



Οπλισμένο Σκυρόδεμα II

Ενότητα 2: Διαστασιολόγηση πλακών από Ο/Σ (συνέχεια)

Γεώργιος Παναγόπουλος
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

Άδειες Χρήσης

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό υπόκειται σε άδειες χρήσης Creative Commons.
- Για εκπαιδευτικό υλικό, όπως εικόνες, που υπόκειται σε άλλου τύπου άδειας χρήσης, η άδεια χρήσης αναφέρεται ρητώς.



Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Κεντρικής Μακεδονίας» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Διαστασιολόγηση πλακών από Ο/Σ

Διαδικασία επίλυσης σταυροειδώς
οπλισμένων πλακών

Περιεχόμενα ενότητας

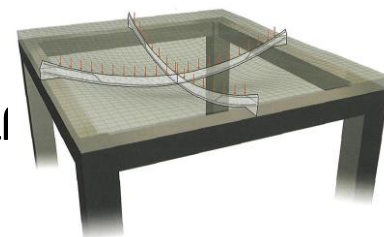
1. Επίλυση σταυροειδώς οπλισμένων πλακών
2. Μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων
3. Πίνακες Czerny
4. Διατάξεις του Ευρωκώδικα 2 για τις πλάκες

Σκοποί ενότητας

- Εισαγωγή στην επίλυση τετραέρειστων σταυροειδώς οπλισμένων πλακών
- Παρουσίαση της μεθόδου των πεσσοειδών φορτίσεων
- Χρήση των πινάκων Czerny για τον υπολογισμό των ροπών των πλακών

Σταυροειδώς οπλισμένες πλάκες

- Είναι οι 4έρειστες πλάκες που παρουσιάζουν αντίστοιχης τάξης παραμόρφωση και στις δύο διευθύνσεις ($I_{\max}/I_{\min} < 2$)
- Για τη στατική επίλυση των σταυροειδώς οπλισμένων πλακών χι διάφορες **προσεγγίσεις** όπως:
 - Η μέθοδος των επιφανειακών πεπερασμένων στοιχείων (ακριβέστερη, αλλά απαιτείται η χρήση H/Y)
 - Οι μέθοδοι της εύστρεπτης ή δύστρεπτης εσχάρας διασταυρούμενων λωρίδων
 - Η θεωρία ελαστικότητας λεπτών πλακών
 - Η μέθοδος Markus (μοντέλο ζεύγους κεντρικών διασταυρούμενων λωρίδων)
 - Η μέθοδος Czerny (πίνακες υπολογισμού εντατικών μεγεθών)

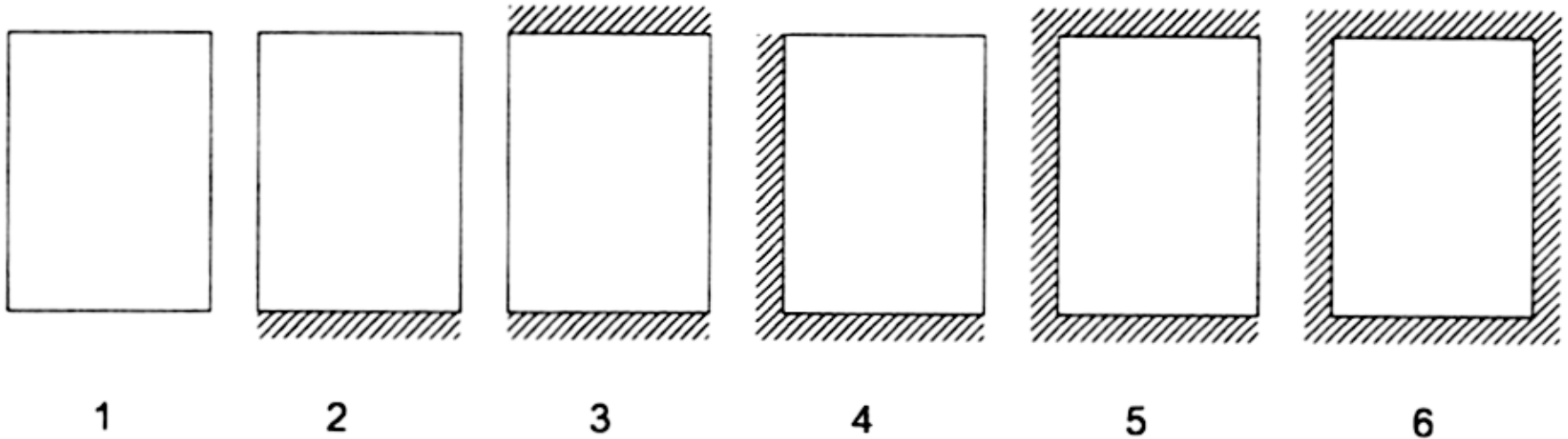


Πίνακες Czerny (1/9)

- Δίνουν ακριβή αποτελέσματα της ανάλυσης τετραέρειστων μεμονωμένων πλακών. Παρέχουν λύσεις για
 - Ομοιόμορφο ή τριγωνικό φορτίο
 - Όλους τους συνδυασμούς έδρασης των ορίων των πλακών
- Βασίζονται στη θεωρία της ελαστικότητας
- Θεωρείται $\nu=0$ για ρηγματωμένο σκυρόδεμα, δηλαδή σε στάδιο II

Πίνακες Czerny (2/9)

Πιθανοί συνδυασμοί έδρασης ορίων πλακών



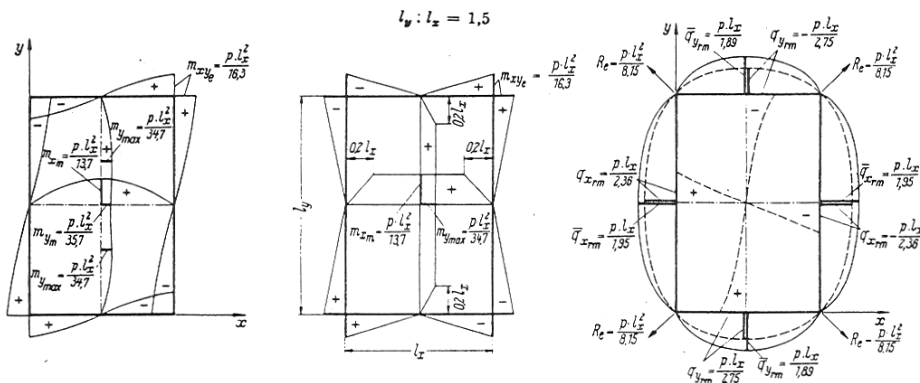
Στις περιπτώσεις 2, 3 και 5 διακρίνονται υποπεριπτώσεις (πχ 2α, 2β) ανάλογα με το ποιες πλευρές είναι απλά εδραζόμενες ή πακτωμένες (μικρές ή μεγάλες)

Πίνακες Czerny (3/9)

$l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{x_{\min}} =$	27,2	24,5	22,4	20,7	19,1	17,8	16,8	15,8	15,0	14,3	13,7
$m_{y_{\max}} =$	27,2	27,5	27,9	28,4	29,1	29,9	30,9	31,8	32,8	33,8	34,7
$m_{xy_0} = \pm$	21,6	20,6	19,7	19,0	18,4	17,9	17,5	17,1	16,8	16,5	16,3
$R_0 =$	10,8	10,3	9,85	9,5	9,2	8,95	8,75	8,55	8,4	8,25	8,15
$\bar{q}_{x_{\min}} =$	2,19	2,15	2,11	2,07	2,04	2,02	2,00	1,98	1,97	1,96	1,95
$\bar{q}_{y_{\min}} =$	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02	1,99	1,96	1,94	1,92	1,90	1,89
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0487	0,0536	0,0584	0,0631	0,0678	0,0728	0,0767	0,0809	0,0850	0,0890	0,0927

