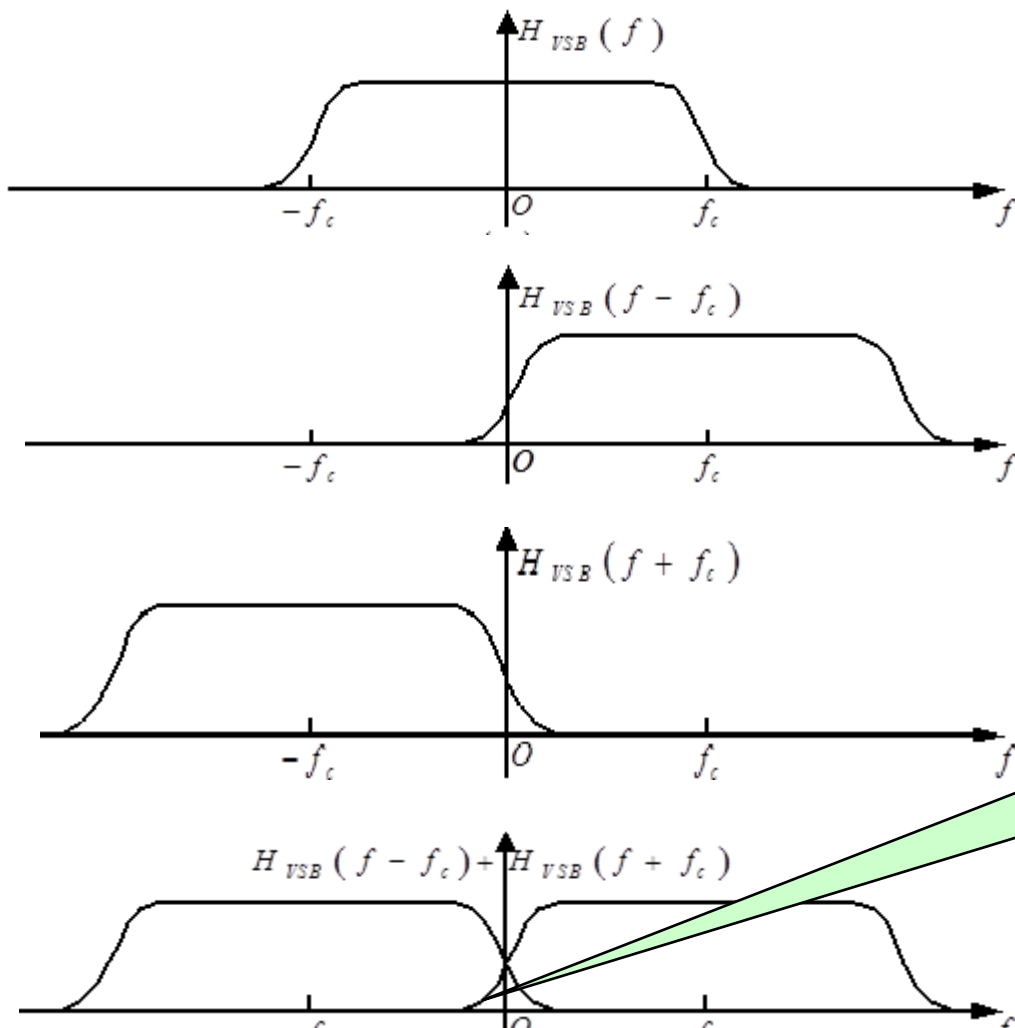
$$M_o(f) = \frac{1}{2} M(f) [H_{VSB}(f + f_c) + H_{VSB}(f - f_c)]$$

$$H_{VSB}(f + f_c) + H_{VSB}(f - f_c) = \text{const}, \quad |f| \leq f_H$$

无失真地重现调制信号 $m(t) \Leftrightarrow M(f)$

4.2.4 残留边带调幅(VSB AM)

