Project 2 - Τεχνητή Νοημοσύνη

Παναγιώτα Γύφτου , Α.Μ.: 1115201900318

Δεκέμβριος 2022

Περίληψη

Θέμα εργασίας: Αναζήτηση με Αντιπαλότητα.

Απαντήσεις θεωρητικών ασκήσεων, εργασίας 2.

Πρόβλημα 1

- - Πρώτο σκέλος προβήματος - -

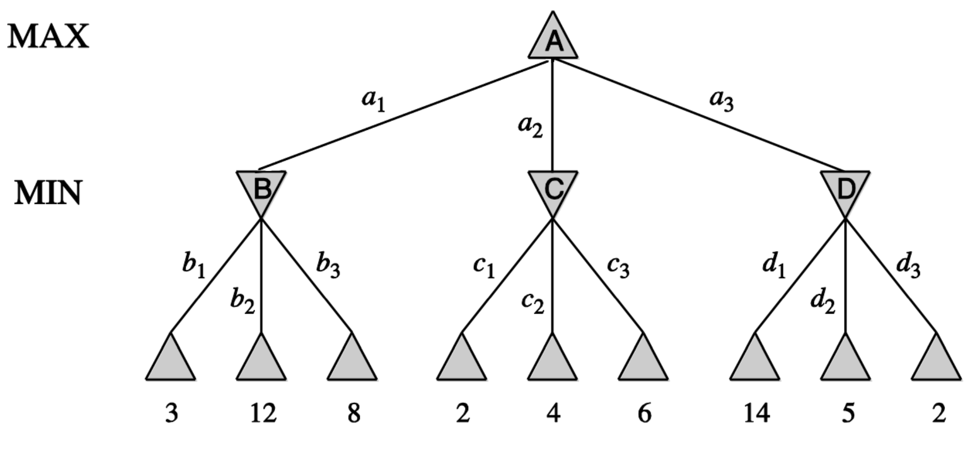
Στην περίπτωση όπου ο MIN επιλέξει να παίξει μη βέλτιστα, αυτός ο τρόπος παιχνιδιού για τον MAX δεν έχει αρνητικό αντίκτυπο. Ο MAX μπορεί να χειριστεί την κατάσταση εξίσου καλά.Ωστόσο η αξία κίνησης που επιλέγει ο MAX μπορεί να είναι διαφορετική από αυτή της υπό κανονικής συνθήκης, δηλαδή στην κατάσταση όπου και οι δύο πλευρές παίζουν βέλτιστα.

Οι εκδοχές είναι δύο:

α. Ο MIN να επιλέξει να παίξει μη βέλτιστα, και ο MAX να διαλέξει μια μεγαλύτερη αξίας κίνηση σε σχέση με αυτή που θα επέλεγε με το βέλτιστο τρόπο παιχνιδιού.

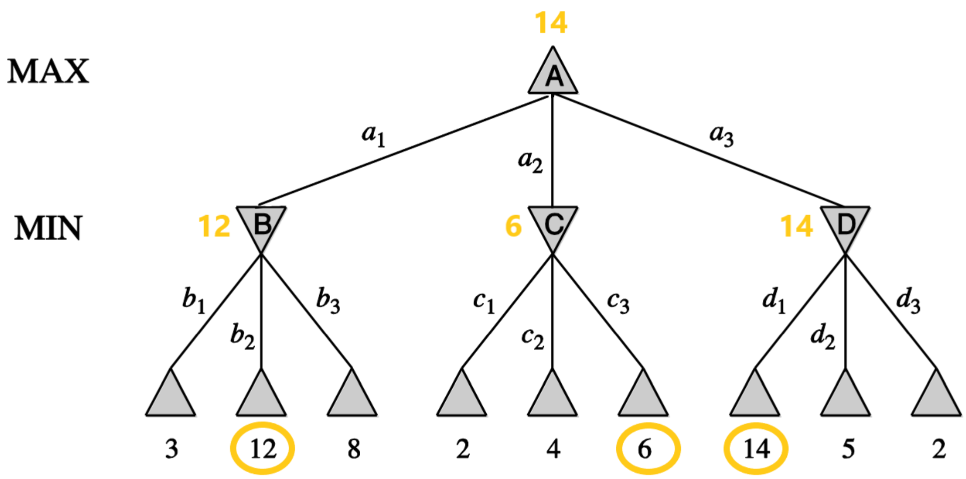
β. Ο MIN να επιλέξει να παίξει τυχαία βέλτιστα και ο MAX να διαλέξει την σωστή κίνηση.

Θα δώσουμε ένα παράδειγμα για να γίνουν πιο κατανοητά τα παραπάνω .Έστω για παράδειγμα το δέντρο παιχνιδιού που βρίσκεται στο βιβλίο Σελ. 176 και στις διαφάνειες (Αναζήτηση με Αντιπαλότητα) δ.11



Σχήμα 1: Ένα δέντρο παιχνιδιού δύο στρώσεων.

Έστω ότι ο MIN δεν παίζει βέλτιστα, και υποθέτουμε ότι διαλέγει τα φύλλα με την μέγιστη χρησιμότητα (μπορεί να επιλέξει εννοείται και οποιονδήποτε άλλο φύλλο μεγαλύτερο από το φύλλο με την ελάχιστη χρησιμότητα, απλά εδώ επιλέγω να εφαρμόσω για αυτόν το τρόπο παιχνιδιού την ακραία περίπτωση, δηλαδή ότι ο παίχτης MIN παίζει **αυστηρά μη βέλτιστα**).Επομένως έχουμε:



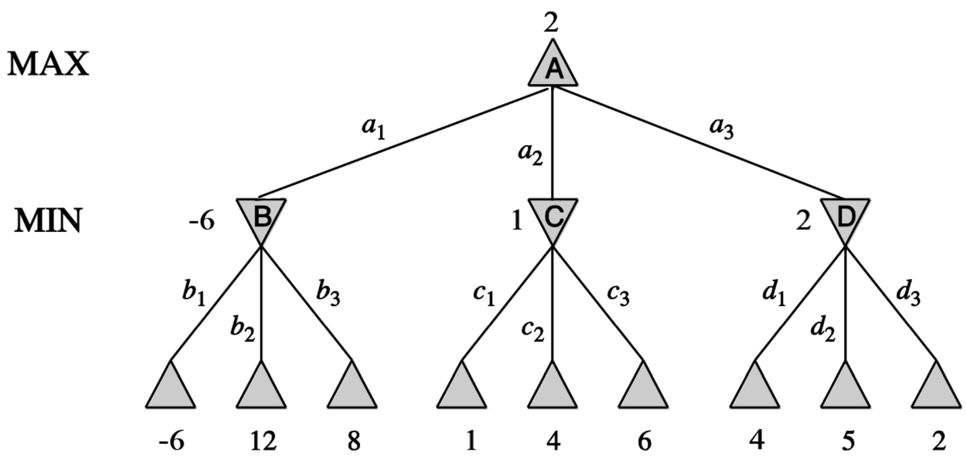
Σχήμα 2: Ο παίχτης MIN παίζει αυστηρά μη βέλτιστα. Η τιμή του κόμβου ρίζα MAX έχει τιμή 14.

