

Οπλισμένο Σκυρόδεμα Ι

Ενότητα 5: Κάμψη δοκών (συνέχεια) - Πλακοδοκοί

Γεώργιος Παναγόπουλος Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

Διαστασιολόγηση για μεγέθη ορθής έντασης

Προέχων εφελκυσμός Διαστασιολόγηση πλακοδοκών Διατάξεις κανονισμών



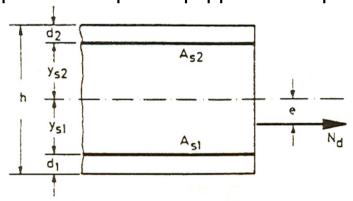
Περιεχόμενα ενότητας

- 1. Προέχων εφελκυσμός
- 2. Πλακοδοκοί
 - Λειτουργία
 - Συνεργαζόμενο πλάτος
 - Διαστασιολόγηση
- 3. Διατάξεις των EC2-EC8 για τις δοκούς
- 4. Κωδικοποίηση διαδικασίας διαστασιολόγησης δοκών σε κάμψη



Προέχων εφελκυσμός ορθογωνικών διατομών

Εφελκυστική δύναμη με εκκεντρότητα



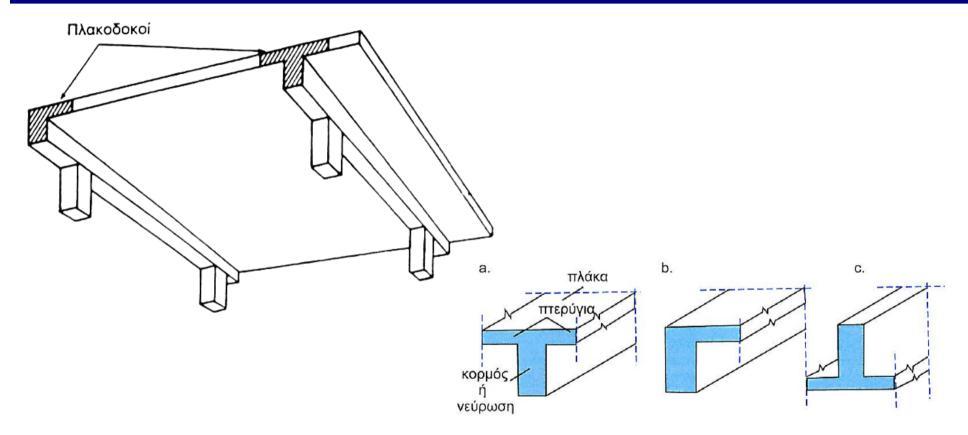
Η διαδικασία υπολογισμού εξαρτάται από την τιμή της εκκεντρότητας

$$e=M_d/N_d$$

- Av e=M_d/N_d>ys₁ η ουδέτερη γραμμή βρίσκεται μέσα στη διατομή. Υπάρχει θλιβόμενη ζώνη (Προέχουσα κάμψη)
- Αν e=M_d/N_d≤ys₁
 τότε η ουδέτερη γραμμή βρίσκεται έξω από τη διατομή και σε όλο το ύψος της αναπτύσσονται εφελκυστικές παραμορφώσεις.
 Η περίπτωση αυτή ονομάζεται προέχων εφελκυσμός και ο απαιτούμενος οπλισμός υπολογίζεται μέσω των σχέσεων:

$$A_{s1} = \frac{N_{d}}{f_{yd}} \cdot \frac{y_{s2} + e}{y_{s1} + y_{s2}}$$
$$A_{s2} = \frac{N_{d}}{f_{yd}} \cdot \frac{y_{s1} - e}{y_{s1} + y_{s2}}$$

