第六章 数字信号的频带传输

信息与通信工程学院
无线信号处理与网络实验室(WSPN)
智能计算与通信研究组（IC^2 ）
彭岳星
yxpeng@bupt.edu.cn
6119 8066 ext.2

本章内容

- 调制过程
  - 数字调制：比特序列→数字符号序列基带信号
  - 模拟调制：数字基带信号→数字频带信号
- 需掌握技能
  - 调制信号表示：信号的矢量表示
  - 调制信号频谱分析：带宽，连续/离散谱
  - 解调方法：相干接收，匹配滤波，包络检波
  - 解调性能分析

内容

- 二进制数字信号的正弦型载波调制
- 四相移相键控
- M进制数字调制
- 恒包络连续相位调制

6.1 调制及其分类

- 数字信号的正弦型载波调制分类
  - 调制参数: 控制载波信号的某些参数
    - 振幅键控（ASK）
    - 频率键控（FSK）
    - 相位键控（PSK）
    - 正交幅度调制（QAM）

  波形设计
  - 二进制和M进制：调制信号的效率
  - 线性调制与非线性调制：调制系统的线性性
  - 无记忆调制与有记忆调制：调制系统的记忆性

  码型设计

6.2.1 二进制启闭键控(OOK/2ASK)

- 定义：

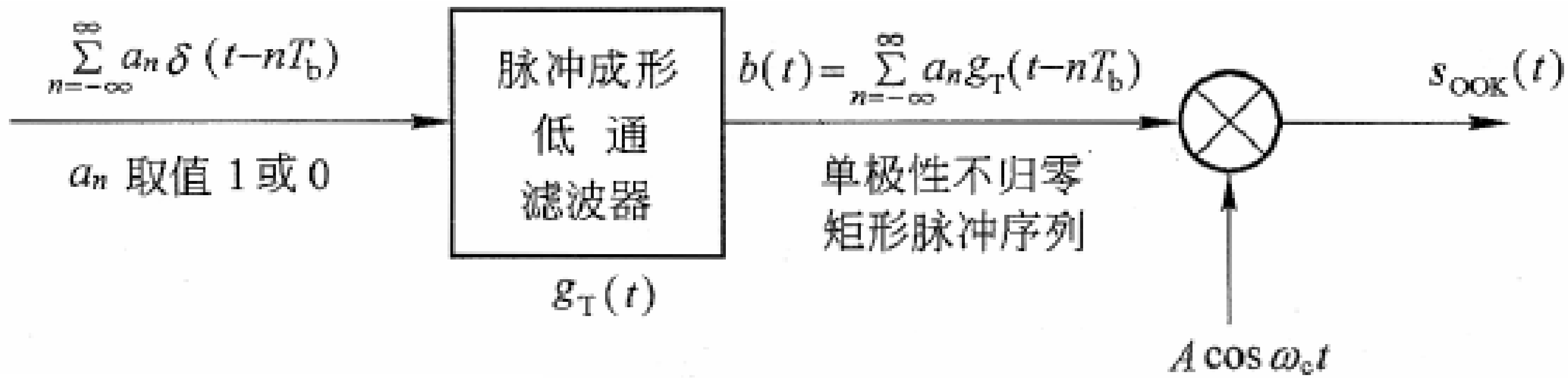
  用二进制数字基带信号控制正弦载波的幅度

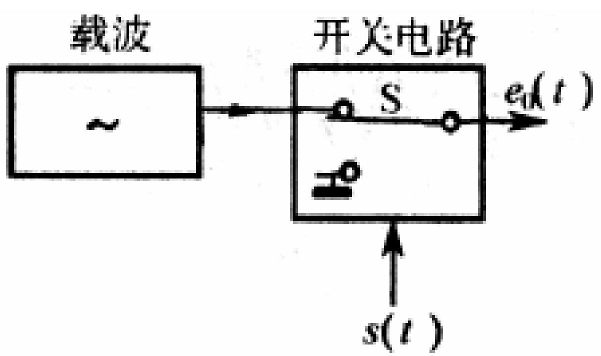
$$s_{OOK}(t) = A_c\left[\sum_n a_n g_T(t - nT_s)\right]\cos 2\pi f_c t, \qquad a_n \in \{0, 1\}$$

$$= \begin{cases} s_1(t) = A_c \cos 2\pi f_c t, & \text{"传号“} \\ s_2(t) = 0, & \text{"空号”}, \end{cases} \qquad 0 \le t \le T_s$$

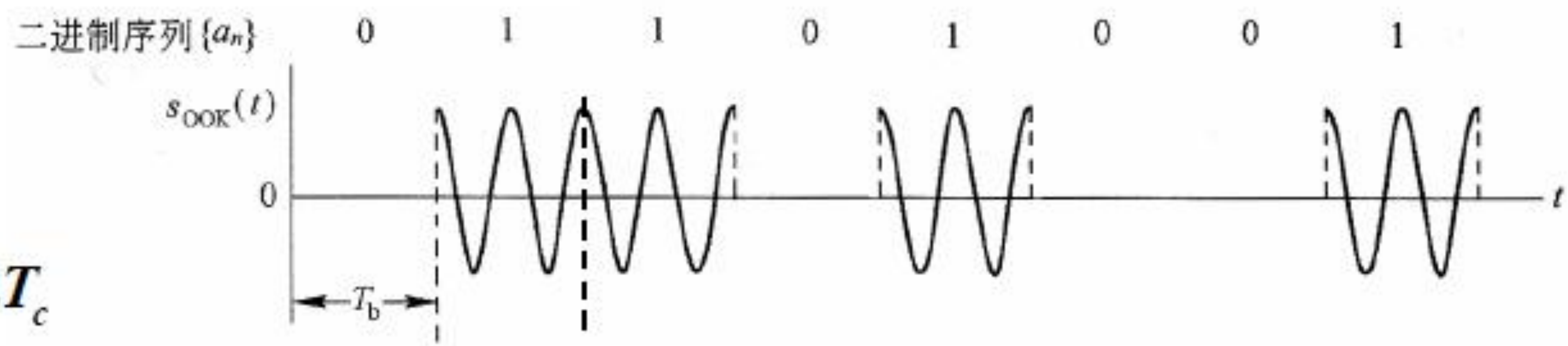
其中，$a_n = \begin{cases} 0, & \text{以概率} p \\ 1, & \text{以概率} 1 - p \end{cases}$

6.2.1 OOK信号的产生





通断键控(OOK)信号



$T_b = 2T_c$

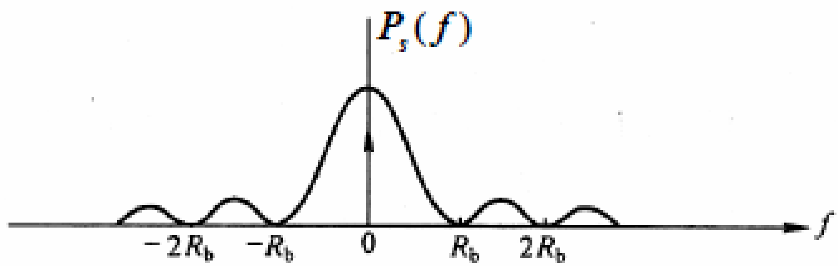
6.2.1 2ASK信号的谱结构

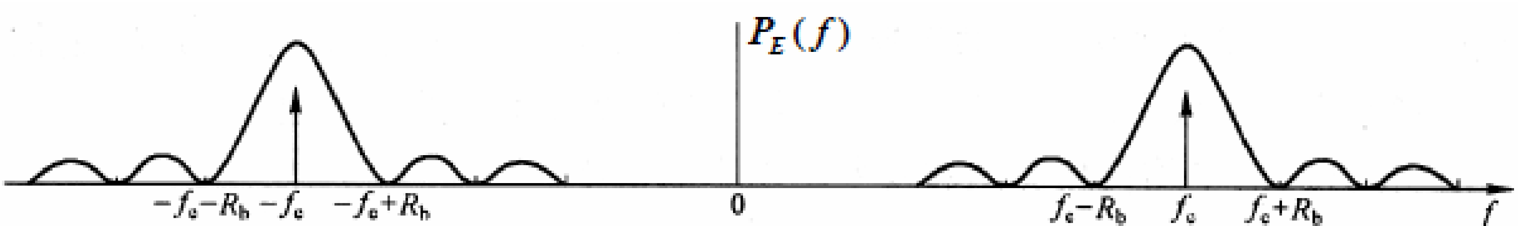
$$s_{OOK}(t) = s(t)\cos 2\pi f_c t \Longleftrightarrow P_{OOK}(f) = \frac{1}{4}[P_s(f+f_c) + P_s(f-f_c)]$$

$s(t) = \sum_n a_n g_T(t - nT_s)$：单极性不归零矩形脉冲序列

$$P_s(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s}|G(f)|^2 + \frac{m_a^2}{T_s^2}\sum_m \left|G\left(\frac{m}{T_s}\right)\right|^2 \delta\left(f - \frac{m}{T_s}\right)$$

$$= \sigma_a^2 A^2 T_s \text{sinc}^2\,(fT_s) + A^2 m_a^2 \delta(f)$$





- 信号带宽：$B = 2W \simeq \frac{2}{T_s} = 2R_b$

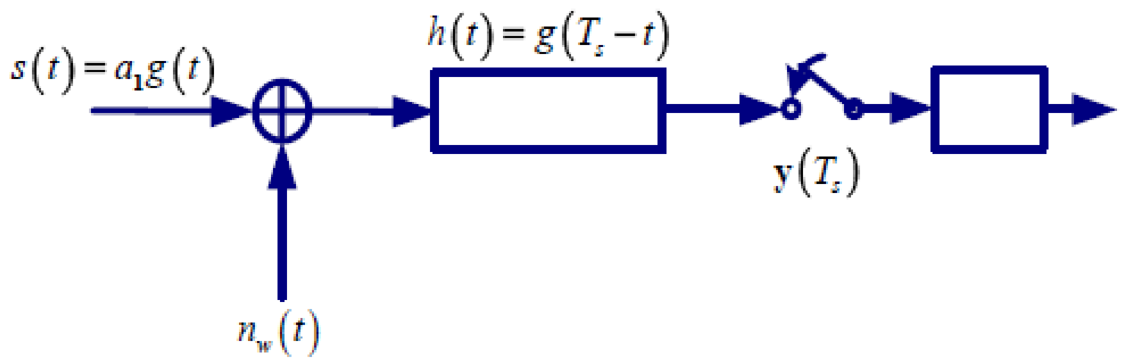
6.2.1 OOK信号的解调和误比特率

- 在宽带及**AWGN**干扰下的解调
  - 匹配滤波器
  - **LPF**相干解调
  - 非相干解调
- 在理想限带及**AWGN**干扰下的最佳接收