$$H_{VSB}(f + f_c) + H_{VSB}(f - f_c) = \text{const}, |f| \leq f_H$$

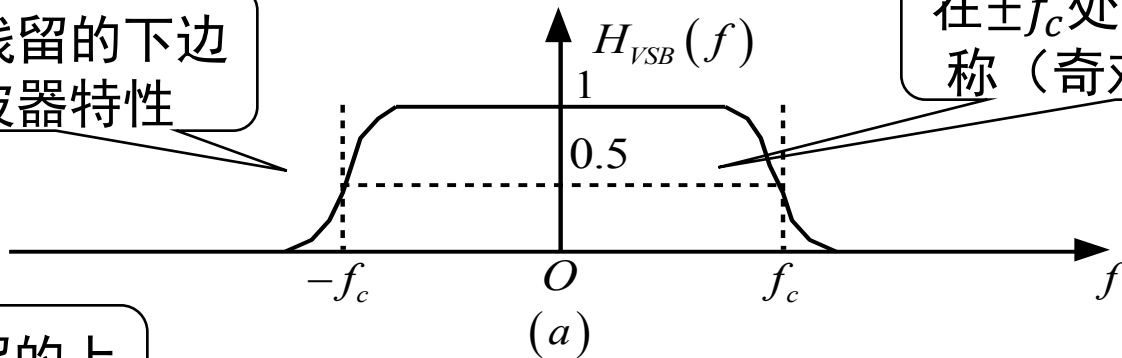


$H_{VSB}(f - f_c)$ 和 $H_{VSB}(f + f_c)$ 在 $f = 0$ 处具有互补对称的滚降特性

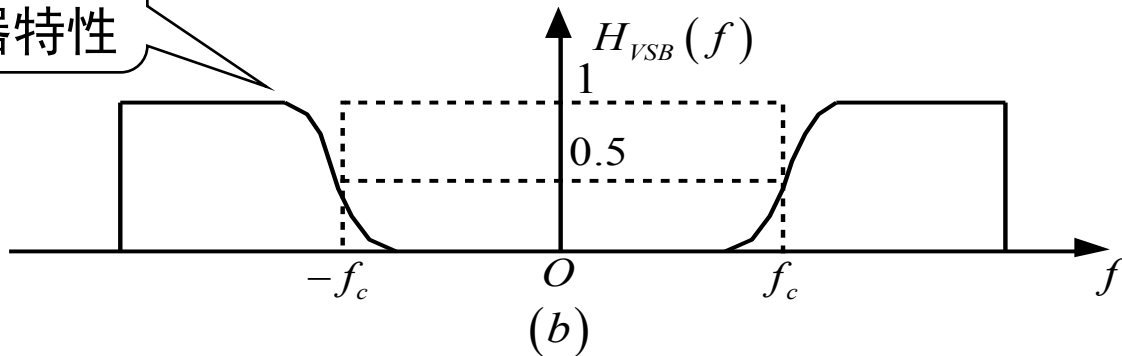
4.2.4 残留边带调幅 (VSB AM)

$$H_{VSB}(f + f_c) + H_{VSB}(f - f_c) = \text{const}, |f| \leq f_H$$

上边带残留的下边带滤波器特性



下边带残留的上边带滤波器特性



小结：线性调制

■ 信号表示

$$s_{\text{DSB}}(t) = m(t) \cos \omega_c t$$

$$s_{\text{AM}}(t) = [A + m(t)] \cos \omega_c t = A[1 + \alpha \cdot m_n(t)] \cos \omega_c t$$

$$\begin{aligned} s_{\text{SSB}}(t) &= m(t) \cos \omega_c t \mp \hat{m}(t) \sin \omega_c t \\ &= \text{Re}\{[m(t) \pm j \cdot \hat{m}(t)] e^{j2\pi f_c t}\} \\ &= \text{Re}\{[m(t) \mp j \cdot \hat{m}(t)] e^{-j2\pi f_c t}\} \end{aligned}$$

$$s_{\text{VSB}}(t) = [m(t) \cos \omega_c t] \otimes h_V(t)$$

■ 频谱

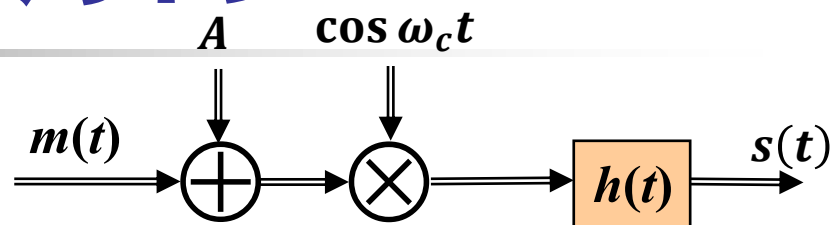
$$S_{\text{DSB}}(f) = M(f \pm f_c)$$

$$S_{\text{AM}}(f) = M(f \pm f_c) + A \cdot \delta(f \pm f_c)$$

$$S_{\text{SSB}}(f) = M(f)u(f) \otimes \delta(f \mp f_c) + M(f)u(-f) \otimes \delta(f \pm f_c)$$

$$S_{\text{VSB}}(f) = M(f \pm f_c)H_{\text{VSB}}(f)$$

$$H_{\text{VSB}}(f + f_c) + H_{\text{VSB}}(f - f_c) = \text{const}, \quad |f| \leq f_H$$