Συμπεραίνουμε ότι η χρησιμότητα για τον MAX σε ένα παιχνίδι όπου ο MIN παίζει μη βέλτιστα θα είναι τουλάχιστον ίση με αυτή του βέλτιστου παιχνιδιού, δηλαδή μεγαλύτερη ή ίση.Η χρησιμότητα του MAX δεν θα γίνει ποτέ μικρότερη σε σχέση με αυτή του βέλτιστου τρόπου παιχνιδιού.

- - Δεύτερο σκέλος προβήματος - -

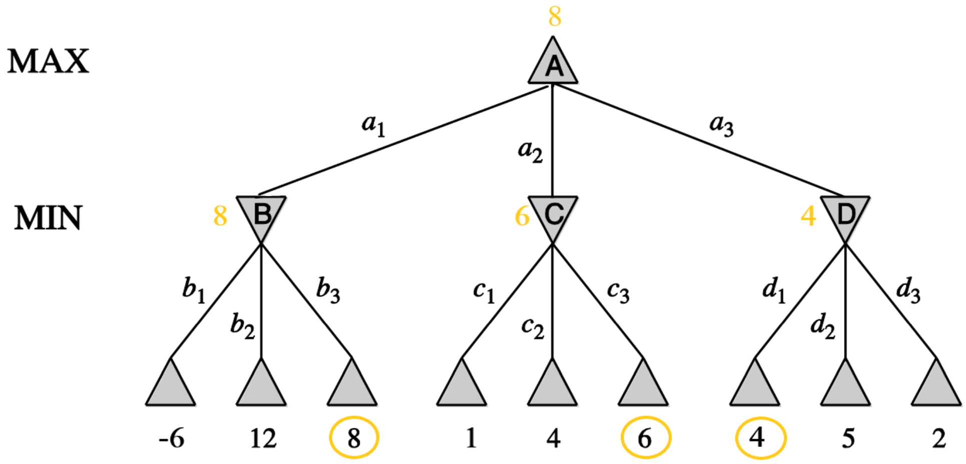
Εάν ο MAX γνωρίζει εξαρχής ότι ο MIN στερείται υπολογιστικής ισχύος, τότε ο MAX παγιδεύει τον MIN επιλέγοντας μια κίνηση με λιγοστές πιθανότητες να κερδίσει, η οποία σε ένα βέλτιστο παιχνίδι θα οδηγούσε τον MAX σε σίγουρη **ήττα.**Παίρνοντας αυτό το ρίσκο ο MAX ξεγελάει τον MIN,ο οποίος διαλέγει το φύλλο με την μεγαλύτερη χρησιμότητα από αυτή που θα έπρεπε βέλτιστα να επιλέξει.

Θα δώσουμε ένα παράδειγμα για να γίνουν πιο κατανοητά τα παραπάνω .Έστω για παράδειγμα το παρακάτω δέντρο, ο βέλτιστος τρόπος παιχνιδιου θα είχε σαν αποτέλεσμα ο MAX να επιλέξει την κίνηση α3 και ο MIN την $d3$.



Σχήμα 3: Ένα δέντρο παιχνιδιού δύο στρώσεων, όπου και οι δύο πλευρές παίζουν βέλτιστα.

Γνωρίζοντας ο MAX την αδυναμία του MIN θα διαλέξει να ακολουθήσει την κίνηση α1, έτσι ο MIN μη γνωρίζοντας ότι ο MAX ξέρει ότι υπάρχει πρόβλημα θα επιλέξει εν αγνοία του την κίνηση $b3$ με το αντίστοιχο φύλλο να έχει τιμή χρησιμότητας 8.Έτσι ο MAX κερδίζει και τα πάει ακόμα πιο καλύτερα σε σύγκριση με τα αποτελέσματα του βέλτιστου παιχνιδιού.Η κατάσταση αυτή φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

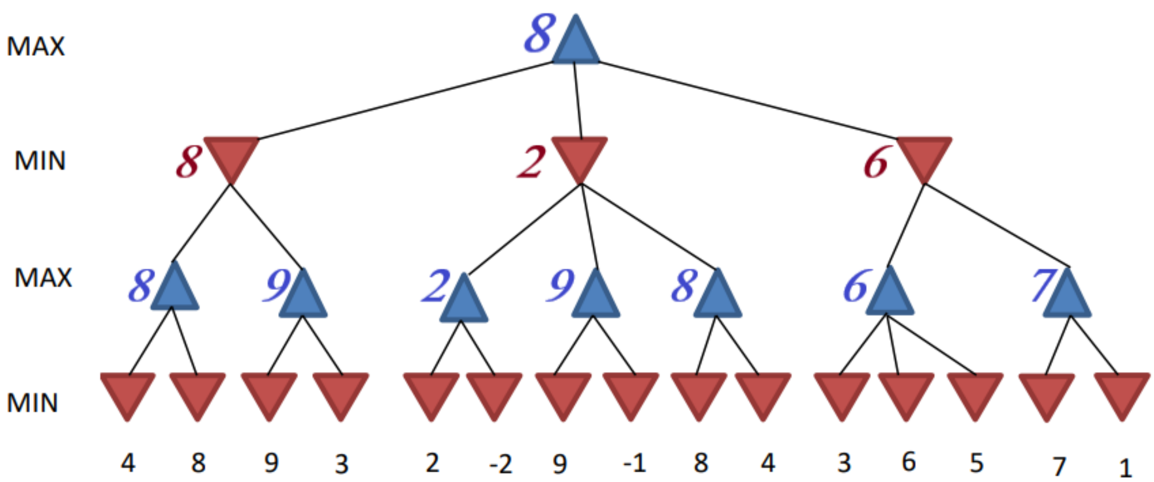


Σχήμα 4: Ένα δέντρο παιχνιδιού δύο στρώσεων, όπου και οι δύο πλευρές παίζουν μη βέλτιστα.

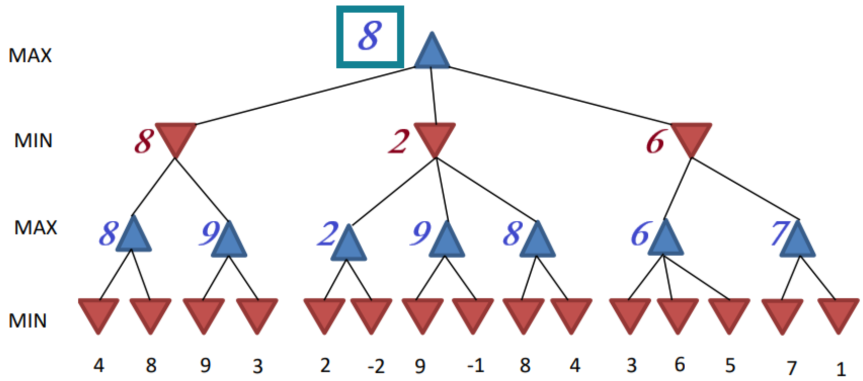
Πρόβλημα 2

Για την επίλυση του προβλήματος 2, μελετήθηκαν οι διαφάνειες της Ενότητα 3, Αναζήτηση σε γράφους (διαφ.: 11 έως 95) και οι σελίδες του βιβλίου 175,176,177,179,180.