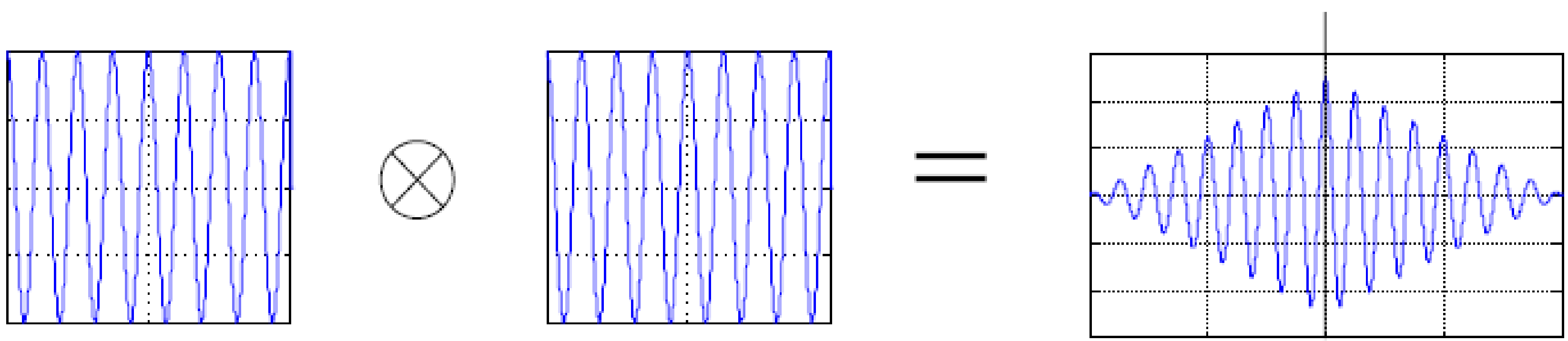
6.2.1 OOK匹配滤波器解调的性能

- 匹配滤波器

$$r(t) = s_{OOK}(t) + n_w(t) = \begin{cases} s_1(t) + n_w(t), & \text{"传号"} \\ n_w(t), & \text{"空号"} \end{cases}, 0 \le t \le T_s$$



$$h(t) = s_1(T_s - t) = A\cos 2\pi f_c(T_s - t), 0 \le t \le T_s$$



6.2.1 OOK匹配滤波器解调的性能

- 假定发送'1'： $r(t)=s_1(t)+n_w(t)$

$$y(t)=\int_0^t r(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

$$=\underline{\underline{\int_0^t s_1(\tau)h(t-\tau)d\tau}}+\underline{\underline{\int_0^t n_w(\tau)h(t-\tau)d\tau}}$$

抽样时刻 $t=T_b$， $y(T_b)=\underline{\underline{E_1}}+\underline{\underline{Z}}$

$$E(y|s_1)=E_1+E(Z|s_1)=E_1=\frac{A^2T_b}{2}$$

$$D(y|s_1)=E\left[(y-E_1)^2\middle|s_1\right]=E\left(Z^2\middle|s_1\right)=\frac{N_0E_1}{2}$$

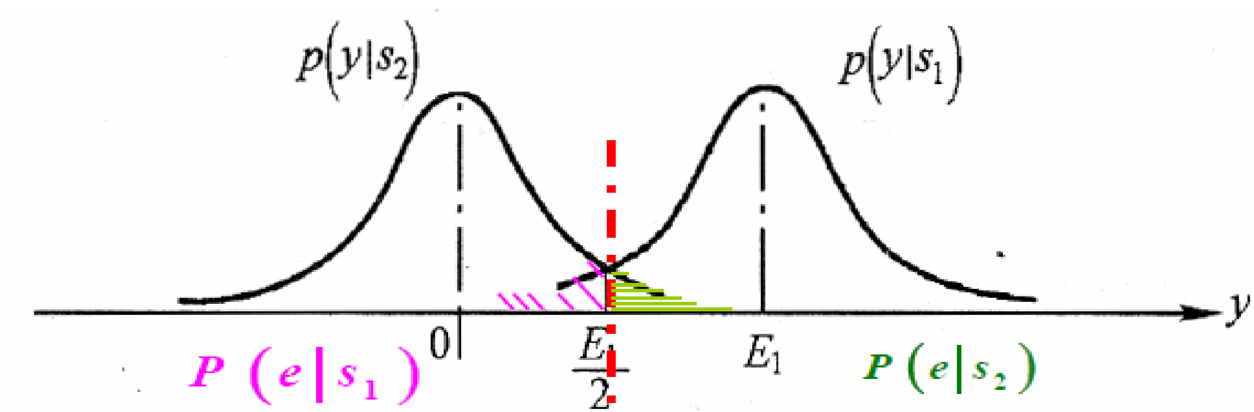
$$\Longrightarrow\quad p(y|s_1)=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0E_1}}\exp\left[-\frac{(y-E_1)^2}{N_0E_1}\right]$$

6.2.1 OOK匹配滤波器解调的性能

- 假定发送'0'： $r(t)=s_2(t)+n_w(t)\ =n_w(t)$

$$y(T_b)=Z \Longrightarrow E(y|s_2)=0,\ D(y|s_2)=\frac{N_0E_1}{2}$$

$$\Longrightarrow p(y|s_2)=\frac{1}{\sqrt{\pi N_0E_1}}\exp\left[-\frac{y^2}{N_0E_1}\right]$$



6.2.1 OOK匹配滤波器解调的性能

- 平均误比特率

$$P_b = P(s_1)\cdot P(e|s_1) + P(s_2)\cdot P(e|s_2)$$
$$= P(s_1)\int_{-\infty}^{V_T} p(y|s_1)\,dy + P(s_2)\int_{V_T}^{\infty} p(y|s_2)\,dy$$

- 最佳门限电平：使平均误比特率最小

$$\frac{\partial P_b}{\partial V_T} = 0 \Longrightarrow V_T = \frac{N_0}{2}\ln\frac{P(s_2)}{P(s_1)} + \frac{E_1}{2} \xrightarrow{P(s_1)=P(s_2)=1/2} V_T = \frac{E_1}{2}$$

$$\therefore\quad P_b = P(e|s_1) = \int_{-\infty}^{E_1/2}\frac{1}{\sqrt{\pi N_0 E_1}}\exp\left[-\frac{(y-E_1)^2}{N_0 E_1}\right]dy$$

$$= Q\left(\sqrt{\frac{E_1}{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

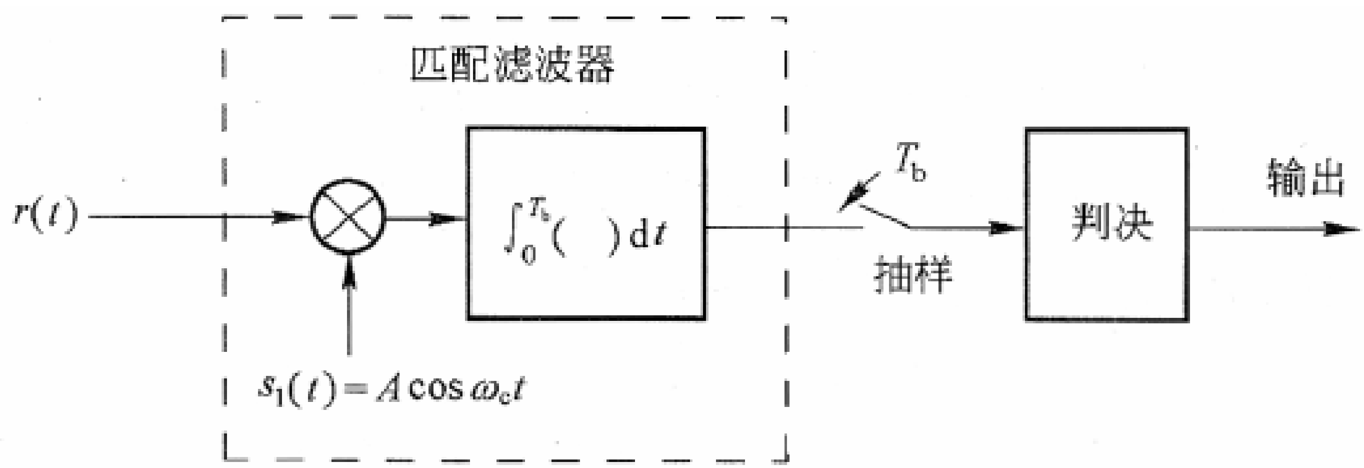
其中 $E_b = \frac{1}{2}(E_1 + E_2) = \frac{1}{2}(A^2 T_b/2 + 0) = \frac{A^2 T_b}{4}$. ～每比特能量

6.2.1 OOK匹配滤波器解调

- 抽样点$y(T_b)$，相乘+积分的相关型解调器。

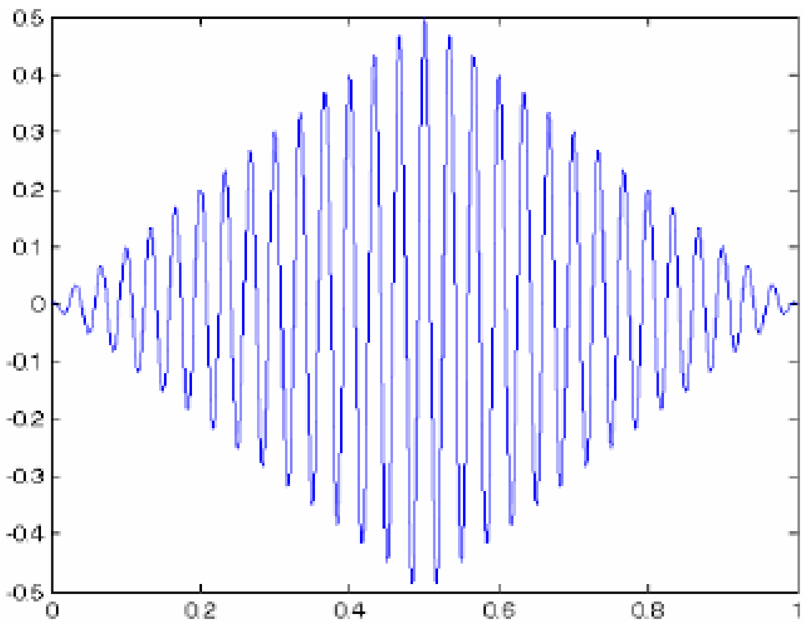
$$y(t)=\int_0^{T_b} r(\tau)h(t-\tau)d\tau=\int_0^{T_b} r(\tau)s_1(T_b-t+\tau)d\tau$$

