



ΔΙΕΘΝΕΣ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

Οπλισμένο Σκυρόδεμα Ι

Ενότητα 6: Διαστασιολόγηση δοκών σε διάτμηση

Γεώργιος Παναγόπουλος
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

Διαστασιολόγηση δοκών σε διάτμηση

Αμφιέρειστες δοκοί σε διάτμηση
Εικόνες διατμητικής αστοχίας
Υπολογισμός εγκάρσιου οπλισμού

Περιεχόμενα ενότητας

1. Αμφιέριστες δοκοί σε διάτμηση
2. Εικόνες διατμητικής αστοχίας
3. Υπολογισμός εγκάρσιου οπλισμού
4. Τυπικές εικόνες όπλισης δοκών Ο/Σ

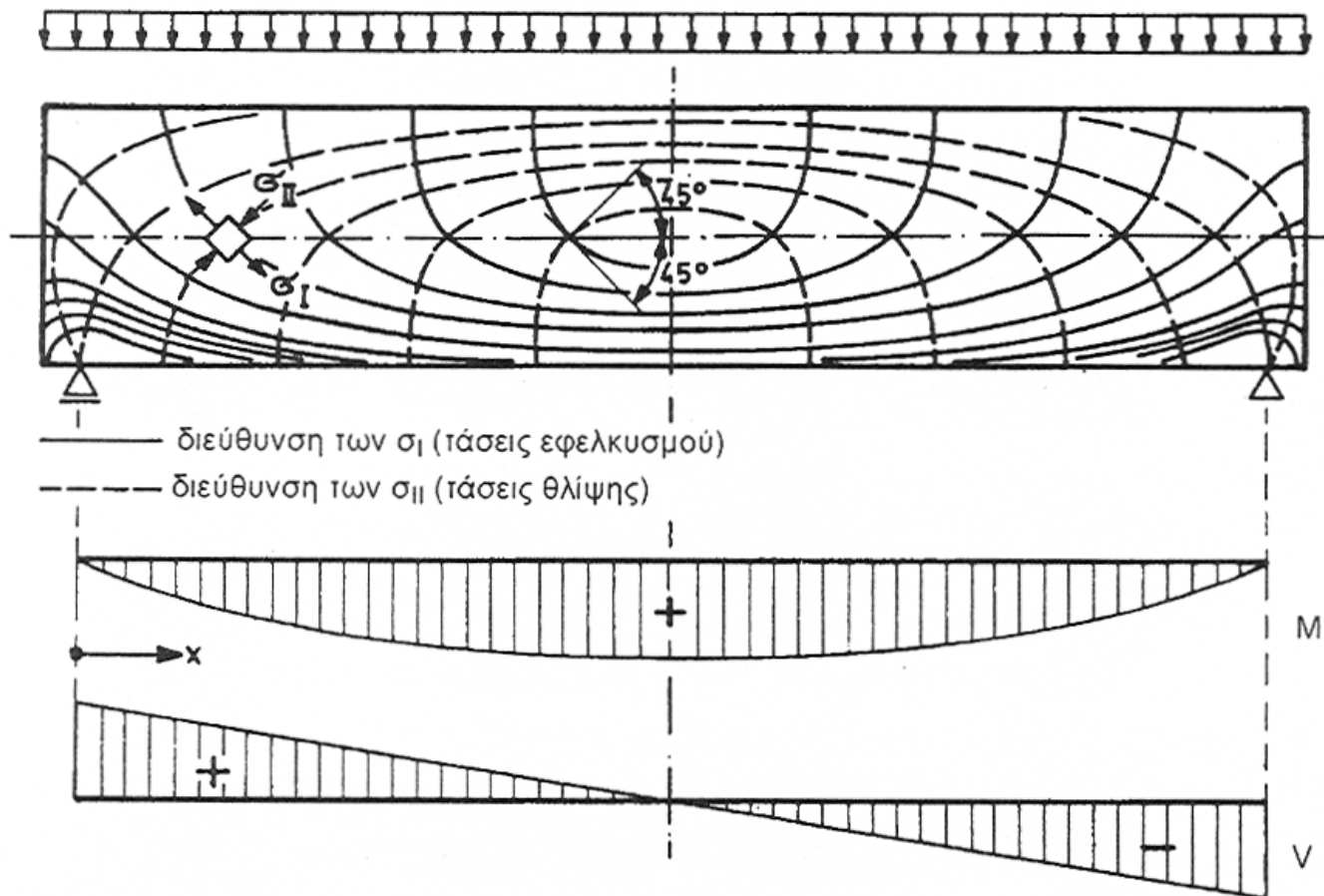
Αμφιέρειστες δοκοί σε διάτμηση (1/6)

- Κατά μήκος μιας δοκού εμφανίζονται μαζί με τις καμπτικές ροπές και τέμνουσες δυνάμεις
- Καθαρή τέμνουσα μόνο σε ελάχιστες θέσεις υφίσταται μέσα στους φορείς
- Η τέμνουσα δύναμη παράγει ροπή κάμψης και τη μεταβάλλει κατά μήκος του φορέα

$$V(x) = dM/dx$$

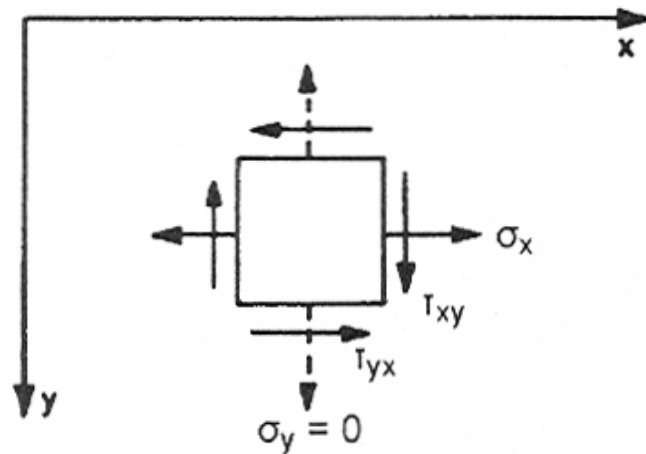
- Σε μια διατομή υπάρχει ένα σύστημα κύριων τάσεων σ_I και σ_{II} (ή σ_1 και σ_2), εφελκυσμού και θλίψεως αντίστοιχα
- Οι κύριες τάσεις προκύπτουν από τις συνιστώσες τάσεις σ_x , σ_y και τ_{xy}

Αμφιέρειστες δοκοί σε διάτμηση (2/6)



Τροχιές κύριων τάσεων σε δοκό με ομοιόμορφη φόρτιση στο στάδιο Ι

Αμφιέρειστες δοκοί σε διάτμηση (3/6)



Καμπτική τάση:

$$\sigma_x = \pm \frac{M}{W}$$

Διατμητική τάση:

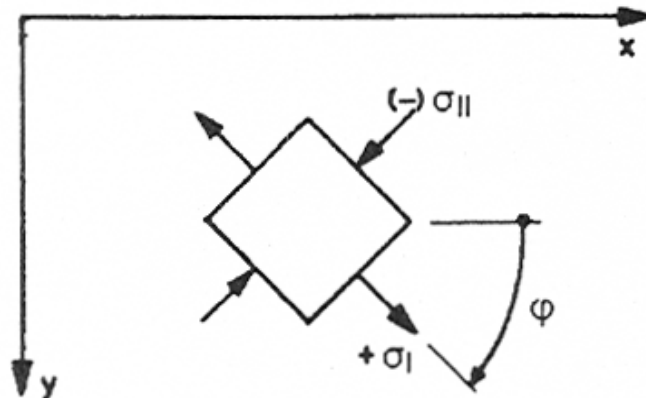
$$\tau = \tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{V \cdot S}{J \cdot b}$$

Κύρια τάση εφελκυσμού:

$$\sigma_I = \frac{\sigma_x}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}$$

Κύρια τάση θλίψης:

$$\sigma_{II} = \frac{\sigma_x}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}$$



Γωνία φ ανάμεσα
στον άξονα $+x$
και την σ_I :

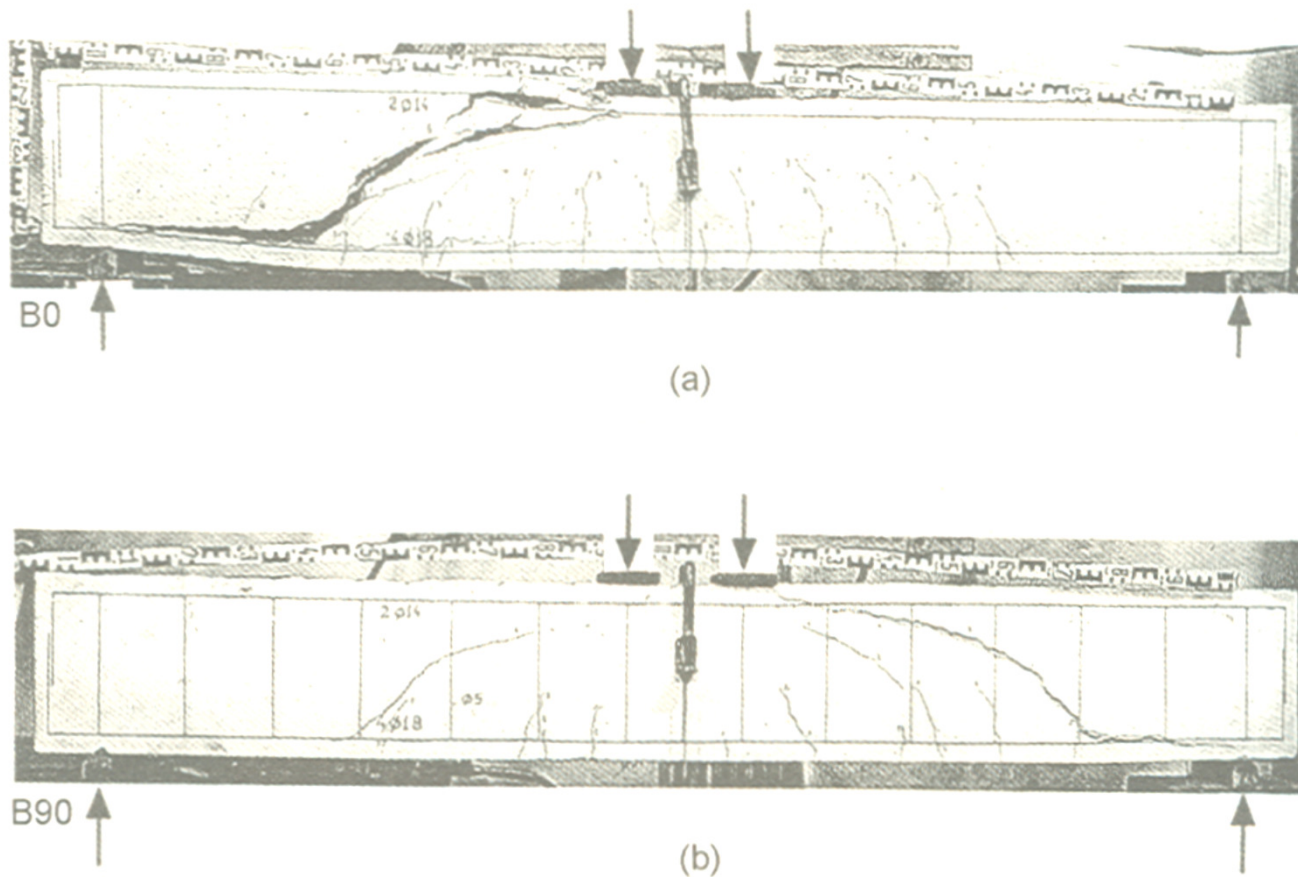
$$\tan \varphi = \frac{\tau}{\sigma_I}$$

Καθορισμός των τάσεων σκυροδέματος δοκού στο στάδιο I

Αμφιέρειστες δοκοί σε διάτμηση (4/6)

- Όταν η κύρια εφελκυστική τάση σ_1 στον κορμό υπερβεί την εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος f_{ct} , παρουσιάζονται ρήγματα από διάτμηση περίπου κάθετα στη σ_1
- Λόγω διακοπής της συνέχειας του υλικού οι εφελκυστικές δυνάμεις παραλαμβάνονται από τους οπλισμούς διάτμησης
- Οι θλιπτικές δυνάμεις εξακολουθούν να παραλαμβάνονται από το σκυρόδεμα, εφόσον δεν ξεπερνούν την f_{cd}
- Η σκοπιμότερη διάταξη του οπλισμού διάτμησης θα ήταν να τοποθετηθεί κάθετα στη διεύθυνση των ρηγμάτων
- Για πρακτικούς λόγους ο οπλισμός διάτμησης αποτελείται κατά βάση από κατακόρυφους συνδετήρες (και σπανιότερα από λοξές διαμήκεις ράβδους)
- Στις δοκούς με απαιτήσεις αντισεισμικότητας δε συνιστάται η κάμψη του διαμήκους οπλισμού. Γιατί;