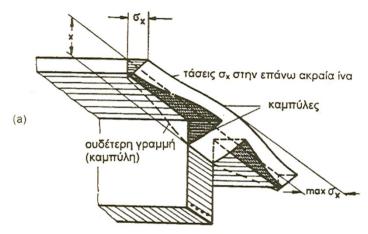
Κάμψη πλακοδοκών



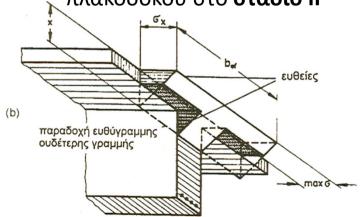
το σχήμα **T** ή **Γ** των διατομών προκύπτει από τη συνεργασία (λόγω της άκαμπτης μονολιθικής σύνδεσης μεταξύ τους) των στηριζόντων δοκών με τις στηριζόμενες σε αυτές πλάκες



Συνεργαζόμενο πλάτος

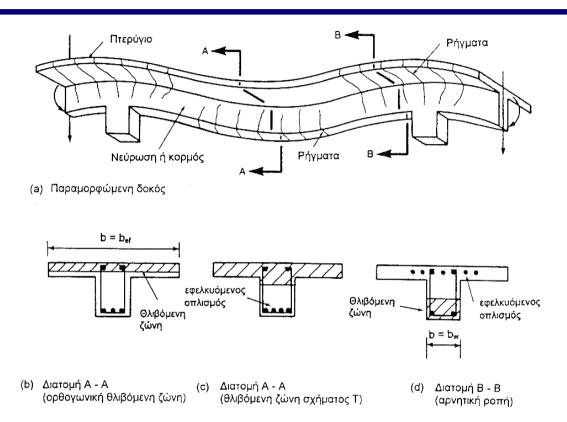


Κατανομή των θλιπτικών τάσεων πλακοδοκού στο **στάδιο ΙΙ**



- Οι αναπτυσσόμενες θλιπτικές τάσεις στη θλιβόμενη ζώνη από την κάμψη της δοκού δεν περιορίζονται μόνο στο πλάτος της δοκού (κορμός) αλλά επεκτείνονται και σε κάποιο τμήμα της παρακείμενης πλάκας (ουσιαστικά δηλαδή στα πτερύγια της πλακοδοκού).
- Θεώρηση ομοιόμορφης κατανομή των τάσεων σε ένα περιορισμένο πλάτος της πλάκας εκατέρωθεν της δοκού, το οποίο ονομάζεται συνεργαζόμενο πλάτος b_{eff}
- Το συνεργαζόμενο πλάτος ορίζεται με τη συνθήκη ότι η ομοιόμορφη τάση που αναπτύσσεται σε αυτό είναι ίση με τη μέγιστη τιμή της πραγματικής κατανομής των τάσεων και ότι η συνισταμένη θλιπτική δύναμη είναι ίση και στις δύο αυτές κατανομές.

Λειτουργία πλακοδοκού σε συνεχείς δοκούς

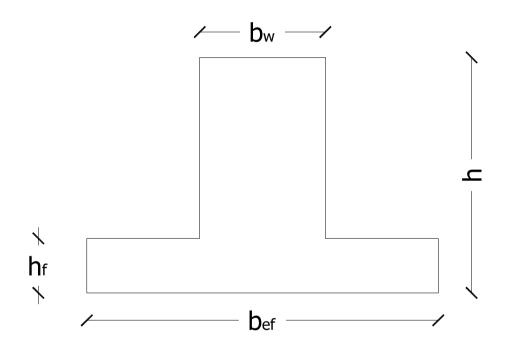


Για κανονικές πλακοδοκούς (πλάκα στο πάνω τμήμα της δοκού) ισχύει:

- Θετική ροπή: Λειτουργία πλακοδοκού (θλίβεται και τμήμα της πλάκας)
- Αρνητική ροπή: Λειτουργία ορθογωνικής διατομής (θλίβεται μόνο ο κορμός)



