Project 4 - Τεχνητή Νοημοσύνη

Παναγιώτα Γύφτου , Α.Μ.: 1115201900318

Φεβρουάριος 2023

Θέμα εργασίας

1. Ερμηνείες και Ικανοποίηση Προτάσεων
2. Λογική Πρώτης Τάξης
3. Συμπερασμός

Πρόβλημα 2

Για την επίλυση του προβλήματος θα χρησιμοποιήσουμε τις διαφάνειες του φροντιστηρίου ($fol-semantics.pdf$).

(a) Ορισμός ερμηνείας Ι για το λεξιλόγιο των προτάσεων:

$$\varphi_1 = JediMaster(Yoda)$$
$$\varphi_2 = (\exists x)JediMaster(x)$$
$$\varphi_3 = (\forall x)(JediMaster(x))$$

1. Αρχικά ορίζουμε το πεδίο της ερμηνείας Ι που περιέχει τα αντικείμενα του κόσμου της εικόνας:

$$|\ \mathrm{I}\ | = \{\ \text{Γιόντα}\ \}$$

2. Για τα σύμβολα σταθερών, η Ι κάνει τις εξής αντιστοιχίσεις σε αντικείμενα:

$$Yoda^I = \text{Γιόντα}$$

3. Η Ι αντιστοιχίζει στο μοναδιαίο σύμβολο κατηγορήματος $JediMaster$ την ακόλουθη μοναδιαία σχέση:

$$\{\ \langle\ \text{Γιόντα}\ \rangle\ \}$$

(b) Εύρεση προτάσεων που ικανοποιούνται από την Ι.

$\hookrightarrow$ ϕ_1: Για τον τύπο ϕ_1, από τον ορισμό της ικανοποίησης έχουμε:

Η ερμηνεία Ι ικανοποιεί τον τύπος της ϕ_1 για κάποια αντικατάσταση μεταβλητών s αν και μόνο αν το αποτέλεσμα της αντικατάστασης της σταθεράς $Yoda$ ανήκει στην σχέση που αντιστοιχίζει η Ι στο κατηγόρημα $JediMaster$.Δηλαδή:

$$\models_I JediMaster(Yoda)[s] \ \text{ αν } \ \langle\ \overline{s}(Yoda)\ \rangle\ \in JediMaster^I$$

Όμως

$$\overline{s}(Yoda) = Yoda^I = \text{Γιόντα}$$

και

$$JediMaster^I = \{ \ \langle \text{ Γιόντα } \rangle \ \}$$

Αρα το παραπάνω ισχύει και συνεπώς ο ϕ_1 ικανοποιείται από την I.

$\hookrightarrow$ ϕ_2: Για τον τύπο ϕ_2, έχουμε:

$$\models_I ((\exists x) JediMaster(x))[s]$$

Ο τύπος ϕ_2 ικανοποιείται απο την ερμηνεία I για κάποια αντικατάσταση μεταβλητών s, αν και μόνο αν υπάρχει $d_x \in |$ I $|$, δηλαδή:

$$\models_I (JediMaster(x))[s(x|d_x)]$$

Δεδομένου ότι για το πεδίο της I είναι:

$$|\text{ I }| = \{\text{Γιόντα}\}$$

Στην x ανατίθεται η τιμή Γιόντα.

Άρα ισχύει ότι:

$$\models_I [\ s(x|\text{Γιόντα})\ ]$$

Αφού:

$$s(x|\text{Γιόντα}) = \text{Γιόντα}$$

Επομένως υπάρχει τουλάχιστον μία τιμή του $|$ I $|$, η οποία ικανοποιεί τον τύπο ϕ_2.

$\hookrightarrow$ ϕ_3: Για τον τύπο ϕ_3, έχουμε:

$$\models_I ((\forall x)(JediMaster(x)))[s]$$

Ο τύπος ϕ_3 ικανοποιείται απο την ερμηνεία I για κάποια αντικατάσταση μεταβλητών s, αν και μόνο αν για κάθε $d_x \in |$ I $|$, δηλαδή:

$$\models_I (JediMaster(x))[s(x|d_x)]$$

Δεδομένου ότι για το πεδίο της Ι είναι:

$$\mid \text{I} \mid = \{\text{Γιόντα}\}$$

Στην x ανατίθεται η τιμή Γιόντα.

Άρα ισχύει ότι:

$$\models_I [\ s(x|\text{Γιόντα})\ ]$$

Αφού:

$$s(x|\text{Γιόντα}) = \text{Γιόντα}$$

Επομένως κάθε τιμή του | Ι |, ικανοποιεί τον τύπο ϕ_3.

Πρόβλημα 3

Για την επίλυση του προβλήματος έχει χρησιμοποιηθεί ο ψευδοκώδικας των διαλέξεων του φροντιστηρίου ($fol-inference.pdf$) διαφάνειες: 4 και 5

Για ευκολία στην καταγραφή της εκτέλεσης του αλγορίθμου $Unify$ για κάθε ενοποίηση αναγράφονται μόνο οι συνθήκες που ισχύουν κάθε φορά.

1. Ενοποίηση των τύπων $P(x, x)$ και $P(\ G(F(\upsilon)),\ G(u)\ )$

<u>1ος βρόχος ($i = 0$)</u>: $x = P, \quad y = P, \quad \gamma = \{\}$ (κενό)

$\mathbf{if\ x = y\ then\ return}\{\}$

Η παραπάνω συνθήκη ισχύει καθώς $x = P,\ y = P$ άρα $x = y\ \Rightarrow P = P$, επομένως επιστρέφεται το κενό.

<u>2ος βρόχος ($i = 1$)</u>: $x = x,\ y = G(F(\upsilon)),\ \gamma = \{\}$ (κενό)

$\mathbf{if\ Variable(x)\ then\ return\ Unify - Var(x, y)}$

Η συνθήκη αυτή ισχύει αφού η $x\ (= x)$ είναι μεταβλητή και επομένως καλείται η συνάρτηση $Unify - Var$ με ορίσματα ($x = x,\ y = G(F(\upsilon))$)

$\mathbf{Unify - Var(x, y)}$, όπου $x = x,\ y = G(F(\upsilon))$

$\mathbf{return\{x/y\}}$, όπου $\{x/G(F(\upsilon))\}$

Οι δύο τύποι δεν περιέχουν τις ίδιες μεταβλητές, δηλαδή η μεταβλητή x δεν εντοπίζεται στον $G(F(\upsilon))$ και επομένως επιστρέφεται η ανάθεση $\{x/G(F(\upsilon))\}$.

Άρα μετά την 2η επανάληψη, έχουμε:

- $\gamma = \{x/G(F(\upsilon))\}$

- παραγώμενοι τύποι $P(\ G(F(\upsilon)),\ G(F(\upsilon))\ )$ και $P(\ G(F(\upsilon)),\ G(u)\ )$

<u>3ος βρόχος ($i = 2$)</u>: $x = G(F(\upsilon)),\ y = G(u),\ \gamma = \{x/G(F(\upsilon))\}$

Σε αυτή την περίπτωση έχουμε και τα δύο ορίσματα να είναι σύμβολα συναρτήσεων.Άρα θα κληθεί η $UNIFY$ αναδρομικά.

<u>1ος βρόχος αναδρομής ($j = 0$)</u>: $x = G,\ \ y = G,\ \ \gamma' = \{\}$ (κενό)

if x = y then return{}

Η παραπάνω συνθήκη ισχύει καθώς $x = G,\ y = G$ άρα $x = y\ \Rightarrow G = G$, επομένως επιστρέφεται το κενό.

<u>2ος βρόχος αναδρομής ($j = 1$)</u>: $x = F(\upsilon),\ \ y = u,\ \ \gamma' = \{\}$ (κενό)

$\mathbf{if\ Variable(y)\ then\ return\ Unify - Var(y, x)}$

Η συνθήκη αυτή ισχύει αφού η $y\ (= u)$ είναι μεταβλητή και επομένως καλείται η συνάρτηση $Unify - Var$ με ορίσματα ($x = u,\ y = F(\upsilon)$)

$\mathbf{Unify - Var(x, y)}$, όπου $x = u,\ y = F(\upsilon)$

$\mathbf{return\{x/y\}}$, όπου $\{u/F(\upsilon)\}$

Οι δύο τύποι δεν περιέχουν τις ίδιες μεταβλητές, δηλαδή η μεταβλητή u δεν εντοπίζεται στον $F(\upsilon)$ και επομένως επιστρέφεται η ανάθεση $\{u/F(\upsilon)\}$.