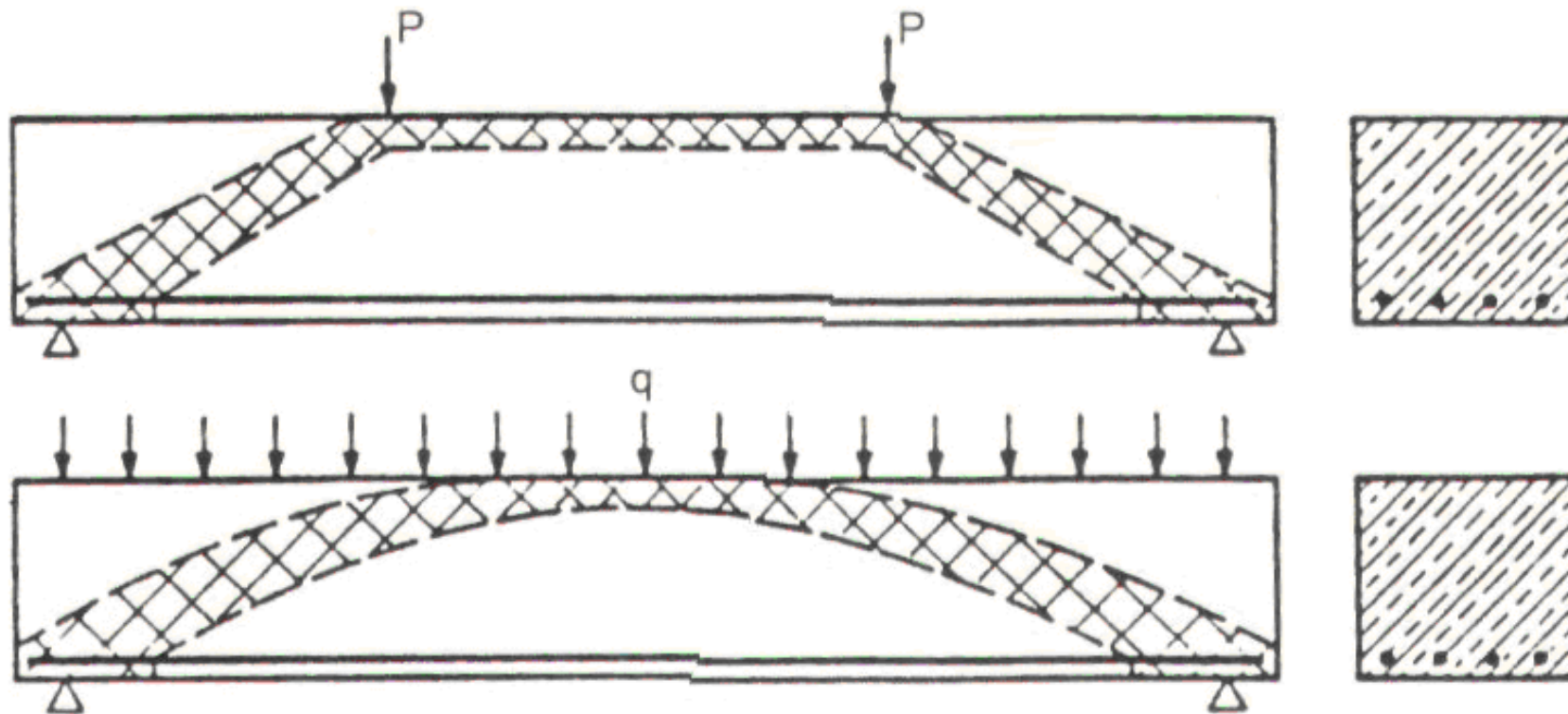
Αμφιέρειστες δοκοί σε διάτμηση (5/6)



Εικόνα ρηγμάτωσης
δοκού
(α) Χωρίς συνδετήρες
(b) Με συνδετήρες

⁽¹⁾ Ζαράρης Πρ. (2002) “Μέθοδοι Υπολογισμού Σιδηροπαγούς Σκυροδέματος”, Αφοί Κυριακίδη, Θεσ/νίκη

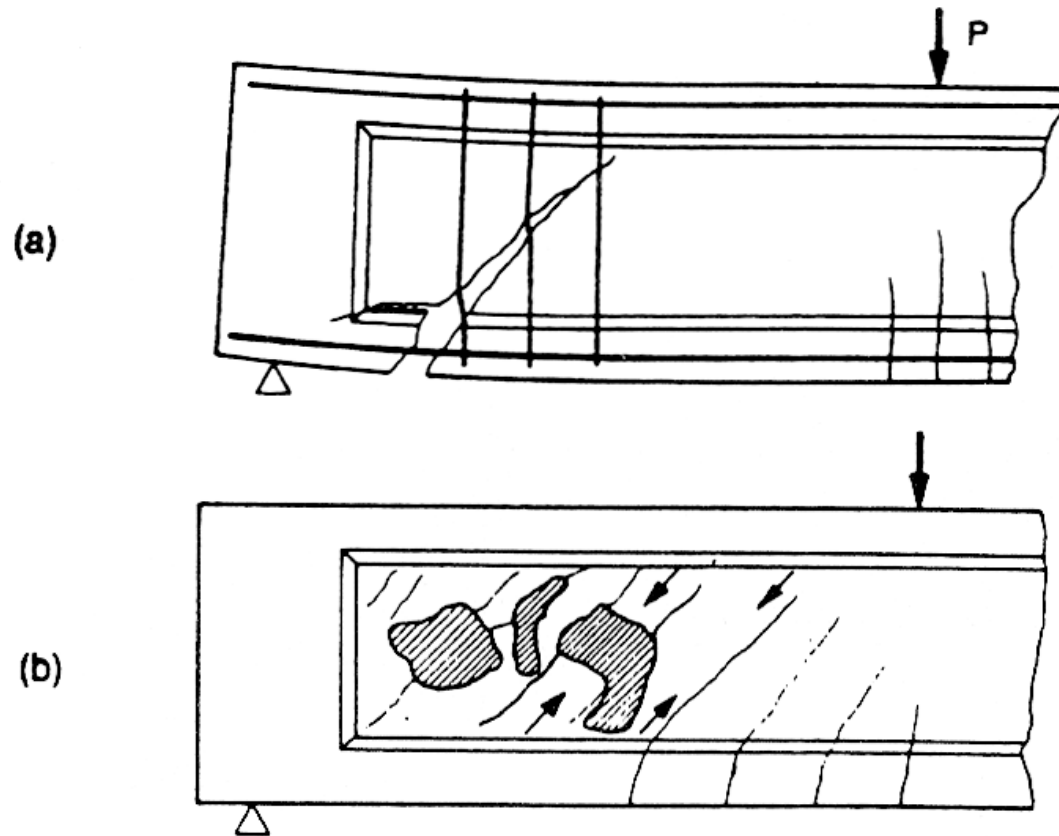
Αμφιέρειστες δοκοί σε διάτμηση (6/6)



Η λειτουργία της δοκού στο στάδιο II (μετά τη ρηγμάτωση)