Αντεστραμμένες πλακοδοκοί



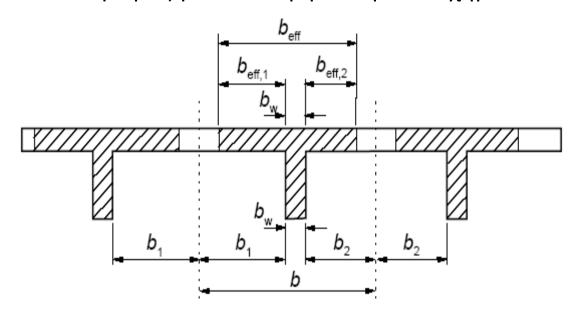
Για αντεστραμμένες πλακοδοκούς (πλάκα στο κάτω τμήμα της δοκού) ισχύει:

- Θετική ροπή: Λειτουργία ορθογωνικής διατομής (θλίβεται μόνο ο κορμός)
- Αρνητική ροπή: Λειτουργία πλακοδοκού (θλίβεται και τμήμα της πλάκας



Συνεργαζόμενο πλάτος

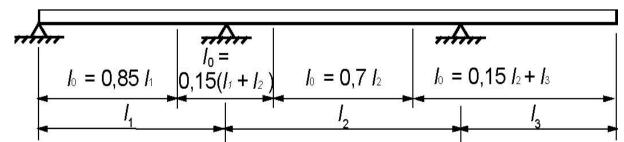
Ο υπολογισμός γίνεται σύμφωνα με το σχήμα



$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \le b$$

$$b_{\text{eff,i}} = 0.2b_{i} + 0.1I_{0} \leq 0.2I_{0}$$

$$b_{eff,i} \leq b_i$$

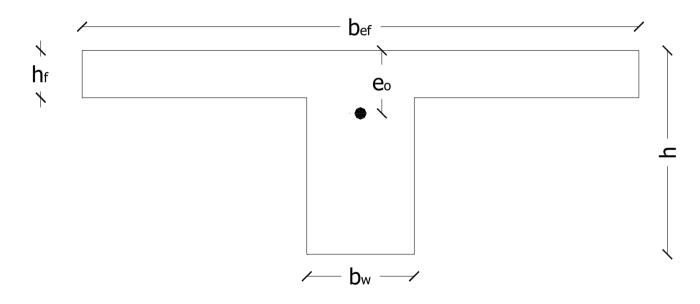


Υπολογισμός οπλισμού πλακοδοκών (1/3)

$$M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1}$$

Προσοχή στο y_{s1}

το κέντρο βάρους δε βρίσκεται στο μέσο της διατομής



$$e_{\circ} = \frac{h}{2} \cdot \frac{b_{w} \cdot \left(h - h_{f}\right)}{b_{eff} \cdot h_{f} + b_{w} \cdot \left(h - h_{f}\right)} + \frac{h_{f}}{2}$$

Υπολογισμός οπλισμού πλακοδοκών (2/3)

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b_{eff} \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$



$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b_{eff} \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \qquad \Longrightarrow \qquad \omega \qquad \Longrightarrow \qquad A_s = \omega \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_{sd}}{f_{yd}}$$