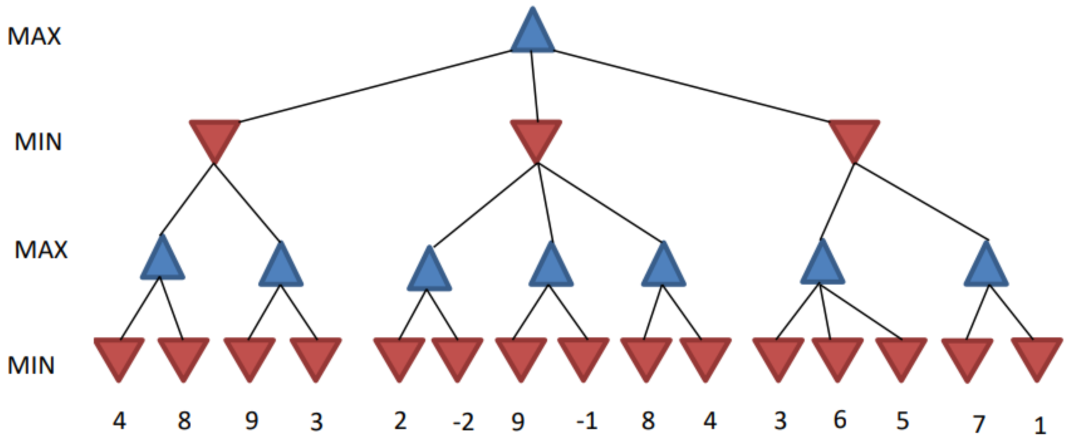
α. Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται συμπληρωμένο το δέντρο παιχνιδιού με τις τιμές *minimax* των κόμβων.



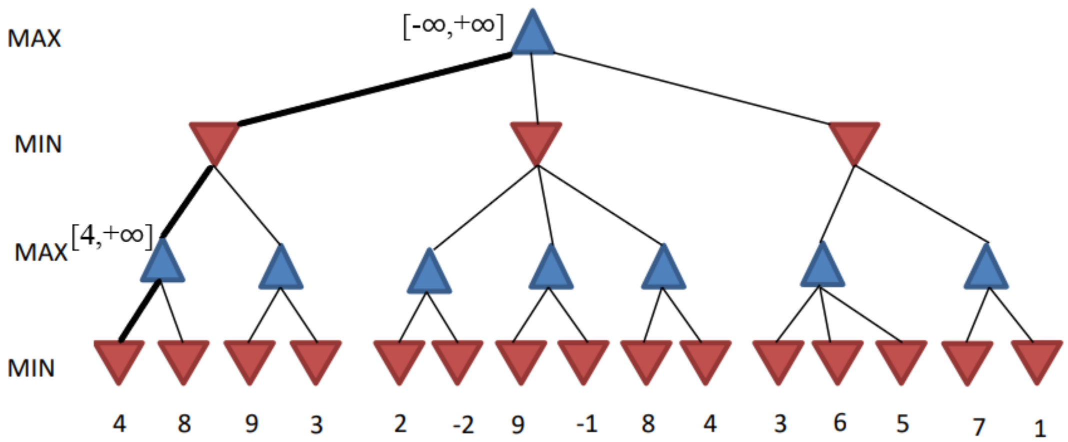
β. Η *minimax* απόφαση στη ρίζα του δέντρου παιχνιδιού είναι **8.**



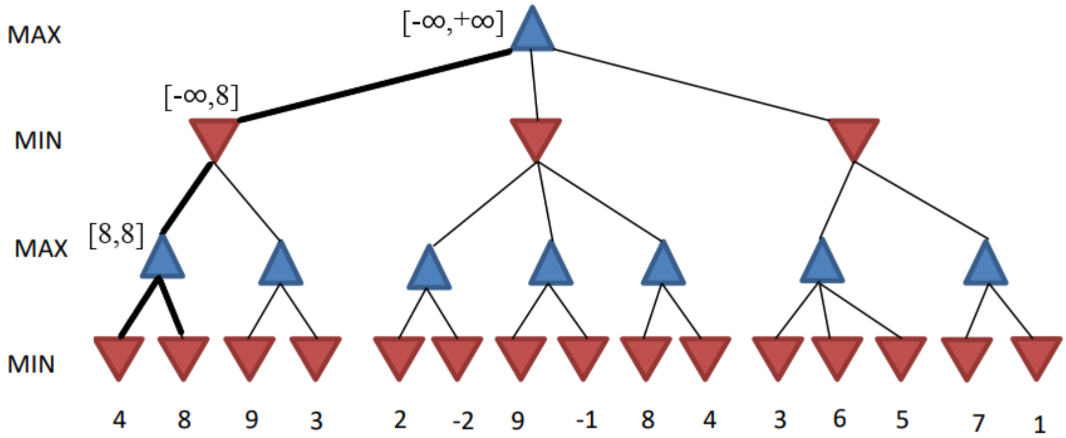
γ.



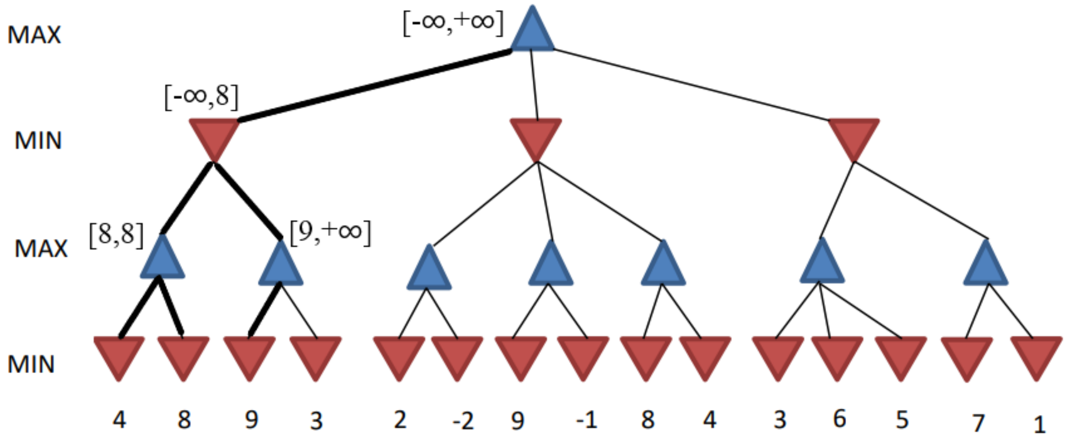
Σχήμα 5: Το δέντρο παιχνιδιού πριν την εφαρμογή της τεχνικής κλάδεμα άλφα-βήτα.



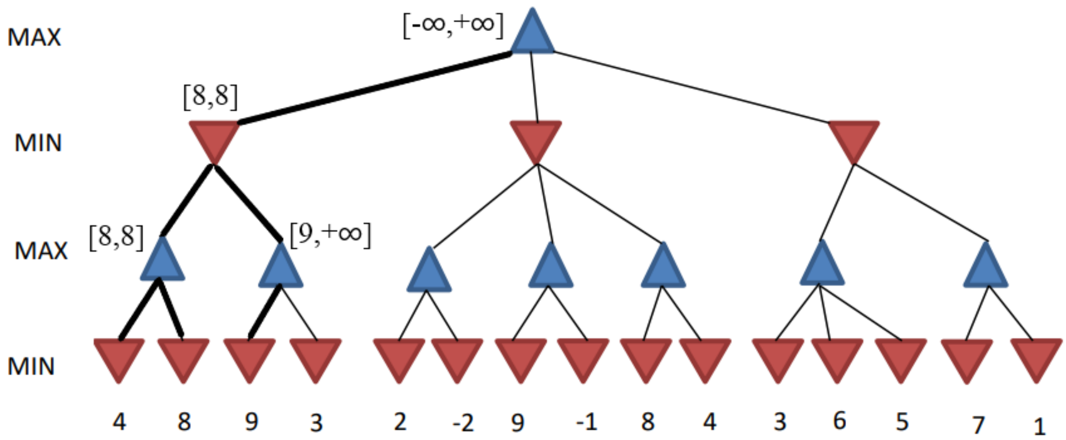
Σχήμα 6: Το πρώτο φύλλο (το πρώτο από τα αριστερά) έχει τιμή 4. Οπότε ο κόμβος MAX έχει τιμή τουλάχιστον 4.