Άρα μετά την 2η επανάληψη, έχουμε:

- $\gamma' = \{u/F(\upsilon)\}$

- παραγώμενοι τύποι $G(F(\upsilon))$ και $G(F(\upsilon))$

Άρα μετά την 3η επανάληψη, έχουμε:

- $\gamma = \{x/G(F(\upsilon))\ ,\ u/F(\upsilon)\}$

- παραγώμενοι τύποι $P(\ G(F(\upsilon)),\ G(F(\upsilon))\ )$ και $P(\ G(F(\upsilon)),\ G(F(\upsilon))\ )$

Άρα ο πιο γενικός ενοποιητής mgu είναι:

$$\{x/G(F(\upsilon))\ ,\ u/F(\upsilon)\}$$

2. Ενοποίηση των τύπων $P(x_1, G(x_2, x_3), x_2, B)$ και $P(G(H(A, x_5), x_2), x_1, H(A, x_4), x_4)$

Με παρόμοιο τρόπο η εκτέλεση του αλγορίθμου δίνει τον εξής mgu:

$$\{x_1/G(H(A, B), H(A, B)),\ x_2/H(A, B),\ x_3/H(A, B),\ x_5/B,\ x_4/B\}$$

3. Ενοποίηση των τύπων

$$P(x_1, x_2, ..., x_n, F(y_0, y_0), ..., F(y_{n-1}, y_{n-1}), y_n) \ \text{ και } \ P(F(x_0, x_0), F(x_1, x_1), ..., F(x_{n-1}, x_{n-1}), y_1, ..., y_n, x_n)$$

Η εκτέλεση του αλγορίθμου δίνει τον εξής mgu:

$$\{ \ x_1/F(x_0, x_0), \ x_2/F(\ F(x_0, x_0), F(x_0, x_0) \ ), ..., \ x_n/F(\ F(F...._{(n-1)} F(x_0, x_0)), F(F..._{(n-1)} F(x_0, x_0)) \ ), \ y_1/F(x_0, x_0),$$
$$y_2/F(\ F(x_0, x_0), F(x_0, x_0) \ ), ..., \ y_n/F(\ F(F..._{(n-1)} F(x_0, x_0)), F(F..._{(n-1)} F(x_0, x_0)) \ ), \ y_0/x_0\}$$

Πρόβλημα 4

(a)

- Τα σύμβολα των σταθερών που αντιπροσωπεύουν αντικείμενα είναι τα εξής:

  Κυριάκος, Αλέξης, Νίκος, Σοσιαλισμός, Καπιταλισμός

- Τα σύμβολα κατηγορημάτων που αντιπροσωπεύουν σχέσεις μεταξύ αντικειμένων είναι τα εξής:

  Αρέσει(x, y) $\longrightarrow$ στον x αρέσει το y

- Τα σύμβολα συναρτήσεων που αντιπροσωπεύουν σχέσεις στις οποίες υπάρχει μια τιμή ως είσοδος, είναι τα εξής:

  μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(x) $\longrightarrow$ ο x είναι μέλος του κόμματος ΚΟΡΩΝΑ
  Φιλελεύθερος(x) $\longrightarrow$ ο x είναι φιλελεύθερος
  Δεξιός(x) $\longrightarrow$ ο x είναι δεξιός

Αφού έχουμε εξηγήσει με ακρίβεια τι παριστάνουν τα παραπάνω σύμβολα, θα μετατρέψουμε τις δοσμένες ελληνικές προτάσεις σε προτάσεις της λογικής πρώτης τάξης.Έχουμε:

i. μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Κυριάκος) , μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης) , μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Νίκος)

ii. $(\forall \mathbf{x}) \Big(\big(\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ}(\mathbf{x}) \ \bigwedge \ \neg\text{Δεξιός}(\mathbf{x})\big) \ \Longrightarrow \ \text{Φιλελεύθερος}(\mathbf{x}) \ \Big)$

iii. $(\forall \mathbf{x}) \ (\ \text{Δεξιός}(\mathbf{x}) \ \Longrightarrow \ \neg\text{Αρέσει}(x,\text{Σοσιαλισμός}) \ )$

iv. $(\forall \mathbf{x}) \ (\ \neg\text{Αρέσει}(x,\text{Καπιταλισμός}) \ \Longrightarrow \ \neg\text{Φιλελεύθερος}(x) \ )$

v. $(\forall \mathbf{x}) \Big(\ (\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης},x) \ \Rightarrow \ \neg\text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος},x)) \ \bigwedge \ (\neg\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης},x) \ \Rightarrow \ \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος},x)) \ \Big)$

vi. $\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης},\text{Σοσιαλισμός}) \ \bigwedge \ \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης},\text{Καπιτελισμός})$

Επομένως η Βάση Γνώσης KB περιέχει τις παραπάνω προτάσεις.

Η πρόταση vii μετατρέπεται στην εξής λογική πρόταση:

$$\phi \ = \ (\exists x) \Big(\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ}(x) \ \bigwedge \ \text{Φιλελεύθερος}(x) \ \bigwedge \ \neg\text{Δεξιός}(x) \ \Big)$$

(b) Απόδειξη ΚΒ $\models \varphi$, μέσω της μεθόδου της ανάλυσης.

Αρχικά θα πρέπει να μετατρέψουμε τις προτάσεις σε συζευκτική κανονική μορφή.

i. μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Κυριάκος) **(1)**

μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης) **(2)**

μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Νίκος) **(3)**

ii. $(\forall \mathbf{x}) \Big(\Big(\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ}(\mathbf{x}) \ \bigwedge \ \neg\text{Δεξιός}(\mathbf{x})\Big) \implies \text{Φιλελεύθερος}(\mathbf{x}) \Big)$

- Απαλοιφή των συνεπαγωγών:

$(\forall x) \Big(\neg \Big(\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ}(x) \ \bigwedge \ \neg\text{Δεξιός}(x)\Big) \ \bigvee \ \text{Φιλελεύθερος}(x) \Big)$

- Μετακίνηση του $\neg$ προς τα μέσα:

$(\forall x) \Big(\neg\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ}(x) \ \bigvee \ \text{Δεξιός}(x) \ \bigvee \ \text{Φιλελεύθερος}(x) \Big)$

- Κατάργηση καθολικών ποσοδεικτών:

$\neg\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ}(x) \ \bigvee \ \text{Δεξιός}(x) \ \bigvee \ \text{Φιλελεύθερος}(x)$ **(4)**

iii. $(\forall \mathbf{x}) (\text{Δεξιός}(\mathbf{x}) \implies \neg\text{Αρέσει}(x,\text{Σοσιαλισμός}))$

- Απαλοιφή των συνεπαγωγών:

$(\forall x) \Big(\neg\text{Δεξιός}(x) \ \bigvee \ \neg\text{Αρέσει}(x,\text{Σοσιαλισμός}) \Big)$

- Κατάργηση καθολικών ποσοδεικτών:

$\neg\text{Δεξιός}(x) \ \bigvee \ \neg\text{Αρέσει}(x,\text{Σοσιαλισμός})$ **(5)**

iv. $(\forall \mathbf{x}) (\neg\text{Αρέσει}(x,\text{Καπιταλισμός}) \implies \neg\text{Φιλελεύθερος}(x))$

- Απαλοιφή των συνεπαγωγών:

$$(\forall x)\Big(\text{ Αρέσει}(x,\text{Καπιταλισμός}) \;\; \bigvee \;\; \neg\text{Φιλελεύθερος}(x)\Big)$$

- Κατάργηση καθολικών ποσοδεικτών:

$$\text{Αρέσει}(x,\text{Καπιταλισμός}) \;\; \bigvee \;\; \neg\text{Φιλελεύθερος}(x) \qquad\qquad (\mathbf{6})$$

v. $(\forall \mathbf{x})\Big((\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης},x) \;\; \Rightarrow \;\; \neg\text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος},x)) \;\; \bigwedge \;\; (\neg\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης},x) \;\; \Rightarrow \;\; \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος},x))\Big)$

- Απαλοιφή των συνεπαγωγών:

$$(\forall x)\Big(\Big(\neg\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης},x) \;\; \bigvee \;\; \neg\text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος},x)\Big) \;\; \bigwedge \;\; \Big(\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης},x) \;\; \bigvee \;\; \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος},x)\Big)\Big)$$

- Κατάργηση καθολικών ποσοδεικτών:

$$\Big(\neg\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης},x) \;\; \bigvee \;\; \neg\text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος},x)\Big) \;\; \bigwedge \;\; \Big(\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης},x) \;\; \bigvee \;\; \text{Αρέσει}(\text{Κυριάκος},x)\Big) \qquad (\mathbf{7})$$

vi. $\text{Αρέσει}(\text{Αλέξης},\text{Σοσιαλισμός}) \;\; \bigwedge \;\; \text{Αρέσει}(\text{Αλέξης},\text{Καπιτελισμός}) \qquad (\mathbf{8})$

Για να αποδείξουμε μέσω της ανάλυσης ότι ΚΒ $\models$ φ, αρκεί να αποδείξουμε ότι (ΚΒ $\wedge$ ¬φ) δεν είναι ικανοποιήσιμη δηλαδή παράγοντας την κενή πρόταση.