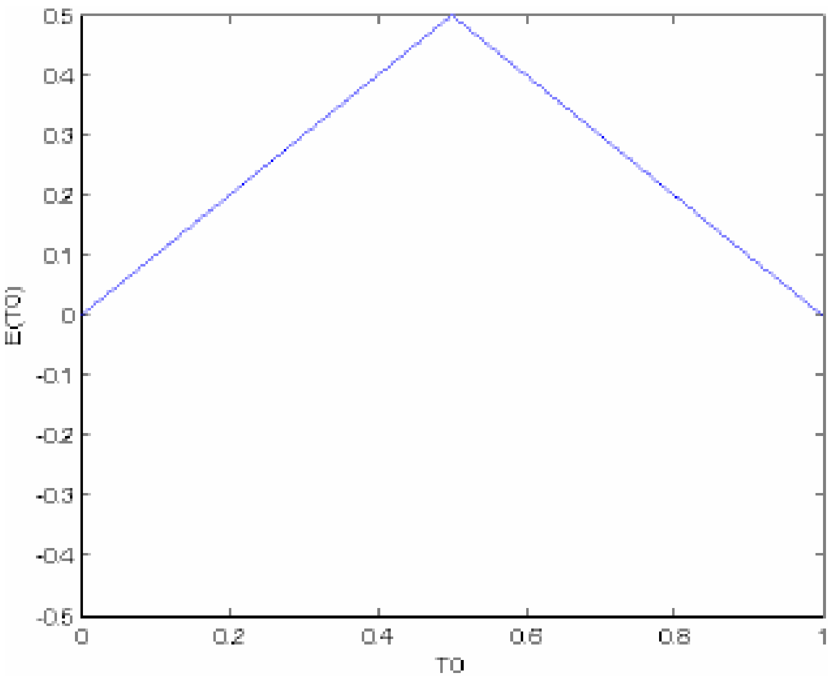
$$y(t=T_b)=\int_0^{T_b} r(\tau)s_1(\tau)d\tau$$



本地信号与发送信号$s_1(t)$需同频同相 ⟶ 具有匹配滤波器的相干解调

6.2.1 OOK匹配滤波器解调的性能



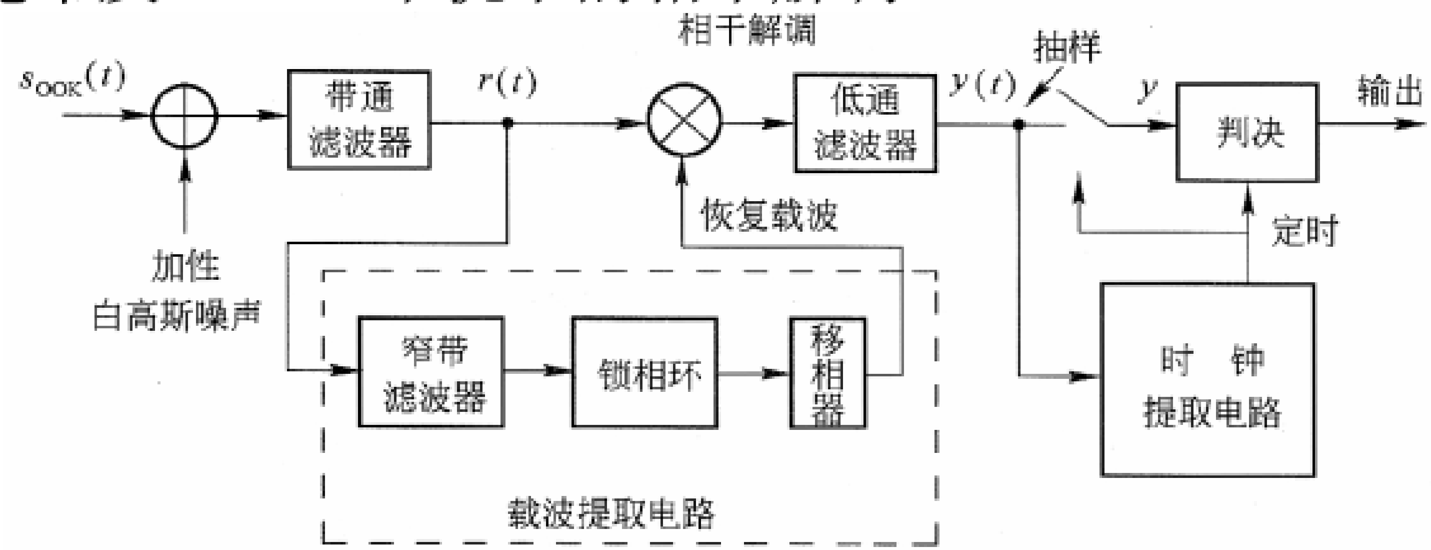


直接进行匹配滤波解调对定时要求非常高

与相干载波相乘再匹配滤波对定时的要求大大降低

6.2.1 OOK的LPF相干解调

- 在宽带及**AWGN**干扰下的相干解调



$$r(t)=\begin{cases} A\cos w_c t+n(t), & 传号 \\ n(t), & 空号 \end{cases} \qquad 0\le t\le T_b$$

$$n_{NB}(t)=n_c(t)\cos\omega_c t-n_s(t)\sin\omega_c t$$

$$E\{n_{NB}(t)\}=E\{n_c(t)\}=E\{n_s(t)\}=0 \qquad \sigma_n^2=\sigma_{n_c}^2=\sigma_{n_s}^2=N_0B\triangleq\sigma^2$$

$$y(t)=r(t)2\cos w_c t\big|_{LPF}=\begin{cases} A+n_c(t), & 传号 \\ n_c(t), & 空号 \end{cases} \qquad 0\le t\le T_b$$

6.2.1 OOK匹配滤波器解调的性能

- 抽样时刻： $y=\begin{cases}A+n_c\\ n_c\end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases}p(y|s_1)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\dfrac{(y-A)^2}{2\sigma^2}\right]\\[2ex] p(y|s_2)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left(-\dfrac{y^2}{2\sigma^2}\right)\end{cases}$

$P(s_1)=P(s_2)=\dfrac{1}{2}$时， $V_T=\dfrac{A}{2}$

- $$P_b=P(e|s_1)=\int_{-\infty}^{A/2}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\exp\left[-\frac{(y-A)^2}{2\sigma^2}\right]dy$$

$$=Q\left(\sqrt{\frac{A^2T_b}{4N_0}\cdot\frac{1}{BT_b}}\right)$$

$$\boxed{\sigma^2=N_0B}$$

$$\boxed{E_b=\frac{A^2T_b}{4}}$$

$$P_{b,MF}=Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)=Q\left(\sqrt{\frac{A^2T_b}{4N_0}}\right)$$

$\Rightarrow$ **LPF解调性能差于匹配滤波器解调.**

6.2.1 OOK信号的非相干解调

- 发送s_1：

$$r(t)=\left[A+n_c(t)\right]\cos\omega_c t-n_s(t)\sin\omega_c t$$

$$V(t)=\sqrt{\left[A+n_c(t)\right]^2+n_s^2(t)}$$

$$p(V|s_1)=\frac{V}{\sigma^2}I_0\left(\frac{AV}{\sigma^2}\right)\exp\left(-\frac{V^2+A^2}{2\sigma^2}\right)$$

~广义瑞利分布

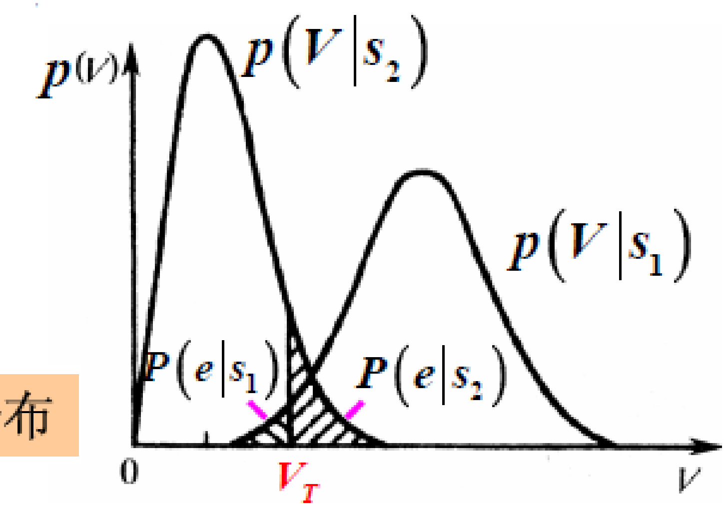
- 发送s_2：

$$r(t)=n_c(t)\cos\omega_c t-n_s(t)\sin\omega_c t$$

$$V(t)=\sqrt{n_c^2(t)+n_s^2(t)}$$

$$p(V|s_2)=\frac{V}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{V^2}{2\sigma^2}\right)$$

~瑞利分布



6.2.1 OOK信号的非相干解调

$$P_b = \frac{1}{2}\left[\int_0^{V_T} p(V|s_1)dV + \int_{V_T}^{\infty} p(V|s_2)dV\right]$$

$$\frac{\partial P_b}{\partial V_T} = 0 \Longrightarrow \frac{A^2}{\sigma^2} \gg 1\text{时，}\quad V_T \approx \frac{A}{2}.$$

$$P_b \approx \frac{1}{4} erfc\left(\sqrt{\frac{A^2}{8\sigma^2}}\right) + \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{A^2}{8\sigma^2}\right) \approx \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{A^2}{8\sigma^2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\cdot\frac{R_b}{B}\right)$$