$l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
$m_{x_{\min}} =$	13,7	13,2	12,7	12,3	11,9	11,5	11,3	11,0	10,8	10,6	10,4
$m_{y_{\max}} =$	34,7	35,4	36,1	36,7	37,3	37,9	38,5	38,9	39,4	39,8	40,3
$m_{xy_0} = \pm$	16,3	16,1	15,9	15,7	15,6	15,5	15,4	15,3	15,3	15,2	15,1
$R_0 =$	8,15	8,05	7,95	7,85	7,8	7,75	7,7	7,65	7,65	7,6	7,55
$\bar{q}_{x_{\min}} =$	1,95	1,94	1,93	1,92	1,92	1,92	1,92	1,92	1,92	1,92	1,92
$\bar{q}_{y_{\min}} =$	1,89	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,83	1,82	1,82	1,82	1,82
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0927	0,0963	0,0997	0,1029	0,1060	0,1093	0,1118	0,1145	0,1169	0,1195	0,1215

Πλάκες τύπου 1

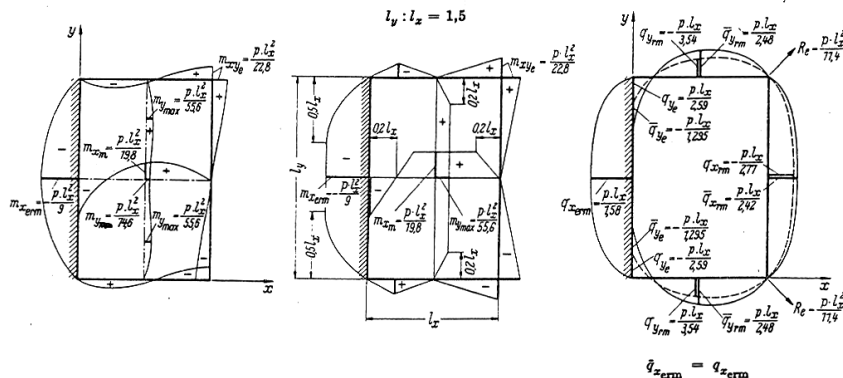


Πίνακες Czerny (4/9)

$l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{xerm} = -$	11,9	11,3	10,9	10,5	10,2	9,9	9,7	9,4	9,3	9,1	9,0
$m_{xrm} =$	31,4	29,2	27,3	25,8	24,5	23,4	22,4	21,6	21,0	20,3	19,8
$m_{yrm} =$	41,2	43,2	45,1	47,1	48,8	50,3	51,8	53,2	54,3	55,0	55,6
$m_{xve} = \pm$	26,2	25,4	24,9	24,4	24,0	23,7	23,5	23,2	23,0	22,9	22,8
$R_e =$	13,1	12,7	12,4	12,2	12,0	11,8	11,7	11,6	11,5	11,4	11,4
$q_{xerm} =$	1,72	1,69	1,67	1,65	1,63	1,62	1,61	1,60	1,59	1,58	1,58
$\bar{q}_{xrm} =$	2,47	2,44	2,42	2,41	2,41	2,40	2,40	2,41	2,41	2,41	2,42
$\bar{q}_{yrm} =$	2,59	2,56	2,54	2,52	2,51	2,50	2,50	2,49	2,49	2,48	2,48
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0334	0,0357	0,0380	0,0401	0,0420	0,0438	0,0455	0,0472	0,0485	0,0498	0,0510

$l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
$m_{xerm} = -$	9,0	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,3	8,3	8,3	8,3
$m_{xrm} =$	19,8	19,4	19,0	18,6	18,3	18,0	17,8	17,5	17,4	17,2	17,1
$m_{yrm} =$	55,6	56,2	56,8	57,3	57,8	58,2	58,6	58,8	59,0	59,1	59,2
$m_{xve} = \pm$	22,8	22,7	22,6	22,5	22,5	22,4	22,4	22,4	22,4	22,4	22,4
$R_e =$	11,4	11,3	11,3	11,2	11,2	11,2	11,2	11,2	11,2	11,2	11,2
$q_{xerm} =$	1,58	1,57	1,57	1,57	1,57	1,57	1,57	1,57	1,57	1,57	1,57
$\bar{q}_{xrm} =$	2,42	2,42	2,43	2,43	2,44	2,45	2,46	2,47	2,49	2,49	2,50
$\bar{q}_{yrm} =$	2,48	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47	2,47
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0510	0,0521	0,0531	0,0541	0,0549	0,0556	0,0562	0,0569	0,0575	0,0580	0,0585

Πλάκες τύπου 2α

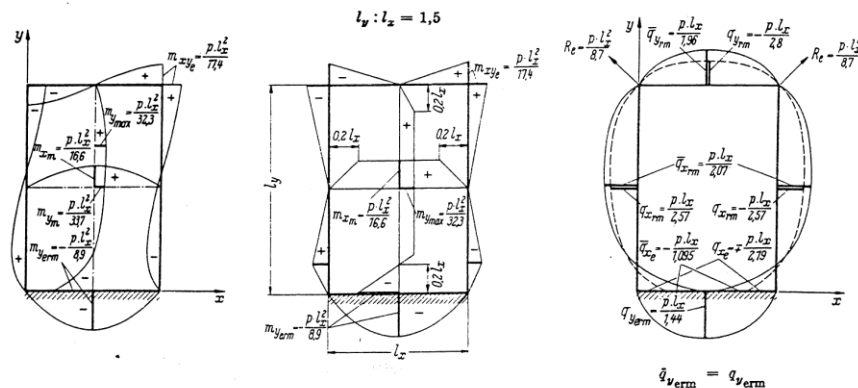


Πίνακες Czerny (5/9)

$l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{xrm} =$	41,2	36,5	31,9	28,3	25,9	23,4	21,7	20,1	18,8	17,5	16,6
$m_{yerm} = -$	11,9	11,3	10,9	10,4	10,1	9,8	9,6	9,3	9,2	9,0	8,9
$m_{ymax} =$	$p \cdot l_x^3$	29,4	29,0	28,8	28,8	28,9	29,2	29,7	30,2	30,8	32,3
$m_{xyc} = \pm$		26,2	24,5	23,2	21,9	21,0	20,1	19,4	18,7	18,3	17,4
$R_e =$		13,1	12,2	11,6	10,9	10,5	10,0	9,7	9,3	9,1	8,8
$\bar{q}_{xrm} =$	$p \cdot l_x^2$	2,59	2,49	2,42	2,34	2,29	2,23	2,19	2,15	2,12	2,09
$\bar{q}_{yerm} =$		1,72	1,67	1,63	1,59	1,56	1,53	1,51	1,49	1,47	1,45
$\bar{q}_{yrm} =$		2,47	2,38	2,29	2,23	2,17	2,12	2,08	2,04	2,01	1,98
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0334	0,0378	0,0422	0,0467	0,0512	0,0557	0,0602	0,0645	0,0689	0,0731	0,0773

