



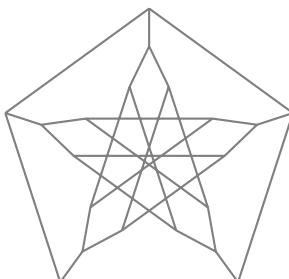
Διεθνές Πανεπιστήμιο της Ελλάδας  
Σχολή Μηχανικών  
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

## Οπλισμένο Σκυρόδεμα I

*Ασκήσεις - Παραδείγματα*

Εκπαιδευτικές Σημειώσεις

**Γεώργιος Παναγόπουλος**  
**Εμμανουήλ Κίρτας**



Σέρρες, Ιανουάριος 2021



# Οπλισμένο Σκυρόδεμα I

*Ασκήσεις - Παραδείγματα*

---

Εκπαιδευτικές Σημειώσεις

Γεώργιος Παναγόπουλος  
Εμμανουήλ Κίρτας

Σέρρες, Ιανουάριος 2021







## Ευχαριστίες

---

Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον αφυπ. καθηγητή του Τ.Ε.Ι. Κεντρικής Μακεδονίας κ. Σους Ισσάμ για τη συνεργασία που είχαμε όλα αυτά τα χρόνια στην οργάνωση, την παρουσίαση και τη συνολική διαδικασία διεξαγωγής του μαθήματος *Κατασκευές Οπλισμένου Σκυροδέματος I*. Επιπλέον, σημαντική ήταν η βοήθεια των απόφοιτων του Τμήματός μας, Κώστα Τομπουλίδη και Δήμητρας Δήμου-Βήττα οι οποίοι στο πλαίσιο της πρακτικής τους άσκησης βοήθησαν στη σχεδίαση μέρους των σχημάτων που περιλαμβάνονται στις σημειώσεις αλλά και στην αριθμητική επίλυση ορισμένων από τα παραδείγματα που παρουσιάζονται.

Τέλος, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε και όλους τους συγγραφείς οι οποίοι μας επέτρεψαν να χρησιμοποιήσουμε σχήματα, εικόνες και διαγράμματα από τις εργασίες τους και να τα συμπεριλάβουμε στις παρούσες εκπαιδευτικές σημειώσεις.

Σέρρες, Ιανουάριος 2021

Γεώργιος Παναγόπουλος  
Εμπανουήλ Κίρτας



# Περιεχόμενα

---

## Ευχαριστίες

1

<b>1 Εισαγωγή</b>	<b>19</b>
1.1 Ιστορική επισκόπηση . . . . .	19
1.2 Κανονισμοί οπλισμένου σκυροδέματος . . . . .	21
1.3 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα του οπλισμένου σκυροδέματος . . . . .	23
<b>2 Τα υλικά του οπλισμένου σκυροδέματος</b>	<b>25</b>
2.1 Σκυρόδεμα . . . . .	25
2.1.1 Θλιππική αντοχή σκυροδέματος . . . . .	26
2.1.2 Κατηγορίες σκυροδέματος . . . . .	26
2.1.3 Εφελκυστική αντοχή σκυροδέματος . . . . .	27
2.1.4 Παραμορφώσεις . . . . .	28
2.2 Χάλυβας οπλισμένου σκυροδέματος . . . . .	28
2.2.1 Διακρίσεις των ράβδων οπλισμού . . . . .	28
2.2.2 Ονομαστική διάμετρος και ονομαστική διατομή των ράβδων . . . . .	29
2.2.3 Χαρακτηριστική αντοχή του χάλυβα. Διαγράμματα τάσεων πα- ραμορφώσεων . . . . .	30
<b>3 Η μέθοδος των οριακών καταστάσεων</b>	<b>33</b>
3.1 Βασική ανίσωση υπολογισμού . . . . .	33
3.2 Οριακές καταστάσεις . . . . .	34
3.2.1 Οριακές καταστάσεις αστοχίας . . . . .	35
3.2.2 Οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας . . . . .	35
3.3 Τιμές σχεδιασμού . . . . .	35
3.4 Δράσεις . . . . .	37
3.4.1 Μόνιμες δράσεις . . . . .	37
3.4.2 Μεταβλητές δράσεις . . . . .	38
3.4.3 Τυχηματικές δράσεις . . . . .	39
3.4.4 Προένταση . . . . .	40
3.4.5 Παρεμποδιζόμενες και επιβαλλόμενες παραμορφώσεις . . . . .	40
3.5 Τιμές σχεδιασμού αντοχών . . . . .	40
3.6 Συνδυασμοί δράσεων . . . . .	42
3.6.1 Οριακές καταστάσεις αστοχίας . . . . .	42

3.6.1.1	Συνδυασμός βασικών δράσεων . . . . .	43
3.6.1.2	Συνδυασμός τυχηματικών δράσεων . . . . .	44
3.6.2	Οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας . . . . .	44
3.6.3	Συνδυασμοί δράσεων για συνήθη οικοδομικά έργα . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Κανόνες κατασκευαστικής διαμόρφωσης</b>	<b>47</b>
4.1	Ανθεκτικότητα Σε διάρκεια . . . . .	47
4.2	Κατηγορίες διαβρωτικότητας περιβάλλοντος . . . . .	47
4.3	Επικαλύψεις οπλισμών . . . . .	50
4.4	Αποστάσεις οπλισμών . . . . .	52
4.5	Τάση συνάφειας . . . . .	52
4.6	Αγκυρώσεις οπλισμών . . . . .	54
4.6.1	Τύποι αγκυρώσεων . . . . .	56
4.6.2	Μήκος αγκύρωσης . . . . .	57
4.6.3	Αγκύρωση συνδετήρων και οπλισμού διάτμησης . . . . .	59
4.7	Ενώσεις οπλισμών . . . . .	59
4.7.1	Ενώσεις με υπερκάλυψη . . . . .	60
<b>5</b>	<b>Διαστασιολόγηση δομικών στοιχείων για μεγέθη ορθής έντασης</b>	<b>63</b>
5.1	Γενικά . . . . .	63
5.2	Παραδοχές . . . . .	63
5.3	Κατανομή των παραμορφώσεων . . . . .	64
5.4	Ιδεατά διαγράμματα τάσεων - παραμορφώσεων . . . . .	65
5.5	Διαδικασία υπολογισμού - Διάκριση περιπτώσεων . . . . .	67
<b>6</b>	<b>Διαστασιολόγηση δοκών</b>	<b>69</b>
6.1	Γενικά . . . . .	69
6.2	Συνεχείς δοκοί υπό κατακόρυφα φορτία . . . . .	70
6.3	Αμφιέρειστες δοκοί σε κάμψη . . . . .	71
6.4	Εικόνες καμπτικής αστοχίας δοκού Ο/Σ . . . . .	74
6.4.1	Διατομές "κανονικά" οπλισμένες . . . . .	75
6.4.2	Διατομές με ασθενή όπλιση . . . . .	76
6.4.3	Διατομές ισχυρά οπλισμένες . . . . .	76
6.5	Προέχουσα κάμψη ορθογωνικών διατομών . . . . .	78
6.6	Προέχων εφελκυσμός . . . . .	82
6.7	Προέχουσα θλίψη . . . . .	82
6.8	Κάμψη πλακοδοκών . . . . .	83
6.8.1	Η έννοια του συνεργαζόμενου πλάτους . . . . .	83
6.8.2	Συνεχείς πλακοδοκοί . . . . .	85
6.8.3	Υπολογισμός του συνεργαζόμενου πλάτους . . . . .	86
6.8.4	Διαδικασία υπολογισμού οπλισμών πλακοδοκού . . . . .	87
6.9	Διατάξεις του ΕΚ2 και του ΕΚ8 για τις δοκούς Ο/Σ και το διαμήκη οπλισμό τους . . . . .	92
6.9.1	Γεωμετρικά στοιχεία . . . . .	92

6.9.2 Επιτρεπόμενα υλικά . . . . .	93
6.9.3 Διαμήκεις οπλισμοί . . . . .	93
6.9.3.1 Γενικές διατάξεις . . . . .	93
6.9.3.2 Διατάξεις του ΕΚ8 για σεισμικές δράσεις . . . . .	94
6.10 Συνοπτική διαδικασία διαστασιολόγησης δοκών σε κάμψη . . . . .	97
6.11 Διάτμηση . . . . .	99
6.11.1 Συμπεριφορά αμφιέρειστων δοκών σε διάτμηση . . . . .	99
6.11.2 Τυπικές μορφές διατμητικής αστοχίας . . . . .	100
6.11.3 Οπλισμός διάτμησης . . . . .	102
6.11.4 Κρίσιμες περιοχές δοκών με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας . . . . .	103
6.12 Υπολογισμός οπλισμού διάτμησης . . . . .	104
6.12.1 Έλεγχοι υπολογισμού . . . . .	104
6.12.2 Επιλογή της κατάλληλης γωνίας θ . . . . .	107
6.12.3 Ελάχιστος οπλισμός διάτμησης δοκών . . . . .	108
6.13 Τυπικές εικόνες όπλισης δοκών οπλισμένου σκυροδέματος . . . . .	110
6.14 Ασκήσεις - Παραδείγματα . . . . .	115
6.14.1 Παράδειγμα 1 - Καθαρή κάμψη προβόλου . . . . .	115
6.14.1.1 Εκφώνηση . . . . .	115
6.14.1.2 Λύση . . . . .	115
6.14.2 Παράδειγμα 2 - Επιλογή ύψους διατομής για δεδομένη ροπή σχεδιασμού . . . . .	119
6.14.2.1 Εκφώνηση . . . . .	119
6.14.2.2 Λύση . . . . .	119
6.14.3 Παράδειγμα 3 - Προέχουσα κάμψη με θλιπτικό ή εφελκυστικό αξονικό φορτίο . . . . .	121
6.14.3.1 Εκφώνηση . . . . .	121
6.14.3.2 Λύση . . . . .	121
6.14.4 Παράδειγμα 4- Κάμψη δοκών με απαίτηση και θλιβόμενου οπλισμού . . . . .	123
6.14.4.1 Εκφώνηση . . . . .	123
6.14.4.2 Λύση . . . . .	124
6.14.5 Παράδειγμα 5 - Υπολογισμός οπλισμού πλακοδοκού . . . . .	128
6.14.5.1 Εκφώνηση . . . . .	128
6.14.5.2 Λύση . . . . .	128
6.14.6 Παράδειγμα 6 - Διαστασιολόγηση δοκού Ο/Σ . . . . .	135
6.14.6.1 Εκφώνηση . . . . .	135
6.14.6.2 Υπενθύμιση από τη στατική . . . . .	137
6.14.6.3 Λύση . . . . .	137
<b>7 Διαστασιολόγηση υποστυλωμάτων</b>	<b>149</b>
7.1 Γενικά . . . . .	149
7.2 Εντατικά μεγέθη υποστυλωμάτων . . . . .	150

7.2.1	Εντατικά μεγέθη υποστυλωμάτων λόγω κατακόρυφων φορτίων	151
7.2.2	Εντατικά μεγέθη υποστυλωμάτων λόγω συνδυασμού κατακόρυφων φορτίων και σεισμού . . . . .	151
7.3	Προέχουσα θλίψη διατομών Ο/Σ . . . . .	153
7.4	Διαγράμματα αλληλεπίδρασης . . . . .	153
7.4.1	Διαγράμματα αλληλεπίδρασης για μονοαξονική κάμψη . . . . .	154
7.4.1.1	Ορθογωνικές διατομές . . . . .	155
7.4.1.2	Κυκλικές διατομές . . . . .	160
7.4.2	Διαγράμματα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη . . . . .	163
7.4.2.1	Οπλισμός συγκεντρωμένος στις 4 γωνίες . . . . .	165
7.4.2.2	Οπλισμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στις 4 παρειές	171
7.5	Διατάξεις του Ευρωκώδικα για τα υποστυλώματα . . . . .	177
7.5.1	Γεωμετρικά στοιχεία . . . . .	177
7.5.2	Επιτρεπόμενα υλικά . . . . .	177
7.5.3	Ελάχιστα και μέγιστα ποσοστά διαμήκους οπλισμού . . . . .	177
7.5.4	Εγκάρσιος οπλισμός υποστυλωμάτων . . . . .	178
7.5.5	Κρίσιμες περιοχές υποστυλωμάτων με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας . . . . .	179
7.6	Συνοπτική διαδικασία διαστασιολόγησης υποστυλωμάτων . . . . .	180
7.7	Τυπικές εικόνες όπλισης υποστυλωμάτων Ο/Σ . . . . .	183
7.8	Ασκήσεις - Παραδείγματα . . . . .	187
7.8.1	Παράδειγμα 1 - Μονοαξονική κάμψη ορθογωνικού στύλου . . . . .	187
7.8.1.1	Εκφώνηση . . . . .	187
7.8.1.2	Λύση . . . . .	187
7.8.2	Παράδειγμα 2 - Διαξονική κάμψη ορθογωνικού στύλου . . . . .	189
7.8.2.1	Εκφώνηση . . . . .	189
7.8.2.2	Λύση . . . . .	190
<b>8</b>	<b>Διαστασιολόγηση πλακών</b>	<b>195</b>
8.1	Γενικά . . . . .	195
8.2	Είδη πλακών . . . . .	195
8.3	Φορτίσεις πλακών . . . . .	199
8.4	Απλά οπλισμένες πλάκες (κύριος οπλισμός σε μια διεύθυνση) . . . . .	200
8.4.1	Πλάκες πρόβολοι . . . . .	200
8.4.2	Διέρειστες πλάκες με δύο παράλληλες μεταξύ τους στηρίξεις .	201
8.4.3	Τετραέρειστες πλάκες με $I_{max}/I_{min} \geq 2$ . . . . .	203
8.5	Σταυροειδώς οπλισμένες πλάκες . . . . .	204
8.5.1	Πίνακες Czerny . . . . .	205
8.5.2	Η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων . . . . .	216
8.6	Διατάξεις του ΕΚ2 για τις πλάκες από Ο/Σ . . . . .	219
8.6.1	Κύριος οπλισμός κάμψης . . . . .	219
8.6.2	Δευτερεύων οπλισμός απλά οπλισμένων πλακών . . . . .	219
8.6.3	Διαμόρφωση των οπλισμών κάμψης . . . . .	219

8.6.4 Οπλισμός διάτμησης . . . . .	220
8.6.5 Περιορισμός των παραμορφώσεων - Ελάχιστα πάχη πλακών κατά EK2 . . . . .	220
8.6.6 Ελάχιστα πάχη πλακών κατά EKOΣ2000 . . . . .	222
8.6.7 Καθορισμός συνθηκών στήριξης . . . . .	223
8.7 Συνοπτική διαδικασία διαστασιολόγησης πλακών . . . . .	224
8.8 Μεταφορά φορτίων από τις πλάκες στις δοκούς . . . . .	226
8.8.1 Γενική περίπτωση . . . . .	226
8.8.2 Μεταφορά φορτίων σε απλά οπλισμένες πλάκες . . . . .	230
8.9 Τυπικές εικόνες όπλισης πλακών οπλισμένου σκυροδέματος . . . . .	231
8.10 Ασκήσεις - Παραδείγματα . . . . .	236
8.10.1 Παράδειγμα 1 - Επίλυση απλά οπλισμένης πλάκας . . . . .	236
8.10.1.1 Εκφώνηση . . . . .	236
8.10.1.2 Λύση . . . . .	237
8.10.2 Παράδειγμα 2 - Επίλυση μονοπροέχουσας απλά οπλισμένης πλάκας . . . . .	245
8.10.2.1 Εκφώνηση . . . . .	245
8.10.2.2 Λύση . . . . .	245
8.10.3 Παράδειγμα 3 - Επίλυση σταυροειδώς οπλισμένων πλακών . . . . .	255
8.10.3.1 Εκφώνηση . . . . .	255
8.10.3.2 Λύση . . . . .	256



# Κατάλογος σχημάτων

---

1.1	Ο εφευρέτης του τσιμέντου Portland, Joseph Aspdin (κέντρο) . . . . .	19
1.2	Η πρώτη βάρκα οπλισμένου σκυροδέματος από τον J.L. Lambot . . . . .	20
1.3	Η πρώτη κατοικία οπλισμένου σκυροδέματος από τον F. Coignet . . . . .	20
1.4	Ward's Castle. Το πρώτο κτίριο από Ο/Σ στις Η.Π.Α. . . . .	21
2.1	Ενδεικτικές αναλογίες υλικών κατά όγκο (α) και κατά βάρος (β) νωπού σκυροδέματος . . . . .	25
2.2	Σχηματικό διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων σκυροδέματος ( $c=$ θλίψη, $t=$ εφελκυσμός) . . . . .	28
2.3	Διαγράμματα τάσεων - παραμορφώσεων χάλυβα οπλισμού . . . . .	31
2.4	Διαγράμματα τάσεων - παραμορφώσεων χάλυβα οπλισμού . . . . .	31
3.1	Διαγράμματα τάσεων - παραμορφώσεων για το σκυρόδεμα (α) και το χάλυβα (β) . . . . .	41
3.2	Δυσμενείς/ευμενείς διατάξεις φόρτισης για συνεχή δοκό 5 ανοιγμάτων	43
4.1	Επικάλυψη οπλισμών . . . . .	50
4.2	Αποστάσεις οπλισμών . . . . .	52
4.3	Το φαινόμενο του θύλακα. Ευνοϊκές (4) προς δυσμενείς (1) θέσεις των ράβδων . . . . .	54
4.4	Κατανομή τάσεων κατά τη δοκιμή εξόλκευσης . . . . .	55
4.5	Τύποι αγκυρώσεων και ισοδύναμο μήκος αγκύρωσης . . . . .	56
4.6	Μηχανισμός λειτουργίας αγκίστρου . . . . .	57
4.7	Τιμές του συντελεστή $c_d$ . . . . .	58
4.8	Τιμές του Κ για δοκούς και πλάκες . . . . .	58
4.9	Αγκυρώσεις συνδετήρων . . . . .	60
4.10	Ενώσεις με υπερκάλυψη . . . . .	60
4.11	Γειτονικές ενώσεις με υπερκάλυψη . . . . .	61
5.1	Διάγραμμα παραμορφώσεων διατομής Ο/Σ . . . . .	64
5.2	Παραβολικό - ορθογωνικό διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων σκυροδέματος . . . . .	66
5.3	Ορθογωνικό διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων σκυροδέματος . . . . .	66
5.4	Διάγραμμα σχεδιασμού τάσεων - παραμορφώσεων για τον χάλυβα . . . . .	67
5.5	Διάκριση περιπτώσεων μονοαξονικής καταπόνησης . . . . .	68

6.1	Δομικά στοιχεία απλού οικοδομικού έργου (Ζαράρης, 2002) . . . . .	69
6.2	Τυπικές διατομές δοκών οπλισμένου σκυροδέματος (Πενέλης κ.ά., 1995)	70
6.3	Δομικά στοιχεία απλού οικοδομικού έργου (Ζαράρης, 2002) . . . . .	70
6.4	Λειτουργία και στάδια αμφιέρειστης δοκού για φόρτιση μέχρι τη θραύση (Ζαράρης, 2002) . . . . .	72
6.5	Λειτουργία και στάδια αμφιέρειστης δοκού για φόρτιση μέχρι τη θραύση (Ζαράρης, 2002) . . . . .	74
6.6	Συμπεριφορά κανονικά οπλισμένης δοκού (Πενέλης κ.ά., 1995) . . . . .	75
6.7	Συμπεριφορά ισχυρά οπλισμένης δοκού (Πενέλης κ.ά., 1995) . . . . .	77
6.8	Λειτουργία και στάδια αμφιέρειστης δοκού για φόρτιση μέχρι τη θραύση (Ζαράρης, 2002) . . . . .	78
6.9	Εφελκυστική δύναμη με εκκεντρότητα . . . . .	83
6.10	Διατομές με μορφή Τ ή Γ (πλακοδοκοί) . . . . .	83
6.11	Κατανομή των θλιπτικών τάσεων πλακοδοκού στο στάδιο II. Πραγ- ματική κατανομή (a) και ιδεατή κατανομή στο συνεργαζόμενο πλάτος (b) (Ζαράρης, 2002) . . . . .	84
6.12	Περιοχές θετικών και αρνητικών ροπών σε συνεχή δοκό διατομής Τ (Ζαράρης, 2002) . . . . .	85
6.13	Αντεστραμμένη πλακοδοκός . . . . .	86
6.14	Αμφίπλευρη και μονόπλευρη πλακοδοκός . . . . .	87
6.15	Προσεγγιστική απόσταση μεταξύ διαδοχικών σημείων μηδενισμού της ροπής . . . . .	87
6.16	Επιμέρους συνεργαζόμενα πλάτη . . . . .	88
6.17	Κέντρο βάρους πλακοδοκού . . . . .	88
6.18	Κάτοψη σύνδεσης δοκού – υποστυλώματος . . . . .	92
6.19	Ενδεικτικός οπλισμός στο άνοιγμα δοκού Ο/Σ . . . . .	94
6.20	Διάταξη διαμήκους οπλισμού δοκών με αυξημένες απαιτήσεις πλα- στιμότητας . . . . .	96
6.21	Περιοχές συνεργαζόμενου οπλισμού πλακών στον οπλισμό στηρί- ξεως των δοκών . . . . .	96
6.22	Τροχιές κύριων τάσεων σε δοκό με ομοιόμορφη φόρτιση στο στάδιο I (Ζαράρης, 2002) . . . . .	99
6.23	Καθορισμός των τάσεων σκυροδέματος δοκού στο στάδιο I (Ζαρά- ρης, 2002) . . . . .	100
6.24	Εικόνα ρηγμάτωσης δοκού (a) Χωρίς συνδετήρες, (b) Με συνδετήρες (Καραγιάννης και Χαλιόρης, 1999) . . . . .	100
6.25	Λειτουργία τραπεζίου ή θόλου με ελκυστήρα (Ζαράρης, 2002) . . . . .	101
6.26	Περιπτώσεις διατμητικής αστοχίας (Ζαράρης, 2002) . . . . .	101
6.27	Οπλισμοί διάτμησης (Κωνσταντινίδης, 1994) . . . . .	102
6.28	Κρίσιμες περιοχές δοκών . . . . .	103
6.29	Τέμνουσες υπολογισμού . . . . .	104
6.30	Μοντέλο δικτυώματος – Γωνίες α και θ . . . . .	107

6.31	Κατασκευή δοκού διατομής Τ. Διακρίνονται οι ξυλότυποι, ο δονητής για τη συμπύκνωση του σκυροδέματος, τα στηρίγματα των συνδετήρων, οι οπλισμοί της πλάκας κ.α. (Κωνσταντινίδης, 1996) . . . . .	110
6.32	Μεμονωμένοι συνδετήρες δοκών (Κωνσταντινίδης, 1996) . . . . .	111
6.33	Συνδετήρες δοκών μορφής κλωβού, "θώρακες" (Κωνσταντινίδης, 1996) . . . . .	111
6.34	Αγκύρωση ράβδων σε ακραίο κόμβο (Κωνσταντινίδης, 1996) . . . . .	112
6.35	Αγκύρωση ράβδων σε ακραίο κόμβο. Εναλλακτική λύση ώστε να είναι δυνατή η ευθύγραμμη αγκύρωση αν το υποστύλωμα έχει περιορισμένο πλάτος (Κωνσταντινίδης, 1996) . . . . .	113
6.36	Τυπική όπλιση πλαισίου δύο ανοιγμάτων σε κάμψη και τομές σε χαρακτηριστικές θέσεις της δοκού (Κωνσταντινίδης, 1996) . . . . .	114
6.37	Παράδειγμα 1 - Πρόβιολος με μοναχικά φορτία . . . . .	115
6.38	Παράδειγμα 1 - Διάγραμμα ροπών . . . . .	116
6.39	Παράδειγμα 1 - Τοποθέτηση οπλισμού . . . . .	118
6.40	Παράδειγμα 4 - Στατικό σύστημα φορέα . . . . .	123
6.41	Παράδειγμα 4 - Φόρτιση για μέγιστη ροπή στον πρόβιολο . . . . .	124
6.42	Παράδειγμα 4 - Φόρτιση για μέγιστη ροπή στο άνοιγμα . . . . .	125
6.43	Παράδειγμα 5 - Στατικό σύστημα φορέα . . . . .	128
6.44	Παράδειγμα 5 - Διατομή πλακοδοκού . . . . .	128
6.45	Παράδειγμα 5 - Φόρτιση για μέγιστη ροπή στον πρόβιολο . . . . .	129
6.46	Παράδειγμα 5 - Φόρτιση για μέγιστη ροπή στο άνοιγμα . . . . .	130
6.47	Παράδειγμα 5 - Μέγιστη τιμή της ροπής στο μέσο του ανοίγματος . . . . .	130
6.48	Παράδειγμα 5 - Διάγραμμα αξονικών φορτίων . . . . .	130
6.49	Παράδειγμα 5 - Κέντρο βάρους πλακοδοκού . . . . .	133
6.50	Παράδειγμα 5 - Όπλιση στη στήριξη (αριστερά) και στο άνοιγμα (δεξιά) . . . . .	134
6.51	Παράδειγμα 6 - Κάτοψη φορέα . . . . .	135
6.52	Στατικό σύστημα δοκών . . . . .	136
6.53	Ροπή στο μέσο ανοίγματος δοκού υπό κακόρυφα φορτία . . . . .	137
6.54	Φόρτιση φορέα για μέγιστη ροπή στον πρόβιολο . . . . .	139
6.55	Φόρτιση φορέα για μέγιστη ροπή στο άνοιγμα . . . . .	139
6.56	Διάγραμμα ροπών για μέγιστη ροπή στο άνοιγμα . . . . .	140
6.57	Οπλισμός στήριξης Β (αριστερά) και ανοίγματος ΒΓ (δεξιά) . . . . .	143
6.58	Γενική μορφή διαγράμματος τεμνουσών . . . . .	143
7.1	Τυπικές διατομές υποστυλωμάτων οπλισμένου σκυροδέματος . . . . .	149
7.2	Όψη τυπικού πλαισίου απλού οικοδομικού έργου . . . . .	150
7.3	Κατόψεις κατασκευών με αμιγώς πλαισιακό ή μικτό σύστημα . . . . .	150
7.4	Διαγράμματα εντατικών μεγεθών υποστυλωμάτων υπό φορτία βαρύτητας . . . . .	151
7.5	Διαγράμματα εντατικών μεγεθών υποστυλωμάτων υπό φορτία βαρύτητας και σεισμό . . . . .	152

7.6	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης με τις κατανομές παραμορφώσεων σε χαρακτηριστικά σημεία . . . . .	154
7.7	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός στις παράλληλες προς τον άξονα κάμψης πλευρές, σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $d_1/h = 0.05$ ) . . . . .	156
7.8	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός στις παράλληλες προς τον άξονα κάμψης πλευρές, σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $d_1/h = 0.10$ ) . . . . .	156
7.9	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός στις παράλληλες προς τον άξονα κάμψης πλευρές, σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $d_1/h = 0.15$ ) . . . . .	157
7.10	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός στις παράλληλες προς τον άξονα κάμψης πλευρές, σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $d_1/h = 0.20$ ) . . . . .	157
7.11	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στην περίμετρο της διατομής, σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $d_1/h = 0.05$ ) . . . . .	158
7.12	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στην περίμετρο της διατομής, σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $d_1/h = 0.10$ ) . . . . .	158
7.13	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στην περίμετρο της διατομής, σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $d_1/h = 0.15$ ) . . . . .	159
7.14	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στην περίμετρο της διατομής, σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $d_1/h = 0.20$ ) . . . . .	159
7.15	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για κυκλική διατομή (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $d/h = 0.90$ ) . . . . .	161
7.16	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για κυκλική διατομή (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $d/h = 0.80$ ) . . . . .	161
7.17	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για κυκλική διατομή (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $d/h = 0.70$ ) . . . . .	162
7.18	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για κυκλική διατομή (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $d/h = 0.60$ ) . . . . .	162
7.19	Ορθογωνική διατομή δομικού στοιχείου με ροπές κάμψης ως προς τους δύο άξονες συμμετρίας και με ορθή δύναμη στο κέντρο . . . . .	163
7.20	Επιφάνεια αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με αξονικό φορτίο . . . . .	164
7.21	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με τοποθέτηση του οπλισμού στις γωνίες του στύλου (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $b_1/b = h_1/h = 0.05$ ) . . . . .	165
7.22	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με τοποθέτηση του οπλισμού στις γωνίες του στύλου (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $b_1/b = h_1/h = 0.05$ ). Μεγέθυνση . . . . .	166

7.23	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με τοποθέτηση του οπλισμού στις γωνίες του στύλου (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $b_1/b = h_1/h = 0.10$ ) . . . . .	167
7.24	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με τοποθέτηση του οπλισμού στις γωνίες του στύλου (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $b_1/b = h_1/h = 0.10$ ). Μεγέθυνση . . . . .	168
7.25	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με τοποθέτηση του οπλισμού στις γωνίες του στύλου (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $b_1/b = h_1/h = 0.1$ ) . . . . .	169
7.26	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με τοποθέτηση του οπλισμού στις γωνίες του στύλου (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $b_1/b = h_1/h = 0.15$ ). Μεγέθυνση . . . . .	170
7.27	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με ομοιόμορφη κατανομή του οπλισμού στις παρειές του στύλου (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $b_1/b = h_1/h = 0.05$ ) . . . . .	171
7.28	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με ομοιόμορφη κατανομή του οπλισμού στις παρειές του στύλου (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $b_1/b = h_1/h = 0.05$ ). Μεγέθυνση . . . . .	172
7.29	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με ομοιόμορφη κατανομή του οπλισμού στις παρειές του στύλου (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $b_1/b = h_1/h = 0.10$ ) . . . . .	173
7.30	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με ομοιόμορφη κατανομή του οπλισμού στις παρειές του στύλου (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $b_1/b = h_1/h = 0.10$ ). Μεγέθυνση . . . . .	174
7.31	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με ομοιόμορφη κατανομή του οπλισμού στις παρειές του στύλου (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $b_1/b = h_1/h = 0.1$ ) . . . . .	175
7.32	Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με ομοιόμορφη κατανομή του οπλισμού στις παρειές του στύλου (σκυρόδεμα $\leq C50/60$ , B500C, $b_1/b = h_1/h = 0.15$ ). Μεγέθυνση . . . . .	176
7.33	Κρίσιμα ύψη υποστυλωμάτων . . . . .	180
7.34	Τυπική όπλιση τετραγωνικού υποστυλώματος . . . . .	183
7.35	Μεμονωμένοι συνδετήρες υποστυλωμάτων . . . . .	184
7.36	Εγκάρσιος οπλισμός στην κρίσιμη περιοχή υποστυλώματος . . . . .	184
7.37	Συνδετήρες υποστυλωμάτων μορφής κλωβού, "θώρακες" . . . . .	185
7.38	Παραδείγματα τοποθέτησης συνδετήρων σε διατομές υποστυλωμάτων	186
7.39	Παράδειγμα 1 - Διαστάσεις υποστυλώματος . . . . .	187
7.40	Παράδειγμα 1 - Τοποθέτηση οπλισμού . . . . .	189
7.41	Παράδειγμα 2 - Διαστάσεις υποστυλώματος . . . . .	190
7.42	Παράδειγμα 2 - Οπλισμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στις 4 γωνίες (αριστερά) ή στις 4 παρειές (δεξιά) . . . . .	193
8.1	Τυπικές μορφές διατομών πλακών . . . . .	196

8.2	Μονοέρειστες πλάκες (πρόβολοι) . . . . .	196
8.3	Κυριότεροι χαρακτηρισμοί συνήθων πλακών . . . . .	197
8.4	Διέρειστες, τριέρειστες και τετραέρειστες πλάκες οπλισμένες σε μία ή σε δύο διευθύνσεις . . . . .	198
8.5	Εναλλακτικός τρόπος συμβολισμού των στηρίξεων . . . . .	199
8.6	Πλάκες πρόβολοι . . . . .	201
8.7	Διέρειστες πλάκες με παράλληλες μεταξύ τους στηρίξεις . . . . .	202
8.8	Διέρειστες πλάκες με παράλληλες μεταξύ τους στηρίξεις . . . . .	202
8.9	Παράδειγμα όπλισης συνεχών διέρειστων πλακών με    στηρίξεις .	203
8.10	Παράδειγμα όπλισης τετραέρειστης πλάκας με $I_{max}/I_{min} \geq 2$ . . . . .	203
8.11	Παράδειγμα όπλισης συνεχών τετραέρειστων πλακών με $I_{max}/I_{min} \geq 2$ .	204
8.12	Παράδειγμα σταυροειδούς όπλισης τετραέρειστων πλακών . . . . .	205
8.13	Συνδυασμοί στήριξης τετραέρειστων ορθογωνικών πλακών . . . . .	206
8.14	Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 1 . . . . .	207
8.15	Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 2α . . . . .	208
8.16	Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 2β . . . . .	209
8.17	Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 3α . . . . .	210
8.18	Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 3β . . . . .	211
8.19	Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 4 . . . . .	212
8.20	Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 5α . . . . .	213
8.21	Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 5β . . . . .	214
8.22	Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 6 . . . . .	215
8.23	Πεσσοειδείς φορτίσεις πλακών . . . . .	217
8.24	Ενδεικτικό διάγραμμα ροπών τετραέρειστων πλακών . . . . .	218
8.25	Πεσσοειδείς φορτίσεις πλακών . . . . .	220
8.26	Οπλισμός διάτμησης πλακών. Συνδετήρες (αριστερά) ή κεκαμμένες ράβδοι (δεξιά) . . . . .	220
8.27	Συντελεστής Κ ανάλογα με τις συνθήκες έδρασης . . . . .	221
8.28	Συντελεστής Α ανάλογα με τις συνθήκες έδρασης . . . . .	223
8.29	Κανόνας μερισμού των επιφανειών μια πλάκας. Παραγόμενη τραπε- ζοειδής φόρτιση και ισοδύναμη ομοιόμορφη . . . . .	226
8.30	Κατανομή των επιφανειών της πλάκας για τη μεταφορά των φορτίων στις δοκούς (διπλή γραμμή: πάκτωση, μονή γραμμή: απλή έδραση) .	227
8.31	Συντελεστές αναγωγής τριγωνικών και τραπεζοειδών αντιδράσεων πλακών με στήριξη τύπου 1,6 και 4 σε ισοδύναμη ομοιόμορφη φόρτιση	228
8.32	Συντελεστές αναγωγής τριγωνικών και τραπεζοειδών αντιδράσεων πλακών με στήριξη τύπου 2 σε ισοδύναμη ομοιόμορφη φόρτιση .	228
8.33	Συντελεστές αναγωγής τριγωνικών και τραπεζοειδών αντιδράσεων πλακών με στήριξη τύπου 3 σε ισοδύναμη ομοιόμορφη φόρτιση .	229
8.34	Συντελεστές αναγωγής τριγωνικών και τραπεζοειδών αντιδράσεων πλακών με στήριξη τύπου 5 σε ισοδύναμη ομοιόμορφη φόρτιση .	229
8.35	Μεταφορά επιφανειακών φορτίων από απλά οπλισμένες πλάκες στις δοκούς . . . . .	230

---

8.36	Όπλιση αμφιέρειστης, απλά οπλισμένης πλάκας	231
8.37	Κατασκευαστικό σχέδιο της πλάκας του προηγούμενου σχήματος	232
8.38	Όπλιση τετραέρειστης, απλά οπλισμένης πλάκας. Διακρίνονται οι οπλισμοί διανομής και απόσχισης	233
8.39	Κατασκευαστικό σχέδιο της πλάκας του προηγούμενου σχήματος	234
8.40	Όπλιση προβόλου. Είναι δυνατόν τμήμα των οπλισμών της στήριξης να μη συνεχίζει σε όλο το μήκος του προβόλου	235
8.41	Παράδειγμα 1 - Κάτοψη	236
8.42	Παράδειγμα 1 - Λωρίδες πλάτους 1m για τη στατική επίλυση	239
8.43	Παράδειγμα 1 - Διαγράμματα ροπών	239
8.44	Παράδειγμα 2 - Κάτοψη	246
8.45	Παράδειγμα 2 - Λωρίδες πλάτους 1m για τη στατική επίλυση	249
8.46	Παράδειγμα 2 - Διαγράμματα ροπών	250
8.47	Παράδειγμα 3 - Κάτοψη	255
8.48	Παράδειγμα 3 - Διάγραμμα ροπών	264
8.49	Παράδειγμα 3 - Κατασκευαστικό σχέδιο	269



# Κατάλογος πινάκων

---

1.1	Δομικοί Ευρωκώδικες . . . . .	22
2.1	Κατηγορίες σκυροδέματος και αντίστοιχες θλιπτικές αντοχές (MPa) . . . . .	27
2.2	Ιδιότητες τυπικών κατηγοριών οπλισμένου σκυροδέματος . . . . .	29
2.3	Ονομαστικές διατομές και εμβαδόν ράβδων οπλισμού ( $\text{cm}^2$ ) . . . . .	30
3.1	Επιμέρους συντελεστές ασφαλείας $\gamma_g$ . . . . .	37
3.2	Επιμέρους συντελεστές ασφαλείας $\gamma_q$ . . . . .	38
3.3	Συντελεστές συνδυασμού $\psi$ των μεταβλητών δράσεων για τις οριακές καταστάσεις αστοχίας και λειτουργικότητας . . . . .	39
3.4	Επιμέρους συντελεστές ασφάλειας $\gamma_m$ . . . . .	41
3.5	Συνδυασμοί δράσεων για συνήθη οικοδομικά έργα . . . . .	45
4.1	Κύριες κατηγορίες περιβαλλοντικής έκθεσης . . . . .	48
4.2	Διάκριση σε επί μέρους κατηγορίες περιβαλλοντικής έκθεσης (μέρος I) . . . . .	48
4.3	Διάκριση σε επί μέρους κατηγορίες περιβαλλοντικής έκθεση (μέρος II) . . . . .	49
4.4	Ελάχιστη επικάλυψη $c_{min,dur}$ (mm) . . . . .	51
4.5	Κριτήρια και αντίστοιχες αυξομειώσεις κατηγορίας κατασκευής . . . . .	51
4.6	Τιμές των συντελεστών $\alpha$ . . . . .	58
4.7	Τιμές του $\alpha_6$ (για ενδιάμεσα ποσοστά γίνεται γραμμική παρεμβολή) . . . . .	61
6.1	Γενικός πίνακας υπολογισμού ορθογωνικών διατομών χωρίς θλιβόμενο οπλισμό για κάμψη με ή χωρίς αξονική δύναμη (ποιότητες σκυροδέματος $\leq C50/60$ ) . . . . .	80
6.2	Γενικός πίνακας υπολογισμού ορθογωνικών διατομών με θλιβόμενο οπλισμό για κάμψη με ή χωρίς αξονική δύναμη . . . . .	81
6.3	Βοηθητικοί συντελεστές $\rho_1$ και $\rho_2$ για τον υπολογισμό ορθογωνικών διατομών με θλιβόμενο οπλισμό . . . . .	81
6.4	Πίνακες υπολογισμού οπλισμού πλακοδοκών σε κάμψη με ή χωρίς αξονική δύναμη, $h_f/d = 0.05 - 0.15$ . . . . .	90
6.5	Πίνακες υπολογισμού οπλισμού πλακοδοκών σε κάμψη με ή χωρίς αξονική δύναμη, $h_f/d = 0.20 - 0.40$ . . . . .	91
6.6	Ελάχιστα ποσοστά (%) εφελκυόμενου οπλισμού δοκών (EC2) . . . . .	94
6.7	Ελάχιστα ποσοστά (%) εφελκυόμενου οπλισμού δοκών (EC8) . . . . .	95

6.8	Μέγιστα ποσοστά (%) εφελκυόμενου οπλισμού κρίσιμων περιοχών δοκών . . . . .	95
6.9	Μέγιστος αριθμός ράβδων οπλισμού μίας στρώσης με πλάτος $b$ . . .	98
6.10	Ελάχιστα ποσοστά (%) οπλισμού διάτμησης (EC2) . . . . .	108
6.11	Φορτία δοκών από τις πλάκες (kN/m) . . . . .	137
6.12	Συνδυασμοί φόρτισης για τις δυσμενέστερες τέμνουσες στο φορέα .	143
8.1	Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 1 . .	207
8.2	Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 2a .	208
8.3	Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 2β .	209
8.4	Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 3a .	210
8.5	Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 3β .	211
8.6	Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 4 . .	212
8.7	Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 5a .	213
8.8	Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 5β .	214
8.9	Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 6 . .	215
8.10	Συσχέτιση λόγου $l/d$ με το ποσοστό οπλισμού . . . . .	222
8.11	Ελάχιστες τιμές απαιτούμενου πάχους πλάκας κατά ΕΚΩΣ2000 . . . .	222
8.12	Εμβαδόν ράβδων οπλισμού σε πλάτος 1.00m . . . . .	225

## Εισαγωγή

---

### 1.1 Ιστορική επισκόπηση

Το οπλισμένο σκυρόδεμα είναι το υλικό το οποίο τις τελευταίες δεκαετίες έχει κυριαρχήσει στην Ελλάδα (και όχι μόνο) ως το επικρατέστερο δομικό υλικό για τη συντριπτική πλειοψηφία των κατασκευών (κτίρια, γέφυρες κτλ).

Το σκυρόδεμα ως υλικό ήταν ήδη γνωστό στους Ρωμαίους ως συνδετικό μέσο (σκυρόδεμα με υδραυλική άσβεστο ή πουζολανικό τσιμέντο), ώστόσο η νέα εποχή του σκυροδέματος μπορεί να θεωρηθεί ότι εγκαινιάζεται με την εφεύρεση του τσιμέντου Portland από τον Joseph Aspdin (σχήμα 1.1) το 1824 στο Yorkshire.



**Σχήμα 1.1:** Ο εφευρέτης του τσιμέντου *Portland*, Joseph Aspdin (κέντρο)

Η πρώτη φορά που τοποθετήθηκε οπλισμός στο σκυρόδεμα ήταν το 1855 από τον Jean-Louis Lambot στη Γαλλία για την κατασκευή μιας βάρκας (σχήμα 1.2). Την ίδια περίοδο (1867) ο Γάλλος κηπουρός Joseph Monier χρησιμοποιούσε μεταλλικά πλέγματα στην προσπάθειά του να κατασκευάσει πιο ανθεκτικές γλάστρες και

ο επίσης Γάλλος χτίστης Francois Coignet είναι ο πρώτος που εισάγει την χρήση του οπλισμένου σκυροδέματος στην κατασκευή οικοδομών (1860-1980). Το ιδιόκτητο μάλιστα σπίτι του F. Coignet στο Παρίσι, το πρώτο στον κόσμο που κατασκευάστηκε από Ο/Σ το 1853, διατηρείται ακόμα (σχήμα 1.3).



**Σχήμα 1.2:** Η πρώτη βάρκα οπλισμένου σκυροδέματος από τον J.L. Lambot



**Σχήμα 1.3:** Η πρώτη κατοικία οπλισμένου σκυροδέματος από τον F. Coignet

Το 1873 ο William E. Ward κατασκευάζει στο Port Chester της Νέας Υόρκης το πρώτο σπίτι από οπλισμένο σκυρόδεμα στις Η.Π.Α., το «Ward's Castle» όπως ονομάστηκε (σχήμα 1.4), το οποίο επίσης διατηρείται μέχρι και σήμερα. Τις επόμενες δεκαετίες ξεκίνησε η χρήση του οπλισμένου σκυροδέματος και σε έργα οδοποιίας για να ακο-

λουθήσει στη συνέχεια η εκρηκτική του πορεία στον 20ο αιώνα.



**Σχήμα 1.4:** *Ward's Castle*. Το πρώτο κτίριο από Ο/Σ στις Η.Π.Α.

Η πρώτη ρεαλιστική θεωρία υπολογισμού στοιχείων από Ο/Σ δημοσιεύτηκε το 1902 από τον E. Mörsch, που διατέλεσε αργότερα για πολλά χρόνια καθηγητής στο Πολυτεχνείο της Στουτγκάρδης.

## 1.2 Κανονισμοί οπλισμένου σκυροδέματος

Από τις αρχές του 20ου αιώνα έχουν αρχίσει να εκδίδονται οι πρώτοι κανονισμοί βάσει των οποίων θα σχεδιάζονται οι κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα. Ο πρώτος κανονισμός εκδόθηκε στη Γαλλία το 1904 και στη συνέχεια ακολούθησε η Γερμανία το 1907 και οι Η.Π.Α. το 1909. Οι κανονισμοί αυτοί βασίζονται στη μέθοδο των επιτρεπόμενων τάσεων, η οποία είχε ως βασική προϋπόθεση την παραδοχή γραμμικής συνάρτησης τάσεων-παραμορφώσεων και κατά συνέπεια γραμμική σχέση μεταξύ φορτίων - εσωτερικών δυνάμεων - τάσεων. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή η υφιστάμενη τάση  $\sigma_{v\phi}$  έπρεπε να είναι μικρότερη από μία επιτρεπόμενη τάση  $\sigma_{ep}$  που καθορίζονταν ως η οριακή (τελική) τάση  $\sigma_{op}$  διαιρεμένη με τον κατάληλο επιτρεπόμενο συντελεστή ασφάλειας  $\gamma_{ep}$  (σχέση 1.1).

$$\sigma_{v\phi} \leq \frac{\sigma_{op}}{\gamma_{ep}} = \sigma_{ep} \quad (1.1)$$

Η μέθοδος των επιτρεπόμενων τάσεων εφαρμόστηκε παγκόσμια κατά το μεγαλύτερο τμήμα του 20ου αιώνα για να αντικατασταθεί στη συνέχεια από τη μέθοδο των οριακών καταστάσεων η οποία εφαρμόζεται μέχρι σήμερα και θα παρουσια-

στεί αναλυτικά σε ξεχωριστό κεφάλαιο. Στον ελληνικό χώρο μάλιστα η χρήση της έφτασε μέχρι και τις αρχές της δεκαετίας του '90. Ορισμένα από τα σημαντικότερα κανονιστικά κείμενα του 20ου αιώνα εκδόθηκαν το 1938 στη Σοβιετική Ένωση, το 1956 στις Η.Π.Α. (ACI 318), το 1972 στη Γερμανία (DIN 1045) και επίσης το 1972 στη Μεγάλη Βρετανία (CP 110). Το 1978 εκδίδεται από την Ευρωπαϊκή Επιτροπή Σκυροδέματος (CEB) το Πλαίσιο κανονισμού (Model Code) και το 1991 ο Ευρωκώδικας 2 (Eurocode2: Design Of Concrete Structures).

Στην Ελλάδα εκδίδεται το 1991 ο Νέος Ελληνικός Κανονισμός Οπλισμένου Σκυροδέματος, ο οποίος εισάγει για πρώτη φορά τη φιλοσοφία των οριακών καταστάσεων στο σχεδιασμό των ελληνικών κατασκευών. Ο τελευταίος ελληνικός κανονισμός είναι ο ΕΚΩΣ2000 ο οποίος εφαρμόζεται σε συνδυασμό με τον Αντισεισμικό Κανονισμό (ΕΑΚ2000) και συνεχίζει να βρίσκεται σε ισχύ παράλληλα με τους Ευρωκώδικες, όπως θα αναλυθεί στη συνέχεια. Οι ελληνικοί κανονισμοί είναι διαθέσιμοι σε ηλεκτρονική μορφή στην Ιστοσελίδα του Οργανισμού Αντισεισμικού Σχεδιασμού και Προστασίας (ΟΑΣΠ), [www.oasp.gr](http://www.oasp.gr).

Τις τελευταίες δεκαετίες γίνεται μια προσπάθεια στην Ευρωπαϊκή Ένωση να καταργηθούν όλοι οι εθνικοί κανονισμοί των χωρών-μελών της και να αντικατασταθούν από τους αντίστοιχους Ευρωκώδικες οι οποίοι θα εφαρμόζονται σε όλη της την επικράτεια. Στον πίνακα 1.1 παρουσιάζονται οι Ευρωκώδικες που αφορούν έργα Πολιτικού Μηχανικού (Δομικοί Ευρωκώδικες).

### Πίνακας 1.1: Δομικοί Ευρωκώδικες

Ευρωκώδικας 1	Βάσεις σχεδιασμού και δράσεις επί των κατασκευών
<b>Ευρωκώδικας 2</b>	<b>Σχεδιασμός των κατασκευών από σκυρόδεμα</b>
Ευρωκώδικας 3	Σχεδιασμός των κατασκευών από χάλυβα
Ευρωκώδικας 4	Σχεδιασμός των σύμμικτων κατασκευών από σκυρόδεμα και χάλυβα
Ευρωκώδικας 5	Σχεδιασμός των ξύλινων κατασκευών
Ευρωκώδικας 6	Σχεδιασμός των κατασκευών από τοιχοποιία
Ευρωκώδικας 7	Γεωτεχνικός σχεδιασμός
<b>Ευρωκώδικας 8</b>	<b>Προβλέψεις για την αντοχή των κατασκευών σε συνθήκες σεισμού</b>
Ευρωκώδικας 9	Σχεδιασμός κατασκευών από κράματα αλουμινίου

Σύμφωνα με πρόσφατη κοινή υπουργική απόφαση (ΦΕΚ Β' 1457/5.6.2014 η ΚΥΑ ΔΙΠΑΔ/οικ. 372/30.5.2014 «Έγκριση εφαρμογής και χρήσης των Ευρωκωδίκων σε συνδυασμό με τα αντίστοιχα Εθνικά Προσαρτήματα») εγκρίνεται η εφαρμογή και η χρήση, σε όλα τα Δημόσια και Ιδιωτικά έργα, των μεταφρασμένων στην Ελληνική γλώσσα κειμένων των Ευρωκωδίκων. Η εφαρμογή των εν λόγω προτύπων δεν είναι υποχρεωτική, αλλά υπόκειται στην διακριτική επιλογή του εκάστοτε Κυρίου του Έργου. Οι ισχύοντες πλέον Ευρωκώδικες παρατίθενται σε Παραρτήματα και ονομάζονται Ελληνικά Ευρωπαϊκά Πρότυπα και συνοδεύονται από τα Εθνικά Προσαρτήματά τους που ονομάζονται Ελληνικά Πρότυπα. Για τα προϋπάρχοντα κανονιστικά

κείμενα δόμησης (εθνικές προδιαγραφές και κανονισμοί) αίρεται η υποχρεωτικότητα εφαρμογής.

Οι σύγχρονοι ελληνικοί κανονισμοί (ΕΚΩΣ2000 [1], ΕΑΚ2000 [2]) είναι πλήρως εναρμονισμένοι με τους αντίστοιχους ευρωπαϊκες (EC2 [3], EC8 [4]).

## 1.3 Πλεονεκτήματα και μειονεκτήματα του οπλισμένου σκυροδέματος

Το οπλισμένο σκυρόδεμα είναι σήμερα το δημοφιλέστερο δομικό υλικό καθώς παρουσιάζει τα εξής βασικά πλεονεκτήματα:

- Είναι οικονομικό. Τα υλικά του (αδρανή, νερό, τσιμέντο) είναι φθηνά και προμηθεύονται εύκολα. Επιπλέον, κατά κανόνα δεν απαιτείται συντήρηση.
- Είναι εύπλαστο και εύχρηστο. Το νωπό σκυρόδεμα μπορεί να προσαρμοστεί σε οποιαδήποτε μορφή ξυλοτύπου και να καλύψει σχεδόν όλες τις αρχιτεκτονικές απαιτήσεις
- Είναι ανθεκτικό στη μηχανική φθορά και στη φωτιά.
- Προσφέρεται για μονολιθικές κατασκευές (χωρίς αρμούς), οι οποίες σαν πολλαπλά στατικά αόριστες έχουν μεγάλα περιθώρια αντοχής και ασφάλειας, ιδιαίτερα σε σεισμικές δράσεις.

Ωστόσο, υπάρχουν και ορισμένα μειονεκτήματα του Ο/Σ τα οποία συχνά περιορίζουν τη χρήση του:

- Έχει πολύ μεγάλο ίδιο βάρος, γεγονός που δημιουργεί προβλήματα κυρίως σε κατασκευές με μεγάλα ανοίγματα (π.χ. γέφυρες). Τα ογκώδη δομικά στοιχεία (δοκοί, υποστυλώματα) που απαιτούνται συχνά δυσχεραίνουν το πρόβλημα.
- Το γεγονός ότι παρασκευάζεται επί τόπου αυξάνει τον κίνδυνο να παρουσιαστούν κατασκευαστικά ελαττώματα.
- Σε περιπτώσεις βλαβών οι επισκευές είναι ιδιαίτερα δαπανηρές και δύσκολες στην εφαρμογή.
- Οι θερμομονωτικές του ιδιότητες είναι περιορισμένες.



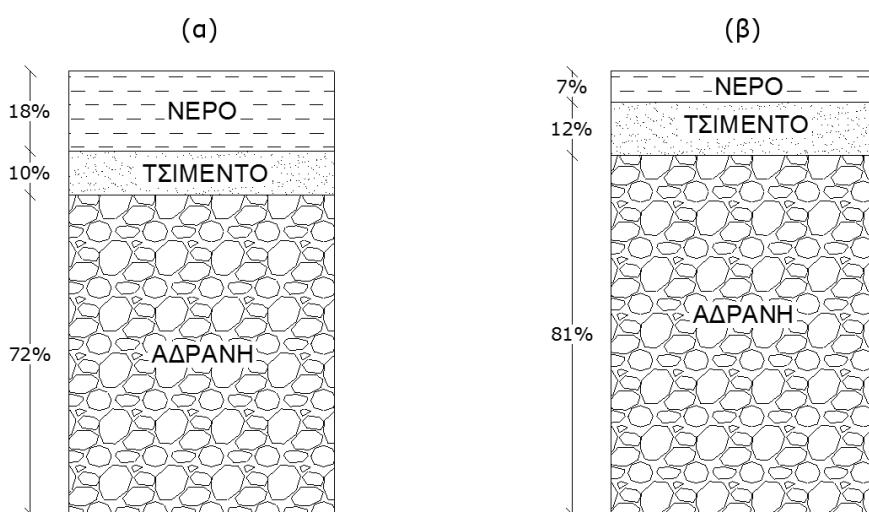
## Κεφάλαιο 2

# Τα υλικά του οπλισμένου σκυροδέματος

### 2.1 Σκυρόδεμα

Το σκυρόδεμα είναι ένα τεχνητό υλικό (τεχνητός λίθος) που παρασκευάζεται με την ανάμιξη σε κατάλληλες αναλογίες τσιμέντου, αδρανών (άμμος, σκύρα κτλ.) και νερού. Τα τρία επιμέρους υλικά αναμιγνύονται με κατάλληλες αναλογίες και στη συνέχεια το νωπό σκυρόδεμα που προκύπτει συμπυκνώνεται και συντηρείται έτσι ώστε να έρθει στην τελική του μορφή (στερεό σώμα) και να αποκτήσει προδιαγεγραμμένες ιδιότητες αντοχής και ανθεκτικότητας.

Ενδεικτικές αναλογίες κατά όγκο και κατά βάρος των επιμέρους υλικών του οπλισμένου παρουσιάζονται στο σχήμα 2.1. Είναι προφανές ότι το ποσοστό των αδρανών και του τσιμέντου είναι μεγαλύτερο όταν παρουσιάζονται οι αναλογίες βάρους σε σχέση με τις αναλογίες όγκου, λόγω του μεγαλύτερου ειδικού βάρους των υλικών αυτών σε σχέση με το ειδικό βάρος του νερού.



**Σχήμα 2.1:** Ενδεικτικές αναλογίες υλικών κατά όγκο (a) και κατά βάρος (b) νωπού σκυροδέματος

Το ειδικό βάρος του άοπλου σκυροδέματος μπορεί να λαμβάνεται στους υπολογισμούς ίσο με  $24 \text{ kN/m}^3$ , ενώ το ειδικό βάρος του οπλισμένου ή του προεντεταμένου σκυροδέματος ίσο με  $\gamma_{σκυρ} = 25 \text{ kN/m}^3$ .

Οι αντοχές (θλιπτική, εφελκυστική κτλ.) καθώς και διάφορες άλλες ιδιότητες του σκυροδέματος καθορίζονται βάσει τυποποιημένων δοκιμών, σύμφωνα με τις διατάξεις του Κανονισμού Τεχνολογίας Σκυροδέματος

### 2.1.1 Θλιπτική αντοχή σκυροδέματος

Η σημαντικότερη ίσως ιδιότητα του σκυροδέματος είναι η θλιπτική του αντοχή. Το σκυρόδεμα, ακόμα και το άοπλο, εμφανίζει μεγάλη αντοχή σε θλίψη γεγονός στο οποίο οφείλεται σε μεγάλο βαθμό η χρήση του υλικού στις κατασκευές.

Η θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος συμβολίζεται ως  $f_c$  (c: concrete) στους κανονισμούς οπλισμένου σκυροδέματος και αναφέρεται στην μονοαξονική θλιπτική αντοχή. Η αντοχή αυτή μετράται στις 28 ημέρες σε κυλινδρικά δοκίμια διαμέτρου 150mm και ύψους 300mm ή κυβικά δοκίμια ακμής 150 mm, σύμφωνα με τις διατάξεις του Κανονισμού Τεχνολογίας Σκυροδέματος.

Ως βάση των υπολογισμών ορίζεται η χαρακτηριστική θλιπτική αντοχή  $f_{ck}$ . Χαρακτηριστική αντοχή κυλινδρικού δοκιμίου  $f_{ck}$  ή κυβικού δοκιμίου  $f_{ck,cube}$  θεωρείται εκείνη η τιμή αντοχής κάτω της οποίας υπάρχει 5% πιθανότητα να βρεθεί η τιμή αντοχής ενός τυχαίου δοκιμίου.

Όπως είναι φυσικό, η μέση θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος  $f_{cm}$  (m: mean), δηλαδή η μέση τιμή των αντοχών δύο ή περισσότερων δοκιμών από το ίδιο δείγμα σκυροδέματος είναι μεγαλύτερη από την χαρακτηριστική αντοχή  $f_{ck}$ . Ο ΕΚ2 συνδέει τα δύο αυτά μεγέθη με την παρακάτω σχέση:

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ (MPa)} \quad (2.1)$$

### 2.1.2 Κατηγορίες σκυροδέματος

Στον πίνακα 2.1 παρουσιάζονται οι κατηγορίες σκυροδέματος οι οποίες ορίζονται με βάση την χαρακτηριστική τιμή (σε MPa) της θλιπτικής αντοχής. Συχνά στην ονομασία μιας κατηγορίας σκυροδέματος η αντοχή των κυβικών δοκιμών παραλείπεται. Έτσι αν κάπου συναντάμε την ονομασία «σκυρόδεμα C16» αναφερόμαστε σε σκυρόδεμα του οποίου η χαρακτηριστική τιμή της κυλινδρικής αντοχής είναι 16MPa.

Παρατηρούμε ότι η χαρακτηριστική τιμή της θλιπτικής αντοχής των κυβικών δοκιμών είναι λίγο μεγαλύτερη από αυτή των αντίστοιχων κυλινδρικών. Στην πράξη όλοι οι υπολογισμοί για τις κατασκευές οπλισμένου σκυροδέματος γίνονται με βάση

**Πίνακας 2.1:** Κατηγορίες σκυροδέματος και αντίστοιχες θλιπτικές αντοχές (MPa)

	C12/15	C16/20	C20/25	C25/30	C30/37	C35/45	C40/50	C45/55	C50/60
$f_{ck}$	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$f_{ck,cube}$	15	20	25	30	37	45	50	55	60

την χαρακτηριστική τιμή της θλιπτικής αντοχής κυλινδρικών δοκιμών  $f_{ck}$  εκτός αν ο κανονισμός σε κάποιους ελέγχους ορίζει κάτι διαφορετικό.

Η χρήση της κατηγορίας C12/15 σε οπλισμένο σκυρόδεμα επιτρέπεται μόνο για κτίρια χωρίς αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας με τρεις το πολύ ορόφους. Η χρήση της κατηγορίας C16/20 σε οπλισμένο σκυρόδεμα επιτρέπεται μόνο:

- για κτίρια χωρίς αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας, ανεξαρτήτως του αριθμού των ορόφων
- για κτίρια με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας, με τρεις το πολύ ορόφους

Για προεντεταμένο σκυρόδεμα δεν επιτρέπονται οι κατηγορίες C12/15, C16/20 και C20/25.

### 2.1.3 Εφελκυστική αντοχή σκυροδέματος

Ο όρος εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος αναφέρεται στη μέγιστη τάση την οποία μπορεί να παραλάβει το (άοπλο) σκυρόδεμα όταν υποβάλλεται σε μονοαξονικό εφελκυσμό μέχρι να ρηγματωθεί. Συμβολίζεται ως  $f_{ct}$  (t: tension) και όπως είναι αναμενόμενο η τιμή της είναι σημαντικά μικρότερη από την αντίστοιχη αντοχή σε θλίψη.

Η μικρή τιμή της εφελκυστικής αντοχής του σκυροδέματος είναι ίσως το σημαντικότερο πρόβλημα του ως δομικό υλικό. Για την αντιμετώπισή του τοποθετούνται στο σκυρόδεμα οπλισμοί από χάλυβα, οι οποίοι είναι αυτοί που καλούνται να παραλάβουν τις εφελκυστικές τάσεις που αναπτύσσονται στα δομικά στοιχεία, όπως θα δούμε με λεπτομέρεια στα επόμενα κεφάλαια.

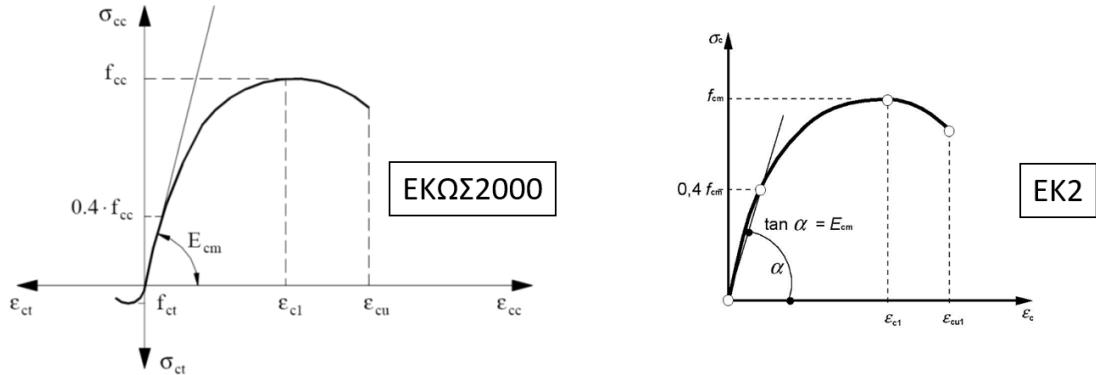
Ως τάξη μεγέθους η εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος είναι περίπου το 1/10 της αντίστοιχης θλιπτικής αντοχής. Ακριβέστερα, ο κανονισμός υπολογίζει τη μέση εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος  $f_{ctm}$  βάσει της χαρακτηριστικής τιμής της θλιπτικής αντοχής μέσω της παρακάτω σχέσης (για  $C \leq 50/60$ ):

$$f_{ctm} = 0.30 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (2.2)$$

Στον πίνακα 2.2 παρουσιάζεται η μέση τιμή της εφελκυστικής αντοχής καθώς και οι χαρακτηριστικές εφελκυστικές αντοχές  $f_{ctk,0.05}$  και  $f_{ctk,0.95}$ .

### 2.1.4 Παραμορφώσεις

Η γενική μορφή του διαγράμματος τάσεων-παραμορφώσεων του σκυροδέματος παρουσιάζεται στο σχήμα 2.2. Στο διάγραμμα αυτό φαίνεται πολύ ενδεικτικά το γεγονός ότι η αντοχή του σκυροδέματος σε θλίψη είναι πολύ μεγαλύτερη από την αντίστοιχη σε εφελκυσμό. Οι τιμές του μέτρου ελαστικότητας καθώς και των χαρακτηριστικών παραμορφώσεων φαίνονται στον πίνακα 2.2.



**Σχήμα 2.2:** Σχηματικό διάγραμμα τάσεων - παραμορφώσεων σκυροδέματος ( $c=$ θλίψη,  $t=$ εφελκυσμός)

Στην περιοχή ελαστικών παραμορφώσεων ο λόγος του Poisson λαμβάνεται ίσος με 0.20.

Ο συντελεστής θερμικής διαστολής του σκυροδέματος μπορεί να λαμβάνεται ίσος με  $10 \cdot 10^{-6}$  ανά βαθμό C.

