

《通信原理》A 卷答案及评分标准

一. 填空（每题 1 分，共 20 分）

- (1) 已知数据速率是 9600bps，基带信号采用滚降系数为 0.5 的根升余弦脉冲。若采用 QPSK，则已调信号的带宽是 7200 Hz，频谱效率是 4/3 bps/Hz；若采用 8PSK，则已调信号的带宽是 4800 Hz，频谱效率是 2 bps/Hz。
- (2) 某 64QAM 系统发送端采用了根升余弦滚降成形，其发送信号的单边功率谱密度图如下所示。从图中可知，发送信号功率是 6 W，滚降系数是 1/3，符号速率是 3 MBaud，比特速率是 18 Mbps。
- (3) 将 N 路话音信号分别通过截止频率为 f_H 的理想低通滤波器，然后按奈氏速率采样，A 律十三折线编码，最后时分复用为一路速率为 R_b 的数据。若 $N=10$ ， $R_b=560\text{kbps}$ ，则 f_H 不得大于 3.5 kHz。若 $R_b=2.048\text{Mbps}$ ， $f_H=4\text{kHz}$ ，则最多可以传输 $N=\underline{32}$ 路话音。若 $f_H=3\text{kHz}$ ， $N=100$ ，则输出速率 $R_b=\underline{4800}$ kbps。
- (4) 假设四进制调制的两个比特的平均能量 $E_b=1$ ，则 4ASK 的最小星座点间距离是 $\sqrt{8/5}$ ，4PSK 是 2，正交 4FSK 是 2。
- (5) 设 2FSK 在 $[0, T_b]$ 内发送 $s_1(t) = \cos 2000\pi t$ 或 $s_2(t) = \cos(2\pi f_a t - \varphi)$ 。假设 $T_b=50\text{ms}$ ， $f_a > 1000$ 。当 $\varphi = 0$ 时，能使 $s_1(t), s_2(t)$ 正交的最小 $f_a = \underline{1010}$ Hz；当 $\varphi = \frac{\pi}{2}$ 时，能使 $s_1(t), s_2(t)$ 正交的最小 $f_a = \underline{1020}$ Hz。
- (6) 设 A 律十三折线编码器的动态范围是 $[-2048, +2048]$ 。若对于所有取值落在区间 (a, b) 中的样值，其编码结果的高 4 位都是 1110，则 $a = \underline{512}$ ， $b = \underline{1024}$ 。
- (7) 矩形星座格雷映射的 16QAM 调制的 I 路和 Q 是两个独立的 4ASK。若已知这两个 4ASK 的符号错误率都是 0.0002，则 16QAM 的符号错误率近似是 0.0004，16QAM 的平均比特错误率近似是 0.0001。

二. 选择填空（每题 1 分，共 20 分。）

选择填空答题表

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
D	C	A	A	D	D	A	B	D	A	B
(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)		
C	C	C	B	D	D	C	A	A		

三. 判断题（每题 1 分，共 10 分。请在“正误”栏中打√或×）

序号	题目	正误
1	OQPSK 的目的是为了能够相干解调。	×
2	数据速率相同时，16QAM 所需的信道带宽是 QPSK 的一半。	√
3	2FSK 的载频间隔越大，则频带利用率越高	×
4	在 MQAM 中，如欲频谱效率提高 1 倍，应将星座图中的星座点数提高 1 倍。	×
5	给定 E_b/N_0 的条件下，MFSK 的误码率随 M 的增加而减小。	√
6	对于固定的 M 以及 E_s/N_0 ，MFSK 的误码率随载频之间频差的增加而单调下降。	×
7	无论量化器的输入服从何种分布，均匀量化器的量化信噪比都近似等于量化级数的平方。	×
8	GSM 手机所用的 GMSK 调制是在 MSK 的基础上发展出来的。	√
9	对带宽为 B 的带通信号进行采样时，不发生频谱混叠需要的最小采样率有可能比 $2B$ 略高。	√
10	如果这 10 道题的答案是 10 个独立同分布的、 $p = 0.5$ 的伯努力随机变量，那么答案中一定有 5 个×，5 个√。	×