高SNR时，非相干解调的平均误码率是SNR的负指数函数

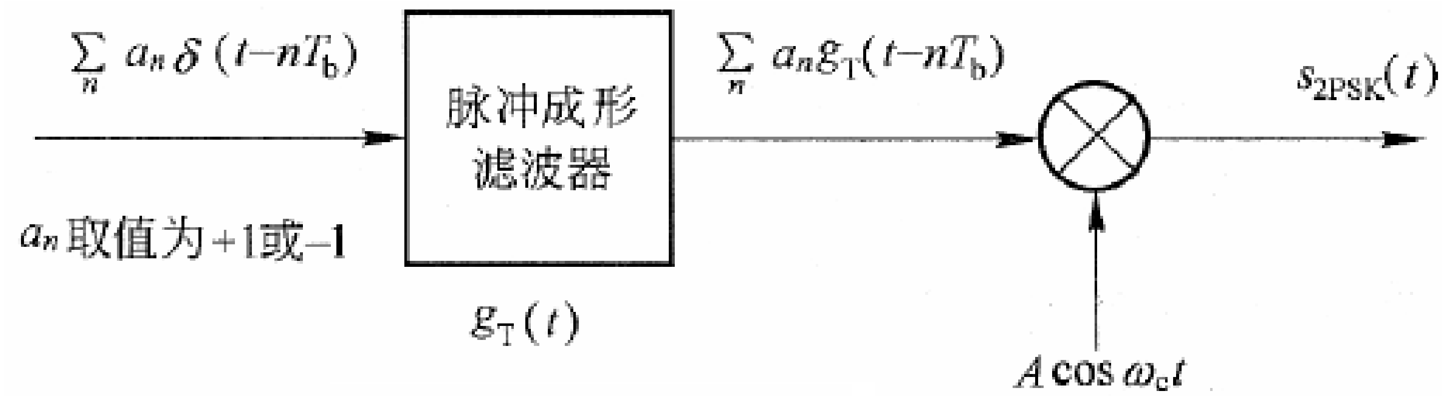
6.2.3 二进制移相键控（2PSK）

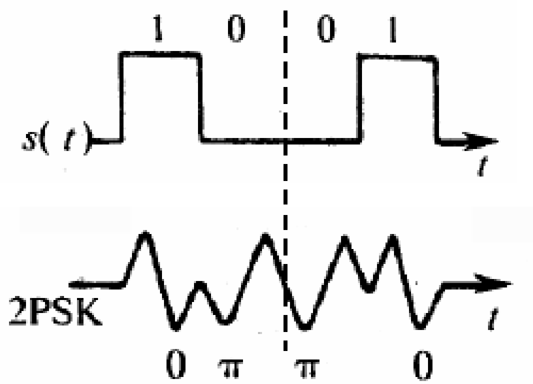
- 定义：
  用二进制数字基带信号控制正弦载波的相位
- 特点：有两个相位（**0**和π）
  - 发**1**时（传号）
  - 发**0**时（空号）
- 直接用数字基带信号（双极性）与正弦载波相乘即得到**2PSK**信号

6.2.3 2PSK的产生

$$s_{2PSK}(t)=A\left[\sum_n a_n g_T\left(t-nT_b\right)\right]\cos\omega_c t \quad \text{where} \quad a_n\in\{+1,-1\}$$

$$=\begin{cases} s_1(t)=A\cos\omega_c t, & \text{“传号”} \\ s_2(t)=-A\cos\omega_c t=A\cos\left(\omega_c t+\pi\right), & \text{“空号”} \end{cases}$$



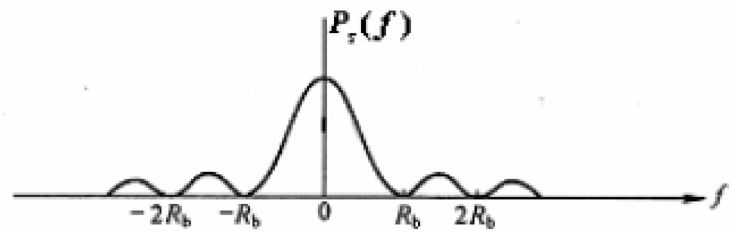


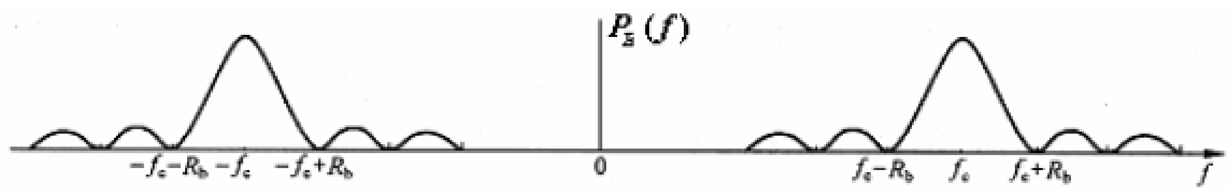
6.2.3 2PSK信号的频谱结构

- $S_{2PSK}(t) = s(t)\cos\omega_c t \Leftrightarrow P_s(f) = \frac{1}{4}\left[P_s(f-f_c)+P_s(f+f_c)\right]$

$$s(t) = \sum_n a_n g(t - nT_s)$$ ~双极性不归零矩形脉冲序列

$$P_s(f) = \frac{\sigma_a^2}{T_s}\left|G(f)\right|^2 = \sigma_a^2 A^2 T_s \cdot S_a^2(\pi f T_s)$$

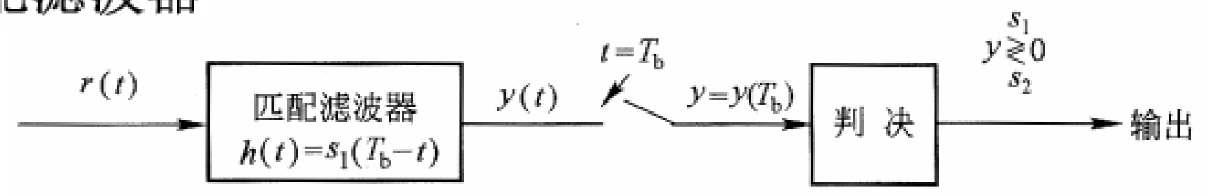




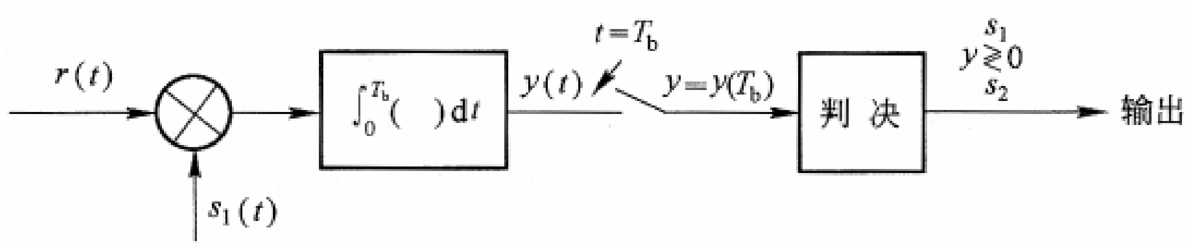
- 信号带宽：$\frac{2}{T_s} = 2R_b$. 无离散载频分量，只有连续谱

6.2.3 2PSK解调的性能

- 匹配滤波器



(a) 匹配滤波器



(b) 相关型解调器

- 发送s_1：$y(T_b)=E_b+Z$

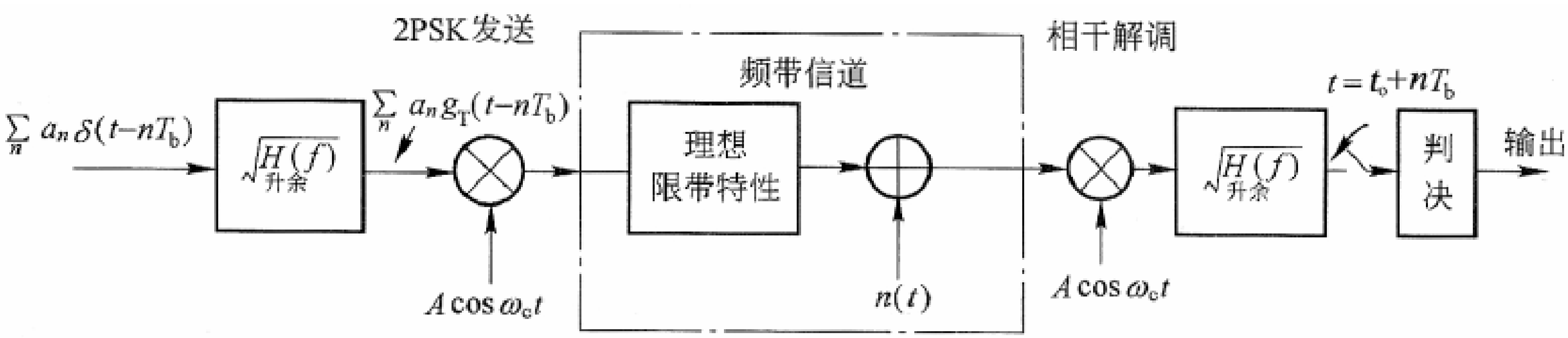
- 发送s_2：$y(T_b)=-E_b+Z$

$$P(s_1)=P(s_2)=1/2 \Rightarrow V_T=0$$

$$P_{e,d}=Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)=Q\left(\sqrt{\frac{(1-\rho)E_b}{N_0}}\right)$$

6.2.3 2PSK解调的性能

- 理想限带信道下的最佳接收



- 误比特率（与匹配滤波器接收相同）

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$$

6.2.2 二进制移频键控（2FSK）

- **定义：用二进制基带信号控制正弦载波的频率**

$$s_{2FSK}(t) = A_c \cos\left(2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{\infty}^{t} \sum_n a_n g(\tau - nT_s)\,\mathrm{d}\tau\right)$$

$$= A_c \cos\left(2\pi\left(f_c + a_n k_f\right)t\right), \quad (n-1)T_s \le t < nT_s$$

$$= A_c \cos(2\pi(f_c \pm \Delta f)t), \qquad a_n \in \{\pm 1\}, (n-1)T_s \le t < nT_s$$

- **相位关系**

$$\theta(t) = 2\pi k_f \int_{\infty}^{t} \sum_n a_n g(\tau - nT_s)\,\mathrm{d}\tau = 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} b(\tau)\mathrm{d}\tau$$