∘ Η ¬φ είναι η εξής:

$$\neg\phi \;\; = \;\; \neg(\exists x)\Big(\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ}(x) \;\; \bigwedge \;\; \text{Φιλελεύθερος}(x) \;\; \bigwedge \;\; \neg\text{Δεξιός}(x)\Big)$$

- Μετακίνηση του ¬ προς τα μέσα:

$$\neg\phi \;\; = \;\; (\forall x)\neg\Big(\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ}(x) \;\; \bigwedge \;\; \text{Φιλελεύθερος}(x) \;\; \bigwedge \;\; \neg\text{Δεξιός}(x)\Big)$$

- Μετακίνηση του ¬ προς τα μέσα:

$$\neg\phi \;\; = \;\; (\forall x)\Big(\neg\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ}(x) \;\; \bigvee \;\; \neg\text{Φιλελεύθερος}(x) \;\; \bigvee \;\; \text{Δεξιός}(x)\Big)$$

- Κατάργηση καθολικών ποσοδεικτών:

$$\neg\phi \ = \neg\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ}(x) \ \bigvee \ \neg\text{Φιλελεύθερος}(x) \ \bigvee \ \text{Δεξιός}(x)$$

Έχουν παραχθεί οι εξής φράσεις:

1. μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Κυριάκος)

2. μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης)

3. μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Νίκος)

4. ¬μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(**x**) $\bigvee$ Δεξιός(**x**) $\bigvee$ Φιλελεύθερος(**x**)

5. ¬Δεξιός(**x**) $\bigvee$ ¬Αρέσει(x,Σοσιαλισμός)

6. Αρέσει(x,Καπιταλισμός) $\bigvee$ ¬Φιλελεύθερος(x)

7. ¬Αρέσει(Αλέξης,x) $\bigvee$ ¬Αρέσει(Κυριάκος,x)

8. Αρέσει(Αλέξης,x) $\bigvee$ Αρέσει(Κυριάκος,x)

9. Αρέσει(Αλέξης,Σοσιαλισμός)

10. Αρέσει(Αλέξης,Καπιτελισμός)

11. ¬μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(**x**) $\bigvee$ ¬Φιλελεύθερος(**x**) $\bigvee$ Δεξιός(**x**)

Εφαρμόζουμε την αρχή της ανάλυσης στις σχέσεις:

- (5 & 9) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

$$\neg\text{Δεξιός}(x) \ \bigvee \ \neg\text{Αρέσει}(x,\text{Σοσιαλισμός}) \ \text{ και } \ \text{Αρέσει(Αλέξης,Σοσιαλισμός)}$$

με τον ενοποιητή ϑ=\{x/Αλέξης\} έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

$$\neg \ \text{Δεξιός(Αλέξης)} \quad (12)$$

- (4 & 12) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

$$\neg\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ}(x) \ \bigvee \ \text{Δεξιός}(x) \ \bigvee \ \text{Φιλελεύθερος}(x) \quad \text{και} \quad \neg\text{Δεξιός(Αλέξης)}$$

με τον ενοποιητή ϑ=\{x/Αλέξης\} έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

$$\neg\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης)} \ \bigvee \ \text{Φιλελεύθερος(Αλέξης)} \quad (13)$$

- (2 & 13) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

$$\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης)} \quad \text{και} \quad \neg\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης)} \ \bigvee \ \text{Φιλελεύθερος(Αλέξης)}$$

έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

Φιλελεύθερος(Αλέξης) (14)

- (11 & 14) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

  ¬μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(x) $\bigvee$ ¬Φιλελεύθερος(x) $\bigvee$ Δεξιός(x)   και   Φιλελεύθερος(Αλέξης)

  με τον ενοποιητή ϑ={x/Αλέξης} έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

  ¬μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης) $\bigvee$ Δεξιός(Αλέξης) (15)

- (2 & 15) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

  μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης)   και   ¬μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης) $\bigvee$ Δεξιός(Αλέξης)

  με τον ενοποιητή ϑ={} έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

  Δεξιός(Αλέξης) (16)

- (5 & 16) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

  ¬Δεξιός(x) $\bigvee$ ¬ Αρέσει(x,Σοσιαλισμός)   και   Δεξιός(Αλέξης)

  με τον ενοποιητή ϑ={x/Αλέξης} έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

  ¬Αρέσει(Αλέξης,Σοσιαλισμός) (17)

- (9 & 17) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

  Αρέσει(Αλέξης,Σοσιαλισμός)   και   ¬Αρέσει(Αλέξης,Σοσιαλισμός)

  με τον ενοποιητή ϑ={} έχουμε ότι το αναλυθέν είναι η κενή φράση.

Έτσι έχουμε αποδείξει ότι η $(KB \wedge \neg\phi)$ είναι μη ικανοποιήσιμη, άρα ισχύει η $KB \models \phi$.

(**c**)

Σε αυτή την περίπτωση δεν θα προσθέσουμε την ¬ ϕ στην KB αλλά την ($Ans(x) \vee \neg\phi$).
Για την εύρεση του μέλους του ΚΟΡΩΝΑ, αρκεί η μέθοδος της ανάλυσης να μας δώσει την φράση φ′ = $Ans(x)$

Παρατήρηση: Για ευκολία επειδή η εκτέλεση της ανάλυσης είναι παρόμοια με αυτή του ερωτήματος β, οι διαφορές φαίνονται με έντονα γράμματα.

$$\underline{\underline{\left(Ans(x) \bigvee \neg\phi\right)}} = Ans(x) \bigvee \neg\text{μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ}(x) \bigvee \neg\text{Φιλελεύθερος}(x) \bigvee \text{Δεξιός}(x)$$

Έχουν παραχθεί οι εξής φράσεις:

1. μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Κυριάκος)

2. μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης)

3. μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Νίκος)

4. ¬μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(**x**) $\bigvee$ Δεξιός(**x**) $\bigvee$ Φιλελεύθερος(**x**)

5. ¬Δεξιός(**x**) $\bigvee$ ¬Αρέσει(x,Σοσιαλισμός)

6. Αρέσει(x,Καπιταλισμός) $\bigvee$ ¬Φιλελεύθερος(x)

7. ¬Αρέσει(Αλέξης,x) $\bigvee$ ¬Αρέσει(Κυριάκος,x)

8. Αρέσει(Αλέξης,x) $\bigvee$ Αρέσει(Κυριάκος,x)

9. Αρέσει(Αλέξης,Σοσιαλισμός)

10. Αρέσει(Αλέξης,Καπιτελισμός)

11. **Ans**(x) $\bigvee$ ¬**μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ**(x) $\bigvee$ ¬ **Φιλελεύθερος**(x) $\bigvee$ **Δεξιός**(x)

Εφαρμόζουμε την αρχή της ανάλυσης στις σχέσεις:

- (5 & 9) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

  ¬Δεξιός(x) $\bigvee$ ¬Αρέσει(x,Σοσιαλισμός) και Αρέσει(Αλέξης,Σοσιαλισμός)

  με τον ενοποιητή ϑ=\{x/Αλέξης\} έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

  ¬ Δεξιός(Αλέξης) (12)

- (4 & 12) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

  ¬μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(x) $\bigvee$ Δεξιός(x) $\bigvee$ Φιλελεύθερος(x) και ¬Δεξιός(Αλέξης)

  με τον ενοποιητή ϑ=\{x/Αλέξης\} έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

  ¬μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης) $\bigvee$ Φιλελεύθερος(Αλέξης) (13)

- (2 & 13) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

  μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης) και ¬μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης) $\bigvee$ Φιλελεύθερος(Αλέξης)

  έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

  Φιλελεύθερος(Αλέξης) (14)

- (11 & 14) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

Ans(x) $\bigvee$ ¬ **μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ**(x) $\bigvee$ ¬**Φιλελεύθερος**(x) $\bigvee$ **Δεξιός**(x) και Φιλελεύθερος(Αλέξης)

με τον ενοποιητή ϑ=\{x/Αλέξης\} έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

Ans(Αλέξης) $\bigvee$ ¬**μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης)** $\bigvee$ **Δεξιός(Αλέξης)** (15)

- (2 & 15) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης) και **Ans**(Αλέξης) $\bigvee$ ¬**μέλοςΚόμματοςΚΟΡΩΝΑ(Αλέξης)** $\bigvee$ **Δεξιός(Αλέξης)** με τον ενοποιητή ϑ={} έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

$$\textbf{Ans}(\textbf{Αλέξης}) \bigvee \textbf{Δεξιός(Αλέξης)} \quad (16)$$

- (5 & 16) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

  $\neg$Δεξιός(x) $\bigvee$ $\neg$ Αρέσει(x,Σοσιαλισμός) και **Ans**(**Αλέξης**) $\bigvee$ **Δεξιός(Αλέξης)**

  με τον ενοποιητή ϑ={x/Αλέξης} έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

  $$\textbf{Ans}(\textbf{Αλέξης}) \bigvee \neg\text{Αρέσει(Αλέξης,Σοσιαλισμός)} \quad (17)$$

- (9 & 17) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

  Αρέσει(Αλέξης,Σοσιαλισμός) και **Ans**(**Αλέξης**) $\bigvee$ $\neg$**Αρέσει(Αλέξης,Σοσιαλισμός)**

  με τον ενοποιητή ϑ={} έχουμε ότι το αναλυθέν είναι η φράση: **Ans**(**Αλέξης**).