⁽¹⁾ Ζαράρης Πρ. (2002) “Μέθοδοι Υπολογισμού Σιδηροπαγούς Σκυροδέματος”, Αφοί Κυριακίδη, Θεσ/νίκη

Τυπικές διατμητικές μορφές αστοχίας (1/2)



Οι διατμητικές αστοχίες είναι ψαθυρού τύπου και θα πρέπει να αποφεύγονται

Είναι προτιμότερο, αν συμβούν βλάβες, αυτές να είναι από κάμψη και όχι από διάτμηση -> ικανοτικός σχεδιασμός

⁽¹⁾ Ζαράρης Πρ. (2002) “Μέθοδοι Υπολογισμού Σιδηροπαγούς Σκυροδέματος”, Αφοί Κυριακίδη, Θεσ/νίκη

Τυπικές διατμητικές μορφές αστοχίας (2/2)

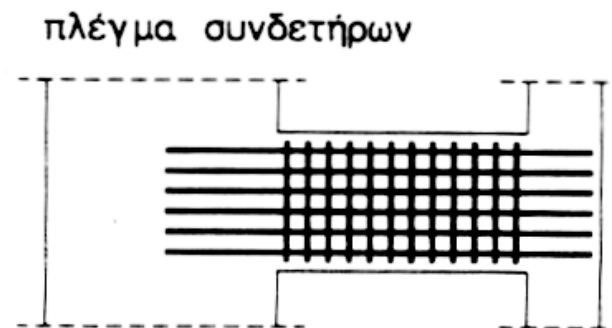
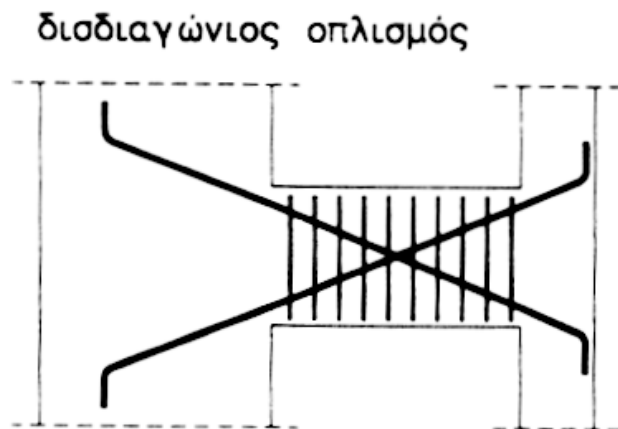
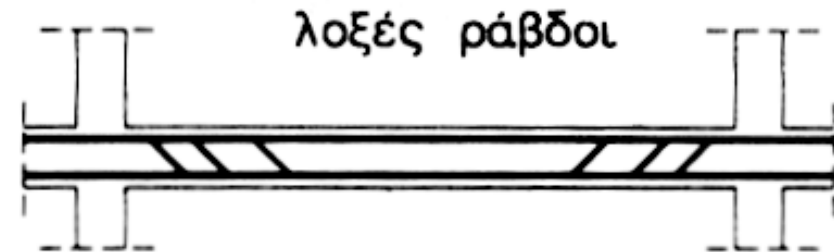
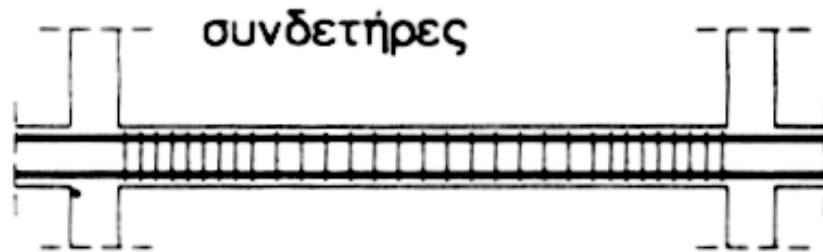
α) Αστοχία από διατμητικό εφελκυσμό.

Στην περίπτωση αυτή συμβαίνει διαρροή ή και θραύση των συνδετήρων. Για την αποφυγή αυτού του τύπου αστοχίας υπολογίζεται κατάλληλος **οπλισμός διάτμησης** (συνδετήρες), ώστε να παραλαμβάνεται η αντίστοιχη τέμνουσα δύναμη. Γίνεται ο έλεγχος: $V_{sd} < V_{Rd,s}$

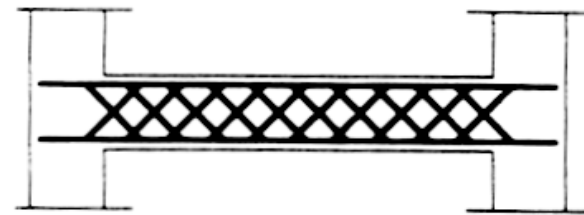
β) Αστοχία από συντριβή της θλιβόμενης διαγωνίου.

Στην περίπτωση αυτή συμβαίνει σύνθλιψη του σκυροδέματος μεταξύ των ρηγμάτων. Για την αποφυγή αυτού του τύπου αστοχίας οι **διαστάσεις της διατομής** πρέπει να είναι τέτοιες ώστε να παραλαμβάνεται η αντίστοιχη τέμνουσα δύναμη. Γίνεται ο έλεγχος: $V_{sd} < V_{Rd,max}$

Τυπικές διατάξεις οπλισμού διάτμησης (1/4)

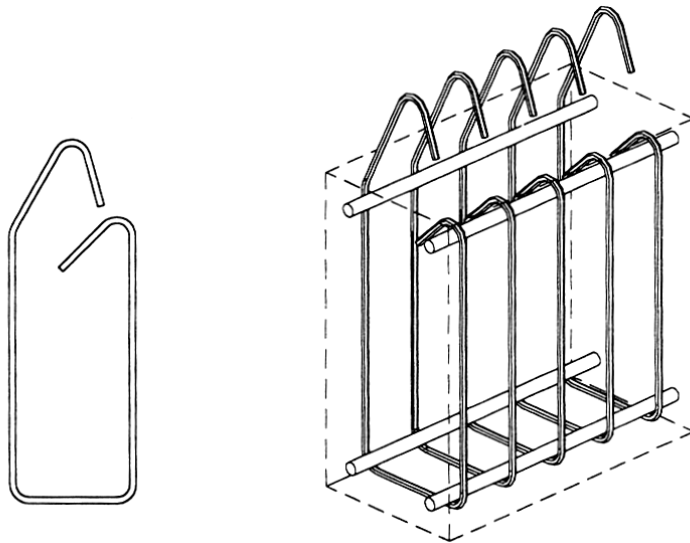


διοδιαγώνιες
λοξές ράβδοι

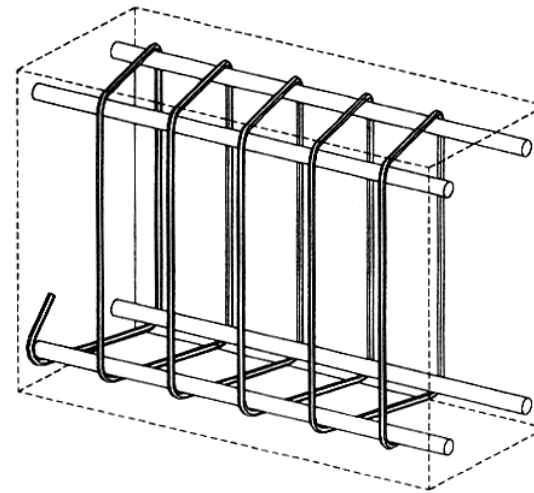


Τυπικές διατάξεις οπλισμού διάτμησης (2/4)