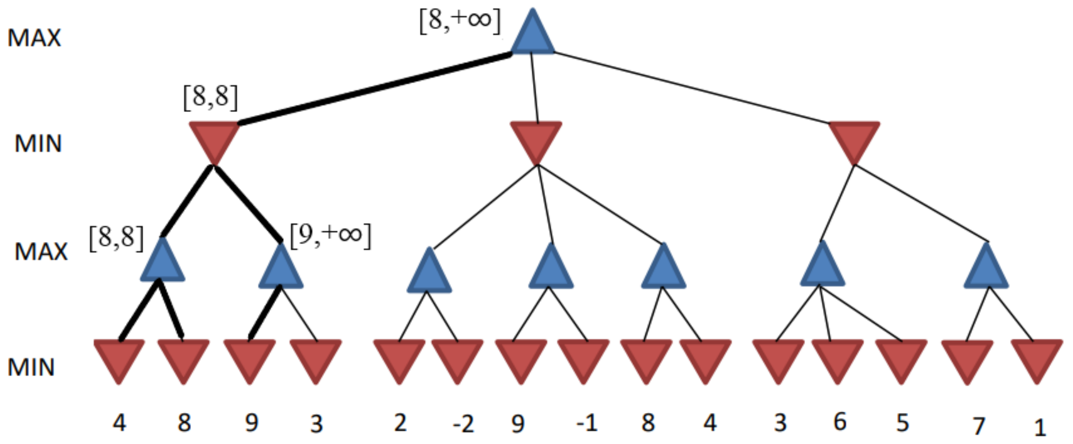
Σχήμα 7: Το 2ο φύλλο (από τα αριστερά) έχει τιμή 8. Επομένως ο κόμβος MAX έχει τιμή ακριβώς 8, διότι επιλέγει τελικά την τιμή 8 που έχει μεγαλύτερη αξία από το φύλο με τιμή 4 και αυτό το τρέχων φύλλο που επιλέχθηκε είναι και ο τελευταίος διάδοχος του MAX.Άρα ο πατέρας του MAX, δηλαδή ο κόμβος MIN,έχει την τιμή το πολύ 8.



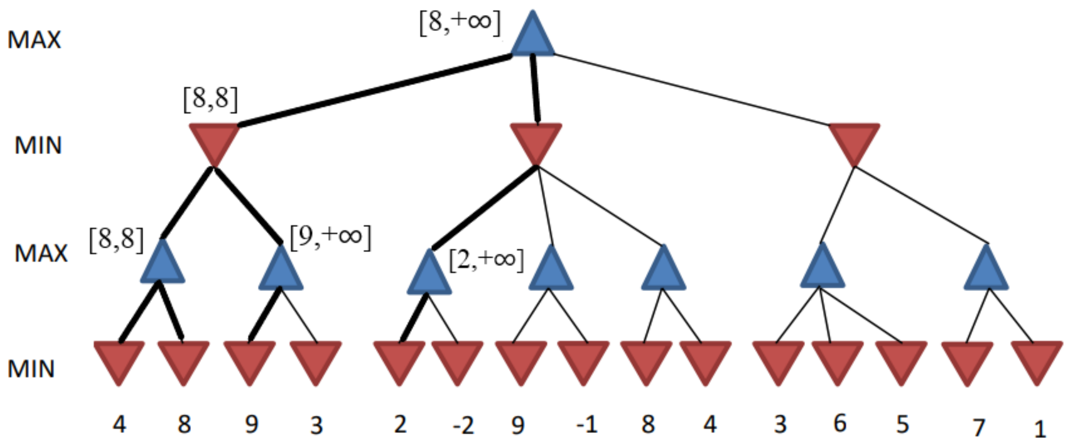
Σχήμα 8: Το 3ο φύλλο (από τα αριστερά) έχει τιμή 9. Οπότε ο κόμβος MAX έχει τιμή τουλάχιστον 9.



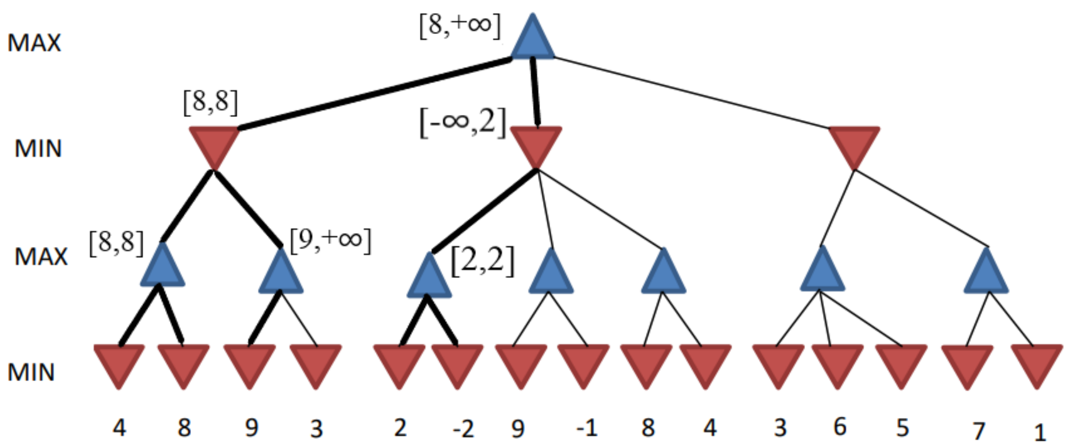
Σχήμα 9: Ο πρώτος διάδοχος του 1ου κόμβου (από τα αριστερά) MIN έχει αξία 8, έτσι ο κόμβος πατέρας MIN δεν θα διαλέξει ποτέ τον κόμβο διάδοχο με αξία 9 τουλάχιστον, διότι έχει μεγαλύτερη αξία από τον πρώτο διάδοχο.Επομένως ο πατέρας MIN έχοντας επιλέξει και ελέγξει όλους τους διαδόχους, έχει τιμή ακριβώς 8.