## 2.2 Χάλυβας οπλισμένου σκυροδέματος

Τα μηχανικά και τεχνολογικά χαρακτηριστικά των χαλύβων που χρησιμοποιούνται στο οπλισμένο σκυρόδεμα καθορίζονται από πρότυπα και/ή εγκριτικές αποφάσεις ή πιστοποιητικά συμμόρφωσης (πχ ΕΛΟΤ 959 και 971).

### 2.2.1 Διακρίσεις των ράβδων οπλισμού

Οι χάλυβες που χρησιμοποιούνται ως ράβδοι οπλισμού μπορούν να διακριθούν:

- Σύμφωνα με τη μέθοδο της παραγωγής. Οι ακολουθούμενες μέθοδοι παραγωγής είναι
  - Θερμή έλαση, δίχως καμιά περαιτέρω επεξεργασία
  - Θερμή έλαση, η οποία ακολουθείται από μία άμεση εν σειρά θερμική κατεργασία

**Πίνακας 2.2: Ιδιότητες τυπικών κατηγοριών οπλισμένου σκυροδέματος**

$f_{ck}$ (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
$f_{cm}$ (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa)
$f_{ctm}$ (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)} \leq C50/60$ $f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10)) > C50/60$
$f_{ctk,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ctk,0,05} = 0,7 \times f_{cm}$ 5% fractile
$f_{ctk,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ctk,0,95} = 1,3 \times f_{cm}$ 95% fractile
$E_{cm}$ (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22((f_{cm})^{0.03})$ ( $f_{cm}$ in MPa)
$\varepsilon_{c1}$ (%)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	$\varepsilon_{c1} = 1,0 / (f_{ck})^{0.31} = 0,7 f_{cm}^{-0.31} < 2,8$
$\varepsilon_{cu1}$ (%)						3,5				3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	for $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu1} = 2,8 + 27((98 - f_{cm})/100)^4$
$\varepsilon_{c2}$ (%)						2,0				2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	for $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{c2} = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0.53}$
$\varepsilon_{cu2}$ (%)						3,5				3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	for $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu2} = 2,6 + 35((90 - f_{ck})/100)^4$
$n$						2,0				1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	for $f_{ck} \geq 50$ MPa $n = 1,4 + 23,4((90 - f_{ck})/100)^4$
$\varepsilon_{c3}$ (%)						1,75				1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	for $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{c3} = 1,75 + 0,55((f_{ck} - 50)/40)$
$\varepsilon_{cu3}$ (%)						3,5				3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	for $f_{ck} \geq 50$ MPa $\varepsilon_{cu3} = 2,6 + 35((90 - f_{ck})/100)^4$

- Ψυχρή κατεργασία με στρέψη ή με όλκηση (συρματοποίηση) του αρχικού προϊόντος που προέρχεται από θερμή έλαση
- Σύμφωνα με τη μορφή της επιφάνειας σε
  - Λείες κυλινδρικές ράβδους ή σύρματα (και συγκολλητά δομικά πλέγματα)
  - Ράβδους ή σύρματα υψηλής συνάφειας (και συγκολλητά δομικά πλέγματα), με νευρώσεις (νευροχάλυβες)
- Σύμφωνα με τη συγκολλησιμότητα σε
  - Χάλυβες συγκολλήσιμους υπό προϋποθέσεις
  - άλυβες συγκολλήσιμους

## 2.2.2 Ονομαστική διάμετρος και ονομαστική διατομή των ράβδων

Οι υπολογισμοί για την απαιτούμενη ποσότητα οπλισμών βασίζονται στην ονομαστική διατομή των ράβδων του οπλισμού που καθορίζεται από την ονομαστική διάμετρο. Στον πίνακα 2.3 παρουσιάζονται οι ονομαστικές διάμετροι ράβδων οπλισμού που χρησιμοποιούνται συνήθως στην πράξη με το αντίστοιχο βάρος ανά μονάδα μήκους των ράβδων αυτών καθώς και το συνολικό εμβαδόν οπλισμού (σε  $\text{cm}^2$ )

όταν τοποθετούνται περισσότερες της μίας ράβδους ίδιας ονομαστικής διαμέτρου.

**Πίνακας 2.3: Ονομαστικές διατομές και εμβαδόν ράβδων οπλισμού ( $\text{cm}^2$ )**

Διάμετρος (mm)	Βάρος (kg/m)	Αριθμός ράβδων									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	0.222	0.28	0.57	0.85	1.13	1.41	1.70	1.98	2.26	2.54	2.83
7	0.302	0.38	0.77	1.15	1.54	1.92	2.31	2.69	3.08	3.46	3.85
8	0.395	0.50	1.01	1.51	2.01	2.51	3.02	3.52	4.02	4.52	5.03
10	0.617	0.79	1.57	2.36	3.14	3.93	4.71	5.50	6.28	7.07	7.85
12	0.888	1.13	2.26	3.39	4.52	5.65	6.79	7.92	9.05	10.18	11.31
14	1.208	1.54	3.08	4.62	6.16	7.70	9.24	10.78	12.32	13.85	15.39
16	1.578	2.01	4.02	6.03	8.04	10.05	12.06	14.07	16.08	18.10	20.11
18	1.998	2.54	5.09	7.63	10.18	12.72	15.27	17.81	20.36	22.90	25.45
20	2.466	3.14	6.28	9.42	12.57	15.71	18.85	21.99	25.13	28.27	31.42
22	2.984	3.80	7.60	11.40	15.21	19.01	22.81	26.61	30.41	34.21	38.01
25	3.853	4.91	9.82	14.73	19.63	24.54	29.45	34.36	39.27	44.18	49.09
28	4.834	6.16	12.32	18.47	24.63	30.79	36.95	43.10	49.26	55.42	61.58
32	6.313	8.04	16.08	24.13	32.17	40.21	48.25	56.30	64.34	72.38	80.42

### 2.2.3 Χαρακτηριστική αντοχή του χάλυβα. Διαγράμματα τάσεων παραμορφώσεων

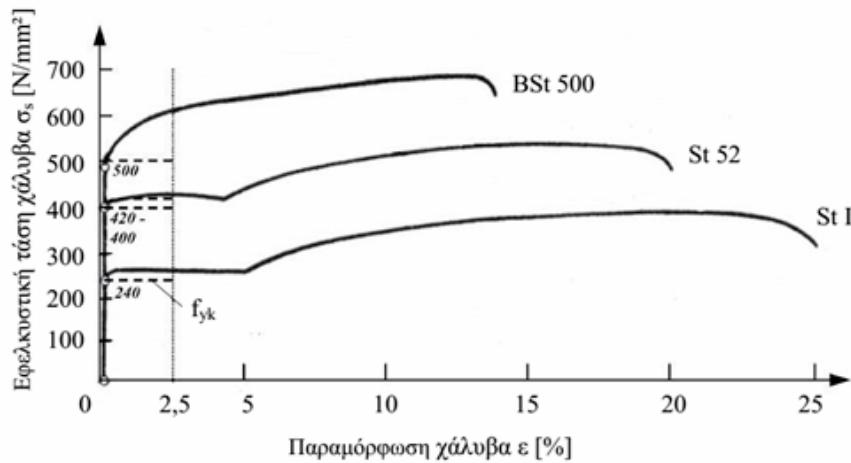
Η αντοχή του χάλυβα σε εφελκυσμό είναι σημαντική (πολύ κοντά στην αντοχή του σε θλίψη) και μπορεί να βοηθήσει στην παραλαβή των εφελκυστικών τάσεων που αναπτύσσονται στα δομικά στοιχεία Ο/Σ.

Ως χαρακτηριστική αντοχή  $f_{yk}$  (y: yield=διαρροή) θεωρείται εκείνη η τιμή του ορίου διαρροής  $f_y$  ή του συμβατικού ορίου διαρροής  $f_{0.2}$  (που αντιστοιχεί σε παραμένουσα παραμόρφωση 0.2%) κάτω της οποίας υπάρχει 5% πιθανότητα να βρεθεί η τιμή αντοχής ενός τυχαίου δοκιμίου (σχήμα 2.3). Εάν ο παραγωγός χάλυβα εγγυάται μία ελάχιστη τιμή για το  $f_y$  ή  $f_{0.2}$  η τιμή αυτή μπορεί να θεωρηθεί ως χαρακτηριστική.

Οι κατηγορίες χάλυβα που χρησιμοποιούνται σήμερα ως ράβδοι οπλισμού είναι οι εξής: B500A και B500C. Ο συμβολισμός τους περιλαμβάνει το γράμμα B το οποίο ακολουθείται από τη χαρακτηριστική τιμή του ορίου διαρροής μετρούμενης σε MPa. Ο χαρακτηρισμός A ή C δηλώνει την κατηγορία ολκιμότητας (A: χαμηλή, C: υψηλή). Η ολκιμότητα εκφράζει τη δυνατότητα του υλικού να παραμορφώνεται χωρίς να επέρχεται η αστοχία. Ορίζεται ως ο λόγος της ανηγμένης παραμόρφωσης στο μέγιστο φορτίο προς την ανηγμένη παραμόρφωση διαρροής.

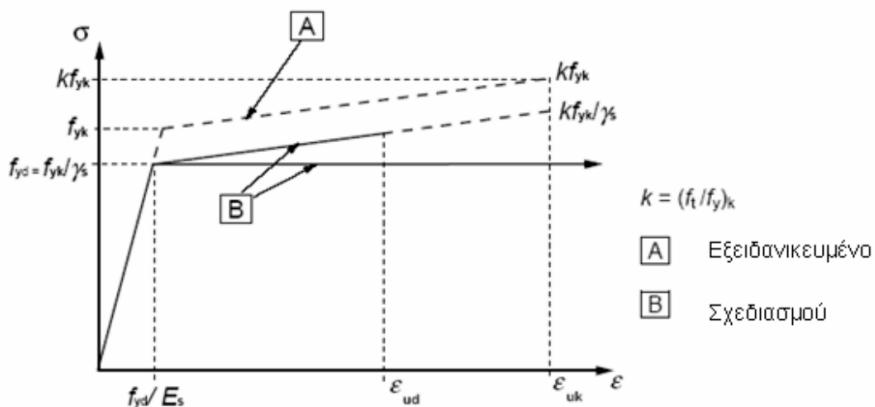
Έως και λίγα χρόνια πριν χρησιμοποιούνταν περισσότερες κατηγορίες οπλισμού με διάφορες τιμές του ορίου διαρροής: S220, S400, S500, S400s, S500s. Οι τρεις πρώτες κατηγορίες αναφέρονται σε χάλυβες συγκολλήσιμους υπό προϋποθέσεις (σύμφωνα με το πρότυπο ΕΛΟΤ 959), ενώ οι υπόλοιπες δύο σε συγκολλήσιμους χάλυβες.

Η ποιότητα S220 αντιστοιχεί σε λείες ράβδους θερμής ελάσεως, ενώ οι υπόλοιπες σε ράβδους υψηλής συνάφειας.



**Σχήμα 2.3:** Διαγράμματα τάσεων - παραμορφώσεων χάλυβα οπλισμού

Στο σχήμα 2.3 παρουσιάζονται τυπικά διαγράμματα τάσεων-παραμορφώσεων για διάφορες κατηγορίες χαλύβων ([5]). Τα πραγματικά αυτά διαγράμματα, για τη χρησιμοποίησή τους στους υπολογισμούς, αντικαθίστανται από απλούστερα διγραμμικά διαγράμματα (σχήμα 2.4), διαλεγμένα έτσι ώστε η απλοποίηση αυτή να οδηγεί σε προσεγγίσεις υπέρ της ασφάλειας.



**Σχήμα 2.4:** Διαγράμματα τάσεων - παραμορφώσεων χάλυβα οπλισμού

Όλοι οι χάλυβες έχουν κοινό μέτρο ελαστικότητας  $E_s$ , σταθερό μέχρι τη διαρροή τους, το οποίο μπορεί να λαμβάνεται ίσο με 200 GPa.

Ο συντελεστής θερμικής διαστολής του χάλυβα μπορεί να λαμβάνεται ίσος με  $10 \cdot 10^{-6}$  ανά βαθμό C. Πρακτικά είναι ίδιος με αυτόν του σκυροδέματος και η κοινή τους αυτή ιδιότητά βοηθά σημαντικά τη συνεργασία των δύο υλικών καθώς δεν αναπτύσσονται διαφορετικές παραμορφώσεις με τις μεταβολές της θερμοκρασίας, κάτι που θα μπορούσε να οδηγήσει στην απώλεια της συνεργασίας τους.



## Η μέθοδος των οριακών καταστάσεων

### 3.1 Βασική ανίσωση υπολογισμού

Η μεγάλη πλειοψηφία των σύγχρονων κανονισμών έχει υιοθετήσει τη μέθοδο των οριακών καταστάσεων για το σχεδιασμό των κατασκευών αντικαθιστώντας την μέθοδο των επιτρεπόμενων τάσεων που χρησιμοποιούνταν στο παρελθόν. Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή ένας φορέας θεωρείται ότι δεν εκπληρώνει τον σκοπό για τον οποίο κατασκευάσθηκε, όταν φθάσει σε μια ειδική κατάσταση ("οριακή κατάσταση") όπου παύει να ανταποκρίνεται σ' ένα από τα κριτήρια που σχετίζονται με τη φέρουσα ικανότητα του ή με τη λειτουργικότητα του.

Η βασική σχέση υπολογισμού με την οποία γίνονταν οι διάφοροι έλεγχοι στη μέθοδο των επιτρεπόμενων τάσεων είχε τη μορφή  $\sigma_{av} \leq \sigma_{ep}$  δηλώνοντας ότι η τάση που αναπτύσσεται ( $\sigma_{av}$ ) δεν πρέπει να ξεπερνά την επιτρεπόμενη τάση ( $\sigma_{ep}$ ). Η ανίσωση έχει πλέον τροποποιηθεί στους σύγχρονους κανονισμούς και ο υπολογισμός με τη μέθοδο των οριακών καταστάσεων συνίσταται εν γένει στον έλεγχο για τις διάφορες οριακές καταστάσεις της ικανοποίησης της σχέσης

$$S_d \leq R_d \quad (3.1)$$

όπου:

$S_d$  : δράση σχεδιασμού (d: design)

$R_d$  : αντίσταση σχεδιασμού

Ως δράσεις εννοούμε τις διάφορες φορτίσεις του φορέα και κατ' επέκταση τις διάφορες εσωτερικές δυνάμεις (εντατικά μεγέθη) που αναπτύσσονται λόγω των φορτίσεων που αντιστοιχούν στην εξεταζόμενη οριακή κατάσταση. Έτσι για παράδειγμα ως δράσεις μπορούν να θεωρηθούν οι ροπές κάμψης ή οι αξονικές δυνάμεις που αναπτύσσονται σε μια διατομή.

Ο όρος αντίσταση χρησιμοποιείται για να εκφράσει τη δυνατότητα του φορέα να

ανταπεξέλθει στις διάφορες φορτίσεις. Για παράδειγμα μπορεί να αναφέρεται στη διαθέσιμη αντοχή των δομικών στοιχείων (π.χ. ροπή αντοχής, τέμνουσα αντοχής κ.τ.λ.) ή και σε επιτρεπόμενα μεγέθη παραμορφώσεων (π.χ βέλος, κάμψης, άνοιγμα ρωγμής κ.τ.λ.).

Πιο απλά, η ανίσωση (3.1) εκφράζει τη σύγκριση της τιμής ενός επιβαλλόμενου μεγέθους με την τιμή του ίδιου μεγέθους που μπορεί να αναλάβει ο φορέας ή ένα δομικό στοιχείο. Ελέγχεται για παράδειγμα ότι η ροπή που μπορεί να αναπτυχθεί σε ένα δομικό στοιχείο λόγω των φορτίσεων του φορέα δεν ξεπερνά τη διαθέσιμη ροπή αντοχής του ίδιου στοιχείου ή ότι η σχετική μετακίνηση δύο ορόφων δεν ξεπερνά μια τιμή η οποία αντιστοιχεί σε βλάβες στις τοιχοπληρώσεις.

## 3.2 Οριακές καταστάσεις

Όπως έχει ήδη αναφερθεί μια κατασκευή πρέπει να ελεγχθεί ότι πληροί τα κριτήρια που σχετίζονται με την αντοχή αλλά και αυτά που σχετίζονται με τη λειτουργικότητά της. Για το λόγο αυτό οι σύγχρονοι κανονισμοί ορίζουν δύο βασικές κατηγορίες οριακών καταστάσεων:

- Οριακές καταστάσεις αστοχίας, που αντιστοιχούν στη μέγιστη φέρουσα ικανότητα – αντοχή.
- Οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας, που συνδέονται με τα κριτήρια που διέπουν την κανονική χρήση.

Και οι δύο αυτές οριακές καταστάσεις είναι σημαντικές για μία κατασκευή και δεν αρκεί να πληρούνται μόνο αυτές που ανήκουν στην μία κατηγορία. Είναι προφανές ότι οι οριακές καταστάσεις αστοχίας πρέπει να πληρούνται ούτως ώστε να μην παρουσιαστούν σοβαρές βλάβες στην κατασκευή που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε αστοχία δομικών στοιχείων ή και της κατασκευής σαν σύνολο. Πρέπει όμως ταυτόχρονα να ελέγχεται και ότι η κατασκευή είναι ικανή να εκπληρώνει τις λειτουργίες για τις οποίες έχει κατασκευαστεί, ακόμα και αν αυτές δεν έχουν άμεση σχέση με την αντοχή ή την φέρουσα ικανότητά της. Για παράδειγμα ένα κτίριο με ρωγμές σε κάποιες πλάκες δε διατρέχει κανένα κίνδυνο να καταρρεύσει, ωστόσο όμως δημιουργεί στους ενοίκους την αίσθηση ότι έχει σοβαρά προβλήματα. Μια γέφυρα η οποία είναι εύκαμπτη και μπορεί να παρουσιάζει σημαντικές μετακινήσεις όταν φορτίζεται από ωφέλιμα φορτία ή και από τον άνεμο πιθανότατα δεν έχει κανένα ουσιαστικό πρόβλημα ως προς την αντοχής της, ωστόσο όμως αδυνατεί να προσφέρει το αίσθημα ασφάλειας σε αυτούς που την επισκέπτονται.

Ουσιαστικά ο στόχος που επιδιώκεται να επιτευχθεί με τη μέθοδο των οριακών καταστάσεων είναι η δημιουργία ασφαλών και ανθεκτικών κατασκευών που ταυτόχρονα είναι λειτουργικές και δημιουργούν την αίσθηση της ασφάλειας στους χρήστες τους. Ταυτόχρονα με αυτά όμως ένας μηχανικός πρέπει να έχει υπόψη ότι βα-

σική απαίτηση είναι να σχεδιάζονται οικονομικές και πρακτικά εφαρμόσιμες κατασκευές.

### 3.2.1 Οριακές καταστάσεις αστοχίας

Οι οριακές καταστάσεις αστοχίας είναι δυνατό να αφορούν μεμονωμένα δομικά στοιχεία ή και την κατασκευή στο σύνολό της. Ως τέτοιες θεωρούνται οι ακόλουθες:

1. Απώλεια στατικής ισορροπίας ενός στοιχείου ή του συνόλου της κατασκευής θεωρούμενης ως στερεού σώματος
2. Μετατροπή του φορέα σε μηχανισμό.
3. Οριακές καταστάσεις αντοχής σε κρίσιμες διατομές:
  - έναντι ορθών εντατικών μεγεθών (ροπή κάμψης και/ή αξονική δύναμη)
  - έναντι διατμητικών καταπονήσεων, δηλαδή
    - τέμνουσα
    - στρέψη
    - διάτρηση
    - συνάφεια, αγκύρωση
4. Οριακές καταστάσεις λυγισμού και ύβωσης. Πρόκειται για οριακές καταστάσεις αστοχίας λόγω παραμόρφωσης του φορέα. Σε λυγισμό εξετάζονται οι γραμμικοί φορείς και σε ύβωση οι επιφανειακοί.
5. Οριακές καταστάσεις κόπωσης.

### 3.2.2 Οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας

Οι οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας προέρχονται από:

1. Ρηγμάτωση ή και υπέρβαση τάσεων
2. Παραμόρφωση

## 3.3 Τιμές σχεδιασμού

Οι τιμές με τις οποίες οι δράσεις και οι αντιστάσεις εισάγονται στους υπολογισμούς (δηλαδή στην ανίσωση 3.1) ονομάζονται τιμές σχεδιασμού και λαμβάνουν το δείκτη  $d$  (design). Είναι δυνατόν ένα μέγεθος να έχει περισσότερες από μια τιμές σχεδιασμού που αντιστοιχούν σε διαφορετικούς ελέγχους.

Οι τιμές σχεδιασμού  $S_d$  μιας δράσης προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό της χαρακτηριστικής της τιμής  $S_k$  επί τους επιμέρους συντελεστές ασφάλειας  $\gamma_f$ .

$$S_d = \gamma_f \cdot S_k \quad (3.2)$$

Οι τιμές σχεδιασμού  $R_d$  ενός μεγέθους αντίστασης προκύπτουν από την διαίρεση της χαρακτηριστικής του τιμής  $R_k$  με τους επιμέρους συντελεστές ασφάλειας  $\gamma_m$ :

$$R_d = R_k / \gamma_m \quad (3.3)$$

Οι συντελεστές ασφάλειας  $\gamma_f$  και  $\gamma_m$  έχουν τιμές μεγαλύτερες (ή σε ορισμένες περιπτώσεις ίσες) της μονάδας και η χρήση τους έχει την έννοια ότι για να υπάρχουν κάποια επιπλέον περιθώρια ασφάλειας στον σχεδιασμό μιας κατασκευής αυξάνονται οι δράσεις με κάποιον συντελεστή και ταυτόχρονα μειώνονται οι αντιστάσεις με έναν άλλο συντελεστή. Έτσι η πιθανότητα η τιμή μιας δράσης να ξεπεράσει την τιμή της αντιστοιχης αντίστασης μειώνεται σημαντικά.

Χαρακτηριστική τιμή ενός μεγέθους είναι μια τυπική οριακή τιμή αυτού του μεγέθους η οποία προσδιορίζεται πιθανοτικά και στην οποία αντιστοιχεί μια προκαθορισμένη πιθανότητα υπέρβασης της (ή υποσκέλισης της).

Ενδεικτικά, αναφέρεται ότι για ορισμένες δράσεις (λ.χ. για σεισμικές διεγέρσεις) για συνήθη κτιριακά έργα η πιθανότητα υπέρβασης της χαρακτηριστικής τιμής λαμβάνεται συνήθως ίση με 5% σε 50 χρόνια. Για τις αντοχές, η πιθανότητα αυτή μπορεί να είναι 95% (που ισοδυναμεί με πιθανότητα 5% υποσκέλισης της χαρακτηριστικής τιμής).

Όπως ήδη έχει αναφερθεί χαρακτηριστική για την αντοχή των υλικών (π.χ. για το σκυρόδεμα) θεωρείται εκείνη η τιμή αντοχής κάτω της οποίας υπάρχει 5% πιθανότητα να βρεθεί η τιμή αντοχής ενός τυχαίου δοκιμίου. Οι αντοχές των υλικών όταν εισέρχονται στη σχέση 3.1 αυτό γίνεται με τις τιμές σχεδιασμού οι οποίες είναι μειωμένες σε σχέση με τις χαρακτηριστικές μέσω των συντελεστών ασφάλειας  $\gamma_m$  (m: materials). Όπως θα δούμε στη συνέχεια υπάρχουν διαφορετικοί συντελεστές ασφάλειας για το σκυρόδεμα και το χάλυβα για κάθε οριακή κατάσταση.

Σε ορισμένες περιπτώσεις όπου η χαρακτηριστική τιμή δεν είναι δυνατόν να καθορισθεί πιθανοτικά, λόγω έλλειψης επαρκών στατιστικών δεδομένων η τιμή της είναι επιτρέπεται να προσδιορίζεται εμπειρικά ή καθορίζεται αυθαίρετα. Ο κανονισμός στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιεί την έννοια της ονομαστικής η οποία όμως αντιμετωπίζεται στην διαδικασία ελέγχου όπως ακριβώς και η χαρακτηριστική τιμή. Ο όρος ονομαστική τιμή εισάγεται απλώς και μόνο για να φανεί ότι η τιμή αυτή δεν προέκυψε από πιθανοτικούς υπολογισμούς.

Σχετικώς, οι τιμές εφαρμογής βαρών και φορτίων που δίνονται στον Ευρωκώδικα 1 [6], ή παλιότερα στον «Κανονισμό Φορτίσεως Δομικών Έργων», ΦΕΚ 171Α/16.05.46

και ΦΕΚ 325Α/31.12.45, θεωρούνται ονομαστικές τιμές και αντιμετωπίζονται σαν χαρακτηριστικές.

## 3.4 Δράσεις

Οι δράσεις που ασκούνται σε μια κατασκευή μπορούν να είναι δυνάμεις συγκεντρωμένες ή κατανεμημένες ή/και επιβαλλόμενες παραμορφώσεις. Οι δράσεις διακρίνονται σε μόνιμες, μεταβλητές, τυχηματικές και δράσεις προέντασης. Παρακάτω δίνονται αναλυτικά τιμές σχεδιασμού των διαφόρων δράσεων όπως αυτές καθορίζονται για τα κτιριακά έργα από τον Ελληνικό Κανονισμό που στο αντικείμενο αυτό ουσιαστικά ταυτίζεται με τους Ευρωκώδικες.

### 3.4.1 Μόνιμες δράσεις

Στις μόνιμες δράσεις με χαρακτηριστική τιμή  $G_k$  περιλαμβάνονται:

- Το ίδιο βάρος της φέρουσας κατασκευής
- Το βάρος του οργανισμού πλήρωσης (π.χ. τοιχοπληρώσεις), των επιστρώσεων (π.χ. δάπεδα) και επικαλύψεων
- Γενικά το βάρος κάθε πρόσθετης κατασκευής που θα παραμείνει μονίμως στο έργο
- Οι δράσεις που οφείλονται στην παρουσία υγρών (ή άλλων υλικών) με πρακτικά σταθερή στάθμη.

Οι τιμές σχεδιασμού  $G_d$  των μονίμων δράσεων δίνονται από τη σχέση:

$$G_d = \gamma_g \cdot G_k \quad (3.4)$$

Οι επιμέρους συντελεστές ασφάλειας  $\gamma_g$  των μονίμων δράσεων για τις εξεταζόμενες οριακές καταστάσεις δίνονται στον Πίνακα 3.1

**Πίνακας 3.1:** Επιμέρους συντελεστές ασφαλείας  $\gamma_g$

Οριακές καταστάσεις	Συνδυασμοί	Επιρροή δράσης Δυσμενής	Ευμενής
Αστοχίας	Βασικοί Τυχηματικοί	1.35 1.00	1.00 1.00
Λειτουργικότητας	Βασικοί	1.00	1.00

### 3.4.2 Μεταβλητές δράσεις

Οι χαρακτηριστικές τιμές των μεταβλητών δράσεων δίνονται από τους Κανονισμούς Φορτίσεων. Ως μεταβλητές δράσεις μπορούν να θεωρηθούν:

- Τα ωφέλιμα φορτία μιας κατασκευής (εξοπλισμός, ένοικοι, οχήματα κτλ)
- Περιβαλλοντικές δράσεις όπως άνεμος, χιόνι κτλ.
- Έμμεσες δράσεις / επιβαλλόμενες παραμόρφωσης (διαφορικές καθιζήσεις, θερμοκρασία, συστολή ξηράνσεως κλπ.)
- Πλευρικές τάσεις ή πιέσεις

Για ειδικές κατασκευές άμεσα εκτεθειμένες στις περιβαλλοντικές δράσεις (άνεμος, χιόνι, θερμοκρασία) επιτρέπεται να χρησιμοποιηθούν, μετά από σύμφωνη γνώμη της Ελεγκτικής Αρχής, ακριβέστερες χαρακτηριστικές τιμές εφόσον υπάρχουν τα απαραίτητα στατιστικά στοιχεία.

Όταν δρουν ταυτόχρονα περισσότερες της μιας μεταβλητές δράσεις πρέπει να εξετάζονται κατάλληλοι συνδυασμοί δράσεων.

Οι τιμές σχεδιασμού  $Q_d$  των μεταβλητών δράσεων είναι:

- για τη δράση με την μεγαλύτερη επιρροή στην οριακή κατάσταση (κύρια δράση)

$$Q_d = \gamma_q \cdot Q_k \text{ ή } \gamma_q \cdot \psi_1 \cdot Q_k \quad (3.5)$$

- για όλες τις υπόλοιπες

$$Q_d = \gamma_q \cdot \psi_1 \cdot Q_k \text{ ή } \gamma_q \cdot \psi_2 \cdot Q_k \quad (3.6)$$

για τους βραχυχρόνιους ή τους μακροχρόνιους συνδυασμούς αντιστοίχως.

Οι επιμέρους συντελεστές ασφαλείας για των μεταβλητών δράσεων για τις εξεταζόμενες οριακές καταστάσεις δίνονται στον Πίνακα 3.2

**Πίνακας 3.2:** Επιμέρους συντελεστές ασφαλείας  $\gamma_q$

Οριακές καταστάσεις	Συνδυασμοί	Επιρροή δράσης Δυσμενής	Ευμενής
Αστοχίας	Βασικοί Τυχηματικοί	1.50 1.00	0.00 0.00
Λειτουργικότητας	Βασικοί	1.00	0.00

Οι συντελεστές συνδυασμού  $\psi$  είναι διαφορετικοί για τις διάφορες δράσεις και εξαρτώνται από την μακροχρόνια ή βραχυχρόνια επίδραση τους στην εξεταζόμενη οριακή κατάσταση. Οι τιμές των  $\psi$  δίνονται στον Πίνακα 3.3.

**Πίνακας 3.3:** Συντελεστές συνδυασμού ψ των μεταβλητών δράσεων για τις οριακές καταστάσεις αστοχίας και λειτουργικότητας

ΔΡΑΣΕΙΣ	Τιμή συνδυασμού για σύνοδες δράσεις υπό συνδυασμό		
	βραχυχρόνιο $\Psi_1$	μακροχρόνιο $\Psi_2$	
Ωφέλιμα φορτία	* Κατοικίες	0.60	0.30
	* Γραφεία, καταστήματα, ξενοδοχεία, νοσοκομεία	0.70	0.30
	* Χώροι συνάθροισης κοινού (στάδια, σχολεία, θέατρα κλπ.)	0.80	0.50
	* Χώροι μακροχρόνιας αποθήκευσης (βιβλιοθήκες, αποθήκες, δεξαμενές, σιλό κλπ.)	1.00	0.80
	* Χώροι στάθμευσης	0.90	0.60
Περιβ. Δράσεις	Άνεμος	0.60	0.00
	Χιόνι	0.60	0.0/0.3*
Έμμεσες δράσεις / παρεμποδιζόμενες και επιβαλλόμενες παραμορφώσεις (διαφορικές καθιζήσεις, θερμοκρασία, συστολή ξηράνσεως κλπ.)		0.00	0.00
Πλευρικές τάσεις ή πιέσεις	1.00	1.00	
(*: μόνο για μη βατές στέγες ή δώματα για τις οποίες $\Psi_2=0$ για τα ωφέλιμα φορτία)			

### 3.4.3 Τυχηματικές δράσεις

Ως τυχηματικές μπορούν να θεωρηθούν δράσεις όπως:

- Οι σεισμικές διεγέρσεις
- Κρούσεις
- Εκρήξεις
- Κατολισθήσεις

Οι χαρακτηριστικές τιμές των τυχηματικών δράσεων  $A_k$  δίνονται από τους αντίστοιχους Κανονισμούς σαν τιμές σχεδιασμού  $A_d$ . Για παράδειγμα ο Αντισεισμικός Κανονισμός (ΕΑΚ2000 [2]) ή ο Ευρωκώδικας 8 [4] προσδιορίζει τις σεισμικές δράσεις μέσω του αντίστοιχου φάσματος σχεδιασμού.

### 3.4.4 Προένταση

Οι δυνάμεις προέντασης δεν αποτελούν αντικείμενο του μαθήματος και δε θα μας απασχολήσουν περαιτέρω.

### 3.4.5 Παρεμποδιζόμενες και επιβαλλόμενες παραμορφώσεις

Οι παρεμποδιζόμενες και επιβαλλόμενες παραμορφώσεις (συνήθως αναφέρονται ως δράσεις καταναγκασμού) μπορούν να προέρχονται τις από θερμοκρασιακές μεταβολές, τη συστολή ξηράνσεως και τον ερπυσμό, τη χαλάρωση και τη μετακίνηση των στηρίξεων κτλ. Στην περίπτωση που η κατασκευή διαθέτει επαρκή πλαστιμότητα, έτσι ώστε να είναι δυνατή η ανακατανομή των εντατικών μεγεθών, οι έμμεσες αυτές δράσεις δε λαμβάνονται υπόψη στον υπολογισμό για την οριακή κατάσταση αστοχίας.

Η οριακή κατάσταση λειτουργικότητας αφορά δομικά στοιχεία στα οποία ενδέχεται να αναπτυχθούν υψηλές εφελκυστικές τάσεις λόγω θερμοκρασιακών μεταβολών και χρόνιας συμπεριφοράς του σκυροδέματος (κυρίως λόγω συστολής ξηράνσεως). Σε κάθε περίπτωση πρέπει να λαμβάνονται κατάλληλα κατασκευαστικά μέτρα (οπλισμός ρηγμάτωσης, αρμοί διακοπής (εργασίας), κατάλληλη συντήρηση κλπ.).

## 3.5 Τιμές σχεδιασμού αντοχών

Για τη διευκόλυνση των υπολογισμών ο κανονισμός επιτρέπει αντί για τα «πραγματικά» διαγράμματα τάσεων – παραμορφώσεων των υλικών να χρησιμοποιούνται απλούστερα, ιδεατά όπως τα ονομάζει, διαγράμματα για το σκυρόδεμα και το χάλυβα. Η μορφή των διαγραμμάτων αυτών παρουσιάζεται στο σχήμα 3.1.

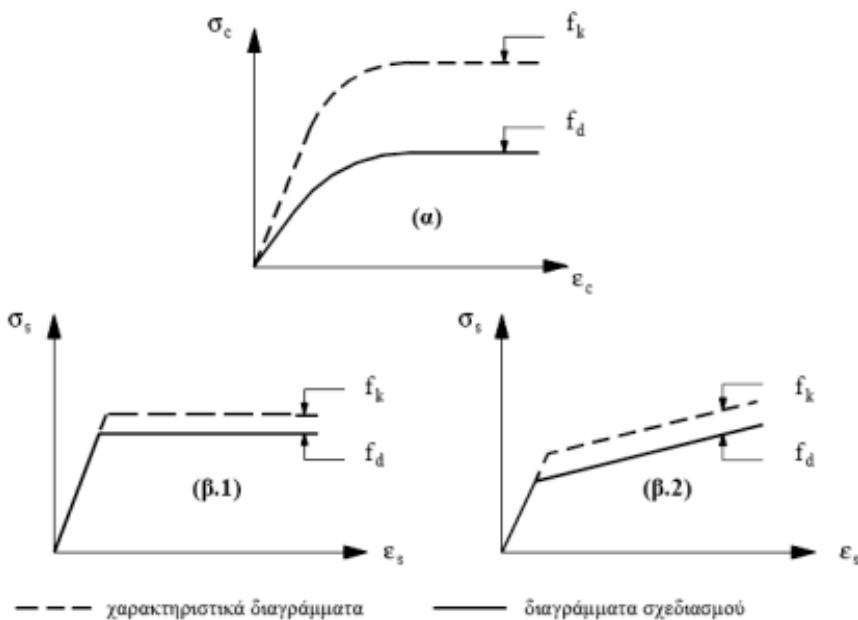
Τα διαγράμματα σχεδιασμού τάσεων – παραμορφώσεων προκύπτουν από τα αντίστοιχα χαρακτηριστικά διαγράμματα μέσω της σχέσης:

$$\sigma_d = \sigma_k / \gamma_m \quad (3.7)$$

και ειδικότερα για τις αντοχές σχεδιασμού των υλικών

$$f_d = f_k / \gamma_m \quad (3.8)$$

Οι συντελεστές ασφάλειας  $\gamma_m$  των αντοχών για τις εξεταζόμενες οριακές καταστάσεις δίνονται στον πίνακα 3.4. Ειδικότερα ως  $\gamma_c$  (c: concrete) συμβολίζεται ο συντελεστής ασφάλειας του σκυροδέματος και  $\gamma_s$  (s: steel) του χάλυβα.



**Σχήμα 3.1:** Διαγράμματα τάσεων - παραμορφώσεων για το σκυρόδεμα (α) και το χάλυβα (β)

**Πίνακας 3.4:** Επιμέρους συντελεστές ασφάλειας  $\gamma_m$

Οριακές καταστάσεις	Συνδυασμοί	Σκυρόδεμα	Χάλυβας
		$\gamma_c$	$\gamma_s$
Αστοχίας	Βασικοί	1.50	1.15
	Τυχηματικοί	1.30	1.00
	Τυχηματικοί με σεισμό	1.50	1.15
Λειτουργικότητας	Βασικοί	1.00	1.00

Σε περίπτωση συνδυασμού με σεισμό ο κανονισμός υιοθετεί συντελεστές  $\gamma_m$  ίσους με τους βασικούς συνδυασμούς δράσεων. Αυτό γίνεται για να ληφθεί προσεγγιστικά υπόψη η μείωση της αντοχής λόγω της ανακυκλιζόμενης φόρτισης από το σεισμό.

Σύμφωνα με τα παραπάνω για σκυρόδεμα C20, δηλαδή σκυρόδεμα με χαρακτηριστική τιμή της αντοχής σε θλίψη  $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ , η τιμή σχεδιασμού της θλιπτικής αντοχής προκύπτει  $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 20 \text{ MPa}/1.5 = 13.33 \text{ MPa}$  και αυτή είναι η τιμή που χρησιμοποιείται στους υπολογισμούς για τους βασικούς (και τους τυχηματικούς με σεισμό) συνδυασμούς στην οριακή κατάσταση αστοχίας (η ενδεχόμενη χρήση του συντελεστή  $\alpha_{cc}$  θα αναλυθεί σε επόμενα κεφάλαια). Ομοίως, για χάλυβα B500C (δηλαδή  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ ) η τιμή σχεδιασμού του ορίου διαρροής προκύπτει  $f_{yd} = f_{yk}/1.15 \Rightarrow f_{yd} = 434.78 \text{ MPa}$ .

## 3.6 Συνδυασμοί δράσεων

Ο έλεγχος έναντι των οριακών καταστάσεων αστοχίας και λειτουργικότητας γίνεται μέσω της σχέσης 3.1. Για την εξέταση της οριακής κατάστασης κάποιου μεγέθους (έντασης, παραμόρφωσης κλπ.) στη σχέση 3.1 εισέρχονται όλες οι πιθανές δράσεις (ευμενείς ή δυσμενείς) και συνδυάζονται κατάλληλα ώστε να προκύψει η κατάλληλη τιμή (συνήθως η δυσμενέστερη) με την οποία θα γίνει στη συνέχεια ο αντίστοιχος έλεγχος.

Δυσμενής είναι μία δράση όταν λόγω της θέσης και της έντασής της προκαλεί τη δυσμενέστερη επίπτωση στο εξεταζόμενο μέγεθος. Ευμενής είναι μία δράση όταν προκαλεί την αντίθετη ακριβώς επίπτωση.

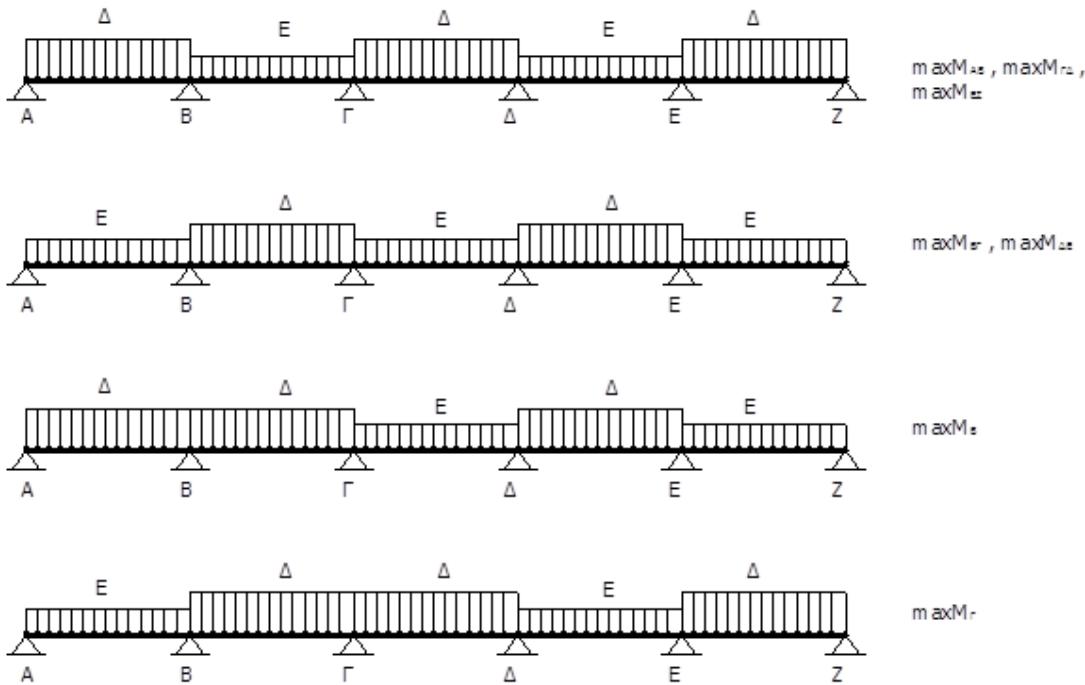
Όπως είναι φυσικό σε ένα φορέα τα δυσμενέστερα εντατικά μεγέθη δεν προκύπτουν όταν εφαρμοστούν οι δυσμενέστερες τιμές της δράσεις σε όλα τα δομικά στοιχεία, αλλά όταν γίνει κατάλληλη κατανομή των δυσμενών και ευμενών δράσεων. Για παράδειγμα στο σχήμα 3.2 παρουσιάζεται μια συνεχής δοκός πέντε ανοιγμάτων και δίνεται η κατανομή των δυσμενών ( $\Delta$ ) και ευμενών ( $E$ ) δράσεων ύστερα ώστε να προκύψουν οι μέγιστες τιμές των ροπών στις κρίσιμες θέσεις (στηρίξεις και ανοίγματα). Ένας απλός κανόνας για την κατανομή των δράσεων σε μια συνεχή δοκό είναι ο εξής:

- Μέγιστη ροπή σε κάποιο άνοιγμα: Δυσμενές φορτίο στο συγκεκριμένο άνοιγμα, ευμενές στα διπλανά ανοίγματα και στη συνέχεια διαδοχική εναλλαγή δυσμενούς-ευμενούς.
- Μέγιστη ροπή σε κάποια στήριξη: Δυσμενές φορτίο στα ανοίγματα εκατέρωθεν της στήριξης, ευμενές στα αμέσως επόμενα ανοίγματα και στη συνέχεια διαδοχική εναλλαγή δυσμενούς-ευμενούς.
- Προφανώς στους προβόλους απλά τοποθετείται ο δυσμενής συνδυασμός, χωρίς να μας απασχολεί η φόρτιση του υπόλοιπου φορέα

Στην περίπτωση που δρουν ταυτόχρονα περισσότερες της μίας μεταβλητές δράσεις πρέπει να εξεταστούν διάφοροι συνδυασμοί δράσεων ώστε να προσδιοριστεί η δυσμενέστερη τιμή  $S_d$ .

### 3.6.1 Οριακές καταστάσεις αστοχίας

Για την οριακή κατάσταση αστοχίας γίνεται διάκριση μεταξύ βασικών και τυχηματικών δράσεων.



**Σχήμα 3.2:** Δυσμενείς/ευμενείς διατάξεις φόρτισης για συνεχή δοκό 5 ανοιγμάτων

### 3.6.1.1 Συνδυασμός βασικών δράσεων

Η δυσμενέστερη τιμή σχεδιασμού δράσεων  $S_d$  προσδιορίζεται εξετάζοντας τους βραχυχρόνιους συνδυασμούς:

$$S_d = S(\gamma_g \cdot G_k + \gamma_{q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum \gamma_{q,i} \cdot \psi_{1,i} \cdot Q_{k,i} + \gamma_P \cdot P_k) \quad (3.9)$$

όπου:

$i > 1$

$Q_{k,1}$  η χαρακτηριστική τιμή της βασικής μεταβλητής δράσης του υπόψη συνδυασμού

$Q_{k,i}$  οι χαρακτηριστικές τιμές των λοιπών μεταβλητών δράσεων

$P_k$  η χαρακτηριστική τιμή της προέντασης (δεν αποτελεί αντικείμενο του μαθήματος)

Κάθε μεταβλητή δράση  $Q_k$  λαμβάνεται διαδοχικά ως κύρια, εκτός εάν είναι προφανές ότι κάποιος από τους συνδυασμούς δεν είναι καθοριστικός (κρίσιμος).

Όλες οι δράσεις χωρίζονται σε τμήματα που δρουν ευμενώς και τμήματα που δρουν δυσμενώς στην οριακή κατάσταση και πολλαπλασιάζονται με τους αντίστοιχους συντελεστές ασφάλειας.

### 3.6.1.2 Συνδυασμός τυχηματικών δράσεων

Η δυσμενέστερη τιμή σχεδιασμού δράσεων  $S_d$  προσδιορίζεται εξετάζοντας τους μακροχρόνιους συνδυασμούς ( $i > 1$ ):

$$S_d = S(A_d + G_k + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} + \gamma_P \cdot P_k) \quad (3.10)$$

Στις τυχηματικές δράσεις εντάσσεται και ο σεισμός (Ε) ο οποίος δε συνδυάζεται με άλλες τυχηματικές δράσεις ή/και επιβαλλόμενες παραμορφώσεις. Εξ άλλου επιτρέπεται από τον κανονισμό να μη συνδυάζονται δυσμενείς/ευμενείς φορτίσεις στο συνδυασμό με σεισμό (τόσο για τις μόνιμες, όσο και για τις μεταβλητές δράσεις). Ειδικώς για το σεισμό εξετάζεται ο ακόλουθος συνδυασμός:

$$S_d = S(E + G_k + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} + \gamma_P \cdot P_k) \quad (3.11)$$

### 3.6.2 Οριακές καταστάσεις λειτουργικότητας

Η δυσμενέστερη τιμή σχεδιασμού δράσεων  $S_d$  προσδιορίζεται εξετάζοντας (και στις δύο περιπτώσεις  $i > 1$ ) τους βραχυχρόνιους:

$$S_d = S(G_k + Q_{k,1} + \sum \psi_{1,i} \cdot Q_{k,i} + \gamma_P \cdot P_k) \quad (3.12)$$

και τους μακροχρόνιους συνδυασμούς:

$$S_d = S(G_k + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} + \gamma_P \cdot P_k) \quad (3.13)$$

### 3.6.3 Συνδυασμοί δράσεων για συνήθη οικοδομικά έργα

Οι γενικές σχέσεις 3.9-3.13 είναι προφανές ότι για την περίπτωση των συνήθων οικοδομικών έργων μπορούν να απλοποιηθούν σε πολύ απλούστερες οι οποίες είναι και αυτές που χρησιμοποιούνται κατά κόρον στην πράξη. Σε τέτοια έργα συνήθως υπάρχει μία μόνο μεταβλητή δράση, τα ωφέλιμα φορτία, και δεν υπάρχουν δράσεις προέντασης.

Στον πίνακα 3.5 παρουσιάζονται οι απλοποιήσεις των σχέσεων αυτών που χρησιμοποιούνται στα συνήθη οικοδομικά έργα. Με έντονα γράμματα φαίνονται οι συχνότεροι από αυτούς, οι οποίοι και θα χρησιμοποιούνται στη συντριπτική πλειοψηφία των ασκήσεων στα πλαίσια των μαθημάτων Κατασκευές Οπλισμένου Σκυροδέματος I & II.

Πίνακας 3.5: Συνδυασμοί δράσεων για συνήθη οικοδομικά έργα

Οριακές καταστάσεις	Συνδυασμοί δράσεων	Περίπτωση φόρτισης	Απλοποιημένος συνδυασμός $S_d$	Παρατηρήσεις
Αστοχίας	Βασικοί	Δυσμενής	<b><math>1.35G_k + 1.50Q_k</math></b>	$i=1, \gamma_g=1.35, \gamma_q=1.50, P_k=0$
		Ευμενής	<b><math>G_k</math></b>	$i=1, \gamma_g=1.00, \gamma_q=0, P_k=0$
	Τυχηματικοί	-	$G_k + 0.60Q_k + A_d$	$i=1, \gamma_g=1.00, \gamma_q=1.00, P_k=0, \psi_1=0.60$ για κατοικίες
	Τυχηματικοί με σεισμό	-	<b><math>G_k + 0.30Q_k + E</math></b>	$i=1, \gamma_g=1.00, \gamma_q=1.00, P_k=0, \psi_2=0.30$ για κατοικίες
Λειτουργικότητας	Βραχυχρόνιοι	Δυσμενής	$G_k + Q_k$	$i=1, \gamma_g=1.00, \gamma_q=1.00, P_k=0$
		Ευμενής	$G_k$	$i=1, \gamma_g=1.00, \gamma_q=0.00, P_k=0$
	Μακροχρόνιοι	Δυσμενής	$G_k + 0.60Q_k$	$i=1, \gamma_g=1.00, \gamma_q=1.00, P_k=0, \psi_1=0.60$ για κατοικίες
		Ευμενής	$G_k$	$i=1, \gamma_g=1.00, \gamma_q=0.00, P_k=0$



## Κεφάλαιο 4

# Κανόνες κατασκευαστικής διαμόρφωσης

---

Στο κεφάλαιο αυτό θα παρουσιαστούν συνοπτικά ορισμένοι βασικοί κανόνες κατασκευαστικής διαμόρφωσης και κατασκευαστικές λεπτομέρειες που αφορούν τα δομικά στοιχεία από οπλισμένο σκυρόδεμα και τον τοποθετούμενο οπλισμό σε αυτά.

## 4.1 Ανθεκτικότητα Σε διάρκεια

Μια κατασκευή θεωρείται ανθεκτική εφόσον ικανοποιεί σε όλη τη διάρκεια του επιδιωκόμενου χρόνου ζωής της τις απαιτήσεις ευστάθειας, αντοχής και λειτουργικότητας, χωρίς σημαντικούς περιορισμούς χρηστικότητας ή υπερβολικές απαιτήσεις συντήρησης.

Η προστασία έναντι διάβρωσης του σκυροδέματος και οξείδωσης των οπλισμών εξασφαλίζει την ανθεκτικότητα της κατασκευής. Ως μέτρα προστασίας μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα εξής:

- Επαρκές πάχος επικάλυψης των οπλισμών
- Χαμηλή διαπερατότητα (χαμηλό πορώδες) του σκυροδέματος
- Προστατευτικές στρώσεις επί της επιφάνειας του σκυροδέματος

Τα κριτήρια σχεδιασμού σχετίζονται αφενός με τη διαβρωτικότητα του περιβάλλοντος έκθεσης της κατασκευής και αφετέρου με τον (θεωρητικό) χρόνο ζωής σχεδιασμού.

## 4.2 Κατηγορίες διαβρωτικότητας περιβάλλοντος

Οι κύριες κατηγορίες έκθεσης φαίνονται στον πίνακα 4.1 ενώ στη συνέχεια ακολουθεί λεπτομερέστερος προσδιορισμός με επιμέρους υποκατηγορίες και αναλυτική περιγραφή.

**Πίνακας 4.1: Κύριες κατηγορίες περιβαλλοντικής έκθεσης**

Κατηγορία	Διαβρωτικοί παράγοντες
X0	Απουσία κινδύνου διάβρωσης ή προσβολής
XC	Κίνδυνος διάβρωσης από ενανθράκωση
XD	Κίνδυνος διάβρωσης από χλωριούχα (εκτός θαλασσινού νερού)
XS	Κίνδυνος διάβρωσης από χλωριούχα θαλασσινού νερού
XF	Κίνδυνος από κύκλους παγετού - απόψυξης
XA	Κίνδυνος χημικής προσβολής

**Πίνακας 4.2: Διάκριση σε επί μέρους κατηγορίες περιβαλλοντικής έκθεσης (μέρος I)**

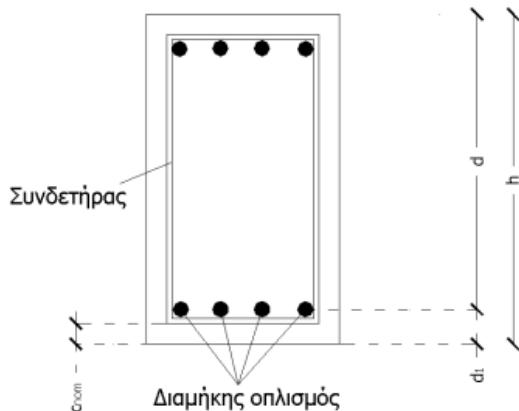
Κατηγορία	Περιγραφή περιβάλλοντος	Πληροφοριακά παραδείγματα κατηγοριών έκθεσης
<b>1. Απουσία κινδύνου διάβρωσης ή προσβολής</b>		
X0	Για άοπλο σκυρόδεμα ή σκυρόδεμα χωρίς ενσωματωμένο μέταλλο: όλες οι συνθήκες έκθεσης εκτός περιπτώσεων όπου υπάρχουν ψύξη/απόψυξη, επιφανειακή τριβή ή χημική προσβολή. Για οπλισμένο σκυρόδεμα: πολύ ξηρό	Σκυρόδεμα εντός κτιρίων με πολύ χαμηλή υγρασία αέρος
<b>2. Διάβρωση από ενανθράκωση</b>		
XC1	Ξηρό ή μόνιμα υγρό	Σκυρόδεμα εντός κτιρίων με χαμηλή υγρασία αέρος Σκυρόδεμα μόνιμα βυθισμένο στο νερό
XC2	Υγρό, σπανίως ξηρό	Επιφάνειες σκυροδέματος υπό μακροχρόνια επαφή με το νερό. Πληθώρα θεμελιώσεων.
XC3	Μέτρια υγρασία	Σκυρόδεμα εντός κτιρίων με μέτρια ή υψηλή υγρασία αέρος Εξωτερικό σκυρόδεμα προστατευμένο από τη βροχή
XC4	Περιοδικά υγρό και ξηρό	Επιφάνειες σκυροδέματος σε επαφή με το νερό, εκτός της κατηγορίας έκθεσης XC2
<b>3. Διάβρωση από χλωριούχα (εκτός θαλασσινού νερού)</b>		
XD1	Μέτρια υγρασία	Επιφάνειες σκυροδέματος εκτεθειμένες σε αερομεταφερόμενα χλωριούχα.
XD2	Υγρό, σπανίως ξηρό	Πισίνες. Στοιχεία σκυροδέματος εκτεθειμένα σε βιομηχανικά απόβλητα που περιέχουν χλωριούχα.

**Πίνακας 4.3: Διάκριση σε επί μέρους κατηγορίες περιβαλλοντικής έκθεση (μέρος II)**

<b>Κατηγορία</b>	<b>Περιγραφή περιβάλλοντος</b>	<b>Πληροφοριακά παραδείγματα κατηγοριών έκθεσης</b>
XD3	Περιοδικά υγρό και ξηρό	Τμήματα γεφυρών εκτεθειμένα σε ψεκασμό χλωριούχων. Πεζοδρόμια. Πλάκες χώρων στάθμευσης αυτοκινήτων.
<b>4. Διάβρωση από χλωριούχα θαλασσινού νερού</b>		
XS1	Εκτεθειμένο σε άλατα θαλάσσης αερομεταφερόμενα αλλά χωρίς άμεση επαφή με το θαλασσινό νερό.	Κατασκευές κοντά ή επί της ακτής
XS2	Μόνιμα βυθισμένο σε θαλασσινό νερό	Τμήματα λιμενικών έργων
XS3	Ζώνες παλίρροιας, παφλασμού και πιτσιλίσματος.	Τμήματα λιμενικών έργων
<b>5. Προσβολή παγετού / απόψυξης</b>		
XF1	Μέτριας κλίμακας υδρεμποτισμός χωρίς, παράγοντα απόψυξης	Κατακόρυφες επιφάνειες σκυροδέματος, εκτεθειμένες στη βροχή και τον παγετό.
XF2	Μέτριας κλίμακας υδρεμποτισμός με παράγοντα απόψυξης	Κατακόρυφες επιφάνειες σκυροδέματος κατασκευών οδοποιίας εκτεθειμένες σε παγετό και παράγοντες απόψυξης που μεταφέρονται με τον αέρα.
XF3	Εκτεταμένος υδρεμποτισμός χωρίς παράγοντα απόψυξης	Οριζόντιες επιφάνειες σκυροδέματος εκτεθειμένες στη βροχή και τον παγετό.
XF4	Εκτεταμένος υδρεμποτισμός με παράγοντα απόψυξης ή θαλασσινό νερό	Καταστρώματα οδών ή γεφυρών εκτεθειμένα σε παράγοντες απόψυξης. Επιφάνειες σκυροδέματος εκτεθειμένες σε άμεσο ψεκασμό με παράγοντες απόψυξης και παγετό. Ζώνες παφλασμού σε λιμενικά έργα εκτεθειμένα σε παγετό.
<b>6. Χημική προσβολή</b>		
XA1	Ελαφρώς επιθετικό χημικό περιβάλλον	Φυσικά εδάφη και υπόγεια ύδατα
XA2	Μετρίως επιθετικό χημικό περιβάλλον	Φυσικά εδάφη και υπόγεια ύδατα
XA3	Ιδιαιτέρως επιθετικό χημικό περιβάλλον	Φυσικά εδάφη και υπόγεια ύδατα

### 4.3 Επικαλύψεις οπλισμών

Η επικάλυψη είναι ουσιαστικά ένα τμήμα σκυροδέματος λίγων εκατοστών που περιβάλλει τις ράβδους οπλισμού (σχήμα 4.1) και έχει ως βασικότερο ρόλο την προστασία του οπλισμού από τη διάβρωση. Επιπλέον, επαρκή πάχη επικάλυψης μπορούν να έχουν θετική επίδραση ως προς την εξασφάλιση της συνάφειας, τον περιορισμό των ρηγματώσεων, την πυρασφάλεια κτλ.



**Σχήμα 4.1:** Επικάλυψη οπλισμών

Στο σχήμα 4.1 ορίζεται το μήκος  $d_1$  το οποίο συχνά, κακώς ίσως, αναφέρεται ως "συνολική επικάλυψη" και σύμφωνα με τη σχέση 4.1 είναι η απόσταση ανάμεσα στο κέντρο βάρους του εφελκυόμενου οπλισμού και την ακραία ίνα σκυροδέματος (αντίστοιχα ορίζεται και το μήκος  $d_2$  για το θλιβόμενο οπλισμό).

$$d_1 = c_{nom} + \emptyset_w + 0.5 \cdot \emptyset_L \quad (4.1)$$

όπου:

$c_{nom}$  : η ονομαστική τιμή του πάχους της επικάλυψης

$\emptyset_w$  : η διάμετρος των συνδετήρων

$\emptyset_L$  : η διάμετρος των διαμήκων ράβδων

Το μήκος  $d$  ονομάζεται στατικό ύψος, προκύπτει από τη σχέση 4.2 και αποτελεί τη βάση των υπολογισμών για την όπλιση των διατομών Ο/Σ, όπως θα παρουσιαστεί στα επόμενα κεφάλαια. Σύμφωνα με το σχήμα 4.1 ισχύει:

$$d = h - d_1 \quad (4.2)$$

Το ονομαστικό πάχος επικάλυψης  $c_{nom}$  δίνεται από τη σχέση

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev} \quad (4.3)$$

Η προσαύξηση έναντι κατασκευαστικών αποκλίσεων κυμαίνεται μεταξύ 5-10mm και συνιστάται να λαμβάνεται συνήθως  $\Delta c_{dev} = 10\text{mm}$

Η ελάχιστη επικάλυψη  $c_{min}$  προκύπτει ως το μέγιστο των

$$c_{min} = \max \begin{cases} c_{min,b} \\ c_{min,dur} \\ 10\text{mm} \end{cases} \quad (4.4)$$

όπου:

$c_{min,b}$  : η ελάχιστη επικάλυψη εξασφάλισης συνάφειας. Λαμβάνεται ίση με τη διάμετρο των διαμήκων ράβδων  $\emptyset_L$  ή την ισοδύναμη διάμετρο  $\emptyset_n$  για δέσμες ράβδων. Γίνεται προσαύξηση κατά 5mm για μέγιστο αδρανές  $>32\text{mm}$

$c_{min,dur}$  : η ελάχιστη επικάλυψη αναλόγως των περιβαλλοντικών συνθηκών

Η τιμή της  $c_{min,dur}$  λαμβάνεται από τον πίνακα 4.4

**Πίνακας 4.4: Ελάχιστη επικάλυψη  $c_{min,dur}$  (mm)**

Κατηγορία κατασκευής	Περιβάλλον έκθεσης						
	X0	XC1	XC2 / XC3	XC4	XD1 / XS1	XD2 / XS2	XD3 / XS3
S1	10	10	10	15	20	25	30
S2	10	10	15	20	25	30	35
S3	10	10	20	25	30	35	40
S4 *	10	15	25	30	35	40	45
S5	15	20	30	35	40	45	50
S6	20	25	35	40	45	50	55

**Πίνακας 4.5: Κριτήρια και αντίστοιχες αυξομειώσεις κατηγορίας κατασκευής**

Κριτήριο	Περιβάλλον έκθεσης						
	X0	XC1	XC2/ XC3	XC4	XD1	XD2/ XS1	XD3/ XS2/ XS3
Χρόνος ζωής σχεδιασμού 100 έτη	αύξηση κατά 2						
Κατηγορία σκυροδέματος	$\geq C30/37$ μείωση κατά 1	$\geq C30/37$ μείωση κατά 1	$\geq C35/45$ μείωση κατά 1	$\geq C40/50$ μείωση κατά 1	$\geq C40/50$ μείωση κατά 1	$\geq C40/50$ μείωση κατά 1	$\geq C45/55$ μείωση κατά 1
Πλάκες ή κελύφη	μείωση κατά 1						
Διασφάλιση ποιότητας παραγωγής σκυροδέματος	μείωση κατά 1						

Η κατηγορία της κατασκευής (για χρόνο ζωής σχεδιασμού 50 έτη) είναι 4 ενώ

δέχεται να γίνουν αυξομοιώσεις της ανάλογα με τα κριτήρια που παρουσιάζονται στον πίνακα 4.5. Έτσι, για παράδειγμα, σε ένα κτίριο με χρόνο ζωής σχεδιασμού τα 100 έτη και με διασφάλιση ποιότητας παραγωγής σκυροδέματος θα ανήκει σε κατηγορία S(4+2-1), δηλαδή S5.

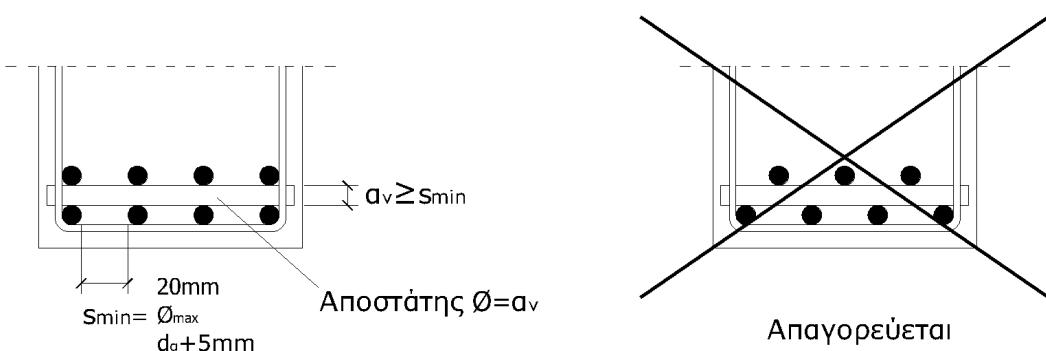
## 4.4 Αποστάσεις οπλισμών

Οι αποστάσεις μεταξύ των οπλισμών πρέπει να είναι τέτοιες ώστε να διασφαλίζεται η διάστρωση και συμπύκνωση του σκυροδέματος και η ανάπτυξη επαρκούς συνάφειας. Για το λόγο αυτόν πρέπει να επιλέγεται και μέγιστη διάμετρος των αδρανών τέτοια ώστε να επιτυγχάνεται καλή διάστρωση και συμπύκνωση του σκυροδέματος.