h _f /d=0.05				h _f /d=0.10				h _f /d=0.15																							
μ _{sd}		ω	για b_{eff}/	b _w =		μ _{sd}		ωγ	ια b_{eff}/l	b _w =		μ _{sd}			ω για Ε	eff/b _w =	:														
	10	5	3	2	1		10	5	3	2	1		1	.0	5	3	2	1													
0.02	0.020	0.020	0.020	0.020	0.021	0.02	0.021	0.021	0.021	0.021	0.021	0.02	0.0	021 0.	021 0.	021 0.	021 0.0	021													
0.04	0.041	0.041	0.041	0.041	0.042	0.04	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.04	0.0	042 0.	042 0.	042 0.	042 0.0	042													
0.06	0.065	0.063	0.063	0.063	0.063	0.06	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.06	0.			h	_f /d=0.2	20				h _f	/d=0.3	30				h _f	/d=0.4	40	
0.08		0.091	0.087	0.085	0.084	0.08	0.084	0.084	0.085	0.085	0.085	0.08	0.	μ_{sd}		ω	/ıa b_{eff}/ l	b _w =		μ _{sd}		ωγ	ıa b_{eff}/l	b _w =		μ_{sd}		ωγ	∕ıa b_{eff}/t	b _w =	
0.10			0.114	0.110	0.107	0.10	0.111	0.108	0.108	0.107	0.107	0.10	0.		10	5	3	2	1		10	5	3	2	1		10	5	3	2	1
0.12			0.146	0.137	0.131	0.12		0.138	0.134	0.132	0.131	0.12	0.	0.02	0.021	0.021	0.021	0.021	0.021	0.02	0.021	0.021	0.021	0.021	0.021	0.02	0.021	0.021	0.021	0.021	0.021
0.14					0.155	0.14				0.158		0.14		0.04	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.04	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.04	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
0.16				0.199		0.16			0.200	0.188		0.16		0.06	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.06	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.06	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063
0.18				0.237	0.206	0.18						0.18		0.08	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.08	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085	0.08	0.085	0.085	0.085	0.085	0.085
0.20					0.233	0.20				0.259	0.233	0.20		0.10	0.107	0.107	0.107	0.107	0.107	0.10	0.107	0.107	0.107	0.107	0.107	0.10	0.107	0.107	0.107	0.107	0.107
0.22					0.261	0.22					0.261	0.22		0.12	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.12	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131	0.12	0.131	0.131	0.131	0.131	0.131
0.24					0.291	0.24					0.291	0.24		0.14	0.154	0.154	0.154	0.154	0.155	0.14	0.155	0.155	0.155	0.155	0.155	0.14	0.155	0.155	0.155	0.155	0.155
0.26					0.323						0.323			0.16	0.180	0.179	0.179	0.179	0.179	0.16	0.179	0.179	0.179	0.179	0.179	0.16	0.179	0.179	0.179	0.179	0.179
0.28					0.357	0.28					0.357	0.28		0.18		0.210	0.207	0.206	0.206	0.18	0.206	0.206	0.206	0.206	0.206	0.18	0.206	0.206	0.206	0.206	0.206
0.30					0.394						0.394	0.30		0.20			0.241	0.236	0.233	0.20	0.232	0.232	0.233	0.233	0.233	0.20	0.233	0.233	0.233	0.233	0.233
0.32					0.434	0.32					0.434	0.32	_	0.22				0.270	0.261	0.22	0.261	0.261	0.261	0.261	0.261	0.22	0.261	0.261	0.261	0.261	0.261
	0.000	0.006	0.422	0.470	0.246		0.404	0.420	0.450	0.400	0.246		Τ,	0.24				0.309	0.291	0.24			0.293	0.292		0.24		0.291			
μ _{lim}					0.316	μ _{lim}				0.198		μ _{lim}	0.	0.26					0.323	0.26				0.328	0.323	0.26	0.322	0.322			
ω _{lim}	0.008	0.119	0.170	0.233	0.424	ω _{lim}	0.119	0.153	0.198	0.254	0.424	ω _{lim}	0.	0.28					0.357	0.28					0.357	0.28		0.357	0.357	0.357	
														0.30					0.394	0.30					0.394	0.30				0.396	
														0.32					0.434	0.32					0.434	0.32					0.434
																					1										
														μ _{lim}	0.169	0.186	0.207	0.234	0.316	μ _{lim}	0.227	0.236	0.25	0.266	0.316	μ_{lim}	0.273	0.278	0.284	0.292	0.316
														ω_{lim}	0.195	0.221	0.255	0.297	0.424	ω_{lim}	0.272	0.289	0.311	0.34	0.424	ω_{lim}	0.343	0.352	0.364	0.379	0.424



Υπολογισμός οπλισμού πλακοδοκών (3/3)