四. (10 分)

解：(1) 【2 分】 $G(f) = \begin{cases} T_b, & |f| \leq \frac{1}{2T_b} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$, $P_s(f) = \frac{1}{T_b} |G(f)|^2 = \begin{cases} T_b, & |f| \leq \frac{1}{2T_b} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$

【2 分】判决规则是 $\hat{b}_n = \begin{cases} 1, & r_n < 0 \\ 0, & r_n \geq 0 \end{cases}$

(2)(a) 【2 分】

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_n + a_{n-1})g(t - nT_b) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT_b) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{n-1} g(t - nT_b) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT_b) + \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m g(t - mT_b - T_b) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \tilde{g}(t - nT_b) \end{aligned}$$

其中 $\tilde{g}(t) = g(t) + g(t - T_b)$ ，其傅氏变换的模平方为 $|G(f)|^2 \cdot |1 + e^{-j2\pi f T_b}|^2 = |G(f)|^2 \cdot 4 \cos^2 \pi f T_b$ ，

因此， $P_s(f) = \frac{1}{T_b} |\tilde{G}(f)|^2 = \begin{cases} 4T_b \cos^2 \pi f T_b, & |f| \leq \frac{1}{2T_b} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$

【注意解题过程的不同能形成多种等价的结果，例如： $2 \cos^2 \pi f T_b = 1 + \cos 2\pi f T_b$ 】

【解二】

用 $s_1(t)$, $s_2(t)$ 分别表示(1)、(2)两题的 $s(t)$ 。 $s_2(t)$ 等价于 $s_1(t)$ 通过了一个传递函数为 $1 + e^{-j2\pi f T_b}$ 的线性时不变系统，因此 $P_2(f) = P_1(f) \cdot |1 + e^{-j2\pi f T_b}|^2$ 。然后得到与解一相同的结果。

(b) 【2 分】

$$c_n = a_n + a_{n-1} = (-1)^{d_n} + (-1)^{d_{n-1}} = (-1)^{b_n + d_{n-1}} + (-1)^{d_{n-1}}$$

由于 $(-1)^2 = (-1)^0$ ，所以上式指数中的模 2 加与普通加等价。因此 $c_n = [(-1)^{b_n} + 1] \cdot (-1)^{d_{n-1}}$
若 $b_n = 0$ ， c_n 的可能取值是 ± 2 。若 $b_n = 1$ ， c_n 的取值是 0

(c) 【2 分】判决规则是 $\hat{b}_n = \begin{cases} 1, & |r_n| < 1 \\ 0, & |r_n| \geq 1 \end{cases}$

五. (10 分)

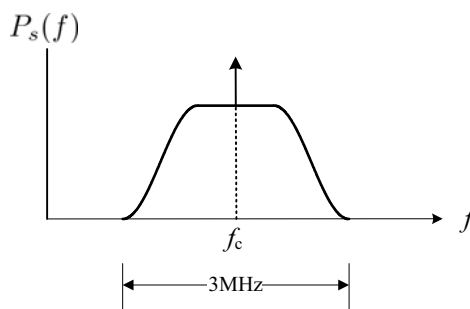
解:

(1) 【3 分】 $P_a = \frac{1}{16}, P_b = \frac{3}{16}, P_c = \frac{9}{16}, P_d = \frac{3}{16}$

(2) 【3 分】 $E_a = E_d = 9, E_b = E_c = 1$

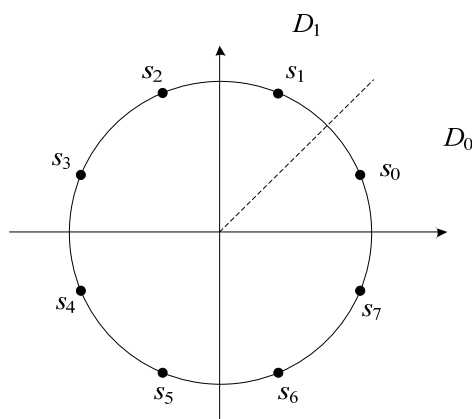
(3) 【3 分】 $E_s = 9 \times (\frac{1}{16} + \frac{3}{16}) + 1 \times (\frac{3}{16} + \frac{9}{16}) = 3, E_b = 1.5$

(4) 【1 分: 答对升余弦形状并标出频率即可, 如果还能标出冲激, 可补本题其他地方的扣分】



六. (10 分)

(1) 【4 分】



(2) 【1 分】 $\frac{1}{2} \text{erfc}(\cos \frac{\pi}{8})$.