➤ DSB

- 幅度过零点, 相位翻转
- 导频辅助相干接收

➤ AM

- 功率效率 $\eta = \frac{\alpha^2 P_{M_n}}{1 + \alpha^2 P_{M_n}} \leq \frac{1}{2}$
- 包络检波

➤ SSB

- Hilbert相移方式实现

➤ VSB

- 带宽 $B = (1 + \alpha)W$

(2) 在图 4-1 中, $m_1(t)$ 和 $m_2(t)$ 分别是视频及音频信号, 对应的频谱 $M_1(f)$ 和 $M_2(f)$ 示于图 4-2, 图中还示出了 VSB 滤波器的传递函数 $H(f)$ 。已知 $f_1=100\text{MHz}$, $f_2-f_1=6.5\text{MHz}$, $M_1(f)$ 中包含一个足够大的直流分量。

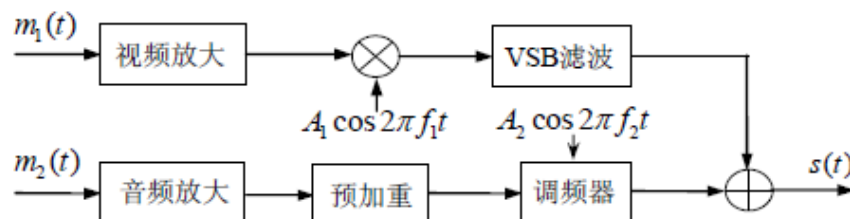


图 4-1

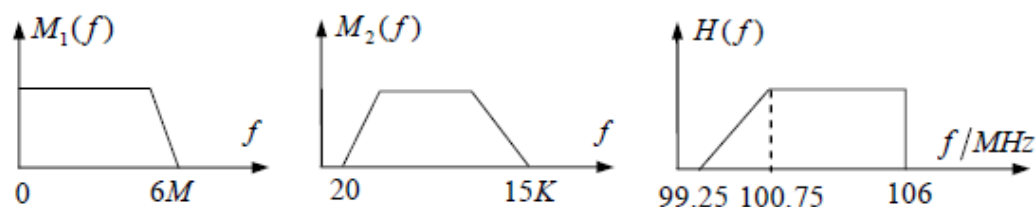
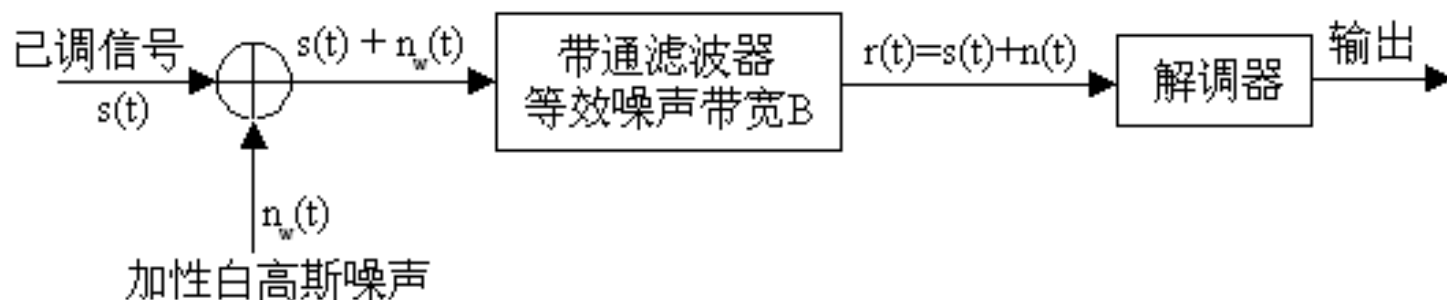