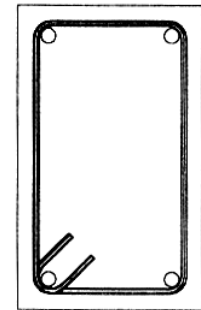
Η διάταξη που χρησιμοποιείται κατά κόρον στην πράξη είναι οι συνδετήρες



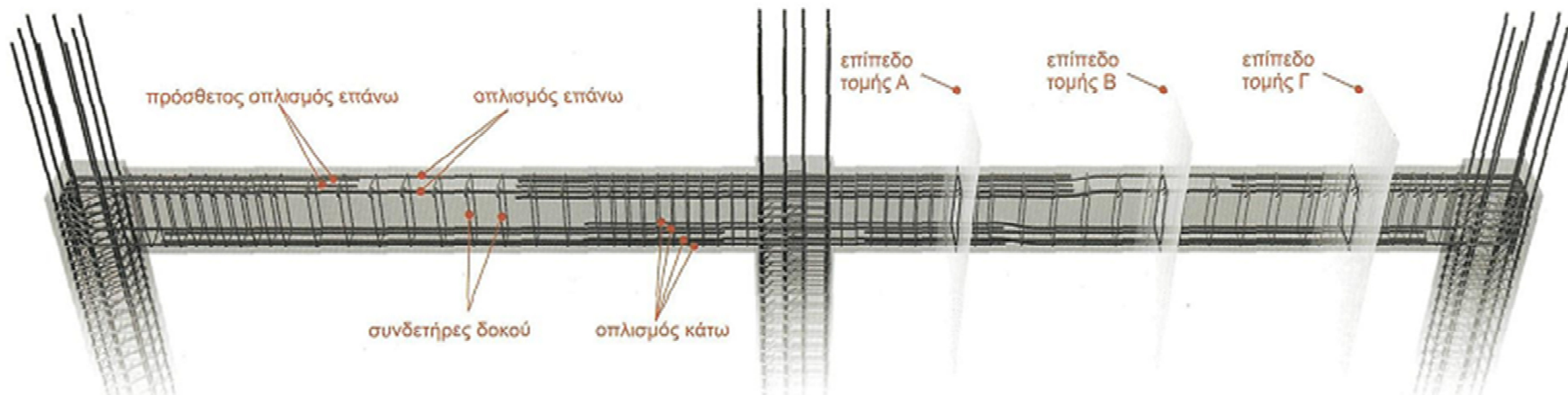
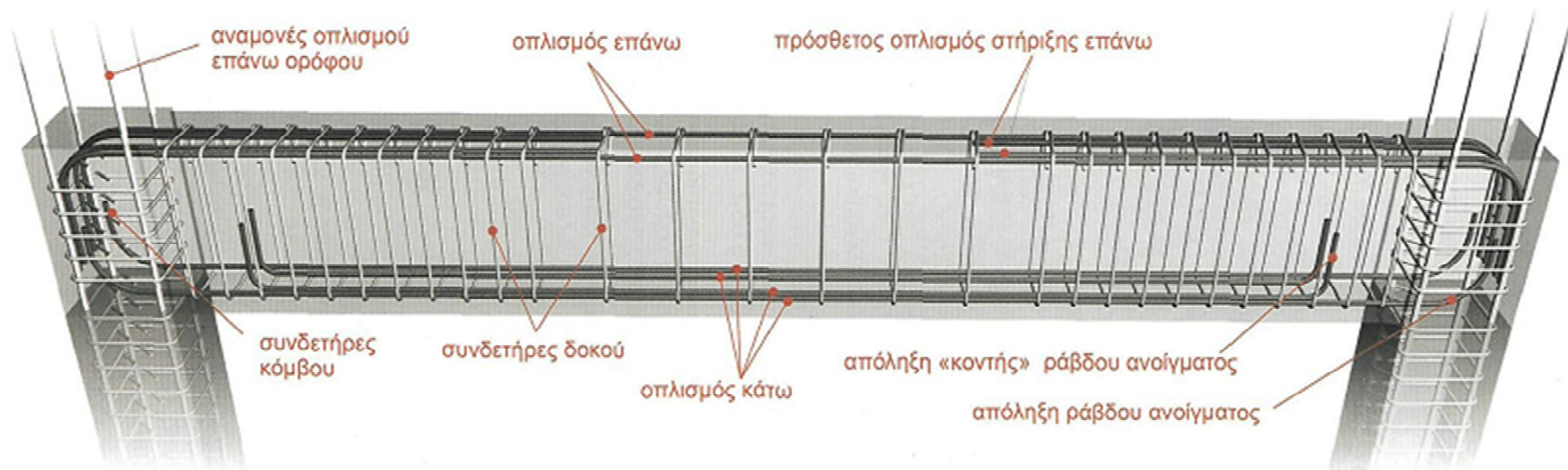
Μεμονωμένοι συνδετήρες δοκών