Έτσι έχουμε ότι η απάντηση στο ζητούμενο, δηλαδή ποιό είναι το μέλος του ΚΟΡΩΝΑ που έχει την ιδιότητα που παριστάνει η φ, είναι ο *Αλέξης*.

Πρόβλημα 5

(**a**) Μετατροπή προτάσεων σε συζευκτική κανονική μορφή (CNF)

Α. $$\underline{\underline{(\forall\mathbf{x})(\forall\mathbf{s})(\forall\mathbf{t})\left(\mathbf{In}(\mathbf{x},\mathbf{s}) \bigwedge \mathbf{In}(\mathbf{x},\mathbf{t}) \iff \mathbf{In}\left(\mathbf{x},\mathbf{Intersection}(\mathbf{s},\mathbf{t})\right)\right)}}$$

- Απαλοιφή αμφίδρομης υποθετικής:

$$(\forall x)(\forall s)(\forall t)\left(a \bigwedge b\right)$$

όπου,

$$a = \left(In(x,s) \bigwedge In(x,t)\right) \implies In(x, Intersection(s,t))$$

$$b = In(x, Intersection(s,t)) \implies \left(In(x,s) \bigwedge In(x,t)\right)$$

- Απαλοιφή συνεπαγωγών:

$$(\forall x)(\forall s)(\forall t)\left(a \bigwedge b\right)$$

όπου,

$$a = \neg\left(In(x,s) \bigwedge In(x,t)\right) \bigvee In(x, Intersection(s,t))$$

$$b = \neg In(x, Intersection(s,t)) \bigvee \left(In(x,s) \bigwedge In(x,t)\right)$$

○ Μετακίνηση του $\neg$ προς τα μέσα:

$$(\forall x)(\forall s)(\forall t)\left(a \bigwedge b\right)$$

όπου,

$$a \;=\; \neg In(x,s) \;\; \bigvee \;\; \neg In(x,t) \;\; \bigvee \;\; In(x, Intersection(s,t))$$

$$b \;=\; \neg In(x, Intersection(s,t)) \;\; \bigvee \;\; \Big(In(x,s) \;\; \bigwedge \;\; In(x,t)\Big)$$

○ Κατάρηση καθολικών ποσοδεικτών:

$$a \bigwedge b$$

όπου,

$$a \;=\; \neg In(x,s) \;\; \bigvee \;\; \neg In(x,t) \;\; \bigvee \;\; In(x, Intersection(s,t))$$

$$b \;=\; \neg In(x, Intersection(s,t)) \;\; \bigvee \;\; \Big(In(x,s) \;\; \bigwedge \;\; In(x,t)\Big)$$

○ Κατανομή του $\bigvee$ ως προς το $\bigwedge$:

$$a \bigwedge b$$

όπου,

$$a \;=\; \neg In(x,s) \;\; \bigvee \;\; \neg In(x,t) \;\; \bigvee \;\; In(x, Intersection(s,t))$$

$$b \;=\; \Big(\neg In(x, Intersection(s,t)) \;\; \bigvee \;\; In(x,s)\Big) \;\; \bigwedge \;\; \Big(\neg In(x, Intersection(s,t)) \;\; \bigvee \;\; In(x,t)\Big)$$

επομένως έχουν παραχθεί οι εξής φράσεις:

- $\neg In(x,s) \;\; \bigvee \;\; \neg In(x,t) \;\; \bigvee \;\; In(x, Intersection(s,t))$
- $\neg In(x, Intersection(s,t)) \;\; \bigvee \;\; In(x,s)$
- $\neg In(x, Intersection(s,t)) \;\; \bigvee \;\; In(x,t)$

B. $\underline{\underline{(\forall \mathbf{s})(\forall \mathbf{t})\,(\,(\forall \mathbf{x})\,(\mathbf{In}(\mathbf{x},\mathbf{s}) \;\; \Rightarrow \;\; \mathbf{In}(\mathbf{x},\mathbf{t})) \;\; \Longrightarrow \;\; \mathbf{SubsetOf}(\mathbf{s},\mathbf{t}))}}$

○ Απαλοιφή συνεπαγωγών:

$$(\forall s)(\forall t)\Big(\neg\,((\forall x)\,(In(x,s) \;\; \Rightarrow \;\; In(x,t))\,) \;\; \bigvee \;\; SubsetOf(s,t)\Big)$$

○ Μετακίνηση του $\neg$ προς τα μέσα:

$$(\forall s)(\forall t)\Big(\ (\exists x)\ \neg\,(In(x,s)\ \ \Rightarrow\ \ In(x,t))\ \ \bigvee\ \ SubsetOf(s,t)\Big)$$

- Απαλοιφή συνεπαγωγών:

$$(\forall s)(\forall t)\Big(\ (\exists x)\ \neg\Big(\ \neg In(x,s)\ \ \bigvee\ \ In(x,t)\Big)\ \ \bigvee\ \ SubsetOf(s,t)\Big)$$

- Μετακίνηση του $\neg$ προς τα μέσα:

$$(\forall s)(\forall t)\Big(\ (\exists x)\ \Big(In(x,s)\ \ \bigwedge\ \ \neg In(x,t)\Big)\ \ \bigvee\ \ SubsetOf(s,t)\Big)$$

- Μετατροπή κατά *Skolem*:

$$(\forall s)(\forall t)\Big(\ \Big(In(F(s,t),s)\ \ \bigwedge\ \ \neg In(F(s,t),t)\Big)\ \ \bigvee\ \ SubsetOf(s,t)\Big)$$

- Κατάργηση καθολικών ποσοδεικτών:

$$\Big(In(F(s,t),s)\ \ \bigwedge\ \ \neg In(F(s,t),t)\Big)\ \ \bigvee\ \ SubsetOf(s,t)$$

- Κατανομή του $\bigvee$ ως προς το $\bigwedge$:

$$\Big(In(F(s,t),s)\ \ \bigvee\ \ SubsetOf(s,t)\Big)\ \ \bigwedge\ \ \Big(\neg In(F(s,t),t)\ \ \bigvee\ \ SubsetOf(s,t)\Big)$$

επομένως έχουν παραχθεί οι εξής φράσεις:

- $In(F(s,t),s)\ \ \bigvee\ \ SubsetOf(s,t)$
- $\neg In(F(s,t),t)\ \ \bigvee\ \ SubsetOf(s,t)$

C. $\underline{\underline{(\forall \mathbf{s})(\forall \mathbf{t})\mathbf{SubsetOf}(\mathbf{Intersection}(\mathbf{s},\mathbf{t}),\mathbf{s})}}$

Όμως θέλουμε την άρνηση της πρότασης ($\neg C$). Επομένως:

$$\neg\ (\forall s)(\forall t)SubsetOf(Intersection(s,t),s)$$

- Μετακίνηση του $\neg$ προς τα μέσα:

$$(\exists s)(\exists t)\ \neg SubsetOf(Intersection(s,t),s)$$

◦ Μετατροπή κατά *Skolem*:

$$\neg SubsetOf(Intersection(S,T),S)$$

επομένως έχει παραχθεί η εξής φράση:

- $\neg SubsetOf(Intersection(S,T),S)$

(**b**) Απόδειξη ότι η πρόταση C είναι λογική συνέπεια των προτάσεων Α και Β.

Έστω L το σύνολο των προτάσεων Α και Β. Θέλουμε να αποδείξουμε μέσω της ανάλυσης ότι $L \models C$, αρκεί να αποδείξουμε ότι $(L \ \wedge \ \neg C)$ δεν είναι ικανοποιήσιμη δηλαδή παράγοντας την κενή πρόταση.