图 4-2

- 请画出发送信号 $s(t)$ 的振幅频谱示意图(标上频率坐标);
- 请画出接收端恢复 $m_1(t)$, $m_2(t)$ 的接收框图(要求非相干解调)。

4.4 线性调制系统的抗噪声性能

■ 通过加性白高斯噪声信道的解调模型



$n_w(t)$: 双边谱密度为 $N_0/2$ 的加性白高斯噪声

带通滤波器: 带宽为 B 能使信号 $s(t)$ 的绝大部分功率通过

$n(t)$: 带宽为 B 双边谱密度为 $N_0/2$ 的窄带高斯噪声

$$n(t) = n_c(t) \cos 2\pi f_c t - n_s(t) \sin 2\pi f_c t$$

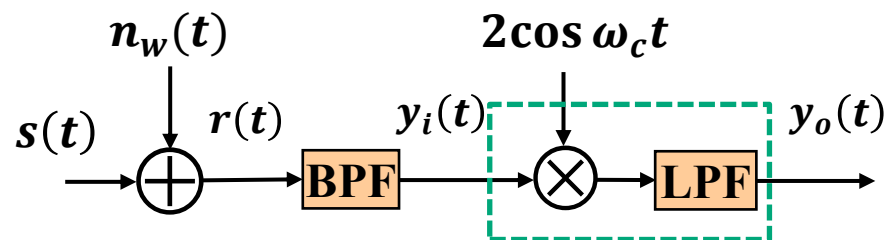
$n_c(t), n_s(t)$: 低通型高斯噪声, 带宽为 $B/2$, 双边谱密度为 N_0

4.4.1 DSB的解调性能

令基带信号为 $m(t)$ ，带宽为 W

$$s(t) = A_c m(t) \cos \omega_c t$$

$$r(t) = A_c m(t) \cos \omega_c t + n_w(t)$$



理想相干解调中,解调器输入信号为 $r(t)$ 带通滤波

$$y_i(t) = A_c m(t) \cos \omega_c t + n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t$$

解调器输出为 $y_i(t)$ 与理想恢复载波 $2\cos \omega_c t$ 相乘经过低通后

$$y_o(t) = A_c m(t) + n_c(t)$$

解调输入端:

$$\text{信号平均功率: } P_{S_i} = A_c^2 P_M / 2$$

$$\text{噪声平均功率: } P_{n_o} = 2N_0 W$$

$$\text{输入信噪比: } \gamma_i = A_c^2 P_M / 4N_0 W$$

解调输出端:

$$\text{信号平均功率: } P_{S_o} = A_c^2 P_M$$

$$\text{噪声平均功率: } P_{n_o} = 2N_0 W$$

$$\text{输出信噪比: } \gamma_o = A_c^2 P_M / 2N_0 W$$

$$\text{解调器信噪比增益: } G_{DSB} = \gamma_o / \gamma_i = 2$$

4.4.2 SSB的解调性能

令基带信号为 $m(t)$ ，带宽为 W

$$s(t) = A_c[m(t) \cos \omega_c t \mp \hat{m}(t) \sin \omega_c t]$$

$$r(t) = s(t) + n_w(t)$$

理想相干解调中， $r(t)$ 经带通滤波后作为解调器输入：

$$y_i(t) = [A_c m(t) + n_c(t)] \cos \omega_c t + [\mp A_c \hat{m}(t) + n_s(t)] \sin \omega_c t$$