Η ελάχιστη καθαρή απόσταση  $s_{min}$  παράλληλων οπλισμών εκτός των περιοχών των ενώσεων πρέπει να είναι τουλάχιστον ίση με:

- τη μεγαλύτερη διάμετρο των ράβδων
- $d_g + 5\text{mm}$ , όπου  $d_g$  η διάμετρος του μέγιστου κόκκου των αδρανών
- 20mm

Όταν οι ράβδοι τοποθετούνται σε περισσότερες από μία στρώσεις, τότε θα πρέπει να τοποθετούνται η μία επάνω από την άλλη.



**Σχήμα 4.2: Αποστάσεις οπλισμών**

## 4.5 Τάση συνάφειας

Η συνεργασία χάλυβα και σκυροδέματος προϋποθέτει την ενσωμάτωση του οπλισμού στη μάζα του σκυροδέματος. Οι ράβδοι του οπλισμού εμποδίζονται να ολισθήσουν ως προς το περιβάλλον σκυρόδεμα λόγω της συνάφειας μεταξύ των δύο υλικών. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται η ισότητα μηκύνσεων των οπλισμών και των γειτονικών ινών του σκυροδέματος (διεπιφάνεια των δύο υλικών). Η συνάφεια

μπορεί να θεωρηθεί ότι οφείλεται στην ταυτόχρονη δράση τριών διαφορετικών μηχανισμών.

- **Στη φυσικοχημική συνάφεια (πρόσφυση)**

Η φυσικοχημική συνάφεια ή «πρόσφυση» του σκυροδέματος στο χάλυβα εξαρτάται κατά κύριο λόγο από την τραχύτητα και την καθαρότητα επεξεργασίας του χάλυβα. Μόνη της δεν επαρκεί για καλή ενσωμάτωση καθώς καταστρέφεται για πολύ μικρές σχετικές ολισθήσεις

- **Στη συνάφεια λόγω τριβής**

Ανάμεσα στο σκυρόδεμα και το χάλυβα αναπτύσσονται δυνάμεις τριβής ακόμα και για πολύ μικρές ολισθήσεις. Για την ανάπτυξη τέτοιων δυνάμεων απαιτείται η ύπαρξη πιέσεων (δυνάμεων) κάθετων προς τη διεπιφάνεια των δύο υλικών. Τέτοιες πιέσεις προέρχονται από εγκάρσιες φορτίσεις, από την εγκάρσια περίσφιξη των ράβδων και από την συστολή ξηράνσεως που ούτως ή άλλως συμβαίνει μέσα στο σκυρόδεμα. Ο συντελεστής τριβής έχει τιμές  $\mu = 0.30 - 0.60$ , ανάλογα με το βαθμό τραχύτητας του χάλυβα.

- **Στη μηχανική συνάφεια**

Η μηχανική συνάφεια αναπτύσσεται στην περίπτωση ράβδων με νευρώσεις και συντελεί στην εντυπωσιακή αύξηση της συνολικής δύναμης συνάφειας. Η ράβδος του χάλυβα, στην περίπτωση αυτή, προκειμένου να ολισθήσει θα πρέπει να διατμήσει την προεξοχή του σκυροδέματος μεταξύ των νευρώσεων. Εφόσον υπάρχει εγκάρσια περίσφιξη, η μηχανική συνάφεια ενισχύεται.

Λόγω της πολυπλοκότητας του φαινομένου, οι τρεις επιμέρους μηχανισμοί συνήθως αντιμετωπίζονται ως ένας, ενιαίος, και μάλιστα με ομοιόμορφα κατανεμημένη τάση συνάφειας  $\tau_b$  κατά μήκος της ράβδου.

Σύμφωνα με τον EK2, η ποιότητα της συνάφειας εξαρτάται από την εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος, τη μορφή της επιφάνειας της ράβδου, τη διάσταση του δομικού στοιχείου και από τη θέση και την κλίση του οπλισμού κατά τη σκυροδέτηση. Οι τάσεις συνάφειας θεωρούνται σταθερές κατά μήκος των ράβδων. Ο προσδιορισμός των μηκών αγκυρώσεως και των υπερκαλύψεων βασίζεται στην τιμή σχεδιασμού της τάσης συνάφειας  $f_{bd}$  (b: bond).

Διακρίνονται δύο περιοχές συνάφειας:

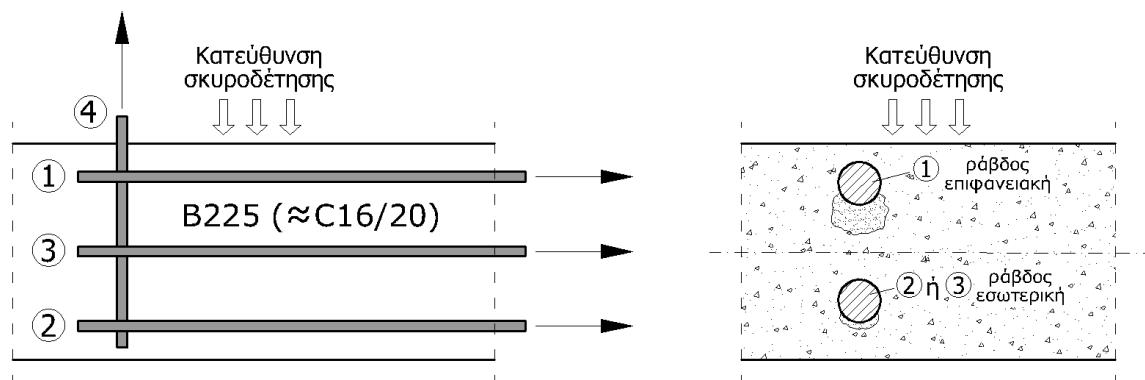
- **Περιοχή συνάφειας I:** όπου οι συνθήκες συνάφειας θεωρούνται ευνοϊκές
- **Περιοχή συνάφειας II:** όπου οι συνθήκες συνάφειας θεωρούνται δυσμενείς

Στην περιοχή II ανήκουν οι ράβδοι για τις οποίες ισχύουν όλες (ταυτόχρονα) οι παρακάτω συνθήκες:

- Έχουν κλίση ως προς την οριζόντια 0-45° για κατακόρυφη σκυροδέτηση
- Βρίσκονται σε στοιχεία με πάχος κατά τη διεύθυνση σκυροδέτησης μεγαλύτερο από 250mm

- Είναι τοποθετημένες στο πάνω μισό του στοιχείου
- Το πάχος του σκυροδέματος που τις καλύπτει είναι μικρότερο από 300mm δυσμενείς

Ο λόγος που οι συνθήκες συνάφειας στην περιοχή II θεωρείται θεωρούνται δυσμενείς είναι ότι στην περιοχή αυτή υπάρχει η περίπτωση κατά τη σκυροδέτηση να εμφανιστεί το φαινόμενο του θύλακα (σχήμα 4.3) στην διεπιφάνεια οπλισμού-σκυροδέματος οπότε η συνεργασία των δύο υλικών να μην είναι η καλύτερη δυνατή. Κάτω από τις οριζόντιες ράβδους σχηματίζεται υδαρής θύλακας τσιμεντοπολτού που με την σκλήρυνση γίνεται πορώδης στρώση. Το φαινόμενο αυτό παρατηρείται πιο έντονα στις οριζόντιες ράβδους που βρίσκονται στο πάνω τμήμα των διατομών Ο/Σ σε σύγκριση με αυτές που βρίσκονται στο κάτω και όπως είναι φυσικό δεν εμφανίζεται καθόλου στις κατακόρυφες ράβδους. Ο θύλακας αυξάνεται όσο ψηλότερα βρίσκεται η ράβδος και όσο παχύτερο είναι το στοιχείο (εξίδρωση).



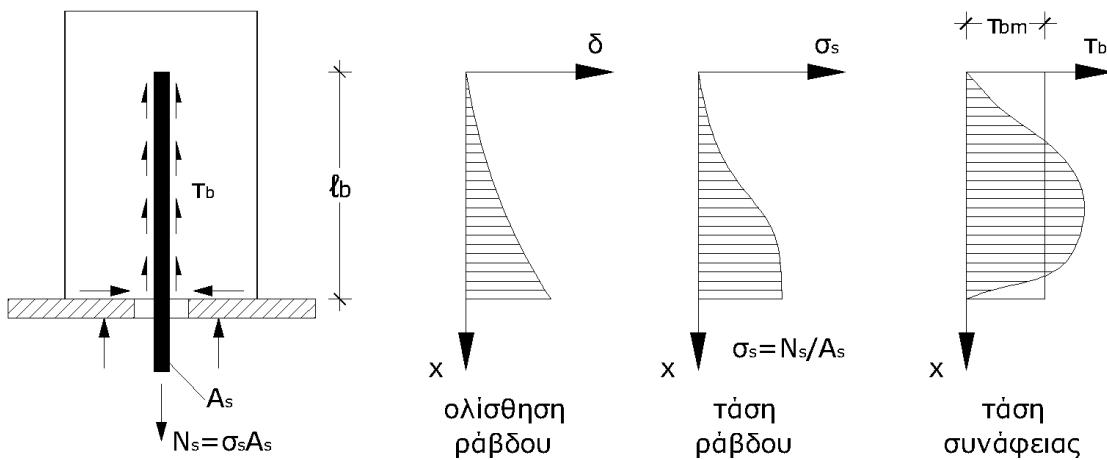
Σχήμα 4.3: Το φαινόμενο του θύλακα. Ευνοϊκές (4) προς δυσμενείς (1) θέσεις των ράβδων

## 4.6 Αγκυρώσεις οπλισμών

Το απαιτούμενο μήκος (μήκος αγκύρωσης) για να εξασφαλίζεται η συνεργασία του οπλισμού με το σκυρόδεμα, δηλαδή να μπορεί να μεταφερθεί μια δύναμη  $N_s$  από το ένα υλικό στο άλλο υπολογίζεται έτσι ώστε να διασφαλίζεται η διαρροή της ράβδου πριν από την εξόλκευση του οπλισμού. Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται η πλάστιμη συμπεριφορά (διαρροή του οπλισμού) έναντι της ψαθυρής (εξόλκευση ράβδων, απώλεια συνάφειας).

Στο σχήμα 4.4 παρουσιάζεται η πειραματική διάταξη της δοκιμής εξόλκευσης μιας ράβδου οπλισμού από ένα δοκίμιο σκυροδέματος.

Αν με  $N_s$  συμβολιστεί η εξωτερική δύναμη εξόλκευσης της ράβδου και θεωρηθεί ομοιόμορφη κατανομή των τάσεων συνάφειας σε όλη τη διεπιφάνεια μεταξύ των δύο υλικών τότε:



**Σχήμα 4.4:** Κατανομή τάσεων κατά τη δοκιμή εξόλκευσης

$$N_s = \tau_{bm} \cdot (\pi \cdot d) \cdot l_b \quad (4.5)$$

όπου:

$d$  : η διάμετρος του ράβδου του οπλισμού

$l_b$  : το μήκος της ράβδου μέσα στο δοκίμια σκυροδέματος

$\tau_{bm}$  : μέση τάση συνάφειας

Στην οριακή κατάσταση αστοχίας και για να προηγηθεί η διαρροή της ράβδου αντί της εξόλκευσής της θα πρέπει:

$$N_{sd} \leq N_{bd} \Rightarrow A_s \cdot f_{yd} \leq f_{bd} \cdot (\pi \cdot d) \cdot l_b \quad (4.6)$$

όπου:

$A_s$  : το εμβαδόν της διατομής της ράβδου

$f_{bd}$  : η τιμή σχεδιασμού της τάσης συνάφειας

$f_{yd}$  : η τιμή σχεδιασμού του ορίου διαρροής του χάλυβα

Λύνοντας την εξίσωση 4.6 ως προς  $l_b$  (και αντικαθιστώντας  $A_s = \pi d^2 / 4$ ) προκύπτει:

$$l_b \geq \frac{d}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad (4.7)$$

Το μήκος  $l_b$  που υπολογίζεται με αυτόν τον τρόπο ονομάζεται βασικό μήκος ευθύγραμμης αγκύρωσης και αποτελεί τη βάση υπολογισμού για το τελικό μήκος αγκύρωσης των οπλισμών των δομικών στοιχείων.

Τιμή σχεδιασμού  $f_{bd}$  της οριακής τάσης συνάφειας για νευροχάλυβες δίνεται από τη σχέση

$$f_{bd} = 2.25 \cdot n_1 \cdot n_2 \cdot f_{ctd} \quad (4.8)$$

όπου:

$$n_1 = \begin{cases} 1.0 & \text{για ευνοϊκές συνθήκες συνάφειας} \\ 0.7 & \text{για δυσμενείς συνθήκες ή χρήση ολισθαίνονται ξυλότυπου} \end{cases}$$

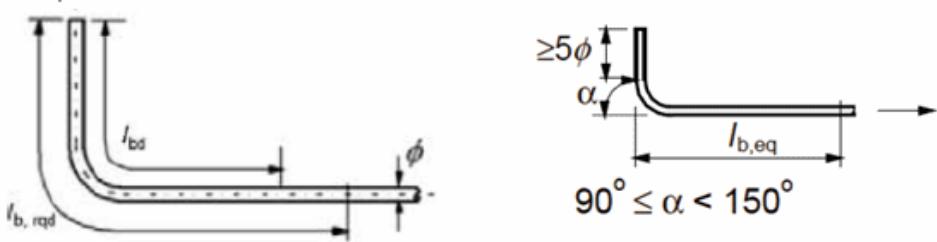
$$n_2 = \begin{cases} 1.0 & \text{για } \phi \leq 32 \\ (132 - \phi)/100 & \text{για } \phi \geq 32 \end{cases}$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,0.05}/\gamma_c \quad \text{η τιμή σχεδιασμού της εφελκυστικής αντοχής}$$

#### 4.6.1 Τύποι αγκυρώσεων

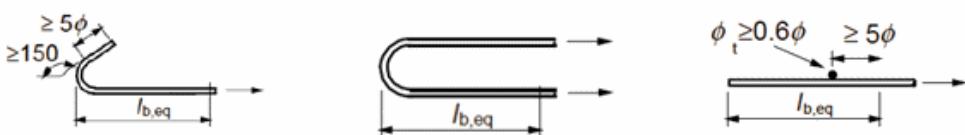
Οι ράβδοι οπλισμού, τα σύρματα ή τα συγκολλητά δομικά πλέγματα θα πρέπει να είναι αγκυρωμένα έτσι ώστε οι δυνάμεις συνάφειας να μεταβιβάζονται με ασφάλεια στο σκυρόδεμα χωρίς την εμφάνιση διαμήκων ρηγματώσεων ή αποφλοιώσεων. Εάν είναι απαραίτητο θα πρέπει να τοποθετείται εγκάρσιος οπλισμός.

Ανάλογα με τη μορφή και την αποδοτικότητά τους οι αγκυρώσεις διακρίνονται σε διάφορους τύπους, σύμφωνα με το σχήμα 4.5. Η συνηθέστερη μορφή αγκύρωσης είναι η ευθύγραμμη η οποία προτιμάται, όταν είναι δυνατό, λόγω της απλότητάς της και της μη απαίτησης οποιασδήποτε πρόσθετης εργασίας (πχ κάμψη ράβδων). Σε ορισμένες όμως περιπτώσεις είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθούν διαφορετικοί τύποι, όπως για παράδειγμα σε ακραία δομικά στοιχεία όπου οι διαστάσεις τους δεν επαρκούν για να καλύψουν το απαιτούμενο μήκος αγκύρωσης.



a) Βασικό μήκος αγκύρωσης υπό εφελκυσμό, ήλιωγια οποιοδήποτε σχήμα μετρούμενο κατά μήκος του άξονα της ράβδου.

b) Ισοδύναμο μήκος αγκύρωσης για τυπική καμπύλωση



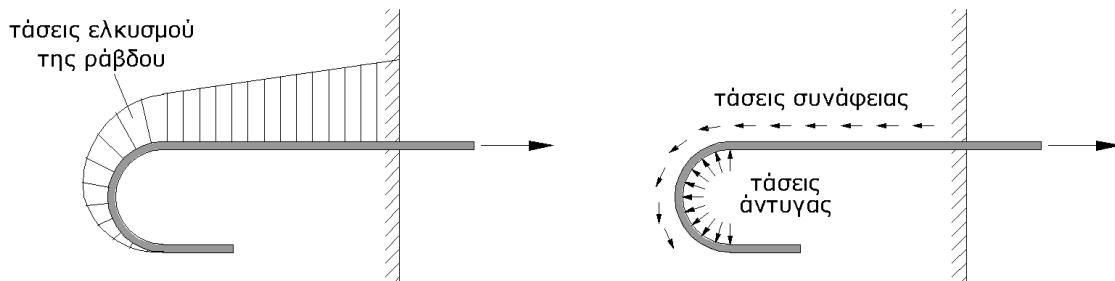
c) Ισοδύναμο μήκος αγκύρωσης για τυπικό άγκιστρο

d) Ισοδύναμο μήκος αγκύρωσης για τυπικό βρόχο

e) Ισοδύναμο μήκος αγκύρωσης με συγκολλημένη εγκάρσια ράβδο

**Σχήμα 4.5: Τύποι αγκυρώσεων και ισοδύναμο μήκος αγκύρωσης**

Οι καμπυλώσεις και τα άγκιστρα βοηθούν στην αποφυγή της εξόλκευσης του χάλυβα, όταν αυτός βρίσκεται υπό εφελκυσμό, καθώς πρόσθετα προς τις τάσεις συνάφειας αναπτύσσονται και δυνάμεις άντυγας στο καμπύλο τμήμα του αγκίστρου (σχήμα 4.6) με αποτέλεσμα να είναι πιο αποδοτική η αγκύρωση, ωστόσο οι καμπυλώσεις δεν συνεισφέρουν όμως κάτι στις αγκυρώσεις υπό θλίψη.



Σχήμα 4.6: Μηχανισμός λειτουργίας αγκίστρου

## 4.6.2 Μήκος αγκύρωσης

Το βασικό απαιτούμενο μήκος αγκύρωσης  $l_{b,rqd}$  για αγκύρωση ράβδου που καταπονείται με δύναμη  $A_s \cdot \sigma_{sd}$ , με τη παραδοχή σταθερής τάσης συνάφειας ίσης με  $f_{bd}$ , προκύπτει με τη λογική της σχέσης 4.7 και τελικά δίνεται από τη σχέση 4.9.

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \quad (4.9)$$

όπου  $\sigma_{sd} = \frac{A_{s,rqd}}{A_{s,pvd}} \cdot f_{yd}$  είναι η τάση σχεδιασμού της ράβδου στη θέση από όπου αρχίζει να μετράται η αγκύρωση και  $f_{bd}$  υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση 4.8 ( $A_{s,rqd}$  και  $A_{s,pvd}$  είναι τα απαιτούμενα και τα τοποθετημένα εμβαδά οπλισμού, αντίστοιχα. Προφανώς είναι προς την πλευρά της ασφάλειας να θεωρηθεί ότι ο λόγος τους είναι ίσος με τη μονάδα, καθώς έτσι καταλήγουμε σε μεγαλύτερο μήκος αγκύρωσης, οπότε τότε λαμβάνεται  $\sigma_{sd} = f_{yd}$ ). Για καμπτόμενες ράβδους το μήκος αγκύρωσης πρέπει να μετράται κατά μήκος της αξονικής γραμμής της ράβδου.

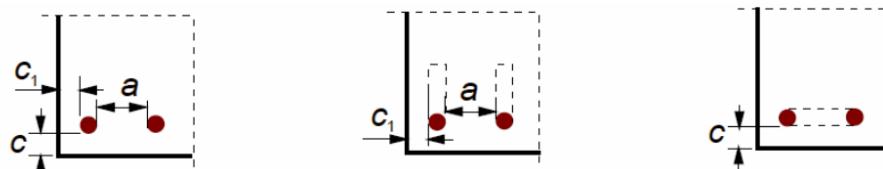
Το μήκος αγκύρωσης σχεδιασμού  $l_{bd}$  δίνεται από τη σχέση 4.10

$$l_{bd} = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_4 \cdot \alpha_5 \cdot l_{b,rqd} \geq l_{b,min} \quad (4.10)$$

Πίνακας 4.6: Τιμές των συντελεστών α

Παράγοντας επιρροής	Τύπος αγκύρωσης	Ράβδοι οπλισμών	
		Υπό εφελκυσμό	Υπό θλίψη
Μορφή ράβδων	Ευθύγραμμη	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	Μη ευθύγραμμη (βλέπε Σχήμα 8.1 (b), (c) και (d))	$\alpha_1 = 0,7$ εάν $c_d > 3\varnothing$ αλλιώς $\alpha_1 = 1,0$ (βλέπε Σχήμα για τιμές του $c_d$ )	$\alpha_1 = 1,0$
Επικάλυψη σκυροδέματος	Ευθύγραμμη	$\alpha_2 = 1 - 0,15 \cdot (c_d - \varnothing)/\varnothing$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
	Μη ευθύγραμμη (βλέπε Σχήμα 8.1 (b), (c) και (d))	$\alpha_2 = 1 - 0,15 \cdot (c_d - 3\varnothing)/\varnothing$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$ (βλέπε Σχήμα για τιμές του $c_d$ )	$\alpha_2 = 1,0$
Περισφίξη με εγκάρσιο οπλισμό μη συγκολλημένο στον κύριο οπλισμό	Όλοι οι τύποι	$\alpha_3 = 1 - K\lambda$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_3 = 1,0$
Περισφίξη με συγκολλημένο εγκάρσιο οπλισμό	Όλοι οι τύποι, η θέση και το μέγεθος όπως καθορίζεται στο Σχήμα 8.1 (e)	$\alpha_4 = 0,7$	$\alpha_4 = 0,7$
Περισφίξη με εγκάρσια πίεση	Όλοι οι τύποι	$\alpha_5 = 1 - 0,04p$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	-
όπου :			
$\lambda = (\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min})/A_s$			
$\Sigma A_{st}$ εμβαδόν διατομής του εγκάρσιου οπλισμού κατά μήκος του μήκους αγκύρωσης σχεδιασμού $I_{bd}$			
$\Sigma A_{st,min}$ εμβαδόν διατομής του ελάχιστου εγκάρσιου οπλισμού (0,25A <sub>s</sub> για δοκούς και μηδενικό για πλάκες)			
A <sub>s</sub> εμβαδόν διατομής της αγκυρούμενης ράβδου με τη μέγιστη διάμετρο			
c <sub>d</sub> τιμές που φαίνονται στα Σχήματα			
p εγκάρσια πίεση [MPa] στη κατάσταση αστοχίας κατά μήκος του I <sub>bd</sub>			

Το σχήμα 8.1 του Ευρωκώδικα 2 που αναφέρεται αντιστοιχεί στο σχήμα 4.5 του παρόντος

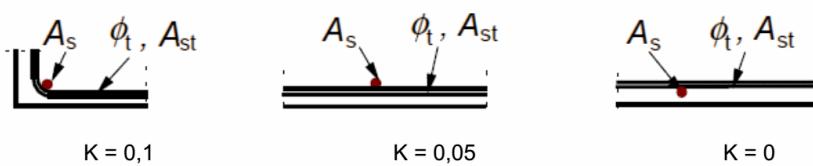


a) Ευθύγραμμες ράβδοι  
 $c_d = \min(a/2, c_1)$

b) Καμπτόμενες ράβδοι ή άγκιστρα  
 $c_d = \min(a/2, c_1)$

c) Βρόχοι  
 $c_d = c$

Σχήμα 4.7: Τιμές του συντελεστή  $c_d$



Σχήμα 4.8: Τιμές του K για δοκούς και πλάκες

όπου:

$\alpha_1$  : Αναφέρεται στην επιρροή της μορφής των ράβδων με την παραδοχή επαρκούς επικάλυψης

$\alpha_2$  : Αναφέρεται στην επιρροή της ελάχιστης επικάλυψης σκυροδέματος

$\alpha_3$  : Αναφέρεται στην επιρροή της περίσφιξης μέσω εγκάρσιου οπλισμού

$\alpha_4$  : Αναφέρεται στην επίδραση μίας ή περισσοτέρων συγκολλημένων εγκάρσιων ράβδων κατά μήκος του μήκους αγκύρωσης σχεδιασμού  $l_{bd}$

$\alpha_5$  : Αναφέρεται στην επιρροή της πίεσης εγκάρσια στο επίπεδο της διάρρηξης κατά μήκος του μήκους αγκύρωσης σχεδιασμού

$l_{b,rqd}$  : λαμβάνεται από τη σχέση 4.9

$l_{b,min}$  : Το ελάχιστο μήκος αγκύρωσης το οποίο ορίζεται σύμφωνα με τα παρακάτω

$$\text{Για αγκυρώσεις υπό εφελκυσμό: } l_{b,min} > \max \begin{cases} 0.3 \cdot l_{b,rqd} \\ 10\varnothing \\ 100mm \end{cases}$$

$$\text{Για αγκυρώσεις υπό θλίψη: } l_{b,min} > \max \begin{cases} 0.6 \cdot l_{b,rqd} \\ 10\varnothing \\ 100mm \end{cases}$$

Σε κάθε περίπτωση θα πρέπει  $(\alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_5) \geq 0.7$

Απλουστευτικά και εναλλακτικά έναντι των παραπάνω, το μήκος αγκύρωσης υπό εφελκυσμό μερικών από τις μορφές ράβδων που φαίνονται στο σχήμα 4.5 μπορεί να οριστεί ως το ισοδύναμο μήκος αγκύρωσης  $l_{b,eq}$ . Το  $l_{b,eq}$ , όπως ορίζεται στο σχήμα 4.5, ισούται προς:

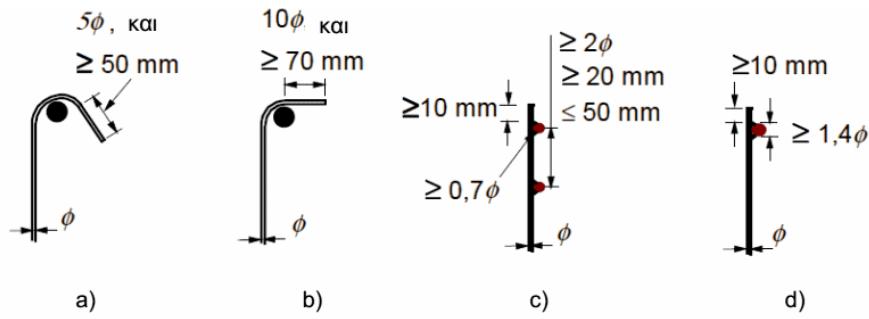
- $\alpha_1 \cdot l_{b,rqd}$  για τις μορφές ράβδων των περιπτώσεων b, c και d του σχήματος 4.5
- $\alpha_4 \cdot l_{b,rqd}$  για τη μορφή ράβδου της περιπτώσης e του σχήματος 4.5

### 4.6.3 Αγκύρωση συνδετήρων και οπλισμού διάτμησης

Η αγκύρωση συνδετήρων και οπλισμών διάτμησης πρέπει κανονικά να εξασφαλίζεται με διαμόρφωση καμπύλου άκρου, ή άγκιστρου, ή μέσω συγκολλημένων εγκάρσιων οπλισμών. Μέσα στο άγκιστρο ή το καμπύλο άκρο πρέπει να υπάρχει διαμήκης ράβδος. Η αγκύρωση πρέπει να διαμορφώνεται σύμφωνα με το σχήμα 4.9

## 4.7 Ενώσεις οπλισμών

Οι ενώσεις απαιτούνται για να εξασφαλίσουν τη μεταβίβαση της δύναμης από τη μια ράβδο στην άλλη όταν για κατασκευαστικούς λόγους δεν είναι δυνατή η διάταξη



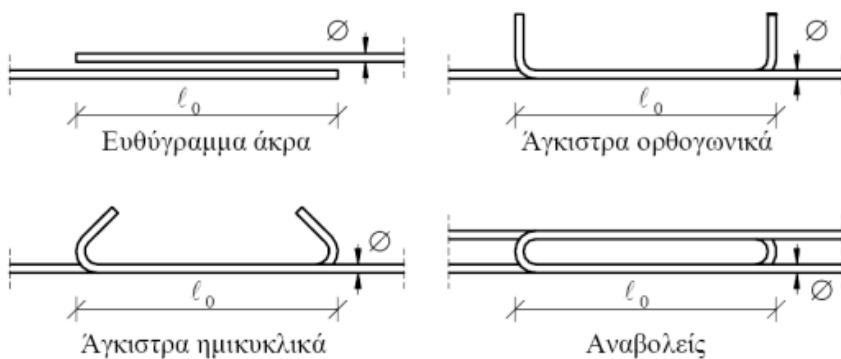
**Σημείωση :** Στις περιπτώσεις c) και d) η επικάλυψη δεν πρέπει να είναι μικρότερη από  $3\phi$  ή 50 mm.

**Σχήμα 4.9: Αγκυρώσεις συνδετήρων**

της ράβδου σε ενιαίο μήκος (π.χ. μεγάλα ανοίγματα δοκών, αδυναμία επεξεργασίας και τοποθέτησης κλπ).

Τα είδη των ενώσεων που συνήθως χρησιμοποιούνται στην πράξη είναι:

- Ενώσεις με υπερκάλυψη (σχήμα 4.10), σε διάφορες παραλλαγές, π.χ.
  - ευθύγραμμα áκρα
  - ημικυκλικά ή ορθογωνικά άγκιστρα,
  - αναβολείς,
  - ευθύγραμμα áκρα με συγκολλητούς εγκάρσιους οπλισμούς
- Ενώσεις με συγκόλληση
- Ενώσεις με μηχανικά μέσα (αρμοκλείδες, κοχλιωτές ενώσεις)



**Σχήμα 4.10: Ενώσεις με υπερκάλυψη**

#### 4.7.1 Ενώσεις με υπερκάλυψη

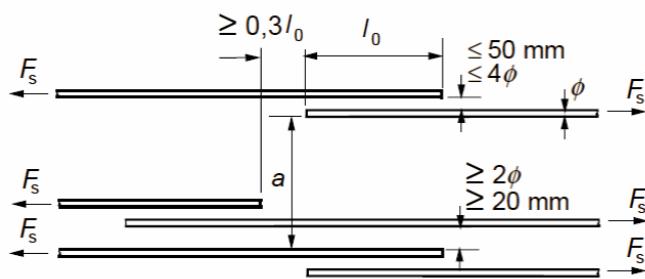
Η διαμόρφωση των υπερκαλύψεων μεταξύ ράβδων θα πρέπει να είναι τέτοια ώστε να εξασφαλίζεται η μεταβίβαση των δυνάμεων από την μία στην άλλη ράβδο, να αποφευχθεί η αποφλοίωση του σκυροδέματος στην περιοχή της ένωσης και να αποφευχθούν μεγάλα ρήγματα που επηρεάζουν την συμπεριφορά της κατασκευής.

Οι υπερκαλύψεις πρέπει να διατάσσονται συμμετρικά σε κάθε διατομή και όταν

πρόκειται για γειτονικές ράβδους πρέπει να εναλλάσσονται και να μην διατάσσονται σε περιοχές υψηλών ροπών/δυνάμεων (πχ θέσεις πλαστικών αρθρώσεων).

Οι ενώσεις ράβδων με υπερκάλυψη πρέπει να διατάσσονται σύμφωνα με το σχήμα 4.11.

Η καθαρή απόσταση μεταξύ ζεύγους υπερκαλυπτόμενων ράβδων πρέπει να μην είναι μεγαλύτερη από  $4\phi$  ή 50 mm, αλλιώς το μήκος υπερκάλυψης θα πρέπει να αυξηθεί κατά απόσταση ίση με το καθαρό διάστημα πέραν των  $4\phi$  ή 50 mm. Η διαμήκης απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών ενώσεων πρέπει να μην είναι μικρότερη από  $0.3 \cdot l_0$ , όπου  $l_0$  το μήκος υπερκάλυψης. Σε περίπτωση γειτονικών ενώσεων, η καθαρή απόσταση μεταξύ γειτονικών ράβδων δεν θα πρέπει να είναι μικρότερη από  $2\phi$  ή 20 mm



**Σχήμα 4.11:** Γειτονικές ενώσεις με υπερκάλυψη

Το μήκος υπερκάλυψης σχεδιασμού είναι

$$l_0 = \alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \alpha_3 \cdot \alpha_5 \cdot \alpha_6 \cdot l_{b,rqd} \geq l_{0,min} \quad (4.11)$$

όπου:

$l_{b,rqd}$  : Υπολογίζεται από τη σχέση 4.9

$l_{0,min}$  : Λαμβάνεται το μέγιστο των  $\{0.3 \cdot \alpha_6 \cdot l_{b,rqd}, 15\phi, 200mm\}$

$\alpha_6$  : Λαμβάνεται η τιμή  $\alpha_6 = \sqrt{\rho_1/25}$  αλλά όχι μεγαλύτερο από 1.5 ούτε μικρότερο από 1.0, όπου  $\rho_1$  είναι το ποσοστό των υπό ένωση ράβδων.

Τιμές του  $\alpha_6$  δίνονται στον Πίνακα 4.7

**Πίνακας 4.7:** Τιμές του  $\alpha_6$  (για ενδιάμεσα ποσοστά γίνεται γραμμική παρεμβολή)

Ποσοστό των υπό ένωση ράβδων ως προς το συνολικό εμβαδόν ράβδων της διατομής	<25%	33%	50%	>50%
$\alpha_6$	1	1.15	1.4	1.5



## Κεφάλαιο **5**

# Διαστασιολόγηση δομικών στοιχείων για μεγέθη ορθής έντασης

---

## 5.1 Γενικά

Ορθή ένταση σε μια διατομή χαρακτηρίζεται η εντατική κατάσταση κατά την οποία αναπτύσσονται μόνο ορθές τάσεις. Τα μεγέθη που προκαλούν ορθή ένταση σε μια εγκάρσια διατομή είναι οι αξονικές δυνάμεις και οι ροπές κάμψεις καθώς και οποιοσδήποτε συνδυασμός μεταξύ τους ( $\pm M_x$ ,  $\pm M_y$ ,  $\pm N$ ).

Με τους κανόνες που θα παρουσιαστούν προσδιορίζονται οι τιμές σχεδιασμού των μεγεθών αντοχής (αντιστάσεις). Ο προσδιορισμός αυτός μπορεί να γίνεται είτε αναλυτικά, είτε να βασίζεται σε διαγράμματα και πίνακες, όπως θα παρουσιαστεί αναλυτικά στα επόμενα κεφάλαια. Οι κανόνες αυτοί μπορούν να εφαρμόζονται ως έχουν μόνο σε γραμμικούς φορείς καθώς και σε πλάκες και κελύφη των οποίων ο οπλισμός παρουσιάζει αμελητέα απόκλιση (μικρότερη από  $15^\circ$ ) από τις διευθύνσεις των ροπών σχεδιασμού.

## 5.2 Παραδοχές

Ο υπολογισμός της αντοχής των δομικών στοιχείων βασίζεται στις παρακάτω παραδοχές, σε συνδυασμό με την κατανομή των παραμορφώσεων καθώς και τα ιδεατά διαγράμματα τάσεων παραμορφώσεων που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια:

- Η διατομή παραμένει επίπεδη και κάθετη στον παραμορφωμένο άξονα του στοιχείου
- Ο οπλισμός υφίσταται τις ίδιες μεταβολές παραμορφώσεων με το περιβάλλον σκυρόδεμα (αγνοούνται πιθανές ολισθήσεις)
- Η εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος αμελείται

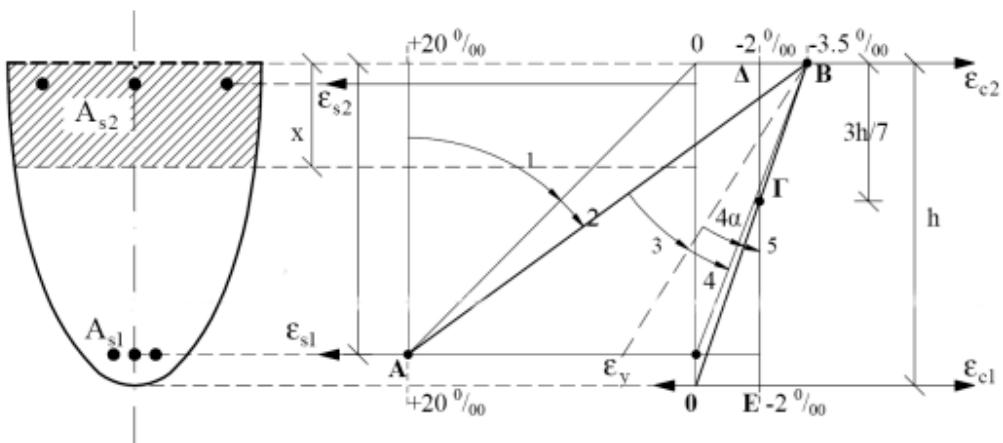
- Η μέγιστη θλιπτική παραμόρφωση του σκυροδέματος λαμβάνεται ίση με:
  - 0.0035 σε κάμψη (καθαρή ή με αξονική δύναμη, ορθή ή λοξή)
  - 0.002 σε κεντρική θλίψη
- Η μέγιστη εφελκυστική παραμόρφωση του οπλισμού λαμβάνεται ίση με 0.02 στον ΕΚΩΣ2000 ενώ στον ΕΚ2 επιτρέπεται να φτάσει και σε πολύ μεγαλύτερες τιμές (πχ 67.5%)

Ως παραμορφώσεις ( $\varepsilon$ ) νοούνται οι ανηγμένες μηκύνσεις και οι ανηγμένες βραχύνσεις.

### 5.3 Κατανομή των παραμορφώσεων

Για τον υπολογισμό της αντοχής θεωρείται ότι οι ακραίες παραμορφώσεις διέρχονται από ένα από τα τρία σημεία A, B ή Γ τα οποία ορίζονται στο σχήμα 5.1. Τα σημεία αυτά ορίζουν και τις οριακές τιμές της παραμόρφωσης του σκυροδέματος και του χάλυβα, οι οποίες αποτελούν και το κριτήριο αστοχίας κατά τον υπολογισμό.

Στο σχήμα αυτό το διαγραμμισμένο κομμάτι της διατομής αντιστοιχεί στη θλιβόμενη ζώνη,  $x$  είναι η απόσταση της ουδέτερης γραμμής από την ακραία θλιβόμενη ίνα της διατομής,  $A_{s2}$  και  $A_{s1}$  ο εφελκυόμενος και θλιβόμενος οπλισμός αντίστοιχα,  $\varepsilon_{c2}$  και  $\varepsilon_{c1}$  οι ανηγμένες παραμορφώσεις της ακραίας εφελκυόμενης και θλιβόμενης ίνας σκυροδέματος και τέλος  $\varepsilon_{s1}$  και  $\varepsilon_{s2}$  οι ανηγμένες παραμορφώσεις στις θέσεις του εφελκυόμενου και του θλιβόμενου οπλισμού.



Σχήμα 5.1: Διάγραμμα παραμορφώσεων διατομής Ο/Σ

Σύμφωνα με αυτές τις δυνατές οριακές θέσεις κατανομής των παραμορφώσεων μπορούν να διακριθούν πέντε ζώνες. Η ζώνη 1 αντιστοιχεί σε προέχοντα εφελκυσμό. Οι ζώνες 2,3 και 4 σε προέχουσα κάμψη και η ζώνη 5 αντιστοιχεί σε προέχουσα

θλίψη. Οι έννοιες του προέχοντα εφελκυσμού, προέχουσας κάμψης και προέχουσας θλίψης δηλώνουν την κατάσταση η οποία είναι αυτή που κυρίως χαρακτηρίζει τη συνολική συμπεριφορά της διατομής. Στην περίπτωση της προέχουσας θλίψης ολόκληρη η διατομή θλίβεται ενώ στην περίπτωση του προέχοντα εφελκυσμού ολόκληρη η διατομή εφελκύεται. Και στις δύο περιπτώσεις η ουδέτερη γραμμή βρίσκεται εκτός διατομής. Στην περίπτωση της προέχουσας κάμψης ένα τμήμα της διατομής εφελκύεται και ένα άλλο θλίβεται (ο ουδέτερος άξονας είναι μέσα στη διατομή).

Ένα διάγραμμα παραμορφώσεων το οποίο διέρχεται από το Α αντιστοιχεί:

- Είτε σε καθαρό εφελκυσμό (το διάγραμμα παραμορφώσεων είναι μια γραμμή κάθετη προς τον άξονα του στοιχείου) ή σε προέχοντα εφελκυσμό (ουδέτερη γραμμή εκτός διατομής)
- Είτε σε καθαρή κάμψη ή κάμψη με αξονική δύναμη κατά την οποία  $\varepsilon_c > -3.5\%$  (προέχουσα κάμψη)

Ένα διάγραμμα παραμορφώσεων το οποίο διέρχεται από το Β αντιστοιχεί:

- Σε καθαρή κάμψη ή κάμψη με αξονική δύναμη κατά την οποία εξαντλείται η αντοχή του σκυροδέματος (προέχουσα κάμψη). Η ουδέτερη γραμμή βρίσκεται μέσα στη διατομή.

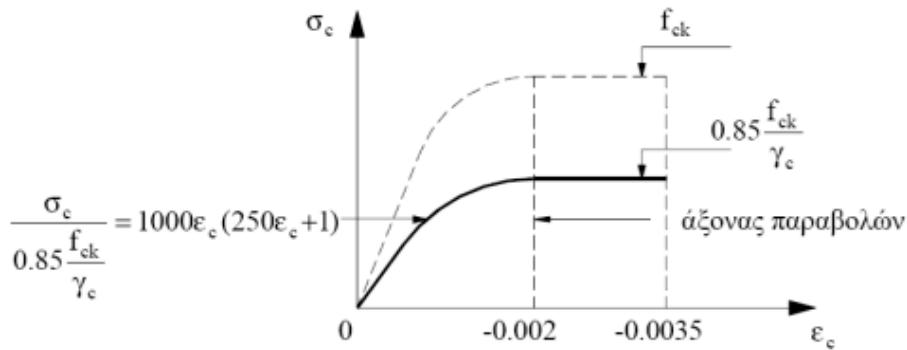
Ένα διάγραμμα παραμορφώσεων το οποίο διέρχεται από το Γ αντιστοιχεί:

- Είτε σε κάμψη με θλιπτική αξονική δύναμη (προέχουσα θλίψη, ουδέτερη γραμμή εκτός διατομής)
- Είτε σε καθαρή θλίψη (το διάγραμμα παραμορφώσεων είναι μια γραμμή κάθετη προς τον άξονα του στοιχείου).

## 5.4 Ιδεατά διαγράμματα τάσεων - παραμορφώσεων

Κατά τον υπολογισμό της αντοχής μιας διατομής χρησιμοποιείται για το σκυρόδεμα το ιδεατό διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων του σχήματος 5.2 αντί για διαγράμματα που έχουν τη μορφή που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 2 (σχήμα 2.2).

Όπως φαίνεται στο διάγραμμα αυτό η τιμή της χαρακτηριστικής αντοχής  $f_{ck}$  μειώνεται μέσω του συντελεστή  $\gamma_c$  ενώ επιπλέον υπεισέρχεται και ένας συντελεστής  $\alpha_{cc} = 0.85$  ο οποίος χρησιμοποιείται για να λάβει υπόψη τη μείωση της θλιπτικής αντοχής που οφείλεται στη μακροχρόνια και επαναλαμβανόμενη δράση των φορτίων και δεν έχει ρόλο συντελεστή ασφάλειας. Σημειώνεται ότι ο συντελεστής  $\alpha_{cc} = 0.85$  αναφέρεται στο Ελληνικό Εθνικό Προσάρτημα του Ευρωκώδικα 2 (υπήρχε και στον ΕΚΩΣ2000) ενώ στο κυρίως κείμενο του κανονισμού συνιστάται η τιμή 1.0. Πιο συγκεκριμένα, σύμφωνα με το Ελληνικό Εθνικό Προσάρτημα λαμβάνεται  $\alpha_{cc} = 0.85$  για τους ελέγχους σε κάμψη με ή χωρίς αξονική δύναμη ενώ για όλες

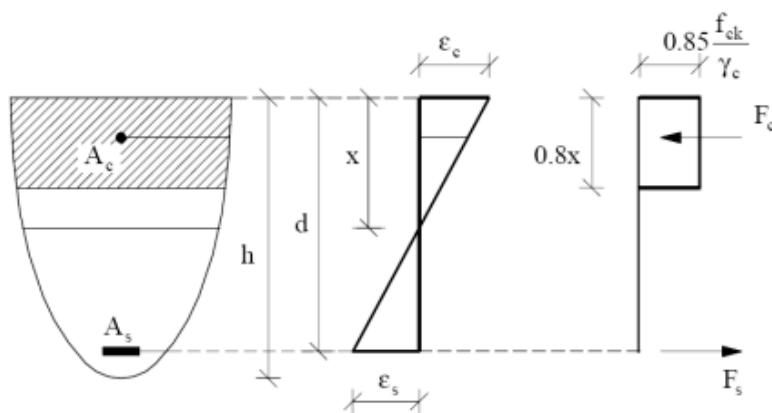


**Σχήμα 5.2:** Παραβολικό – ορθογωνικό διάγραμμα τάσεων – παραμορφώσεων σκυροδέματος

τις άλλες περιπτώσεις στις οποίες το  $\alpha_{cc}$  χρησιμοποιείται στον υπολογισμό της  $f_{cd}$ , περιλαμβανομένων όλων των ελέγχων που απαιτούνται από όλα τα μέρη του Ευρωκώδικα 8, πρέπει να λαμβάνεται  $\alpha_{cc} = 1.0$ .

Εάν η διατομή δε βρίσκεται ολόκληρη υπό θλίψη, μπορεί να χρησιμοποιηθεί μία απλοποιημένη ορθογωνική κατανομή των θλιπτικών τάσεων, όπως φαίνεται στο σχήμα 5.3. Η κατανομή αυτή ορίζεται ως εξής ( $x$  είναι το ύψος της θλιβόμενης ζώνης της διατομής):

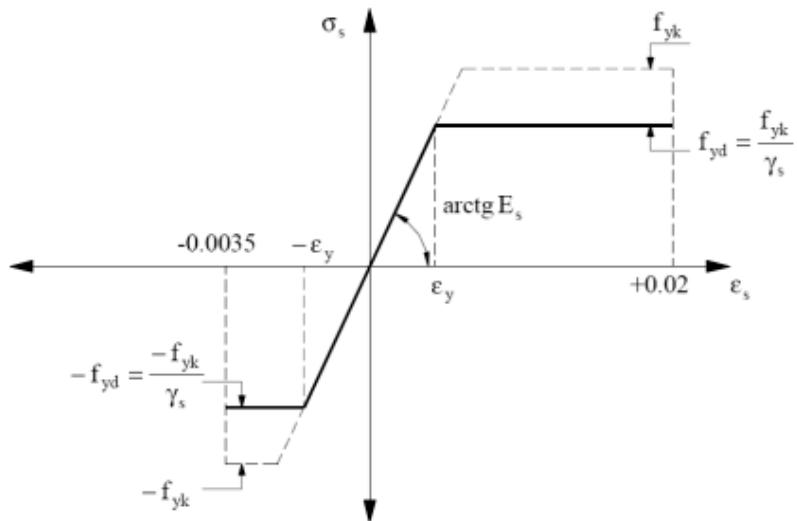
- Σε ένα μήκος  $0.20x$  από την ουδέτερη γραμμή η τάση είναι μηδέν
- Στο υπόλοιπο  $0.80x$  η τάση είναι σταθερή και έχει τιμή:
  - $0.85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$  για θλιβόμενες ζώνες σταθερού πλάτους ή ζώνες των οποίων το πλάτος αυξάνει προς τις ίνες που θλίβονται περισσότερο
  - $0.80 \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$  για θλιβόμενες ζώνες των οποίων το πλάτος μειώνεται προς τις ίνες που θλίβονται περισσότερο (κυρίως δηλαδή για ζώνες κυκλικές ή τριγωνικές με την κορυφή προς την ακραία θλιβόμενη ίνα ή τραπεζοειδείς)



**Σχήμα 5.3:** Ορθογωνικό διάγραμμα τάσεων – παραμορφώσεων σκυροδέματος

Το διάγραμμα σχεδιασμού ενός συνήθους χάλυβα προκύπτει από το χαρακτηρι-

στικό του διάγραμμα μέσω διαιρέσεως του ορίου διαρροής και των τάσεων των μεγαλύτερων του ορίου διαρροής με τον συντελεστή ασφάλειας  $\gamma_s$ .



**Σχήμα 5.4:** Διάγραμμα σχεδιασμού τάσεων – παραμορφώσεων για τον χάλυβα

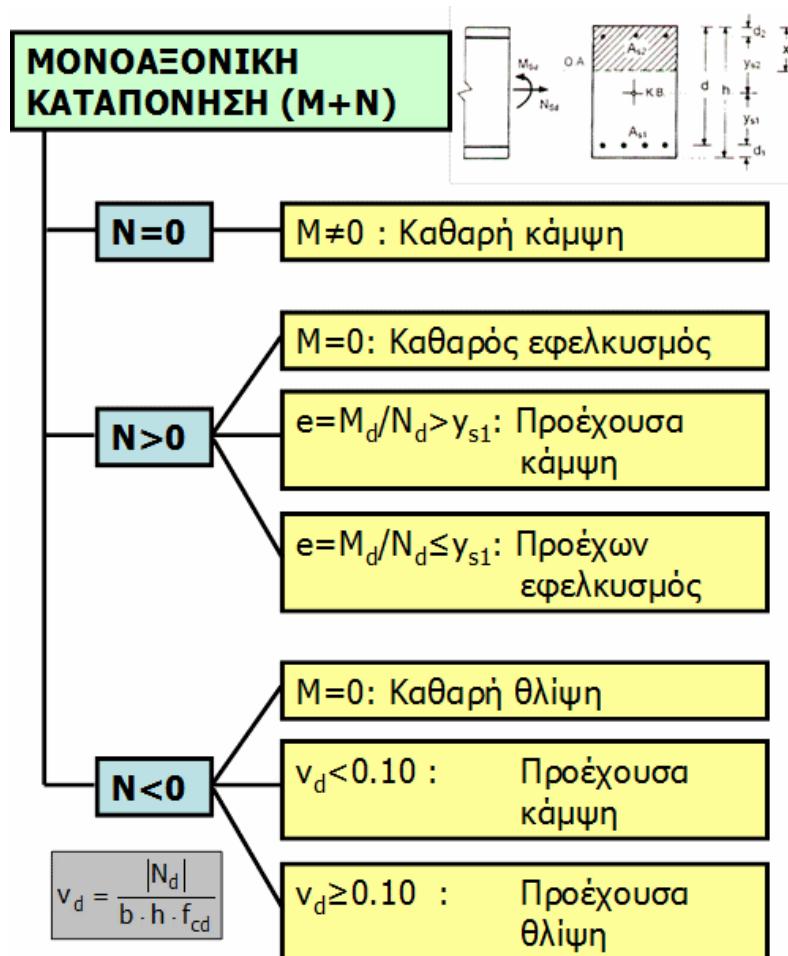
## 5.5 Διαδικασία υπολογισμού - Διάκριση περιπτώσεων

Σύμφωνα με όσα έχουν αναφερθεί στην §5.2 για την περίπτωση των διατομών που καταπονούνται από συνδυασμό μεγεθών μονοαξονικής ορθής έντασης, δηλαδή αξονικό φορτίο και ροπή κάμψης στη μία μόνο διεύθυνση (πχ  $M_x = 0$  και  $M_y \neq 0$ ), είναι δυνατό να έχει κυρίαρχο ρόλο στη συμπεριφορά της διατομής η κάμψη, η θλίψη ή ο εφελκυσμός ανάλογα με το μέγεθος των εντατικών αυτών μεγεθών.

Στο σχήμα 5.5 παρουσιάζονται όλες οι πιθανές περιπτώσεις μονοαξονικής καταπόνησης και ο τρόπος με τον οποίο γίνεται συνήθως η διάκρισή τους. Ανάλογα με την περίπτωση καταπόνησης είναι διαφορετική και η διαδικασία υπολογισμού των απαιτούμενων οπλισμών, όπως θα αναπτυχθεί με λεπτομέρεια στα επόμενα κεφάλαια.

Είναι φανερό ότι ανάλογα με τον τύπο του δομικού στοιχείου που μελετάται είναι πιθανότερη ή όχι η εμφάνιση της κάθε περίπτωσης καταπόνησης. Για παράδειγμα στις δοκούς των συνήθων οικοδομικών έργων το αξονικό φορτίο είναι είτε μηδέν (περίπτωση καθαρής κάμψης), είτε πολύ μικρό (περίπτωση προέχουσας κάμψης). Οι περιπτώσεις που εμφανίζεται αξονικό φορτίο σε δοκούς αφορούν συνήθως κεκλιμένες δοκούς (π.χ. σε αμφιθέατρα ή σε κερκίδες).

Στην περίπτωση των υποστυλωμάτων υπάρχει πάντα κάποιο θλιπτικό αξονικό φορτίο λόγω του βάρους των υπερκείμενων ορόφων το οποίο συχνά είναι αρκετά μεγάλο ώστε να είναι προέχουσα η θλίψη. Υπάρχει όμως και η περίπτωση, για παράδειγμα λόγω πολύ ισχυρών σεισμικών διεγέρσεων σε κάποια περιμετρικά υποστυ-



**Σχήμα 5.5:** Διάκριση περιπτώσεων μονοαξονικής καταπόνησης

λώματα το αξονικό φορτίο να αλλάξει πρόσημο κατά τη διάρκεια του σεισμού και να εμφανιστούν εφελκυστικά αξονικά φορτία.

Εκτός από την περίπτωση της μονοαξονικής καταπόνησης υπάρχει και αυτή της διαξονικής καταπόνησης με ή χωρίς αξονικό φορτίο ( $M_x \neq 0$  και  $M_y \neq 0$ ). Η περίπτωση αυτή είναι εξαιρετικά σπάνια σε δοκούς, είναι όμως πάρα πολύ συχνή σε υποστυλώματα που ανήκουν για παράδειγμα ταυτόχρονα σε δύο κάθετα μεταξύ τους πλαίσια. Ο τρόπος υπολογισμού στην περίπτωση αυτή διαφέρει σε σχέση με την περίπτωση της μονοαξονικής καταπόνησης.

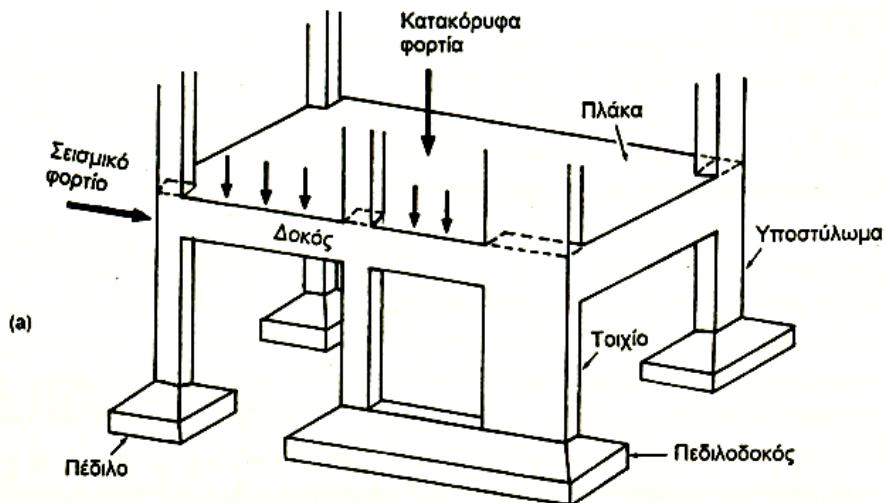
Η διαδικασία υπολογισμού για την κάθε περίπτωση θα αναπτυχθεί στο κεφάλαιο των δομικών στοιχείων όπου συνήθως συναντάται.

## Κεφάλαιο 6

# Διαστασιολόγηση δοκών

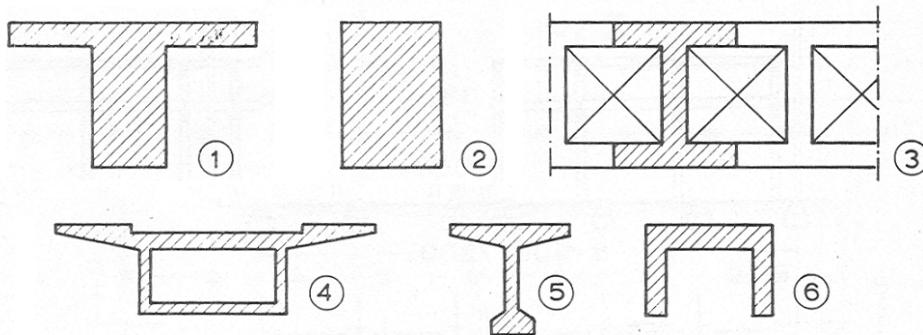
### 6.1 Γενικά

Στο σχήμα 6.1 παρουσιάζονται ενδεικτικά τα κυριότερα δομικά στοιχεία ενός απλού οικοδομικού έργου. Με τον όρο «δοκοί» αναφερόμαστε συνήθως στα οριζόντια δομικά στοιχεία από Ο/Σ, ή σε στοιχεία τα οποία παρουσιάζουν μικρή κλίση σε σχέση με την οριζόντιο.



Σχήμα 6.1: Δομικά στοιχεία απλού οικοδομικού έργου (Ζαράρης, 2002)

Οι δοκοί έχουν συνήθως ορθογωνική διατομή στα απλά οικοδομικά έργα, πολλές φορές όμως η λειτουργία τους είναι αυτή της πλακοδοκού λόγω της μονολιθικής σύνδεσης με τις παρακείμενες πλάκες, όπως θα παρουσιαστεί αναλυτικά στη συνέχεια. Στο σχήμα 6.2 παρουσιάζονται ορισμένες τυπικές διατομές δοκών Ο/Σ που εμφανίζονται σε συνήθεις (ή και όχι τόσο συνήθεις) κατασκευές.

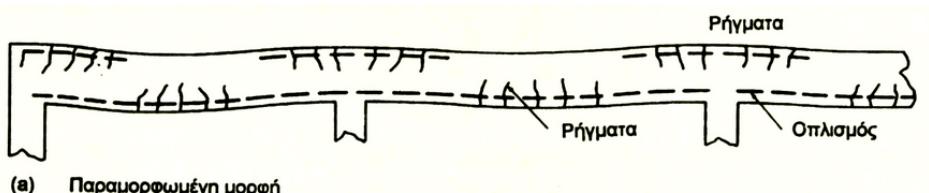


① Πλακοδοκός, ② Ορθογωνική, ③ Κυψελική, ④ Κιβωτοειδής,  
⑤ Διατομή I, ⑥ Διατομή II

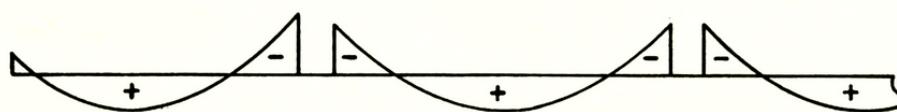
**Σχήμα 6.2:** Τυπικές διατομές δοκών οπλισμένου σκυροδέματος (Πενέλης κ.ά., 1995)

## 6.2 Συνεχείς δοκοί υπό κατακόρυφα φορτία

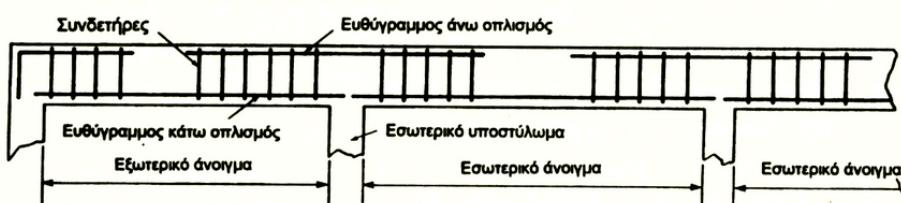
Τα συνηθέστερα φορτία που καταπονούν τις δοκούς από Ο/Σ είναι τα κατακόρυφα φορτία (ίδιο βάρος, ωφέλιμα φορτία κτλ.) και ο σεισμός. Ο σχεδιασμός για σεισμικές δράσεις δεν αποτελεί αντικείμενο του μαθήματος "Κατασκευές Οπλισμένου Σκυροδέματος I" οπότε δε θα αντιμετωπιστεί σε βάθος στις παρούσες σημειώσεις. Ωστόσο, σε διάφορα σημεία θα γίνεται αναφορά και σε αυτές καθώς είναι μία από τις αναπόφευκτες φορτίσεις και τις σημαντικότερες αιτίες βλαβών για τις κατασκευές του ελληνικού χώρου.



(a) Παραμορφωμένη μορφή



(b) Διάγραμμα ροπών για τυπική φόρτιση



(c) Οπλισμός με ευθύγραμμες ράβδους

**Σχήμα 6.3:** Δομικά στοιχεία απλού οικοδομικού έργου (Ζαράρης, 2002)

Στο σχήμα 6.3 παρουσιάζεται μια τυπική περίπτωση συνεχούς δοκού που φορτίζεται με κατακόρυφα φορτία. Το διάγραμμα ροπών φαίνεται στο σχήμα 6.3b όπου παρατηρείται ότι στα ανοίγματα οι ροπές είναι θετικές ενώ στις στηρίξεις (όπου συνδέονται με τα υποστυλώματα ή τα τοιχώματα) είναι αρνητικές. Αυτό σημαίνει ότι στα ανοίγματα εφελκύεται η κάτω ίνα του σκυροδέματος (άρα εκεί περιμένουμε να εμφανιστούν οι ρηγματώσεις) και στης στηρίξεις η πάνω (σχήμα 6.3a). Σύμφωνα με αυτήν την παρατήρηση ο κύριος οπλισμός που καλείται να παραλάβει τις ροπές κάμψης (διαμήκεις ράβδοι) πρέπει να τοποθετηθεί στο κάτω τμήμα της δοκού ενώ στις στηρίξεις στο πάνω (σχήμα 6.3c). Βέβαια, όπως θα παρουσιαστεί στη συνέχεια, ένας ελάχιστος οπλισμός τοποθετείται σε κάθε θέση και στο άνω και στο κάτω τμήμα της δοκού.

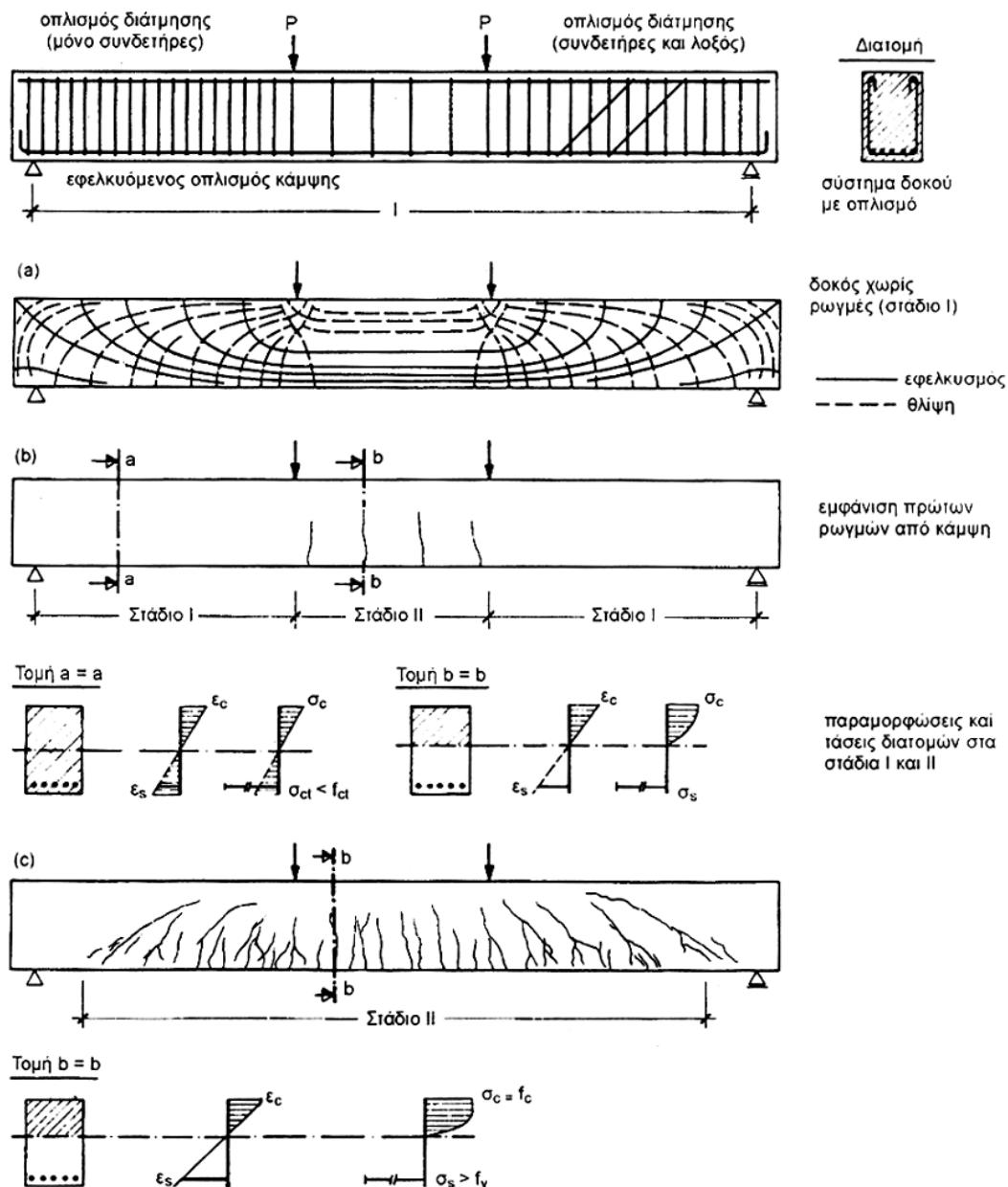
### 6.3 Αμφιέρειστες δοκοί σε κάμψη

Θεωρείται μια αμφιέρειστη δοκός από οπλισμένο σκυρόδεμα η οποία είναι φορτισμένη με δύο συμμετρικά συγκεντρωμένα φορτία (σχήμα 6.4). Η δοκός είναι οπλισμένη με διαμήκη οπλισμό στο κάτω μέρος για την παραλαβή των εφελκυστικών τάσεων από κάμψη, καθώς και με οπλισμό διάτμησης (συνδετήρες ή λοξές ράβδοι). Θα παρουσιαστεί η συμπεριφορά της δοκού για διαδοχικά αυξανόμενη φόρτιση, μέχρι τη θραύση της.