$l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
$m_{xrm} =$	16,6	15,7	15,0	14,3	13,8	13,2	12,8	12,3	12,0	11,6	11,4
$m_{yerm} = -$	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,45	8,4	8,35	8,3	8,25	8,2
$m_{ymax} =$	$p \cdot l_x^3$	32,3	33,0	33,6	34,3	34,9	35,6	36,2	36,9	37,5	38,2
$m_{xyc} = \pm$		17,4	17,0	16,8	16,5	16,3	16,1	15,9	15,7	15,6	15,4
$R_e =$		8,7	8,5	8,4	8,2	8,1	8,0	7,9	7,8	7,8	7,7
$\bar{q}_{xrm} =$	$p \cdot l_x^2$	2,07	2,05	2,03	2,01	1,99	1,98	1,97	1,96	1,96	1,95
$\bar{q}_{yerm} =$		1,44	1,43	1,42	1,41	1,40	1,39	1,39	1,38	1,38	1,37
$\bar{q}_{yrm} =$		1,96	1,94	1,92	1,90	1,89	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0773	0,0815	0,0852	0,0892	0,0926	0,0962	0,0994	0,1027	0,1056	0,1085	0,1112

Πλάκες τύπου 2β

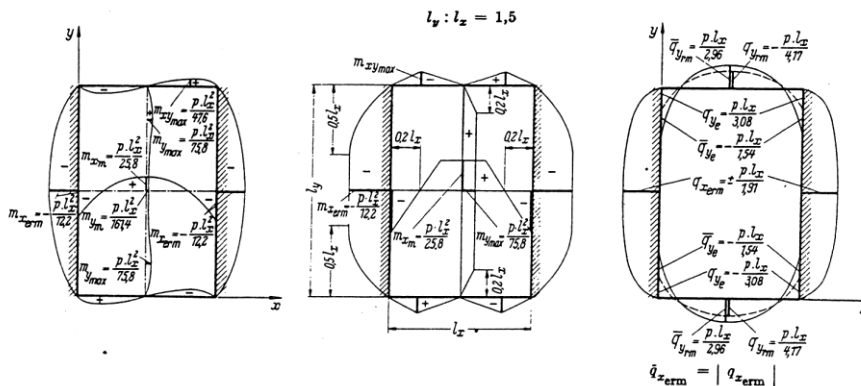


Πίνακες Czerny (6/9)

$l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{x\text{ερν}} = -$	14,3	13,8	13,5	13,2	13,0	12,7	12,6	12,4	12,3	12,2	12,2
$m_{xm} =$	$p \cdot l_x^2 :$	35,1	33,0	31,7	30,4	29,4	28,5	27,8	27,1	26,6	25,8
$m_{y\text{max}} =$		61,7	64,5	67,2	69,6	71,5	72,8	73,5	74,1	74,6	75,8
$q_{x\text{ερν}} = \pm$	$p \cdot l_x :$	1,94	1,92	1,91	1,90	1,90	1,90	1,90	1,90	1,90	1,91
$\bar{q}_{y\text{ερν}} =$		2,95	2,95	2,95	2,95	2,95	2,95	2,95	2,95	2,95	2,96
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0230	0,0241	0,0251	0,0260	0,0267	0,0275	0,0280	0,0285	0,0289	0,0293	0,0297

$l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
$m_{x\text{ερν}} = -$	12,2	12,1	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
$m_{xm} =$	$p \cdot l_x^2 :$	25,8	25,4	25,2	24,9	24,7	24,5	24,4	24,3	24,2	24,1
$m_{y\text{max}} =$		75,8	76,5	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0	77,0
$q_{x\text{ερν}} = \pm$	$p \cdot l_x :$	1,91	1,91	1,92	1,92	1,93	1,93	1,94	1,94	1,95	1,95
$\bar{q}_{y\text{ερν}} =$		2,96	2,96	2,96	2,96	2,96	2,97	2,97	2,97	2,97	2,97
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0297	0,0300	0,0302	0,0305	0,0307	0,0308	0,0309	0,0310	0,0311	0,0312	0,0313

Πλάκες τύπου 3α

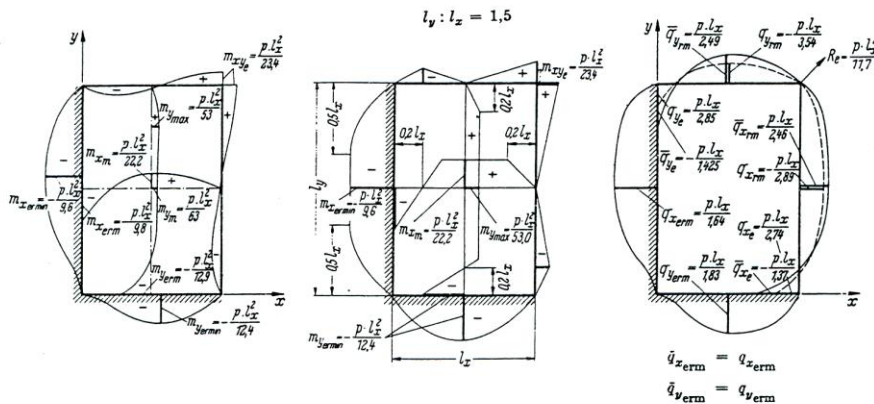


Πίνακες Czerny (7/9)

$l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{x\text{ermin}} = -$	14,3	13,3	12,7	12,0	11,5	11,1	10,7	10,3	10,0	9,8	9,6
$m_{x\text{im}} =$	42,7	38,0	35,1	32,2	30,0	28,0	26,5	25,2	24,1	23,1	22,2
$m_{y\text{ermin}} = -$	14,3	13,8	13,6	13,3	13,1	12,9	12,8	12,7	12,6	12,5	12,4
$m_{y\text{max}} =$	40,2	41,0	42,0	42,9	44,0	45,6	47,6	49,6	51,0	52,1	53,0
$q_{x\text{erm}} =$	1,96	1,89	1,83	1,78	1,75	1,72	1,69	1,67	1,65	1,64	1,64
$\bar{q}_{x\text{rm}} =$	2,76	2,69	2,64	2,58	2,55	2,53	2,51	2,49	2,47	2,46	2,46
$q_{y\text{erm}} =$	1,96	1,93	1,90	1,88	1,87	1,86	1,85	1,84	1,84	1,83	1,83
$\bar{q}_{y\text{rm}} =$	2,76	2,69	2,65	2,61	2,59	2,56	2,54	2,52	2,51	2,50	2,49
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0252	0,0281	0,0302	0,0329	0,0348	0,0369	0,0389	0,0408	0,0426	0,0443	0,0459

$l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
$m_{x\text{ermin}} = -$	9,6	9,4	9,2	9,1	8,9	8,8	8,7	8,6	8,5	8,4	8,4
$m_{x\text{im}} =$	22,2	21,6	21,0	20,4	19,9	19,5	19,1	18,7	18,4	18,1	17,9
$m_{y\text{ermin}} = -$	12,4	12,3	12,3	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2	12,2
$m_{y\text{max}} =$	53,0	54,1	54,8	55,6	56,3	57,0	57,7	58,3	59,0	59,6	60,2
$q_{x\text{erm}} =$	1,64	1,63	1,63	1,62	1,62	1,61	1,60	1,60	1,59	1,59	1,58
$\bar{q}_{x\text{rm}} =$	2,46	2,46	2,46	2,47	2,47	2,47	2,48	2,48	2,48	2,49	2,49
$q_{y\text{erm}} =$	1,83	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82	1,82
$\bar{q}_{y\text{rm}} =$	2,49	2,49	2,49	2,49	2,48	2,48	2,48	2,48	2,47	2,47	2,47
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0459	0,0472	0,0484	0,0496	0,0508	0,0519	0,0529	0,0538	0,0547	0,0554	0,0562