解调器输出为 $y_i(t)$ 与理想恢复载波 $2\cos \omega_c t$ 相乘经过低通后

$$y_o(t) = A_c m(t) + n_c(t)$$

解调输入端：

$$\text{信号平均功率: } P_{S_i} = A_c^2 P_M$$

$$\text{噪声平均功率: } P_{n_o} = N_0 W$$

$$\text{输入信噪比: } \gamma_i = A_c^2 P_M / N_0 W$$

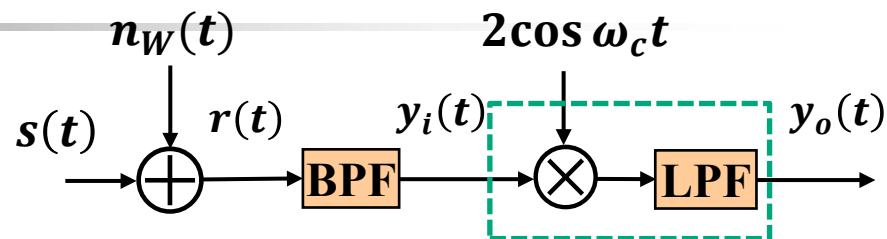
解调输出端：

$$\text{信号平均功率: } P_{S_o} = A_c^2 P_M$$

$$\text{噪声平均功率: } P_{n_o} = N_0 W$$

$$\text{输出信噪比: } \gamma_o = A_c^2 P_M / N_0 W$$

$$\text{解调器信噪比增益: } G_{SSB} = \gamma_o / \gamma_i = 1$$



4.4.3 AM系统的抗噪声性能

■ 相干解调性能

令基带信号为 $m(t)$, 带宽为 W , 其归一化信号为 $m_n(t)$, 调制指数(调幅系数)为 a

$$s_{AM}(t) = [A + m(t)] \cos \omega_c t = A[1 + \alpha \cdot m_n(t)] \cos \omega_c t$$

$$r(t) = A[1 + \alpha \cdot m_n(t)] \cos \omega_c t + n_w(t)$$

理想相干解调中,解调器输入信号为 $r(t)$ 带通滤波

$$y_i(t) = A[1 + \alpha m_n(t)] \cos \omega_c t + n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t$$

解调器输出为 $y_i(t)$ 与理想恢复载波 $2\cos \omega_c t$ 相乘经过低通并隔直流后

$$y_o(t) = A \cdot \alpha \cdot m_n(t) + n_c(t) = m(t) + n_c(t)$$

解调输入端:

$$\text{信号平均功率: } P_{S_i} = A^2(1 + \alpha^2 P_{M_n})/2$$

$$\text{噪声平均功率: } P_{n_o} = 2N_0W$$

$$\text{输入信噪比: } \gamma_i = A^2(1 + \alpha^2 P_{M_n})/4N_0W$$

解调输出端:

$$\text{信号平均功率: } P_{S_o} = P_M = A^2 \alpha^2 P_{M_n}$$

$$\text{噪声平均功率: } P_{n_o} = 2N_0W$$

$$\text{输出信噪比: } \gamma_o = A^2 \alpha^2 P_{M_n}/2N_0W$$

$$\text{解调器信噪比增益: } G_{AM} = \gamma_o/\gamma_i = \frac{2P_M}{A^2 + P_M} = 2\eta$$

4.4.3 AM系统的抗噪声性能

■ 包络检波的解调性能

$$r(t) = \{A_c[1 + a \cdot m_n(t)] + n_c(t)\} \cos 2\pi f_c t - n_s(t) \sin 2\pi f_c t$$

$$\text{其包络为: } V_r(t) = \sqrt{\{A_c[1 + a \cdot m_n(t)] + n_c(t)\}^2 + n_s^2(t)}$$

1) 大信噪比下, 包络检波滤除直流后输出为:

$$y_o(t) = A_c \cdot a \cdot m_n(t) + n_c(t)$$

2) 小信噪比下, 令 $V_n(t) = \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)}$

$$\begin{aligned} V_r(t) &\approx \sqrt{[n_c^2(t) + n_s^2(t)]} \left\{ 1 + \frac{2A_c n_c(t)}{n_c^2(t) + n_s^2(t)} [1 + a \cdot m_n(t)] \right\} \\ &\approx V_n(t) \left\{ 1 + \frac{A_c n_c(t)}{V_n^2(t)} [1 + a \cdot m_n(t)] \right\} \\ &= V_n(t) + \frac{A_c n_c(t)}{V_n(t)} [1 + a \cdot m_n(t)] \end{aligned}$$