6.2.2 2FSK

- **相位连续的2FSK信号**

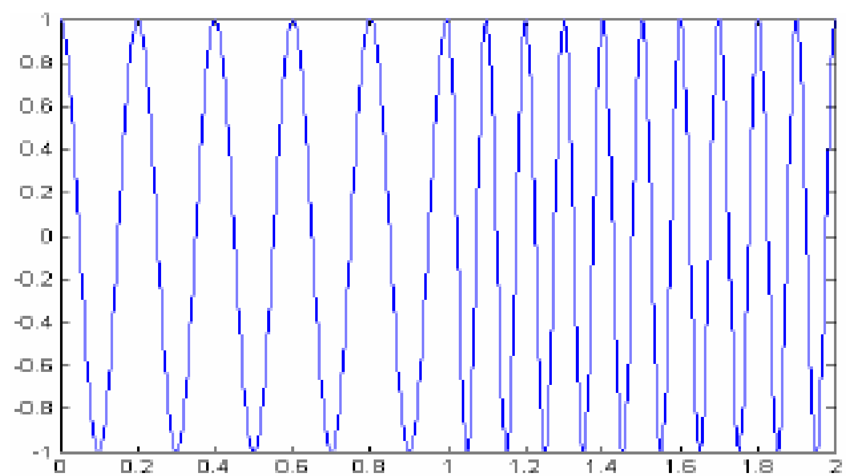
$$S_{\mathrm{FSK}}(t) = A\cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} b(\tau)\mathrm{d}\tau\right]$$

$$= \mathrm{Re}\left[v(t)e^{j2\pi f_c t}\right]$$

- **复包络：**

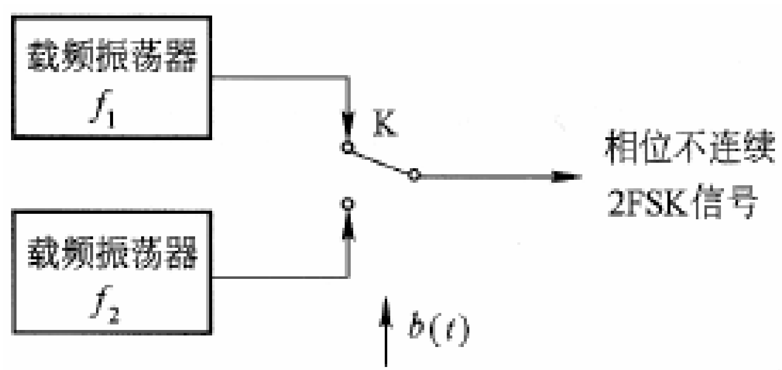
$$v(t) = Ae^{j\theta(t)}$$

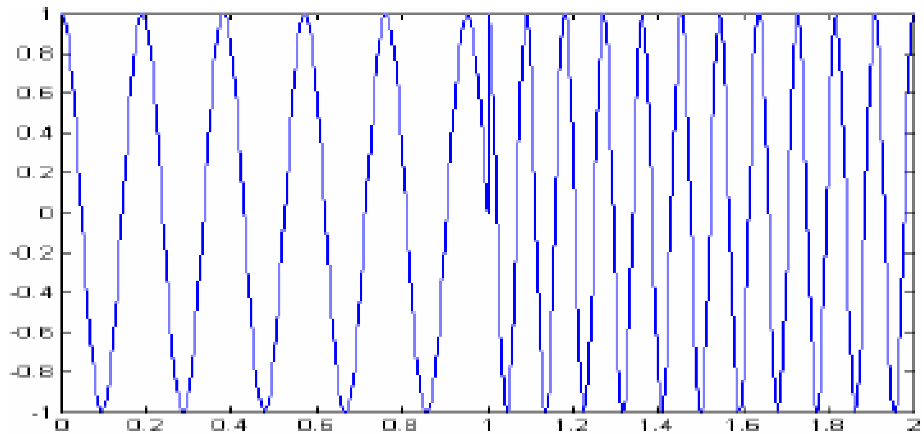
$$\theta(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} b(\tau)\mathrm{d}\tau$$



6.2.2 2FSK

- **相位不连续的2FSK信号**





$$s_{FSK}(t)=\begin{cases} s_1(t)=A\cos 2\pi f_1 t, & "1" \\ s_2(t)=A\cos 2\pi f_2 t, & "0" \end{cases}, \quad 0\le t\le T_b$$

定义： $f_c=\frac{f_1+f_2}{2}, \Delta f=\frac{f_1-f_2}{2}$

$$s_{FSK}(t)=\begin{cases} s_1(t)=A\cos 2\pi (f_c+\Delta f) t, & "1" \\ s_2(t)=A\cos 2\pi (f_c-\Delta f) t, & "0" \end{cases}, \quad 0\le t\le T_b$$

6.2.2 2FSK的相关系数

- 两信号波形之间的互相关系数

$$E_1 = E_2 = \frac{A^2 T_b}{2} = E_b$$

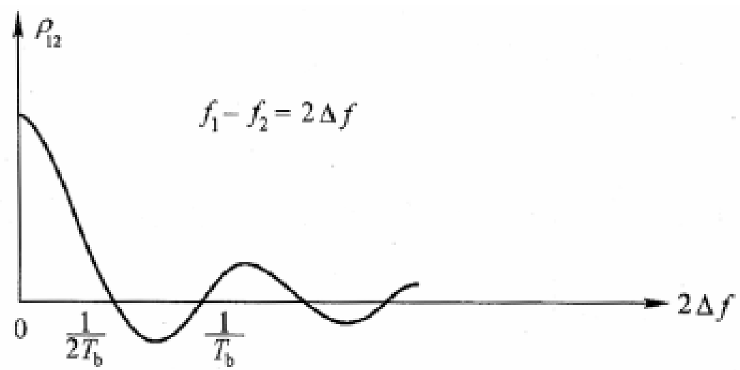
$$\rho_{12} = \frac{1}{\sqrt{E_1 E_2}} \int_0^{T_s} s_1(t) s_2^*(t) \mathrm{d}t = \frac{1}{E_b} \int_0^{T_s} s_1(t) s_2(t) \mathrm{d}t$$

$$= \frac{2}{T_b} \int_0^{T_s} \cos[2\pi(f_c + \Delta f)t] \cos[2\pi(f_c - \Delta f)t] \, \mathrm{d}t$$

$$= \frac{1}{T_b} \int_0^{T_s} \cos[4\pi f_c t] + \cos[4\pi \Delta f t] \, \mathrm{d}t$$

$$= \mathrm{sinc}(4 f_c T_b) + \mathrm{sinc}(4 \Delta f T_b)$$

$$\simeq \mathrm{sinc}(4 \Delta f T_b) \qquad f_c T_b >> 1$$



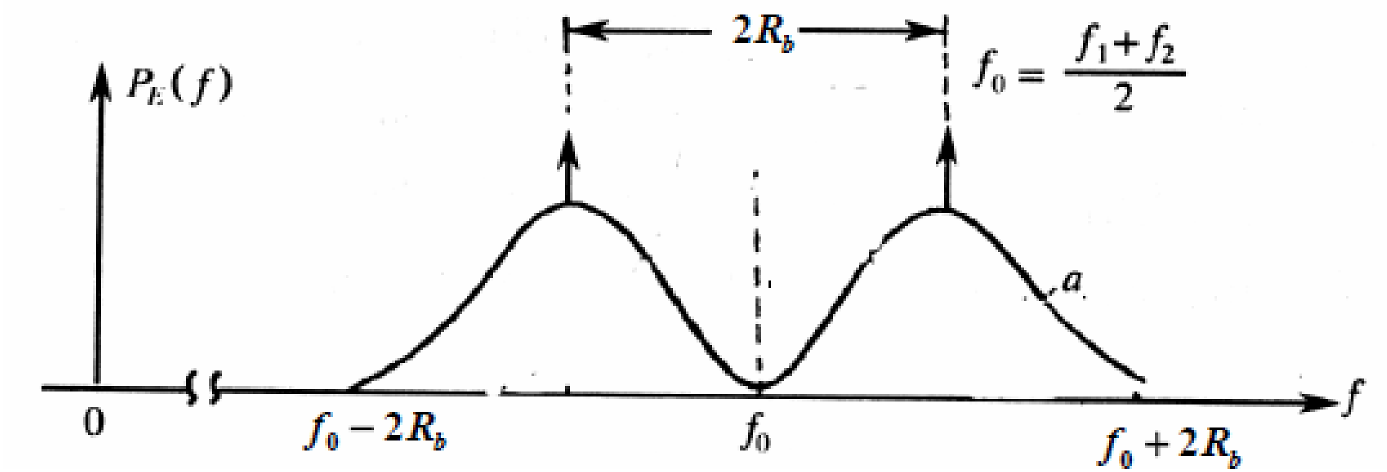
$\rho_{12} = 0$ $\Rightarrow$ $4\Delta f T_b = n \in Z$

$n = 1$ $\Rightarrow$ $f_1 - f_2 = 2\Delta f = \frac{1}{2T_b}$: $\rho_{12} = 0$最小频率间隔

- 当$f_1 - f_2 \gg R_b$时，$\rho_{12} \simeq 0$

6.2.2 2FSK信号的频谱结构

- 信号带宽



$$B_{FSK}=2\Delta f+2B=2\Delta f+2R_b\geq 2.5R_b$$

6.2.2 2FSK信号的频谱结构

- **2FSK信号的功率谱密度**
  - **相位连续的2FSK信号的平均PSK：旁瓣按f^{-4}衰减**
  - **相位不连续的2FSK信号的平均PSK：旁瓣按f^{-2}衰减**
- **2FSK信号的带宽**

$$B_{FSK} = 2\Delta f + 2W$$

W: 基带信号带宽

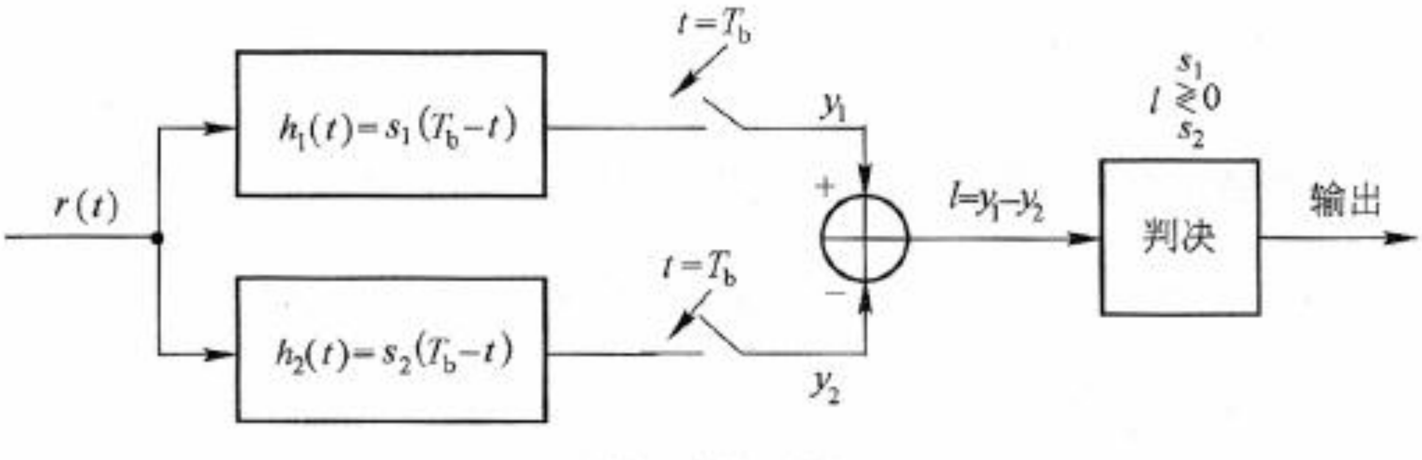
  - **矩形不归零基带波形：**$B_{FSK} = 2\Delta f + R_s$
  - **升余弦基带波形，滚降因子为**α **时：**$B_{FSK} = 2\Delta f + (1+\alpha)R_s$