Για μικρά φορτία  $P$  δεν παρουσιάζονται ρήγματα στη δοκό, εφόσον η ακραία εφελκυστική τάση του σκυροδέματος  $\sigma_{ct}$  από κάμψη παραμένει μικρότερη από την αντοχή του σκυροδέματος  $f_{ct}$  σε εφελκυσμό από κάμψη, δηλ. είναι  $\sigma_{ct} < f_{ct}$ . Όταν ένας φορέας δεν έχει ρηγματωθεί θεωρείται ότι αυτός βρίσκεται στο στάδιο I. Σ' αυτό το στάδιο δημιουργείται ένα σύστημα από κύριες τάσεις εφελκυσμού και θλίψης. Η μορφή των τροχιών των τάσεων (δηλ. των καμπυλών με εφαπτόμενες σε κάθε σημείο τις κύριες τάσεις) φαίνεται στο σχήμα 6.4a.

Αν αυξηθεί το φορτίο, παρουσιάζονται τα πρώτα ρήγματα στην περιοχή ανάμεσα στα φορτία μόλις η ακραία τάση φθάσει την εφελκυστική αντοχή, δηλαδή όταν  $\sigma_{ct} = f_{ct}$  (σχ. 6.4b). Οι εφελκυστικές τάσεις στα ρήγματα παραλαμβάνονται εξ ολοκλήρου από τον οπλισμό. Η τάση (και η παραμόρφωση) του οπλισμού στα ρήγματα αυξάνει και η ουδέτερη γραμμή (γραμμή όπου  $\epsilon = 0$ ) ανέρχεται. Η περιοχή με τα ρήγματα θεωρείται ότι βρίσκεται τότε στο στάδιο II (ρηγματωμένη εφελκυόμενη ζώνη σκυροδέματος), ενώ η περιοχή μεταξύ φορτίου και στήριξης είναι ακόμη χωρίς ρήγματα και συνεπώς στο στάδιο I. Στο σχήμα 6.4b φαίνονται επίσης οι διατομές του σταδίου I και II καθώς και τα αντίστοιχα διαγράμματα τάσεων και παραμορφώσεων.

Όταν αυξηθεί περισσότερο το φορτίο, εμφανίζονται ρήγματα και μεταξύ φορτίου και στήριξης. Αυτά τα ρήγματα είναι λοξά λόγω της κεκλιμένης διεύθυνσης των κύριων τάσεων εφελκυσμού στην περιοχή αυτή (ρήγματα από διάτμηση). Είναι προφανές ότι κατά μήκος ενός δομικού στοιχείου σε κάποιες θέσεις θα εμφανίζεται



**Σχήμα 6.4:** Λειτουργία και στάδια αμφιέρειστης δοκού για φόρτιση μέχρι τη θραύση (Ζαράρης, 2002)

συνδυασμός καμπτικής και διατμητικής καταπόνησης. Έτσι, για μεγάλα φορτία, βρίσκεται ολόκληρος σχεδόν ο φορέας στο στάδιο II. Μόνο οι περιοχές των στηρίξεων, στις οποίες η ροπή είναι μηδενική, παραμένουν χωρίς ρήγματα μέχρι τη θραύση (σχήμα 6.4c).

Τελικά, όταν το φορτίο αυξηθεί ακόμα περισσότερο, σε κάποια περιοχή ο χάλυβας αρχίζει να διαρρέει και το σκυρόδεμα να παραμορφώνεται πλαστικά. Η κατάσταση αυτή συνοδεύεται με έντονη παραμόρφωση της δοκού (βέλος κάμψεως). Αυτή η πλαστική λειτουργία της δοκού χαρακτηρίζεται ως στάδιο III.

Στο σχήμα 6.5 φαίνεται η μεταβολή της γωνίας στροφής  $\theta$  την οποία υφίσταται η

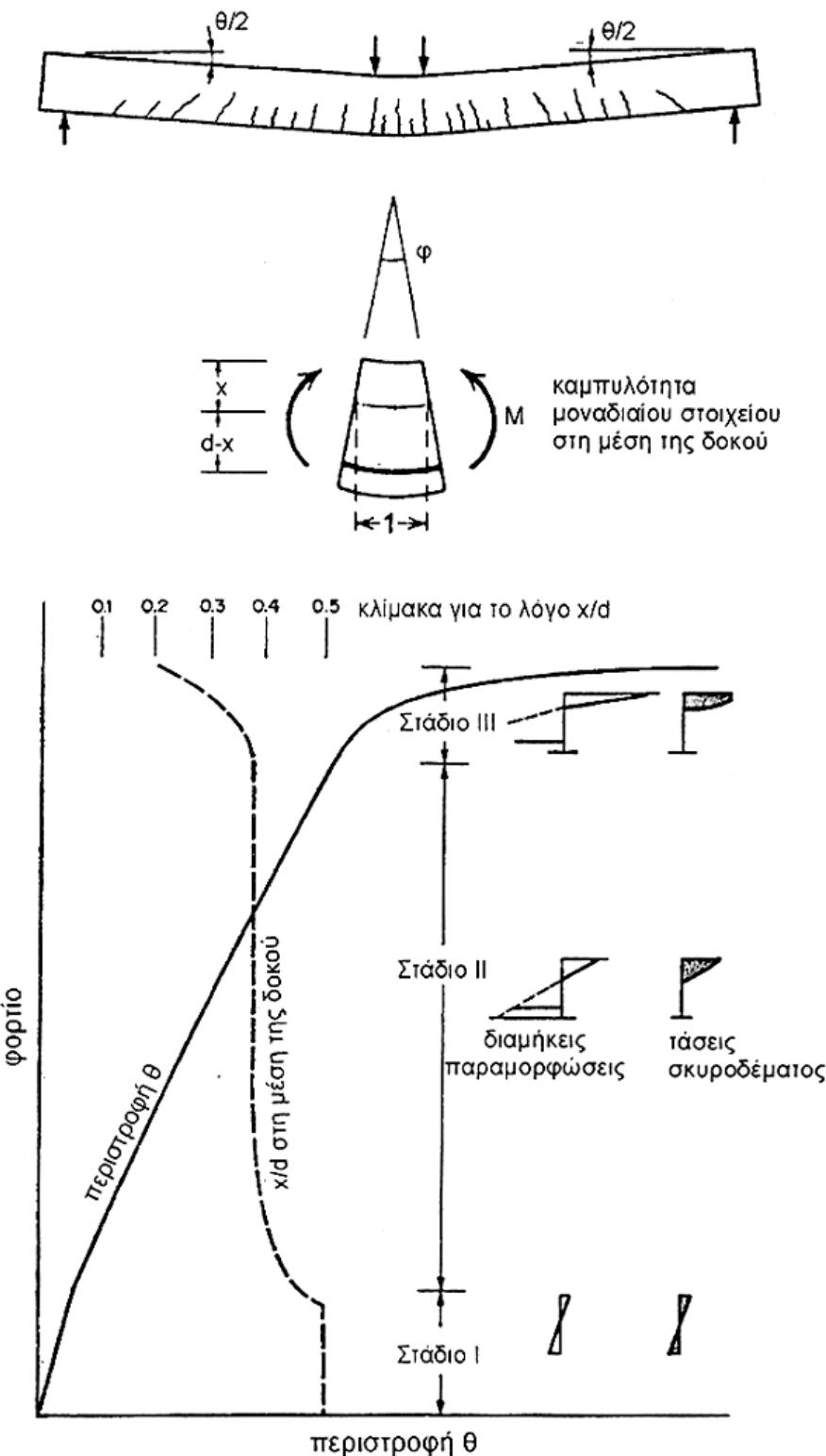
δοκός κατά την προοδευτική αύξηση της φόρτισης μέχρι την αστοχία (μέσω της γωνίας στροφής ουσιαστικά παρατηρείται και η μεταβολή της καμπυλότητας και του βέλους κάμψης). Επίσης στο ίδιο σχήμα φαίνεται και η αντίστοιχη μεταβολή της θέσης του ουδέτερου άξονα, δηλαδή η μεταβολή του ύψους  $x$  της θλιβόμενης ζώνης του σκυροδέματος. Συνηθίζεται το ύψος  $x$  της θλιβόμενης ζώνης να εκφράζεται ανηγμένο ως προς το στατικό ύψος  $d$  της δοκού, δηλαδή χρησιμοποιείται ο λόγος  $\xi = x/d$ .

Κατά την αρηγμάτωτη φάση (Στάδιο I) η δοκός συμπεριφέρεται τελείως ελαστικά. Η παραμόρφωση της (στροφή  $\theta$ ) είναι μικρή και απόλυτα ανάλογη της εξωτερικής φόρτισης. Επίσης η θέση του ουδέτερου άξονα είναι στη μέση της δοκού ( $x/d = 0.50$ ).

Κατά τη ρηγματωμένη φάση (Στάδιο II) ενεργοποιείται ο διαμήκης εφελκυόμενος οπλισμός. Η δύναμη του οπλισμού μαζί με τη θλιπτική δύναμη του σκυροδέματος στην θλιβόμενη ζώνη στο άνω μέρος της δοκού σχηματίζουν ζεύγος δυνάμεων που ισορροπεί τη ροπή λόγω της εξωτερικής φόρτισης. Η παραμόρφωση της δοκού γίνεται μεγαλύτερη και συνεχίζει να αυξάνεται αναλογικά με την εξωτερική φόρτιση σε όλη τη διάρκεια του σταδίου II. Αυτό οφείλεται κυρίως στην παραδοχή διατήρησης της ευθύγραμμης κατανομής των ανηγμένων παραμορφώσεων  $\epsilon$  καθύψος της διατομής. Επίσης, η θέση του ουδέτερου άξονα ανέρχεται, δηλ. το ύψος  $x$  της θλιβόμενης ζώνης μειώνεται, αλλά διατηρείται περίπου σταθερό μέχρι το πέρας του σταδίου II.

Κατά την τρίτη και τελευταία φάση (Στάδιο III) έχουμε διαρροή του διαμήκους οπλισμού στην περιοχή της μεγαλύτερης ροπής κάμψεως (εδώ στο μεσαίο τμήμα της δοκού). Μόλις συμβεί η διαρροή, μια αύξηση της επιβαλλόμενης ροπής λόγω της εξωτερικής φόρτισης δεν μπορεί πλέον να αντισταθμιστεί με αύξηση της δύναμης του οπλισμού. Έτσι, μια αύξηση του φορτίου οδηγεί σε αύξηση του μοχλοβραχίονα μεταξύ της εφελκυστικής και θλιπτικής δύναμης της ρηγματωμένης διατομής, και φυσικά σε δραστική μείωση του ύψους της θλιβόμενης ζώνης. Η επιφάνεια της θλιβόμενης ζώνης περιορίζεται γρήγορα σε τέτοιο βαθμό που η τάση του σκυροδέματος εκεί φθάνει την οριακή αντοχή σε σύνθλιψη. Αυτή η κατάσταση ορίζει και τη μέγιστη καμπτική αντοχή της δοκού.

Η θλιβόμενη ζώνη του σκυροδέματος μπορεί να αντέξει σε σημαντική παραμόρφωση κατά τη διάρκεια αυτού του τελευταίου σταδίου και το μεσαίο τμήμα της δοκού μεταπίπτει ουσιαστικά σε μία πλαστική άρθρωση, που υφίσταται μεγάλες παραμορφώσεις για πολύ μικρές αυξήσεις του εξωτερικού φορτίου. Στην περίπτωση της αμφιέρειστης δοκού η ενός προβόλου (ισοστατικοί φορείς) αυτό σημαίνει κατάρρευση του φορέα. Στην περίπτωση όμως ενός υπερστατικού φορέα ο σχηματισμός μιας πλαστικής άρθρωσης σημαίνει βλάβη με ανακατανομή της έντασης.



**Σχήμα 6.5:** Λειτουργία και στάδια αμφιέρειστης δοκού για φόρτιση μέχρι τη θραύση (Ζαράρης, 2002)

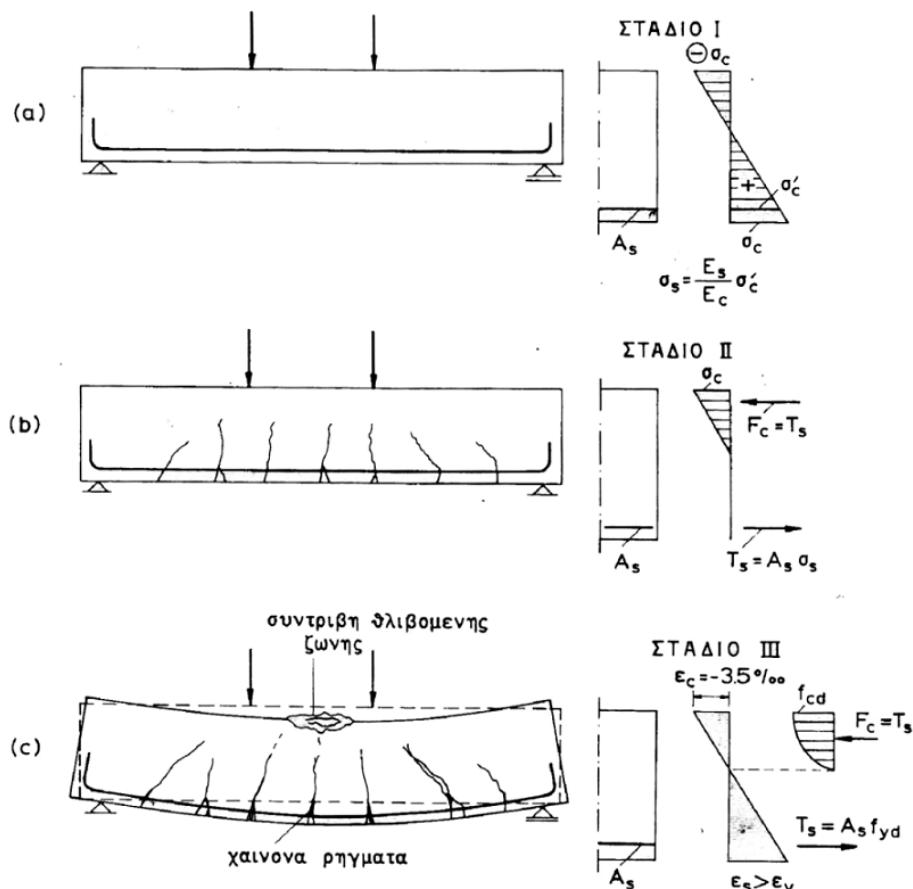
## 6.4 Εικόνες καμπτικής αστοχίας δοκού Ο/Σ

Η αστοχία σε κάμψη μιας δοκού μπορεί να επέλθει είτε από υπέρβαση της φέρουσας ικανότητας του χάλυβα (διαρροή του οπλισμού), είτε από υπέρβαση της φέ-

ρουσας θλιπτικής ικανότητας του σκυροδέματος (συντριβή της θλιβόμενης ζώνης). Κριτήριο αστοχίας αποτελούν, όπως έχει προαναφερθεί στο κεφάλαιο 5, οι ακραίες παραμορφώσεις της διατομής ( $\varepsilon_s = 20\%$ ,  $\varepsilon_c = -3.5\%$  σύμφωνα με τον ΕΚΟΣ2000, ενώ σύμφωνα με τον EC2 η  $\varepsilon_s$  λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές). Αν σε κάποια από τις δύο ακραίες ίνες της διατομής η παραμόρφωση φτάσει σε μία από τις δύο αυτές τιμές τότε θεωρείται ότι η δοκός έχει αστοχήσει.

#### 6.4.1 Διατομές "κανονικά" οπλισμένες

Μια διατομή θεωρούμε ότι είναι "κανονικά" οπλισμένη όταν το ποσοστό του οπλισμού της κυμαίνεται σε λογικά πλαίσια, ανάμεσα στις ελάχιστες και τις μέγιστες απαιτήσεις που θέτει ο κανονισμός, όπως θα δούμε στη συνέχεια. Η συμπεριφορά της στα διαδοχικά επίπεδα φόρτισης είναι η παρακάτω (σχήμα 6.6).



Σχήμα 6.6: Συμπεριφορά κανονικά οπλισμένης δοκού (Πενέλης κ.ά., 1995)

- Μετά την υπέρβαση της εφελκυστικής αντοχής του σκυροδέματος η δοκός μεταπίπτει από το στάδιο I στο στάδιο II. Δηλαδή το σκυρόδεμα ρηγματώνεται στην εφελκυόμενη ζώνη και το σύνολο των εφελκυστικών τάσεων παραλαμβάνεται πλέον από τους οπλισμούς. Αυτό έχει ως συνέπεια να εμφανιστούν στη δοκό τα πρώτα τριχοειδή ρήγματα.

- Με την αύξηση του φορτίου και εφόσον ο οπλισμός δε διαρρέει τα ρήγματα αυτά πληθαίνουν σε αριθμό, παρουσιάζουν όμως μια ιδιαίτερα χαρακτηριστική ευστάθεια προχωρώντας καθύψος της διατομής με αρκετά βραδείς ρυθμούς.
- Με την περαιτέρω αύξηση του φορτίου οι οπλισμοί φτάνουν στο όριο διαρροής τους χωρίς να έχει εξαντληθεί η φέρουσα ικανότητα της θλιβόμενης ζώνης του σκυροδέματος. Τότε τα τριχοειδή ρήγματα αρχίζουν γρήγορα να διευρύνονται και η δοκός να παρουσιάζει μεγάλα βέλη κάμψης.
- Η διεύρυνση των ρηγμάτων έχει ως συνέπεια τη συνεχή μείωση του ύψους της θλιβόμενης ζώνης (η ουδέτερη γραμμή μετατοπίζεται προς τα πάνω). Η τελική αστοχία επέρχεται συνήθως από τη συντριβή της θλιβόμενης ζώνης λόγω της αδυναμίας της να φέρει σε τόσο μικρό ύψος θλιπτική δύναμη ίση με τη δύναμη διαρροής του οπλισμού.

Χαρακτηριστικό αυτής της εικόνας αστοχίας είναι ότι παρέχει έγκαιρη προειδοποίηση ότι επίκειται αστοχία, μέσω των έντονων ρηγμάτων και των σημαντικών βελών κάμψης. Η συμπεριφορά αυτή ονομάζεται πλάστιμη, σε αντίθεση με την ψαθυρή συμπεριφορά όπου η αστοχία επέρχεται αιφνίδια, χωρίς καμία προειδοποίηση.

Επιπλέον, μια κανονικά οπλισμένη δοκός έχει σημαντικά περιθώρια πλαστικής παραμόρφωσης και κατά συνέπεια μεγάλη ικανότητα απορρόφησης ενέργειας, ιδιότητα που είναι πολύ σημαντική, ιδιαίτερα για τις σεισμικές φορτίσεις.

#### 6.4.2 Διατομές με ασθενή όπλιση

Είναι οι διατομές με ιδιαίτερα χαμηλό ποσοστό οπλισμού. Στην περίπτωση αυτή η συμπεριφορά είναι η εξής:

- Κατά τη μετάβαση από το στάδιο I στο στάδιο II οι οπλισμοί δεν είναι σε θέση να παραλάβουν τις εφελκυστικές τάσεις που αναπτύσσονται στην εφελκυόμενη ζώνη (σχήμα 6.6a). Έτσι, με την εμφάνιση των πρώτων ρηγμάτων ο οπλισμός διαρρέει και η δοκός καταρρέει, χωρίς καμία προειδοποίηση.

Η ψαθυρή αυτή μορφή αστοχίας είναι ιδιαίτερα ανεπιθύμητη και ο αποκλεισμός της επιτυγχάνεται με την τοποθέτηση ενός ελάχιστου ποσοστού οπλισμού στην εφελκυόμενη ζώνη, όπως θα δούμε στη συνέχεια.

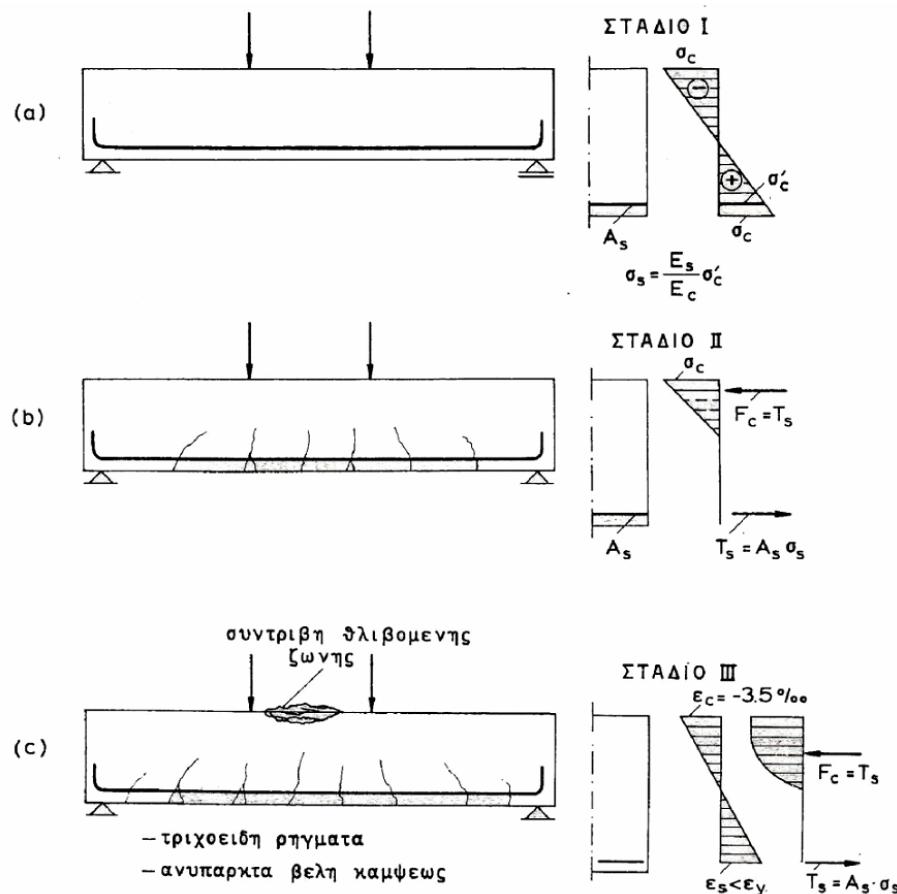
#### 6.4.3 Διατομές ισχυρά οπλισμένες

Στην περίπτωση των ισχυρά οπλισμένων δοκών η συμπεριφορά στα διαδοχικά επίπεδα φόρτισης είναι η εξής:

- Μετά την υπέρβαση της εφελκυστικής αντοχής του σκυροδέματος η δοκός μεταπίπτει και πάλι από το στάδιο I στο στάδιο II. Λόγω όμως του υψηλού πο-

σοστού οπλισμού οι αναπτυσσόμενες τάσεις στον χάλυβα είναι πολύ μικρές και τα τριχοειδή ρήγματα είναι λεπτότερα από ότι στις κανονικά οπλισμένες δοκούς.

- Με την αύξηση του φορτίου και χωρίς κάποια σημαντική διεύρυνση ή επέκταση προς τα πάνω των τριχοειδών ρηγμάτων, κάποια στιγμή εξαντλείται η θλιπτική αντοχή του σκυροδέματος στη θλιβόμενη ζώνη πριν από τη διαρροή του οπλισμού. Αυτό έχει ως συνέπεια την αιφνίδια συντριβή της θλιβόμενης ζώνης του σκυροδέματος, χωρίς προειδοποιητικά ρήγματα μεγάλου εύρους ή μεγάλα βέλη κάμψης (σχήμα 6.7).



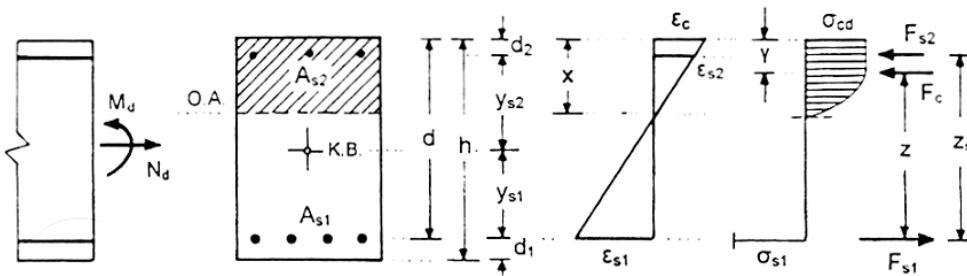
Σχήμα 6.7: Συμπεριφορά ισχυρά οπλισμένης δοκού (Πενέλης κ.ά., 1995)

Η μορφή αστοχίας αυτή είναι ψαθυρού χαρακτήρα και ο αποκλεισμός της επιτυγχάνεται με την ύπαρξη ενός μέγιστου ποσοστού οπλισμού το οποίο ορίζεται από τον κανονισμό και πέρα από το οποίο απαιτείται η αύξηση της διατομής του σκυροδέματος. Επιπλέον, για την αποφυγή αυτής της μορφής αστοχίας βοηθά και η ύπαρξη αυξημένου οπλισμού στη θλιβόμενη ζώνη ο οποίος θα παραλαμβάνει μέρος των θλιπτικών τάσεων.

## 6.5 Προέχουσα κάμψη ορθογωνικών διατομών

Η συχνότερη περίπτωση φόρτισης των δοκών Ο/Σ των συνήθων οικοδομικών έργων είναι η περίπτωση της (μονοαξονικής) προέχουσας κάμψης (η καθαρή κάμψη θεωρείται ως υποπερίπτωση της προέχουσας κάμψης για  $N = 0$ ). Όπως έχει ήδη αναφερθεί στην προέχουσα κάμψη η ουδέτερη γραμμή βρίσκεται μέσα στη διατομή του δομικού στοιχείου.

Η πορεία υπολογισμού που παρουσιάζεται αφορά σε διατομές στις οποίες η θλιβόμενη ζώνη έχει ορθογωνική διατομή (έχει δηλαδή σταθερό πλάτος). Σύμφωνα με όσα αναφέρθηκαν στο κεφάλαιο 5 για τον υπολογισμό της αντοχής των δομικών στοιχείων γίνεται η παραδοχή ότι η εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος αμελείται (ουσιαστικά δηλαδή γίνεται η θεώρηση ότι η διατομή βρίσκεται σε στάδιο II). Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο η μορφή της εφελκυόμενης περιοχής δεν έχει καμία επίδραση στον υπολογισμό.



**Σχήμα 6.8:** Λειτουργία και στάδια αμφιέρειστης δοκού για φόρτιση μέχρι τη θραύση (Ζαράρης, 2002)

Μια ορθογωνική διατομή με τα εντατικά μεγέθη ( $M_d, N_d$ ), τις τάσεις, τις παραμορφώσεις και τις εσωτερικές δυνάμεις που προκαλούνται φαίνεται στο σχήμα 6.8, όπου:

- |                       |  |
|-----------------------|--|
| $F_c$                 | η θλιπτική δύναμη του σκυροδέματος   |
| $F_{s1}$              | η δύναμη του εφελκυόμενου οπλισμού   |
| $F_{s2}$              | η δύναμη του θλιβόμενου οπλισμού   |
| $z$                   | ο μοχλοβραχίονας των εσωτερικών δυνάμεων   |
| $x$                   | το ύψος της θλιβόμενης ζώνης   |
| $d$                   | το στατικό ύψος της διατομής   |
| $y_{s1}$ και $y_{s2}$ | οι αποστάσεις ανάμεσα στο κέντρο βάρους της διατομής και στα κέντρα βάρους του εφελκυόμενου και θλιβόμενου οπλισμού αντίστοιχα |

Οι εξισώσεις ισορροπίας  $\Sigma N = 0$  και  $\Sigma M = 0$ , για ροπές ως προς το σημείο εφαρμογής της  $F_{s1}$  δίνουν αντίστοιχα:

$$\begin{aligned} N_d + F_c + F_{s2} - F_{s1} &= 0 \\ M_d - F_c \cdot z - F_{s2} \cdot z_s &= 0 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Ορίζεται ως  $M_{sd}$  η ροπή των εξωτερικών δυνάμεων ως προς το σημείο εφαρμογής της δύναμης  $F_{s1}$ . Η ροπή αυτή χρησιμοποιείται ως ροπή σχεδιασμού και ισούται με

$$M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1} \quad (6.2)$$

Η σχέση 6.2 είναι η βασική σχέση με την οποία γίνεται ο υπολογισμός των απαιτούμενων οπλισμών για μια διατομή που καταπονείται από προέχουσα κάμψη. Με βάση αυτήν υπολογίζεται η ανηγμένη τιμή της ροπής σχεδιασμού  $\mu_{sd}$  ως εξής:

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (6.3)$$

όπου

- $b$  το πλάτος της διατομής
- $d$  το στατικό ύψος
- $f_{cd}$  η τιμή σχεδιασμού της θλιπτικής αντοχής του σκυροδέματος

Στη συνέχεια η ανηγμένη τιμή της ροπής συγκρίνεται με μια οριακή τιμή  $\mu_{lim}$  η οποία προσδιορίζεται συναρτήσει της ποιότητας του χάλυβα και του λόγου  $d_2/d$ . Για ποιότητες σκυροδέματος  $\leq C50/60$  και χάλυβα με  $f_{yk} = 500 MPa$ , ισχύει προσεγγιστικά  $\mu_{lim} = 0.296$ .

Ανάλογα με το μέγεθος της  $\mu_{sd}$  διακρίνονται δύο περιπτώσεις:

1. Αν  $\mu_{sd} \leq \mu_{lim}$  τότε δεν απαιτείται η τοποθέτηση θλιβόμενου οπλισμού και το μηχανικό ποσοστό οπλισμού  $\omega$  προσδιορίζεται από τον πίνακα 6.1. Ο απαιτούμενος εφελκυόμενος οπλισμός είναι

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} \quad (6.4)$$

2. Αν  $\mu_{sd} > \mu_{lim}$  τότε απαιτείται η τοποθέτηση και θλιβόμενου οπλισμού και τα μηχανικά ποσοστά οπλισμού  $\omega_1$  και  $\omega_2$  για τον εφελκυόμενο και θλιβόμενο οπλισμό αντίστοιχα προσδιορίζονται από τους πίνακες 6.2 και 6.3. Ο απαιτούμενος εφελκυόμενος οπλισμός είναι στην περίπτωση αυτή:

$$A_{s1} = \omega_1 \cdot \rho_1 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} \quad (6.5)$$

και ο απαιτούμενος θλιβόμενος οπλισμός

$$A_{s2} = \omega_2 \cdot \rho_2 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (6.6)$$

**Πίνακας 6.1:** Γενικός πίνακας υπολογισμού ορθογωνικών διατομών χωρίς θλιβόμενο οπλισμό για κάμψη με ή χωρίς αξονική δύναμη (ποιότητες σκυροδέματος  $\leq C50/60$ )

$\mu_{sd}$	$\omega$	$\xi = x/d$	$\zeta = z/d$	$\varepsilon_c$ (%)	$\varepsilon_s$ (%)
0.01	0.0101	0.030	0.990	0.77	25.00
0.02	0.0203	0.044	0.985	1.15	25.00
0.03	0.0306	0.055	0.980	1.46	25.00
0.04	0.0410	0.066	0.976	1.76	25.00
0.05	0.0515	0.076	0.971	2.06	25.00
0.06	0.0621	0.086	0.967	2.37	25.00
0.07	0.0728	0.097	0.962	2.68	25.00
0.08	0.0836	0.197	0.957	3.01	25.00
0.09	0.0946	0.118	0.951	3.35	25.00
0.10	0.1058	0.131	0.946	3.20	23.29
0.11	0.1170	0.145	0.940	3.50	20.71
0.12	0.1285	0.159	0.934	3.50	18.55
0.13	0.1401	0.173	0.928	3.50	16.73
0.14	0.1519	0.188	0.922	3.50	15.16
0.15	0.1638	0.202	0.916	3.50	13.80
0.16	0.1759	0.217	0.910	3.50	12.61
0.17	0.1882	0.233	0.903	3.50	11.56
0.18	0.2007	0.248	0.897	3.50	10.62
0.19	0.2134	0.264	0.890	3.50	9.78
0.20	0.2263	0.280	0.884	3.50	9.02
0.21	0.2395	0.296	0.877	3.50	8.33
0.22	0.2529	0.312	0.870	3.50	7.71
0.23	0.2665	0.329	0.863	3.50	7.13
0.24	0.2804	0.346	0.856	3.50	6.61
0.25	0.2946	0.364	0.849	3.50	6.12
0.26	0.3091	0.382	0.841	3.50	5.67
0.27	0.3239	0.400	0.834	3.50	5.25
0.28	0.3391	0.419	0.826	3.50	4.86
0.29	0.3546	0.438	0.818	3.50	4.49
0.30	0.3706	0.458	0.810	3.50	4.15
0.31	0.3869	0.478	0.801	3.50	3.82
0.32	0.4038	0.499	0.793	3.50	3.52
0.33	0.4211	0.520	0.784	3.50	3.23
0.34	0.4391	0.542	0.774	3.50	2.95
0.35	0.4576	0.565	0.765	3.50	2.69
0.36	0.4768	0.589	0.755	3.50	2.44
0.37	0.4968	0.614	0.745	3.50	2.20

Ακόμα και στην περίπτωση που προκύπτει  $\mu_{sd} > \mu_{lim}$ , η διατομή είναι δυνατό να υπολογιστεί χωρίς θλιβόμενο οπλισμό, η λύση όμως αυτή δεν είναι οικονομική.

**Πίνακας 6.2:** Γενικός πίνακας υπολογισμού ορθογωνικών διατομών με θλιβόμενο οπλισμό για κάμψη με ή χωρίς αξονική δύναμη

$\mu_{sd}$	$\omega_1$	$\omega_2$	$\xi = x/d$	$\zeta = z/d$	$\varepsilon_c$ (%)	$\varepsilon_s$ (%)
0.30	0.367	0.004				
0.32	0.387	0.025				
0.34	0.408	0.045				
0.36	0.428	0.066				
0.38	0.449	0.086				
0.40	0.469	0.107				
0.42	0.490	0.128				
0.44	0.510	0.148				
0.46	0.531	0.169				
0.48	0.551	0.190				
0.50	0.572	0.210	0.81	0.45	3.50	4.278
0.52	0.592	0.231				
0.54	0.613	0.251				
0.56	0.633	0.272				
0.58	0.654	0.293				
0.60	0.674	0.313				
0.62	0.695	0.334				
0.64	0.716	0.355				
0.66	0.736	0.375				
0.68	0.757	0.396				
0.70	0.777	0.416				

**Πίνακας 6.3:** Βοηθητικοί συντελεστές  $\rho_1$  και  $\rho_2$  για τον υπολογισμό ορθογωνικών διατομών με θλιβόμενο οπλισμό

Συντελεστές		$\omega_1$ Πίν. 6.2	$d_2/d$							
$\rho_1$	$\rho_2$		0.03	0.05	0.07	0.09	0.11	0.13	0.15	0.17
$\rho_1$	<0.363	1.00	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.00
	0.469	1.00	1.005	1.010	1.015	1.020	1.026	1.032	1.038	
	0.572	1.00	1.008	1.016	1.024	1.033	1.042	1.052	1.062	
	0.674	1.00	1.010	1.020	1.030	1.042	1.053	1.065	1.078	
	0.777	1.00	1.011	1.023	1.035	1.048	1.061	1.075	1.090	
$\rho_2$			1.00	1.021	1.043	1.066	1.090	1.115	1.141	1.169

Κάνοντας την αντίστροφη ακριβώς διαδικασία, αν ζητείται να υπολογιστεί το ελάχιστο ύψος μιας διατομής έτσι ώστε να μην απαιτείται θλιβόμενος οπλισμός, αυτό μπορεί να γίνει ως εξής:

Υπολογίζεται το στατικό ύψος  $d$  από τη σχέση 6.3, θέτοντας όπου  $\mu_{sd}$  το  $\mu_{lim}$  και στη συνέχεια το ύψος της διατομής θα είναι  $h = d + d_1$ .

$$d = \sqrt{\frac{M_{sd}}{\mu_{lim} \cdot b \cdot f_{cd}}} \quad (6.7)$$

Είναι βέβαια προφανές ότι αν υπολογίζουμε το ελάχιστο ύψος μιας διατομής έτσι ώστε να μην απαιτείται θλιβόμενος οπλισμός τότε στη διατομή θα χρειαστεί να τοποθετηθεί σημαντική ποσότητα οπλισμού (θα πρέπει να γίνει ο έλεγχος μήπως ξεπερνά το μέγιστο επιτρεπόμενο ποσοστό  $\rho_{max}$ ) και η λύση δε θα είναι η οικονομικότερη δυνατή. Μια πιο οικονομική περίπτωση για τις ορθογωνικές διατομές θα προέκυπτε αν στη εξίσωση 6.7 θέσουμε όπου  $\mu_{sd}$  το  $\mu_{oik}$ , το οποίο παίρνει τιμές της τάξης του  $\mu_{oik} \approx 0.18 - 0.22$ .

$$d = \sqrt{\frac{M_{sd}}{\mu_{oik} \cdot b \cdot f_{cd}}} \quad (6.8)$$

## 6.6 Προέχων εφελκυσμός

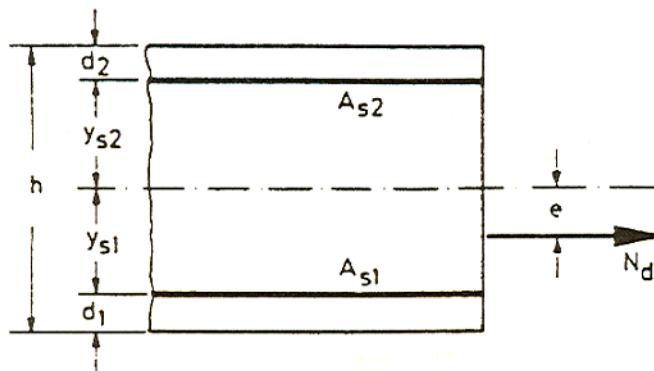
Στη σπάνια περίπτωση που υπάρχει εφελκυστική αξονική δύναμη σε μια διατομή πρέπει να γίνει ο έλεγχος αν η διατομή αυτή καταπονείται από προέχουσα κάμψη ή (σπανιότερα) από προέχοντα εφελκυσμό. Ανάλογα με την τιμή της εκκεντρότητας  $e$  της εφελκυστικής δύναμης (σχήμα 6.9), διακρίνονται δύο περιπτώσεις:

- Αν  $e = \frac{M_d}{N_d} > y_{s1}$  τότε η ουδέτερη γραμμή βρίσκεται μέσα στη διατομή και αναπτύσσεται σε αυτή θλιβόμενη ζώνη (υπάρχει δηλαδή τμήμα το οποίο θλίβεται) και η διαδικασία υπολογισμού είναι αυτή που περιγράφηκε στην προέχουσα κάμψη.
- Αν  $e = \frac{M_d}{N_d} \leq y_{s1}$  τότε η ουδέτερη γραμμή βρίσκεται έξω από τη διατομή και σε όλο το ύψος της αναπτύσσονται εφελκυστικές παραμορφώσεις. Η περίπτωση αυτή ονομάζεται προέχοντας εφελκυσμός και ο απαιτούμενος οπλισμός υπολογίζεται μέσω των παρακάτω σχέσεων:

$$\begin{aligned} A_{s1} &= \frac{N_d}{f_{yd}} \cdot \frac{y_{s2} + e}{y_{s1} + y_{s2}} \\ A_{s2} &= \frac{N_d}{f_{yd}} \cdot \frac{y_{s1} - e}{y_{s1} + y_{s2}} \end{aligned} \quad (6.9)$$

## 6.7 Προέχουσα θλίψη

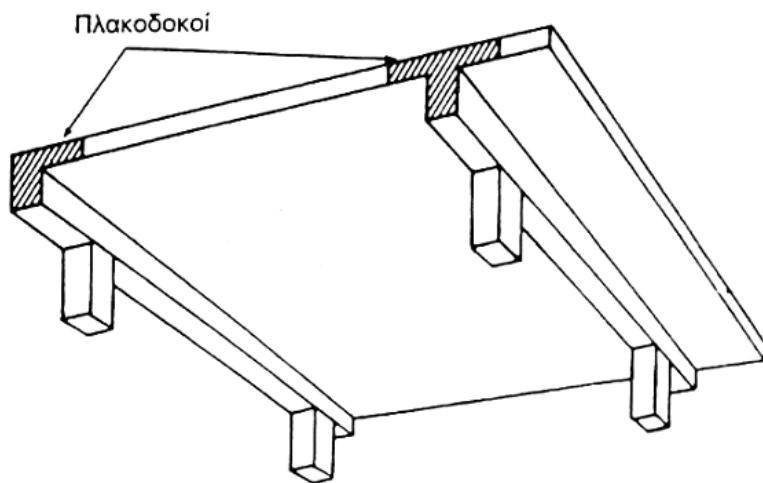
Η περίπτωση της προέχουσας θλίψης είναι σπάνια στις δοκούς και θα αναπτυχθεί στο επόμενο κεφάλαιο το οποίο θα αναφέρεται στη διαστασιολόγηση των υποστυλωμάτων από Ο/Σ.



**Σχήμα 6.9:** Εφελκυστική δύναμη με εκκεντρότητα

## 6.8 Κάμψη πλακοδοκών

Σε μια κατασκευή από οπλισμένο σκυρόδεμα είναι πολύ συχνή η εμφάνιση διατομών δοκών με μορφή Τ ή Γ. Για την ακρίβεια, το σχήμα αυτό των διατομών δεν είναι πραγματικό αλλά προκύπτει από τη συνεργασία (λόγω της άκαμπτης μονολιθικής σύνδεσης μεταξύ τους) των στηριζόντων δοκών με τις στηριζόμενες σε αυτές πλάκες (σχήμα 6.10). Για το λόγο αυτό οι δοκοί αυτής της μορφής ονομάζονται πλακοδοκοί.



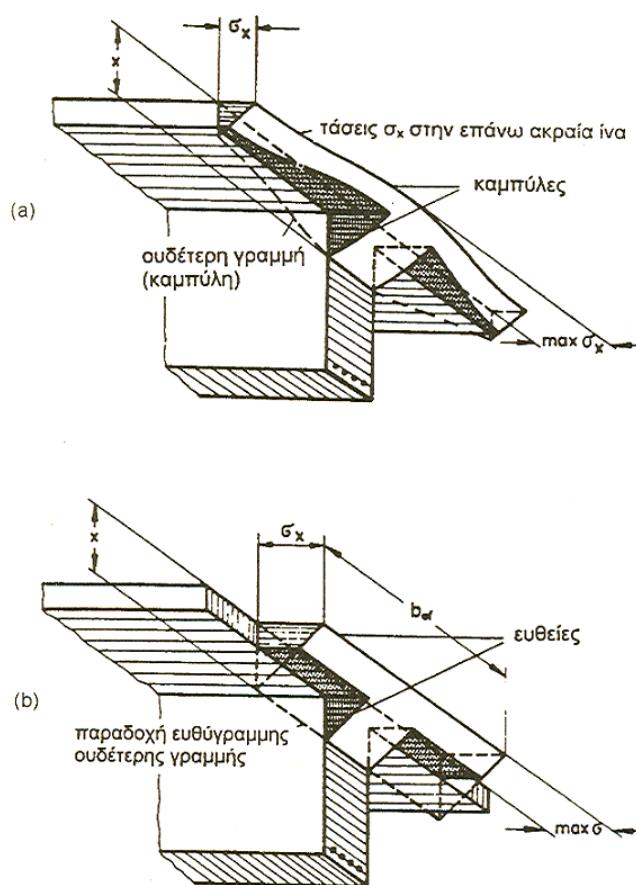
**Σχήμα 6.10:** Διατομές με μορφή Τ ή Γ (πλακοδοκοί)

### 6.8.1 Η έννοια του συνεργαζόμενου πλάτους

Οι αναπτυσσόμενες θλιπτικές τάσεις στη θλιβόμενη ζώνη από την κάμψη της δοκού δεν περιορίζονται μόνο στο πλάτος της δοκού (κορμός) αλλά επεκτείνονται και σε κάποιο τμήμα της παρακείμενης πλάκας (ουσιαστικά δηλαδή στα πτερύγια της πλακοδοκού). Όπως είναι φυσικό, οι τάσεις και οι παραμορφώσεις της πλάκας και της δοκού στο σημείο ένωσής τους ταυτίζονται (σχήμα 6.11a). Όσο αυξάνεται η

απόσταση (μέσα στην πλάκα) από τον κορμό της δοκού οι τάσεις και οι παραμορφώσεις αυτές σταδιακά μειώνονται.

Για την απλοποίηση των υπολογισμών ο κανονισμός υιοθετεί μια ομοιόμορφη κατανομή των τάσεων σε ένα περιορισμένο πλάτος της πλάκας εκατέρωθεν της δοκού, το οποίο ονομάζεται συνεργαζόμενο πλάτος  $b_{eff}$  (σχήμα 6.11b). Το συνεργαζόμενο πλάτος ορίζεται με τη συνθήκη ότι η ομοιόμορφη τάση που αναπτύσσεται σε αυτό είναι ίση με τη μέγιστη τιμή της πραγματικής κατανομής των τάσεων και ότι η συνισταμένη θλιπτική δύναμη είναι ίση και στις δύο αυτές κατανομές.

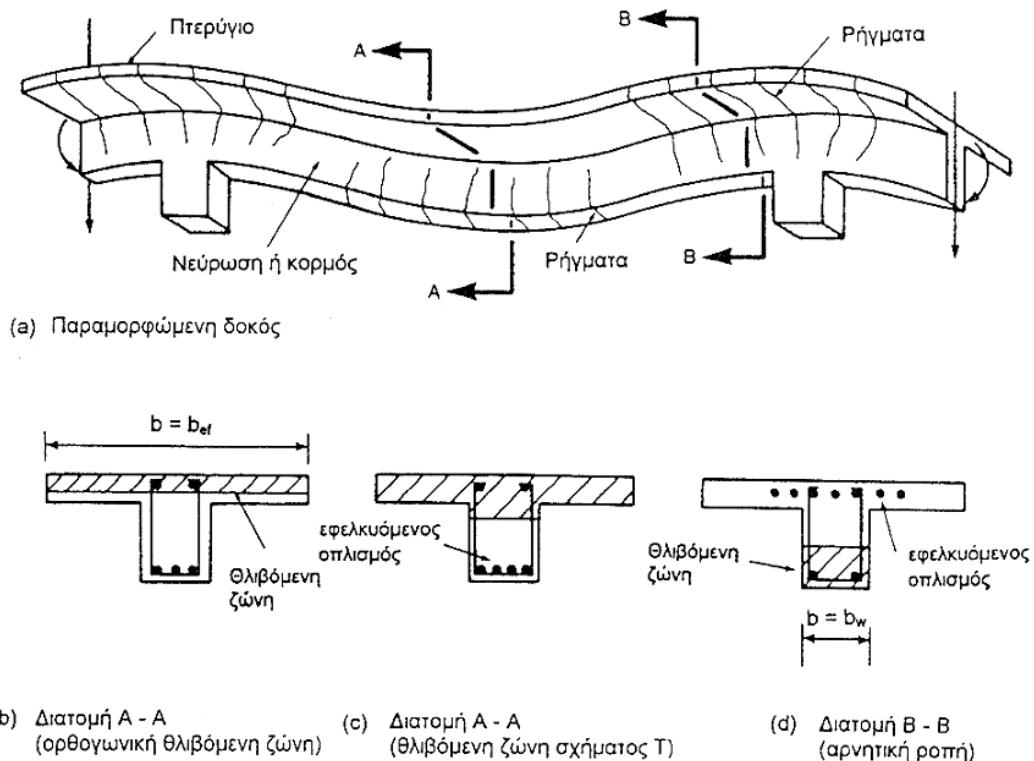


**Σχήμα 6.11:** Κατανομή των θλιπτικών τάσεων πλακοδοκού στο στάδιο II. Πραγματική κατανομή (a) και ιδεατή κατανομή στο συνεργαζόμενο πλάτος (b) (Ζαράρης, 2002)

Παρατήρηση: Πολλές φορές, σε διαφορετικά συγγράμματα, το συνεργαζόμενο πλάτος συμβολίζεται σε διάφορα σχήματα και διαγράμματα αντί για  $b_{eff}$  και ως  $b_m$  ή και απλά ως  $b$ . Αντίστοιχα, το πλάτος του κορμού της δοκού συχνά συμβολίζεται με  $b_w$  ή απλά με  $b$ . Για να μη γίνεται σύγχυση, συνήθως υπάρχει στα διάφορα συγγράμματα και κάποιο σχήμα το οποίο εξηγεί τι σημαίνει ο κάθε συμβολισμός στο οποίο θα πρέπει να δίνεται ιδιαίτερη προσοχή.

### 6.8.2 Συνεχείς πλακοδοκοί

Στο σχήμα 6.12 παρουσιάζεται ένα τμήμα μιας συνεχούς πλακοδοκού η οποία είναι φορτισμένη με ομοιόμορφα κατανεμημένα κατακόρυφα φορτία. Στο σχήμα φαίνεται και η παραμόρφωση της δοκού με τις ρηγματώσεις που εμφανίζονται στις διάφορες θέσεις. Όπως είναι γνωστό, στα ανοίγματα οι ροπές για ομοιόμορφη κατακόρυφη φόρτιση έχουν θετικές τιμές και στις στηρίξεις αρνητικές. Αυτό σημαίνει ότι στα ανοίγματα η εφελκυόμενη ζώνη βρίσκεται στο κάτω τμήμα της δοκού ενώ στις στηρίξεις στο πάνω, προκαλώντας και τις αντίστοιχες ρηγματώσεις όπως φαίνεται στο σχήμα.



**Σχήμα 6.12:** Περιοχές θετικών και αρνητικών ροπών σε συνεχή δοκό διατομής T (Ζαράρης, 2002)

Με μια πιο προσεκτική παρατήρηση μπορούμε να διακρίνουμε ότι στα ανοίγματα η θλιβόμενη ζώνη (το άνω τμήμα της διατομής, λόγω της θετικής ροπής) μπορεί να περιορίζεται μόνο στο κομμάτι που απλώνεται στο συνεργαζόμενο πλάτος της πλακοδοκού και ο ουδέτερος άξονας να είναι μέσα στο πάχος της πλάκας (σχήμα 6.12b). Μια δεύτερη όμως πιθανή περίπτωση είναι ο ουδέτερος άξονας να βρίσκεται κάτω από την πλάκα, στο ύψος του κορμού της δοκού. Στην περίπτωση αυτή η θλιβόμενη ζώνη έχει μορφή σχήματος T (σχήμα 6.12c). Στις στηρίξεις η θλιβόμενη ζώνη βρίσκεται στο κάτω τμήμα της δοκού (αρνητική ροπή) και έχει ορθογωνική διατομή (σχήμα 6.12d).

Όπως θα δούμε στη συνέχεια, η διαδικασία υπολογισμού των απαιτούμενων οπλισμών είναι διαφορετική αν στη θλιβόμενη ζώνη περιλαμβάνεται τμήμα της πλάκας

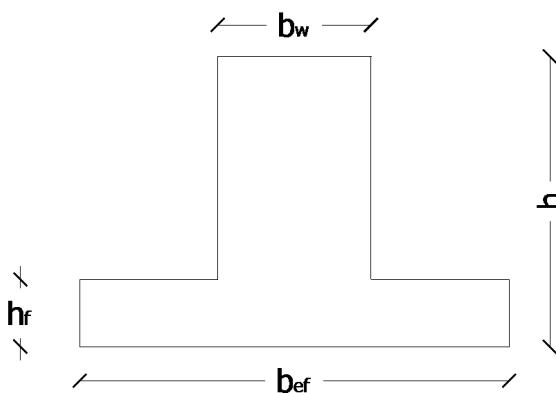
ή όχι. Αν όχι τότε ο υπολογισμός του οπλισμού γίνεται σύμφωνα με όσα έχουν αναπτυχθεί στην §6.5 για τις ορθογωνικές διατομές. Αν ναι τότε θεωρείται λειτουργία πλακοδοκού και η διαστασιολόγηση γίνεται με τον τρόπο που θα παρουσιαστεί παρακάτω.

Στην πράξη, για “κανονικές” πλακοδοκούς (δηλ. η πλάκα βρίσκεται στο πάνω τμήμα της δοκού) διακρίνονται οι εξής περιπτώσεις:

- Θετική ροπή: Λειτουργία πλακοδοκού (θλίβεται και τμήμα της πλάκας)
- Αρνητική ροπή: Λειτουργία ορθογωνικής διατομής (θλίβεται μόνο ο κορμός)

Υπάρχει βέβαια και η, όχι και τόσο συχνή, περίπτωση που η πλάκα βρίσκεται στο κάτω τμήμα της διατομής. Η περίπτωση αυτή ονομάζεται αντεστραμμένη πλακοδοκός (σχήμα 6.13) και η διαστασιολόγηση γίνεται με τον αντίστροφο ακριβώς τρόπο:

- Θετική ροπή: Λειτουργία ορθογωνικής διατομής (θλίβεται μόνο ο κορμός)
- Αρνητική ροπή: Λειτουργία πλακοδοκού (θλίβεται και τμήμα της πλάκας)



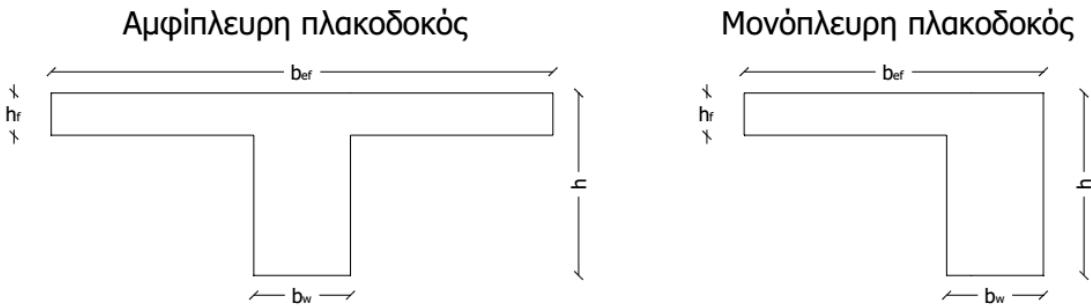
**Σχήμα 6.13: Αντεστραμμένη πλακοδοκός**

### 6.8.3 Υπολογισμός του συνεργαζόμενου πλάτους

Το συνεργαζόμενο πλάτος της πλακοδοκού πρέπει να προσδιορίζεται με βάση την απόσταση  $l_0$  μεταξύ των σημείων μηδενισμού των ροπών, η οποία μπορεί να λαμβάνεται από το σχήμα 6.15.

Το συνεργαζόμενο πλάτος  $b_{eff}$  πλακοδοκού Τ ή ακραίας πλακοδοκού Γ μπορεί να λαμβάνεται ως εξής (οι συμβολισμοί στο σχήμα 6.16):

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b \quad (6.10)$$



**Σχήμα 6.14:** Αμφίπλευρη και μονόπλευρη πλακοδοκός

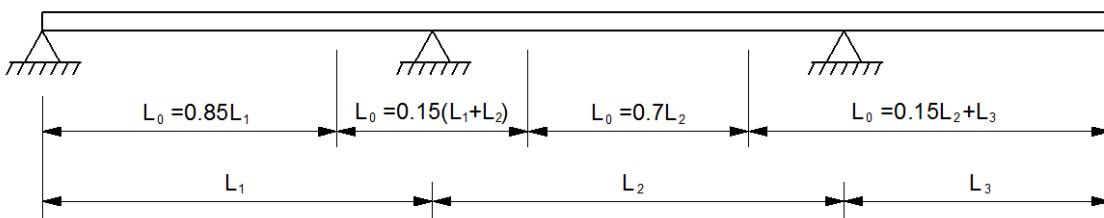
$$b_{eff,i} = \min \begin{cases} 0.2b_i + 0.1l_0 \\ 0.2l_0 \\ b_i \end{cases} \quad (6.11)$$

Προσεγγιστικά, η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων μηδενισμού της ροπής μπορεί να λαμβάνεται ως εξής (σχήμα 6.15):

Αμφιέρειστες δοκοί:	$l_0 = 1.00L$
Ακραία ανοίγματα συνεχούς δοκού:	$l_0 = 0.85L$
Μεσαία ανοίγματα συνεχούς δοκού:	$l_0 = 0.70L$
Μεσαία στηρίγματα:	$l_0 = 0.15(L_1 + L_2)$

όπου  $L, L_1, L_2$  τα αντίστοιχα θεωρητικά ανοίγματα

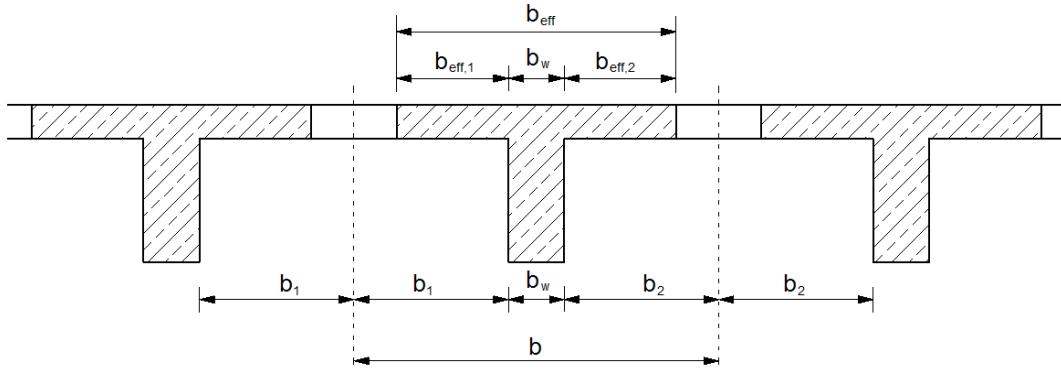
Για συνεχείς δοκούς σε συνήθη οικοδομικά έργα το  $l_0$  επιτρέπεται να λαμβάνεται σταθερό σε κάθε άνοιγμα και ίσο με  $0.70L$ .



**Σχήμα 6.15:** Προσεγγιστική απόσταση μεταξύ διαδοχικών σημείων μηδενισμού της ροπής

#### 6.8.4 Διαδικασία υπολογισμού οπλισμών πλακοδοκού

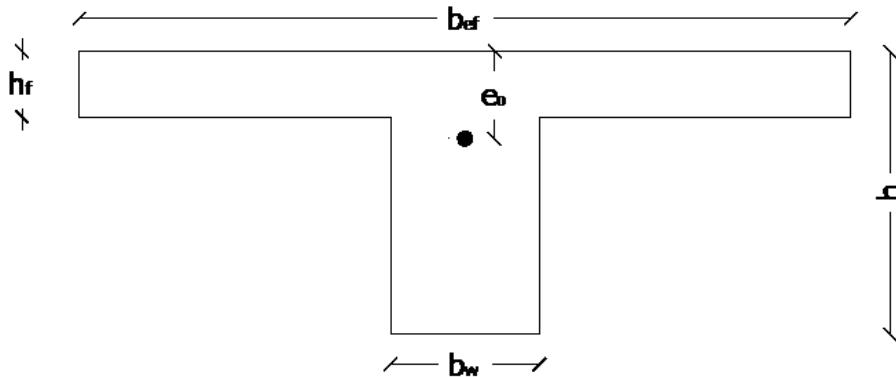
Η διαδικασία υπολογισμού των δοκών με διατομή μορφής Τ ή Γ που καταπονούνται σε προέχουσα κάμψη είναι παρόμοια με αυτή των ορθογωνικών διατομών με ορισμένες διαφορές που οφείλονται στη συμμετοχή του συνεργαζόμενου πλάτους στην παραλαβή των θλιπτικών τάσεων.



**Σχήμα 6.16:** Επιμέρους συνεργαζόμενα πλάτη

Η ροπή σχεδιασμού  $M_{sd}$  λαμβάνεται από τη σχέση 6.2, όπου  $y_{s1}$  είναι και πάλι η απόσταση ανάμεσα στο κέντρο βάρους της διατομής και στο κέντρο βάρους του εφελκυόμενου οπλισμού, σημειώνεται όμως ότι σε διατομές με μορφή πλακοδοκού το κέντρο βάρους δε βρίσκεται πλέον στο μέσο της διατομής και η θέση του πρέπει να υπολογιστεί. Αυτό μπορεί να γίνει είτε χωρίζοντας τη διατομή σε επιμέρους τμήματα, είτε μέσω της σχέσης 6.12.

$$e_0 = \frac{h}{2} \cdot \frac{b_w \cdot (h - h_f)}{b_{eff} \cdot h_f + b_w \cdot (h - h_f)} + \frac{h_f}{2} \quad (6.12)$$



**Σχήμα 6.17:** Κέντρο βάρους πλακοδοκού

Η ανηγμένη τιμή της ροπής σχεδιασμού  $\mu_{sd}$  υπολογίζεται μέσω της σχέσης 6.13. Προσοχή πρέπει να δοθεί στο γεγονός ότι εδώ χρησιμοποιείται το συνεργαζόμενο πλάτος  $b_{eff}$  και όχι το πλάτος του κορμού  $b_w$ .

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b_{eff} \cdot d^2 \cdot f_{cd}} \quad (6.13)$$

Στη συνέχεια γίνεται και πάλι η σύγκριση του  $\mu_{sd}$  με το  $\mu_{lim}$  και ο υπολογισμός του  $\omega$  από κατάλληλους πίνακες. Ανάλογα με το μέγεθος της  $\mu_{sd}$  διακρίνονται δύο περιπτώσεις:

1. Αν  $\mu_{sd} \leq \mu_{lim}$  τότε δεν απαιτείται η τοποθέτηση θλιβόμενου οπλισμού και το μηχανικό ποσοστό  $\omega$  προσδιορίζεται από τους πίνακες 6.4 και 6.5. Ο απαιτούμενος εφελκυόμενος οπλισμός είναι (προσοχή και εδώ στο  $b_{eff}$  αντί για το  $b_w$ ):

$$A_s = \omega \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} \quad (6.14)$$

2. Αν  $\mu_{sd} > \mu_{lim}$  τότε απαιτείται η τοποθέτηση και θλιβόμενου οπλισμού (πολύ σπάνια στις πλακοδοκούς). Στην περίπτωση αυτή προσδιορίζεται η τιμή  $\omega_{lim}$  από το κάτω μέρος των πινάκων 6.4 και 6.5. Θεωρούμε το μέγεθος Δμ ως εξής:

$$\Delta\mu = \mu_{sd} - \mu_{lim} \quad (6.15)$$

οπότε ο απαιτούμενος εφελκυόμενος οπλισμός είναι στην περίπτωση αυτή:

$$A_{s1} = \left( \omega_{lim} + \frac{\Delta\mu}{1 - d_2/d} \right) \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} \quad (6.16)$$

και ο απαιτούμενος θλιβόμενος οπλισμός

$$A_{s2} = \frac{\Delta\mu}{1 - d_2/d} \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (6.17)$$

Προσοχή πρέπει να δοθεί στο σημείο ότι το  $\mu_{lim}$  προσδιορίζεται και αυτό από τους πίνακες υπολογισμού και δε λαμβάνεται ίσο με 0.296 όπως θεωρήθηκε στις ορθογωνικές διατομές.