- Αν μ_{sd}>μ_{lim} τότε απαιτείται η τοποθέτηση θλιβόμενου οπλισμού. Στην περίπτωση αυτή προσδιορίζεται η τιμή ω_{lim} από τους πίνακες
- Επιπλέον υπολογίζεται το μέγεθος Δ_{μ} ως εξής: $\Delta \mu = \mu_{sd} \mu_{lim}$
- ο απαιτούμενος εφελκυόμενος οπλισμός είναι:

$$A_{s1} = \left(\omega_{lim} + \frac{\Delta \mu}{1 - d_2 / d}\right) \cdot b_{ef} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}}$$

• και ο απαιτούμενος θλιβόμενος οπλισμός:

$$A_{s2} = \frac{\Delta \mu}{1 - d_2 / d} \cdot b_{ef} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$



Υπολογισμός οπλισμού πλακοδοκών

- Αν μ_{sd}>μ_{lim} τότε απαιτείται η τοποθέτηση θλιβόμενου οπλισμού. Στην περίπτωση αυτή προσδιορίζεται η τιμή ω_{lim} από τους πίνακες
- Επιπλέον υπολογίζεται το μέγεθος Δ_{μ} ως εξής: $\Delta \mu = \mu_{sd} \mu_{lim}$
- ο απαιτούμενος εφελκυόμενος οπλισμός είναι:

$$A_{s1} = \left(\omega_{lim} + \frac{\Delta \mu}{1 - d_2 / d}\right) \cdot b_{ef} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}}$$

• και ο απαιτούμενος θλιβόμενος οπλισμός:

$$A_{s2} = \frac{\Delta \mu}{1 - d_2 / d} \cdot b_{ef} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$



Διατάξεις των ΕC2-ΕC8 για τις δοκούς (1/5)

- Δοκός: Ι≥3h_w , Υψίκορμη δοκός: Ι<3h_w
- Στον Ε.C. 2 δεν υπάρχουν περιορισμοί για τη διαμόρφωση ή τις διαστάσεις διατομής των δοκών εκτός ειδικών περιπτώσεων:

Δοκοί με κίνδυνο πλευρικής στρέβλωσης. Τα φαινόμενα 2^{ης} τάξης λόγω στρέβλωσης επιτρέπεται να αγνοούνται εφόσον:

- Μόνιμες καταστάσεις: $h/b \le 2.5$ και $I_{0t}/b \le 50$ / $(h/b)^{1/3}$

- Παροδικές καταστάσεις: h/b ≤ 3.5 και $I_{0t}/b ≤ 70 / (h/b)^{1/3}$

όπου

 I_{ot} : απόσταση μεταξύ σημείων στροφικών παγιώσεων

h : ολικό ύψος δοκού στο μέσο του I_{0t}

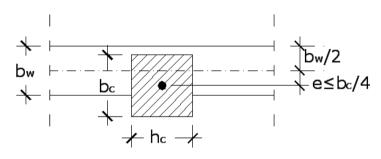
b: πλάτος του θλιβόμενου πέλματος

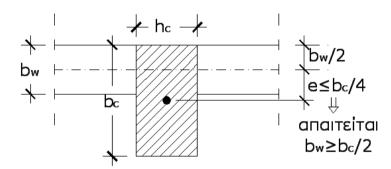


Διατάξεις των ΕC2-ΕC8 για τις δοκούς (2/5)

Γεωμετρικοί περιορισμοί (από ΕC8)

- Δοκοί μέσης πλαστιμότητας (ΚΠΜ)
 - $-Πλάτος κύριας δοκού: <math>b_w ≤ min(b_c + h_w, 2b_c)$
 - $-Εκκεντρότητα αξόνων δοκού <math>-στύλου: e≤b_c/4$