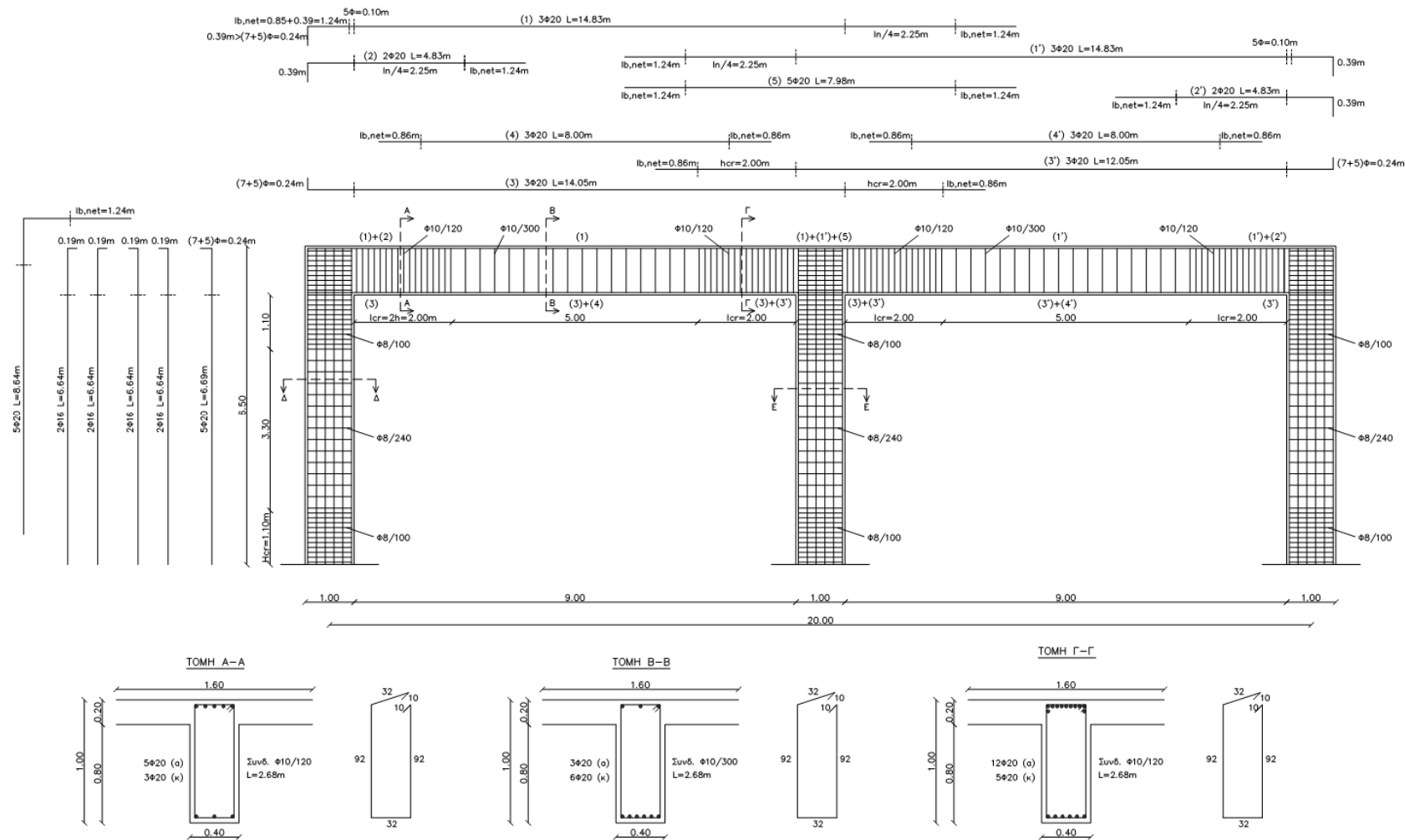
Συνδετήρες δοκών μορφής κλωβού,
“θώρακες”



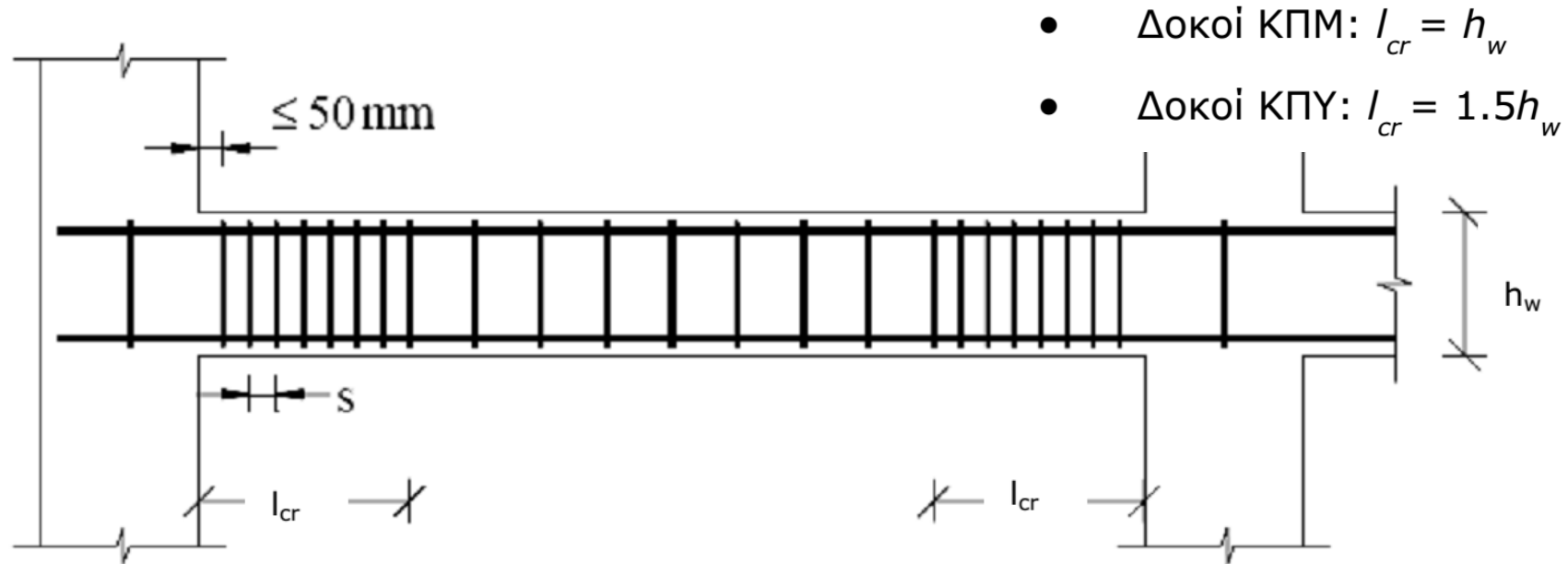
Τυπικές διατάξεις οπλισμού διάτμησης (3/4)



Τυπικές διατάξεις οπλισμού διάτμησης (4/4)



Κρίσιμες περιοχές δοκών με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας (1/3)



Ως κρίσιμες περιοχές θεωρούνται

- Τα ακραία τμήματα της δοκού με μήκος l_{cr} από τις παρειές της στήριξης σε υποστύλωμα ή τοίχωμα ίσο με h_w ή $1.5h_w$, ανάλογα αν πρόκειται για κατασκευή ΚΠΜ ή ΚΠΥ, αντίστοιχα
- Οι περιοχές εκατέρωθεν των σημείων έδρασης μεγάλων συγκεντρωμένων φορτίων στο άνοιγμα για το ίδιο μήκος

Κρίσιμες περιοχές δοκών με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας (2/3)

Ο λόγος που θεωρούνται οι συγκεκριμένες περιοχές ως κρίσιμες είναι ότι εκεί υπάρχει η **μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης βλαβών** (ιδιαίτερα για σεισμικές δράσεις).