Πίνακας 6.4: Πίνακες υπολογισμού οπλισμού πλακοδοκών σε κάμψη με ήχωρίς αξονική δύναμη,  $h_f/d = 0.05 - 0.15$ 

$\mu_{sd}$	$h_f/d = 0.05$			$h_f/d = 0.10$			$h_f/d = 0.15$		
	10	5	3	10	5	3	10	5	3
$\omega \gamma \alpha b_{eff}/b_w =$									
0.02	0.020	0.020	0.020	0.021	0.021	0.021	0.021	0.021	0.021
0.04	0.041	0.041	0.041	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042	0.042
0.06	0.065	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063	0.063
0.08	0.091	0.087	0.085	0.084	0.084	0.085	0.085	0.085	0.085
0.10	0.114	0.110	0.107	0.111	0.108	0.108	0.107	0.107	0.107
0.12	0.146	0.137	0.131	0.12	0.138	0.134	0.132	0.131	0.130
0.14	0.166	0.155	0.14	0.164	0.158	0.155	0.14	0.157	0.155
0.16	0.199	0.179	0.16	0.200	0.188	0.179	0.16	0.192	0.182
0.18	0.237	0.206	0.18	0.220	0.206	0.18	0.219	0.211	0.206
0.20	0.233	0.20	0.259	0.233	0.20	0.20	0.244	0.233	0.261
0.22	0.261	0.22	0.261	0.22	0.261	0.22	0.22	0.22	0.22
0.24	0.291	0.24	0.291	0.24	0.291	0.24	0.291	0.24	0.291
0.26	0.323	0.26	0.323	0.26	0.323	0.26	0.323	0.26	0.323
0.28	0.357	0.28	0.357	0.28	0.357	0.28	0.357	0.28	0.357
0.30	0.394	0.30	0.394	0.30	0.394	0.30	0.394	0.30	0.394
0.32	0.434	0.32	0.434	0.32	0.434	0.32	0.434	0.32	0.434

$\mu_{lim}$	0.069	0.096	0.133	0.178	0.316	0.104	0.128	0.159	0.198	0.316	0.138	0.157	0.184	0.217	0.316
$\omega_{lim}$	0.008	0.119	0.170	0.233	0.424	0.119	0.153	0.198	0.254	0.424	0.157	0.187	0.226	0.276	0.424

Πίνακας 6.5: Πίνακες υπολογισμού οπλισμού πλακοδοκών σε κάμψη με ή χωρίς αξονική δύναμη,  $h_f/d = 0.20 - 0.40$ 

$\mu_{sd}$	$h_f/d = 0.20$			$h_f/d = 0.30$			$h_f/d = 0.40$					
	10	5	$\omega \text{ για } b_{eff}/b_w =$ 3 2 1	$\mu_{sd}$	10	5	$\omega \text{ για } b_{eff}/b_w =$ 3 2 1	$\mu_{sd}$	10	5	$\omega \text{ για } b_{eff}/b_w =$ 3 2 1	
0.02	0.021	0.021	0.021	0.021	0.02	0.021	0.021	0.021	0.02	0.021	0.021	
0.04	0.042	0.042	0.042	0.042	0.04	0.042	0.042	0.042	0.04	0.042	0.042	
0.06	0.063	0.063	0.063	0.063	0.06	0.063	0.063	0.063	0.06	0.063	0.063	
0.08	0.085	0.085	0.085	0.085	0.08	0.085	0.085	0.085	0.08	0.085	0.085	
0.10	0.107	0.107	0.107	0.107	0.10	0.107	0.107	0.107	0.10	0.107	0.107	
0.12	0.131	0.131	0.131	0.131	0.12	0.131	0.131	0.131	0.12	0.131	0.131	
0.14	0.154	0.154	0.154	0.155	0.14	0.155	0.155	0.155	0.14	0.155	0.155	
0.16	0.179	0.179	0.179	0.179	0.16	0.179	0.179	0.179	0.16	0.179	0.179	
0.18	0.210	0.207	0.206	0.206	0.18	0.206	0.206	0.206	0.18	0.206	0.206	
0.20	0.241	0.236	0.233	0.233	0.20	0.232	0.232	0.233	0.20	0.233	0.233	
0.22		0.270	0.261	0.22	0.261	0.261	0.261	0.261	0.22	0.261	0.261	
0.24		0.309	0.291	0.24		0.293	0.292	0.291	0.24	0.291	0.291	
0.26			0.323	0.26			0.328	0.323	0.26	0.322	0.322	
0.28			0.357	0.28			0.357	0.28	0.28	0.357	0.357	
0.30			0.394	0.30			0.394	0.30	0.30	0.396	0.394	
0.32			0.434	0.32			0.434	0.32	0.32	0.434	0.434	
$\mu_{lim}$	0.169	0.186	0.207	0.234	0.316	0.227	0.236	0.250	0.266	0.316	0.273	
$\omega_{lim}$	0.195	0.221	0.255	0.297	0.424	$\mu_{lim}$	0.272	0.289	0.311	0.340	0.424	$\omega_{lim}$

## 6.9 Διατάξεις του ΕΚ2 και του ΕΚ8 για τις δοκούς Ο/Σ και το διαμήκη οπλισμό τους

### 6.9.1 Γεωμετρικά στοιχεία

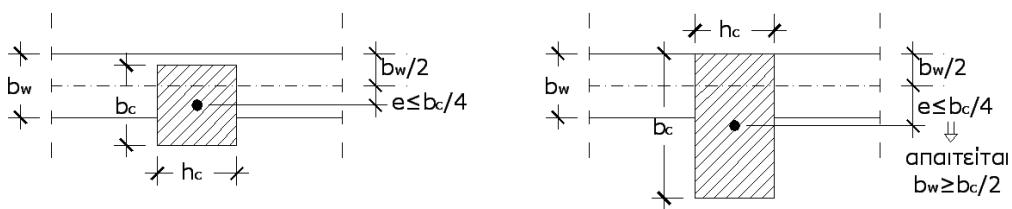
Στον Ευρωκώδικα 2 [3] δεν υπάρχουν περιορισμοί για τη διαμόρφωση ή τις διαστάσεις διατομής των δοκών εκτός ειδικών περιπτώσεων όπως οι δοκοί με κίνδυνο πλευρικής στρέβλωσης (π.χ. προκατασκευασμένες δοκοί κατά τη μεταφορά και συναρμολόγηση ή δοκοί χωρίς επαρκείς συνδέσμους πλευρικής δυσκαμψίας). Πρέπει όμως να σημειωθεί ότι οι διατάξεις του ΕΚ2, αν δε συνδυαστούν με αυτές του ΕΚ8 [4], αφορούν μόνο κτίρια χαμηλής κατηγορίας πλαστιμότητας (ΚΠΧ) που δεν επιτρέπονται στην Ελλάδα.

Ειδικότερα για δοκούς με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας, οι οποίες αντιστοιχούν σε κατασκευές μέση ή υψηλή κατηγορίας πλαστιμότητας (ΚΠΜ ή ΚΠΥ, συντίστοιχα) οι οποίες επιβάλλεται να σχεδιάζονται στην Ελλάδα λόγω της σεισμικότητας της χώρας, ο Ευρωκώδικας 8 [4] ορίζει τα εξής:

Για τις δοκούς που ανήκουν σε κτίρια μέσης κατηγορίας πλαστιμότητας (ΚΠΜ):

- Το πλάτος  $b_w$  πρέπει να ικανοποιεί τις συνθήκες:
 
$$b_w < 2 \cdot b_c$$

$$b_w < b_c + h_w$$
 όπου  $b_c$  και  $h_w$  η διάσταση της διατομής του υποστυλώματος κάθετα προς τον άξονα της δοκού και  $h_w$  το ύψος της δοκού
- Η εκκεντρότητα του άξονα της δοκού να μην υπερβαίνει το 1/4 του πλάτους του υποστυλώματος που τη σηρίζει  $e \leq b_c/4$  (Σχήμα 6.18)



**Σχήμα 6.18: Κάτοψη σύνδεσης δοκού – υποστυλώματος**

Στις δοκούς που ανήκουν σε κτίρια υψηλής κατηγορίας πλαστιμότητας (ΚΠΥ) πρέπει να πληρούνται επιπλέον οι εξής πρόσθετες διατάξεις:

- Πλάτος κύριας δοκού:  $b_w \geq 200mm$
- Λόγος ύψος/πλάτος κύριας δοκού  $h_w/b_w \leq 3.5$  και  $l_0/b_w \leq 70/(h_w/b_w)^{1/3}$   
όπου  $l_0$  το ελεύθερο άνοιγμα της δοκού μεταξύ στύλων

## 6.9.2 Επιτρεπόμενα υλικά

Για τις αντισεισμικές κατασκευές (ο κανόνας στην Ελλάδα) δεν επιτρέπεται η χρήση σκυροδέματος ποιότητας κάτω από C16/20 σύμφωνα με τον ΕΚΩΣ2000 ενώ η χρήση των ΕΚ2 & ΕΚ8 συχνά οδηγούν σε απαίτηση ακόμα υψηλότερων κατηγοριών. Στις κρίσιμες περιοχές των κύριων δομικών στοιχείων θα χρησιμοποιούνται αποκλειστικά ράβδοι με νευρώσεις με εξαίρεση τους κλειστούς και μονοσκελείς συνδετήρες, ενώ οι κατηγορίες του χάλυβα οπλισμού θα πρέπει να είναι Β ή C (χρησιμοποιούνται πλέον πάντα ράβδοι με νευρώσεις, κάτι όμως που δε συνέβαινε σε όλες τις περιπτώσεις στο παρελθόν).

## 6.9.3 Διαμήκεις οπλισμοί

### 6.9.3.1 Γενικές διατάξεις

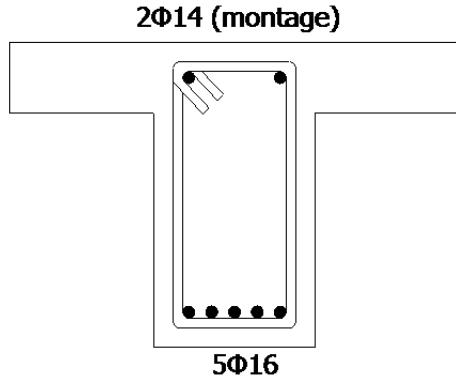
Στους ΕΚ2 και ΕΚ8 δεν ορίζεται ελάχιστη διάμετρος για τους διαμήκεις οπλισμούς των δοκών από Ο/Σ. Ο ΕΚΩΣ2000 όριζε ότι η ελάχιστη επιτρεπόμενη διάμετρος είναι Ø12 και αυτή είναι η τιμή που συνιστάται να λαμβάνεται ως το κάτω όριο για το διαμήκη οπλισμό των δοκών. Ωστόσο, στην πράξη η χρήση ράβδων διαμέτρου Ø12 έχει αρχίσει να περιορίζεται και συνήθως η ελάχιστη διάμετρος που χρησιμοποιείται είναι Ø14. Στον ΕΚ8 αναφέρεται ότι στις δοκούς ΚΠΥ θα πρέπει να τοποθετούνται τουλάχιστον από δυο ράβδοι οπλισμού υψηλής συνάφειας με Ø14 στο πάνω και στο κάτω μέρος της, που θα τη διατρέχουν σε όλο το μήκος της.

Σε μία διατομή επιτρέπεται να χρησιμοποιούνται το πολύ δύο διαφορετικές διάμετροι διαμήκων ράβδων και θα πρέπει να ισχύει:

$$\varnothing_{L,min} \geq \frac{2}{3} \cdot \varnothing_{L,max} \quad (6.18)$$

όπου  $\varnothing_L$  η διάμετρος του διαμήκους οπλισμού (L: longitudinal)

Σε κάθε διατομή των δοκών θα υπολογίζεται ο εφελκυόμενος και αν χρειάζεται ο θλιβόμενος οπλισμός με τις διαδικασίες που αναλύθηκαν στα προηγούμενα. Σε κάθε περίπτωση υπάρχουν κάποια ελάχιστα ποσοστά διαμήκους οπλισμού που θα πρέπει οπωσδήποτε να τοποθετηθούν, ακόμα και αν ο υπολογισμός (με βάση τα εντατικά μεγέθη M+N) δείξει ότι δε χρειάζεται κάτι τέτοιο. Για παράδειγμα, σε μια δοκό στην οποία από τον υπολογισμό έχει προκύψει ότι απαιτείται μόνο εφελκυόμενος οπλισμός 5016 στο κάτω τμήμα της δοκού (σχήμα 6.19), θα πρέπει να τοποθετηθούν τουλάχιστον 2 διαμήκεις ράβδοι και στο άνω τμήμα της δοκού για κατασκευαστικούς λόγους (montage), έτσι ώστε να μπορούν να τοποθετηθούν και οι εγκάρσιοι οπλισμοί (συνδετήρες). Για τον λόγο αυτό τοποθετούνται για παράδειγμα 2Ø14. Όπως είναι φυσικό οι ράβδοι αυτοί μπορούν να έχουν μικρότερη διάμετρο από τον εφελκυόμενο οπλισμό, συνιστάται όμως να μην είναι κάτω από Ø12.



**Σχήμα 6.19:** Ενδεικτικός οπλισμός στο άνοιγμα δοκού Ο/Σ

**Πίνακας 6.6:** Ελάχιστα ποσοστά (%) εφελκυόμενου οπλισμού δοκών (ΕC2)

Υλικό	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C55	C60	C70
$\rho_{min}$	1.30	1.30	1.35	1.51	1.66	1.82	1.98	2.13	2.18	2.29	2.39

Σε όλες εν γένει τις δοκούς ο ελάχιστος διαμήκης εφελκυόμενος οπλισμός  $A_{s,min}$  (στο κάτω πέλμα για θετική ροπή ή στο άνω για αρνητική) είναι:

$$A_{s,min} = 0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot b_t \cdot d \leq 0.0013 \cdot b_t \cdot d \quad (6.19)$$

όπου:  $b_t$  το μέσο πλάτος στο ύψος της εφελκυόμενης περιοχής

Το ελάχιστο ποσοστό οπλισμού εξασφαλίζει ικανή απομένουσα αντοχή μετά τη ρηγμάτωση αποτρέποντας έτσι αστοχίες ψαθυρής μορφής όπως αυτή που περιγράφηκε στην 6.4.2. Από τη σχέση 6.19 προκύπτει ότι το ελάχιστο ποσοστό οπλισμού στο μέσο πλάτος της εφελκυόμενης περιοχής μπορεί να λαμβάνεται από τον πίνακα 6.6, όπου  $\rho_{min} = A_{s,min}/(b_t \cdot d)$ .

Σε όλες εν γένει τις δοκούς, το συνολικό ποσοστό του διαμήκους οπλισμού (και στο άνω και στο κάτω πέλμα) δεν πρέπει να υπερβαίνει το 40% της διατομής του σκυροδέματος, εκτός από τις περιοχές των ενώσεων. Ο περιορισμός του μέγιστου ποσοστού οπλισμού εξασφαλίζει την καλή σκυροδέτηση και συμπύκνωση, καθώς και την ικανοποιητική πλαστιμότητα, έτσι ώστε να αποφεύγονται αστοχίες της μορφής που παρουσιάστηκε στην §6.4.3.

### 6.9.3.2 Διατάξεις του ΕΚ8 για σεισμικές δράσεις

Ιδιαίτερα για τις δοκούς οι οποίες σχεδιάζονται ώστε να παραλάβουν σεισμικές δράσεις, ο Ευρωκώδικας 8 ορίζει ως ελάχιστο ποσοστό οπλισμού:

$$\rho_{min} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \quad (6.20)$$

**Πίνακας 6.7: Ελάχιστα ποσοστά (%) εφελκυόμενου οπλισμού δοκών (EC8)**

Υλικό	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C55	C60	C70
$\rho_{min}$	1.90	2.20	2.60	2.90	3.20	3.50	3.80	4.10	4.20	4.40	4.60

**Πίνακας 6.8: Μέγιστα ποσοστά (%) εφελκυόμενου οπλισμού κρίσιμων περιοχών δοκών**

Υλικό	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C55	C60	C70
KPM	5.97	7.47	9.34	11.20	13.07	14.94	16.80	18.67	20.54	22.40	26.14
KPY	3.80	4.75	5.93	7.12	8.31	9.49	10.68	11.87	13.05	14.24	16.61

Θεωρήθηκαν:  $\rho' = \rho_{max}/2$ ,  $\varepsilon_{sy,d} = 2.174\%$ ,  $\mu_\varphi = 6.8$  (KPM) ή 10.7 (KPY) και χάλυβας B500c

όπου το  $f_{ctm}$  από τον πίνακα 2.2, ανάλογα με την ποιότητα του σκυροδέματος Ειδικότερα σε δοκούς με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας και σε θέσεις στις οποίες υπάρχει πιθανότητα σχηματισμού πλαστικών αρθρώσεων (ουσιαστικά πιθανότητα εμφάνισης βλαβών από κάμψη), το μέγιστο ποσοστό εφελκυόμενου οπλισμού  $\rho_{max}$  πρέπει να ικανοποιεί την παρακάτω συνθήκη:

$$\rho_{max} = \rho' + \frac{0.0018}{\mu_\varphi \cdot \varepsilon_{sy,d}} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (6.21)$$

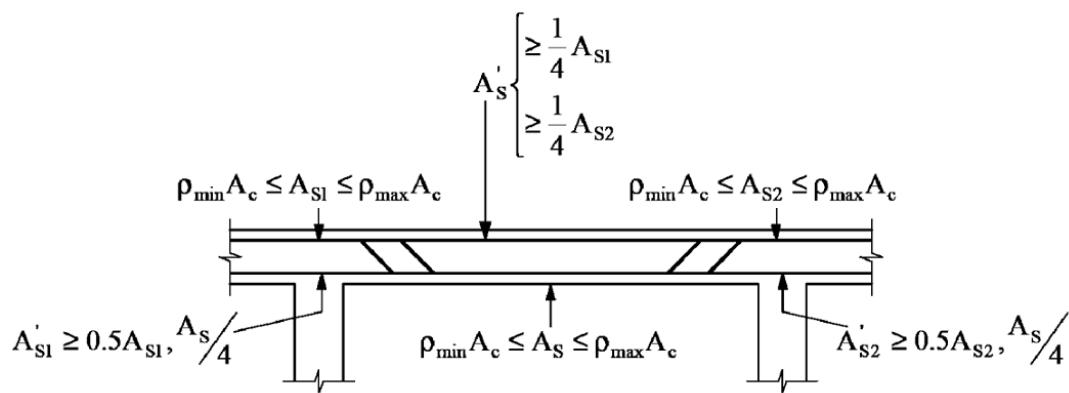
όπου  $\rho'$  είναι το ποσοστό του θλιβόμενου οπλισμού. Στους πίνακες 6.7 και 6.8 παρουσιάζονται αντίστοιχα τα ελάχιστα και μέγιστα ποσοστά οπλισμού που προκύπτουν για διάφορους συνδυασμούς ποιότητας χάλυβα και σκυροδέματος, εφαρμόζοντας τις σχέσεις 6.20 και 6.21.

Ειδικότερα για τις δοκούς με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας πρέπει να τηρούνται οι παρακάτω κανόνες:

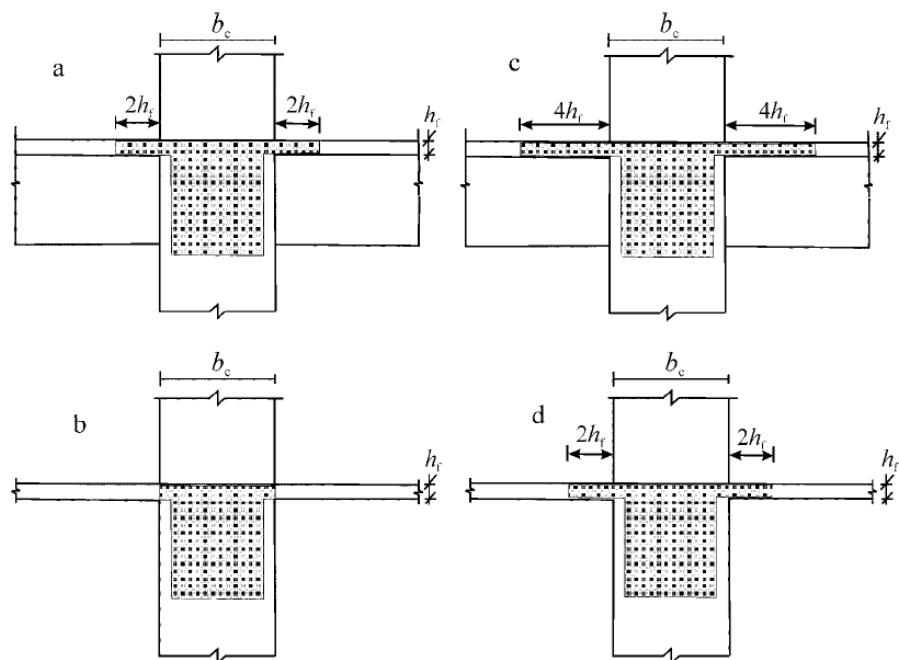
- Στις περιοχές πιθανών πλαστικών αρθρώσεων κοντά στα άκρα, στο κρίσιμο δηλαδή μήκος των δοκών, το ποσοστό  $\rho'$  του θλιβόμενου οπλισμού πρέπει να είναι ίσο τουλάχιστον με το μισό του εφελκυόμενου οπλισμού στην ίδια διατομή (σχήμα 6.20).
- Σε όλο το μήκος του πάνω πέλματος πρέπει να εκτείνεται τουλάχιστον το 1/4 του μεγαλύτερου από τους οπλισμούς πάνω πέλματος των εκατέρωθεν στηρίξεων (σχήμα 6.20).
- Σε όλο το μήκος του πάνω και κάτω πέλματος απαιτούνται τουλάχιστον 2 ράβδοι διαμέτρου 14mm (για KPY)
- Σε πλακοδοκούς διατομής T ή Γ μονολιθικά συνδεδεμένες με την πλάκα, μπορούν να συνυπολογιστούν στον οπλισμό στηρίξεων, επιπλέον των διαμήκων ράβδων που βρίσκονται μέσα στο πλάτος της δοκού, και οι ράβδοι που βρίσκονται στα τμήματα της πλάκας εκατέρωθεν της δοκού και εντός πλάτους, από την παρειά του υποστυλώματος ή της δοκού (οποιοδήποτε βρίσκεται σε μεγαλύτερη απόσταση από τον άξονα της δοκού), ίσου με (σχήμα 6.21):

1. σε εσωτερικά υποστυλώματα με εγκάρσιες δοκούς παρόμοιου ύψους: 4 φορές το πάχος της πλάκας ( $4 \cdot h_f$ )
2. σε εσωτερικά υποστυλώματα χωρίς εγκάρσιες δοκούς ή τοιχώματα: 2.5 φορές το πάχος της πλάκας ( $2.5 \cdot h_f$ )
3. σε εξωτερικά υποστυλώματα με εγκάρσιες δοκούς παρόμοιου ύψους και εφόσον ο οπλισμός της δοκού αγκυρώνεται εκεί: 2 φορές το πάχος της πλάκας ( $2 \cdot h_f$ )
4. σε εξωτερικά υποστυλώματα ή τοιχώματα χωρίς εγκάρσιες δοκούς: μηδέν

Το συνολικό πλάτος που καθορίζεται παραπάνω δεν πρέπει να είναι μεγαλύτερο από το συνεργαζόμενο πλάτος της πλακοδοκού. Επιπλέον οι οπλισμοί αυτοί δεν περιλαμβάνονται στα ελάχιστα ποσοστά οπλισμών.



**Σχήμα 6.20:** Διάταξη διαμήκους οπλισμού δοκών με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας



**Σχήμα 6.21:** Περιοχές συνεργαζόμενου οπλισμού πλακών στον οπλισμό στηρίξεως των δοκών

## 6.10 Συνοπτική διαδικασία διαστασιολόγησης δοκών σε κάμψη

Με βάση ότι έχει αναφερθεί μέχρι στιγμής και με δεδομένο ότι στα πλαίσια του μαθήματος «Κατασκευές Οπλισμένου Σκυροδέματος Ι» δεν εξετάζεται η περίπτωση σεισμικών δράσεων, η διαδικασία διαστασιολόγησης μιας δοκού Ο/Σ σε κάμψη μπορεί να συνοψιστεί στα παρακάτω βήματα.

1. Αναγνώριση του στατικού συστήματος και επίλυσή του
2. Με βάση το διάγραμμα ροπών αναγνώριση των κρίσιμων θέσεων για την τοποθέτηση του διαμήκους οπλισμού (μέγιστες ροπές σε στηρίξεις και ανοίγματα). Έλεγχος σε ποιες θέσεις υπάρχει λειτουργία πλακοδοκού και σε ποιες ορθογωνικής διατομής.
3. Αν υπάρχει λειτουργία πλακοδοκού υπολογίζεται το συνεργαζόμενο πλάτος  $b_{eff}$  σύμφωνα με την §6.8.3
4. Σε περίπτωση που δε δίνεται το ύψος της δοκού υπολογίζεται βάσει αυτών που έχουν αναλυθεί στην §6.5.
5. Υπολογισμός της ανηγμένης ροπής σχεδιασμού  $\mu_{sd}$  και σύγκρισή της με την οριακή τιμή  $\mu_{lim}$  για να εξακριβωθεί αν απαιτείται και θλιβόμενος οπλισμός
6. Υπολογισμός του απαιτούμενου εφελκυόμενου (και αν χρειάζεται του θλιβόμενου) οπλισμού
7. Σύγκριση του απαιτούμενου οπλισμού με τα ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα όρια
8. Αν προκύψει  $A_s < A_{smin}$  τότε τοποθετείται ο ελάχιστος οπλισμός
9. Αν προκύψει  $A_s > A_{smax}$  τότε απαιτείται αλλαγή διατομής και επανάληψη της διαδικασίας.
10. Επιλογή ράβδων οπλισμού (πίνακας 2.3) και έλεγχος αν οι ράβδοι αυτές χωρούν σε μία στρώση (πίνακας 6.9)
11. Τοποθέτηση του οπλισμού στη διατομή και σχεδίαση ενδεικτικών σκαριφημάτων με τη θέση του

**Πίνακας 6.9:** Μέγιστος αριθμός ράβδων οπλισμού μίας στρώσης με πλάτος  $b$

$\varnothing_L$	Πλάτος δοκού (mm)											
	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650	700
12	2	4	5	7	8	10	11	13	14	16	17	19
14	2	3	5	6	8	9	11	12	13	15	16	18
16	2	3	5	6	7	9	10	11	13	14	15	17
18	2	3	4	6	7	8	9	11	12	13	15	16
20	2	3	4	5	6	8	9	10	11	13	14	15
22	3	4	5	6	7	8	9	11	12	13	14	
25	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
28	2	3	4	5	6	7	7	8	9	10	11	
32	2	3	3	4	5	6	6	7	8	9	10	

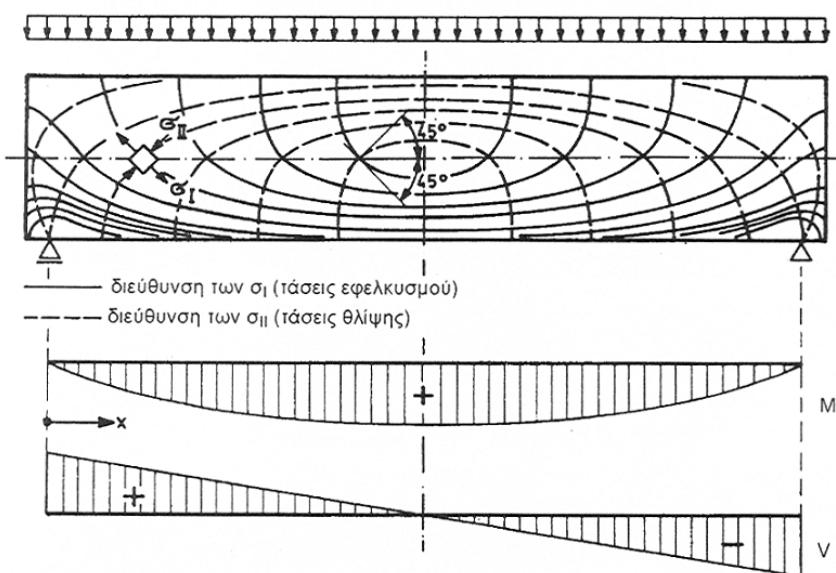
Για τον υπολογισμό των παραπάνω τιμών θεωρήθηκαν: Συνδετήρες  $\varnothing 8$ , επικάλυψη 35mm, μέγιστη διάμετρος αδρανών 16mm,  $k_1 = 1mm$ ,  $k_2 = 5mm$

## 6.11 Διάτμηση

### 6.11.1 Συμπεριφορά αμφιέρειστων δοκών σε διάτμηση

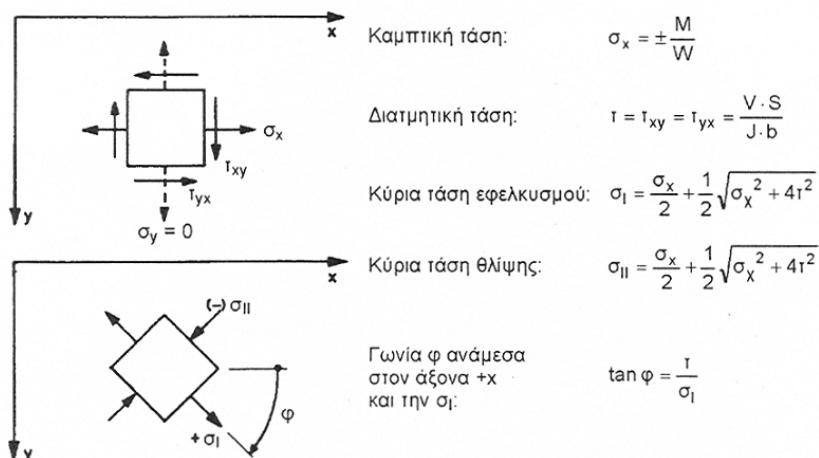
Όπως είναι γνωστό στις διάφορες θέσεις κατά μήκος μιας δοκού εμφανίζονται μαζί με τις καμπτικές ροπές και τέμνουσες δυνάμεις. Καθαρή τέμνουσα μόνο σε ελάχιστες θέσεις υφίσταται μέσα στους φορείς. Η τέμνουσα δύναμη παράγει ροπή κάμψης και τη μεταβάλλει κατά μήκος του φορέα σύμφωνα με τη σχέση  $V(x) = \frac{dM}{dx}$ .

Μια αμφιέρειστη δοκός με ομοιόμορφο φορτίο φαίνεται στο σχήμα 6.22. Στο στάδιο I υπάρχει ένα σύστημα κύριων τάσεων  $\sigma_I$  και  $\sigma_{II}$  (ή  $\sigma_1$  και  $\sigma_2$ ), εφελκυσμού και θλίψης αντίστοιχα. Οι κύριες τάσεις προκύπτουν από τις συνιστώσες τάσεις  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  και  $\tau_{xy}$ . Η τάση  $\sigma_y$  παίζει κάποιο ρόλο μόνο σε περιοχές εισαγωγής δυνάμεων και συνήθως αμελείται (σχ. 6.23).



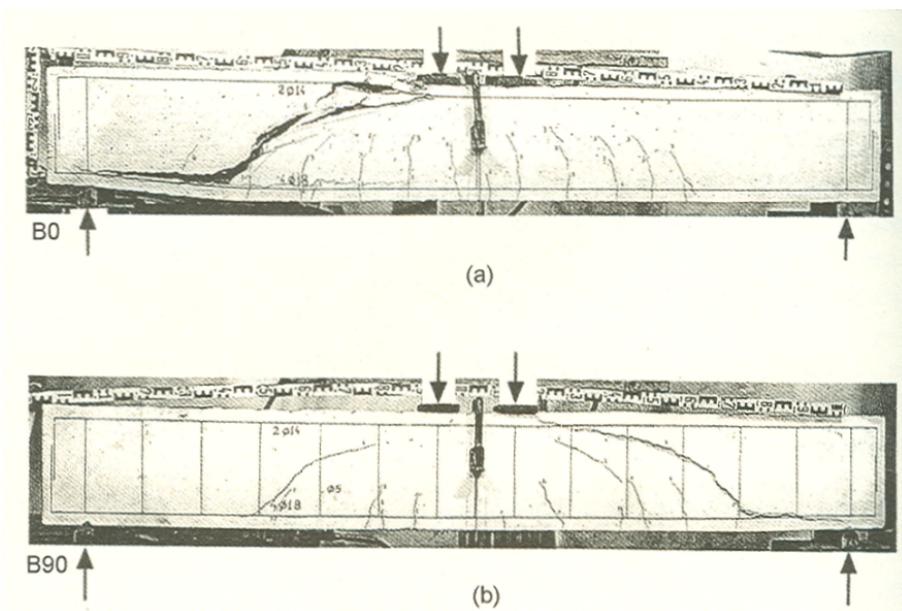
**Σχήμα 6.22:** Τροχιές κύριων τάσεων σε δοκό με ομοιόμορφη φόρτιση στο στάδιο I (Ζαράρης, 2002)

Όταν η κύρια εφελκυστική τάση  $\sigma_I$  στον κορμό υπερβεί την εφελκυστική αντοχή του σκυροδέματος  $f_{ct}$ , παρουσιάζονται ρήγματα από διάτμηση περίπου κάθετα στη  $\sigma_I$ , (Σχ. 6.24). Οι κύριες τάσεις θλίψεως ανάμεσα στα ρήγματα μπορούν να συνεχίσουν να ενεργούν σχεδόν ανενόχλητες, εφόσον οι καταργούμενες εφελκυστικές δυνάμεις του σκυροδέματος (λόγω διακοπής της συνέχειας του υλικού) παραλαμβάνονται από τους οπλισμούς διάτμησης, οπότε εμποδίζεται το πλατύ άνοιγμα των ρηγμάτων. Η σκοπιμότερη διάταξη του οπλισμού διάτμησης θα ήταν να τοποθετηθεί κάθετα στη διεύθυνση των ρηγμάτων. Για πρακτικούς λόγους όμως, ο οπλισμός διάτμησης αποτελείται κατά βάση από κατακόρυφους συνδετήρες. Επιπροσθέτως μπορεί να συνυπολογισθούν και οι λοξές ράβδοι (κατά 45°) οι οποίες μπορεί να



**Σχήμα 6.23:** Καθορισμός των τάσεων σκυροδέματος δοκού στο στάδιο I (Ζαράρης, 2002)

προέρχονται από την κάμψη μέρους του διαμήκους οπλισμού. Πρέπει να σημειωθεί όμως ότι στις δοκούς με απαιτήσεις αντισεισμικότητας δεν επιτρέπεται η κάμψη του διαμήκους οπλισμού.

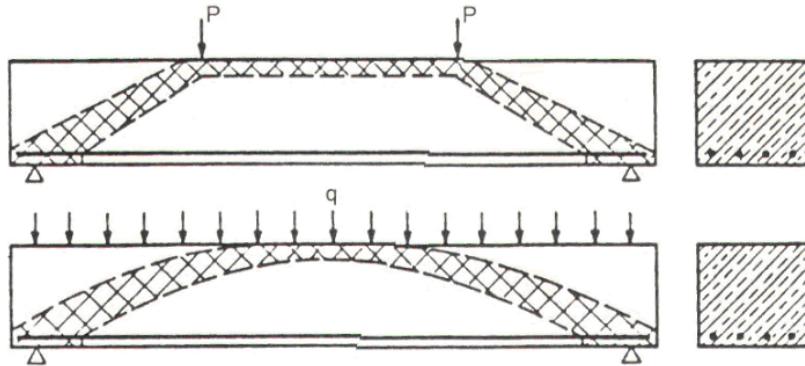


**Σχήμα 6.24:** Εικόνα ρηγμάτωσης δοκού (a) Χωρίς συνδετήρες, (b) Με συνδετήρες (Καραγιάννης και Χαλιόρης, 1999)

Η λειτουργία στο στάδιο II (μετά τη ρηγμάτωση της δοκού) είναι αυτή που παρουσιάζεται στο σχήμα 6.25.

### 6.11.2 Τυπικές μορφές διατμητικής αστοχίας

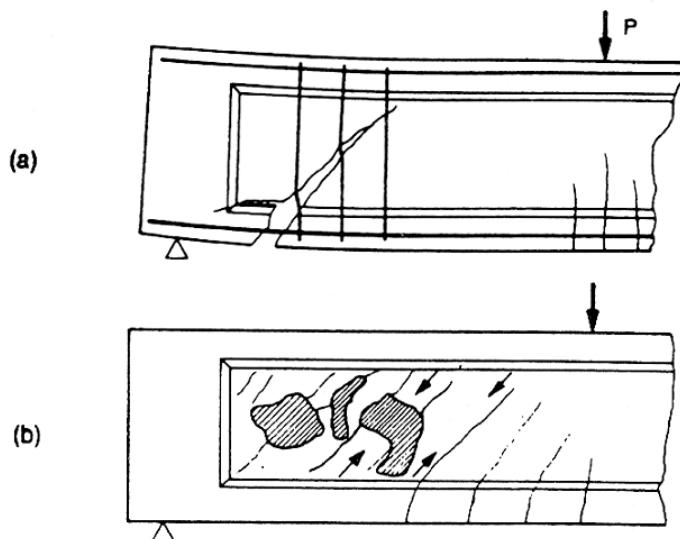
Τυπικές περιπτώσεις διατμητικής αστοχίας που μπορούν να εμφανιστούν σε διατομές οπλισμένου σκυροδέματος παρουσιάζονται στο σχήμα 6.26. Οι περιπτώσεις



**Σχήμα 6.25:** Λειτουργία τραπεζίου ή θόλου με ελκυστήρα (Ζαράρης, 2002)

αυτές και οι έλεγχοι με τους οποίους (όπως θα δούμε στη συνέχεια) προσπαθούμε να τις αποκλείσουμε είναι οι εξής:

1. Αστοχία από διατμητικό εφελκυσμό. Στην περίπτωση αυτή συμβαίνει διαρροή ή θραύση των συνδετήρων. Για την αποφυγή αυτού του τύπου αστοχίας υπολογίζεται κατάλληλος οπλισμός διάτμησης (συνδετήρες), ώστε να παραλαμβάνεται η αντίστοιχη τέμνουσα δύναμη. Συγκρίνεται το  $V_{sd}$  με το  $V_{Rd,s}$
2. Αστοχία από συντριβή της θλιβόμενης διαγωνίου. Στην περίπτωση αυτή συμβαίνει σύνθλιψη του σκυροδέματος μεταξύ των ρηγμάτων. Για την αποφυγή αυτού του τύπου αστοχίας οι διαστάσεις της διατομής πρέπει να είναι τέτοιες ώστε να παραλαμβάνεται η αντίστοιχη τέμνουσα δύναμη. Συγκρίνεται το  $V_{sd}$  με το  $V_{Rd,max}$



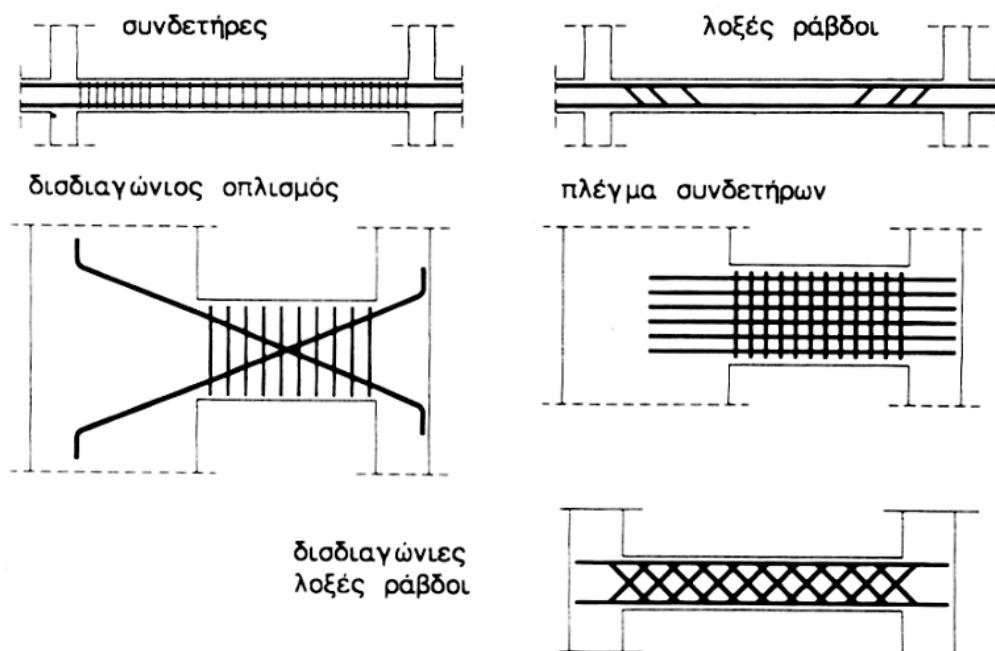
**Σχήμα 6.26:** Περιπτώσεις διατμητικής αστοχίας (Ζαράρης, 2002)

### 6.11.3 Οπλισμός διάτμησης

Σύμφωνα με ότι έχει αναπτυχθεί στα προηγούμενα, για την παραλαβή των εφελκυστικών τάσεων που προκαλούνται από τις τέμνουσες δυνάμεις θα πρέπει να τοποθετηθεί οπλισμός κάθετα στη διεύθυνση των ρηγμάτων. Ειδικά όμως για χώρες (όπως η Ελλάδα) με μεγάλη πιθανότητα εμφάνισης σεισμικών διεγέρσεων, υπάρχει το ενδεχόμενο από την ανακυκλιζόμενη φόρτιση που προκαλεί ο σεισμός να αλλάξουν πρόσημο τα εντατικά μεγέθη (ροπές, τέμνουσες) και κατ' επέκταση και η διεύθυνση των εφελκυστικών τάσεων. Για αυτό το λόγο οι οπλισμοί διάτμησης θα πρέπει να είναι έτοι τοποθετημένοι ώστε να δίνουν τη δυνατότητα να αντιμετωπιστεί μια πιθανή μεταβολή της διεύθυνσης των εφελκυστικών τάσεων.

Πιθανές διατάξεις όπλισης για την παραλαβή της διάτμησης σε δοκούς από οπλισμένο σκυρόδεμα παρουσιάζονται στο σχήμα 6.27. Η συχνότερη από όλες αυτές τις περιπτώσεις για τα συνήθη οικοδομικά έργα είναι οι εγκάρσιοι συνδετήρες. Οι λοξές ράβδοι, όπως έχει αναφερθεί, δεν πρέπει να χρησιμοποιούνται σε δοκούς με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας. Οι υπόλοιπες περιπτώσεις αφορούν δομικά στοιχεία με έντονα προβλήματα σε διάτμηση όπως οι δοκοί σύζευξης τοιχωμάτων, τα κοντά υποστυλώματα κτλ.

Στο πλαίσιο του μαθήματος «Κατασκευές Οπλισμένου Σκυροδέματος I» η μοναδική περίπτωση οπλισμών διάτμησης με την οποία θα ασχοληθούμε συστηματικά είναι οι συνδετήρες.



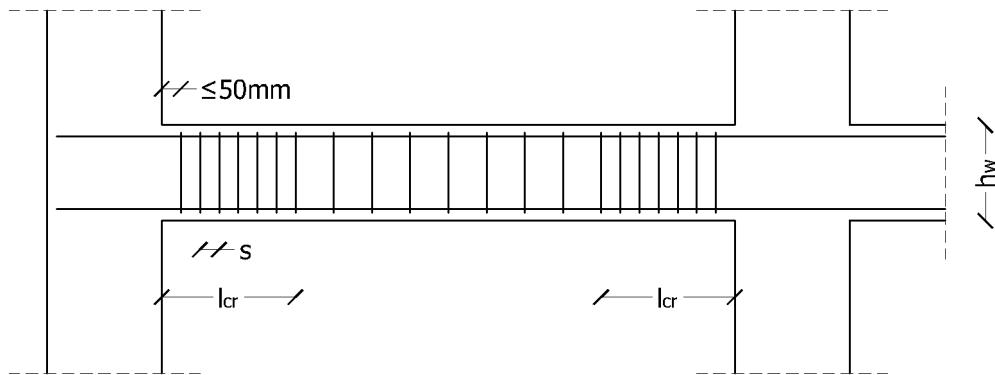
Σχήμα 6.27: Οπλισμοί διάτμησης (Κωνσταντινίδης, 1994)

#### 6.11.4 Κρίσιμες περιοχές δοκών με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας

Ως κρίσιμες περιοχές θεωρούνται τα ακραία τμήματα της δοκού με μήκος  $l_{cr}$  από τις παρειές της στήριξης σε υποστύλωμα ή τοίχωμα ίσο με:

- Δοκοί ΚΠΜ:  $l_{cr} = h_w$
- Δοκοί ΚΠΥ:  $l_{cr} = 1.5 \cdot h_w$

όπως φαίνεται στο σχήμα 6.28. Επίσης κρίσιμες περιοχές θεωρούνται οι περιοχές εκατέρωθεν των σημείων έδρασης μεγάλων συγκεντρωμένων φορτίων στο άνοιγμα και για μήκος  $h_w$  για ΚΠΜ και  $1.5 \cdot h_w$  για ΚΠΥ ή στην περίπτωση που η δοκός φέρει φυτευτό υποστύλωμα σε μήκος  $2.0 \cdot h_w$ .



Σχήμα 6.28: Κρίσιμες περιοχές δοκών

Ο λόγος που θεωρούνται οι συγκεκριμένες περιοχές ως κρίσιμες είναι ότι εκεί υπάρχει η μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης βλαβών (ιδιαίτερα για σεισμικές δράσεις) άρα και η ανάγκη για αυξημένη διαθέσιμη πλαστιμότητα ώστε να αποφευχθούν ανεπιθύμητες ψαθυρές μορφές αστοχίας. Επιπλέον, στις θέσεις αυτές απαιτείται η ικανότητα απορρόφησης σημαντικού ποσοστού ενέργειας μέσω ανελαστικών παραμορφώσεων (άρα και βλαβών).

Για την επίτευξη του στόχου αυτού, την αύξηση δηλαδή της διαθέσιμης πλαστιμότητας και της ικανότητας απορρόφησης σεισμικής ενέργειας, γίνεται μια πύκνωση των συνδετήρων στις θέσεις αυτές σε σχέση με το υπόλοιπο μήκος της δοκού. Με τον τρόπο αυτό:

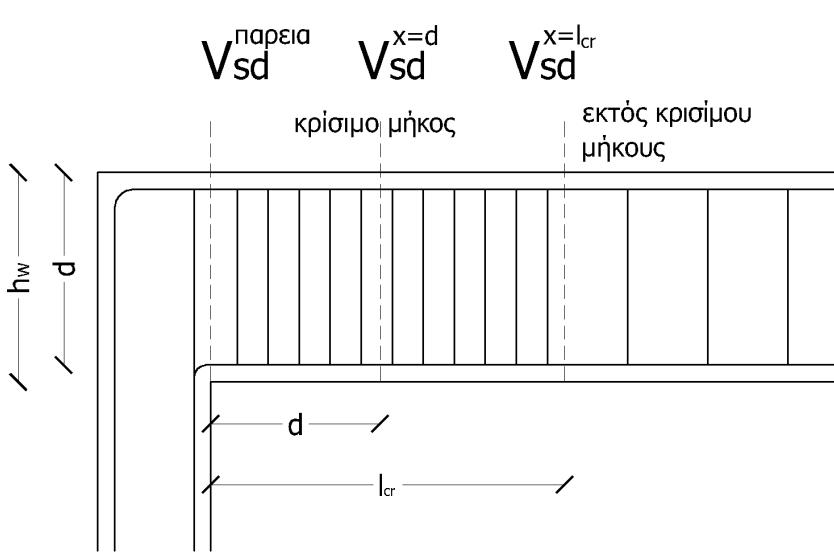
- Εγκιβωτίζεται το σκυρόδεμα, με αποτέλεσμα την αύξηση της οριακής του παραμόρφωσης και της αντοχής του σε συνάφεια
- Προστατεύονται οι διαμήκεις ράβδοι από λυγισμό
- Εξασφαλίζεται η διατμητική αντοχή της διατομής

## 6.12 Υπολογισμός οπλισμού διάτμησης

### 6.12.1 Έλεγχοι υπολογισμού

Για τον υπολογισμό του οπλισμού διάτμησης (συνδετήρων) ακολουθείται μια διαδικασία τριών ελέγχων οι οποίοι περιγράφονται παρακάτω, μαζί με τις πιθανές περιπτώσεις αστοχίας αν δεν πληρείται κάποιος έλεγχος.

Απαραίτητη προϋπόθεση για τον υπολογισμό είναι η γνώση του διαγράμματος τεμνουσών της δοκού. Για κάθε στήριξη χρησιμοποιούνται οι τιμές της τέμνουσας σε τρεις θέσεις οι οποίες στη συνέχεια συγκρίνονται με τις τέμνουσες αντοχής των αντίστοιχων διατομών. Η τέμνουσα στην παρεία του υποστυλώματος (ή του τοιχείου), σε απόσταση από την παρειά ίση με το στατικό ύψος  $d$ , και σε απόσταση και πάλι από την παρειά ίσο με  $l_{cr}$  (σχήμα 6.29).



Σχήμα 6.29: Τέμνουσες υπολογισμού

#### 1ος Έλεγχος. Απαίτηση τοποθέτησης οπλισμού διάτμησης

$$V_{sd}^{x=d} \leq V_{Rd,c} \quad (6.22)$$

Αν ισχύει δεν απαιτείται οπλισμός διάτμησης (τοποθετείται ο ελάχιστος)

$$V_{Rd,c} = \max \left\{ \frac{\left[ C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d}{(v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d} \right\} \quad (6.23)$$

όπου:

- $C_{Rd,c}$  συνιστώμενη τιμή  $0.18/\gamma_c = 0.12$

- $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0$
- $\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \leq 0.02$
- $A_{sl}$  διατομή διαμήκους εφελκυόμενου οπλισμού, ο οποίος επεκτείνεται πέραν της διατομής στην οποία υπολογίζεται η  $V_{Rd,c}$  κατά  $d + l_{bd}$
- $\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c}$  η τάση λόγω του αξονικού φορτίου (θετική ή θλίψη)
- $k_1$  συνιστώμενη τιμή 0.15
- $f_{ck}$  χαρακτηριστική θλιπτική αντοχή σκυροδέματος
- $N_{Ed}$  αξονική δύναμη στη διατομή σε  $N$
- $A_c$  εμβαδόν της διατομής του σκυροδέματος σε  $mm^2$
- $b_w$  το ελάχιστο πλάτος της διατομής την εφελκυόμενη ζώνη
- $d$  το στατικό ύψος της διατομής
- $v_{min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$

Παρατήρηση: Ουσιαστικά γίνεται έλεγχος αν η διατμητική αντοχή του σκυροδέματος, με τη βοήθεια του εφελκυόμενου οπλισμού (ελκυστήρας) μπορεί να παραλάβει τις διατμητικές δυνάμεις (κύριες εφελκυστικές τάσεις), χωρίς να απαιτείται οπλισμός διάτμησης (συνδετήρες). Ο έλεγχος γίνεται σε απόσταση  $x = d$  από την παρειά του υποστυλώματος. Αν δεν τηρείται η σχέση επέρχεται αστοχία από διατμητικό εφελκυσμό (σχήμα 6.26a, ρήγματα 45°).

## 2ος Έλεγχος. Περιορισμός λοξής θλίψης σκυροδέματος κορμού

$$V_{sd}^{\pi\alpha\rho\varepsilon\alpha} \leq V_{Rd,max} \quad (6.24)$$

Οι διαστάσεις του κορμού πρέπει να είναι τέτοιες ώστε να ικανοποιείται η παραπάνω σχέση:

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (6.25)$$

όπου:

- $\alpha_{cw}$  συντελεστής για συνεκτίμηση εντατικής κατάστασης στο θλιβόμενο πέλμα (σος με 1 για μη προεντεταμένες κατασκευές)
- $v_1$  δείκτης μείωσης αντοχής σκυροδέματος ρηγματωμένου από διάτμηση που λαμβάνει γενικά τιμή  $v_1 = 0.6 \cdot \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$

Εάν η τάση σχεδιασμού του οπλισμού διάτμησης είναι μικρότερη του 80% της χαρακτηριστικής τιμής της τάσης διαρροής (του διαμήκους οπλισμού)  $f_{yk}$ , τότε μπορεί να λαμβάνεται  $v_1 = 0.6$  (για  $f_{ck} \leq 60MPa$ ). Αυτό ενδέχεται να συμ-

βαίνει στην περίπτωση που δε χρησιμοποιούνται ίδιες ποιότητες διαμήκους και εγκάρσιου οπλισμού.

- $z = 0.9 \cdot d$  ο μοχλοβραχίονας των εσωτερικών δυνάμεων της διατομής
- $\theta$  γωνία κλίσης θλιβόμενων διαγωνίων σκυροδέματος

Παρατήρηση: Γίνεται ο έλεγχος αν η διατομή του σκυροδέματος μπορεί να παραλάβει τις διατητικές δυνάμεις που αναπτύσσονται (κύριες θλιπτικές τάσεις). Ο έλεγχος γίνεται σε απόσταση στην παρειά του υποστυλώματος. Αν δεν ισχύει η σχέση επέρχεται αστοχία από συντριβή της θλιβόμενης διαγωνίου (σχ. 6.26b). Η σχέση αυτή συνήθως ικανοποιείται (η  $V_{Rd,max}$  δηλαδή προκύπτει πολύ μεγαλύτερη της  $V_{sd}^{\pi\alpha\rho}$ ), ιδιαίτερα για μεγάλες τιμές της γωνίας  $\theta$ , εκτός από κάποιες σπάνιες περιπτώσεις σε διατομές με λεπτό κορμό.

### 3ος Έλεγχος. Υπολογισμός οπλισμού διάτμησης

$$V_{sd}^{x=d \text{ ή } x=l_{cr}} \leq V_{Rd,s} \quad (6.26)$$

Ο έλεγχος πρέπει να γίνει δύο φορές, η πρώτη για να υπολογιστεί ο οπλισμός διάτμησης που απαιτείται εντός της κρίσιμης περιοχής (χρησιμοποιείται η τέμνουσα σε απόσταση  $d$  από την παρειά) και η δεύτερη για τον οπλισμός διάτμησης εκτός της κρίσιμης περιοχής (χρησιμοποιείται η τέμνουσα στη θέση όπου τελειώνει η κρίσιμη περιοχή  $V_{sd}^{x=l_{cr}}$ ). Για στοιχεία με οπλισμό διάτμησης κάθετο στον άξονά τους, η αντοχή σε τέμνουσα  $V_{Rd,s}$  λαμβάνεται από τη σχέση:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (6.27)$$

όπου:

- $A_{sw} = n \cdot A_{pa\beta\delta ov}$  με  $n = 2$  για μονούς συνδετήρες (δίτμητους),  $n = 4$  για διπλούς (τετράτμητους) κτλ.
- $s$  η απόσταση μεταξύ των συνδετήρων
- $f_{ywd} = \frac{f_{yw\kappa}}{\gamma_s}$  η τιμή σχεδιασμού της αντοχής του οπλισμού διάτμησης

Αν η τάση σχεδιασμού του οπλισμού διάτμησης είναι μικρότερη του 80% της χαρακτηριστικής τιμής της τάσης διαρροής (βλ. εξ. 6.25) τότε  $f_{ywd} = 0.8 \cdot f_{yw\kappa}$

Οπότε, λύνοντας ως προς το άγνωστο σκέλος της εξίσωσης προκύπτει:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sd}^{x=d \text{ ή } x=l_{cr}}}{z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta} \quad (6.28)$$

Ως τέμνουσα υπολογισμού λαμβάνεται η τέμνουσα:

- σε απόσταση  $x = d$  από την παρειά, όταν υπολογίζεται ο οπλισμός διάτμησης εντός της κρίσιμης περιοχής
- σε απόσταση  $x = l_{cr}$  από την παρειά, δηλαδή  $x = h$  (για ΚΠΜ) ή  $x = 1.5h$  (για ΚΠΥ), όταν υπολογίζεται ο οπλισμός διάτμησης εκτός της κρίσιμης περιοχής

**Παρατήρηση:** Από τη σχέση αυτή υπολογίζεται ο απαιτούμενος οπλισμός διάτμησης. Αν δεν ισχύει η σχέση επέρχεται αστοχία από διατμητικό εφελκυσμό (σχήμα 6.26a, ρήγματα  $45^\circ$ ), αφού βέβαια έχει προηγηθεί ο 2ος έλεγχος και εξασφαλίστηκε ότι δε θα παρουσιαστεί συντριβή της θλιβόμενης διαγωνίου. Προσοχή πρέπει να δίνεται στην επιλογή της τέμνουσας υπολογισμού για την τοποθέτηση των συνδετήρων εντός και εκτός κρίσιμης περιοχής.

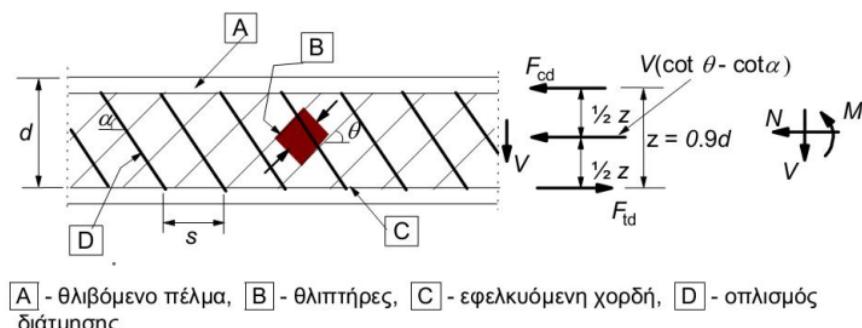
### 6.12.2 Επιλογή της κατάλληλης γωνίας $\theta$

Ο σχεδιασμός των στοιχείων με οπλισμό διάτμησης βασίζεται στο μοντέλο δικτυώματος, σύμφωνα με το σχήμα 6.30. Οι επιτρεπόμενες τιμές της γωνίας  $\theta$  των διαγώνιων θλιπτήρων του κορμού δίνονται από τη σχέση:

$$1 \leq \cot \theta \leq 2.5 \quad (6.29)$$

οπότε τελικά οι επιτρεπόμενες τιμές της γωνίας  $\theta$  είναι:

$$21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ \quad (6.30)$$



**Σχήμα 6.30: Μοντέλο δικτυώματος - Γωνίες  $\alpha$  και  $\theta$**

Μικρές τιμές της γωνίας  $\theta$  (πχ  $\theta = 22^\circ$ ) οδηγούν σε ισχυρή δύναμη θλιπτήρων σκυροδέματος και συγχρόνως σε χαμηλή απαίτηση οπλισμού διάτμησης (απαίτηση μεγάλων διατομών με λιγότερο οπλισμό διάτμησης) ενώ αντίθετα, μεγάλες τιμές της  $\theta$  (πχ  $\theta = 45^\circ$ ) ανακουφίζουν τους θλιπτήρες και επιτρέπουν μικρότερες διατομές, συγχρόνως όμως απαιτείται περισσότερος οπλισμός διάτμησης.

Σύμφωνα με το ελληνικό εθνικό προσάρτημα του Ευρωκώδικα 2, συνιστάται να λαμβάνονται οι εξής τιμές για τη  $\cot \theta$ :

- Στοιχεία υπό καθαρή κάμψη  $\cot \theta = 1.2$
- Στοιχεία υπό κάμψη με θλιπτική αξονική δύναμη  $\cot \theta = 1.2$
- Στοιχεία υπό κάμψη με εφελκυστική αξονική δύναμη  $\cot \theta = 1.0$

### 6.12.3 Ελάχιστος οπλισμός διάτμησης δοκών

Το ελάχιστο ποσοστό εγκάρσιου οπλισμού  $\rho_{w,min}$  προκύπτει από τη σχέση:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin a} \geq \rho_{w,min} = \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (6.31)$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω σχέση, το ελάχιστο ποσοστό εγκάρσιου οπλισμού  $\rho_{w,min}$  μπορεί να λαμβάνεται από τον παρακάτω πίνακα.

**Πίνακας 6.10: Ελάχιστα ποσοστά (%) οπλισμού διάτμησης (EC2)**

Σκυρόδεμα	C16	C20	C25	C30	C35	C40	C45	C50	C55	C60	C70
$\rho_{w,min}$	0.64	0.72	0.80	0.88	0.95	1.01	1.07	1.13	1.19	1.24	1.34

Εξισώνοντας τις δύο παραπάνω σχέσεις προκύπτει η μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση των οπλισμών  $s_{max}$

$$\frac{A_{sw}}{s_{max} \cdot b_w \cdot \sin a} = \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \Rightarrow s_{max} = \frac{A_{sw} \cdot f_{yk}}{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_w \cdot \sin a} \quad (6.32)$$

Επιπλέον, δίνονται οι παρακάτω μέγιστες αποστάσεις για τον οπλισμό διάτμησης

Απόσταση μεταξύ κεκαμμένων ράβδων:  $s_{b,max} = 0.60 \cdot d \cdot (1 + cota)$

Απόσταση μεταξύ συνδετήρων ή συνδέσμων:  $s_{l,max} = 0.75 \cdot d \cdot (1 + cota)$

Εγκάρσια απόσταση σκελών συνδετήρα:  $s_{t,max} = 0.75 \cdot d \leq 600mm$

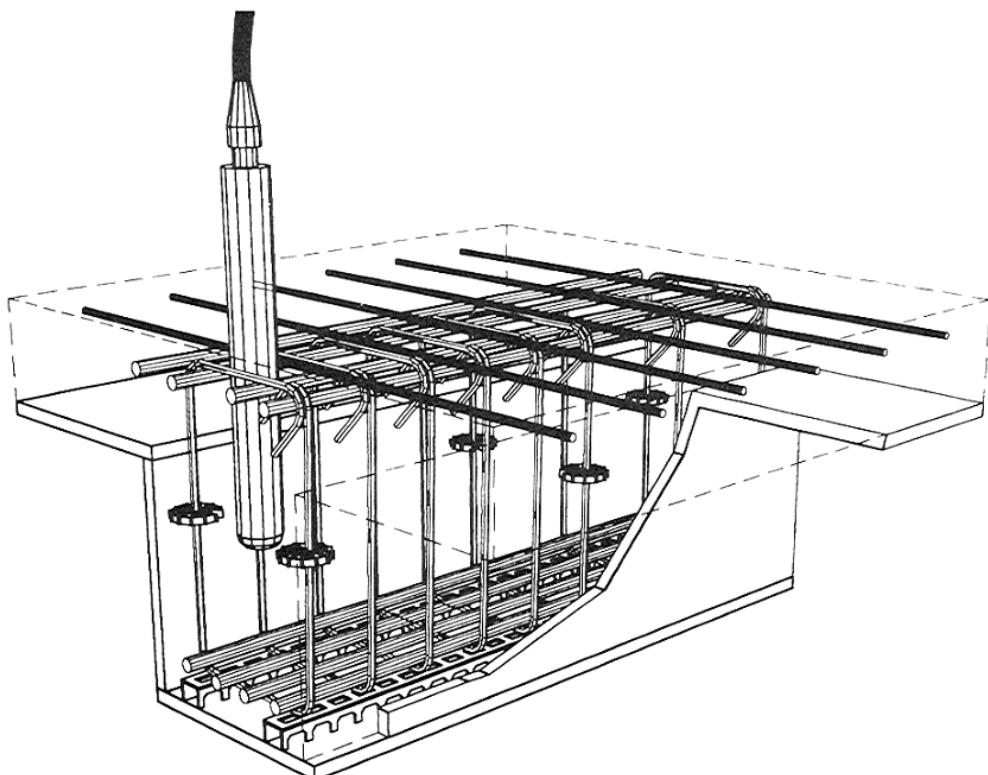
Παρατηρείται ότι για συνδετήρες κάθετους στον άξονα των δομικών στοιχείων η γωνία  $\alpha$ , σύμφωνα με το σχήμα 6.30, είναι  $\alpha = 22^\circ$ .