Πλάκες τύπου 4

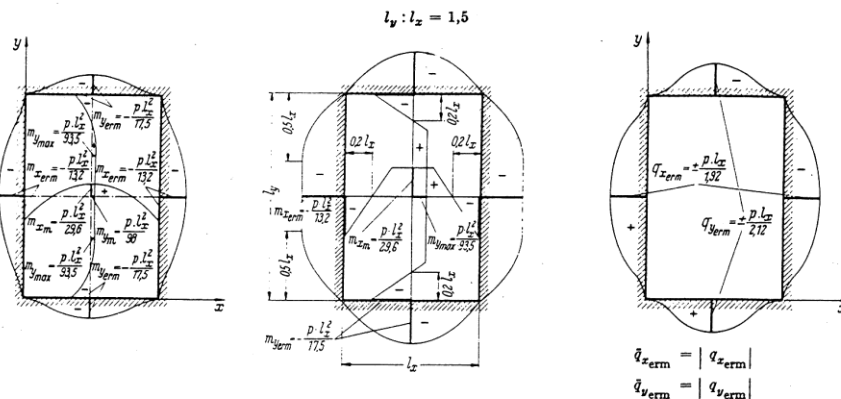


Πίνακες Czerny (8/9)

$l_y : l_x$	1,00	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
$m_{xerm} = -$	19,4	18,2	17,1	16,3	15,5	14,9	14,5	14,0	13,7	13,4	13,2
$m_{xm} =$	56,8	50,6	46,1	42,4	39,4	37,0	34,8	33,3	31,9	30,6	29,6
$m_{yerm} = -$	19,4	18,8	18,4	18,1	17,9	17,7	17,6	17,5	17,5	17,5	17,5
$m_{ymax} =$	56,8	58,2	60,3	62,6	65,8	69,4	73,6	78,4	83,4	89,4	93,5
$q_{xerm} = \pm$	2,24	2,17	2,10	2,05	2,01	1,98	1,96	1,94	1,92	1,92	1,92
$q_{yerm} = \pm$	2,24	2,20	2,16	2,14	2,12	2,11	2,10	2,09	2,09	2,10	2,12
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0152	0,0167	0,0181	0,0195	0,0207	0,0219	0,0230	0,0240	0,0248	0,0257	0,0264

$l_y : l_x$	1,50	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,0
$m_{xerm} = -$	13,2	13,0	12,8	12,7	12,5	12,4	12,3	12,2	12,1	12,0	12,0
$m_{xm} =$	29,6	28,8	28,1	27,5	26,9	26,4	26,0	25,7	25,4	25,2	25,0
$m_{yerm} = -$	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5	17,5
$m_{ymax} =$	93,5	96,1	98,1	99,9	101,3	102,4	103,3	104,0	104,6	104,9	105,0
$q_{xerm} = \pm$	1,92	1,92	1,92	1,92	1,91	1,91	1,91	1,91	1,91	1,91	1,91
$q_{yerm} = \pm$	2,12	2,12	2,12	2,12	2,12	2,12	2,12	2,12	2,13	2,13	2,13
$f_m = \frac{p \cdot l_x^4}{E \cdot d^3}$	0,0264	0,0271	0,0277	0,0282	0,0287	0,0291	0,0294	0,0297	0,0300	0,0302	0,0304

Πλάκες τύπου 6



Πίνακες Czerny (9/9)

Στους πίνακες Czerny

- Οι τιμές των ροπών και των αντιδράσεων στήριξης (τεμνουσών) στους πίνακες είναι με τα πρόσημά τους
- Το p είναι το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο της πλάκας
- Στις σχέσεις των ροπών υπάρχει το l_x^2 , ενώ των τεμνουσών το l_x (χωρίς τετράγωνο)
- Στις σχέσεις το l_x είναι πάντα η μικρή διάσταση
- Δεν υπάρχουν όλες οι τιμές σε όλα τα διαγράμματα γιατί κάποιες απλά δεν υφίστανται σε κάποιους τύπους πλακών
- Όπου υπάρχει ο όρος «er», πχ m_{xerm} , m_{yerm} κτλ αναφέρεται σε πάκτωση
- Όπου υπάρχει ο όρος «m», πχ m_{xm} , m_{ym} αναφέρεται στη μέση της πλάκας
- Όπου υπάρχουν οι όροι «min» ή «max», πχ m_{xmax} , m_{ymin} αναφέρονται στις ελάχιστες και μέγιστες τιμές οι οποίες δε συμβαίνουν πάντα στο μέσο

Η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων (1/4)

- Οι πίνακες Czerny αναφέρονται σε μεμονωμένες πλάκες.
- Στην πράξη όμως στις κατασκευές η ύπαρξη μεμονωμένων πλακών είναι σπάνια
- Συνήθως υπάρχουν συνεχόμενες πλάκες, μονολιθικά συνδεδεμένες μεταξύ τους
- Η στατική ανάλυση συνεχών σταυροειδώς οπλισμένων πλακών γίνεται με τη μέθοδο των πεσσοειδών φορτίσεων

Δ	E	Δ	E
E	Δ	E	Δ
Δ	E	Δ	E
E	Δ	E	Δ

=

P1	P1	P1	P1
P1	P1	P1	P1
P1	P1	P1	P1
P1	P1	P1	P1

+

$P2$	$-P2$	$P2$	$-P2$
$-P2$	$P2$	$-P2$	$P2$
$P2$	$-P2$	$P2$	$-P2$
$-P2$	$P2$	$-P2$	$P2$

Η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων (2/4)

Πρέπει να τηρούνται ταυτόχρονα οι παρακάτω προϋποθέσεις:

- Ο λόγος του ελάχιστου προς το μέγιστο άνοιγμα των πλακών κάθε στατικής τομής και κατά τις δύο διευθύνσεις πρέπει να είναι μεγαλύτερος ή ίσος του 0.75.
- Ο λόγος τόσο των μόνιμων όσο και των μεταβλητών φορτίων μεταξύ γειτονικών πλακών πρέπει να κυμαίνεται από 0.80 έως 1.20.
- Οι πλάκες πρέπει να έχουν κοινό πάχος.

Η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων (3/4)

Διαδικασία επίλυσης:

1. Από το μόνιμο και μεταβλητό φορτίο (g, q) κάθε πλάκας υπολογίζονται τα φορτία p_1 και p_2 σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$p_1 = 1.175g + 0.750q$$

$$p_1 + p_2 = 1.35g + 1.50q$$

$$p_2 = 0.175g + 0.750q$$

$$p_1 - p_2 = g$$

2. Εφαρμόζεται σε όλες τις πλάκες καθολική φόρτιση p_1
3. Υπολογίζονται οι τιμές των ροπών ανοιγμάτων και στηρίξεων από τους πίνακες Czerny χρησιμοποιώντας τον πραγματικό τύπο της κάθε πλάκας
4. Εφαρμόζεται πεσσοειδής εναλλασσόμενη φόρτιση ίση με $\pm p_2$ και υπολογίζονται
 - Οι ροπές των ανοιγμάτων θεωρώντας ότι οι πλάκες είναι τύπου 1
 - Οι ροπές των στηρίξεων θεωρώντας ότι όλες οι πλευρές έχουν απλή έδραση εκτός από τη στήριξη που εξετάζεται κάθε φορά όπου και θεωρείται πάκτωση

Η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων (4/4)

Διαδικασία επίλυσης:

5. Από το μόνιμο και μεταβλητό φορτίο (g , q) κάθε πλάκας υπολογίζονται τα φορτία p_1 και p_2 σύμφωνα με τις εξισώσεις:

$$m_{x,max} = m_{x,P1} + m_{x,P2} \quad m_{y,max} = m_{y,P1} + m_{y,P2}$$

$$m_{x,min} = m_{x,P1} - m_{x,P2} \quad m_{y,min} = m_{y,P1} - m_{y,P2}$$

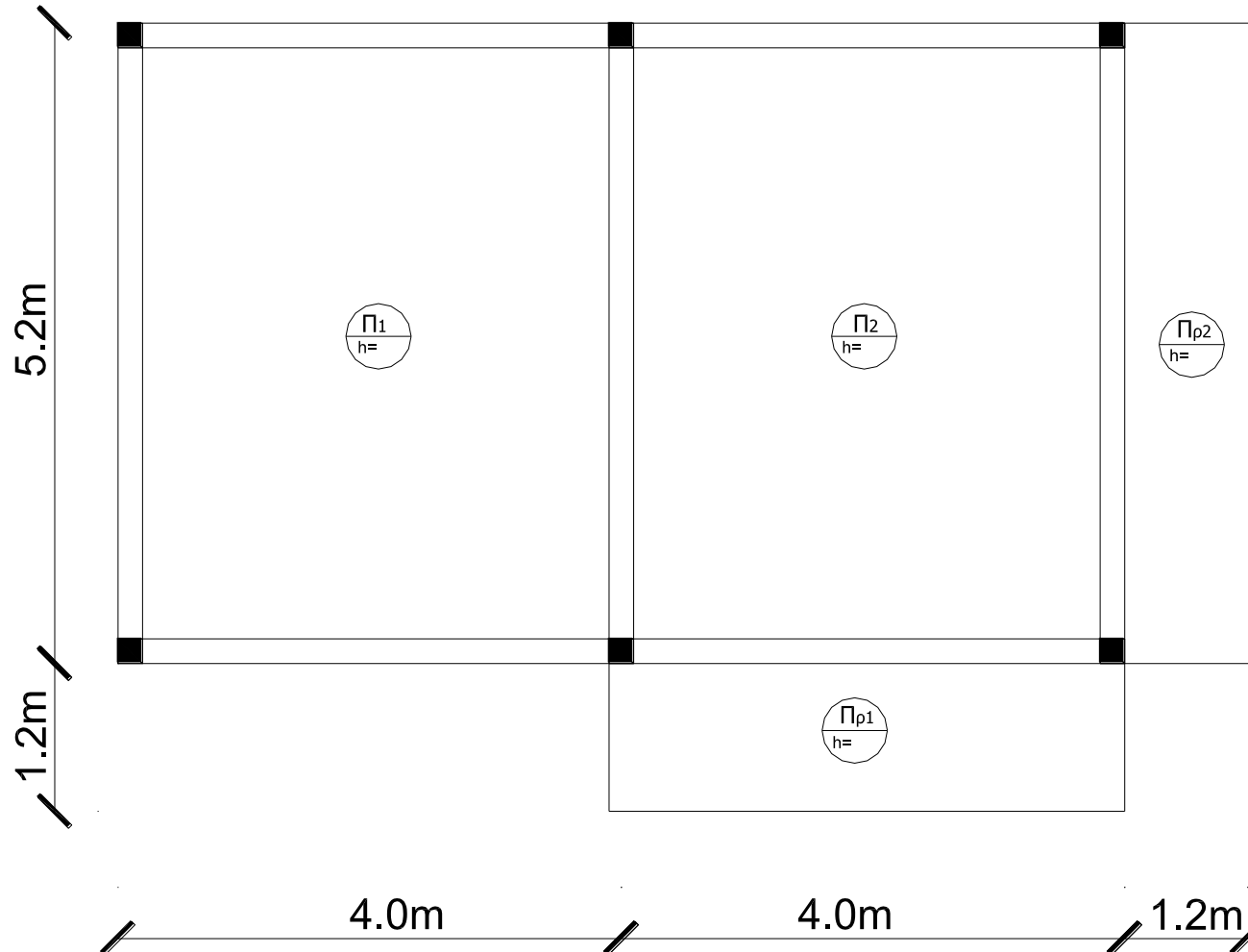
6. Για την κάθε στήριξη μεταξύ δύο πλακών

- Λαμβάνεται ως τελική τιμή ροπής σχεδιασμού ο μέσος όρος των ροπών που προκύπτουν από τις εκατέρωθεν πλάκες
- Στην περίπτωση που ο λόγος των κάθετων στη στήριξη πλευρών είναι μικρότερος του 0.75 θεωρητικά δε θα έπρεπε να εφαρμοστεί η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων με χρήση των πινάκων Czerny. Καταχρηστικά όμως μπορεί στην περίπτωση αυτή να συνεχιστεί η διαστασιολόγηση με τη μεγαλύτερη από τις δύο τιμές των ροπών στήριξης