- Πρόσθετες διατάξεις για δοκούς υψηλής πλαστιμότητας (ΚΠΥ)
 - $-Πλάτος κύριας δοκού: <math>b_w$ ≥ 200mm
 - Λόγος ύψος/πλάτος κύριας δοκού

$$h_w/b_w \le 3.5$$
 $\kappa \alpha \iota I_0/b_w \le 70/(h_w/b_w)^{1/3}$

όπου *Ι_ο* το ελεύθερο άνοιγμα της δοκού μεταξύ στύλων



Διατάξεις των ΕC2-ΕC8 για τις δοκούς (3/5)

Ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά οπλισμού

• Ελάχιστος διαμήκης εφελκυόμενος οπλισμός:

$$A_{s,min} = 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{vk}} \cdot b_t \cdot d \ge 0.0013 \cdot b_t \cdot d$$

όπου: b_t το μέσο πλάτος στο ύψος της εφελκυόμενης περιοχής

Ελάχιστο ποσοστό εφελκυόμενου οπλισμού $\rho_{L,min}$ = $A_{s,min}/(b_t \cdot d)$

	Υλικά	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C55	C60	C70	C80	C90
1	O _{L,min} (‰)	1.30	1.30	1.35	1.51	1.66	1.82	1.98	2.13	2.18	2.29	2.39	2.50	2.60

Θεωρήθηκε f_{vk} =500MPa

• Μέγιστος διαμήκης εφελκυόμενος οπλισμός:

$$A_{s,max} = 0.040A_c$$

Σε περιοχές υπερκάλυψης επιτρέπεται, υπό τις προϋποθέσεις της §8.7.2,

$$A_{s,max} \le 0.080A_c$$



Διατάξεις των ΕC2-ΕC8 για τις δοκούς (4/5)

Ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά οπλισμού (από ΕC8)

• Ελάχιστος εφελκυόμενος οπλισμός, γενικά: $\rho_{\it L,min}$ = 0,5 $\cdot f_{\it ctm}/f_{\it yk}$

Ελάχιστο ποσοστό εφελκυόμενου οπλισμού $\rho_{L,min} = A_{s,min}/(b \cdot d)$

Υλικά	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C55	C60	C70	C80	C90
$\rho_{L,min}$ (%%)	1.90	2.20	2.60	2.90	3.20	3.50	3.80	4.10	4.20	4.40	4.60	4.80	5.00

Θεωρήθηκε f_{vk} =500MPa

• Μέγιστος εφελκυόμενος οπλισμός κρίσιμων περιοχών

$$ho_{L,max} =
ho' + rac{0.0018}{\mu_{\varphi} \cdot \epsilon_{sy,d}} \cdot rac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

Μέγιστο ποσοστό εφελκυόμενου οπλισμού στο I_{cr} : $\rho_{L,max} = A_{s,max}/(b \cdot d)$

Υλ	Υλικά		C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C55	C60	C70	C80	C90
ρ _{L,max} (‰)	КПМ	5.97	7.47	9.34	11.20	13.07	14.94	16.80	18.67	20.54	22.40	26.14	29.87	33.61
	КПҮ	3.80	4.75	5.93	7.12	8.31	9.49	10.68	11.87	13.05	14.24	16.61	18.98	21.36

Θεωρήθηκαν: $\rho' = \rho_{L,max}/2$, $\varepsilon_{sy,d} \approx 2.174\%$, $\mu_{\varphi} = 6.8$ (ΚΠΜ) ή 10.7 (ΚΠΥ) και χάλυβας κλάσης C ($f_{yd} = 500/1.15$ MPa)

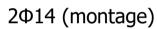
 \checkmark Προσοχή: για χάλυβες κλάσης Β επιβάλλεται $1.5\mu_{\varphi}$ με συνέπεια ριζική μείωση του $\rho_{\textit{L,max}}$

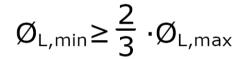


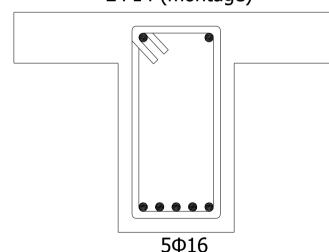
Διατάξεις των ΕC2-ΕC8 για τις δοκούς (5/5)