Ειδικά για τον οπλισμό διάτμησης στις κρίσιμες περιοχές των δοκών, ο ΕΚ8 ορίζει τις παρακάτω μέγιστες αποστάσεις, οι οποίες διαφοροποιούνται για ΚΠΜ και ΚΠΥ. Οι ελάχιστες απαιτήσεις των κρίσιμων περιοχών οδηγούν πάντα σε πυκνότερες αποστάσεις από αυτές που παρουσιάστηκαν παραπάνω οι οποίες τελικά περιορίζονται να ισχύουν μόνο στις κρίσιμες περιοχές. Επιπλέον, η ελάχιστη διάμετρος για τους συνδετήρες είναι ίση με 6mm.

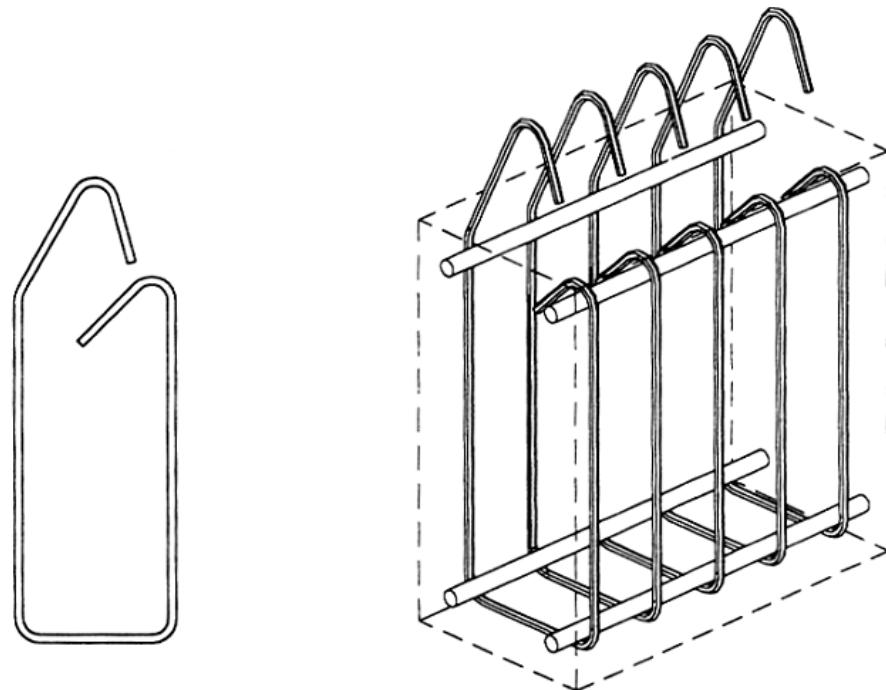
$$\text{Δοκοί ΚΠΜ: } s \leq \begin{cases} h/4 \\ 24 \cdot \emptyset_w \\ 8 \cdot \emptyset_{L,min} \\ 225\text{mm} \end{cases}$$

$$\text{Δοκοί ΚΠΥ: } s \leq \begin{cases} h/4 \\ 24 \cdot \emptyset_w \\ 6 \cdot \emptyset_{L,min} \\ 175\text{mm} \end{cases}$$

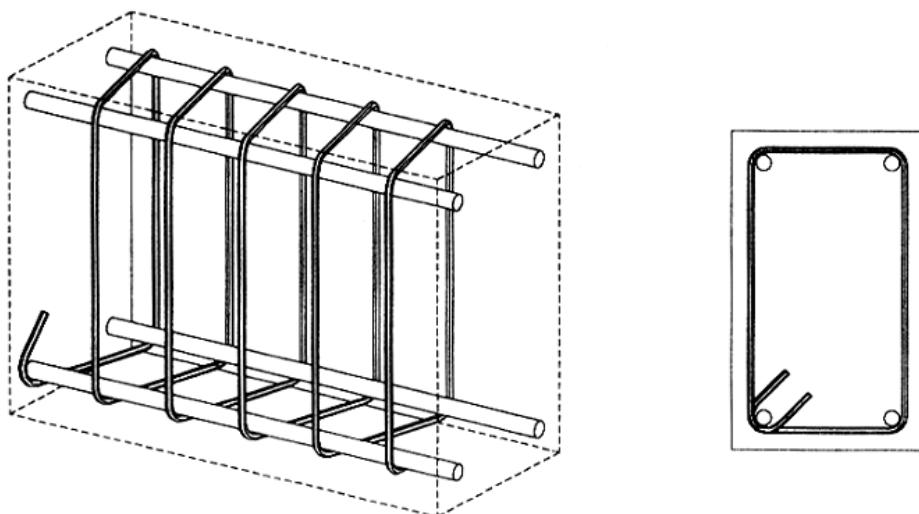
## 6.13 Τυπικές εικόνες όπλισης δοκών οπλισμένου σκυροδέματος



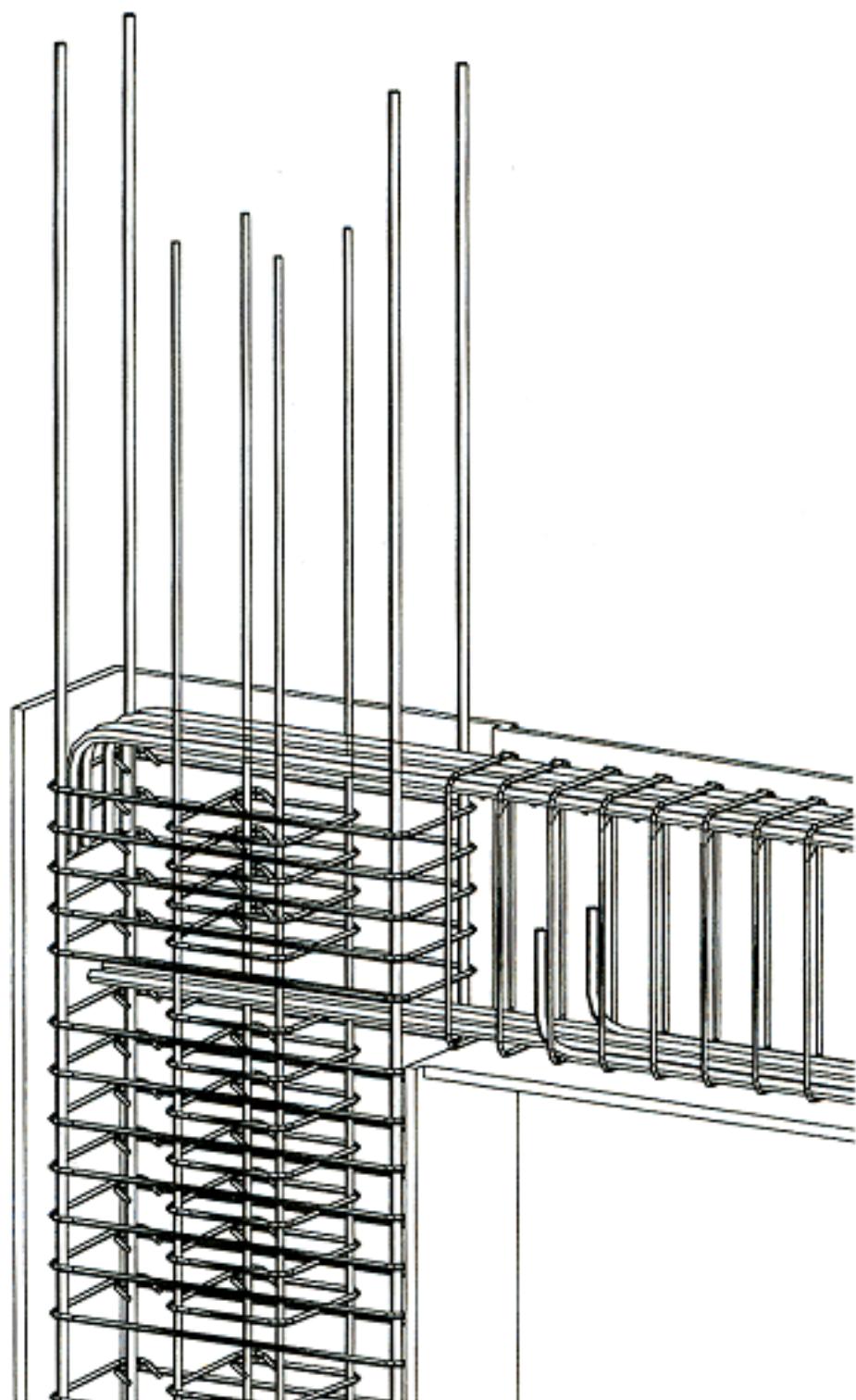
**Σχήμα 6.31:** Κατασκευή δοκού διατομής T. Διακρίνονται οι ξυλότυποι, ο δονητής για τη συμπύκνωση του σκυροδέματος, τα στηρίγματα των συνδετήρων, οι οπλισμοί της πλάκας κ.α. (Κωνσταντινίδης, 1996)



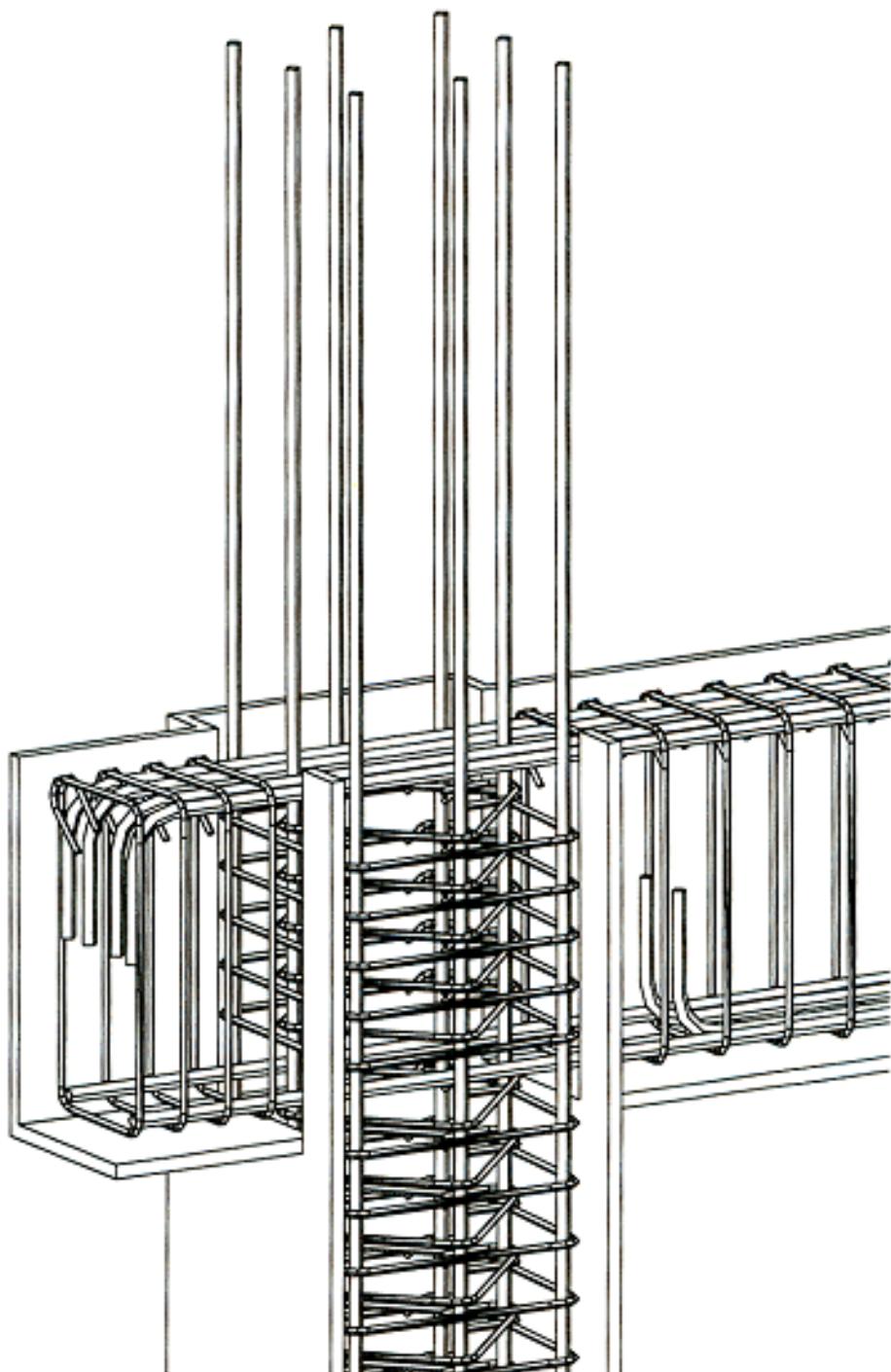
Σχήμα 6.32: Μεμονωμένοι συνδετήρες δοκών (Κωνσταντινίδης, 1996)



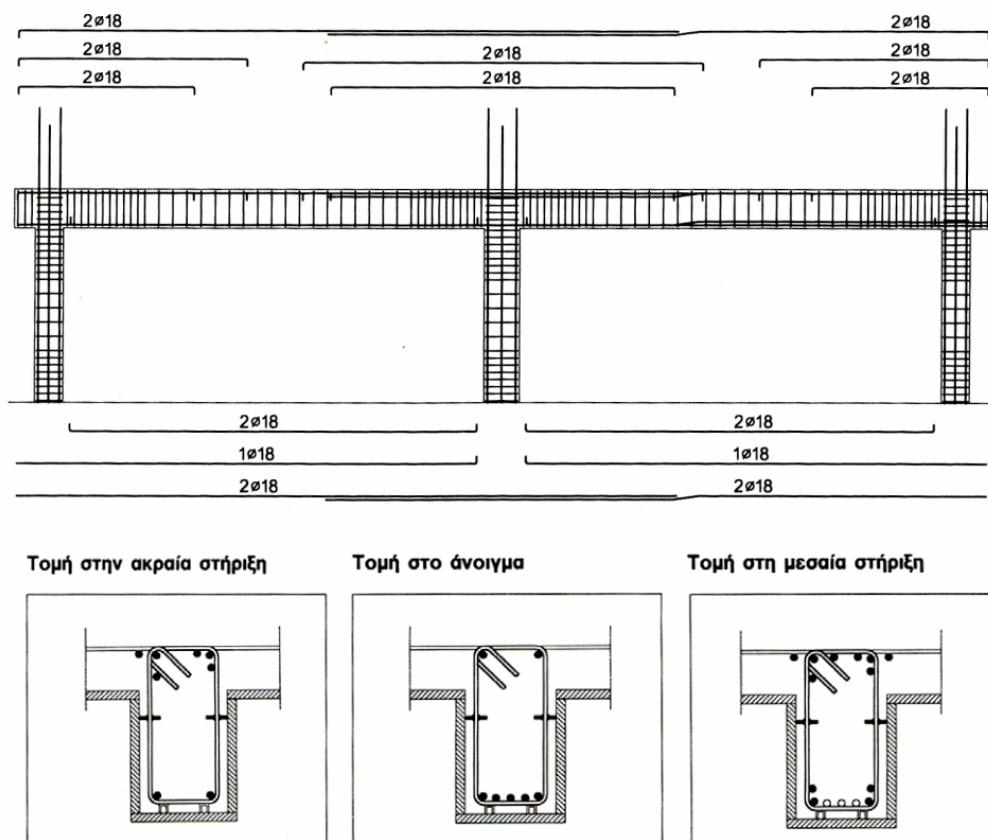
Σχήμα 6.33: Συνδετήρες δοκών μορφής κλωβού, "θώρακες" (Κωνσταντινίδης, 1996)



**Σχήμα 6.34:** Αγκύρωση ράβδων σε ακραίο κόμβο (Κωνσταντινίδης, 1996)



**Σχήμα 6.35:** Αγκύρωση ράβδων σε ακραίο κόμβο. Εναλλακτική λύση ώστε να είναι δυνατή η ευθύγραμμη αγκύρωση αν το υποστύλωμα έχει περιορισμένο πλάτος (Κωνσταντινίδης, 1996)



**Σχήμα 6.36:** Τυπική όπλιση πλαισίου δύο ανοιγμάτων σε κάμψη και τομές σε χαρακτηριστικές θέσεις της δοκού (Κωνσταντινίδης, 1996)

## 6.14 Ασκήσεις - Παραδείγματα

### 6.14.1 Παράδειγμα 1 - Καθαρή κάμψη προβόλου

#### 6.14.1.1 Εκφώνηση

Δίνεται πρόβολος μήκους  $L_{\pi\rho} = 3 \text{ m}$  με μοναχικά μόνιμα και κινητά φορτία στην άκρη του  $G = 15 \text{ kN}$  και  $Q = 20 \text{ kN}$ , αντίστοιχα. Ο πρόβολος έχει διατομή ορθογωνικής δοκού με διαστάσεις **25/50**. Να θεωρηθούν υλικά **C20** και **B500C** καθώς και **μέση κατηγορία πλαστιμότητας (ΚΠΜ)**. Η συνολική επικάλυψη να θεωρηθεί ότι είναι 5cm ( $d_1 = d_2 = 5\text{cm}$ )



**Σχήμα 6.37:** Παράδειγμα 1 - Πρόβολος με μοναχικά φορτία

- Να γίνει η στατική επίλυση του προβόλου (αγνοώντας το ίδιο βάρος του) και να υπολογιστεί ο απαιτούμενος οπλισμός.
- Να διερευνηθεί αν στο μέσο του προβόλου απαιτείται ο ίδιος οπλισμός με τη στήριξη.

#### 6.14.1.2 Λύση

##### Υλικά

Για τα υλικά της εκφώνησης οι τιμές σχεδιασμού των αντοχών είναι:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{20 \text{ MPa}}{1.5} = 11.33 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500 \text{ MPa}}{1.15} = 434.78 \text{ MPa}$$

## Στατική επίλυση

Είναι προφανές ότι η μέγιστη τιμή της ροπής εμφανίζεται στη στήριξη του προβόλου. Ο δυσμενής συνδυασμός φόρτισης για την οριακή κατάσταση αστοχίας είναι:

$$P_{\Delta} = 1.35 \cdot G + 1.50 \cdot Q = 1.35 \cdot 15kN + 1.50 \cdot 20kN = 50.25kN$$

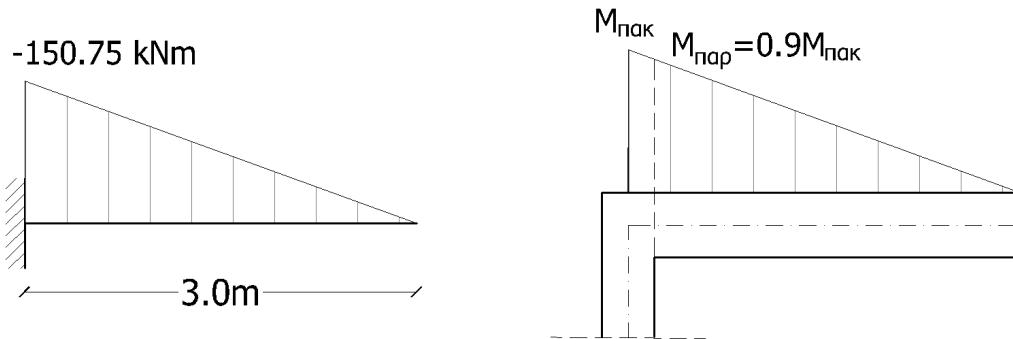
Η ροπή της στήριξης (πάκτωσης) είναι:

$$M_{\pi\alpha\kappa} = -P_{\Delta} \cdot L_{\pi\rho} = -50.25kN \cdot 3.0m = -150.75kNm$$

Η ροπή είναι αρνητική άρα ο εφελκυόμενος (κύριος) οπλισμός θα τοποθετηθεί στο άνω πέλμα. Στις στηρίξεις χρησιμοποιείται η ροπή παρειάς. Απλοτοιητικά λαμβάνεται:

$$M_{\pi\alpha\rho} = 0.9 \cdot M_{\pi\alpha\kappa} = 0.9 \cdot (-150.75) = -135.68kNm$$

*Διάγραμμα ροπών*



**Σχήμα 6.38: Παράδειγμα 1 - Διάγραμμα ροπών**

## Διαστασιολόγηση

### Στοιχεία διατομής

Οι διαστάσεις του προβόλου είναι σταθερές οπότε σε κάθε θέση  $b = 0.25m$  και  $d = h - d_1 = 0.50 - 0.05 = 0.45m$

*Ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά οπλισμού*

Τα ελάχιστα και τα μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά του εφελκυόμενου οπλισμού προκύπτουν από τις σχέσεις:

$$\rho_{min} = 2.2\% \Rightarrow A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b \cdot d = 0.0022 \cdot 25 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm} = 2.475 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{max}^{\kappa\rho\mu\sigma} = 7.47\% \Rightarrow A_{s,max}^{\kappa\rho\mu\sigma} = \rho_{max}^{\kappa\rho\mu\sigma} \cdot b \cdot d = 0.00747 \cdot 25 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm} = 8.40 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{max}^{\gamma\varepsilon\nu} = 40\% \Rightarrow A_{s,max}^{\gamma\varepsilon\nu} = \rho_{max}^{\gamma\varepsilon\nu} \cdot b \cdot d = 0.04 \cdot 25 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm} = 45.00 \text{ cm}^2$$

### *Ροπή σχεδιασμού*

Η ροπή σχεδιασμού σε μια διατομή δίνεται από τη σχέση:

$$M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1}$$

όπου:

$$M_d = |M_{\pi\alpha\rho}| = 135.68 \text{ kNm} \text{ και } N_d = 0$$

$$\text{Άρα } M_{sd} = 135.68 \text{ kNm}$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται η ανηγμένη τιμή της ροπής σχεδιασμού

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{135.68 \text{ kNm}}{0.25 \text{ m} \cdot (0.45 \text{ m})^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2} = 0.236 < \mu_{lim} = 0.296$$

Άρα δεν απαιτείται η τοποθέτηση θλιβόμενου οπλισμού

*Υπολογισμός απαιτούμενου οπλισμού στην στήριξη*

Για την τιμή αυτή προκύπτει από τον πίνακα των ορθογωνικών διατομών  $\omega = 0.2747$

Ο απαιτούμενος οπλισμός για τη ροπή που αναπτύσσεται στη διατομή είναι:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.2747 \cdot 25 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm} \cdot \frac{11.33 \text{ MPa}}{434.78 \text{ MPa}} + 0 = 8.06 \text{ cm}^2$$

Παρατηρείται ότι  $A_{s,min} < A_s < A_{s,max}^{\kappa\rho\mu\sigma}$  (η σύγκριση γίνεται με το  $A_{s,max}^{\kappa\rho\mu\sigma}$  καθώς οι στήριξεις θεωρούνται κρίσιμες περιοχές)

Οπότε θα επιλεγεί οπλισμός βάσει του  $A_s = 8.06 \text{ cm}^2$ . Από τον πίνακα των οπλισμών επιλέγονται  $4\varnothing 16(8.04 \text{ cm}^2)$ . Ο οπλισμός αυτός είναι αποδεκτός καθώς  $\frac{8.04 \text{ cm}^2}{8.06 \text{ cm}^2} = 0.998 > 0.95$ .

Η τοποθέτηση του οπλισμού γίνεται σύμφωνα με το σχήμα που ακολουθεί. Στη θλιβόμενη παρειά τοποθετείται κατασκευαστικός οπλισμός (montage) 2014.

*Οπλισμός στο μέσο του προβόλου*

Είναι προφανές από το διάγραμμα ροπών ότι καθώς η ροπή στη μέση του μήκους του προβόλου είναι μειωμένη, θα απαιτηθεί λιγότερος εφελκυόμενος οπλισμός για

να παραλάβει τη ροπή αυτή.

$$M_{μεσο} = -P_{Δ} \cdot \frac{L_{πρ}}{2} = -50.25kN \cdot \frac{3.0m}{2} = -75.38kNm$$

Ομοίως, για τη θέση αυτή ισχύει:

$$M_{sd} = |M_{μεσο}| = 75.38kNm$$

οπότε  $\mu_{sd} = 0.1314 < \mu_{lim} = 0.296$  και  $\omega = 0.1415$

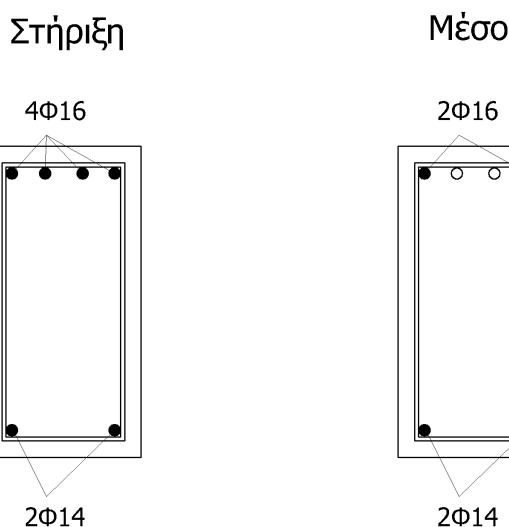
Άρα

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.1415 \cdot 25cm \cdot 45cm \cdot \frac{11.33MPa}{434.78MPa} + 0 = 4.15cm^2$$

Παρατηρείται ότι  $A_{s,min} < A_s < A_{s,max}^{νέν}$ . Η σύγκριση εδώ δε γίνεται με τον μέγιστο επιτρεπόμενο οπλισμό που αντιστοιχεί στις κρίσιμες περιοχές αλλά με το γενικό όριο.

Άρα στη θέση αυτή αρκεί η τοποθέτηση μόνο 2Φ16( $4.02cm^2$ ). Ο οπλισμός αυτός είναι αποδεκτός καθώς  $\frac{4.02cm^2}{4.15cm^2} = 0.969 > 0.95$ .

Έτσι, ένας μηχανικός θα μπορούσε, για να επιτύχει τη μέγιστη δυνατή οικονομία, να ξεκινήσει με 4Φ16 στην πάκτωση του προβόλου, στη συνέχεια να σταματήσει (και να αγκυρώσει) τη μία από τις 4 ράβδους και λίγο μετά τη μέση να σταματήσει (και να αγκυρώσει) και τη 2η, ώστε τελικά στο άκρο του προβόλου, όπου η ροπή μηδενίζεται, να καταλήξουν μόνο 2 ράβδοι.



**Σχήμα 6.39:** Παράδειγμα 1 - Τοποθέτηση οπλισμού

## 6.14.2 Παράδειγμα 2 - Επιλογή ύψους διατομής για δεδομένη ροπή σχεδιασμού

### 6.14.2.1 Εκφώνηση

Δίνεται μια ορθογωνική δοκός Ο/Σ στην οποία αναπτύσσεται ροπή  $M_{sd} = 250kNm$ . Η δοκός έχει πλάτος **25cm**, το ύψος της όμως δεν είναι γνωστό. Να υπολογιστεί το ελάχιστο ύψος της διατομής, ώστε να μην απαιτείται θλιβόμενος οπλισμός.

Να θεωρηθούν υλικά **C20** και **B500C** καθώς και **μέση κατηγορία πλαστιμότητας (ΚΠΜ)**. Η συνολική επικάλυψη να θεωρηθεί ότι είναι 5cm ( $d_1 = d_2 = 5cm$ ).

Στη συνέχεια να υπολογιστεί ο απαιτούμενος οπλισμός για τη διατομή αυτή και να συγκριθεί με τις ελάχιστες/μέγιστες απαιτήσεις του κανονισμού.

### 6.14.2.2 Λύση

#### Υλικά

Για τα υλικά της εκφώνησης οι τιμές σχεδιασμού των αντοχών είναι:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{20 \text{ MPa}}{1.5} = 11.33 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500 \text{ MPa}}{1.15} = 434.78 \text{ MPa}$$

#### Επιλογή ύψους διατομής

Για να μην απαιτείται θλιβόμενος οπλισμός τίθεται όπου  $\mu_{sd} = \mu_{lim} = 0.296$  για ορθογωνική διατομή. Οπότε από τη σχέση

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

λύνοντας ως προς  $d$  προκύπτει

$$d = \sqrt{\frac{M_{sd}}{b \cdot \mu_{lim} \cdot f_{cd}}} = \sqrt{\frac{250kNm}{0.25m \cdot 0.296 \cdot 11.33 \cdot 10^3kN/m^2}} = 0.546m$$

Οπότε  $h = d + d_1 = 0.546 + 0.05 = 0.596m$

και επιλέγεται ως ελάχιστη διατομή ώστε να μην απαιτείται θλιβόμενος οπλισμός **25/60** (η στρογγυλοποίηση γίνεται ανά **5cm**, πχ 25/55, 25/60, 25/65 κ.ο.κ.).

Για τη διατομή που επιλέγεται το στατικό ύψος τελικά είναι  $d = h - d_1 = 0.55m$

### Ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά οπλισμού

Τα ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά του εφελκυόμενου οπλισμού προκύπτουν από τις σχέσεις:

$$\rho_{min} = 2.2\% \Rightarrow A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b \cdot d = 0.0022 \cdot 25cm \cdot 55cm = 3.03cm^2$$

$$\rho_{max}^{\kappa\rho\sigma} = 7.47\% \Rightarrow A_{s,max}^{\kappa\rho\sigma} = \rho_{max}^{\kappa\rho\sigma} \cdot b \cdot d = 0.00747 \cdot 25cm \cdot 55cm = 10.27cm^2$$

$$\rho_{max}^{\gamma\epsilon\nu} = 40\% \Rightarrow A_{s,max}^{\gamma\epsilon\nu} = \rho_{max}^{\gamma\epsilon\nu} \cdot b \cdot d = 0.04 \cdot 25cm \cdot 55cm = 55.00cm^2$$

### Ροπή σχεδιασμού

Η ροπή σχεδιασμού σε μια διατομή δίνεται από τη σχέση:

$$M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1}$$

όπου:

$$M_d = 250.00kNm \text{ και } N_d = 0$$

$$\text{Άρα } M_{sd} = 250.00kNm$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται η ανηγμένη τιμή της ροπής σχεδιασμού

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{250.00kNm}{0.25m \cdot (0.55m)^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 \frac{kN}{m^2}} = 0.2917 < \mu_{lim} = 0.296$$

Άρα, όπως αναμένεται, δεν απαιτείται η τοποθέτηση θλιβόμενου οπλισμού

### Υπολογισμός απαιτούμενου οπλισμού

Για την τιμή αυτή από τον πίνακα 6.1 προκύπτει  $\omega = 0.3572$

Ο απαιτούμενος οπλισμός για τη ροπή που αναπτύσσεται στη διατομή είναι:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.3572 \cdot 25cm \cdot 55cm \cdot \frac{11.33MPa}{434.78MPa} + 0 = 12.80cm^2$$

Παρατηρείται ότι αν η διατομή είναι σε κρίσιμη περιοχή τότε έχουμε  $A_s > A_{s,max}^{\kappa\rho\sigma}$

Αν πρόκειται για μη κρίσιμη περιοχή τότε  $A_{s,min} < A_s < A_{s,max}^{\gamma\epsilon\nu}$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι, αν πρόκειται για διατομή σε κρίσιμη περιοχή, η επιλογή του απαιτούμενου ύψους βάσει του  $\mu_{lim}$  ενδέχεται να οδηγήσει σε περιπτώσεις όπου οι διατομές είναι μικρές και θα απαιτηθεί εκ νέου αλλαγή διατομής καθώς ο απαιτούμενος οπλισμός θα ξεπερνά τον μέγιστο επιτρεπόμενο. Στην περίπτωση αυτή συνιστάται να επιλέγεται μεγαλύτερο ύψος από αυτό που προκύπτει από την παραπάνω σχέση. Αν η διατομή δε βρίσκεται σε κρίσιμη περιοχή τότε ο υπολογισμός του ύψους με τον τρόπο αυτό οδηγεί συνήθως σε αποδεκτές λύσεις. Σε κάθε περίπτωση ο τελικός έλεγχος καταληλότητας της διατομής γίνεται μέσω της σύγκρισης με τις ελάχιστες και μέγιστες επιτρεπόμενες απαιτήσεις.

Περισσότερο οικονομικές λύσεις προκύπτουν όταν  $\mu \approx 0.20$  οπότε η επιλογή διατομής μπορεί να γίνει για αυτή την τιμή αντί για το  $\mu_{lim}$

### 6.14.3 Παράδειγμα 3 - Προέχουσα κάμψη με θλιπτικό ή εφελκυστικό αξονικό φορτίο

#### 6.14.3.1 Εκφώνηση

Δίνεται μια ορθογωνική δοκός Ο/Σ διαστάσεων **25/70** στην οποία αναπτύσσεται ροπή  $M_d = 250kNm$ . Να θεωρηθούν υλικά **C20** και **B500C** και συνολική επικάλυψη να θεωρηθεί ότι είναι  $d_1 = 4cm$ .

Να υπολογιστεί ο απαιτούμενος οπλισμός της διατομής για τις εξής περιπτώσεις:

- Καταπόνηση με θλιπτικό αξονικό φορτίο  $N_d = -100kN$
- Καταπόνηση με εφελκυστικό αξονικό φορτίο  $N_d = +100kN$

#### 6.14.3.2 Λύση

##### Υλικά

Για τα υλικά της εκφώνησης οι τιμές σχεδιασμού των αντοχών είναι:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{20 \text{ MPa}}{1.5} = 11.33 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500 \text{ MPa}}{1.15} = 434.78 \text{ MPa}$$

##### Υπολογισμός οπλισμού

Η ροπή σχεδιασμού σε μια διατομή δίνεται από τη σχέση:

$$M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1}$$

Στην παραπάνω σχέση  $y_{s1}$  είναι η απόσταση ανάμεσα στο κέντρο βάρους της διατομής (στο μέσο για ορθογωνική διατομή) και στο κέντρο βάρους των εφελκυόμενων οπλίσμών. Άρα, στην περίπτωση που εξετάζεται:

$$y_{s1} = \frac{h}{2} - d_1 = \frac{0.70}{2} - 0.04 = 0.31m$$

Το στατικό ύψος της διατομής είναι:

$$d = h - d_1 = 0.70 - 0.04 = 0.66m$$

- **Θλιπτικό αξονικό φορτίο**  $N_d = -100kN$

Έλεγχος περίπτωσης καταπόνησης:

$$\nu_d = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{-100kN}{0.25 \cdot 0.70 \cdot 11.33 \cdot 10^3 kN/m^2} = -0.05$$

Προκύπτει ότι  $|\nu_d| = 0.05 < 0.10$  άρα έχουμε **προέχουσα κάμψη**

$$M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1} = 250kNm - (-100kN) \cdot 0.31 = 281kNm$$

οπότε

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{281kNm}{0.25m \cdot 0.66^2 m^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 kN/m^2} = 0.2277$$

από τον πίνακα 6.1 προκύπτει  $\omega = 0.2624$

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.2624 \cdot 25cm \cdot 66cm \cdot \frac{11.33MPa}{434.78MPa} + \frac{-100kN}{43.478kN/cm^2} = 8.99cm^2$$

- **Εφελκυστικό αξονικό φορτίο**  $N_d = 100kN$

Έλεγχος περίπτωσης καταπόνησης:

$$e = \frac{M_d}{N_d} = \frac{250kNm}{100kN} = 2.5m > y_{s1} = 0.31m$$

άρα έχουμε **προέχουσα κάμψη**

$$M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1} = 250kNm - 100kN \cdot 0.31 = 219kNm$$

οπότε

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{219kNm}{0.25m \cdot 0.66^2 m^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 kN/m^2} = 0.1774$$

από τον πίνακα 6.1 προκύπτει  $\omega = 0.1967$

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.1967 \cdot 25cm \cdot 66cm \cdot \frac{11.33MPa}{434.78MPa} + \frac{100kN}{43.478kN/cm^2} = 10.67cm^2$$

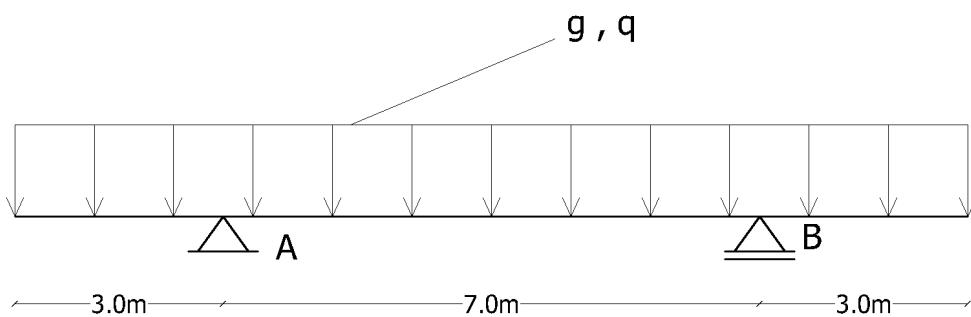
Παρατηρείται, όπως ήταν αναμενόμενο, ότι το εφελκυστικό αξονικό φορτίο οδηγεί σε μεγαλύτερη απαίτηση οπλισμού στη δοκό.

#### 6.14.4 Παράδειγμα 4 - Κάμψη δοκών με απαίτηση και θλιβόμενου οπλισμού

##### 6.14.4.1 Εκφώνηση

Ο φορέας του σχήματος καταπονείται με μόνιμο συνεχές φορτίο  $g = 10kN/m$  και κινητό φορτίο  $q = 20kN/m$ . Το ίδιο βάρος της δοκού δεν συμπεριλαμβάνεται στα φορτία που δίνονται και ζητείται να συνυπολογιστεί.

Η δοκός είναι διατομής **30/50**, η επικάλυψη  $d_1 = d_2 = 6cm$  και τα υλικά είναι **C16/20**, **B500C**.



**Σχήμα 6.40:** Παράδειγμα 4 - Στατικό σύστημα φορέα

- Να γίνουν τα διαγράμματα ροπών Μ για εναλλακτές φορτίσεις (ευμενή και δυσμενή φόρτιση ώστε να εμφανίζονται οι μέγιστες τιμές της ροπής σε κάθε θέση)
- Να υπολογιστεί ο απαιτούμενος οπλισμός στο άνοιγμα και τις στηρίξεις

### 6.14.4.2 Λύση

#### Υλικά

Για τα υλικά της εκφώνησης οι τιμές σχεδιασμού των αντοχών είναι:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{16 \text{ MPa}}{1.5} = 9.07 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500 \text{ MPa}}{1.15} = 434.78 \text{ MPa}$$

#### Στατική επίλυση

**Φορτία - Συνδυασμοί φόρτισης**

Το κατανεμημένο ανά μονάδα μήκους ίδιο βάρος της δοκού είναι:

$$g_{IB} = \gamma_{\sigma \kappa \nu \rho} \cdot b \cdot h = 25 \text{ kN/m}^3 \cdot 0.30 \text{ m} \cdot 0.50 \text{ m} = 3.75 \text{ kN/m}$$

Οπότε τα συνολικά μόνιμα φορτία της δοκού είναι:

$$g_{o\lambda} = g + g_{IB} = 10 + 3.75 = 13.75 \text{ kN/m}$$

Άρα οι συνδυασμοί φόρτισης στην Ο.Κ.Α. είναι:

$$p_{\Delta} = 1.35 \cdot g_{o\lambda} + 1.50 \cdot q = 1.35 \cdot 13.75 \text{ kN/m} + 1.50 \cdot 20 \text{ kN/m} = 48.56 \text{ kN/m}$$

$$p_E = g_{o\lambda} = 13.75 \text{ kN/m}$$

**Μέγιστη ροπή προβόλου**

Αναπτύσσεται όταν ασκείται στον πρόβολο ο δυσμενής συνδυασμός  $p_{\Delta}$  χωρίς να μας απασχολεί η φόρτιση του υπόλοιπου φορέα. Η ροπή της στήριξης είναι:



**Σχήμα 6.41: Παράδειγμα 4 - Φόρτιση για μέγιστη ροπή στον πρόβολο**

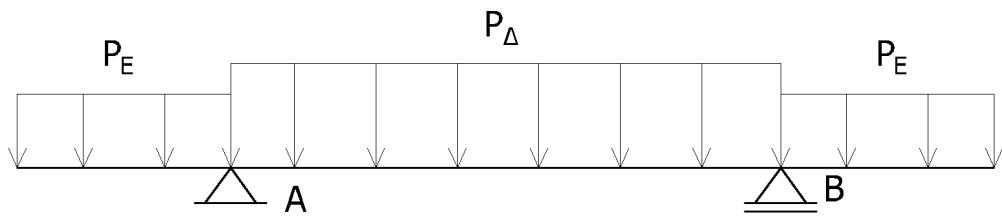
$$M_{\pi\rho} = -p_\Delta \cdot \frac{L_{\pi\rho}^2}{2} = -48.56kN/m \cdot \frac{(3m)^2}{2} = -218.52kNm$$

και η ροπή στην παρειά της στήριξης

$$M_{\pi\alpha\rho} = 0.9 \cdot M_{\pi\rho} = 0.9 \cdot (-218.52) = -196.68kNm$$

*Μέγιστη ροπή ανοίγματος*

Αναπτύσσεται όταν η φόρτιση έχει τη μορφή του σχήματος:



**Σχήμα 6.42:** Παράδειγμα 4 - Φόρτιση για μέγιστη ροπή στο άνοιγμα

Για τη φόρτιση αυτή η ροπή του προβόλου είναι

$$M_{\pi\rho} = -p_E \cdot \frac{L_{\pi\rho}^2}{2} = 13.75kN/m \cdot \frac{(3m)^2}{2} = -61.88kNm$$

Παρατηρείται ότι καθώς οι πρόβολοι είναι όμοιου μήκους και επιπλέον η φόρτιση είναι συμμετρική, η μέγιστη ροπή του ανοίγματος θα εμφανίζεται ακριβώς στη μέση του. Οπότε:

$$M_{av} = \frac{M_A + M_B}{2} + \frac{p_D \cdot L_{av}^2}{8} = \frac{(-61.88) + (-61.88)}{2} + \frac{48.56 \cdot 7^2}{8} = 235.57kNm$$

### Ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά οπλισμού

Τα ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά του εφελκυόμενου οπλισμού προκύπτουν από τους πίνακες 6.7 και 6.8, οπότε:

$$\rho_{min} = 1.9\% \Rightarrow A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b \cdot d = 0.0019 \cdot 30cm \cdot 44cm = 2.51cm^2$$

$$\rho_{max}^{\kappa\rho\iota\sigma} = 5.97\% \Rightarrow A_{s,max}^{\kappa\rho\iota\sigma} = \rho_{max}^{\kappa\rho\iota\sigma} \cdot b \cdot d = 0.00597 \cdot 30cm \cdot 44cm = 7.88cm^2$$

$$\rho_{max}^{\gamma\epsilon\nu} = 40\% \Rightarrow A_{s,max}^{\gamma\epsilon\nu} = \rho_{max}^{\gamma\epsilon\nu} \cdot b \cdot d = 0.04 \cdot 30cm \cdot 44cm = 52.80cm^2$$

## Υπολογισμός οπλισμού στο άνοιγμα

Η ροπή σχεδιασμού σε μια διατομή δίνεται από τη σχέση:

$$M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1}$$

όπου:

$$M_d = M_{av} = 235.57 \text{ kNm} \text{ και } N_d = 0$$

οπότε:

$$M_{sd} = 235.57 \text{ kNm}$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται η ανηγμένη τιμή της ροπής σχεδιασμού

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{235.57 \text{ kNm}}{0.30 \text{ m} \cdot (0.44 \text{ m})^2 \cdot 9.07 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 0.4473 > \mu_{lim} = 0.296$$

Άρα απαιτείται η τοποθέτηση και θλιβόμενου οπλισμού.

Από τον πίνακα 6.2 προκύπτει  $\omega_1 = 0.5177$  και  $\omega_2 = 0.1557$  και επιπλέον υπολογίζονται οι τιμές των  $\rho_1$  και  $\rho_2$  από τον πίνακα 6.3 χρησιμοποιώντας το λόγο  $\frac{d_2}{d} = \frac{0.06}{0.44} = 0.136$ , όπου  $d_2$  η επικάλυψη του θλιβόμενου οπλισμού που στην συγκεκριμένη περίπτωση είναι ίση με του εφελκυόμενου και για τις θετικές και τις αρνητικές ροπές (οπλισμός άνω ή κάτω).

Προκύπτει  $\rho_1 = 1.0359$  (έπειτα από διπλή γραμμική παρεμβολή) και  $\rho_2 = 1.1228$

$$A_{s1} = \omega_1 \cdot \rho_1 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.5177 \cdot 1.0359 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 44 \text{ cm} \cdot \frac{9.07 \text{ MPa}}{434.78 \text{ MPa}} + 0 = 14.76 \text{ cm}^2$$

$$A_{s2} = \omega_2 \cdot \rho_2 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.1557 \cdot 1.1228 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 44 \text{ cm} \cdot \frac{9.07 \text{ MPa}}{434.78 \text{ MPa}} = 4.81 \text{ cm}^2$$

όπου  $A_{s1}$  ο εφελκυόμενος οπλισμός (κάτω για θετικές ροπές στο άνοιγμα) και  $A_{s2}$  ο θλιβόμενος οπλισμός (πάνω για θετικές ροπές)

Παρατηρείται ότι  $A_{s,min} < A_{s1} < A_{s,max}^{\gamma\text{ev}}$  (το άνοιγμα δεν είναι κρίσιμη περιοχή)

## Υπολογισμός οπλισμού στις στηρίξεις

Η ροπή σχεδιασμού σε μια διατομή δίνεται από τη σχέση:

$$M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1}$$

όπου:

$$M_d = |M_{\pi\alpha\rho}| = 196.68kNm \text{ και } N_d = 0$$

οπότε:

$$M_{sd} = 196.68kNm$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται η ανηγμένη τιμή της ροπής σχεδιασμού

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{196.68kNm}{0.30m \cdot (0.44m)^2 \cdot 9.07 \cdot 10^3 \frac{kN}{m^2}} = 0.3735 > \mu_{lim} = 0.296$$

Άρα απαιτείται η τοποθέτηση και θλιβόμενου οπλισμού.

Από τον πίνακα 6.2 προκύπτει  $\omega_1 = 0.4422$  και  $\omega_2 = 0.0795$  και επιπλέον υπολογίζονται οι τιμές των  $\rho_1$  και  $\rho_2$  από τον πίνακα 6.3 χρησιμοποιώντας το λόγο  $\frac{d^2}{d} = \frac{0.06}{0.44} = 0.136$

Προκύπτει  $\rho_1 = 1.0208$  (έπειτα από διπλή γραμμική παρεμβολή) και  $\rho_2 = 1.1228$

$$A_{s1} = \omega_1 \cdot \rho_1 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.4422 \cdot 1.0208 \cdot 30cm \cdot 44cm \cdot \frac{9.07MPa}{434.78MPa} + 0 = 12.42cm^2$$

$$A_{s2} = \omega_2 \cdot \rho_2 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.0795 \cdot 1.1228 \cdot 30cm \cdot 44cm \cdot \frac{9.07MPa}{434.78MPa} = 2.46cm^2$$

όπου  $A_{s1}$  ο εφελκυόμενος οπλισμός (άνω για αρνητικές ροπές στις στηρίξεις) και  $A_{s2}$  ο θλιβόμενος οπλισμός (κάτω για αρνητικές ροπές)

Παρατηρείται ότι  $A_{s1} > A_{s,max}^{\kappa\rho\iota\sigma}$  (οι στηρίξεις είναι κρίσιμες περιοχές)

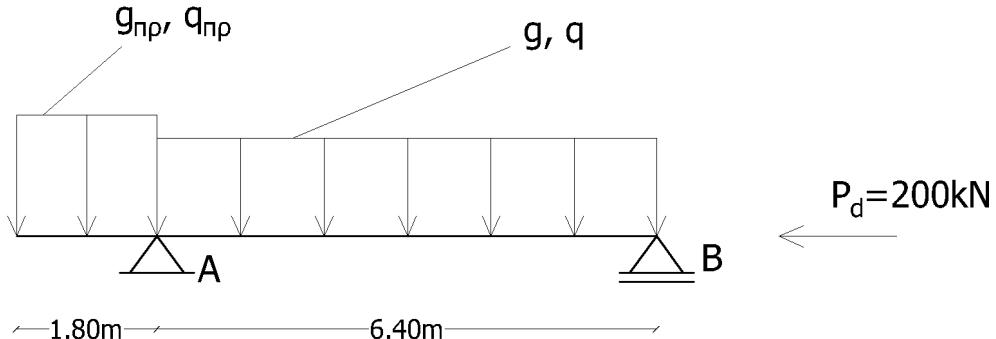
Άρα **απαιτείται αλλαγή διατομής**. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι η αλλαγή διατομής δεν προέκυψε στη θέση που εμφανίστηκε η μεγαλύτερη τιμή της ροπής (άνοιγμα) αλλά στη θέση όπου ο μέγιστος επιτρεπόμενος οπλισμός είναι μειωμένος (στηρίξεις - κρίσιμες περιοχές).

Επιλέγεται νέα διατομή αυξάνοντας το ύψος της δοκού και η διαδικασία επαναλαμβάνεται.

## 6.14.5 Παράδειγμα 5 - Υπολογισμός οπλισμού πλακοδοκού

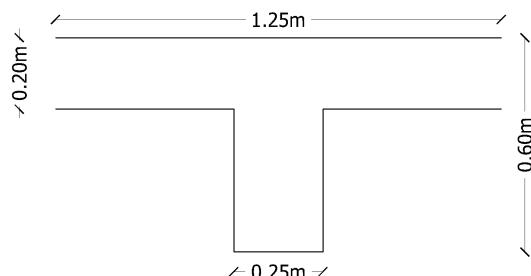
### 6.14.5.1 Εκφώνηση

Δίνεται η μονοπροέχουσα δοκός του σχήματος που καταπονείται με ομοιόμορφα μόνιμα και μεταβλητά (κινητά) φορτία με τιμές  $g = 20kN/m$  και  $q = 30kN/m$  στο άνοιγμα ενώ στον πρόβολο  $g_{\pi\rho} = 20kN/m$  και  $q_{\pi\rho} = 50kN/m$ . Το ίδιο βάρος της δοκού συμπεριλαμβάνεται στα μόνιμα φορτία που δίνονται.



**Σχήμα 6.43:** Παράδειγμα 5 - Στατικό σύστημα φορέα

Η δοκός έχει διατομή διαστάσεων **25/60** και να θεωρηθεί ότι στο άνω πέλμα της υπάρχει εκατέρωθεν πλάκα Ο/Σ με συνεργαζόμενο πλάτος  $b_{eff} = 1.25m$ . Η επικάλυψη  $d_1 = d_2 = 5cm$  και τα υλικά είναι **C25/30, B500C**.



**Σχήμα 6.44:** Παράδειγμα 5 - Διατομή πλακοδοκού

Η τιμή του αξονικού φορτίου να θεωρηθεί ότι είναι στην ΟΚΑ και να παραμείνει σταθερή για όλους τους συνδυασμούς φόρτισης.

Να υπολογιστεί ο απαιτούμενος οπλισμός της δοκού σε άνοιγμα και στήριξη.

### 6.14.5.2 Λύση

#### Υλικά

Για τα υλικά της εκφώνησης οι τιμές σχεδιασμού των αντοχών είναι:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{25 \text{ MPa}}{1.5} = 14.17 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500 \text{ MPa}}{1.15} = 434.78 \text{ MPa}$$

### Στατική επίλυση

Φορτία - Συνδυασμοί φόρτισης

Οι συνδυασμοί φόρτισης για το άνοιγμα στην Ο.Κ.Α. είναι:

$$p_{\Delta} = 1.35 \cdot g_{o\lambda} + 1.50 \cdot q = 1.35 \cdot 20.00 \text{ kN/m} + 1.50 \cdot 30.00 \text{ kN/m} = 72.00 \text{ kN/m}$$

$$p_E = g_{o\lambda} = 20.00 \text{ kN/m}$$

και για τον πρόβολο:

$$p_{\Delta,\pi\rho} = 1.35 \cdot g_{o\lambda} + 1.50 \cdot q = 1.35 \cdot 20.00 \text{ kN/m} + 1.50 \cdot 50.00 \text{ kN/m} = 102.00 \text{ kN/m}$$

$$p_{E,\pi\rho} = g_{o\lambda} = 20.00 \text{ kN/m}$$

Μέγιστη ροπή προβόλου

Αναπτύσσεται όταν ασκείται στον πρόβολο ο δυσμενής συνδυασμός  $p_{\Delta}$  χωρίς να μας απασχολεί η φόρτιση του υπόλοιπου φορέα. Η ροπή της στήριξης είναι:



**Σχήμα 6.45:** Παράδειγμα 5 - Φόρτιση για μέγιστη ροπή στον πρόβολο

$$M_{\pi\rho} = -p_{\Delta,\pi\rho} \cdot \frac{L_{\pi\rho}^2}{2} = -102.00 \text{ kN/m} \cdot \frac{(1.80 \text{ m})^2}{2} = -165.24 \text{ kNm}$$

και η ροπή στην παρειά της στήριξης

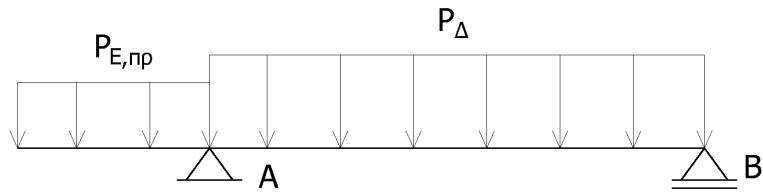
$$M_{\pi\alpha\rho} = 0.9 \cdot M_{\pi\rho} = 0.9 \cdot (-165.24) = -148.72 \text{ kNm}$$

Μέγιστη ροπή ανοίγματος

Αναπτύσσεται όταν η φόρτιση έχει τη μορφή του σχήματος:

Για τη φόρτιση αυτή η ροπή του προβόλου είναι

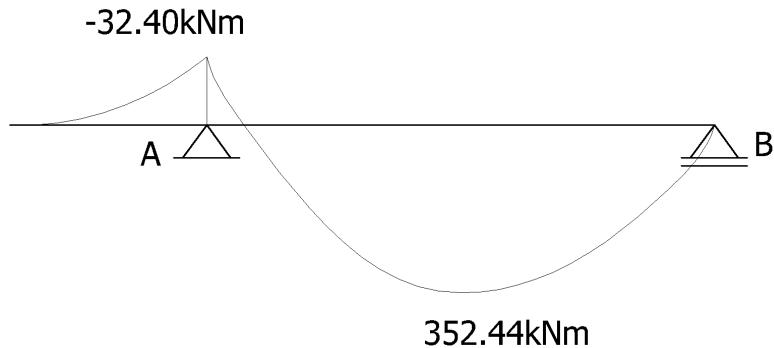
$$M_{\pi\rho} = -p_{E,\pi\rho} \cdot \frac{L_{\pi\rho}^2}{2} = 20.00 \text{ kN/m} \cdot \frac{(1.80 \text{ m})^2}{2} = -32.40 \text{ kNm}$$



**Σχήμα 6.46:** Παράδειγμα 5 - Φόρτιση για μέγιστη ροπή στο άνοιγμα

Η ροπή στο μέσο του ανοίγματος (πολύ κοντά στη μέγιστη τιμή) υπολογίζεται από τη σχέση:

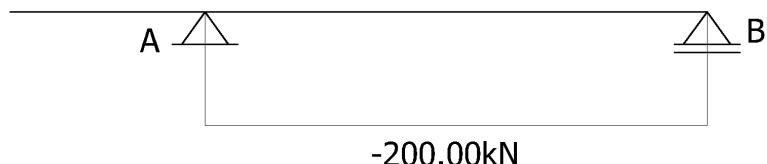
$$M_{av} = \frac{M_A + M_B}{2} + \frac{p_D \cdot L_{av}^2}{8} = \frac{-32.40 + 0}{2} + \frac{72.0 \cdot 6.40^2}{8} = 352.44 \text{ kNm}$$



**Σχήμα 6.47:** Παράδειγμα 5 - Μέγιστη τιμή της ροπής στο μέσο του ανοίγματος

#### Διάγραμμα αξονικών φορτίων

Αξονικό φορτίο υπάρχει μόνο στο άνοιγμα, σύμφωνα με το διάγραμμα που ακολουθεί. Η τιμή αυτή θα θεωρηθεί σταθερή για όλους τους συνδυασμούς φόρτισης στην ΟΚΑ.



**Σχήμα 6.48:** Παράδειγμα 5 - Διάγραμμα αξονικών φορτίων

#### Ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά οπλισμού

Τα ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά του εφελκυόμενου οπλισμού προκύπτουν από τους πίνακες 6.7 και 6.8, οπότε:

$$\rho_{min} = 2.6\% \Rightarrow A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b \cdot d = 0.0026 \cdot 25cm \cdot 55cm = 3.58cm^2$$

$$\rho_{max}^{\kappa\rho\iota\sigma} = 9.34\% \Rightarrow A_{s,max}^{\kappa\rho\iota\sigma} = \rho_{max}^{\kappa\rho\iota\sigma} \cdot b \cdot d = 0.00934 \cdot 25cm \cdot 55cm = 12.84cm^2$$

$$\rho_{max}^{\gamma\epsilon\nu} = 40\% \Rightarrow A_{s,max}^{\gamma\epsilon\nu} = \rho_{max}^{\gamma\epsilon\nu} \cdot b \cdot d = 0.04 \cdot 25cm \cdot 55cm = 55.00cm^2$$

*Υπολογισμός οπλισμού αριστερά της στήριξης του προβόλου*

Η ροπή στη στήριξη του προβόλου (στήριξη Α) είναι αρνητική άρα υπάρχει λειτουργία ορθογωνικής διατομής. Παρατηρείται ότι η ροπή ενώ έχει, φυσικά, την ίδια τιμή αριστερά και δεξιά της στήριξης, το αξονικό φορτίο διαφέρει, κάτι που διαφοροποιεί τον υπολογισμό του απαιτούμενου οπλισμού.

Η ροπή σχεδιασμού αριστερά της στήριξης δίνεται από τη σχέση:

$$M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1}$$

όπου:

$$M_d = |M_{\pi\alpha\rho}| = 148.72 \text{ kNm}$$

$$N_d = 0kN$$

$$y_{s1} = h/2 - d_1 = 0.60/2 - 0.05 = 0.25m \text{ (δεν απαιτείται ακόμα εδώ καθώς } N_d = 0)$$

$$\text{Άρα } M_{sd} = 148.72 \text{ kNm}$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται η ανηγμένη τιμή της ροπής σχεδιασμού

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{148.72 \text{ kNm}}{0.25 \text{ m} \cdot (0.55 \text{ m})^2 \cdot 14.17 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2} = 0.1388 < \mu_{lim} = 0.296$$

Άρα δεν απαιτείται η τοποθέτηση θλιβόμενου οπλισμού

Για την τιμή αυτή προκύπτει από τον πίνακα των ορθογωνικών διατομών  $\omega = 0.1501$

Ο απαιτούμενος οπλισμός είναι:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.1501 \cdot 25cm \cdot 55cm \cdot \frac{14.17MPa}{434.78MPa} + 0 = 6.73cm^2$$

Παρατηρείται ότι  $A_{s,min} < A_s < A_{s,max}^{\kappa\rho\iota\sigma}$  (η σύγκριση γίνεται με το  $A_{s,max}^{\kappa\rho\iota\sigma}$  καθώς οι στηρίξεις θεωρούνται κρίσιμες περιοχές). Οπότε θα επιλεγεί οπλισμός βάσει του  $A_s = 6.73cm^2$ .

### Υπολογισμός οπλισμού δεξιά της στήριξης του προβόλου

Η ροπή και εδώ έχει την ίδια τιμή, αυτή τη φορά όμως το αξονικό φορτίο δεν είναι μηδενικό.

$$M_d = |M_{\pi\alpha\rho}| = 148.72 \text{ kNm}$$

$$N_d = -200kN$$

$$y_{s1} = h/2 - d_1 = 0.60/2 - 0.05 = 0.25m$$

$$\text{Άρα } M_{sd} = 148.72 \text{ kNm} - (-200.00 \text{ kN}) \cdot 0.25 \text{ m} = 198.72 \text{ kNm}$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται η ανηγμένη τιμή της ροπής σχεδιασμού

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{198.72 \text{ kNm}}{0.25 \text{ m} \cdot (0.55 \text{ m})^2 \cdot 14.17 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2} = 0.1855 < \mu_{lim} = 0.296$$

Άρα δεν απαιτείται η τοποθέτηση θλιβόμενου οπλισμού

Για την τιμή αυτή προκύπτει από τον πίνακα των ορθογωνικών διατομών  $\omega = 0.2068$

Ο απαιτούμενος οπλισμός είναι:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.2068 \cdot 25cm \cdot 55cm \cdot \frac{14.17MPa}{434.78MPa} + \frac{-200kN}{43.478kN/cm^2} = 4.67cm^2$$

Παρατηρείται ότι και πάλι  $A_{s,min} < A_s < A_{s,max}^{\kappa\rho\sigma}$

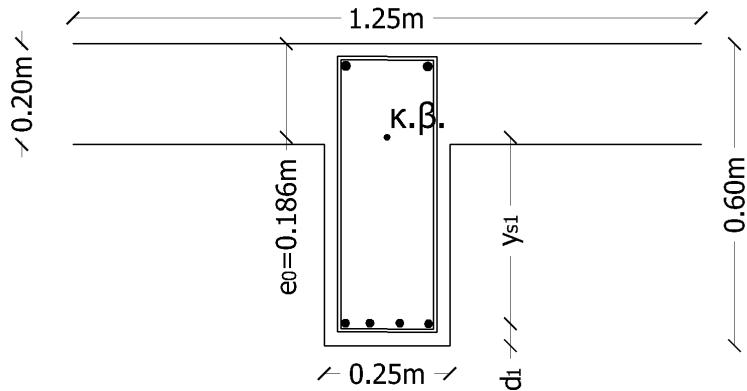
Από τον πίνακα των οπλισμών επιλέγονται  $3\varnothing18(7.63cm^2)$ . Ο οπλισμός αυτός θα τοποθετηθεί και από τις δύο πλευρές (αριστερά και δεξιά) της στήριξης.

### Υπολογισμός οπλισμού στο άνοιγμα

Στο άνοιγμα η ροπή είναι θετική (θλίβεται το πέλμα στο οποίο υπάρχει πλάκα) άρα έχουμε λειτουργία πλακοδοκού. Στη διατομή που ελέγχεται υπάρχει αξονικό φορτίο οπότε θα πρέπει και πάλι να χρησιμοποιηθεί το  $y_{s1}$ , το οποίο όμως θα υπολογιστεί εκ νέου καθώς το κέντρο βάρους μιας διατομής μορφής πλακοδοκού δεν είναι στο μέσο του ύψους της όπως φαίνεται και στο σχήμα 6.49. Χρησιμοποιείται η σχέση 6.12.

$$e_0 = \frac{h}{2} \cdot \frac{b_w \cdot (h - h_f)}{b_{eff} \cdot h_f + b_w \cdot (h - h_f)} + \frac{h_f}{2} = \frac{0.60}{2} \cdot \frac{0.25 \cdot (0.60 - 0.20)}{1.25 \cdot 0.20 + 0.25 \cdot (0.60 - 0.20)} + \frac{0.20}{2} = \\ = 0.186m$$

Προφανώς ισχύει  $e_0 + y_{s1} + d_1 = h$  οπότε  $y_{s1} = h - e_0 - d_1 = 0.60 - 0.186 - 0.05 = 0.364m$



**Σχήμα 6.49:** Παράδειγμα 5 - Κέντρο βάρους πλακοδοκού

Για τον υπολογισμό του οπλισμού μιας πλακοδοκού απαιτούνται οι λόγοι:

$$\frac{h_f}{d} = \frac{0.20}{0.55} = 0.36 \text{ και } \frac{b_{eff}}{b_w} = \frac{1.25}{0.25} = 5.0$$

Η ροπή σχεδιασμού δίνεται από τη σχέση:

$$M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1}$$

όπου:

$$M_d = 352.44 \text{ kNm}$$

$$N_d = -200kN$$

$$y_{s1} = 0.364m$$

$$\text{Άρα } M_{sd} = 352.44 \text{ kNm} - (-200.00 \text{ kN}) \cdot 0.364 \text{ m} = 425.24 \text{ kNm}$$

Στη συνέχεια υπολογίζεται η ανηγμένη τιμή της ροπής σχεδιασμού

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b_{eff} \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{425.24 \text{ kNm}}{1.25 \text{ m} \cdot (0.55 \text{ m})^2 \cdot 14.17 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2} = 0.0764 < \mu_{lim} = 0.261$$

Άρα δεν απαιτείται η τοποθέτηση θλιβόμενου οπλισμού. Προσοχή στην ύπαρξη του  $b_{eff}$  αντί του  $b_w$  στον παρονομαστή καθώς και στο γεγονός ότι το  $\mu_{lim}$  λαμβάνεται από τον πίνακα 6.5.