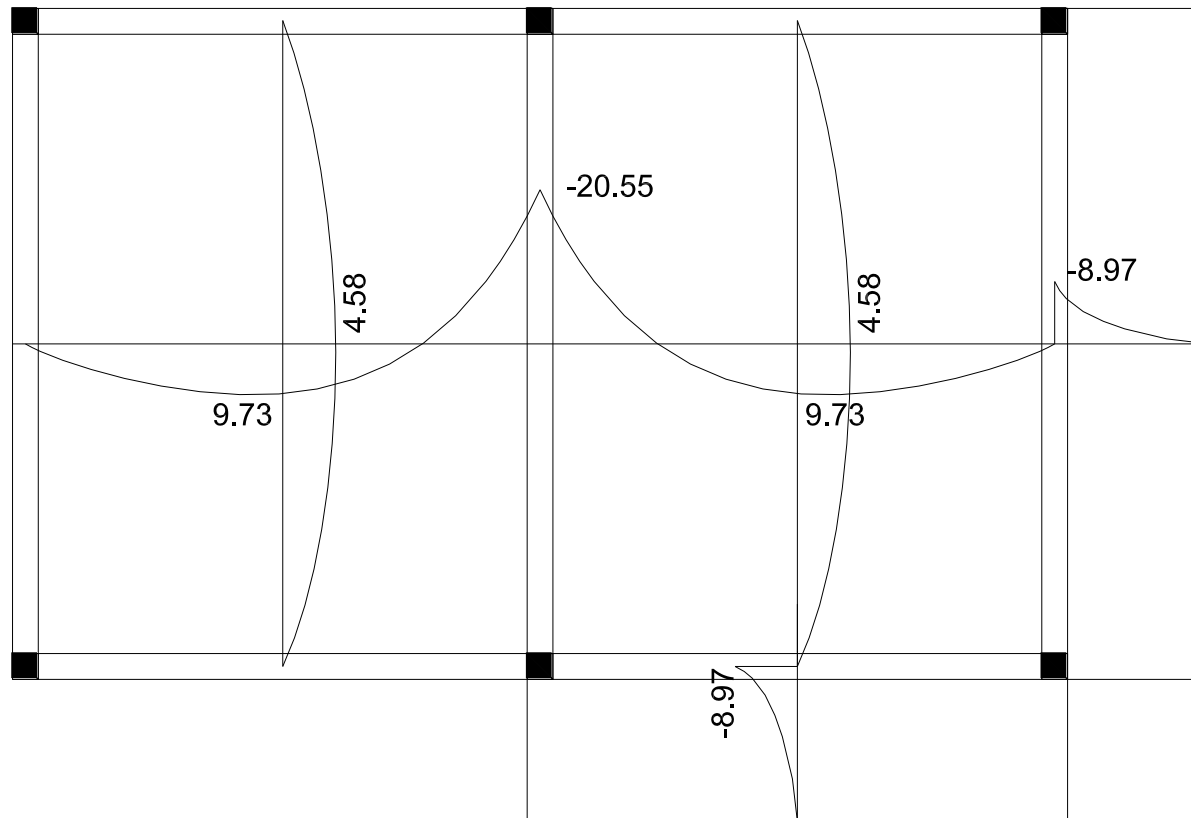
Συνθήκες στήριξης μεταξύ των πλακών

- Στις συνεχείς πλάκες η μεταξύ τους στήριξη θεωρείται πάντα ότι είναι πάκτωση
- Οι εξωτερικές στηρίξεις θεωρούνται απλές εδράσεις
- Στηρίξεις μεταξύ πλακών και προβόλων
 - $I_{\pi\rho}/I_{\pi\lambda} \leq 0.33$ τότε θεωρείται απλή στήριξη
 - Αν $I_{\pi\rho}/I_{\pi\lambda} \geq 0.33$ τότε θεωρείται πάκτωση
 - ~~▪ Για τιμές μεταξύ των δύο ορίων τότε η διαδικασία υπολογισμού επαναλαμβάνεται δύο φορές, μία για $I_{\pi\rho}/I_{\pi\lambda} = 0.25$, μία για $I_{\pi\rho}/I_{\pi\lambda} = 0.33$ και στη συνέχεια γίνεται γραμμική παρεμβολή μεταξύ των αποτελεσμάτων~~

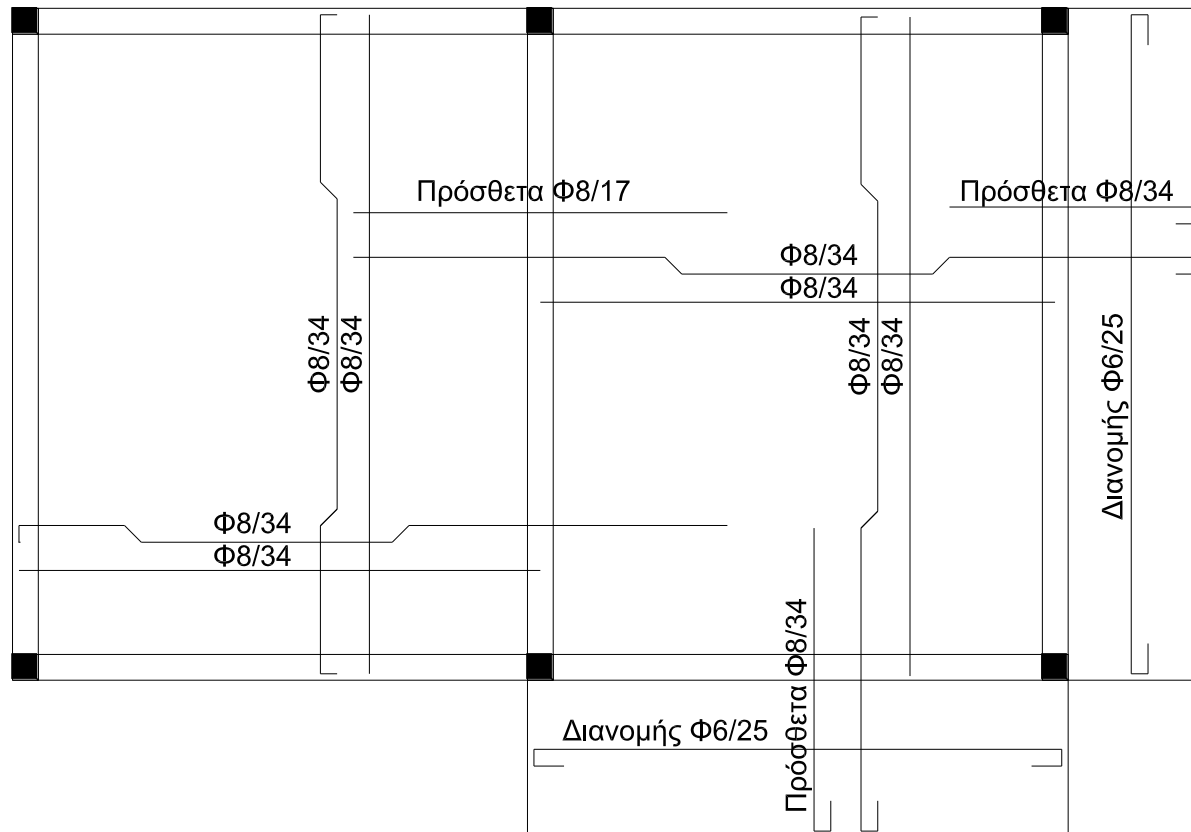
Ενδεικτικό παράδειγμα σταυροειδώς οπλισμένων πλακών (1/3)



Ενδεικτικό παράδειγμα σταυροειδώς οπλισμένων πλακών (2/3)



Ενδεικτικό παράδειγμα σταυροειδώς οπλισμένων πλακών (3/3)



Εμβαδόν ράβδων οπλισμού σε πλάτος 1.00m

Αποστά- σεις σε cm	Διάμετροι σε mm										
	6	7	8	10	12	14	16	18	20	22	24
7,0	4,04	5,50	7,18	11,22	16,16	21,99	28,73	36,36	44,87	54,30	64,63
7,5	3,77	5,13	6,70	10,47	15,08	20,52	26,81	33,93	41,88	50,81	60,32
8,0	3,53	4,81	6,28	9,82	14,14	19,24	25,14	31,81	39,26	47,51	56,56
8,5	3,33	4,53	5,91	9,24	13,31	18,11	23,66	29,94	36,95	44,72	53,22
9,0	3,14	4,28	5,59	8,73	12,57	17,10	22,34	28,28	34,90	42,23	50,27
9,5	2,98	4,05	5,29	8,27	11,90	16,29	21,17	26,79	33,06	40,01	47,62
10,0	2,83	3,85	5,03	7,85	11,31	15,39	20,11	25,45	31,41	38,01	45,24
10,5	2,69	3,67	4,79	7,48	10,77	14,66	19,15	24,24	29,91	36,20	43,09
11,0	2,57	3,58	4,57	7,14	10,28	13,99	18,28	23,14	28,55	34,55	41,13
11,5	2,46	3,35	4,37	6,83	9,84	13,39	17,49	22,13	27,31	33,06	39,34
12,0	2,36	3,21	4,19	6,64	9,42	12,83	16,76	21,21	26,17	31,37	37,70
12,5	2,26	3,08	4,02	6,28	9,05	12,32	16,09	20,36	25,13	30,41	36,19
13,0	2,17	2,96	3,87	6,04	8,70	11,84	15,47	19,50	24,16	29,24	34,80
13,5	2,09	2,85	3,72	5,82	8,38	11,40	14,90	18,85	23,27	28,16	33,51
14,0	2,02	2,75	3,59	5,61	8,08	11,09	14,34	18,18	22,44	27,15	32,31
14,5	1,95	2,65	3,47	5,42	7,80	10,62	13,87	17,55	21,66	26,21	31,20
15,0	1,89	2,57	3,35	5,24	7,54	10,26	13,41	16,97	20,94	25,34	30,16
15,5	1,87	2,48	3,24	5,07	7,30	9,93	12,97	16,42	20,27	24,52	29,19
16,0	1,77	2,41	3,14	4,91	7,07	9,62	12,57	15,90	19,64	23,76	28,28
16,5	1,71	2,33	3,05	4,76	6,85	9,33	12,19	15,42	19,04	23,04	27,41
17,0	1,66	2,26	2,96	4,62	6,65	9,05	11,83	14,97	18,48	22,36	26,61
17,5	1,62	2,20	2,87	4,49	6,46	8,79	11,49	14,54	17,95	21,72	25,85
18,0	1,57	2,14	2,79	4,36	6,28	8,55	11,17	14,14	17,46	21,12	25,13
18,5	1,53	2,08	2,72	4,25	6,11	8,32	10,87	13,76	16,94	20,55	24,45
19,0	1,49	2,03	2,65	4,13	5,95	8,10	10,58	13,39	16,54	20,01	23,81
19,5	1,45	1,97	2,58	4,03	5,80	7,89	10,31	13,08	16,11	19,49	23,20
20,0	1,41	1,92	2,51	3,93	5,65	7,69	10,05	12,72	15,72	19,01	22,62
21,0	1,34	1,83	2,40	3,74	5,38	7,33	9,57	12,12	14,96	18,10	21,54
22,0	1,28	1,75	2,28	3,57	5,14	7,00	9,14	11,57	14,28	17,28	20,54
23,0	1,23	1,68	2,19	3,41	4,92	6,69	8,75	11,06	13,36	16,52	19,67
24,0	1,18	1,60	2,10	3,27	4,71	6,41	8,38	10,60	13,08	15,83	18,85