6.2.2 2FSK信号的解调

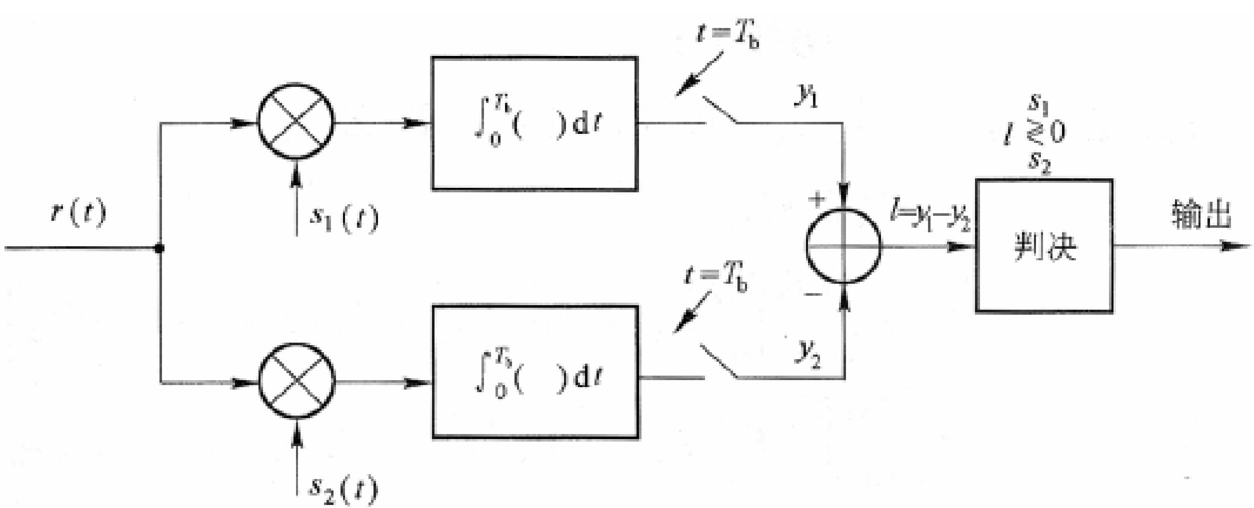
- MF解调
- 相干解调
- 非相干解调
  - 鉴频器
  - 包络检波

6.2.2 2FSK信号的MF解调

- 宽带及AWGN信道下的最佳接收



(a) 匹配滤波器



(b) 相关型解调器

6.2.2 2FSK信号的MF解调

- $s_1(t)$与$s_2(t)$正交
  - 发送$s_1(t)$：

$$\begin{cases} y_1(T_b) = E_b + Z_1 \\ y_2(T_b) = Z_2 \end{cases}$$

$$l = y_1 - y_2 = E_b + Z_1 - Z_2 \ \sim N\left(E_b, 2\sigma_n^2\right)$$

$$\begin{cases} Z_1 = n_w(t) \otimes h_1(t)|_{t=T_b} = \int_0^{T_b} n_w(t) s_1(t) \mathrm{d}t \\ Z_2 = n_w(t) \otimes h_2(t)|_{t=T_b} = \int_0^{T_b} n_w(t) s_1(t) \mathrm{d}t \end{cases}$$

$$E\{Z_1\} = E\{Z_2\} = 0$$

$$D\{Z_1\} = D\{Z_2\} = \frac{N_0 E_b}{2} = \sigma_n^2$$

$$\begin{aligned} R_{z_1 z_2}(\tau) &= R_{z_1}(-\tau) \otimes R_{z_2}(\tau) \\ &= R_{n_w}(\tau) \otimes R_{s_1 s_2}(\tau) \\ &= 0 \end{aligned}$$

  - 发送$s_2(t)$：

$$\begin{cases} y_1(T_b) = Z_1 \\ y_2(T_b) = E_b + Z_2 \end{cases}$$

$$l = y_1 - y_2 = -E_b + Z_1 - Z_2$$

$$\sim N\left(-E_b, 2\sigma_n^2\right)$$

  - 判决准则：$l \lessgtr V_T$: s_2 or s_1
  - 如$s_1(t)$与$s_2(t)$等概：$V_T = 0$
  - $p_e = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{(1-\rho)E_b}{N_0}}\right)$

6.2.2 2FSK信号的MF解调

- 如果只有单支路：$h_1(t) = s_1(T_b - t), h_2(t) = 0$
  - 发送$s_1(t)$：

    $y(T_b) = E_b + Z_1 \sim N\left(E_b, \sigma_n^2\right)$

    $Z_1 = n_w(t) \otimes h_1(t)|_{t=T_b} = \int_0^{T_b} n_w(t) s_1(t) \mathrm{d}t$

    $E\{Z_1\} = 0$

    $D\{Z_1\} = \frac{N_0 E_b}{2} = \sigma_n^2$

  - 发送$s_2(t)$：

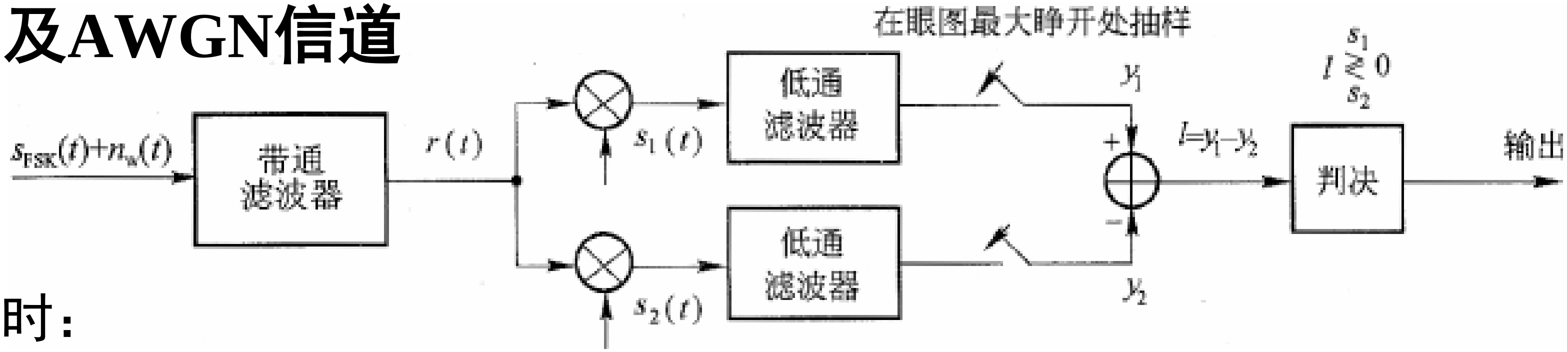
    $y(T_b) = Z_1 \sim N\left(0, \sigma_n^2\right)$

  - 判决准则：$l \lesseqgtr V_T$: s_2 or s_1
  - 如$s_1(t)$与$s_2(t)$等概：$V_T = E_b/2$
  - $p_e = Q\left(\frac{E_b/2}{\sigma_n}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right) \neq Q\left(\sqrt{\frac{(1-\rho)E_b}{N_0}}\right)$

- $\rho = 0$且$E_1 \neq 0, E_2 \neq 0$时，最佳接收机是双支路MF相减的形式；
- $\rho = 0$但$E_1 = 0$ 或$E_2 = 0$时，最佳接收机是单支路MF的形式；

6.2.2 2FSK信号的LPF相干解调

- 宽带及AWGN信道



- 发送s_1时：

$$y_1 = A + n_1, \qquad y_2 = n_2,$$

$$l = A + n_1 - n_2 \sim N(A, 2N_0B)$$

- 发送s_2时：

$$y_1 = n_1, \qquad y_2 = A + n_2,$$

$$l = -A + n_1 - n_2 \sim N(-A, 2N_0B)$$

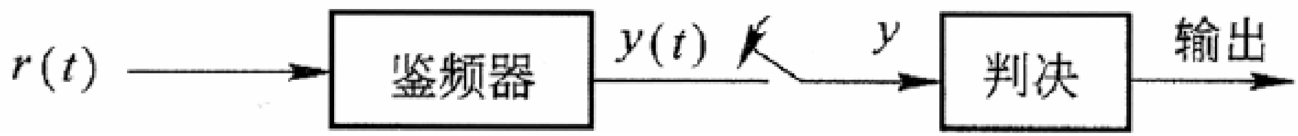
$$B_{min} = \frac{1}{2T_s} + \frac{2}{T_s} = \frac{2.5}{T_s}$$

- 平均误码率：

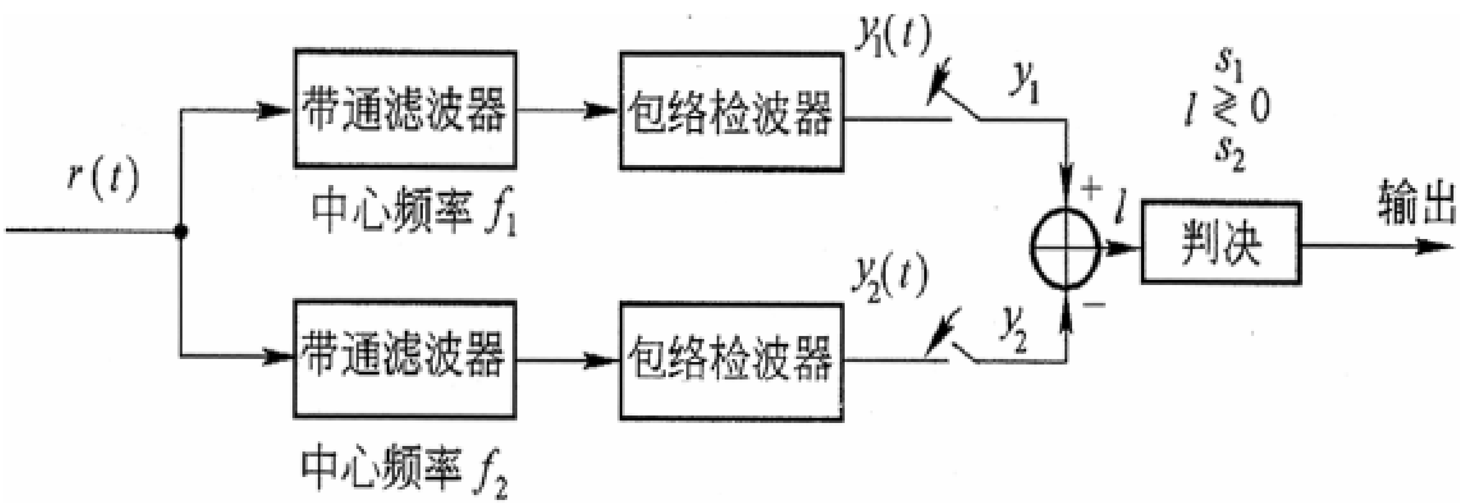
$$P_{b,LPF} = Q\left(\sqrt{\frac{A^2}{2N_0B}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{1}{BT_s}}\right) \geq Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{1}{2.5}}\right) > P_{b,MF} = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