Έχουν παραχθεί οι εξής φράσεις από A, B και $\neg C$:

1. $\neg In(x,s) \ \bigvee \ \neg In(x,t) \ \bigvee \ In(x, Intersection(s,t))$
2. $\neg In(x, Intersection(s,t)) \ \bigvee \ In(x,s)$
3. $\neg In(x, Intersection(s,t)) \ \bigvee \ In(x,t)$
4. $In(F(s,t),s) \ \bigvee \ SubsetOf(s,t)$
5. $\neg In(F(s,t),t) \ \bigvee \ SubsetOf(s,t)$
6. $\neg SubsetOf(Intersection(S,T),S)$

Εφαρμόζουμε την αρχή της ανάλυσης στις σχέσεις:

- (4 & 6) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

$$\neg SubsetOf(Intersection(S,T),S) \ \text{και} \ \Big(In(F(s,t),s) \ \bigvee \ SubsetOf(s,t)\Big)$$

  με τον ενοποιητή $\vartheta = \{s/Intersection(S,T) \ , \ t/S\}$ έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

$$In(F(Intersection(S,T),S), Intersection(S,T)) \quad (7)$$

- (5 & 6) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

$$\neg SubsetOf(Intersection(S,T),S) \ \text{και} \ \Big(\neg In(F(s,t),t) \ \bigvee \ SubsetOf(s,t)\Big)$$

  με τον ενοποιητή $\vartheta = \{s/Intersection(S,T) \ , \ t/S\}$ έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

$$\neg In(F(Intersection(S,T),S),S) \quad (8)$$

- (2 & 7) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

$$\Big(\neg In(x, Intersection(s,t)) \ \bigvee \ In(x,s)\Big) \ \text{και} \ In(F(Intersection(S,T),S), Intersection(S,T))$$

με τον ενοποιητή $\vartheta = \{x/F(Intersection(S,T),S)\ ,\ s/S\ ,\ t/T\}$ έχουμε την αναλυθείσα πρόταση:

$$In(F(Intersection(S,T),S),S) \quad (9)$$

- (8 & 9) απαλείφοντας τα συμπληρωματικά λεκτικά

$$\neg In(F(Intersection(S,T),S),S) \ \text{ και } \ In(F(Intersection(S,T),S),S)$$

Το αναλυθέν είναι η κενή φράση, έτσι έχουμε αποδείξει ότι η $(L \wedge \neg C)$ είναι μη ικανοποιήσιμη, άρα ισχύει η $L \models C$.

Συνεπώς αποδείξαμε ότι η πρόταση C είναι λογική συνέπεια των προτάσεων A και B.

Πρόβλημα 6

Αρχικά θα εκφράσουμε τις ελληνικές προτάσεις σε φράσεις $Horn$.Για την μετατροπή θα χρησιμοποιήσουμε τα εξής σύμβολα συναρτήσεων και κατηγορημάτων:

Σύμβολα συναρτήσεων:

Όμορφο(x)	$\mapsto$	Ο/Η x είναι όμορφος/η
Πλούσιος(x)	$\mapsto$	Ο/Η x είναι πλούσιος/ια
Μυώδης(x)	$\mapsto$	Ο/Η x είναι μυώδης
Ευγενικός(x)	$\mapsto$	Ο/Η x είναι ευγενικός/η
Ευτυχής(x)	$\mapsto$	Ο/Η x είναι ευτυχισμένος/η
Γυναίκα(x)	$\mapsto$	Η x είναι γυναίκα
Άνδρας(x)	$\mapsto$	Ο x είναι άνδρας

Σύμβολα κατηγορημάτων:

Αρέσει(x, y)	$\mapsto$	Στον/ην x αρέσει ο/η y

Μετατροπή προτάσεων σε φράσεις $Horn$:

- Η Ελένη είναι όμορφη.

Όμορφο(Ελένη)

- Ο Γιάννης είναι όμορφος και πλούσιος.

Όμορφο(Γιάννης)

Πλούσιος(Γιάννης)

- Ο Πέτρος είναι μυώδης και πλούσιος.

Μυώδης(Πέτρος)

Πλούσιος(Πέτρος)

- Ο Τίμος είναι μυώδης και ευγενικός.

Μυώδης(Τίμος)

$$\text{Ευγενικός(Τίμος)}$$

- Σε όλους τους άνδρες αρέσουν οι όμορφες γυναίκες.

$$\Big(\text{Άνδρας}(x) \ \bigwedge \ \text{Γυναίκα}(y) \ \bigwedge \ \text{Όμορφο}(y)\Big) \ \Rightarrow \ \text{Αρέσει}(x, y)$$

- Όλοι οι πλούσιοι είναι ευτυχισμένοι.

$$\text{Πλούσιος}(x) \ \Rightarrow \ \text{Ευτυχής}(x)$$

- Όλοι οι άνδρες που τους αρέσει μια γυναίκα, στην οποία αρέσουν, είναι ευτυχισμένοι.

$$\Big(\text{Άνδρας}(x) \ \bigwedge \ \text{Γυναίκα}(y) \ \bigwedge \ \text{Αρέσει}(x, y) \ \bigwedge \ \text{Αρέσει}(y, x)\Big) \ \Rightarrow \ \text{Ευτυχής}(x)$$

- Όλες οι γυναίκες που τους αρέσει ένας άνδρας, στον οποίο αρέσουν, είναι ευτυχισμένες.

$$\Big(\text{Γυναίκα}(x) \ \bigwedge \ \text{Άνδρας}(y) \ \bigwedge \ \text{Αρέσει}(x, y) \ \bigwedge \ \text{Αρέσει}(y, x)\Big) \ \Rightarrow \ \text{Ευτυχής}(x)$$

- Στην Κατερίνα αρέσουν όλοι οι άνδρες, στους οποίους η ίδια αρέσει.

$$\Big(\text{Άνδρας}(x) \ \bigwedge \ \text{Αρέσει}(x\text{,Κατερίνα})\Big) \ \Rightarrow \ \text{Αρέσει(Κατερίνα,}x)$$

- Στην Ελένη αρέσουν όλοι οι άνδρες που είναι ευγενικοί και πλούσιοι ή μυώδεις και όμορφοι.

$$\Big(\text{Άνδρας}(x) \ \bigwedge \ \text{Ευγενικός}(x) \ \bigwedge \ \text{Πλούσιος}(x)\Big) \ \Rightarrow \ \text{Αρέσει(Ελένη,}x)$$

$$\Big(\text{Άνδρας}(x) \ \bigwedge \ \text{Μυώδης}(x) \ \bigwedge \ \text{Όμορφο}(x)\Big) \ \Rightarrow \ \text{Αρέσει(Ελένη,}x)$$

Τα γνωστά γεγονότα στην KB είναι τα εξής:

1. Όμορφο(Ελένη)
2. Όμορφο(Γιάννης)
3. Πλούσιος(Γιάννης)
4. Μυώδης(Πέτρος)
5. Πλούσιος(Πέτρος)
6. Μυώδης(Τίμος)
7. Ευγενικός(Τίμος)

Επιπλέον, έχουμε και τα εξής παραγώμενα γνωστά:

1. Γυναίκα(Ελένη)
2. Γυναίκα(Κατερίνα)
3. Άνδρας(Γιάννης)
4. Άνδρας(Πέτρος)
5. Άνδρας(Τίμος)

Έχει επιλεγεί για την εύρεση των συμπερασμάτων από τις προτάσεις *Horn* ο αλγόριθμος *forward chaining*.

- Ποιός αρέσει σε ποιόν;

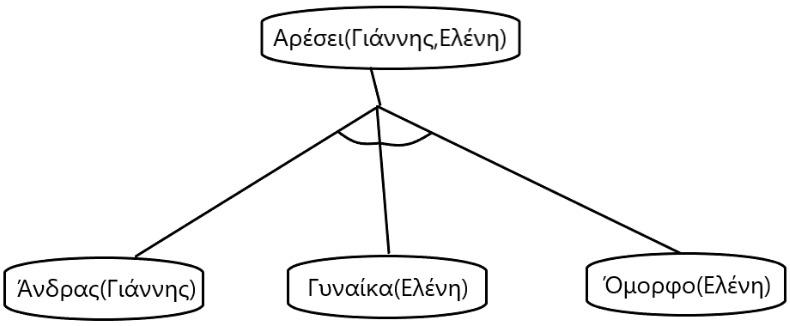
  Αυτό που θέλουμε να απαντήσουμε είναι το εξής: Αρέσει(x, y)

Φράση της ΚΒ που οι υποθέσεις ταιριάζουν με τα υπάρχοντα γνωστά γεγονότα και το συμπέρασμα ταυτίζεται με το ζητούμενο είναι:

- Σε όλους τους άνδρες αρέσουν οι όμορφες γυναίκες.