4.4.3 AM系统的抗噪声性能

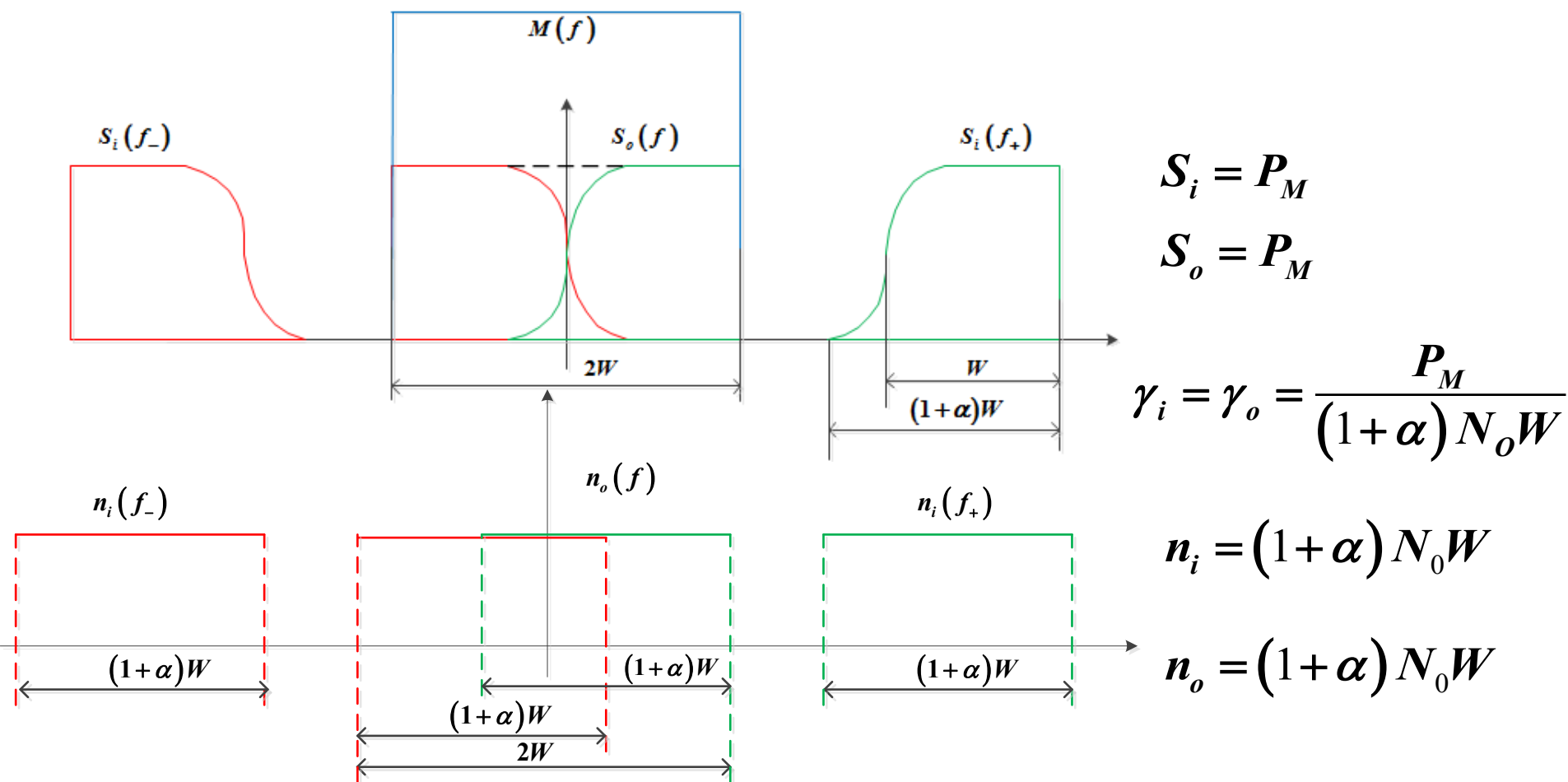
■ 包络检波的解调性能

- 在高信噪比情况下，包络检波解调具有与相干解调相同的解调输出信噪比
- 在低信噪比情况下，包络检波中输出有用信号和噪声不再是相加的，而是相混的，即是有用信号分量乘以噪声。这时已经很难从输出中区分出有用信号了

4.4.3 VSB解调其性能

$$y_i(t) = [m(t)\cos\omega_c t] \otimes h_v(t) + n_{NB}(t)$$

$$y_o(t) = m(t) + n_c(t)$$



三、（12 分）下图所示系统中调制信号 $m(t)$ 的均值为 0，功率谱密度为

$$P_m(f) = \begin{cases} \frac{N_m}{2} \left(1 - \frac{|f|}{f_m}\right) & |f| \leq f_m \\ 0 & |f| > f_m \end{cases}; \text{白噪声 } n(t) \text{ 的功率谱密度为 } P_n(f) = \frac{N_0}{2}; \text{BPF 为}$$

理想带通滤波器，LPF 为理想低通滤波器。求相干解调器的输入信噪比、输出信噪比以及调制制度增益。