Διατάξεις του ΕΚ2 για τις πλάκες (1/4)

- Κύριος οπλισμός κάμψης

- Ελάχιστα και μέγιστα όρια του κύριου οπλισμού, όπως στις δοκούς:

$$A_{s,min} = 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b \cdot d \geq 0.0013 \cdot b \cdot d, \quad A_{s,max} = 0.040 \cdot A_c$$

- Αποστάσεις μεταξύ ράβδων κύριου οπλισμού:

- $s \leq \min(2h, 250\text{mm})$: θέσεις μέγιστης έντασης ή συγκεντρωμένου φορτίου

- $s \leq \min(3h, 400\text{mm})$: εκτός των παραπάνω περιοχών

- Δευτερεύων οπλισμός απλά οπλισμένων πλακών:

- Ελάχιστο ποσοστό δευτερεύοντος οπλισμού: $\geq 20\%$ του κύριου

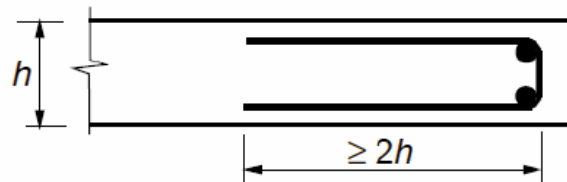
- Αποστάσεις μεταξύ ράβδων δευτερεύοντα οπλισμού:

- $s \leq \min(3h, 400\text{mm})$: θέσεις μέγιστης έντασης ή συγκεντρωμένου φορτίου

- $s \leq \min(3.5h, 450\text{mm})$: εκτός των παραπάνω περιοχών

Διατάξεις του ΕΚ2 για τις πλάκες (2/3)

- Διαμόρφωση των οπλισμών κάμψης:
 - Κλιμάκωση: ισχύουν οι διατάξεις των δοκών με μήκος μετάθεσης $a_l = d$
 - Σε στηρίξεις που θεωρούνται ελεύθερα στρεπτές το 50% του οπλισμού ανοίγματος συνεχίζεται και αγκυρώνεται στην κάτω παρειά της στήριξης
 - Στην άνω παρειά ακραίας στήριξης που θεωρήθηκε ελεύθερα στρεπτή τοποθετείται και αγκυρώνεται οπλισμός ίσος με το 25% του οπλισμού ανοίγματος και σε μήκος ίσο με το 0.20 του ανοίγματος
 - Στις γωνίες με παρεμπόδιση ανύψωσης διατάσσεται κατάλληλος οπλισμός
 - Κατά μήκος ελεύθερου άκρου τοποθετείται οπλισμός όπως στο σχήμα. Ο οπλισμός κάμψης μπορεί να διαμορφωθεί ως οπλισμός άκρου



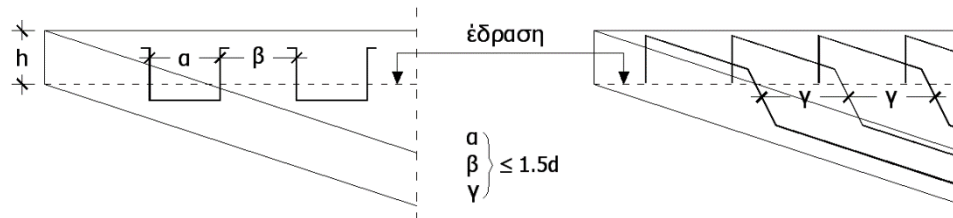
Διατάξεις του ΕΚ2 για τις πλάκες (3/3)

Οπλισμός διάτμησης

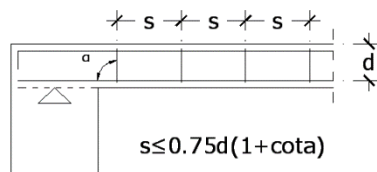
- Πλάκες με οπλισμό διάτμησης πρέπει να έχουν πάχος $h \geq 200\text{mm}$
- Ελάχιστο ποσοστό οπλισμού διάτμησης όπως στις δοκούς:

$$\rho_w \geq \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

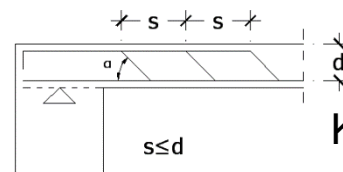
- Εφόσον $V \leq 1/3 V_{Rd,max}$ επιτρέπεται η διάταξη μόνο κεκαμμένων ράβδων
- Μέγιστες αποστάσεις μεταξύ των οπλισμών διάτμησης όπως στο σχήμα:



Συνδετήρες



Κεκαμμένες ράβδοι



Περιορισμός των παραμορφώσεων (1/2)

- Οι παραμορφώσεις ενός δομικού στοιχείου ή ενός φορέα δεν πρέπει να επηρεάσουν δυσμενώς τη λειτουργία ή την εμφάνισή του.
- Οι παραμορφώσεις δεν πρέπει να υπερβαίνουν τις οριακές τιμές που μπορούν να αναληφθούν από μη φέροντα στοιχεία συνδεδεμένα με τον φέροντα οργανισμό όπως διαχωριστικές τοιχοποιίες, υαλοπίνακες, εξωτερικές επενδύσεις, εγκαταστάσεις κλπ.
- Κατά συνέπεια χρειάζεται επίσης να τεθούν περιορισμοί για την απρόσκοπτη λειτουργία μηχανημάτων ή συσκευών που εδράζονται στο φέροντα οργανισμό ή για την αποφυγή παραμονής λιμναζόντων ομβρίων σε επίπεδα δώματα. Η προστασία έναντι διάβρωσης του σκυροδέματος και οξείδωσης των οπλισμών εξασφαλίζει την ανθεκτικότητα της κατασκευής.

Περιορισμός των παραμορφώσεων (2/2)

- Γενικά θεωρείται ότι η λειτουργικότητα και η εμφάνιση συνήθων κατασκευών (κατοικίες, γραφεία, δημόσια κτίρια, συνήθη εργοστάσια κλπ.) παραβλάπτεται όταν η υπολογιζόμενη βύθιση πλακών, δοκών ή προβόλων υπό τον οιονεί μόνιμο συνδυασμό δράσεων υπερβαίνει το $1/250$ του ανοίγματος.
- Για την αποφυγή βλαβών σε μη φέροντα στοιχεία συνδεδεμένα με την κατασκευή είναι σκόπιμο οι βυθίσεις για τα φορτία πλην των ιδίων βαρών του φέροντα οργανισμού να μην υπερβαίνουν το $1/500$ του ανοίγματος. Το όριο αυτό μπορεί να τροποποιηθεί ανάλογα με την ευαισθησία των μη φερόντων στοιχείων.
- Για τη μείωση των βυθίσεων επιτρέπεται κατάλληλη ανύψωση των ξυλοτύπων έως το $1/250$ του ανοίγματος.
- Ο περιορισμός των παραμορφώσεων θεωρείται ότι εξασφαλίζεται είτε:
 - με περιορισμό του λόγου (l/d) πλακών και δοκών
 - με υπολογισμό της υπό έλεγχο βύθισης και σύγκρισή της με τα αντίστοιχα επιτρεπόμενα όρια.