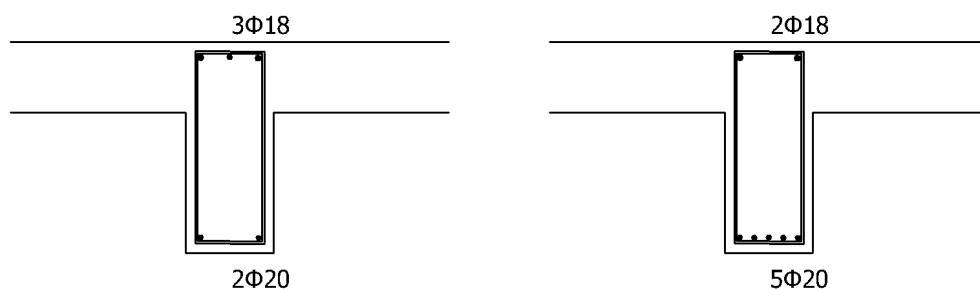
Για την τιμή του  $\mu_{sd}$  προκύπτει από τον πίνακα 6.5  $\omega = 0.08434$

Ο απαιτούμενος οπλισμός είναι:

$$A_s = \omega \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.08434 \cdot 125cm \cdot 55cm \cdot \frac{14.17MPa}{434.78MPa} + \frac{-200kN}{43.478kN/cm^2} = 14.29cm^2$$

Παρατηρείται ότι  $A_{s,min} < A_s < A_{s,max}^{\gamma_{EV}}$  (η σύγκριση γίνεται με το  $A_{s,max}^{\gamma_{EV}}$  καθώς το

άνοιγμα δε θεωρείται κρίσιμη περιοχή). Οπότε θα επιλεγεί οπλισμός βάσει του  $A_s = 14.29cm^2$ . Από τον πίνακα των οπλισμών επιλέγονται 5Φ20( $15.71cm^2$ ).



**Σχήμα 6.50:** Παράδειγμα 5 - Όπλιση στη στήριξη (αριστερά) και στο άνοιγμα (δεξιά)

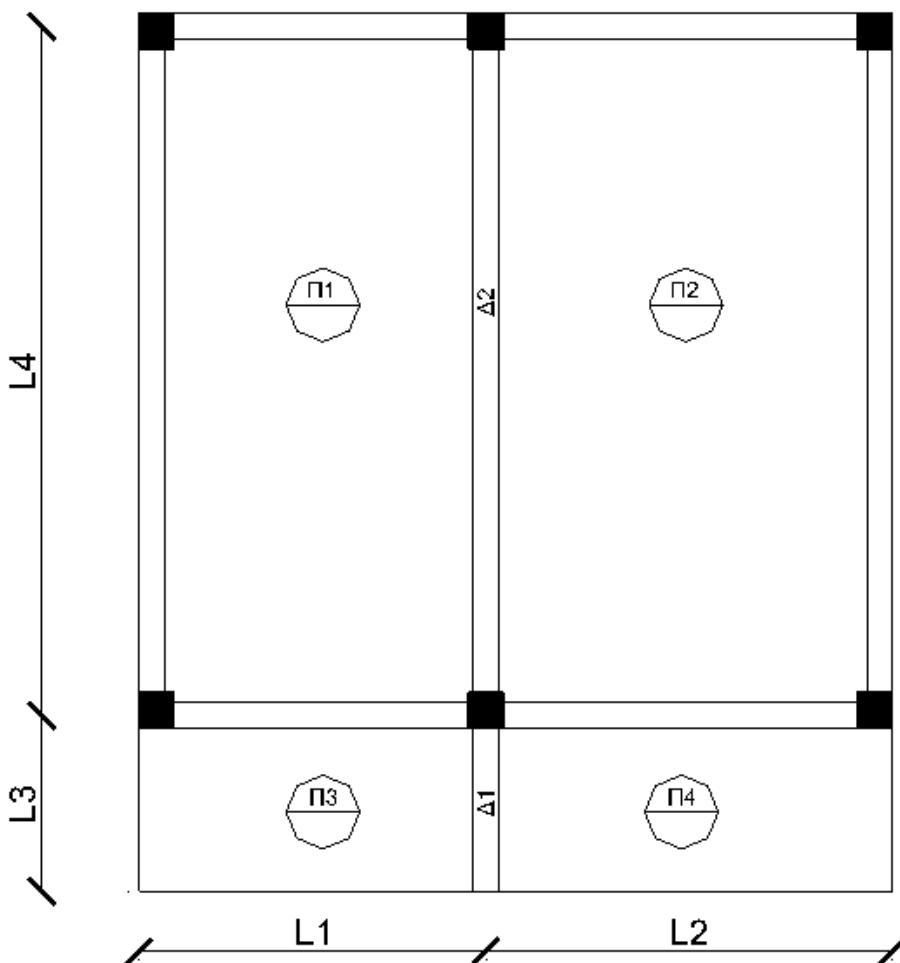
## 6.14.6 Παράδειγμα 6 - Διαστασιολόγηση δοκού Ο/Σ

### 6.14.6.1 Εκφώνηση

Δίνεται η κάτοψη του σχήματος που ακολουθεί και ζητείται να εξεταστεί **η εσωτερική δοκός κατά y**, δηλαδή η **Δ1-Δ2**.

Θεωρείται ότι οι διαστάσεις της δοκού ( $b_w, h$ ) είναι σταθερές σε όλο το μήκος της και ίσες με **25/60**. Τις ίδιες διαστάσεις έχουν και οι υπόλοιπες δοκοί της κάτοψης. Επίσης το πάχος της πλάκας σε όλη την κάτοψη είναι σταθερό και ίσο με  $h_f = 15cm$ .

Οι διαστάσεις που φαίνονται στην κάτοψη αντιστοιχούν στα μήκη μεταξύ των άκρων της κάτοψης και των μέσων των εσωτερικών δοκών.

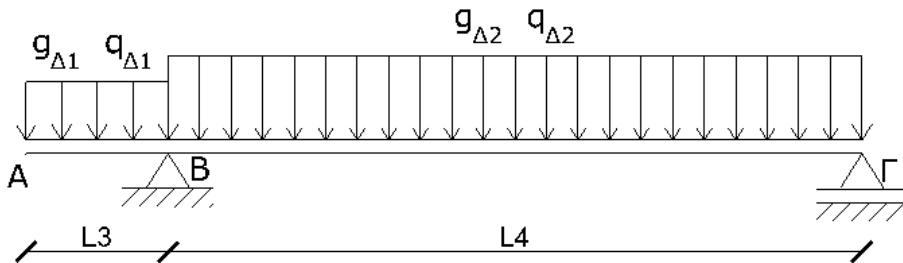


**Σχήμα 6.51:** Παράδειγμα 6 - Κάτοψη φορέα

Το στατικό σύστημα των δοκών Δ1-Δ2 θεωρείται ότι είναι το εξής:

**Ζητούνται**

- Ο υπολογισμός της απαιτούμενης συνολικής επικάλυψης  $d_1$ , αν αρχικά θεωρηθεί ότι θα τοποθετηθούν συνδετήρες  $\varnothing 8$  και διαμήκης οπλισμός  $\varnothing 16$ .



**Σχήμα 6.52: Στατικό σύστημα δοκών**

- Ο υπολογισμός του ευμενούς και δυσμενούς συνδυασμού φόρτισης στην οριακή κατάσταση αστοχίας και οι θέσεις εφαρμογής τους ώστε να προκύψουν οι δυσμενέστερες τιμές των ροπών σε άνοιγμα και στηρίξεις
- Να υπολογιστούν οι μέγιστες τιμές των ροπών στις θέσεις που απαιτείται (άνοιγμα και στηρίξεις) για τους κατάλληλους συνδυασμούς φόρτισης.
- Να υπολογιστεί το συνεργαζόμενο πλάτος όπου υπάρχει λειτουργία πλακοδοκού.
- Να υπολογιστεί ο απαιτούμενος εφελκυόμενος οπλισμός σε άνοιγμα και στηρίξεις και να συγκριθεί με τις ελάχιστες και μέγιστες απαιτήσεις του κανονισμού
- Να γίνει η διαστασιολόγηση σε διάτμηση στη θέση όπου εμφανίζεται η μέγιστη τιμή της τέμνουσας. Να υπολογιστούν οι απαιτούμενοι συνδετήρες εντός και εκτός κρίσιμης περιοχής. Να τοποθετηθούν δίτμητοι συνδετήρες Ø8.

### Δίνοντας

- Μήκη δομικών στοιχείων (m):  $L1 = 4.0m$ ,  $L2 = 5.0m$ ,  $L3 = 1.4m$ ,  $L4 = 5.0m$
- Κατηγορία πλαστιμότητας κατασκευής: Μέση (ΚΠΜ)
- Περιβάλλον με μέτρια υγρασία με επιφάνειες σκυροδέματος εκτεθειμένες σε αερομεταφερόμενα χλωριούχα
- Χρόνος ζωής σχεδιασμού τα 50 έτη
- Υλικά C20, B500C
- Στις θέσεις των στηρίξεων να θεωρηθεί ότι υπάρχουν τετραγωνικά υποστυλώματα διαστάσεων 40x40cm με κέντρα βάρους ακριβώς στα σημεία B και Γ.
- Σύμφωνα με το ελληνικό εθνικό προσάρτημα να ληφθεί  $\cot\theta = 1.2 \Rightarrow \theta = 39.81^\circ$

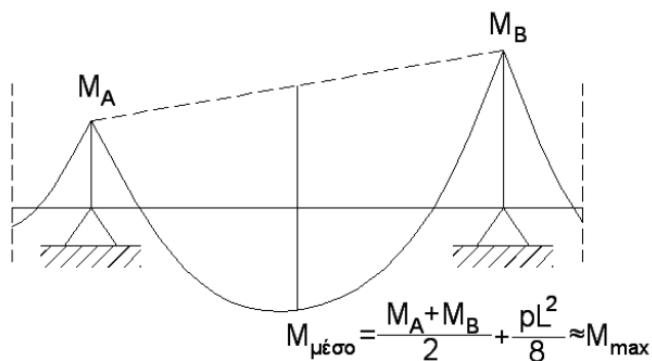
Τα φορτία που μεταφέρονται από τις πλάκες στις δοκούς να θεωρηθεί ότι αντιστοιχούν στο σύνολο των φορτίων από τις πλάκες. Στη συνέχεια να προστεθεί το ίδιο βάρος της δοκού που δεν περιλαμβάνεται σε αυτά. Δεν υπάρχει φορτίο τοιχοπληρώσεων.

**Πίνακας 6.11: Φορτία δοκών από τις πλάκες (kN/m)**

	Μόνιμα ( $g_{\Delta,\pi\lambda}$ )	Ωφέλιμα ( $q_{\Delta,\pi\lambda}$ )
Δ1	16.00	10.00
Δ2	30.00	15.00

**6.14.6.2 Υπενθύμιση από τη στατική**

Υπενθυμίζεται από τη στατική ότι σε μια δοκό μήκους  $L$  που καταπονείται από ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο  $p$ , αν  $M_A$  και  $M_B$  είναι οι ροπές σε δύο διαδοχικές στηρίξεις, τότε η ροπή στο μέσο του ανοίγματος προκύπτει από τη σχέση που φαίνεται στο σχήμα και συνήθως είναι πολύ κοντά στη μέγιστη ροπή του ανοίγματος.

**Σχήμα 6.53: Ροπή στο μέσο ανοίγματος δοκού υπό κακόρυφα φορτία**

$$M_{AB,\mu\sigma} = \frac{M_A + M_B}{2} + \frac{p \cdot L^2}{8} \approx M_{AB,max}$$

Ακόμα, οι τέμνουσες στις αντίστοιχες στηρίξεις προκύπτουν από τις σχέσεις:

$$V_A = \frac{p \cdot L}{2} + \frac{M_B - M_A}{L} \quad \text{και} \quad V_B = -\frac{p \cdot L}{2} + \frac{M_B - M_A}{L}$$

Γνωρίζοντας τις τιμές των τεμνουσών στις στηρίξεις, μπορεί να υπολογιστεί και η μέγιστη τιμή της ροπής στο άνοιγμα από τις σχέσεις:

$$M_{AB,max} = M_A + \frac{V_A^2}{2p} = M_B + \frac{V_B^2}{2p}$$

**6.14.6.3 Λύση****Υλικά**

Για τα υλικά της εκφώνησης οι τιμές σχεδιασμού των αντοχών είναι:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{20 \text{ MPa}}{1.5} = 11.33 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500 \text{ MPa}}{1.15} = 434.78 \text{ MPa}$$

### Υπολογισμός απαιτούμενης επικάλυψης οπλισμών

Η συνολική απαιτούμενη επικάλυψη είναι:

$$d_1 = c_{nom} + \emptyset_W + 0.5 \cdot \emptyset_L$$

όπου

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev}$$

$$\Delta c_{dev} = 10 \text{ mm} \text{ (προτεινόμενη τιμή)}$$

$$c_{min} = \max(c_{min,b}, c_{min,dur}, 10 \text{ mm})$$

όπου

$$c_{min,b} = 16 \text{ mm} \text{ για } \emptyset 16$$

$c_{min,dur} = 35 \text{ mm}$  για περιβάλλον XD1. Λαμβάνεται κατηγορία S4 (βασική) και δεν απαιτείται κάποια αυξομείωση λόγω του χρόνου ζωής σχεδιασμού, την κατηγορία σκυροδέματος κτλ.

$$c_{min} = \max(16, 35, 10) = 35 \text{ mm}$$

$$\text{Άρα } c_{nom} = 35 + 10 = 45 \text{ mm}$$

και τελικά

$$d_1 = 45 + 8 + 16/2 = 61 \text{ mm}$$

Το στατικό ύψος της διατομής είναι  $d = h - d_1 = 0.60 - 0.061 = 0.539 \text{ m}$

### Φορτία

Στην εκφώνηση δίνονται τα φορτία που μεταφέρονται από τις πλάκες στις δοκούς. Σε αυτά τα φορτία **δεν** περιλαμβάνεται το ίδιο βάρος της δοκού, παρά μόνο το τμήμα αυτής που ανήκει και στην πλάκα.

$$\text{Οπότε } g_{\Delta 1,IB} = g_{\Delta 2,IB} = \gamma_{\sigma \kappa \nu \rho} \cdot b_w \cdot (h - h_f) = 25 \text{ kN/m}^3 \cdot 0.25 \text{ m} \cdot (0.60 \text{ m} - 0.15 \text{ m}) = 2.81 \text{ kN/m}$$

Άρα τα συνολικά μόνιμα φορτία είναι:

$$g_{\Delta 1,o\lambda} = g_{\Delta 1,\pi\lambda} + g_{\Delta 1,IB} = 16.00 + 2.81 = 18.81 \text{ kN/m}$$

$$g_{\Delta 2,o\lambda} = g_{\Delta 2,\pi\lambda} + g_{\Delta 2,IB} = 30.00 + 2.81 = 32.81 \text{ kN/m}$$

Τα μόνα ωφέλιμα φορτία που ασκούνται στις δοκούς είναι αυτά που προέρχονται από τις πλάκες και δίνονται στην εκφώνηση

Άρα, οι συνδυασμοί φόρτισης στην OKA είναι οι εξής:

$$p_{\Delta 1,\Delta} = 1.35 g_{\Delta 1,o\lambda} + 1.50 q_{\Delta 1} = 1.35 \cdot 18.81 + 1.50 \cdot 10 = 40.40 \text{ kN/m}$$

$$p_{\Delta 1,E} = 1.00g_{\Delta 1,o\lambda} + 0.00q_{\Delta 1} = 1.00 \cdot 18.81 + 0.00 \cdot 10 = 18.81kN/m$$

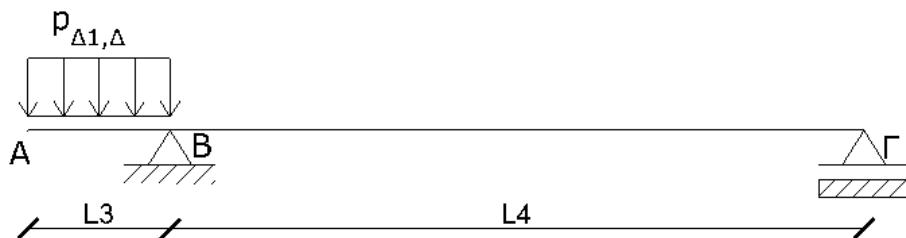
$$p_{\Delta 2,\Delta} = 1.35g_{\Delta 2,o\lambda} + 1.50q_{\Delta 2} = 1.35 \cdot 32.81 + 1.50 \cdot 15 = 66.80kN/m$$

$$p_{\Delta 2,E} = 1.00g_{\Delta 2,o\lambda} + 0.00q_{\Delta 2} = 1.00 \cdot 32.81 + 0.00 \cdot 15 = 32.81kN/m$$

### Στατική επίλυση - Υπολογισμός μέγιστων τιμών ροπών

#### Στήριξη B

Για να εμφανιστεί η μέγιστη ροπή στη στήριξη B αρκεί να τοποθετηθεί ο δυσμενής συνδυασμός φόρτισης στο τμήμα AB (πρόβολος). Τα φορτία του υπόλοιπου φορέα δε θα επηρεάσουν την τιμή της ροπής στη στήριξη B.



**Σχήμα 6.54:** Φόρτιση φορέα για μέγιστη ροπή στον πρόβολο

Η ροπή στη στήριξη B θα έχει τιμή

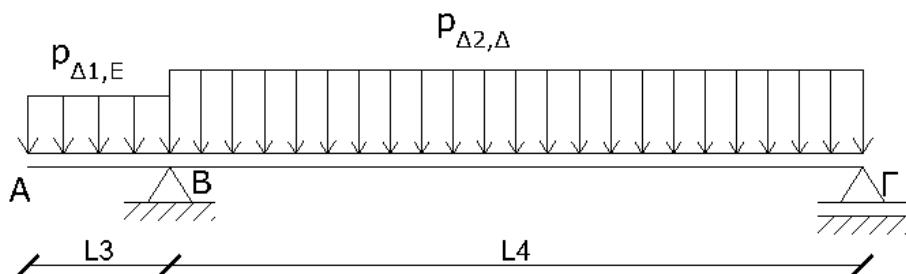
$$M_B = -p_{\Delta 1, \Delta} \cdot \frac{L_3^2}{2} = -39.59kNm$$

και η ροπή στην παρειά της στήριξης θα είναι:

$$M_{B, \pi \alpha \rho} = 0.90 \cdot M_B = -35.63kNm$$

#### Άνοιγμα BΓ

Για να εμφανιστεί η μέγιστη ροπή στο άνοιγμα BΓ θα πρέπει η φόρτιση του φορέα να είναι η εξής

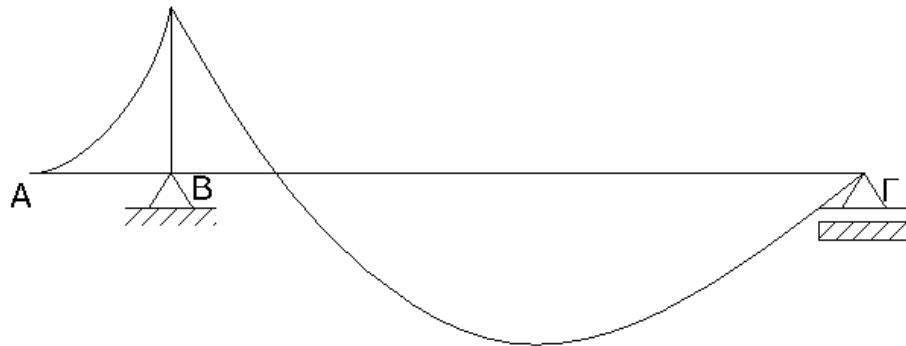


**Σχήμα 6.55:** Φόρτιση φορέα για μέγιστη ροπή στο άνοιγμα

Το διάγραμμα ροπών θα έχει την εξής μορφή

$$\text{Όπου } M_B = -p_{\Delta 1, E} \cdot L_3^2 / 2 = -18.44kNm$$

Η τιμή της ροπής στο μέσο του ανοίγματος, σύμφωνα με την §6.14.6.2, θα είναι:



**Σχήμα 6.56:** Διάγραμμα ροπών για μέγιστη ροπή στο άνοιγμα

$$M_{\mu\sigma} = \frac{M_B + M_\Gamma}{2} + \frac{p_{\Delta 2,\Delta} \cdot L_4^2}{8} = \frac{-18.44 + 0.00}{2} + \frac{66.80 \cdot 5.0^2}{8} = 199.52 kNm$$

### Συνεργαζόμενο πλάτος

Λειτουργία πλακοδοκού υπάρχει στο άνοιγμα όπου η ροπή είναι θετική και προφανώς πρόκειται για αμφίπλευρη πλακοδοκό (πλάκα και από τις δύο πλευρές της). Χρησιμοποιούνται οι σχέσεις του κανονισμού σύμφωνα με το σχήμα 6.16.

$$b_{eff} = \sum b_{eff,i} + b_w \leq b$$

όπου

$$b_{eff,i} = \min \begin{cases} 0.2b_i + 0.1l_0 \\ 0.2l_0 \\ b_i \end{cases}$$

Το καθαρό μήκος αριστερά της δοκού Δ2 από την κάτοψη είναι:

$$L_{n,\varepsilon\gamma\kappa 1} = 4.00 - 0.25 - 0.25/2 = 3.625m$$

και δεξιά:

$$L_{n,\varepsilon\gamma\kappa 2} = 5.00 - 0.25 - 0.25/2 = 4.625m$$

$$b_1 = \frac{L_{n,\varepsilon\gamma\kappa 1}}{2} = 1.813m$$

$$b_2 = \frac{L_{n,\varepsilon\gamma\kappa 2}}{2} = 2.313m$$

$$b = b_1 + b_2 + b_w = 4.375m$$

Η στατική λειτουργία θα θεωρηθεί ότι είναι ακραίο άνοιγμα καθώς από τη μια πλευρά της η ροπή είναι μηδενική ( $\Gamma$ ) ενώ από την άλλη έχει τιμή ( $B$ ). Άρα  $l_0 = 0.85 \cdot L_4 = 0.85 \cdot 5.00 = 4.25m$

Προσεγγιστικά, η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων μηδενισμού της ροπής μπορεί να λαμβάνεται ως εξής (σχήμα 6.15):

$$b_{eff,1} = \min \begin{cases} 0.2 \cdot b_1 + 0.1 \cdot l_0 \\ 0.2 \cdot l_0 \\ b_1 \end{cases} = \min \begin{cases} 0.2 \cdot 1.813 + 0.1 \cdot 4.250 = 0.788m \\ 0.2 \cdot 4.250 = 0.850m \\ 1.813m \end{cases} = 0.788m$$

$$b_{eff,2} = \min \begin{cases} 0.2 \cdot b_2 + 0.1 \cdot l_0 \\ 0.2 \cdot l_0 \\ b_1 \end{cases} = \min \begin{cases} 0.2 \cdot 2.313 + 0.1 \cdot 4.250 = 0.888m \\ 0.2 \cdot 4.250 = 0.850m \\ 2.313m \end{cases} = 0.850m$$

$$b_{eff} = \min \begin{cases} b_{eff,1} + b_{eff,2} + b_w \\ b \end{cases} = \begin{cases} 0.788 + 0.850 + 0.25 = 1.888m \\ 4.375m \end{cases} = 1.888m$$

Οπότε τελικά  $b_{eff} = 1.888m$

### Ελάχιστες και μέγιστες απαιτήσεις οπλισμού

Σύμφωνα με τον ΕΚ2 το ελάχιστο ποσοστό εφελκυόμενου οπλισμού δοκών για C20 και B500C είναι  $\rho_{min} = 1.30\%$

Σύμφωνα με τον ΕΚ8, τα ελάχιστα και μέγιστα (για ΚΠΜ) ποσοστά οπότε και τα αντίστοιχα επιτρεπόμενα όρια του οπλισμού, είναι τα εξής:

$$\rho_{min} = 2.2\% \Rightarrow A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b \cdot d = 0.0022 \cdot 25cm \cdot 53.9cm = 2.96cm^2$$

$$\rho_{max}^{\kappa\rho\iota\sigma} = 7.47\% \Rightarrow A_{s,max}^{\kappa\rho\iota\sigma} = \rho_{max}^{\kappa\rho\iota\sigma} \cdot b \cdot d = 0.00747 \cdot 25cm \cdot 53.90cm = 10.07cm^2$$

$$\rho_{max}^{\gamma\varepsilon\nu} = 40\% \Rightarrow A_{s,max}^{\gamma\varepsilon\nu} = \rho_{max}^{\gamma\varepsilon\nu} \cdot b \cdot d = 0.04 \cdot 25cm \cdot 53.90cm = 53.90cm^2$$

### Οπλισμός στήριξης Β

Η ροπή είναι αρνητική οπότε υπάρχει λειτουργία ορθογωνικής διατομής. Επιπλέον δεν υπάρχει αξονική δύναμη στη θέση αυτή.

$$M_d = |M_{\pi\alpha}| = 35.63kNm \quad N_d = 0.00kN$$

$$\text{Οπότε: } M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1} = 35.63kNm$$

Η ανηγμένη τιμή της ροπής σχεδιασμού είναι:

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{35.63 \text{ kNm}}{0.25 \text{ m} \cdot (0.539 \text{ m})^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2} = 0.0433 < \mu_{lim} = 0.296$$

Άρα δεν απαιτείται η τοποθέτηση θλιβόμενου οπλισμού

Για την τιμή αυτή προκύπτει από τον πίνακα των ορθογωνικών διατομών έπειτα από γραμμική παρεμβολή:  $\omega = 0.0445$

Ο απαιτούμενος οπλισμός για τη ροπή που αναπτύσσεται στη διατομή είναι:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.0445 \cdot 25cm \cdot 53.9cm \cdot \frac{11.33MPa}{434.78MPa} + 0 = 1.56cm^2$$

Παρατηρείται ότι  $A_s < A_{s,min}$

Τοποθετούνται  $2\varnothing 14(3.08cm^2)$  στην άνω παρειά καθώς η ροπή είναι αρνητική (Σχήμα 6.57). Στην κάτω παρειά τοποθετείται απλά κατασκευαστικός οπλισμός που συνήθως είναι 2 ράβδοι μικρότερης διαμέτρου από τον εφελκυόμενο, πχ 2012)

### Οπλισμός ανοίγματος ΒΓ

Η ροπή είναι θετική οπότε υπάρχει πλακοδοκού. Επιπλέον, ούτε σε αυτή τη θέση, δεν υπάρχει αξονική δύναμη.

$$M_d = |M_{BG}| = 199.52kNm \quad N_d = 0.00kN$$

$$\text{Οπότε: } M_{sd} = M_d - N_d \cdot y_{s1} = 199.52kNm$$

$$\frac{h_f}{d} = \frac{0.15}{0.539} = 0.278 \text{ και } \frac{b_{eff}}{b_w} = \frac{1.888}{0.25} = 7.55$$

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b_{eff} \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{199.52 \text{ kNm}}{1.888 \text{ m} \cdot (0.539 \text{ m})^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2} = 0.0321 < \mu_{lim} = 0.169 \div 0.236$$

Το  $\mu_{sd}$  προκύπτει πολύ μικρότερο από τα όρια του  $\mu_{lim}$  που εμφανίζονται στους πίνακες των πλακοδοκών οπότε δεν είναι απαραίτητο να υπολογίζεται με ακρίβεια η τιμή του.

Από τον πίνακα των πλακοδοκών προκύπτει μετά από γραμμική παρεμβολή  $\omega = 0.0337$

$$A_s = \omega \cdot b_{eff} \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + \frac{N_d}{f_{yd}} = 0.0337 \cdot 188.8cm \cdot 53.9cm \cdot \frac{11.33MPa}{434.78MPa} + 0 = 8.94cm^2$$

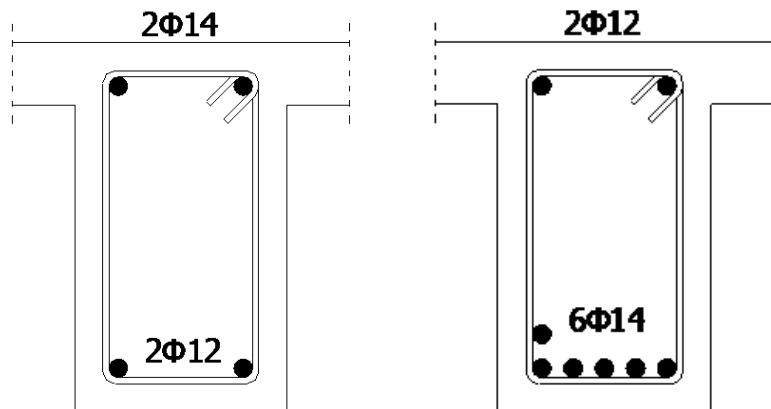
Προκύπτει ότι  $A_{s,min} < A_s < A_{s,max}^{\gamma\epsilon\nu}$ . Η σύγκριση εδώ δε γίνεται με τον μέγιστο επιτρεπόμενο οπλισμό που αντιστοιχεί στις κρίσιμες περιοχές αλλά με το γενικό όριο καθώς πρόκειται για το άνοιγμα της δοκού (μη κρίσιμη περιοχή).

Τοποθετούνται  $6\varnothing 14(9.24cm^2)$  στην κάτω παρειά λόγω του θετικού πρόσημου της ροπής (Σχήμα 6.57). Παρατηρείται ότι σε μια δοκό πλάτους 25cm χωρούν μόνο 5014 σε μία στρώση οπότε το βαθα τοποθετηθεί σε 2η στρώση. Στην άνω παρειά τοποθετείται απλά κατασκευαστικός οπλισμός που συνήθως είναι 2 ράβδοι μικρότερης διαμέτρου από τον εφελκυόμενο, πχ 2012.

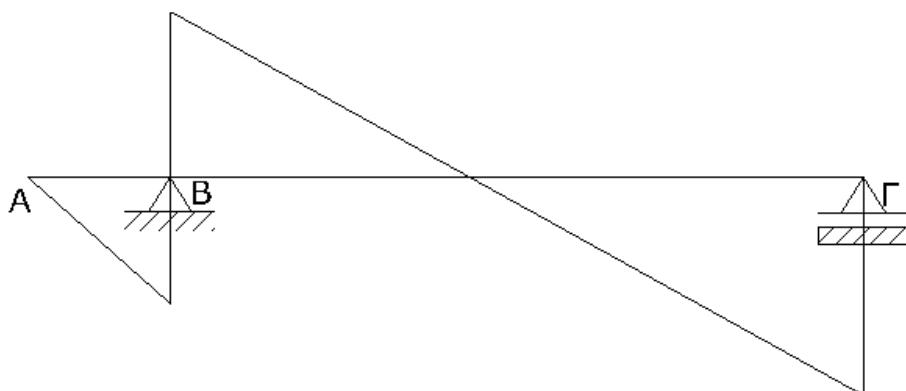
### Στατική επίλυση - Υπολογισμός μέγιστων τιμών των τεμνουσών

Το διάγραμμα τεμνουσών θα έχει τη γενική μορφή που φαίνεται στο σχήμα 6.58.

Για να εμφανιστεί η μέγιστη τέμνουσα στη κάθε θέση θα πρέπει να τοποθετηθεί δεξιά και αριστερά της στήριξης που εξετάζεται ο δυσμενής συνδυασμός και στη



**Σχήμα 6.57:** Οπλισμός στήριξης  $B$  (αριστερά) και ανοίγματος  $B\Gamma$  (δεξιά)



**Σχήμα 6.58:** Γενική μορφή διαγράμματος τεμνουσών

συνέχεια όσο απομακρυνόμαστε οι συνδυασμοί εναλλάσσονται διαδοχικά σε ευμενή, δυσμενή κ.ο.κ. Προφανώς σε περίπτωση προβόλων αρκεί να τοποθετηθεί ο δυσμενής συνδυασμός στον πρόβολο.

Στο παράδειγμα που εξετάζεται η φόρτιση του φορέα πρέπει να είναι σύμφωνα με τον πίνακα 6.12:

**Πίνακας 6.12:** Συνδυασμοί φόρτισης για τις δυσμενέστερες τέμνουσες στο φορέα

Άνοιγμα	$V_B^{\alpha\rho}$	$V_B^{\delta\varepsilon\xi}$	$V_{\Gamma}^{\alpha\rho}$
ΑΒ	$P_{\Delta}$	$P_{\Delta}$	$P_E$
ΒΓ	-	$P_{\Delta}$	$P_{\Delta}$

Οι τιμές υπολογίζονται ως εξής:

*Τέμνουσα στη στήριξη  $B$ -αριστερά*

Είναι η τέμνουσα στην άκρη του προβόλου οπότε αρκεί να εφαρμοστεί ο δυσμενής συνδυασμός στον πρόβολο χωρίς να μας απασχολεί η φόρτιση του υπόλοιπου φορέα.

$$V_B^{\alpha\rho} = -p_{AB,\Delta} \cdot L_{AB} = -p_{\Delta 1,\Delta} \cdot L_3 = -56.56 \text{ kN}$$

### Τέμνουσα στη στήριξη Β-δεξιά

Τοποθετείται αριστερά και δεξιά της στήριξης ο δυσμενής συνδυασμός (αν η δοκός προεκτείνονταν περαιτέρω τότε οι φορτίσεις θα τοποθετούνταν εναλλάξ  $p_E$  και  $p_\Delta$ ).

Από τη διαστασιολόγηση σε κάμψη είχε υπολογιστεί ότι για τη συγκεκριμένη φόρτιση, ισχύει:

$$M_B = -\frac{p_{\Delta 1, \Delta} \cdot L_3^2}{2} = -39.59 kNm \text{ και φυσικά } M_\Gamma = 0.0 kN$$

$$V_B^{\delta\varepsilon\xi} = \frac{p_{\Delta 2, \Delta} \cdot L_4}{2} + \frac{M_\Gamma - M_B}{L_4} = \frac{66.80 kN/m \cdot 5.0m}{2} + \frac{0 kNm - (-39.59 kNm)}{5.0m} = 174.92 kN$$

### Τέμνουσα στη στήριξη Γ-αριστερά

Τοποθετείται αριστερά της στήριξης Γ ο δυσμενής συνδυασμός (δεν υπάρχει συνέχεια στα δεξιά της) και στη συνέχεια (στο AB) ο ευμενής. Από τη διαστασιολόγηση σε κάμψη είχε υπολογιστεί ότι για για τη συγκεκριμένη φόρτιση, ισχύει:

$$M_B = -\frac{p_{\Delta 1, E} \cdot L_3^2}{2} = -18.44 kNm \text{ και φυσικά } M_\Gamma = 0.0 kN$$

$$V_\Gamma = -\frac{p_{\Delta 2, \Delta} \cdot L_4}{2} + \frac{M_\Gamma - M_B}{L_4} = -\frac{66.80 kN/m \cdot 5.0m}{2} + \frac{0 kNm - (-18.44 kNm)}{5.0m} = -163.31 kN$$

### Μέγιστη τέμνουσα - Τέμνουσες σχεδιασμού στις απαιτούμενες θέσεις

Παρατηρείται ότι η μέγιστη τιμή της τέμνουσας εμφανίζεται στη θέση  $V_B^{\delta\varepsilon\xi}$  οπότε η διαστασιολόγηση θα γίνει για τη θέση αυτή. Η διαστασιολόγηση των δοκών σε διάτμηση απαιτεί τον υπολογισμό της τέμνουσας στην παρειά των κατακόρυφων στοιχείων (υποστυλώματα ή τοιχώματα) στα οποία στηρίζεται η δοκός, σε απόσταση ίση με το στατικό ύψος  $d$  της δοκού, καθώς και στη θέση στην οποία τελειώνει η κρίσιμη περιοχή. Η κρίσιμη περιοχή σε δοκούς μέσης κατηγορίας πλαστιμότητας (ΚΠΜ) εκτείνεται από την παρειά της στήριξης, μέχρι και απόσταση ίση με το ύψος της δοκού ( $l_{cr} = h$ ) από αυτήν.

Στην περίπτωση που εξετάζεται, παρατηρείται ότι η τέμνουσα ( $V_B^{\delta\varepsilon\xi}$ ) είναι θετική. Σε περίπτωση αρνητικής τέμνουσας στη διαδικασία που ακολουθεί θα χρησιμοποιούνταν απλά η απόλυτη τιμή της. Οι τέμνουσες σχεδιασμού στις χαρακτηριστικές θέσεις είναι:

$$V_{sd} = V_B^{\delta\varepsilon\xi} = 174.91 kN$$

$$V_{sd}^{\pi\alpha\rho} = V_{sd} - p \cdot \frac{h_{v\pi}}{2} = 174.92 kN - 66.80 \frac{kN}{m} \cdot \frac{0.40m}{2} = 161.56 kN$$

$$V_{sd}^{x=d} = V_{sd} - p \cdot \left( \frac{h_{v\pi}}{2} + d \right) = 174.92 kN - 66.80 \frac{kN}{m} \cdot \left( \frac{0.40}{2} + 0.539 \right)m = 125.55 kN$$

$$V_{sd}^{x=l_{cr}} = V_{sd} - p \cdot \left( \frac{h_{v\pi}}{2} + l_{cr} \right) = 174.92 kN - 66.80 \frac{kN}{m} \cdot \left( \frac{0.40}{2} + 0.60 \right)m = 121.48 kN$$

## Υλικά για τη διαστασιολόγηση σε διάτμηση

Σύμφωνα με το Εθνικό Προσάρτημα του Ευρωκώδικα 2, στη διαστασιολόγηση σε διάτμηση η τιμή του  $a_{cc}$  διαφοροποιείται σε σχέση με τη διαστασιολόγηση σε κάμψη και ισούται με 1.0, αντί για 0.85. Έτσι:

$$f_{cd} = \frac{a_{cc} \cdot f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{1.0 \cdot 20.0}{1.5} = 13.33 MPa$$

### 1ος έλεγχος. Διερεύνηση απαίτησης οπλισμού διάτμησης

Συγκρίνεται η τέμνουσα στην σε απόσταση  $d$  από την παρειά της στήριξης  $V_{sd}^{x=d}$  με την τέμνουσα αντοχής  $V_{Rd,c}$  (βλ. 6.12.1). Ουσιαστικά, γίνεται έλεγχος αν η διατμητική αντοχή του σκυροδέματος, με τη βοήθεια του εφελκυόμενου οπλισμού (ελκυστήρας) μπορεί να παραλάβει τις διατμητικές δυνάμεις (κύριες εφελκυστικές τάσεις), χωρίς να απαιτείται οπλισμός διάτμησης (συνδετήρες).

$$V_{sd}^{x=d} \leq V_{Rd,c}$$

Αν ισχύει ο έλεγχος δεν απαιτείται οπλισμός διάτμησης (τοποθετείται ο ελάχιστος).

Η  $V_{Rd,c}$  υπολογίζεται από την παρακάτω σχέση (μονάδες: N, mm):

$$V_{Rd,c} = \max \left\{ \begin{array}{l} \left[ C_{Rd,c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3} + k_1 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \\ (v_{min} + k_1 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d \end{array} \right.$$

όπου:

- $C_{Rd,c} = 0.18/\gamma_c = 0.12$
- $k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1 + \sqrt{\frac{200}{539}} = 1.609 \leq 2.0$
- $\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} = \frac{308 mm^2}{250 mm \cdot 539 mm} = 0.00229 = 2.29\% \leq 0.02$  Χρησιμοποιείται ο διαμήκης οπλισμός που τοποθετήθηκε ση στήριξη Β κατά τη διαστασιολόγηση σε κάμψη
- $\sigma_{cp} = \frac{N_{Ed}}{A_c} = 0.00$  δεν υπάρχει αξονικό φορτίο στη δοκό
- $k_1 = 0.15$
- $f_{ck} = 20.0 MPa = 20.0 N/mm^2$
- $b_w = 250 mm$  το ελάχιστο πλάτος της διατομής την εφελκυόμενη ζώνη
- $d = 539 mm$  το στατικό ύψος της διατομής
- $v_{min} = 0.035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.035 \cdot 1.609^{3/2} \cdot 20.0^{1/2} = 0.320$

οπότε:

$$V_{Rd,c} = \max \left\{ \begin{array}{l} \left[ 0.12 \cdot 1.609 \cdot (100 \cdot 0.00229 \cdot 20)^{1/3} + 0.15 \cdot 0.0 \right] \cdot 250 \cdot 539 = 43184.0 N = 43.18 kN \\ (0.320 + 0.15 \cdot 0.0) \cdot 250 \cdot 539 = 43053.1 N = 43.05 kN \end{array} \right.$$

Άρα  $V_{Rd,c} = 43.18kN < V_{sd}^{x=d} = 125.55kN$  οπότε απαιτείται να τοποθετηθεί οπλισμός διάτμησης

### 3ος Έλεγχος. Περιορισμός λοξής θλίψης σκυροδέματος κορμού

Ο έλεγχος γίνεται στην παρειά του υποστυλώματος που στηρίζει τη δοκό και ουσιαστικά αφορά τη διερεύνηση της επάρκειας της διατομής του σκυροδέματος έναντι συντριβής της θλιβόμενης διαγωνίου. Οι διαστάσεις του κορμού πρέπει να είναι τέτοιες ώστε να ικανοποιείται η σχέση:

$$V_{sd}^{\pi\alpha\rho\varepsilon\iota\alpha} \leq V_{Rd,max}$$

Η τέμνουσα αντοχής  $V_{Rd,max}$  υπολογίζεται ως εξής (μονάδες: N, mm)::

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha c w \cdot b_w \cdot z \cdot \nu_1 \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta}$$

όπου:

- $\alpha_{cw} = 1.0$
- $\nu_1 = 0.6 \cdot \left[ 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] = 0.6 \cdot \left[ 1 - \frac{20}{250} \right] = 0.552$
- $z = 0.9 \cdot d = 0.9 \cdot 539 = 485mm$
- Για  $\cot \theta = 1.2 \rightarrow \theta = 0.695rad = 39.81^\circ$ . Άρα και  $\tan \theta = 0.833$

οπότε:

$$V_{Rd,max} = \frac{1.0 \cdot 250 \cdot 485 \cdot 0.552 \cdot 13.33}{1.2 + 0.833} = 438975.7N = 438.98kN$$

Παρατηρείται ότι  $V_{sd}^{\pi\alpha\rho} < V_{Rd,max}$  άρα δεν απαιτείται αλλαγή διατομής

### 3ος Έλεγχος. Υπολογισμός οπλισμού διάτμησης

Ο έλεγχος πρέπει να γίνει δύο φορές, η πρώτη για να υπολογιστεί ο οπλισμός διάτμησης που απαιτείται εντός της κρίσιμης περιοχής (χρησιμοποιείται η τέμνουσα σε απόσταση  $d$  από την παρειά) και η δεύτερη για τον οπλισμός διάτμησης εκτός της κρίσιμης περιοχής (χρησιμοποιείται η τέμνουσα στη θέση όπου τελειώνει η κρίσιμη περιοχή  $V_{sd}^{x=l_{cr}}$ ).

$$V_{sd}^{x=d} \text{ ή } x=l_{cr} \leq V_{Rd,s}$$

Απαιτείται να γίνει μια προεπιλογή της διαμέτρου και της διάταξης των συνδετήρων που θα τοποθετηθούν. Η επιλογή αυτή θα ελεγχθεί στη συνέχεια βάσει των αποστάσεων των συνδετήρων που θα προκύψουν. Στην περίπτωσή μας επιλέγουμε αρχικά 2τμητους συνδετήρες διαμέτρου 8mm (Φ8).

Για στοιχεία με οπλισμό διάτμησης κάθετο στον άξονά τους, η αντοχή σε τέμνουσα  $V_{Rd,s}$  λαμβάνεται από τη σχέση:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta$$

όπου:

- $A_{sw} = n \cdot A_{\rho\beta\delta ov} = 2 \cdot 50.3 mm^2 \approx 101 mm^2$  για 2τμητους Φ8
- $s$  η απόσταση μεταξύ των συνδετήρων
- $f_{yw} = \frac{f_{ywk}}{\gamma_s} = \frac{500.0}{1.15} = 434.78 MPa = 434.78 N/mm^2$

Το ελάχιστο ποσοστό εγκάρσιου οπλισμού  $\rho_{w,min}$  προκύπτει από τη σχέση:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin a} \geq \rho_{w,min} = \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$$

Λύνοντας ως προς  $s$  προκύπτει η μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση των 2τμητων συνδετήρων Φ8, βάσει του ελάχιστου ποσοστού οπλισμού διάτμησης (EC2):

$$s \leq \frac{A_{sw} \cdot f_{yk}}{b_w \cdot \sin a \cdot 0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}} = \frac{101 \cdot 500.0}{250 \cdot 1.0 \cdot 0.08 \cdot \sqrt{20}} = 562 mm$$

**Οπλισμός διάτμησης εντός κρίσιμης περιοχής**

Ο έλεγχος γίνεται σε απόσταση  $d$  από την παρειά του υποστυλώματος. Χρησιμοποιείται δηλαδή η  $V_{sd}^{x=d}$ . Εξισώνοντας στην παραπάνω σχέση του  $V_{Rd,s}$  και λύνοντας ως προς  $\frac{A_{sw}}{s}$ , προκύπτει:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sd}^{x=d}}{z \cdot f_{yw} \cdot \cot \theta}$$

Έτσι, επιλέγοντας αυθαίρετα (από την εμπειρία μας) διάμετρο και αριθμό σκελών συνδετήρων, το μόνο άγνωστο μέγεθος είναι η απόσταση  $s$ . Για την επιλογή των 2τμητων Φ8 έχουμε:

$$\frac{101 mm^2}{s} = \frac{125550 N}{485 mm \cdot 434.78 N/mm^2 \cdot 1.2} \rightarrow s = 203 mm$$

Οι μέγιστες επιτρεπόμενες αποστάσεις (EC8) των συνδετήρων για δοκούς ΚΠΜ είναι:

$$s \leq \begin{cases} h/4 = 600/4 = 150 mm \\ 24 \cdot \emptyset_w = 24 \cdot 8 = 192 mm \\ 8 \cdot \emptyset_{L,min} = 8 \cdot 14 = 112 mm \\ 225 mm \end{cases} \rightarrow s \leq 112 mm$$

Συνδυάζοντας τα παραπάνω, προκύπτει πως η μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση των συνδετήρων δε θα πρέπει να ξεπερνά: (1) τα 562mm βάσει του ελάχιστου οπλισμού διάτμησης του EC2, (2) τα 203mm βάσει της τέμνουσας που αναπτύσσεται στη διατομή και (3) τα 112mm βάσει των μέγιστων επιτρεπόμενων αποστάσεων του ΕΚ8 για τις κρίσιμες περιοχές. Έτσι, με στρογγυλοποίηση ανά 5mm, τελικά τοποθετούνται εντός κρίσιμης περιοχής 2τμητοι Φ8/110mm.

### Οπλισμός διάτμησης εκτός κρίσιμης περιοχής

Ο έλεγχος γίνεται σε απόσταση  $l_{cr} = h$  από την παρειά του υποστυλώματος που ΚΠΜ ισούται με το ύψος της δοκού  $h$ . Χρησιμοποιείται δηλαδή η  $V_{sd}^{x=l_{cr}}$ . Εξισώνοντας στην παραπάνω σχέση του  $V_{Rd,s}$  και λύνοντας ώς προς  $\frac{A_{sw}}{s}$ , προκύπτει:

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sd}^{x=l_{cr}}}{z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta}$$

και θεωρώντας και πάλι ότι θα τοποθετηθούν 2τμητοι Φ8 έχουμε:

$$\frac{101mm^2}{s} = \frac{121480N}{485mm \cdot 434.78N/mm^2 \cdot 1.2} \rightarrow s = 209mm$$

Η μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση μεταξύ των συνδετήρων δε θα πρέπει επίσης να ξεπερνά το όριο του EC2:

$$s_{max} = 0.75 \cdot d \cdot (1 + \cot a) = 0.75 \cdot 539mm \cdot (1 + 0) = 404mm$$

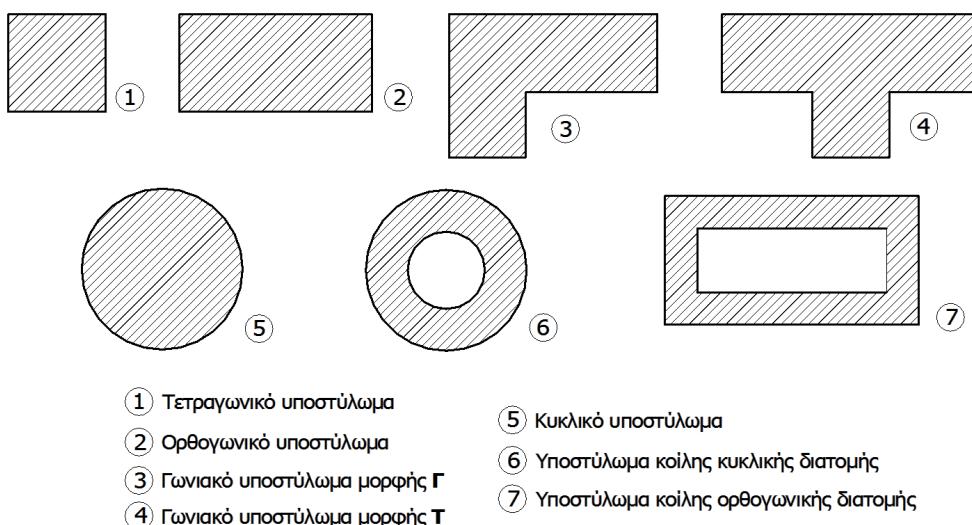
Συνδυάζοντας τα παραπάνω, προκύπτει πως η μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση των συνδετήρων δε θα πρέπει να ξεπερνά: (1) τα 562mm βάσει του ελάχιστου οπλισμού διάτμησης του EC2, (2) τα 209mm βάσει της τέμνουσας που αναπτύσσεται στη διατομή και (3) τα 404mm βάσει των μέγιστων επιτρεπόμενων αποστάσεων του EC2. Έτσι, με στρογγυλοποίηση ανά 5mm, τελικά τοποθετούνται εκτός κρίσιμης περιοχής 2τμητοι Φ8/205mm.

## Διαστασιολόγηση υποστυλωμάτων

### 7.1 Γενικά

Τα υποστυλώματα, μαζί με τα τοιχώματα, αποτελούν τα κατακόρυφα στοιχεία των κατασκευών από Ο/Σ. Όπως είναι αυτονόητο, τα στοιχεία αυτά είναι ιδιαίτερα κρίσιμα για τη συνολική στατική επάρκεια μιας κατασκευής, σε μεγαλύτερο βαθμό από ότι τα υπόλοιπα δομικά στοιχεία της ανωδομής (δοκοί και πλάκες). Έντονες βλάβες σε υποστυλώματα ή τοιχώματα έχουν μεγάλη πιθανότητα να οδηγήσουν στην (μερική ή ολική) κατάρρευση της κατασκευής, ιδιαίτερα στην περίπτωση σεισμικών διεγέρσεων. Για τον λόγο αυτό απαιτείται ιδιαίτερη προσοχή κατά τη διαστασιολόγηση και την κατασκευή τους.

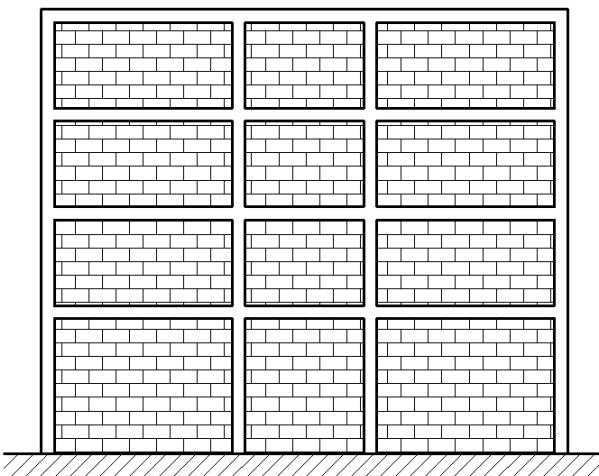
Στο Σχήμα 7.1 παρουσιάζονται διάφορες τυπικές μορφές υποστυλωμάτων Ο/Σ που χρησιμοποιούνται στις κατασκευές. Οι κοίλες διατομές είναι εξαιρετικά σπάνιες στα συνήθη οικοδομικά έργα, εμφανίζονται όμως πολύ συχνά σε γέφυρες.



Σχήμα 7.1: Τυπικές διατομές υποστυλωμάτων οπλισμένου σκυροδέματος

## 7.2 Εντατικά μεγέθη υποστυλωμάτων

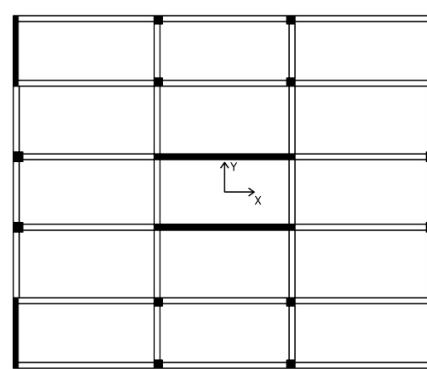
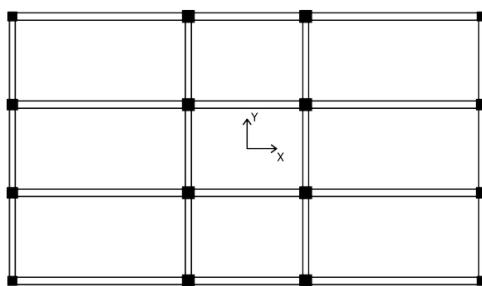
Τα υποστυλώματα αποτελούν συνήθως συνθετικά στοιχεία μονώροφων ή πολυωρόφων πλαισίων (Σχήμα 7.2) τα οποία κατά κανόνα ανήκουν σε δύο διευθύνσεις της κάτοψης των κτιρίων (πχ. διευθύνσεις X και Y, Σχήμα 7.3). Για τον λόγο αυτό η καταπόνησή τους είναι και αυτή σε δύο διευθύνσεις, υπάρχουν δηλαδή καμπτικές ροπές και τέμνουσες δυνάμεις που παραμορφώνουν τα υποστυλώματα τόσο κατά τη διεύθυνση X, όσο και κατά την διεύθυνση Y (διαξονική καταπόνηση).



**Σχήμα 7.2:** Όψη τυπικού πλαισίου απλού οικοδομικού έργου

Κατασκευή με μικτό σύστημα  
(δοκοί - υποστυλώματα/τοιχεία)

Κατασκευή με αμιγώς πλαισιακό σύστημα  
(δοκοί - υποστυλώματα)



**Σχήμα 7.3:** Κατόψεις κατασκευών με αμιγώς πλαισιακό ή μικτό σύστημα

Επιπλέον, στα υποστυλώματα υπάρχει πάντα αξονικό φορτίο λόγω των κατακόρυφων φορτίων όλων των υπερκείμενων ορόφων. Το αξονικό αυτό για κατακόρυφα φορτία είναι (προφανώς) πάντα θλιπτικό, υπάρχει όμως περίπτωση για έντονες σεισμικές διεγέρσεις σε κάποια (συνήθως περιμετρικά) υποστυλώματα να εμφανιστούν και εφελκυστικά αξονικά φορτία.

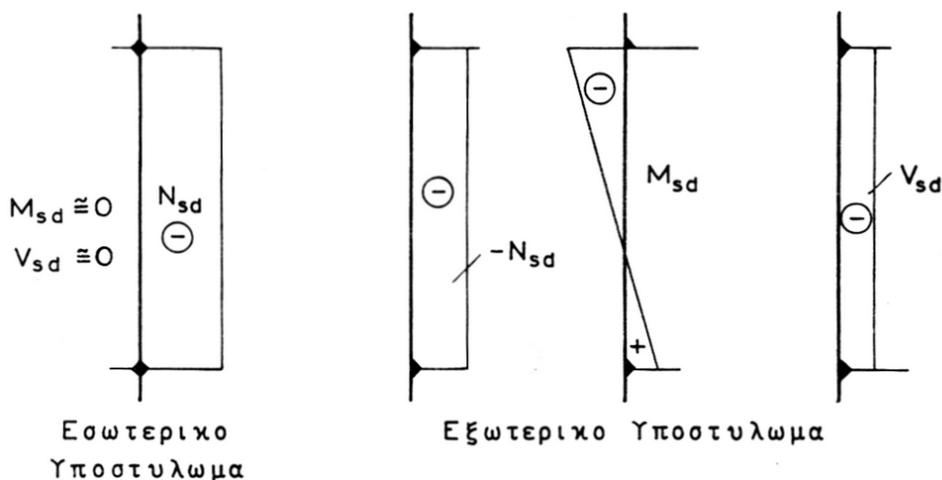
Όπως και στις δοκούς, τα συνηθέστερα φορτία που καταπονούν τα υποστυλώματα από Ο/Σ είναι τα κατακόρυφα φορτία (ίδιο βάρος, ωφέλιμα φορτία κτλ.) και ο σεισμός. Ο σχεδιασμός για σεισμικές δράσεις δεν αποτελεί αντικείμενο των σημειώ-

σεων αυτών και δε θα αντιμετωπιστεί σε βάθος, ωστόσο σε διάφορα σημεία θα γίνεται αναφορά και σε αυτές καθώς είναι μία από τις αναπόφευκτες φορτίσεις και τις σημαντικότερες αιτίες βλαβών για τις κατασκευές του ελληνικού χώρου.

### 7.2.1 Εντατικά μεγέθη υποστυλωμάτων λόγω κατακόρυφων φορτίων

Σύμφωνα με τα παραπάνω, τα εντατικά μεγέθη που συνήθως εμφανίζονται στα υποστυλώματα συνήθων οικοδομικών έργων λόγω των κατακόρυφων φορτίων παρουσιάζουν την παρακάτω εικόνα (Σχήμα 7.4):

- Εσωτερικά υποστυλώματα
  - Μεγάλες τιμές αξονικών δυνάμεων  $N_{sd}$
  - Μικρές τιμές (σχεδόν μηδενικές) των καμπτικών ροπών  $M_{sd}$
  - Μικρές τιμές (σχεδόν μηδενικές) των τεμνουσών  $V_{sd}$
- Εξωτερικά υποστυλώματα
  - Μεγάλες τιμές αξονικών δυνάμεων  $N_{sd}$
  - Υπολογίσιμου μεγέθους τιμές των καμπτικών ροπών  $M_{sd}$
  - Υπολογίσιμου μεγέθους τιμές των τεμνουσών  $V_{sd}$



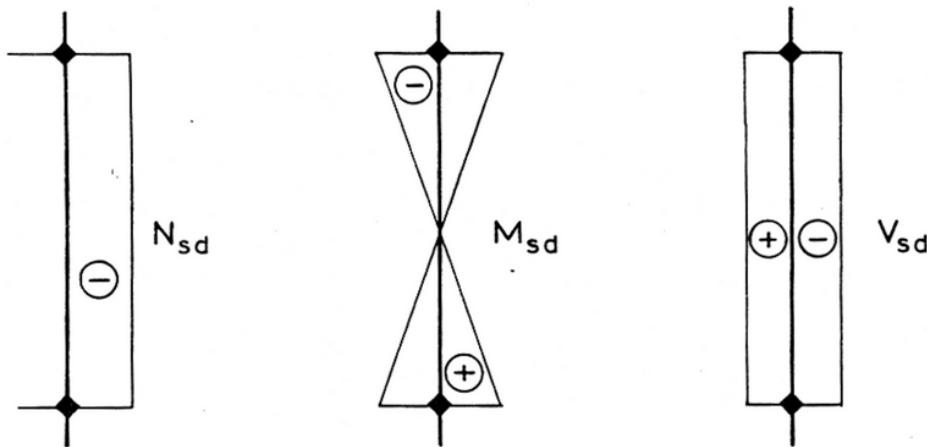
**Σχήμα 7.4:** Διαγράμματα εντατικών μεγεθών υποστυλωμάτων υπό φορτία βαρύτητας (Πενέλης και συν. 1995 [7])

### 7.2.2 Εντατικά μεγέθη υποστυλωμάτων λόγω συνδυασμού κατακόρυφων φορτίων και σεισμού

Ο σεισμικός συνδυασμός στην οριακή κατάσταση αστοχίας είναι σύμφωνα με τον EC8 [4]

$$S_d = G + \psi_2 \cdot Q + E \quad (\psi_2 = 0.30 \quad \text{για κατοικίες}) \quad (7.1)$$

Οι σεισμικές δυνάμεις  $E$  είναι δυνατό να έχουν είτε θετικές, είτε αρνητικές τιμές λόγω της ανακυκλιζόμενης δράσης της σεισμικής διέγερσης. Τα εντατικά μεγέθη που προκύπτουν για συνδυασμό κατακόρυφων φορτίων με σεισμό φαίνονται στο Σχήμα 7.5.



**Σχήμα 7.5:** Διαγράμματα εντατικών μεγεθών υποστυλωμάτων υπό φορτία βαρύτητας και σεισμό (Πενέλης και συν. 1995 [7])

Τόσο για τα εσωτερικά, όσο και τα εξωτερικά υποστυλώματα:

- Οι τιμές των αξονικών φορτίων  $N_{sd}$  παρουσιάζουν αρκετά μεγάλες τιμές, αλλά πάντως μικρότερες από την περίπτωση των κατακόρυφων φορτίων χωρίς σεισμό. Αυτό συμβαίνει γιατί στο σεισμικό συνδυασμό υπάρχουν συντελεστές  $\gamma_g = 1.00$  και  $\gamma_q = 0.30$  αντί για  $\gamma_g = 1.35$  και  $\gamma_q = 1.50$  που είχε ο συνδυασμός των κατακόρυφων φορτίων
- Ιδιαίτερα για τους εξωτερικούς στύλους οι τιμές των αξονικών παρουσιάζουν μεγάλη διακύμανση λόγω της επιρροής των σεισμικών δράσεων. Λόγω της διακύμανσης αυτής είναι δυνατό να εμφανιστούν στις θέσεις αυτές ακόμα και εφελκυστικές αξονικές δυνάμεις.
- Οι τιμές των καμπτικών ροπών  $M_{sd}$  παρουσιάζουν μεγάλες τιμές με εναλλασσόμενο πρόσημο
- Οι τιμές των τεμνουσών δυνάμεων  $V_{sd}$  παρουσιάζουν επίσης μεγάλες τιμές με εναλλασσόμενο πρόσημο
- Οι τιμές των ροπών είναι σημαντικές στην κεφαλή και τον πόδα των υποστυλωμάτων και μηδενίζονται περίπου στη μέση του ύψους τους
- Στην περίπτωση που υπάρχουν και τοιχώματα, ένα σημαντικό μερίδιο της σεισμικής δράσης παραλαμβάνεται από αυτά, οπότε οι τιμές των ροπών και των τεμνουσών στα υποστυλώματα μειώνονται σημαντικά.

### 7.3 Προέχουσα θλίψη διατομών Ο/Σ

Προέχουσα θλίψη είναι η εντατική κατάσταση σε μια διατομή Ο/Σ στην οποία η συμπεριφορά λόγω της θλιπτικής αξονικής δύναμης είναι αυτή που χαρακτηρίζει κατά κύριο λόγο την απόκριση της διατομής. Οι αναπτυσσόμενες τάσεις και παραμορφώσεις καθύψος της διατομής είναι ως επί το πλείστον θλιπτικές. Μια διατομή θεωρείται ότι καταπονείται από προέχουσα θλίψη όταν η θλιπτική δύναμη  $N_d$  (σε απόλυτη τιμή) που αναπτύσσεται είναι μεγαλύτερη από το 1/10 της θλιπτικής αντοχής της διατομής του δομικού στοιχείου, όταν δηλαδή η απόλυτη τιμή του ανηγμένου αξονικού φορτίου  $\nu_d$  είναι μεγαλύτερη από το 0.10.

$$|\nu_d| = \frac{|N_d|}{A_c \cdot f_{cd}} \geq 0.10 \quad (7.2)$$

Τα υποστυλώματα είναι δομικά στοιχεία που συνήθως καταπονούνται από προέχουσα θλίψη, χωρίς βέβαια να αποκλείονται και οι υπόλοιπες περιπτώσεις κατάπονησης, ιδιαίτερα για σεισμικές διεγέρσεις.

Ο διαμήκης οπλισμός των διατομών που καταπονούνται από προέχουσα κάμψη τοποθετείται, όπως παρουσιάστηκε στο κεγάλαιο των δοκών, στην ακραία παρειά της εφελκυόμενος (και ενδεχομένως και της θλιβόμενης) παρειάς της διατομής. Στα υποστυλώματα όπου η ανακυκλιζόμενη σεισμική δράση ενδέχεται να μεταβάλλει το πρόσημο των καμπτικών ροπών η συμμετρική τοποθέτηση των οπλισμών είναι ουσιαστικά επιβεβλημένη καθώς η εφελκυόμενη και η θλιβόμενη ζώνη εναλλάσσονται κατά τη διάρκεια της διέγερσης.