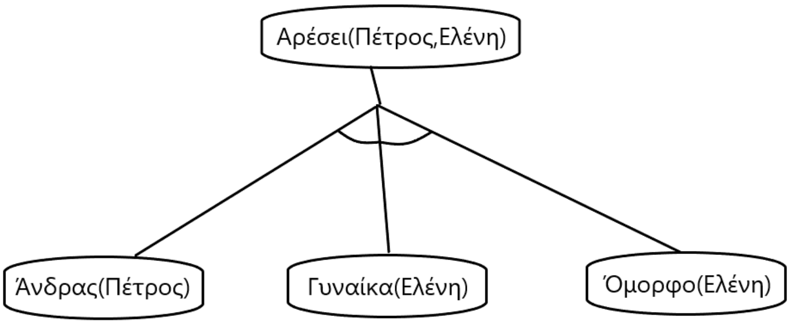
$$\Big(\text{Άνδρας}(x) \;\bigwedge\; \text{Γυναίκα}(y) \;\bigwedge\; \text{Όμορφο}(y)\Big) \;\Rightarrow\; \text{Αρέσει}(x, y)$$

1η περίπτωση: $\{x =$Γιάννης, $y =$Ελένη$\}$



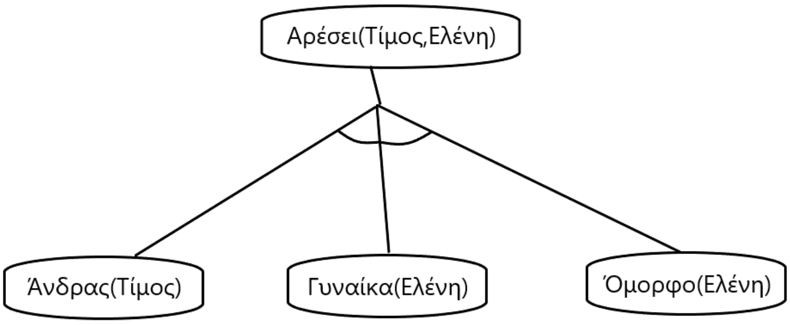
Σχήμα 1: (Άνδρας(x) $\bigwedge$ Γυναίκα(y) $\bigwedge$ Όμορφο(y)) $\Rightarrow$ Αρέσει(x, y) **με $\{x =$Γιάννης, $y =$Ελένη$\}$**

2η περίπτωση: $\{x =$ Πέτρος, $y =$Ελένη$\}$



Σχήμα 2: (Άνδρας(x) $\bigwedge$ Γυναίκα(y) $\bigwedge$ Όμορφο(y)) $\Rightarrow$ Αρέσει(x, y) **με $\{x =$Πέτρος, $y =$Ελένη$\}$**

3η περίπτωση: $\{x =$ Τίμος, $y =$Ελένη$\}$



Σχήμα 3: Ο γράφος $AND - OR$ της περίπτωσης: (Άνδρας(x) $\bigwedge$ Γυναίκα(y) $\bigwedge$ Όμορφο(y)) $\Rightarrow$ Αρέσει(x, y) **με** $\{x =$**Τίμος,** $y =$**Ελένη**$\}$

Επομένως η απάντηση στο ερώτημα *Ποιός αρέσει σε ποιόν;* είναι η εξής:

Αρέσει(Γίαννης,Ελένη)
Αρέσει(Πέτρος,Ελένη)
Αρέσει(Τίμος,Ελένη)

- Ποιός είναι ευτυχισμένος;

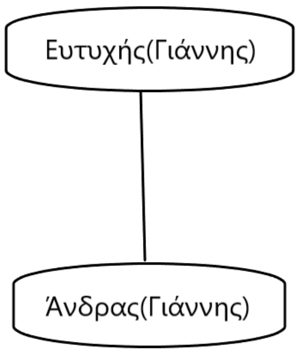
Αυτό που θέλουμε να απαντήσουμε είναι το εξής: Ευτυχής(x)

Φράση της ΚΒ που οι υποθέσεις ταιριάζουν με τα υπάρχοντα γνωστά γεγονότα και το συμπέρασμα ταυτίζεται με το ζητούμενο είναι:

- Όλοι οι πλούσιοι είναι ευτυχισμένοι.

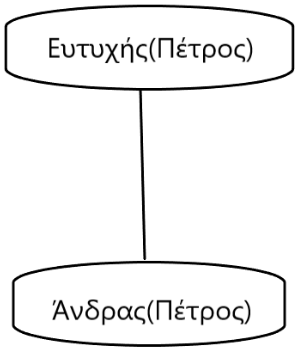
$$\text{Πλούσιος}(x) \quad \Rightarrow \quad \text{Ευτυχής}(x)$$

1η περίπτωση: $\{x = \text{Γιάννης}\}$



Σχήμα 4: Ο γράφος $AND - OR$ της περίπτωσης: Πλούσιος(x) $\Rightarrow$ Ευτυχής(x) **με** $\{x =$**Γιάννης**$\}$

1η περίπτωση: $\{x = \text{Πέτρος}\}$



Σχήμα 5: Ο γράφος $AND - OR$ της περίπτωσης: Πλούσιος(x) $\Rightarrow$ Ευτυχής(x) **με** $\{x =$**Πέτρος**$\}$

Επομένως η απάντηση στο ερώτημα *Ποιός είναι ευτυχισμένος;* είναι η εξής:

Ευτυχής(Γιάννης)
Ευτυχής(Πέτρος)

Πρόβλημα 7

Για το πρόβλημα 4 έχουμε:

4.b

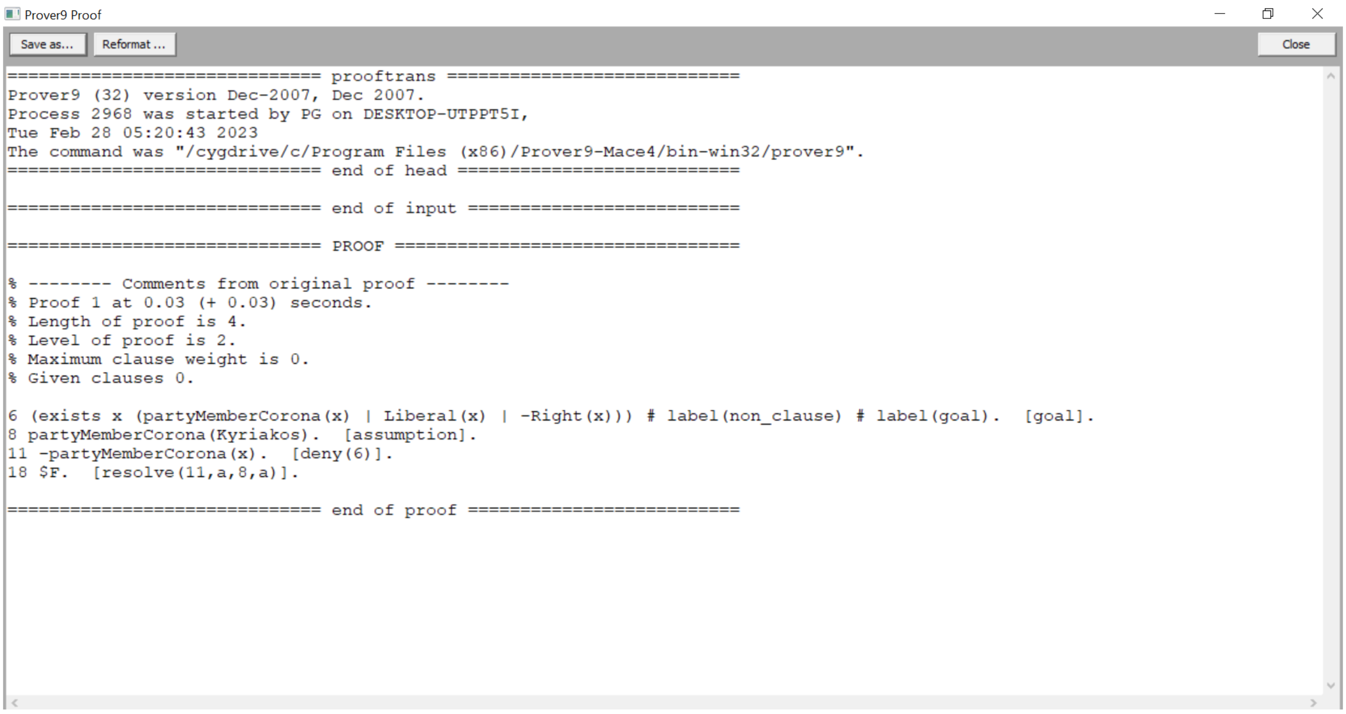
1ο βήμα: Δημιουργία βάσης γνώσης στο *Prover*9. Προσθέτουμε τις προτάσεις της ΚΒ στα *Assumptions* του *Prover*.