(3) 【2 分】加性高斯噪声条件下, 最大似然等同于最小欧氏距离。因此离 y 最近的是 s_7 。

(4) 【2 分】似然函数相等, 说明欧氏距离相等, 因此 $y=0$ 。

(5) 【1 分】 $f(y|s_0) = \frac{1}{\pi e}$ (有基本过程, 即使无此结果也得分)

七. (10 分)

解:

(1) 【4 分】 $m(t)$ 是速率为 1bps 的双极性 PAM 信号, 其带宽是 $W=1\text{Hz}$ 。功率 $P = E_g$ 。

(2) 【3 分】采样率是被采样信号带宽的 2 倍, 按照奈奎斯特抽样定理, 此时应取 $p(t) = \text{sinc}(2t)$, 相应的 $e(t)$ 功率是 0

(3) 【2 分】 $g(t)$ 满足奈奎斯特采样点无码间干扰准则, 因此 $\{m_n\} = \{a_n\}$, 因此取 $p(t) = g(t)$, 相应的 $e(t)$ 功率是 0

(4) 【1 分】 $p(t) = g(t)$, 相应的 $e(t)$ 功率是 $P/2$ 。

八. (10 分)

(1) 【4 分】 $P_{1+a} = \int_1^2 p(x) dx = \frac{1}{4}, P_a = 1 - P_{1+a} = \frac{3}{4}$

(2) 【1分】随机变量 $U = X - b$ 的概率密度函数是 $p(u + b)$ 。在 $Y = a$ 的条件下， $Z = X - Y = X - a$ 的条件概率密度函数是 $\frac{p(z+a)}{P_a}, z \in [-a, 1-a]$ 。

同理，在 $Y = 1 + a$ 的条件下， $Z = X - Y = X - 1 - a$ 的条件概率密度函数是 $\frac{p(z+1+a)}{P_{1+a}}, z \in [-a, 1-a]$ 。

合并后得到 $f(z) = P_a f_a(z) + P_{1+a} f_{1+a}(z) = p(z+a) + p(z+1+a), z \in [-a, 1-a]$ 这是 $p(x)$ 前后两段的叠加，然后移动到 $[-a, 1-a]$ ，因此 $f(z) = \frac{3}{2} - a - z, z \in [-a, 1-a]$

(3) 【2分】随机变量 Z 的样本空间是 $[-a, 1-a]$ ，因此最大绝对值或者是 a ，或者是 $1-a$ 。最大值最小的情形是 $a = \frac{1}{2}$

(4) 【2分】 $E[Z] = \int_{-a}^{1-a} z \left(\frac{3}{2} - a - z \right) dz = \frac{5}{12} - a$ 。能使均值为 0 的 a 值是 $a = \frac{5}{12}$ 。

还可以这样考虑：前述 Z 的概率密度形式已经表明它是区间 $[0,1]$ 上密度为 $p(x) + p(1+x)$ 的某个随机变量 \tilde{X} 左移 a ： $Z = \tilde{X} - a$ 。求 \tilde{X} 的均值为 $\frac{5}{12}$ ，故得 Z 的均值为 $\frac{5}{12} - a$ 。

(5) 【1分】 \tilde{X} 方差不依赖 a ，因此 Z 的二阶矩最小发生在 Z 均值为 0 时，故 $a = \frac{5}{12}$ 。

或者算积分 $\int_{-a}^{1-a} z^2 \left(\frac{3}{2} - a - z \right) dz = \frac{1}{4} - \frac{5}{6}a + a^2$ ，然后得到 $a = \frac{5}{12}$