Άρα στις θέσεις αυτές υπάρχει μεγαλύτερη ανάγκη για:

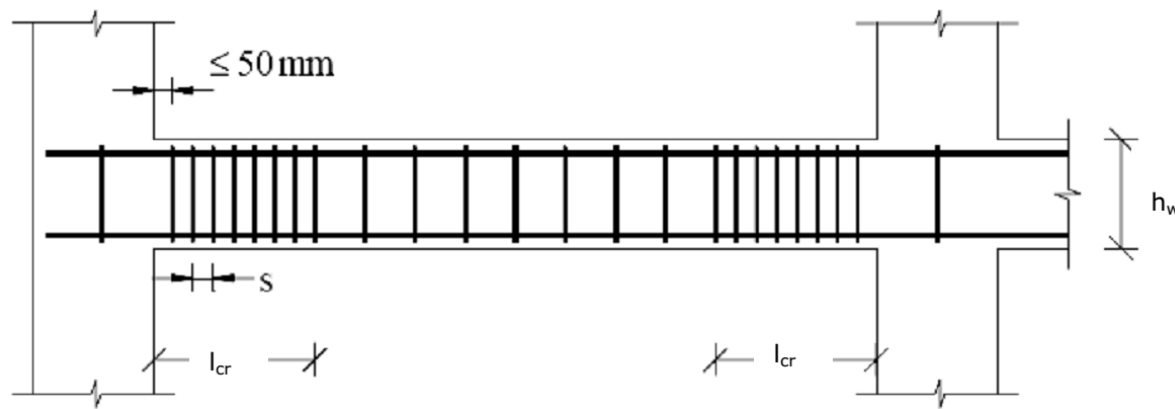
- Αυξημένη **διαθέσιμη πλαστιμότητα** ώστε να αποφευχθούν ανεπιθύμητες ψαθυρές μορφές αστοχίας
- Ικανότητα **απορρόφησης** σημαντικού ποσοστού **ενέργειας** μέσω **ανελαστικών παραμορφώσεων** (άρα και βλαβών)

Κρίσιμες περιοχές δοκών με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας (3/3)

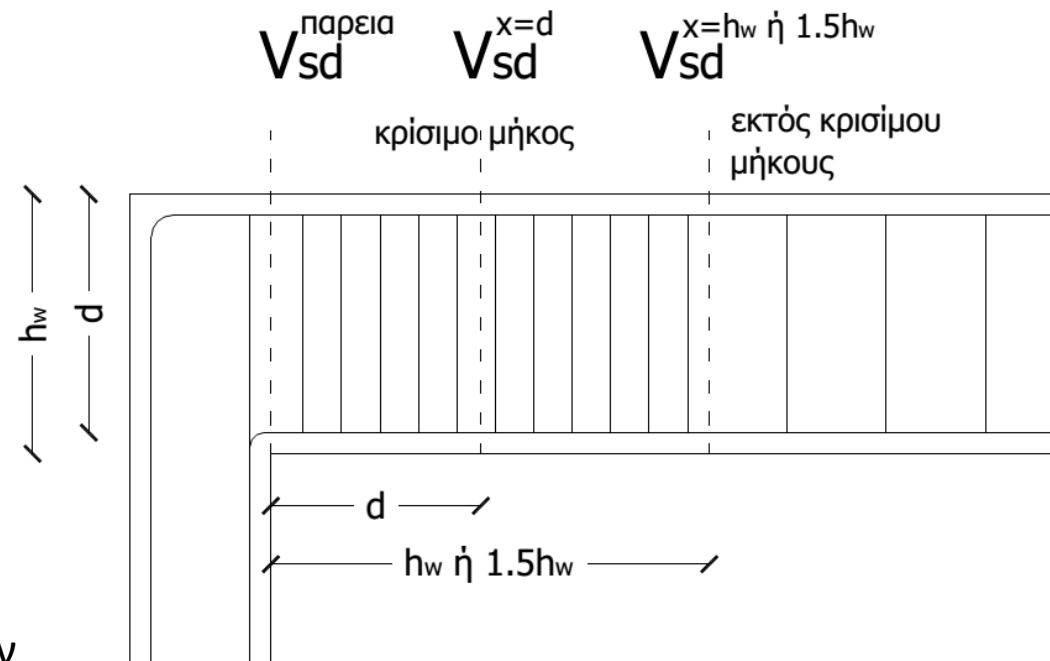
Για την επίτευξη των προηγούμενων στόχων γίνεται μια πύκνωση των συνδετήρων στις θέσεις αυτές σε σχέση με το υπόλοιπο μήκος της δοκού.

Με τον τρόπο αυτό:

- Εγκιβωτίζεται το σκυρόδεμα, με αποτέλεσμα την αύξηση της οριακής του παραμόρφωσης και της αντοχής του σε συνάφεια
- Προστατεύονται οι διαμήκεις ράβδοι από λυγισμό
- Εξασφαλίζεται η διατμητική αντοχή της διατομής



Υπολογισμός οπλισμού διάτμησης (1/8)



- Απαραίτητο το διάγραμμα τεμνουσών
- Χρειάζονται οι τέμνουσες δυνάμεις σε τρεις θέσεις
 - Στην παρειά του υποστυλώματος (ή του τοιχώματος)
 - Σε απόσταση ίση με το στατικό ύψος d από την παρειά
 - Σε απόσταση από την παρειά ίση με h_{cr}

Υπολογισμός οπλισμού διάτμησης (2/8)

1^{ος} Έλεγχος: Απαίτηση τοποθέτησης οπλισμού διάτμησης

$$V_{sd}^{x=d} \leq V_{Rd,c}$$

Αν ισχύει δεν απαιτείται οπλισμός διάτμησης (τοποθετείται ο ελάχιστος)

$$V_{Rd,c} = \max \left\{ \begin{array}{l} [C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \\ (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \end{array} \right.$$

όπου:

$C_{Rd,c}$ συνιστώμενη τιμή 0.18/ γ_c =0.12

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \quad (d \text{ σε mm})$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0.02$$

A_{sl} διατομή διαμήκους εφελκυσμένου οπλισμού, ο οποίος επεκτείνεται πέραν της διατομής στην οποία υπολογίζεται η $V_{Rd,c}$ κατά $d+l_{bd}$

k_1 συνιστώμενη τιμή 0.15

f_{ck} χαρακτηριστική θλιπτική αντοχή σκυροδέματος

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} < 0.2 \cdot f_{cd}$$

N_{Ed} αξονική δύναμη στη διατομή σε N

A_c εμβαδόν της διατομής του σκυροδέματος σε mm²

b_w το ελάχιστο πλάτος της διατομής την εφελκυσμένη ζώνη

d το στατικό ύψος της διατομής

$$v_{min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

Υπολογισμός οπλισμού διάτμησης (3/8)

1^{ος} έλεγχος - Παρατήρηση:

Ουσιαστικά γίνεται έλεγχος αν η διατμητική αντοχή του σκυροδέματος, με τη βοήθεια του εφελκυσμένου οπλισμού (ελκυστήρας) μπορεί να παραλάβει τις διατμητικές δυνάμεις (κύριες εφελκυστικές τάσεις), χωρίς να απαιτείται οπλισμός διάτμησης (συνδετήρες).