Διαμήκεις οπλισμοί

- Ελάχιστη επιτρεπόμενη διάμετρος είναι συνήθως Ø12 (στην πράξη ≥Ø14)
- Σε μία διατομή μπορεί να χρησιμοποιούνται το πολύ δύο διαφορετικές διάμετροι διαμήκων ράβδων και θα πρέπει να ισχύει







τουλάχιστον 2 διαμήκεις ράβδοι και στο θλιβόμενο τμήμα της δοκού για κατασκευαστικούς λόγους (montage)

Συνοπτική διαδικασία διαστασιολόγησης δοκών σε κάμψη (1/2)

- 1. Αναγνώριση του στατικού συστήματος και επίλυσή του
- 2. Με βάση το διάγραμμα ροπών αναγνώριση των κρίσιμων θέσεων για την τοποθέτηση του διαμήκους οπλισμού (μέγιστες ροπές σε στηρίξεις και ανοίγματα). Έλεγχος σε ποιες θέσεις υπάρχει λειτουργία πλακοδοκού και σε ποιες ορθογωνικής διατομής.
- 3. Αν υπάρχει λειτουργία πλακοδοκού υπολογίζεται το συνεργαζόμενο πλάτος \mathbf{b}_{eff}
- 4. Έλεγχος σε ποια περίπτωση μονοαξονικής καταπόνησης αντιστοιχεί η διατομή που επιλύεται
- 5. Σε περίπτωση που δε δίνεται το ύψος της δοκού γίνεται επιλογή από τον μηχανικό έτσι ώστε τελικά ο απαιτούμενος οπλισμός να είναι ανάμεσα στα ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα όρια
- 6. Υπολογισμός της ανηγμένης ροπής σχεδιασμού μ_{sd} και σύγκρισή της με την οριακή τιμή μ_{lim} για να εξακριβωθεί αν απαιτείται και θλιβόμενος οπλισμός



Συνοπτική διαδικασία διαστασιολόγησης δοκών σε κάμψη (2/2)

- 7. Υπολογισμός του απαιτούμενου εφελκυόμενου (και αν χρειάζεται του θλιβόμενου) οπλισμού
- 8. Σύγκριση του απαιτούμενου οπλισμού με τον ελάχιστο και μέγιστο επιτρεπόμενο οπλισμό.
- 9. Αν προκύψει A_s<A_{smin} τότε τοποθετείται ο ελάχιστος οπλισμός
- 10. Αν προκύψει $A_s > A_{smax}$ τότε απαιτείται αλλαγή διατομής και επανάληψη της διαδικασίας.
- 11. Επιλογή ράβδων οπλισμού και έλεγχος αν οι ράβδοι αυτές χωρούν σε μία στρώση
- 12. Τοποθέτηση του οπλισμού στη διατομή και σχεδίαση ενδεικτικών σκαριφημάτων με τη θέση του



Μέγιστος αριθμός ράβδων οπλισμού σε πλάτος b

Ø		Πλάτος δοκού (mm)														
ØL	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700				
12	2	4	5	7	8	10	11	13	14	16	17	19				
14	2	3	5	6	8	9	11	12	13	15	16	18				
16	2	3	5	6	7	9	10	11	13	14	15	17				
18	2	3	4	6	7	8	9	11	12	13	15	16				
20	2	3	4	5	6	8	9	10	11	13	14	15				
22		3	4	5	6	7	8	9	11	12	13	14				
25		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12				
28		2	3	4	5	6	7	7	8	9	10	11				
32		2	3	3	4	5	6	6	7	8	9	10				

Για τον υπολογισμό των παραπάνω τιμών θεωρήθηκαν: Συνδετήρες $Ø8_{,}$ επικάλυψη 35mm, μέγιστη διάμετρος αδρανών 16mm, k_1 =1mm, k_2 =5mm