6.2.2 2FSK信号的非相干解调

- 鉴频器



- 包络检波



6.2.2 2FSK信号的非相干解调

- 包络检波

$$\begin{cases} r_1(t) = s_1(t) + n_1(t) \quad \text{or} \quad n_1(t) \\ r_2(t) = n_2(t) \quad \text{or} \quad s_2(t) + n_2(t) \end{cases}$$

- 发送s_1:

$$y_1(t) = \sqrt{\left[A + n_{1c}(t)\right]^2 + n_{1s}^2(t)}$$ ~广义瑞利分布

$$y_2(t) = \sqrt{n_{2c}^2(t) + n_{2s}^2(t)}$$ ~瑞利分布

$$P(e|s_1) = P(y_1 < y_2|s_1) = \int_0^\infty p(y_1|s_1)\int_{y_1}^\infty p(y_2|s_1)\,dy_2 dy_1$$

$P(s_1) = P(s_2)$时，$$P_b = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{A^2}{4\sigma^2}\right) = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\cdot\frac{R_b}{B}\right)$$

6.2.4 载波同步

- 相干解调的需求：相干载波
- 直接法(自同步法)
- 插入导频法(外同步法)
- 非线性变换——滤波法、特殊锁相环法
  - 对2PSK作非线性变换
  - 平方环法
  - 科斯塔斯（COSTAS）环法

6.2.4 2PSK的载波同步

- 平方环法法

$$s_{BPSK}(t)=b(t)\cos\omega_c t$$

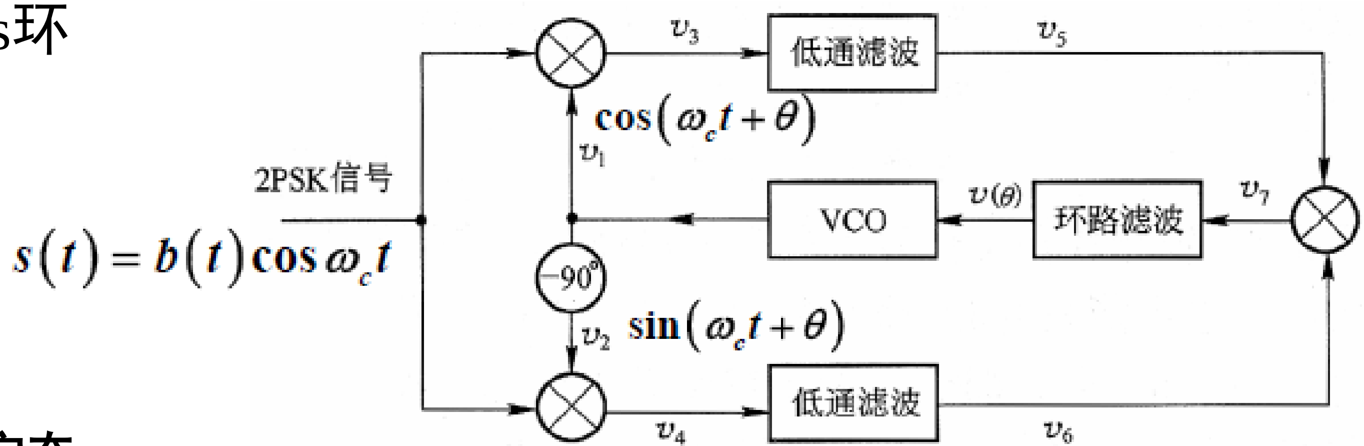
$$b^2(t)\cos^2\omega_c t=\frac{1}{2}\left[b^2(t)+b^2(t)\cos 2\omega_c t\right]$$

$b^2(t)$ 中含有离散的直流分量

$b^2(t)\cos 2\omega_c t$ 含有离散的2倍载频分量

6.2.4 2PSK的载波同步——锁相环

- PLL原理：构造待调量的过零点单调函数，然后反向调整锁定零点
- Costas环



- **稳定态：**

$$v_5(t)=b(t)\cos\omega_c t\cos(\omega_c t+\theta)\Big|_{\mathrm{LPF}}=\frac{1}{2}b(t)\cos\theta$$

$$v_6(t)=b(t)\cos\omega_c t\sin(\omega_c t+\theta)\Big|_{\mathrm{LPF}}=\frac{1}{2}b(t)\sin\theta$$

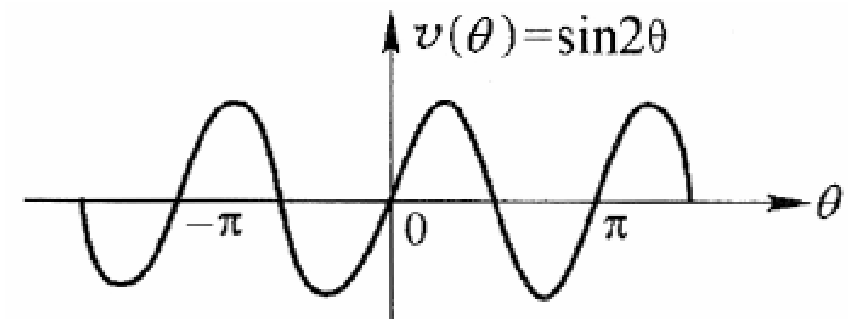
$$v_7(t)=v_5(t)v_6(t)=\frac{1}{8}b^2(t)\sin 2\theta\simeq\frac{1}{4}b^2(t)\theta$$

$v(\theta)$与θ成正比，反向调整VCO的频率，中心频率为ω_c

6.2.4 2PSK的载波同步

- 恢复载波的相位模糊问题

$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{\theta})=\mathbf{sin}\,\mathbf{2}\boldsymbol{\theta}$周期过零点，相位有可能锁定在$\pm\boldsymbol{\pi}$

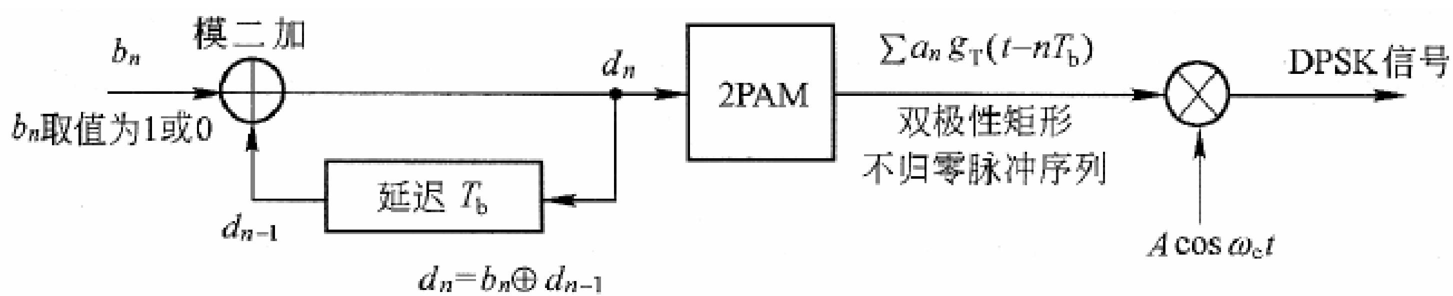


- 解决办法：差分移位键控（DPSK）

6.2.5 差分移相键控（DPSK）

- DPSK：利用相邻码元的载波相位差来表示信息

$$\Delta\theta = \theta_n - \theta_{n-1} = \begin{cases} \pi, & \text{"1"} \\ 0, & \text{"0"} \end{cases}$$

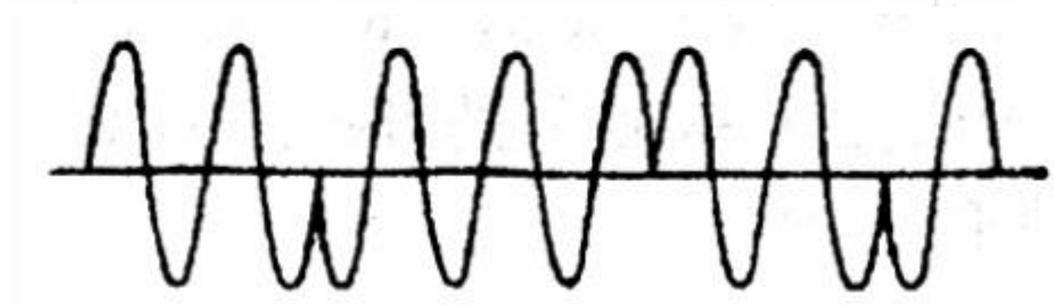


$\{b_n\}$		0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
$\{d_n\}$	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
$\{a_n\}$	-1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1
$\{\theta_n\}$	π	π	π	0	π	0	0	0	π	π	0
$\{\theta_n-\theta_{n-1}\}$		0	0	π	π	π	0	0	π	0	π