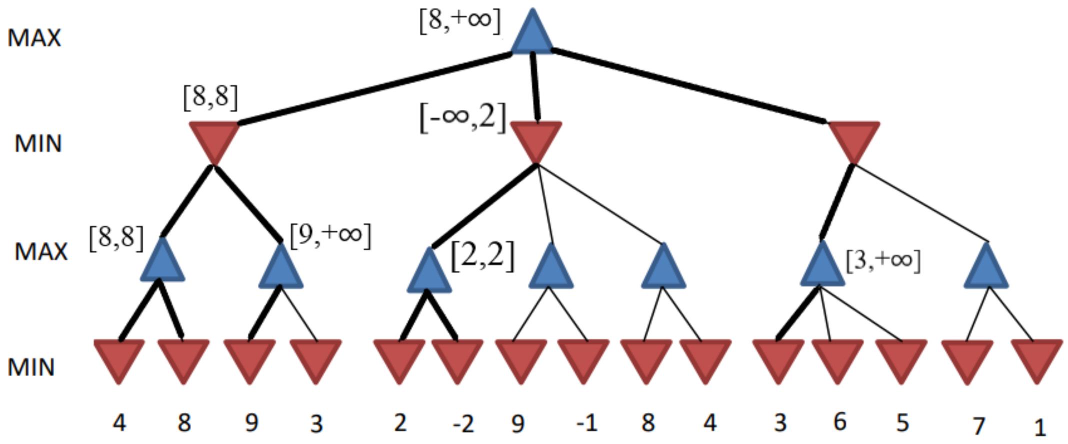
Σχήμα 10: Έτσι η τιμή της ρίζας έχει μία επιλογή και επομένως η τρέχουσα τιμή της είναι τουλάχιστον 8.



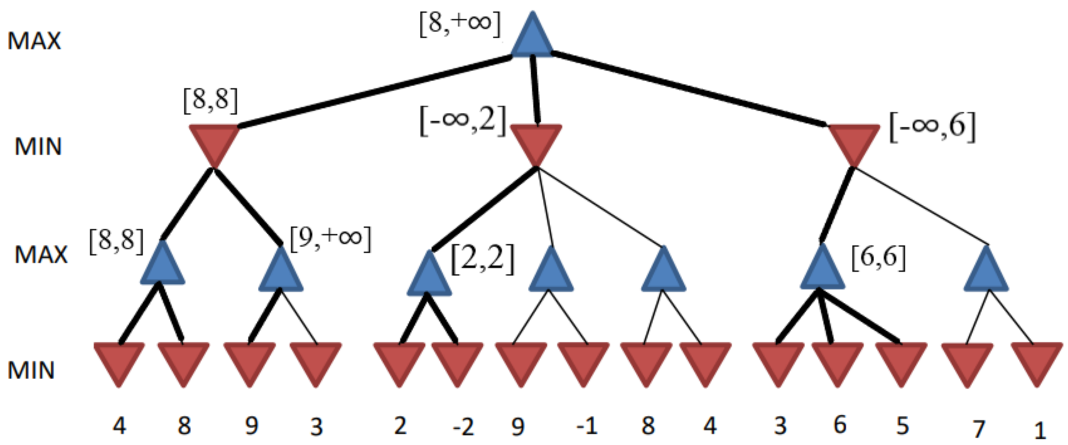
Σχήμα 11: Το 5ο φύλλο (από τα αριστερά) έχει τιμή 2. Οπότε ο κόμβος MAX έχει τιμή τουλάχιστον 2.



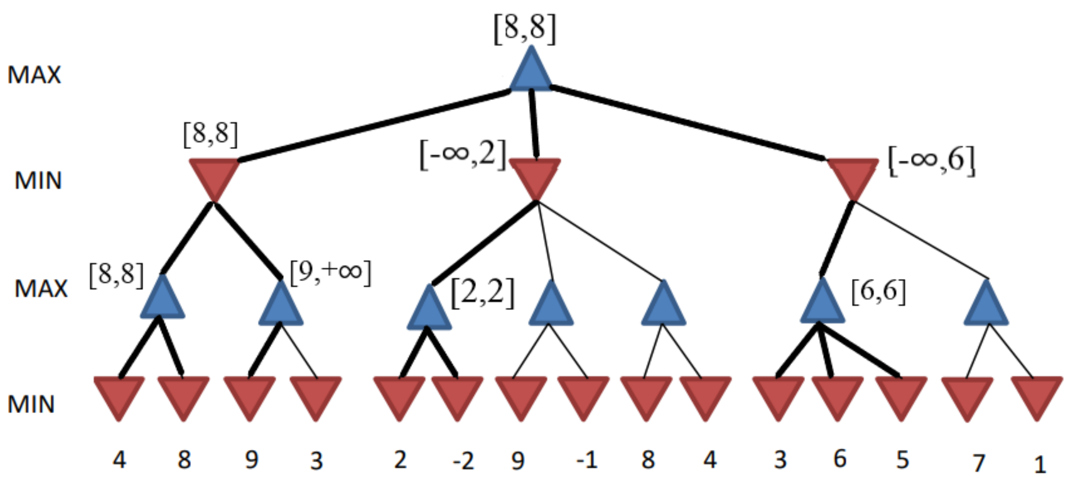
Σχήμα 12: Το 6ο φύλλο (από τα αριστερά) έχει τιμή -2. Επομένως ο κόμβος MAX έχει τιμή ακριβώς 2, διότι επιλέγει τελικά την τιμή 2 που έχει μεγαλύτερη αξία από το φύλο με τιμή -2 και αυτό το τρέχων φύλλο με αξία -2 είναι και ο τελευταίος διάδοχος του MAX.Άρα ο πατέρας του MAX, δηλαδή ο κόμβος MIN,έχει την τιμή το πολύ 2.



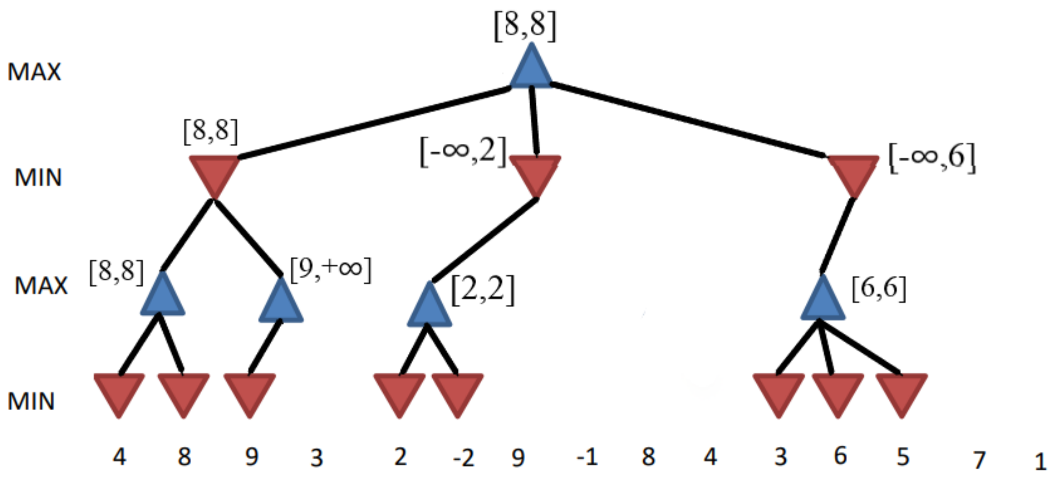
Σχήμα 13: Ο κόμβος ρίζα έχει αξία τουλάχιστον 8, γι' αυτό τον λόγο δεν θα διαλέξει ποτέ τον κόμβο διάδοχο με αξία το πολύ 2, διότι έχει μικρότερη αξία.Επομένως δεν έχει νόημα να εξετάσουμε τους υπόλοιπους θυγατρικούς κόμβους του τρέχοντος διαδόχου.Συνεχίζουμε με το 11ο φύλλο (από τα αριστερά) έχει τιμή 3. Επομένως ο κόμβος MAX έχει τιμή τουλάχιστον 3.