Αν δεν τηρείται η σχέση επέρχεται αστοχία από **διατμητικό εφελκυσμό** (ρήγματα περίπου 45°).

Υπολογισμός οπλισμού διάτμησης (4/8)

2^{ος} Έλεγχος: Περιορισμός λοξής θλίψης σκυροδέματος κορμού

$$V_{sd}^{παρεια} \leq V_{Rd,max}$$

Οι διαστάσεις του κορμού πρέπει να είναι τέτοιες ώστε να ικανοποιείται η παραπάνω σχέση

$$V_{Rd,max} = \frac{a_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta}$$

όπου:

a_{cw} συντελεστής για συνεκτίμηση εντατικής κατάστασης στο θλιβόμενο πέλμα ίσος με 1 για μη προεντεταμένες κατασκευές

v_1 δείκτης μείωσης αντοχής σκυροδέματος ρηγματωμένου από διάτμηση

$$v_1 = 0.6 \cdot \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$$

z μοχλοβραχίονας εσωτερικών δυνάμεων διατομής ($z = 0.9 \cdot d$)

θ γωνία κλίσης θλιβόμενων διαγωνίων σκυροδέματος

Υπολογισμός οπλισμού διάτμησης (5/8)

2^{ος} έλεγχος - Παρατήρηση:

Γίνεται ο έλεγχος αν η διατομή του σκυροδέματος μπορεί να παραλάβει τις διατμητικές δυνάμεις που αναπτύσσονται (κύριες θλιπτικές τάσεις).

Αν δεν τηρείται η σχέση επέρχεται αστοχία από συντριβή της θλιβόμενης διαγωνίου.

Η σχέση αυτή συνήθως ικανοποιείται εκτός από κάποιες σπάνιες περιπτώσεις σε διατομές με λεπτό κορμό (η $V_{Rd,max}$ προκύπτει συνήθως πολύ μεγαλύτερη της $V_{sd,παρ}$).

Υπολογισμός οπλισμού διάτμησης (6/8)

3^{ος} Έλεγχος: Υπολογισμός οπλισμού διάτμησης

$$V_{sd}^{x=d \text{ ή } x=??} \leq V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta$$

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5$$

$$21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$$

όπου

f_{ywd} τάση σχεδιασμού οπλισμού διάτμησης (συνήθως $f_{ywd} = f_{yd}$)

s απόσταση μεταξύ οπλισμών διάτμησης

A_{sw} εμβαδόν διατομής οπλισμού διάτμησης

$A_{sw} = n \cdot A_{\text{ραβδου}}$, $n=2$ για έναν συνδετήρα (δίτμητος)

$n=4$ για διπλό (τετράτμητος) κτλ.

f_{ywd} τιμή σχεδιασμού αντοχής οπλισμού διάτμησης (συνήθως $f_{ywd} = f_{yd}$)

Οπότε λύνοντας ως προς το άγνωστο σκέλος της εξίσωσης προκύπτει:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sd}^{x=d \text{ ή } x=??}}{z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta}$$

Υπολογισμός οπλισμού διάτμησης (8/8)

3^{ος} έλεγχος - Παρατήρηση:

- Από τη σχέση αυτή υπολογίζεται ο απαιτούμενος οπλισμός διάτμησης όταν

$$V_{sd}^{x=d} > V_{Rd1}$$

- Στην περίπτωση αυτή ένα μέρος της τέμνουσας παραλαμβάνεται από το σκυρόδεμα και ένα μέρος από τους συνδετήρες. Ο ευρωκώδικας αγνοεί το μέρος που παραλαμβάνεται από το σκυρόδεμα σε αντίθεση με τον ΕΚΩΣ2000.
- Αν δεν τηρείται η σχέση επέρχεται αστοχία από διατμητικό εφελκυσμό (ρήγματα 45°), αφού βέβαια έχει προηγηθεί ο 2^{ος} έλεγχος.
- Προσοχή πρέπει να δίνεται στην επιλογή της τέμνουσας υπολογισμού για την τοποθέτηση των συνδετήρων εντός και εκτός κρίσιμης περιοχής.

Ελάχιστος απαιτούμενος οπλισμός διάτμησης δοκών (1/2)

Το ελάχιστο ποσοστό εγκάρσιου οπλισμού $\rho_{w,min}$ προκύπτει από τη σχέση:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin \alpha} \geq \rho_{w,min} = \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

Σκυρόδεμα	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C55	C60	C70	C80	C90
$\rho_{w,min} (\%)$	0.64	0.72	0.80	0.88	0.95	1.01	1.07	1.13	1.19	1.24	1.34	1.43	1.52

Θεωρήθηκε $f_{yk}=500\text{MPa}$

$$\frac{A_{sw}}{s_{max} \cdot b_w \cdot \sin \alpha} = \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \Rightarrow s_{max} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yk}}{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_w \cdot \sin \alpha}$$

Επιπλέον, δίνονται οι παρακάτω μέγιστες αποστάσεις για τον οπλισμό διάτμησης

- Απόσταση μεταξύ κεκαμμένων ράβδων: $s_{b,max} = 0.60 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha)$
- Απόσταση μεταξύ συνδετήρων ή συνδέσμων: $s_{l,max} = 0.75 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha)$
- Εγκάρσια απόσταση σκελών συνδετήρα: $s_{t,max} = 0.75 \cdot d \leq 600\text{mm}$

Ελάχιστος απαιτούμενος οπλισμός διάτμησης δοκών (2/2)

Ειδικά για τον οπλισμό διάτμησης στις κρίσιμες περιοχές των δοκών, ο ΕΚ8 ορίζει τις παρακάτω μέγιστες αποστάσεις, οι οποίες διαφοροποιούνται για ΚΠΜ και ΚΠΥ. Επιπλέον, η ελάχιστη διάμετρος για τους συνδετήρες είναι ίση με 6mm.

$$\text{Δοκοί ΚΠΜ: } s \leq \begin{cases} h/4 \\ 24 \cdot \varnothing_w \\ 8 \cdot \varnothing_{L,\min} \\ 225\text{mm} \end{cases}$$

$$\text{Δοκοί ΚΠΥ: } s \leq \begin{cases} h/4 \\ 24 \cdot \varnothing_w \\ 6 \cdot \varnothing_{L,\min} \\ 175\text{mm} \end{cases}$$