2ο βήμα: Για να ελέγξουμε ότι η ΚΒ καλύπτει την πρόταση φ προσθέτουμε στα *Goals* την πρόταση φ.

Πιο συγκεκριμένα:

Σχήμα 6: αρχείο: 4_*b_input*

Το αποτέλεσμα της εκτέλεσης είναι το εξής:



Σχήμα 7: αρχείο: 4_*b.proof*

Η απόδειξη μας επιβεβαιώθηκε αφού αποδεικνύεται.

4.c

1ο βήμα: Δημιουργία βάσης γνώσης στο *Prover*9. Προσθέτουμε τις προτάσεις της KB στα *Assumptions* του *Prover*.

2ο βήμα: Για την εύρεση του μέλους του ΚΟΡΩΝΑ προσθέτουμε στα *Assumptions* την πρόταση $\neg\,\varphi$ και το *Prover* θα μας δώσει μία απάντηση μέσω της *answer*.

Πιο συγκεκριμένα:

Σχήμα 8: αρχείο: 4_c_*input*

Το αποτέλεσμα της εκτέλεσης είναι το εξής:

Σχήμα 9: αρχείο: 4_c.*proof*

Η απόδειξη μας επιβεβαιώθηκε αφού η επιστρεφόμενη απάντηση είναι ο Αλέξης, όπως είχαμε βρεί προηγουμένως με την μέθοδο της ανάλυσης.

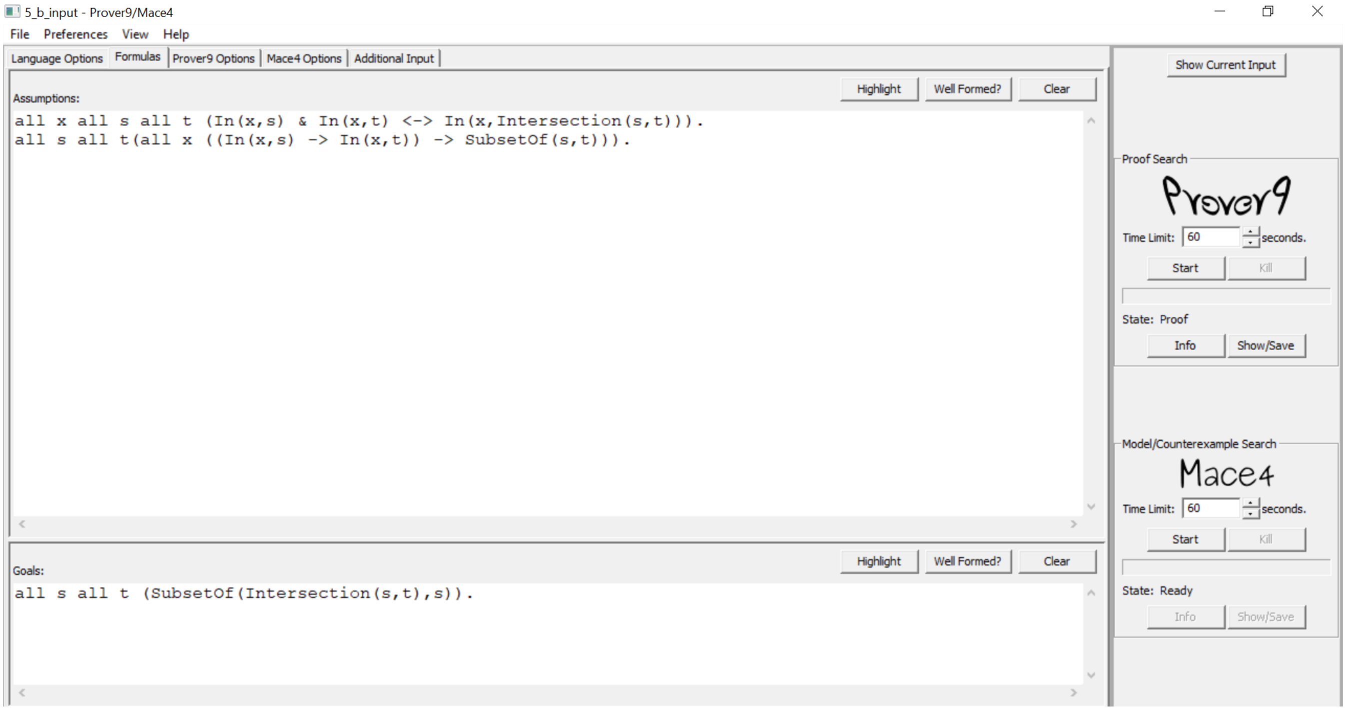
Για το πρόβλημα 5 έχουμε:

5.b

1ο βήμα: Δημιουργία βάσης γνώσης στο *Prover*9. Προσθέτουμε τις προτάσεις A και B στα *Assumptions* του *Prover*.

2ο βήμα: Για να ελέγξουμε ότι η ΚΒ καλύπτει την πρόταση C προσθέτουμε στα $Goals$ την πρόταση C.

Πιο συγκεκριμένα:



Σχήμα 10: αρχείο: 5_b_input

Το αποτέλεσμα της εκτέλεσης είναι το εξής:

Σχήμα 11: αρχείο: 5_$b.proof$

Η απόδειξη μας επιβεβαιώθηκε αφού αποδεικνύεται.

Πρόβλημα 8

(a)

Τα δωθέντα κατηγορήματα $subClassOf$ και $belongsTo$ ορίζονται ως εξής:

$$subClassOf(x, y) \quad \mapsto \quad \text{για να υποδηλώσουμε ότι το } x \text{ είναι υποκλάση της κατηγορίας } y.$$

$$belongsTo(x, y) \quad \mapsto \quad \text{για να δηλώσουμε ότι το } x \text{ είναι μέλος μιας κατηγορίας } y.$$

Τα σύμβολα σταθερών που θα ανατεθούν ως τιμές των x, y των παραπάνω κατηγορημάτων είναι τα εξής:

$Country$
$DecentralizedAdministration$
$Region$
$RegionalUnit$
$Municipality$
$MunicipalityUnit$
$MunicipalCommunity$
$LocalCommunity$
$AdministrativeUnit$

Ισχύουν οι εξής ιδιότητες:

Οι $subClassOf$ και $belongsTo$ είναι ανταναKλαστικές και μεταβατικές, δηλαδή:

$subClassOf$:

$$(\forall x)(\neg subClassOf(x, x))$$

και

$$(\forall x, y, z) \Big(subClassOf(x, y) \quad \bigwedge \quad subClassOf(y, z) \quad \bigwedge \quad subClassOf(x, z)\Big)$$

$belongsTo$:

$$(\forall x)(\neg belongsTo(x, x))$$

και

$$(\forall x, y, z) \Big(belongsTo(x, y) \quad \bigwedge \quad belongsTo(y, z) \quad \bigwedge \quad belongsTo(x, z)\Big)$$

Η οντολογική μηχανή που αναπαριστά το σχήμα του προβλήματος αποτελείται από τους παρακάτω τύπους:

<u>Μια κατηγορία είναι υποκατηγορία κάποιας άλλης:</u>

$subClassOf(Country, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(DecentralizedAdministration, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(Region, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(RegionalUnit, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(Municipality, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(MunicipalityUnit, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(MunicipalCommunity, AdministrativeUnit)$
$subClassOf(LocalCommunity, AdministrativeUnit)$

Μια διοικητική υποδιέρεση ανήκει σε κάποια άλλη διοικητική υποδιέρεση:

$belongsTo(DecentralizedAdministration, Country)$
$belongsTo(Region, DecentralizedAdministration)$
$belongsTo(RegionalUnit, Region)$
$belongsTo(Municipality, RegionalUnit)$
$belongsTo(MunicipalityUnit, Municipality)$
$belongsTo(MunicipalCommunity, MunicipalityUnit)$
$belongsTo(LocalCommunity, MunicipalCommunity)$

(**b**)

Για την αναπαράσταση της επιπλέον κλάσης στην οντολογική μηχανή, που προστέθηκε στην οντολογία θα την εκφράσουμε στους εξής τύπους:

$MemberOf(Country, Class)$
$MemberOf(DecentralizedAdministration, Class)$
$MemberOf(Region, Class)$
$MemberOf(RegionalUnit, Class)$
$MemberOf(Municipality, Class)$
$MemberOf(MunicipalityUnit, Class)$
$MemberOf(MunicipalCommunity, Class)$
$MemberOf(LocalCommunity, Class)$
$MemberOf(AdministrativeUnit, Class)$