6.2.5 DPSK信号波形

信息序列 0 0 1 1 1 0 0 1

2PSK π π 0 0 0 π π 0

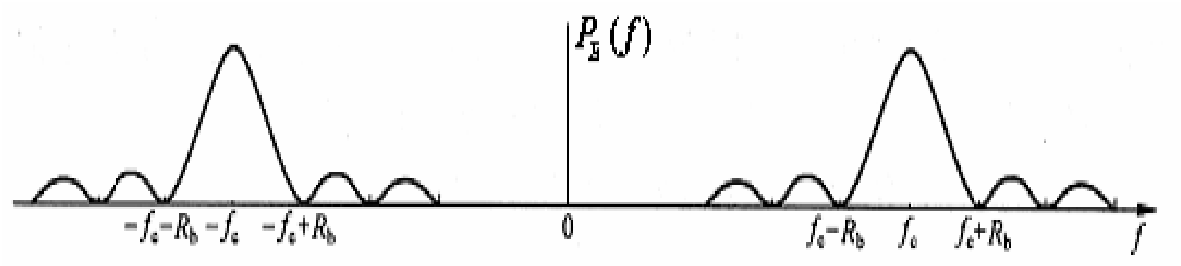


2DPSK π π π 0 π 0 0 0 π

（参考）

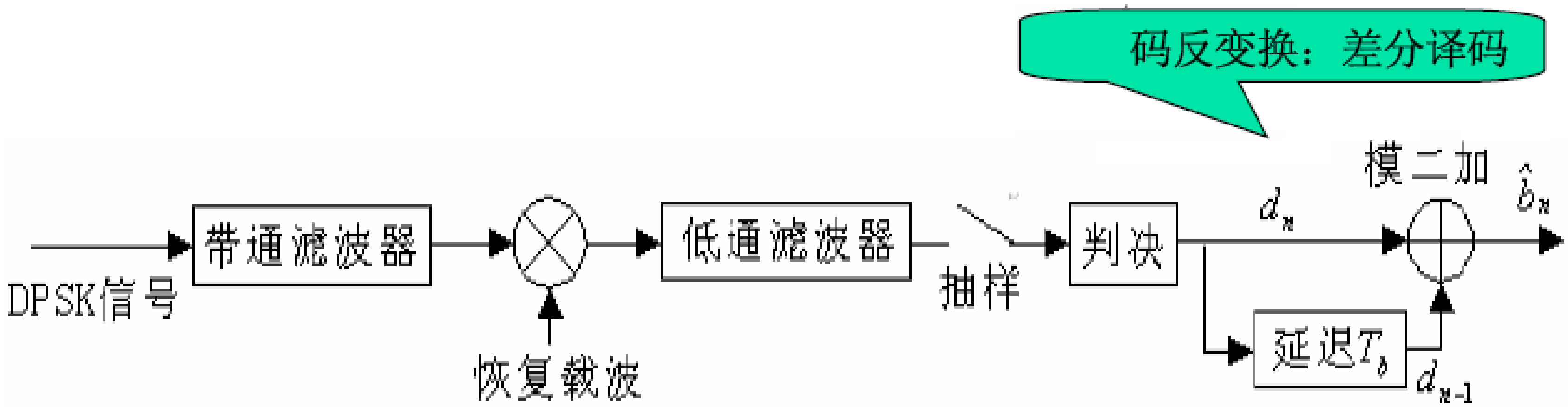
6.2.5 DPSK信号的频谱结构

- 原始0、1比特独立等概时，DPSK信号的功率谱与2PSK信号的功率谱相同



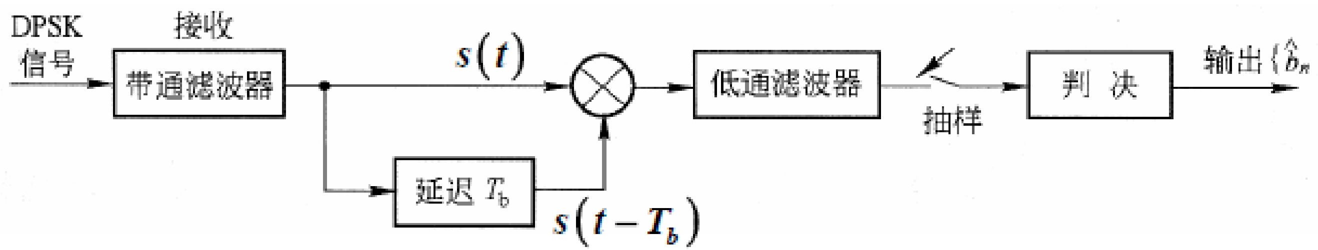
6.2.5 DPSK信号的接收（1）

- 相干解调：同步检测法



6.2.5 DPSK信号的接收（2）

- 差分相干解调：相位比较法



$$s(t)s(t-T_b)=\cos(\omega_c t+\theta_n)\cos[\omega_c(t-T_b)+\theta_{n-1}]$$

$$=\frac{1}{2}[\cos(\omega_c T_b+\theta_n-\theta_{n-1})+\cos(2\omega_c t-\omega_c T_b+\theta_n-\theta_{n-1})]$$

$$\xrightarrow[\omega_c T_b=2\pi f_c T_b=2\pi n]{\text{LPF}}\quad \frac{\cos(\theta_n-\theta_{n-1})}{2}$$

判决准则： $\cos(\theta_n-\theta_{n-1})\gtrless 0$：0/1

6.2.5 DPSK信号的接收（3）

- 差分相干解调：相位比较法

$\{b_n\}$		0	0	1	1	1	0	0	1	0	1
$\{d_n\}$	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1
$\{a_n\}$	-1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1
$\{\theta_n\}$	π	π	π	0	π	0	0	0	π	π	0
$\{\theta_n-\theta_{n-1}\}$		0	0	π	π	π	0	0	π	0	π
$\cos(\theta_n-\theta_{n-1})$		1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1
$\{\hat{b}_n\}$		0	0	1	1	1	0	0	1	0	1

6.2.5 DPSK的误比特率

- 相干解调

设BPSK的误码率为p_b，平均正确判决概率$p_c = 1 - p_b$

DPSK正确判决事件为：

{正确解调}={当前比特错，前一比特也错} + {当前比特对，前一比特也对}

DPSK的平均正确判决概率为：

$$p_{cd} = p_b^2 + p_c^2 = p_b^2 + (1 - p_c)^2 = 1 - 2p_b + 2p_b^2$$

$$p_{ed} = 1 - p_{cd} = 2p_b - 2p_b^2 \simeq 2p_b\text{:当}p_b \ll 1\text{时}$$

在误码率为10^{-4}时，DPSK的解调SNR比BPSK大1 dB

- 如果系统的噪声很小
  - 解调时无相位模糊，BPSK的误码率很小，DPSK的误码率是BPSK的2倍；
  - 如果存在相位模糊，BPSK连续出错，DPSK的性能远优于BPSK

6.2 二进制数字调制系统的性能比较

- 调制带宽
  - 2ASK, 2PSK, 2DPSK

$$B_{ASK} = B_{PSK} = 2W, \quad W \sim b(t)\text{带宽}.$$

  - 2FSK:

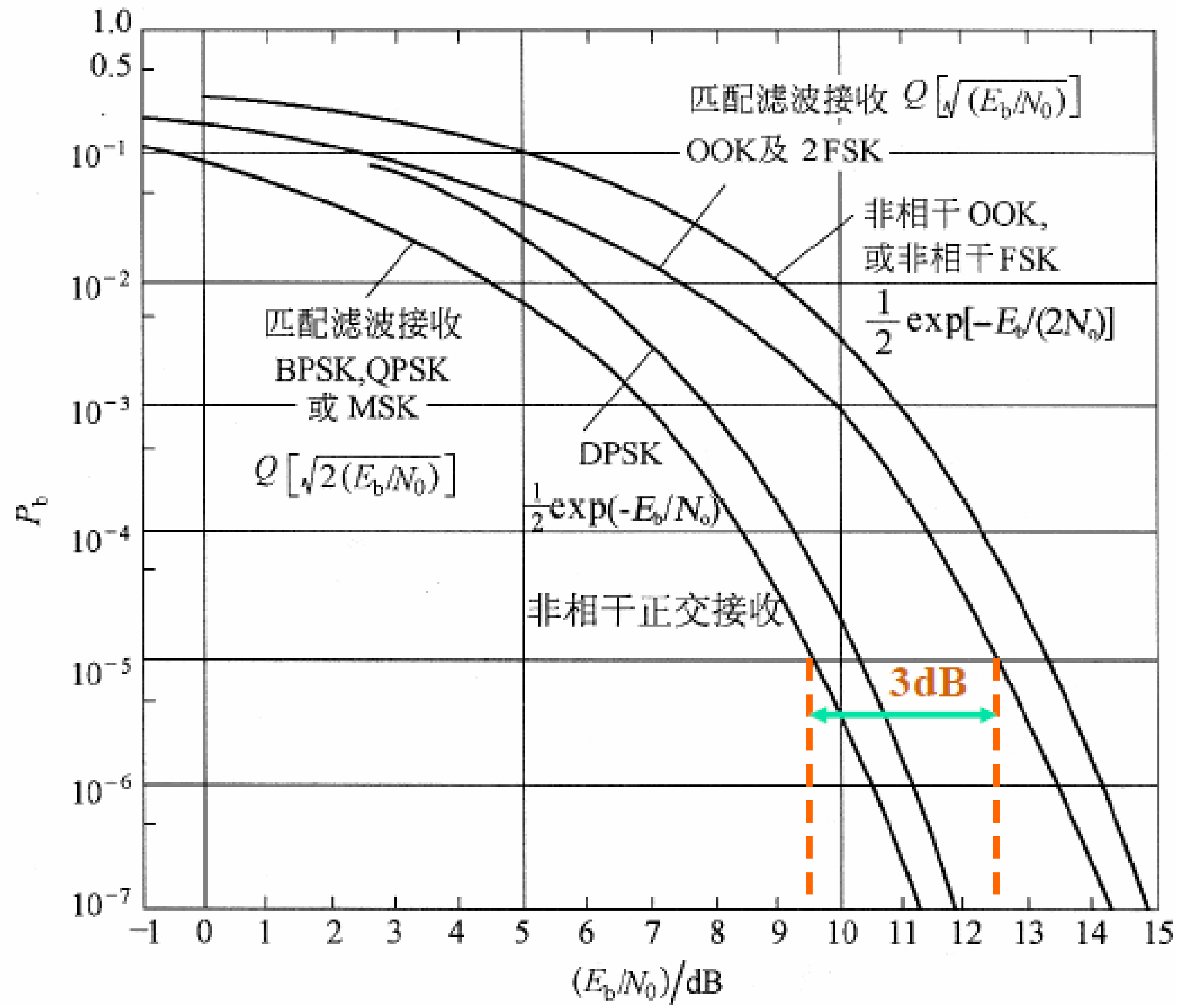
$$B_{FSK} = 2\Delta f + 2W.$$

6.2 二进制数字调制系统的性能比较

- 误比特率

	最佳接收	LPF相干解调	非相干解调
2ASK	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right)$	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{A^2}{8\sigma^2}}\right)$	$\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{A^2}{8\sigma^2}\right)$
2FSK	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}\right)$	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{A^2}{4\sigma^2}}\right)$	$\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{A^2}{4\sigma^2}\right)$
2PSK	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$	$\frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{\frac{A^2}{2\sigma^2}}\right)$	
DPSK	$\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{E_b}{N_0}\right)$		$\frac{1}{2}\exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma^2}\right)$

6.2 二进制数字调制系统的性能比较



（注：图中的OOK及2FSK非相干解调性能是在频带传输系统具有∝=0 的升余弦频率特性，频带宽度 $B=R_b$ 条件下得到的）

$$\frac{A^2}{2\sigma^2}=\frac{S}{N_0B}=\frac{E_b}{N_0}\cdot\frac{R_b}{B}$$

$$\le\frac{E_b}{N_0}$$

$$(\because B=2W, W\ge\frac{R_b}{2})$$

作业：6.1～6.3， 6.6， 6.9， 6.10