Σχήμα 14: Έχοντας ελέγξει όλους του θυγατρικούς κόμβους καταλήγουμε ότι η καλύτερη μέγιστη τιμή που επιλέγει ο MAX (ανάμεσα στα φύλλα με τιμές 3,6,5) είναι το φύλλο με αξία 6.Άρα ο MAX έχει τιμή ακριβώς 6. Οπότε ο πατέρας του MAX, δηλαδή ο κόμβος MIN,έχει τιμή το πολύ 6.Ο κόμβος ρίζα έχει αξία τουλάχιστον 8, γι' αυτό τον λόγο δεν θα διαλέξει ποτέ τον κόμβο διάδοχο με αξία το πολύ 6, διότι έχει μικρότερη αξία.Επομένως δεν έχει νόημα να εξετάσουμε τους υπόλοιπους θυγατρικούς κόμβους του τρέχοντος διαδόχου.



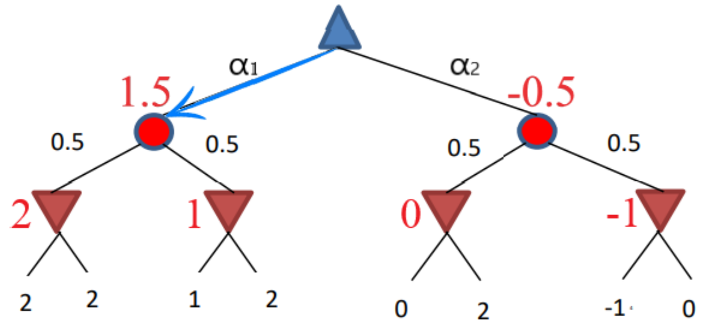
Σχήμα 15: Τέλος έχοντας ελέγξει όλους τους διαδόχους της ρίζας κόμβου καταλήγουμε ότι η τιμή της ρίζας κόμβου είναι ακριβώς 8.



Σχήμα 16: Οι εξερευνημένοι κόμβοι του δέντρου παιχνιδιού με την εφαρμογή της τεχνικής κλάδεμα άλφα-βήτα.

Πρόβλημα 3

α. Στην παρακάτω εικόνα φαίνεται συμπληρωμένο το δέντρο παιχνιδιού με τις τιμές των κόμβων αλλά και την ένδειξη της καλύτερης κίνησης με ένα βέλος, η οποία είναι η α_1.



β.

β.1) Η αξιολόγηση του 7ου και του 8ου φύλλου είναι αναγκαία, διότι ο αλγόριθμος συμπεριφέρεται διαφορετικά για τις διαφορετικές τιμές των φύλλων.Γνωρίζουμε ότι ο κόμβος τύχης, ο πρώτος από τα αριστερά, έχει τιμή 1.5 (= 2*0.5+1*0.5), άρα η τιμή της ρίζας είναι τουλάχιστον 1.5.Ο πρώτος διάδοχος (από τα αριστερά) του δεύτερου κόμβος τύχης (από τα αριστερά) έχει την τιμή 0.Επομένως ο τελευταίος διάδοχος του δεύτερου κόμβου τύχης (που περιέχει το 7ο και το 8ο φύλλο) είναι αυτός που θα παίξει καθοριστικό ρόλο για την εύρεση της καλύτερης κίνησης.

Έχουμε τις εξής περιπτώσης:

(1)

Αν οι τιμές του 7ου και του 8ου φύλλου είναι μεγαλύτερες ή ίσες με 3, δηλαδή το εύρος αξίας των δύων φύλλων είναι τουλάχιστον 3 (*[3,+∞)*), τότε η καλύτερη κίνηση είναι αυτή της επιλογής του δεύτερου από τα αριστερά κόμβου τύχης, δηλαδή η δεξιά κίνηση α_2.

Για παράδειγμα αν ο κόμβος MIN που περιέχει το 7ο και 8ο φύλλο είχε τιμή 3 τότε ο κόμβος τύχης θα ήταν 1.5 και έτσι η καλύτερη κίνηση θα ήταν η α_2.

(2)

Αν οι τιμές του 7ου ή του 8ου φύλλου είναι μικρότερες από 3, δηλαδή το εύρος αξίας των δύων φύλλων είναι μικρότερο του 3 (*(-∞, 3)*), τότε η καλύτερη κίνηση είναι αυτή της επιλογής του πρώτου από τα αριστερά κόμβου τύχης, δηλαδή η αριστερή κίνηση α_1.

Για παράδειγμα αν ο κόμβος MIN που περιέχει το 7ο και 8ο φύλλο είχε τιμή - 1, όπως στο παράδειγμα μας, τότε ο κόμβος τύχης έχει τιμή -0.5 και έτσι η καλύτερη κίνηση είναι η α_1, αφού η τιμή 1.5 > -0.5 .

β.2) Ο υπολογισμός των τιμών του 8ου φύλλου δεν είναι αναγκαίος, διότι ο αλγόριθμος συμπεριφέρεται εξίσου το ίδιο για όλες τις διαφορετικές τιμές των φύλλων.Γνωρίζουμε ότι ο κόμβος τύχης, ο πρώτος από τα αριστερά, έχει τιμή 1.5 (= 2*0.5+1*0.5), άρα η τιμή της ρίζας είναι τουλάχιστον 1.5.Ο πρώτος διάδοχος (από τα αριστερά) του δεύτερου κόμβος τύχης (από τα αριστερά) έχει την τιμή 0.Επομένως ο τελευταίος διάδοχος του δεύτερου κόμβου τύχης (που περιέχει το 7ο και το 8ο φύλλο) είναι αυτός που θα παίξει καθοριστικό ρόλο για την εύρεση της καλύτερης κίνησης.Ωστώσο το 7ο φύλλο έχει τιμή -1 όπου είναι χαμηλή τιμή, και κατ' επέκταση ο κόμβος πατέρας MIN έχει τιμή το πολύ -1.Εάν οι τιμές του 8ου φύλλου ήταν μεγαλύτερες του -1, δηλαδή το εύρος τιμών ήταν το σύνολο *(-1, +∞)*, τότε ο κόμβος πατέρας MIN δεν επίλεγε ποτέ αυτή την κίνηση, και έτσι ο κόμβος πατέρας θα είχε τιμή ακριβώς -1, με αποτέλεσμα ο κόμβος ρίζα να επιλέξει την κίνηση α_1 (αριστερά).Όμοια θα συμπεριφερόταν το πρόγραμμα και στην περίπτωση που το εύρος τιμών του 8ου φύλλου έπαιρνε μικρότερες τιμές από το φύλλο -1,γιατί πάλι ο κόμβος τύχης (ο δεύτερος από τα αριστερά) θα κατέληγε να είχε μικρότερη τιμή από τον κόμβο ρίζας.Επομένως για όλους τους συνδυασμούς το αποτέλεσμα θα ήταν ο κόμβος ρίζας να επιλέγει την αριστερή κίνηση α_1.