Και εδώ ισχύουν οι ιδιότητες της ανταναкλαστικότητας και μεταβατικότητας, δηλαδή:

$MemberOf$:

$$(\forall x)(\neg MemberOf(x,x))$$

και

$$(\forall x,y,z)\Big(MemberOf(x,y) \ \bigwedge \ MemberOf(y,z) \ \bigwedge \ MemberOf(x,z)\Big)$$

(**c**)

Για την αναπαράσταση του επιπλέον αντικειμένου $MunicipalityofAthens$, το οποίο είναι στοιχείο της κλάσης $Municipality$ στην οντολογική μηχανή, που προστέθηκε στην οντολογία θα χρησιμοποιήσουμε το δυαδικό σύμβολο κατηγορήματος που δημιουργήσαμε στο ερώτημα (b), ώστε να εκφράσουμε την προσθήκη σε πρόταση λογικής πρώτης τάξης.Έχουμε:

$MemberOf(MunicipalityofAthens, Municipality)$

Το αρχεία βρίσκονται στο *zip prover*9

Πρόβλημα 10

(**a**)

- Τα σύμβολα των σταθερών που αντιπροσωπεύουν αντικείμενα είναι τα εξής:

  Γιάννης, Μαρία, Γιώργος, Ελένη

- Τα σύμβολα κατηγορημάτων που αντιπροσωπεύουν σχέσεις μεταξύ αντικειμένων είναι τα εξής:

  $\mathbf{Παντρεμένοι(x,y)} \longrightarrow$ οι x, y είναι παντρεμένοι
  $\mathbf{Αδέρφια(x,y)} \longrightarrow$ οι x, y είναι αδέρφια

- Τα σύμβολα συναρτήσεων που αντιπροσωπεύουν σχέσεις στις οποίες υπάρχει μια τιμή ως είσοδος, είναι τα εξής:

$$\boldsymbol{\mu\acute{\epsilon}\lambda o\varsigma\Sigma\upsilon\nu\delta\acute{\epsilon}\sigma\mu o\upsilon(x)} \longrightarrow \text{ ο } x \text{ είναι μέλος του Συνδέσμου}$$

Αφού έχουμε εξηγήσει με ακρίβεια τι παριστάνουν τα παραπάνω σύμβολα, θα μετατρέψουμε τις δοσμένες ελληνικές προτάσεις σε προτάσεις της λογικής πρώτης τάξης. Έχουμε:

1. μέλοςΣυνδέσμου(Γιάννης) $\bigwedge$ μέλοςΣυνδέσμου(Μαρία) $\bigwedge$ μέλοςΣυνδέσμου(Γιώργος) $\bigwedge$ μέλοςΣυνδέσμου(Ελένη)

2. Παντρεμένοι(Γιάννης,Μαρία)

3. Αδέρφια(Γιώργος,Ελένη)

4. $(\forall \mathbf{x})(\forall \mathbf{y}) \Big(\Big(\text{μέλοςΣυνδέσμου}(\mathbf{x}) \ \bigwedge \ \text{Παντρεμένοι}(\mathbf{x},\mathbf{y}) \ \Rightarrow \ \text{μέλοςΣυνδέσμου}(\mathbf{y})\Big) \ \bigvee$

$\Big(\text{μέλοςΣυνδέσμου}(y) \ \bigwedge \ \text{Παντρεμένοι}(y,x) \ \Rightarrow \ \text{μέλοςΣυνδέσμου}(x)\Big)\Big)$

- Απαλοιφή των συνεπαγωγών:

$$(\forall x)(\forall y) \Big(\Big(\neg \Big(\text{μέλοςΣυνδέσμου}(x) \ \bigwedge \ \text{Παντρεμένοι}(x,y)\Big) \ \bigvee \ \text{μέλοςΣυνδέσμου}(y)\Big) \ \bigvee$$
$$\Big(\neg \Big(\text{μέλοςΣυνδέσμου}(y) \ \bigwedge \ \text{Παντρεμένοι}(y,x)\Big) \ \bigvee \ \text{μέλοςΣυνδέσμου}(x)\Big)\Big)$$

- Μετακίνηση του $\neg$ προς τα μέσα:

$$(\forall x)(\forall y) \Big(\Big(\neg\text{μέλοςΣυνδέσμου}(x) \ \bigvee \ \neg\text{Παντρεμένοι}(x,y) \ \bigvee \ \text{μέλοςΣυνδέσμου}(y)\Big) \ \bigvee$$
$$\Big(\neg\text{μέλοςΣυνδέσμου}(y) \ \bigvee \ \neg\text{Παντρεμένοι}(y,x) \ \bigvee \ \text{μέλοςΣυνδέσμου}(x)\Big)\Big)$$

- Κατάργηση καθολικών ποσοδεικτών:

$$\Big(\neg\text{μέλοςΣυνδέσμου}(x) \ \bigvee \ \neg\text{Παντρεμένοι}(x,y) \ \bigvee \ \text{μέλοςΣυνδέσμου}(y)\Big) \ \bigvee$$
$$\Big(\neg\text{μέλοςΣυνδέσμου}(y) \ \bigvee \ \neg\text{Παντρεμένοι}(y,x) \ \bigvee \ \text{μέλοςΣυνδέσμου}(x)\Big)$$

Έχουν παραχθεί οι εξής φράσεις:

1. μέλοςΣυνδέσμου(Γιάννης)

2. μέλοςΣυνδέσμου(Μαρία)

3. μέλοςΣυνδέσμου(Γιώργος)

4. μέλοςΣυνδέσμου(Ελένη)

5. Παντρεμένοι(Γιάννης,Μαρία)

6. Αδέρφια(Γιώργος,Ελένη)

7. $\neg\text{μέλοςΣυνδέσμου}(\mathbf{x}) \ \bigvee \ \neg\text{Παντρεμένοι}(\mathbf{x},\mathbf{y}) \ \bigvee \ \text{μέλοςΣυνδέσμου}(\mathbf{y})$

8. $\neg$μέλοςΣυνδέσμου($\mathbf{y}$) $\bigvee$ $\neg$Παντρεμένοι($\mathbf{y}, \mathbf{x}$) $\bigvee$ μέλοςΣυνδέσμου($\mathbf{x}$)

- Να μετατρέψετε την πρόταση "Η Ελένη δεν είναι παντρεμένη" σε λογική πρώτης τάξης και να ονομάσετε την πρόταση που προκύπτει φ.

$$\phi \ = \ \neg\text{Παντρεμένοι(Ελένη,X)}$$

(**b**)

Θέλουμε να αποδείξουμε ότι η πρόταση ¬ φ ικανοποιείται από την ΚΒ.Αν όντως ισχύει αυτό τότε έχουμε αποδείξει ότι η από τη βάση γνώσης ΚΒ δεν έπεται λογικά η πρόταση φ.

Λαμβάνοντας υπόψιν τις εξής έννοιες της σημασιολογίας της λογικής πρώτης τάξης:

1. $\neg\phi$ = Παντρεμένοι(Ελένη,x)
2. μέλοςΣυνδέσμου(Ελένη)
3. ¬μέλοςΣυνδέσμου(Ελένη) $\bigvee$ ¬Παντρεμένοι(x,Ελένη) $\bigvee$ μέλοςΣυνδέσμου(x)
4. μέλοςΣυνδέσμου(x)

Για οποιαδήποτε ανάθεση του x (x/Γιάννης/Μαρία/Γιώργος/Ελένη) έχουμε ότι προκύπτει ότι ΚΒ $| \neq$ φ.

(**c**) Οι προτάσεις της λογικής πρώτης τάξης που πρέπει να προστεθούν στην ΚΒ ώστε να ισχύει ότι ΚΒ $|=$ φ είναι οι εξής:

1. Γυναίκα(Μαρία)
2. Γυναίκα(Ελένη)
3. Άντρας(Γιάννης)
4. Άντρας(Γιώργος)
5. $(\forall x)(\forall y)$ Γυναίκα(x) $\wedge$ Γυναίκα(y) $\Rightarrow$ ¬Παντρεμένοι(x, y)
6. $(\forall x)(\forall y)$ Άντρας(x) $\wedge$ Άντρας(y) $\Rightarrow$ ¬Παντρεμένοι(x, y)
7. $(\forall x)(\forall y)$ Αδέρφια(x, y) $\Rightarrow$ ¬Παντρεμένοι(x, y)
8. $(\forall x, y, z)$ Παντρεμένοι(x, y) $\Rightarrow$ ¬Παντρεμένοι(x, z)
9. $(\forall x)$ (¬ Παντρεμένοι(x, x))

(**d**) Το αρχεία βρίσκονται στο *zip prover*9