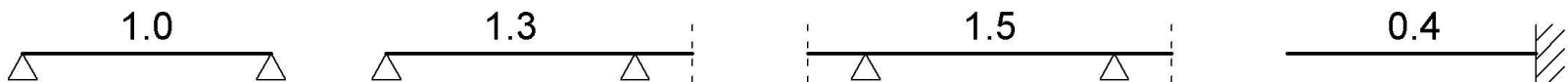
Απαλλαγή από τον έλεγχο των βυθίσεων πλακών και δοκών (1/2)

- Σε πλάκες και δοκούς οι βυθίσεις θεωρείται ότι δεν υπερβαίνουν τα όρια της §4.1. εφόσον ο λόγος ανοίγματος προς στατικό ύψος (l/d) δεν υπερβαίνει τα όρια των ακόλουθων σχέσεων:

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{3/2} \right] \quad \text{if } \rho \leq \rho_0$$

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \quad \text{if } \rho > \rho_0$$

K: συντελεστής που εξαρτάται από τις συνθήκες έδρασης του φορέα



ρ_0 : ποσοστό οπλισμού αναφοράς

$$\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3} \quad f_{ck} \text{ σε MPa}$$

ρ, ρ' : τα απαιτούμενα ποσοστά εφελκυόμενου και τυχόν θλιβόμενου οπλισμού ανοίγματος (για προβόλους στη στήριξη) υπό τα φορτία της οριακής κατάστασης αστοχίας.

Απαλλαγή από τον έλεγχο των βυθίσεων πλακών και δοκών (2/2)

- Είναι φανερό ότι απαιτείται προεκλογή του ύψους της διατομής, υπολογισμός του απαιτούμενου οπλισμού και έλεγχος συμμόρφωσης του λόγου l/d με τα όρια των παραπάνω σχέσεων. Κατά συνέπεια η διαδικασία έχει **επαναληπτικό χαρακτήρα**.
- Οι παραπάνω σχέσεις προέκυψαν με θεώρηση τάσης εφελκόμενων οπλισμών $\sigma_s = 310\text{MPa}$ υπό τον οιονεί μόνιμο συνδυασμό φορτίων (ΟΚΛ). Σε διαφορετική περίπτωση οι τιμές του l/d πρέπει να πολλαπλασιασθούν επί τον συντελεστή $(310/\sigma_s)$.
- Σε πλακοδοκούς με λόγο $b_{\text{eff}}/b_w > 3$ οι τιμές του l/d πρέπει να πολλαπλασιασθούν επί τον συντελεστή 0.8.
- Σε πλάκες και δοκούς με $l > 7.0\text{m}$ που φέρουν ευαίσθητα διαχωριστικά οι τιμές του l/d πρέπει να πολλαπλασιασθούν επί τον συντελεστή $(7/l)$.
- Ενδεικτική εφαρμογή της πρώτης εκ των δύο σχέσεων απαλλαγής για διάφορες κατηγορίες σκυροδέματος και ποσοστά εφελκόμενου οπλισμού:

f_{ck}	C16/20				C20/25				C25/30				C30/37			
$\rho(\%)$	1.5	2.0	3.0	4.0	1.5	2.0	3.0	4.0	1.5	2.0	3.0	4.0	1.5	2.0	3.0	4.0
$(1/K) \cdot (l/d)$	54	35	21	17	70	45	25	19	93	59	32	22	116	73	39	26

Είναι φανερό ότι ο λόγος l/d είναι ιδιαίτερα ευαίσθητος σε μεταβολές του ποσοστού ρ

Επιλογή πάχους πλακών κατά ΕΚΩΣ2000 (1/2)

- Συνήθως το πάχος των πλακών προκύπτει από τον έλεγχο των παραμορφώσεων
- Για να απαλλαγεί μια πλάκα από τον έλεγχο των βελών κάμψης θα πρέπει να τηρούνται τα παρακάτω όρια καμπτικής λυγηρότητας ($\alpha \cdot l/d$):
 - Αμφιέρειστες ή τετραέρειστες πλάκες $\alpha \cdot l/d \leq 30$
 - Πλάκες που φέρουν ευαίσθητα διαχωριστικά με λόγο $(\alpha \cdot l)^2/d \leq 150$ εκτός αν λαμβάνονται κατάλληλα κατασκευαστικά μέτρα οπότε μπορούν να εφαρμοστούν τα προηγούμενα όρια πλακών

όπου:

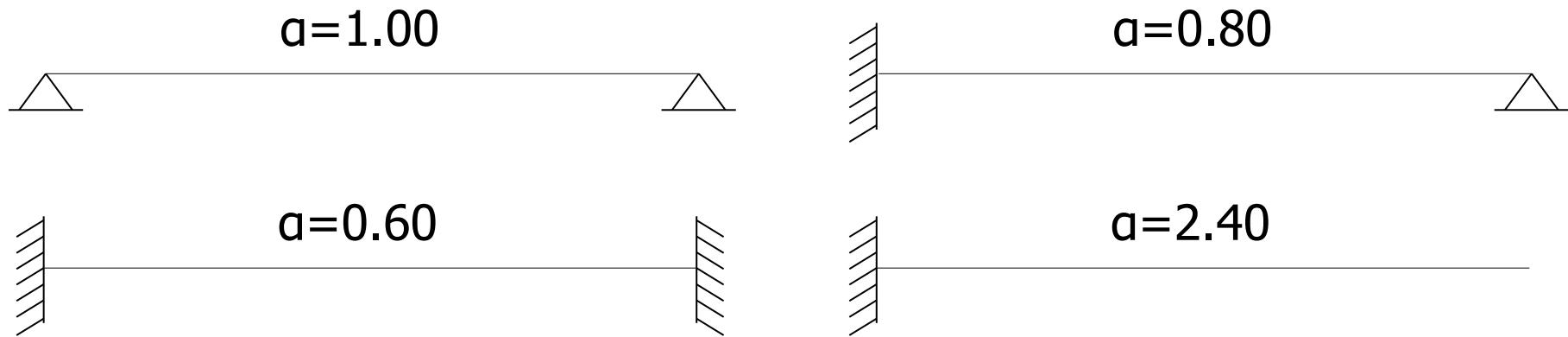
d: το στατικό ύψος της πλάκας

l: το άνοιγμα της πλάκας (ο έλεγχος να γίνεται σε κάθε διεύθυνση)

α : συντελεστής που λαμβάνεται, ανάλογα με τις συνθήκες στήριξης της πλάκας στην κάθε διεύθυνση

Επιλογή πάχους πλακών κατά ΕΚΩΣ2000 (2/2)

Επιλογή πάχους πλακών



$$d \geq \frac{(a \cdot l)_{\min}}{30}$$

Συχνά, σε κοινά οικοδομικά έργα, επιδιώκεται να έχουμε κοινό πάχος σε όλες τις πλάκες ενός ορόφου οπότε τελικά επιλέγεται το μεγαλύτερο d που προκύπτει για όλες τις πλάκες του ορόφου, συμπεριλαμβανομένων και των προβόλων.