γ) Αρχικά γνωρίζουμε ότι ο πρώτος από τα αριστερά διάδοχος του αριστερού κόμβου τύχης έχει τιμή ακριβώς 2, άρα ο κόμβος τύχης προς το παρόν έχει τιμή 0.5*2+0.5*(τιμή δεξιού διαδόχου) = 1+0.5*(τιμή δεξιού διαδόχου) . Για την εύρεση των δυνατών τιμών του αριστερού κόμβου τύχης θα εξετάσουμε τις ακραίες περιπτώσεις των φύλλων του συνόλου [-2,2].Έχουμε:

(1) Εάν ο δεύτερος διάδοχος επιλέξει την κίνηση με αξίας -2 τότε ο κόμβος τύχης θα έχει τιμή:

1+0.5*(τιμή δεξιού διαδόχου) = 1+0.5*(-2) = 1-1 = 0

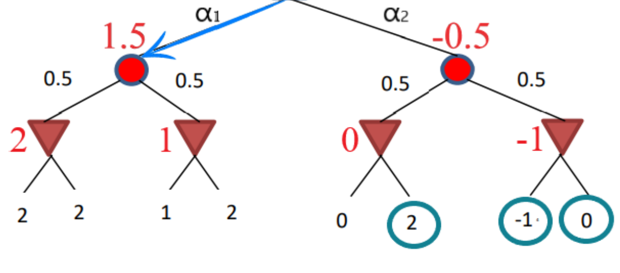
(2) Εάν ο δεύτερος διάδοχος επιλέξει την κίνηση με αξίας 2 τότε ο κόμβος τύχης θα έχει τιμή:

1+0.5*(τιμή δεξιού διαδόχου) = 1+0.5*(+2) = 1+1 = 2

Επομένως οι δυνατές τιμές του αριστερού κόμβου τύχης βρίσκονται στο διάστημα [0,2].

δ) Είναι γνωστό ότι ο αριστερός διάδοχος του κόμβου ρίζα έχει τιμή 1.5.Άρα ο κόμβος ρίζα έχει τιμή τουλάχιστον 1.5.Το 5ο φύλλο από αριστερά έχει χρησιμότητα 0.Επομένως το 6ο φύλλο και κατ' επέκταση και ο δεξιός διάδοχος του δεξιού κόμβου τύχης δεν είναι αναγκαίο να ελεγχθούν, διότι η τιμή του δεξιού κόμβου τύχης δεν θα υπερβεί ποτέ την τιμή 1.5, αφού το εύρος τιμών των φύλλων είναι [-2,2]. Πιο συγκεκριμένα ο 3ος κόμβος MIN από τα αριστερά δεν θα επιλέξει ποτέ φύλλο μεγαλύτερο του 0 και το σύνολο των δυνατών τιμών του 4ου κόμβου MIN από τα αριστερά θα είναι [-2,2] Άρα το σύνολο των δυνατών τιμών του αριστερού διαδόχου του δεξιου κόμβου τύχης θα είναι το [-2,0] και ο δεξιός όπως μόλις είπαμε θα έχει δυνατές τιμές στο σύνολο [-2,2].Επομένως το σύνολο των δυνατών τιμών του δεξιού κόμβου τύχης είναι [-2,1].

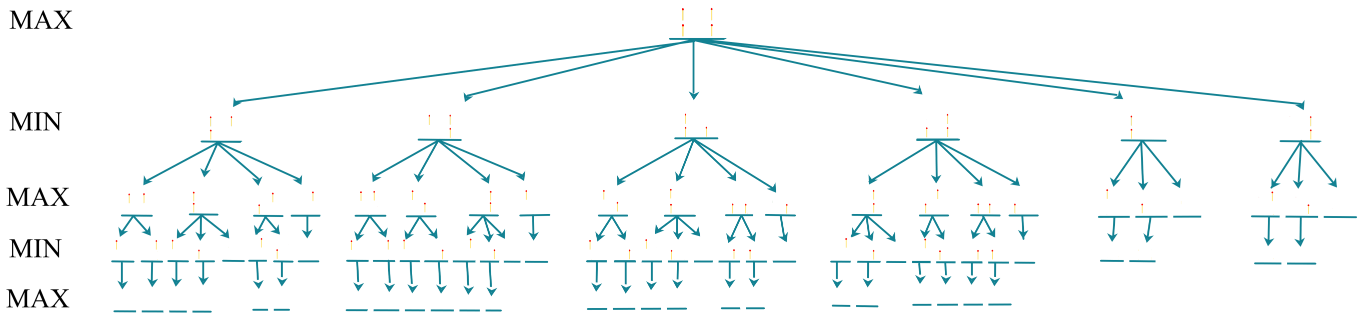
Οι κόμβοι που δεν χρειάζεται να αποτιμηθούν είναι σημειωμένοι με κύκλο:



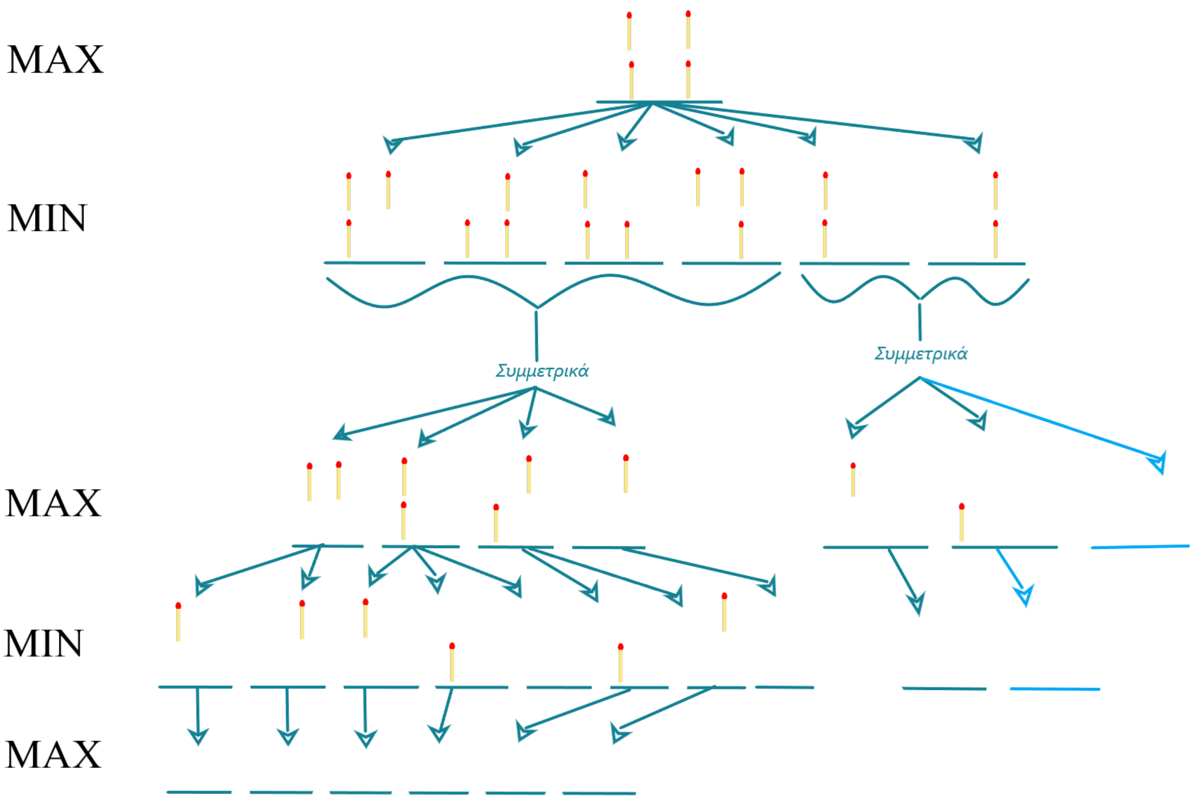
Σχήμα 17: Οι κόμβοι που δεν χρειάζεται να αποτιμηθούν είναι σημειωμένοι με κύκλο.

Πρόβλημα 4

α) Για την καλύτερη ανάγνωση, κατανόηση του δέντρου παιχνιδιού, έχω φτιάξει δύο δέντρα.Στο πρώτο σχήμα απεικονίζονται αναλυτικά όλοι οι κόμβοι με τις δυνατές κινήσεις κάθε παίκτη (τα σπίρτα στο πρώτο σχήμα είναι καλύτερα διακριτά με *zoom*), ενώ το δεύτερο σχήμα είναι πιο απλουστευμένο από το πρώτο.Πιο συγκεκριμένα στο 2ο έχουν αφαιρεθεί οι κόμβοι που ειναι συμμετρικοι, καθώς το αποτέλεσμα είναι ίδιο όπως παρατηρούμε στο πρώτο σχήμα.

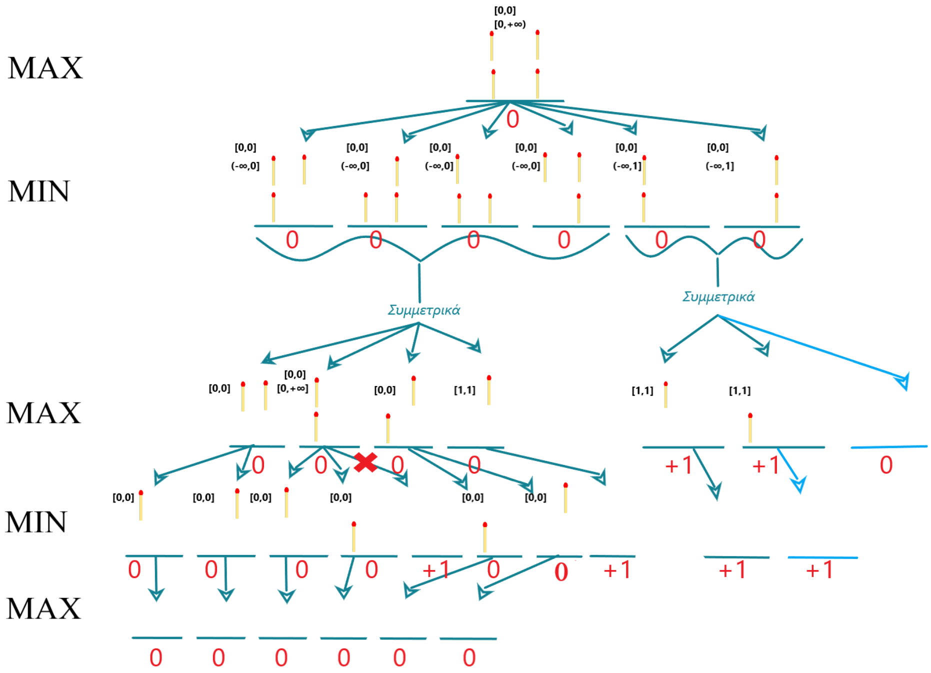


Σχήμα 18: Πρώτο δέντρο: Αναλυτική απεικόνιση όλων των κόμβων με τις δυνατές κινήσεις κάθε παίκτη.

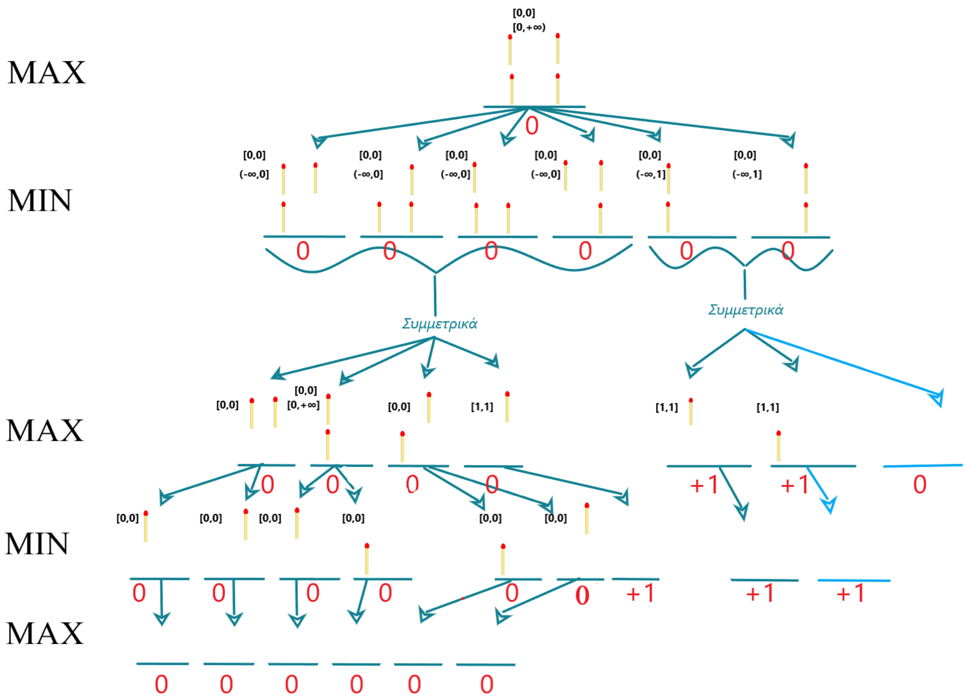


Σχήμα 19: Δεύτερο δέντρο: Αφαίρεση συμμετρικών κόμβων.

β)



Σχήμα 20: Το δέντρο παιχνιδιού μετά την εφαρμογή της τεχνικής κλάδεμα άλφα-βήτα.



Σχήμα 21: Οι εξερευνημένοι κόμβοι του δέντρου παιχνιδιού με την εφαρμογή της τεχνικής κλάδεμα άλφα-βήτα.

γ) Γνωρίζουμε ότι όταν δύο παίχτες παίζουν αλάνθαστα, ο τρόπος παιχνιδιού είναι βέλτιστος.Παρατηρούμε στο συγκεκριμένο παιχνίδι με δεδομένα, 2 στοίβες και 2 όμοια αντικείμενα,ότι και οι δύο πλευρές παίζουν αλάνθαστα, με αποτέλεσμα την νίκη του MIN.Συμπεραίνουμε ότι οι παίχτες ακολουθώντας την ίδια στρατηγική (δηλ. βέλτιστων κινήσεων) και με το κόσμο παιχνιδιού να είναι στημένος με τα ίδια δεδομένα (αριθμό στοίβων, αντικειμένων,ίδια σειρά παιξίματος παιχτών) μοναδικός νικητής θα είναι πάντα ο MIN με την απαραίτητη προυπόθεση ότι θα παίζει πάντα, δεύτερος.Επομένως νικητής είναι πάντα ο δεύτερος.