Ο υπολογισμός των διατομών που καταπονούνται σε προέχουσα θλίψη γίνεται με τη βοήθεια των διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης, όπως αναλύεται στη συνέχεια.

### 7.4 Διαγράμματα αλληλεπίδρασης

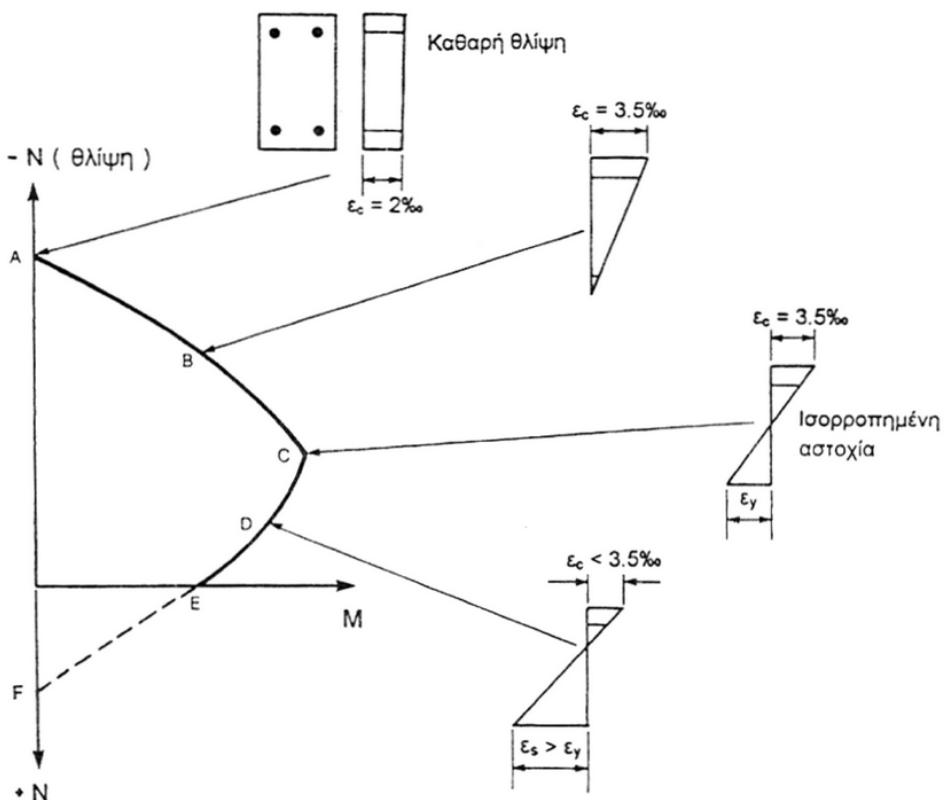
Ο προσδιορισμός της αντοχής των δομικών στοιχείων που καταπονούνται από προέχουσα θλίψη είναι δυνατό να γίνει χρησιμοποιώντας εξισώσεις αντίστοιχες με αυτές των υπόλοιπων περιπτώσεων καταπόνησης, οι εξισώσεις όμως αυτές είναι συνήθως πολύπλοκες στη χρήση. Για τον λόγο αυτό χρησιμοποιούνται κατάλληλα διαγράμματα (νομογραφήματα) τα οποία ονομάζονται διαγράμματα αλληλεπίδρασης καθώς προσδιορίζουν τον οπλισμό των δομικών στοιχείων για την συνδυασμένη δράση (αλληλεπίδραση) ροπής και αξονικού φορτίου ( $M + N$ ).

Τα διαγράμματα αυτά έχουν διαφορετική μορφή ανάλογα αν πρόκειται για μονοαξονική κάμψη (συνδυασμός  $M+N$ ) ή για διαξονική κάμψη (συνδυασμός  $M_x+M_y+N$ ), όπως παρουσιάζεται στη συνέχεια (§7.4.2).

### 7.4.1 Διαγράμματα αλληλεπίδρασης για μονοαξονική κάμψη

Τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης για μονοαξονική κάμψη έχουν τη γενική μορφή που φαίνεται στο σχήμα 7.6. Ουσιαστικά δείχνουν την αντοχή σε κάμψη της διατομής για τα διάφορα επίπεδα του αξονικού φορτίου. Υπολογίζονται σύμφωνα με όσα έχουν αναπτυχθεί στο κεφάλαιο 5 για τις παραμορφώσεις της διατομής (πχ.  $\epsilon_c = 3.5\%$ ,  $\epsilon_s = 67.5\%$ , κτλ.).

Το ανώτατο σημείο του διαγράμματος (A) αντιστοιχεί στην αντοχή της διατομής σε καθαρή σύνθλιψη και το κατώτατο (F) σε καθαρό εφελκυσμό. Το σημείο C αντιστοιχεί στο επίπεδο αξονικής δύναμης για το οποίο η ροπή που μπορεί να αναπτυχθεί είναι η μέγιστη δυνατή για τη διατομή. Το σημείο αντιπροσωπεύει μια ισορροπημένη αστοχία (balanced failure), κατά την οποία η σύνθλιψη του σκυροδέματος ( $\epsilon_c = 3.5\%$ ) και η διαρροή του οπλισμού ( $\epsilon_s = \epsilon_y$ ) συμβαίνουν ταυτόχρονα.



**Σχήμα 7.6:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης με τις κατανομές παραμορφώσεων σε χαρακτηριστικά σημεία (Ζαράρης, 2002 [8])

Όπως φαίνεται στα διαγράμματα αλληλεπίδρασης που ακολουθούν στις επόμενες σελίδες το σημείο C συνήθως αντιστοιχεί σε επίπεδο αξονικού φορτίου  $\nu \approx 0.30 - 0.40$ .

### 7.4.1.1 Ορθογωνικές διατομές

Στα διαγράμματα αλληλεπίδρασης που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του απαιτούμενου οπλισμού των δομικών στοιχείων είναι προφανές ότι δεν είναι δυνατό να χρησιμοποιούνται οι τιμές των ροπών κάμψης  $M_d$  και των αξονικών δυνάμεων  $N_d$  αυτούσιες καθώς θα προέκυπτε ένας άπειρος αριθμός πιθανών διαγραμμάτων. Αντί αυτών χρησιμοποιούνται οι αδιάστατες, ανηγμένες τιμές τους  $\mu_d$  και  $\nu_d$  οι οποίες για ορθογωνικές διατομές προκύπτουν από τις παρακάτω σχέσεις. Παρατηρείται ότι στις σχέσεις αυτές το αξονικό φορτίο εμφανίζεται με το πρόσημό του καθώς μας ενδιαφέρει αν είναι εφελκυστικό ή θλιπτικό ενώ η ροπή σε απόλυτη τιμή, λόγω της συμμετρικής τοποθέτησης του οπλισμού.

$$\nu_d = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \quad (7.3)$$

$$\mu_d = \frac{|M_d|}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{|M_d|}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad (7.4)$$

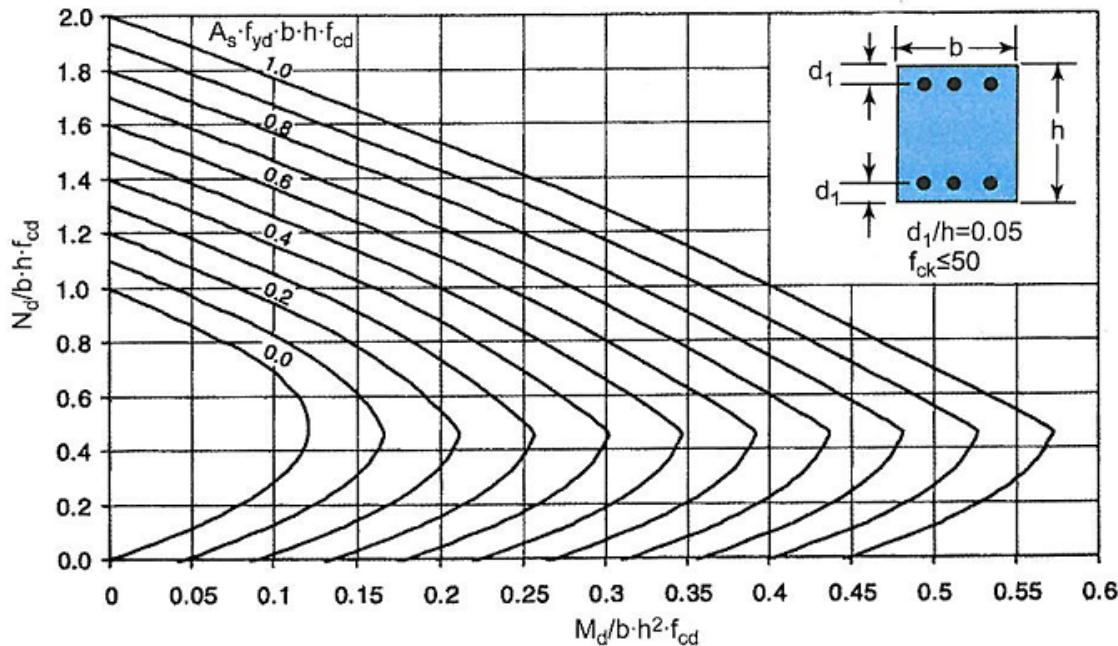
όπου:

- $b$  το πλάτος της διατομής
- $h$  το ύψος της διατομής (και προφανώς όχι το ύψος του δομικού στοιχείου)
- $A_c$  το εμβαδόν της διατομής σκυροδέματος ( $A_c = b \cdot h$ )

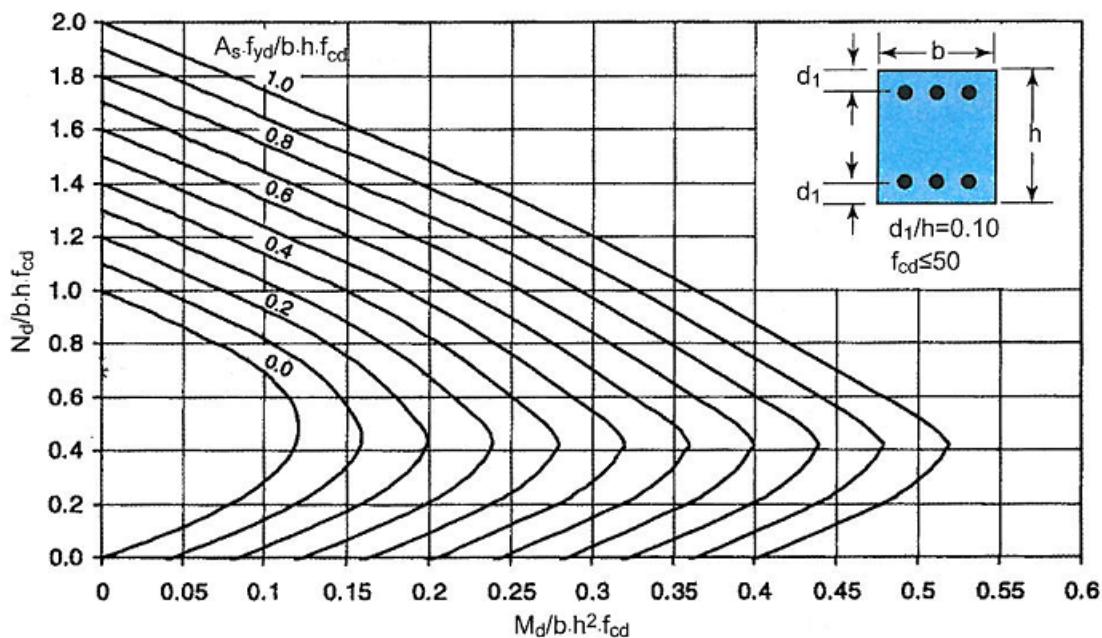
Όπως είναι λογικό, υπάρχει μια σειρά διαφορετικών διαγραμμάτων αλληλεπίδρασης ανάλογα με τον τύπο της διατομής (πχ ορθογωνική, κυκλική κτλ), τη διάταξη των οπλισμών, την ποιότητα του χάλυβα και το μέγεθος της επικάλυψης. Βάσει των τιμών των  $\mu$  και  $\nu$  υπολογίζεται το μηχανικό ποσοστό οπλισμού  $\omega$  και από αυτό το συνολικό απαιτούμενο εμβαδόν οπλισμού  $A_{s,tot}$  (συχνά αναφέρεται απλά ως  $A_s$ ) μέσω της σχέσης:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (7.5)$$

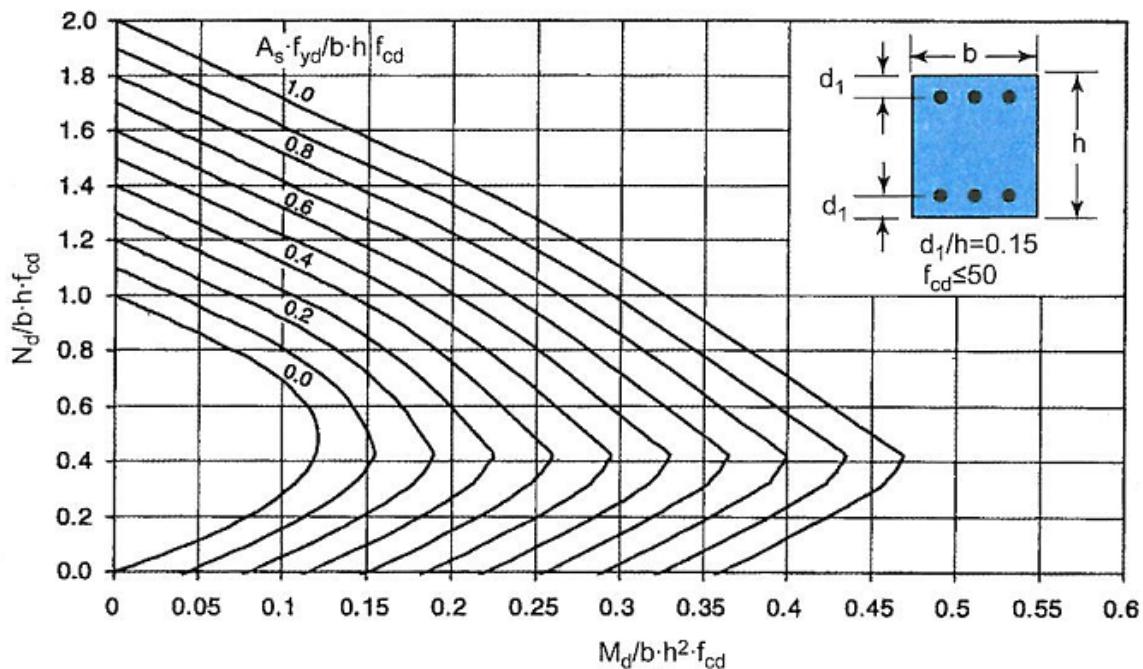
Ο οπλισμός της κάθε παρειάς στο επίπεδο της φόρτισης είναι  $A_{s1} = A_{s2} = \frac{A_s}{2}$ . Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζονται τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης για ορθογωνικές διατομές (Καραβεζύρογλου, 2013 [9]).



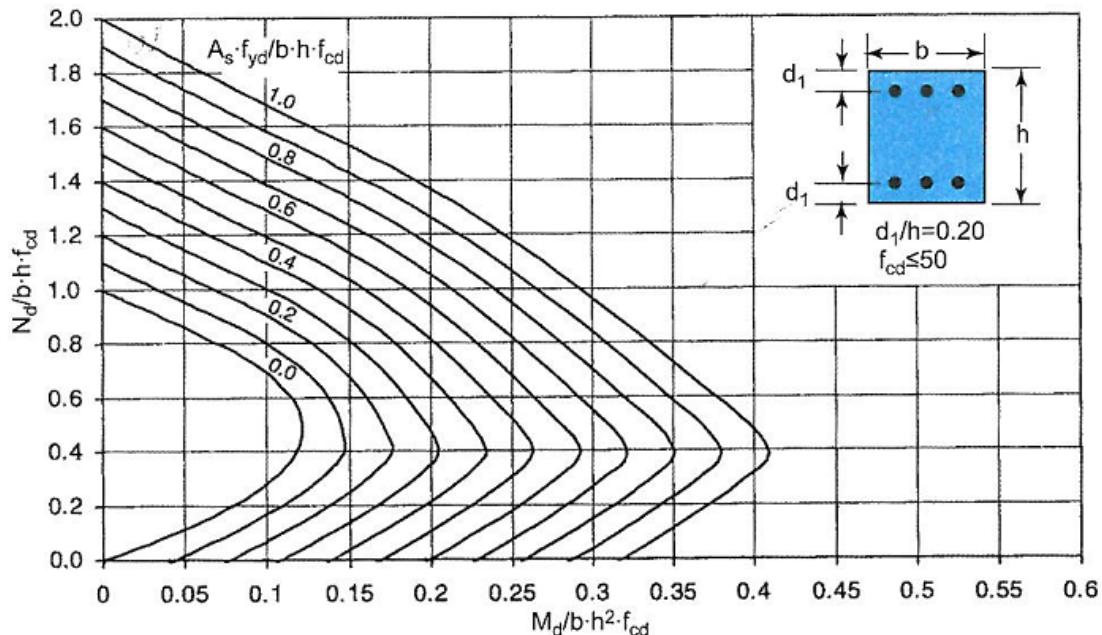
**Σχήμα 7.7:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός στις παράλληλες προς τον άξονα κάμψης πλευρές, σκυρόδεμα  $\leq C50/60$ ,  $B500C$ ,  $d_1/h = 0.05$ , Καραβεζύρογλου, 2013 [9])



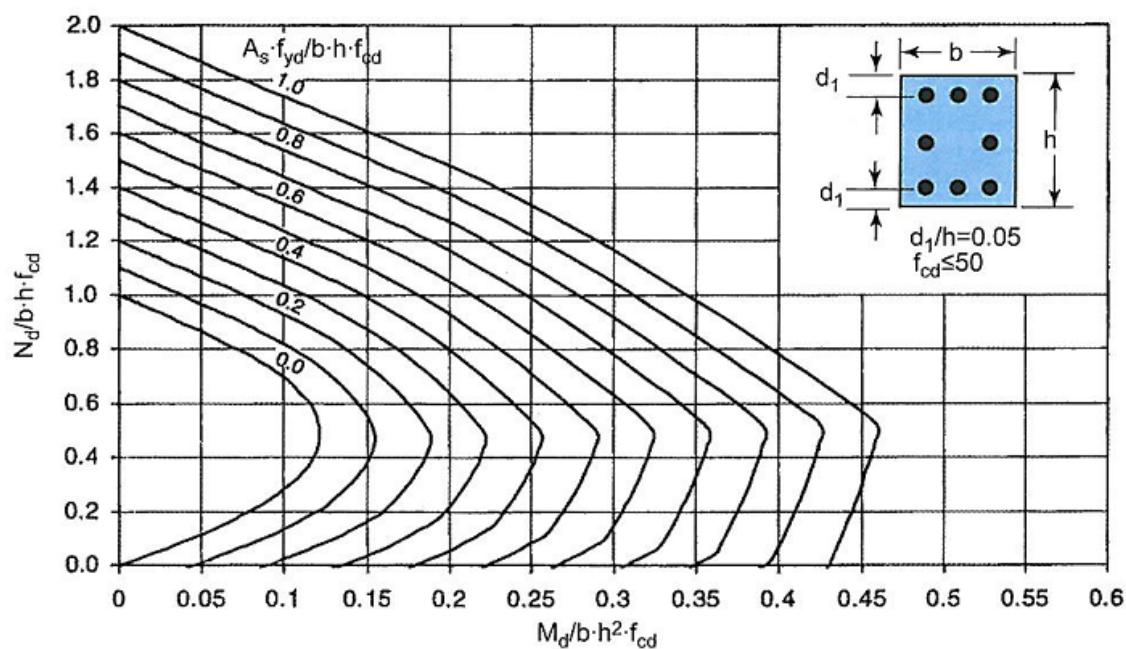
**Σχήμα 7.8:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός στις παράλληλες προς τον άξονα κάμψης πλευρές, σκυρόδεμα  $\leq C50/60$ ,  $B500C$ ,  $d_1/h = 0.10$ , Καραβεζύρογλου, 2013 [9])



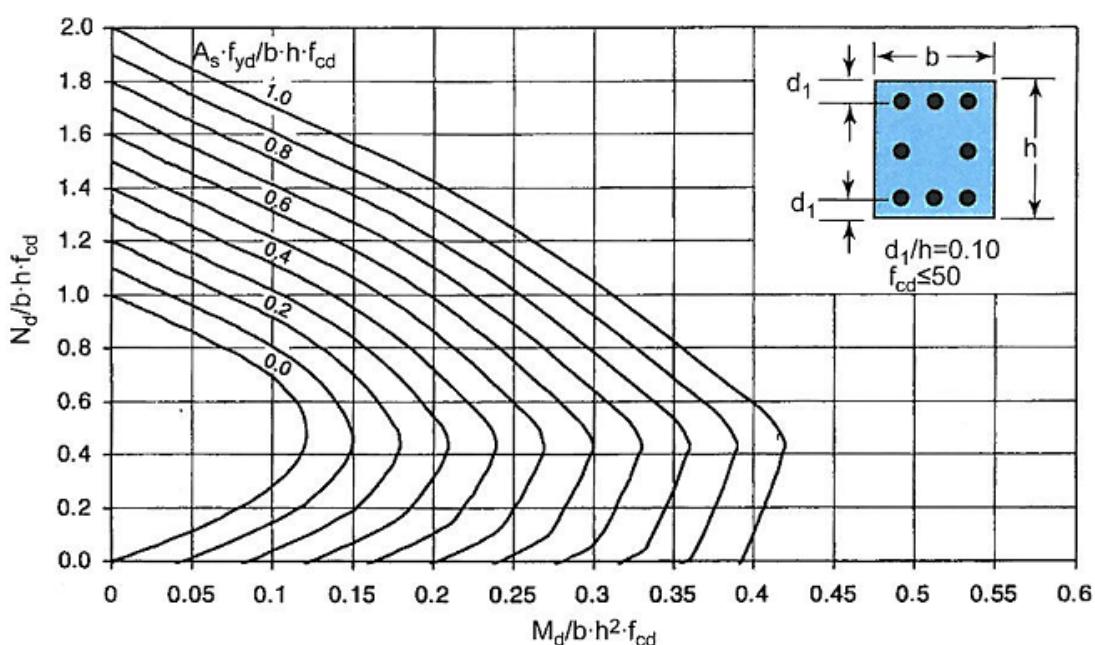
**Σχήμα 7.9:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός στις παράλληλες προς τον άξονα κάμψης πλευρές, σκυρόδεμα  $\leq C50/60, B500C$ ,  $d_1/h = 0.15$ , Καραβεζύρογλου, 2013 [9])



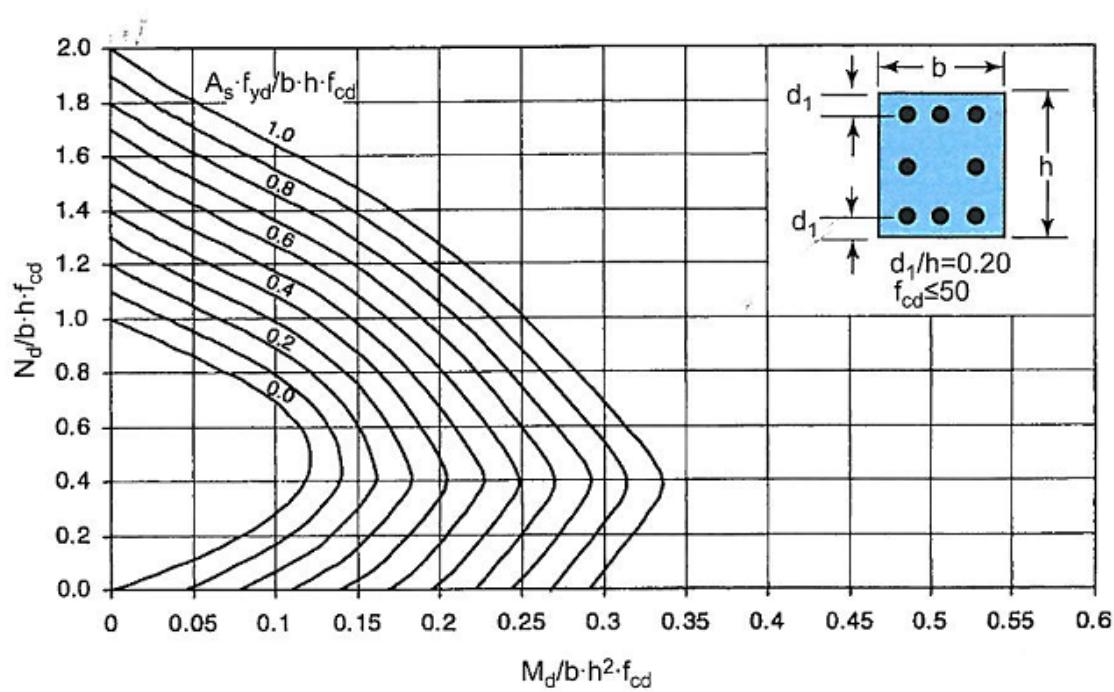
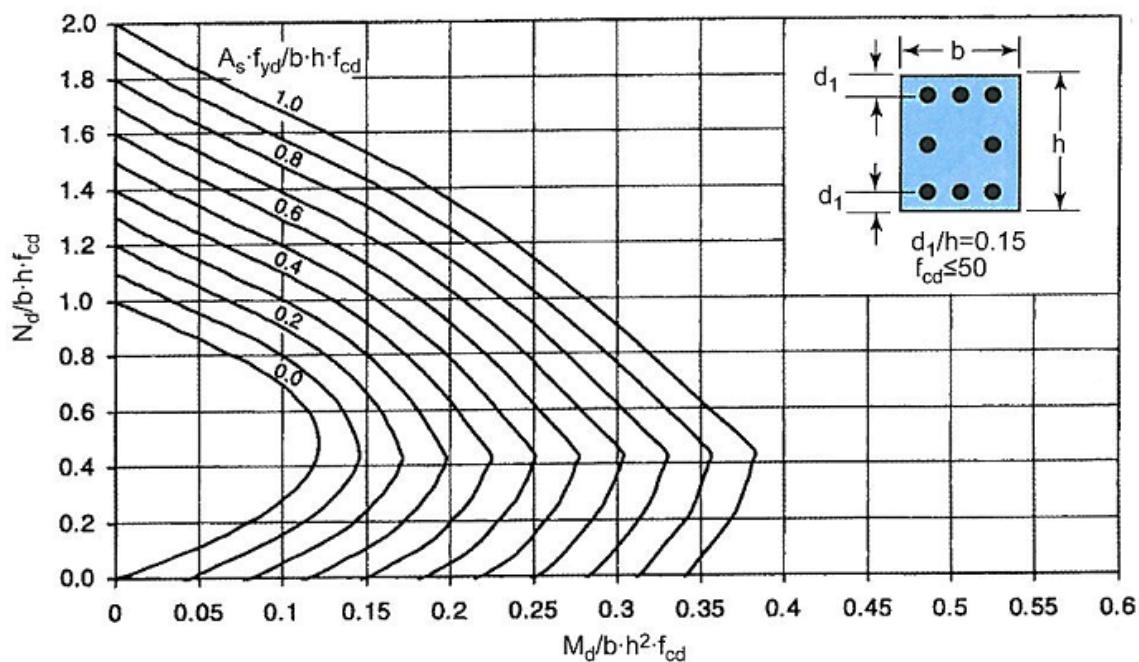
**Σχήμα 7.10:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός στις παράλληλες προς τον άξονα κάμψης πλευρές, σκυρόδεμα  $\leq C50/60, B500C$ ,  $d_1/h = 0.20$ , Καραβεζύρογλου, 2013 [9])



**Σχήμα 7.11:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στην περίμετρο της διατομής, σκυρόδεμα  $\leq C50/60, B500C, d_1/h = 0.05$ , Καραβεζύρογλου, 2013 [9])



**Σχήμα 7.12:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή (οπλισμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στην περίμετρο της διατομής, σκυρόδεμα  $\leq C50/60, B500C, d_1/h = 0.10$ , Καραβεζύρογλου, 2013 [9])



### 7.4.1.2 Κυκλικές διατομές

Τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης που χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του απαιτούμενου οπλισμού των κυκλικών διατομών είναι παρόμοια με αυτά των ορθογωνικών. Χρησιμοποιούνται και πάλι οι αδιάστατες, ανηγμένες τιμές τους  $\mu_d$  και  $\nu_d$  οι οποίες για προκύπτουν από τις παρακάτω σχέσεις:

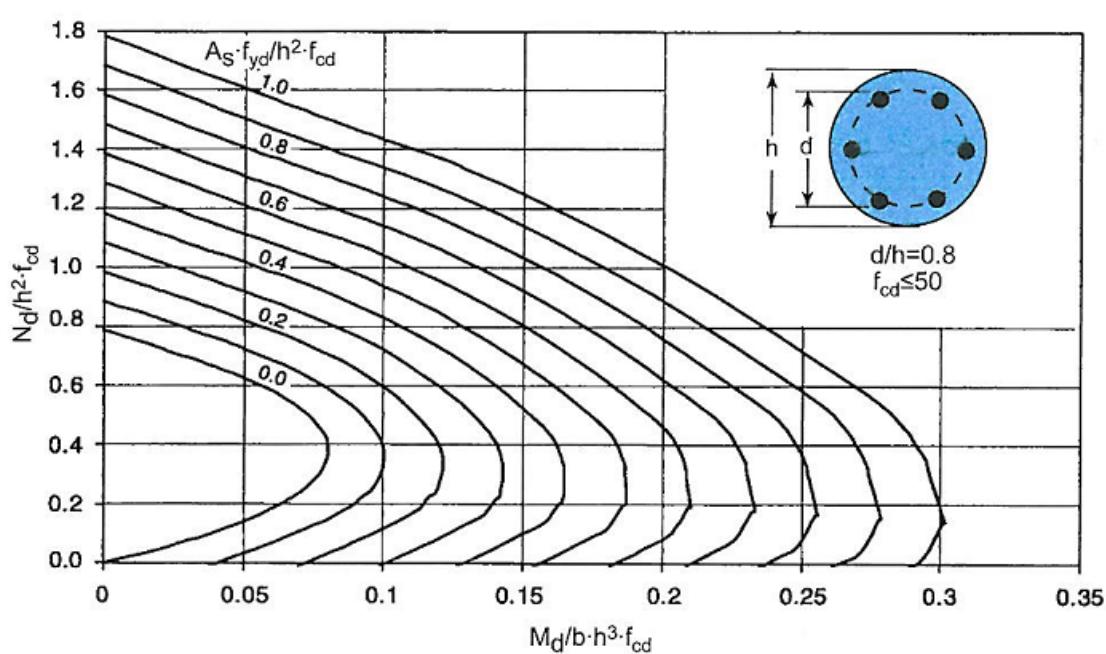
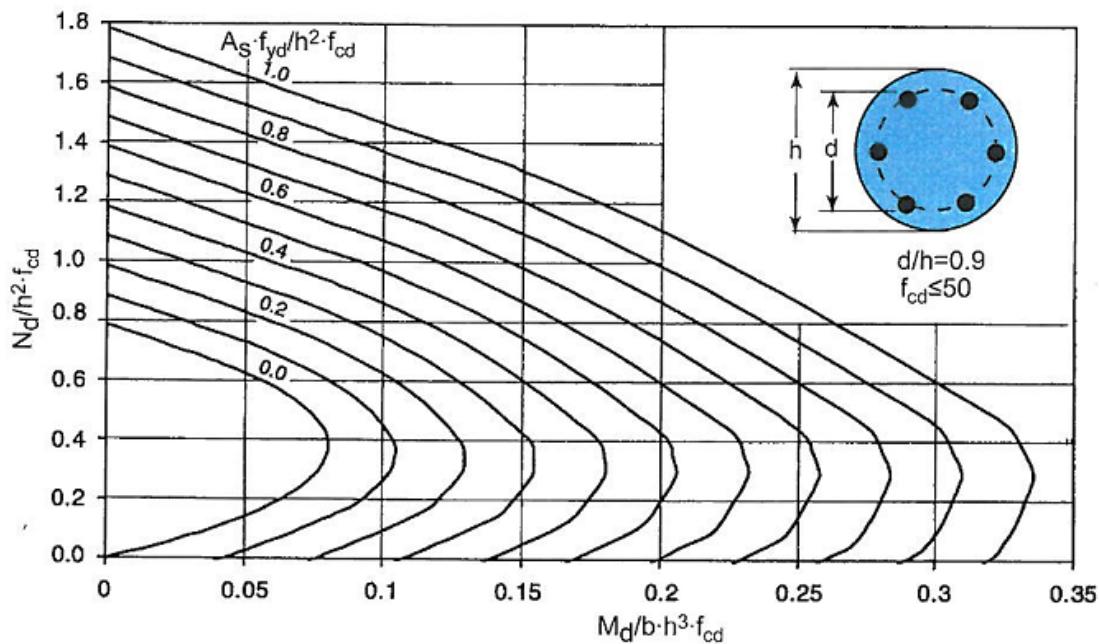
$$\nu_d = \frac{N_d}{h^2 \cdot f_{cd}} \quad (7.6)$$

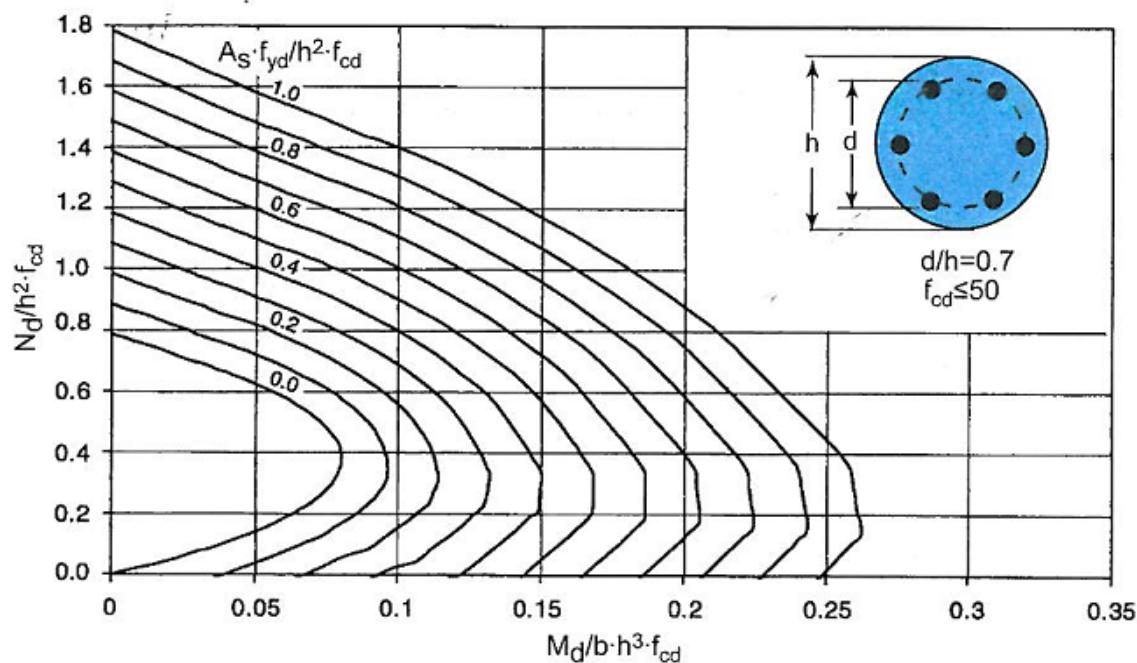
$$\mu_d = \frac{|M_d|}{h^3 \cdot f_{cd}} \quad (7.7)$$

Βάσει των τιμών των  $\mu$  και  $\nu$  υπολογίζεται το μηχανικό ποσοστό οπλισμού  $\omega$  και από αυτό το συνολικό απαιτούμενο εμβαδό οπλισμού  $A_s$  μέσω της σχέσης:

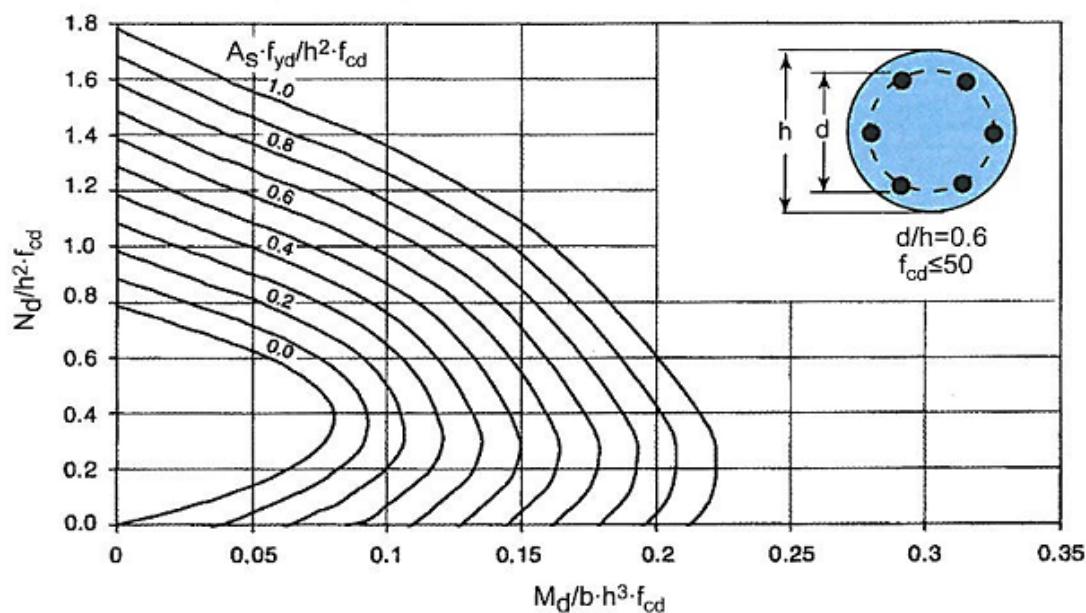
$$A_s = \omega \cdot h^2 \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (7.8)$$

Ο οπλισμός που τοποθετείται κατανεμημένος σε ίσες αποστάσεις στην εξωτερική περίμετρο της διατομής. Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζονται τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης για κυκλικές διατομές (Καραβεζύρογλου, 2013 [9]).





**Σχήμα 7.17:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για κυκλική διατομή (σκυρόδεμα  $\leq C50/60, B500C$ ,  $d/h = 0.70$ , Καραβεζύρογλου, 2013 [9])

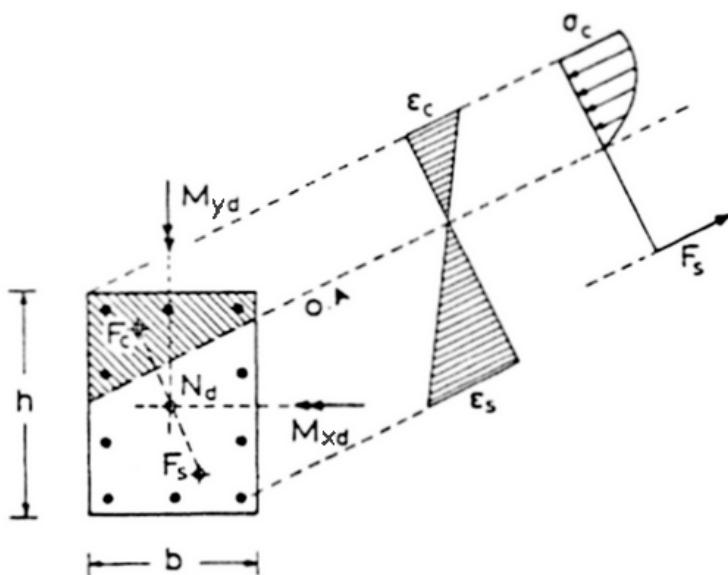


**Σχήμα 7.18:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για κυκλική διατομή (σκυρόδεμα  $\leq C50/60, B500C$ ,  $d/h = 0.60$ , Καραβεζύρογλου, 2013 [9])

### 7.4.2 Διαγράμματα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη

Η συνηθέστερη καταπόνηση των υποστυλωμάτων είναι η διαξονική κάμψη υπό αξονική φόρτιση. Στην περίπτωση αυτή η διατομή καταπονείται και κατά τις δύο διευθύνσεις με καμπτικές ροπές, πχ.  $M_x$  και  $M_y$  (ή  $M_{xd}$  και  $M_{yd}$ , ενώ συχνά εμφανίζονται και ως  $M_y$  και  $M_z$ ).

Κατά τη διαξονική κάμψη, η ουδέτερη γραμμή είναι κεκλιμένη ως προς τις διεύθυνσεις των πλευρών της διατομής (Σχήμα 7.19), γι' αυτό και συχνά ονομάζεται και λοξή κάμψη. Τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης αντιστοιχούν ουσιαστικά σε επιφάνειες αλληλεπίδρασης των δύο ροπών με την αξονική δύναμη, όπως παρουσιάζεται στο σχήμα 7.20. Οι παραδοχές για τον υπολογισμό είναι οι ίδιες με αυτές που ισχύουν και στην περίπτωση της μονοαξονικής κάμψης



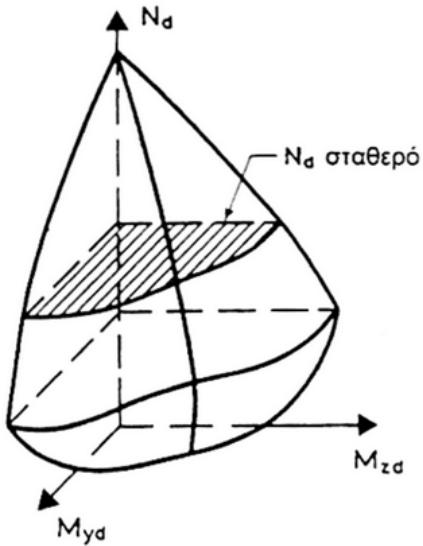
**Σχήμα 7.19:** Ορθογωνική διατομή δομικού στοιχείου με ροπές κάμψης ως προς τους δύο άξονες συμμετρίας και με ορθή δύναμη στο κέντρο (Ζαράρης, 2002 [8])

Όπως και στην περίπτωση της μονοαξονικής κάμψης, σε μια ορθογωνική διατομή οι ανηγμένες τιμές των ροπών  $\mu_x$ ,  $\mu_y$  και του αξονικού φορτίου  $v_d$  υπολογίζονται ως εξής:

$$v_d = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}} = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} \quad (7.9)$$

$$\mu_x = \frac{M_{xd}}{A_c \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{M_{xd}}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} \quad (7.10)$$

$$\mu_y = \frac{M_{yd}}{A_c \cdot b \cdot f_{cd}} = \frac{M_{yd}}{b^2 \cdot h \cdot f_{cd}} \quad (7.11)$$



**Σχήμα 7.20:** Επιφάνεια αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με αξονικό φορτίο (Ζαράρης, 2002 [8])

Στη συνέχεια ορίζονται οι  $\mu_1$  και  $\mu_2$  ως εξής:

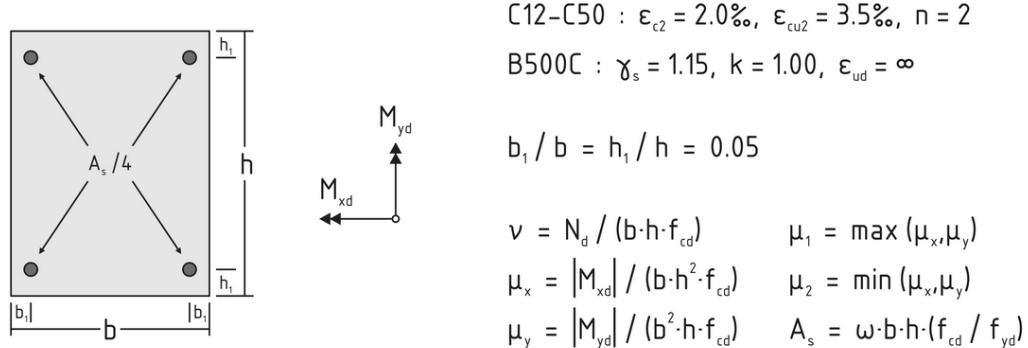
$$\begin{aligned}\mu_1 &= \max\{\mu_x, \mu_y\} \\ \mu_2 &= \min\{\mu_x, \mu_y\}\end{aligned}\quad (7.12)$$

και το μηχανικό ποσοστό οπλισμού ω από το κατάλληλο διάγραμμα αλληλεπίδρασης, ώστε τελικά να προσδιοριστεί ο απαιτούμενος οπλισμός από τη σχέση:

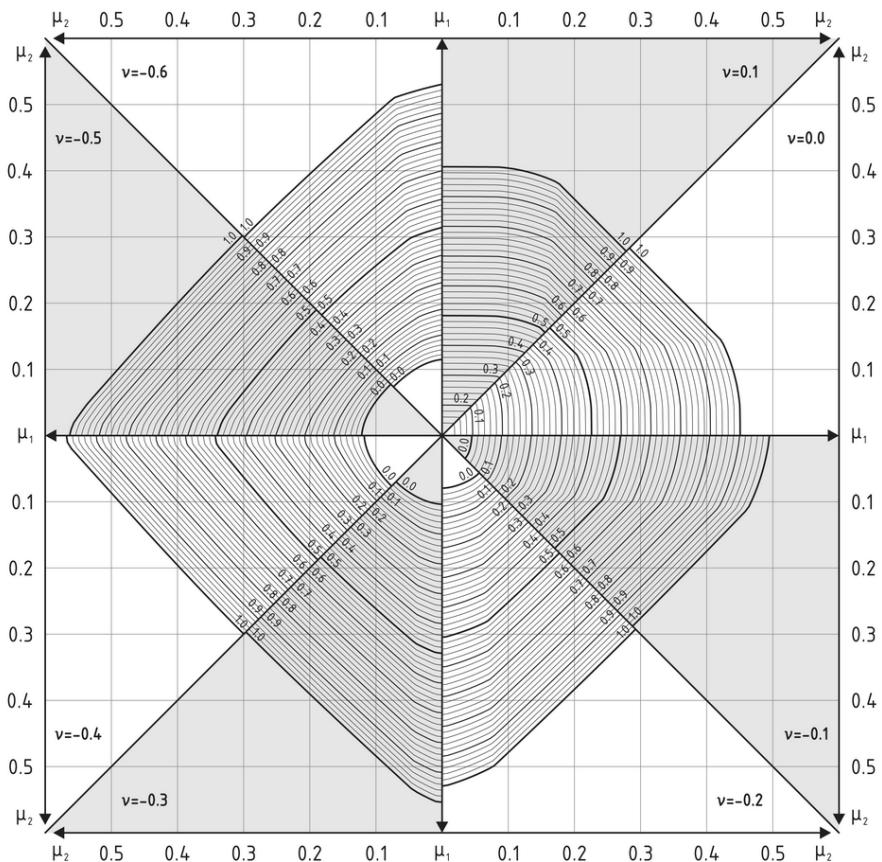
$$A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \quad (7.13)$$

Στη συνήθη περίπτωση που η τιμή της  $v_d$  δε συμπίπτει με αυτές που παρουσιάζονται στα διαγράμματα, υπολογίζεται το  $\omega$  για την αμέσως μικρότερη και την αμέσως μεγαλύτερη τιμή της  $v_d$  και η τελική του τιμή προκύπτει με γραμμική παρεμβολή. Στα σχήματα που ακολουθούν παρουσιάζονται τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης που υπολογίστηκαν από τους Papanikolaou & Sextos [10].

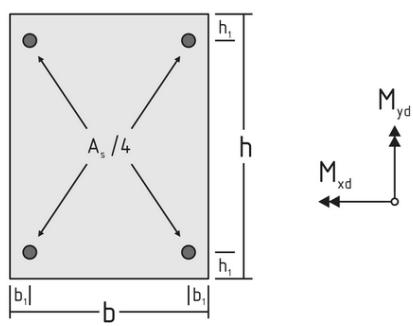
### 7.4.2.1 Οπλισμός συγκεντρωμένος στις 4 γωνίες



Papanikolaou VK, Sextos AG. New Eurocode-2 compliant design charts for rectangular R/C columns under biaxial bending.



**Σχήμα 7.21:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με τοποθέτηση του οπλισμού στις γωνίες του στύλου (σκυρόδεμα  $\leq C50/60, B500C, b_1/b = h_1/h = 0.05$ , Papanikolaou & Sextos, 2016 [10])



C12-C50 :  $\epsilon_{c2} = 2.0\%$ ,  $\epsilon_{cu2} = 3.5\%$ ,  $n = 2$

B500C :  $\gamma_s = 1.15$ ,  $k = 1.00$ ,  $\epsilon_{ud} = \infty$

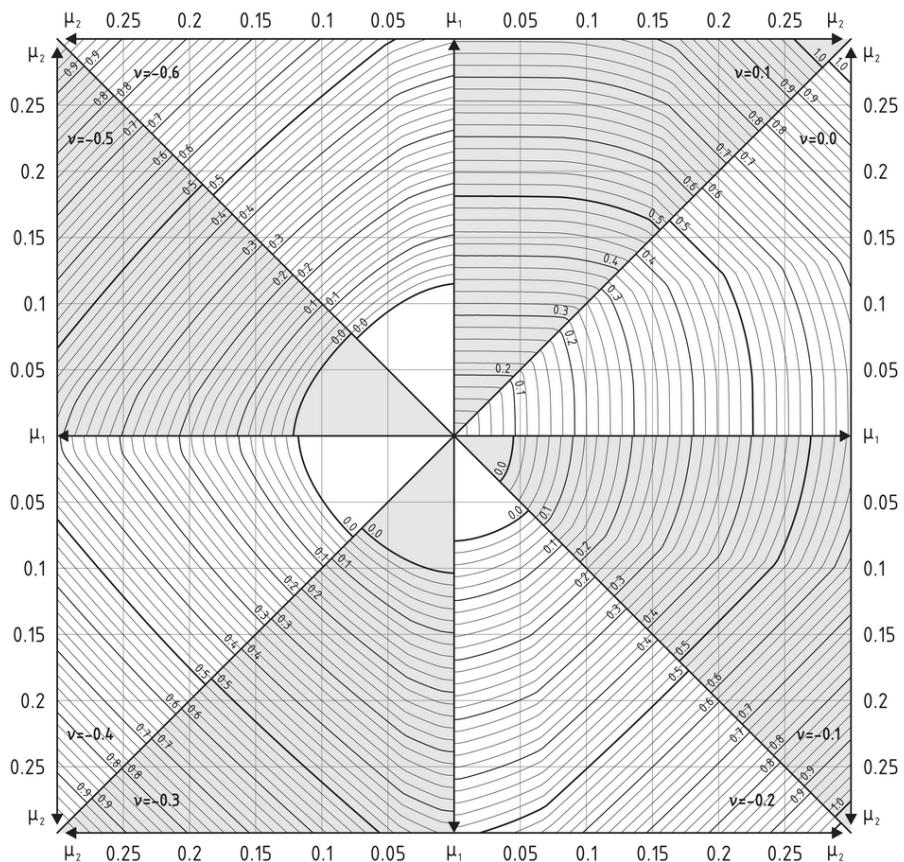
$$b_1 / b = h_1 / h = 0.05$$

$$\nu = N_d / (b \cdot h \cdot f_{cd}) \quad \mu_1 = \max(\mu_x, \mu_y)$$

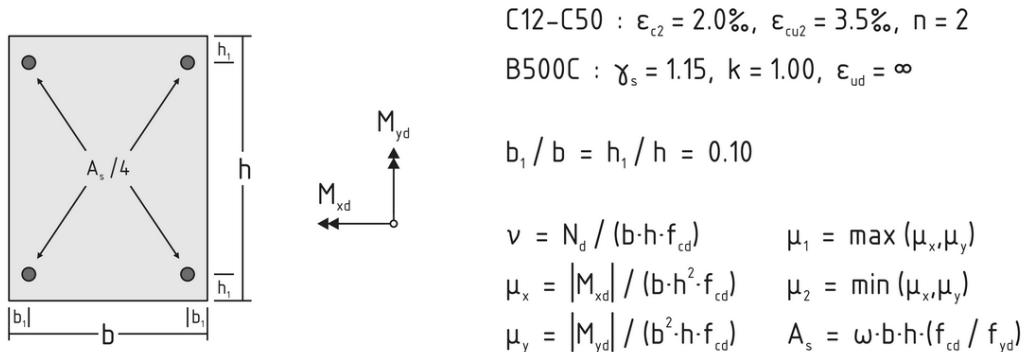
$$\mu_x = |M_{xd}| / (b \cdot h^2 \cdot f_{cd}) \quad \mu_2 = \min(\mu_x, \mu_y)$$

$$\mu_y = |M_{yd}| / (b^2 \cdot h \cdot f_{cd}) \quad A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot (f_{cd} / f_{yd})$$

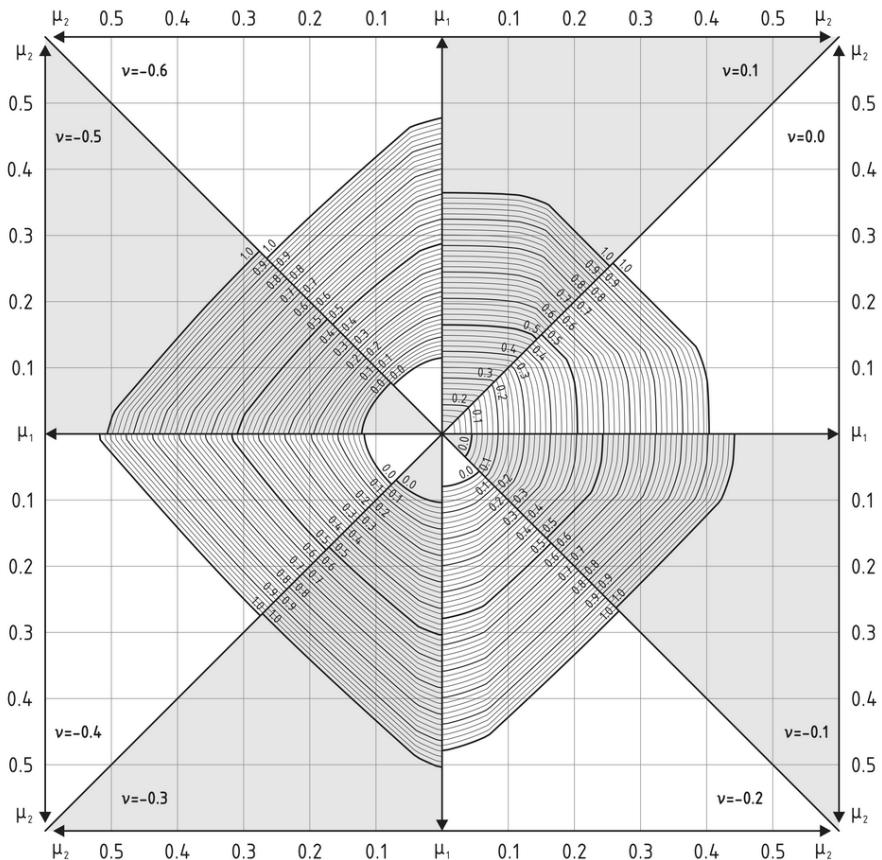
Papanikolaou VK, Sextos AG. New Eurocode-2 compliant design charts for rectangular R/C columns under biaxial bending.



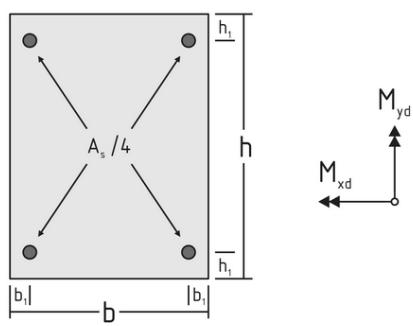
**Σχήμα 7.22:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με τοποθέτηση του οπλισμού στις γωνίες του στύλου (σκυρόδεμα  $\leq C50/60$ ,  $B500C$ ,  $b_1/b = h_1/h = 0.05$ , Papanikolaou & Sextos, 2016 [10]). Μεγέθυνση.



Papanikolaou VK, Sextos AG. New Eurocode-2 compliant design charts for rectangular R/C columns under biaxial bending.



**Σχήμα 7.23:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με τοποθέτηση του οπλισμού στις γωνίες του στύλου (σκυρόδεμα  $\leq C50/60, B500C, b_1/b = h_1/h = 0.10$ , Papanikolaou & Sextos, 2016 [10])



C12-C50 :  $\epsilon_{c2} = 2.0\%$ ,  $\epsilon_{cu2} = 3.5\%$ ,  $n = 2$

B500C :  $\gamma_s = 1.15$ ,  $k = 1.00$ ,  $\epsilon_{ud} = \infty$

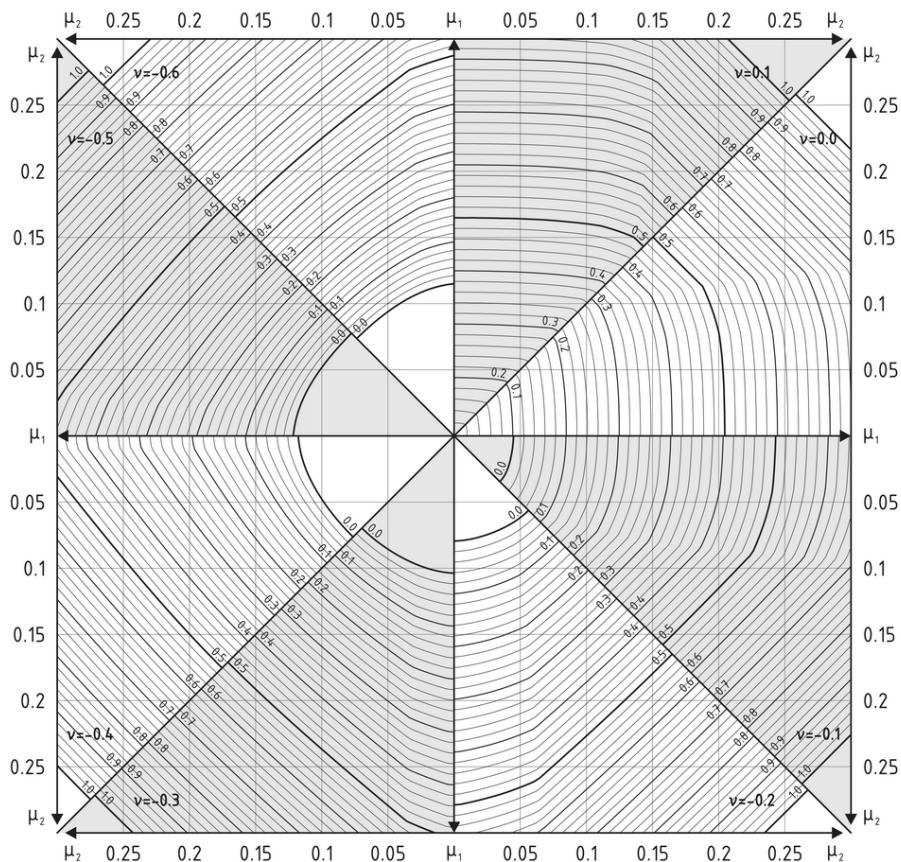
$$b_1 / b = h_1 / h = 0.10$$

$$\nu = N_d / (b \cdot h \cdot f_{cd}) \quad \mu_1 = \max(\mu_x, \mu_y)$$

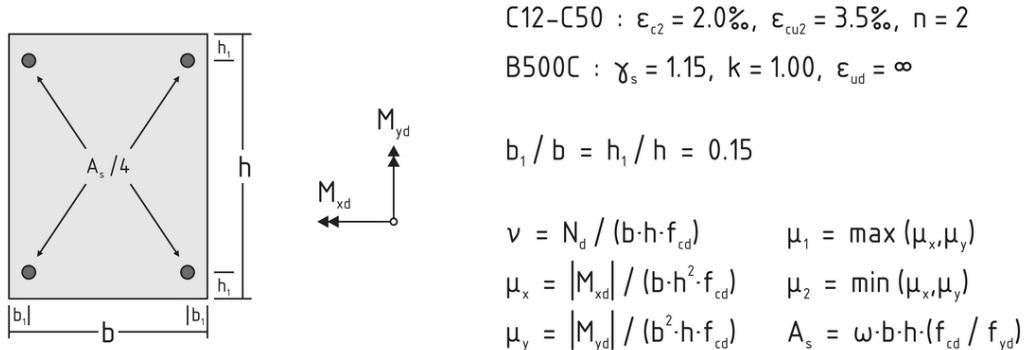
$$\mu_x = |M_{xd}| / (b \cdot h^2 \cdot f_{cd}) \quad \mu_2 = \min(\mu_x, \mu_y)$$

$$\mu_y = |M_{yd}| / (b^2 \cdot h \cdot f_{cd}) \quad A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot (f_{cd} / f_{yd})$$

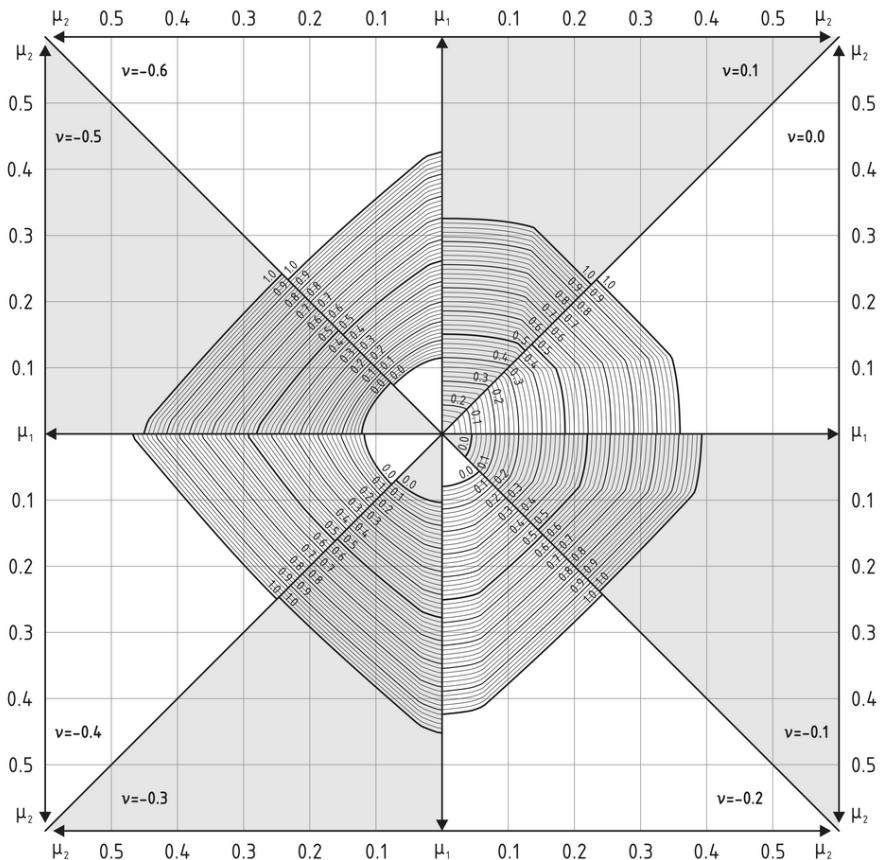
Papanikolaou VK, Sextos AG. New Eurocode-2 compliant design charts for rectangular R/C columns under biaxial bending.



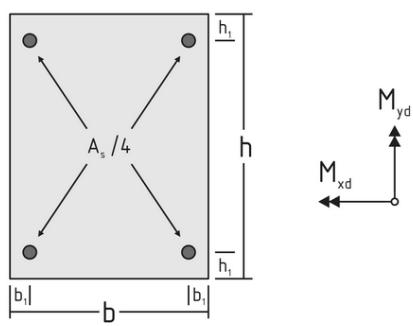
**Σχήμα 7.24:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με τοποθέτηση του οπλισμού στις γωνίες του στύλου (σκυρόδεμα  $\leq C50/60$ , B500C,  $b_1/b = h_1/h = 0.10$ , Papanikolaou & Sextos, 2016 [10]). Μεγέθυνση.



Papanikolaou VK, Sextos AG. New Eurocode-2 compliant design charts for rectangular R/C columns under biaxial bending.



**Σχήμα 7.25:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με τοποθέτηση του οπλισμού στις γωνίες του στύλου (σκυρόδεμα  $\leq C50/60, B500C, b_1/b = h_1/h = 0.15$ , Papanikolaou & Sextos, 2016 [10])



C12-C50 :  $\epsilon_{c2} = 2.0\%$ ,  $\epsilon_{cu2} = 3.5\%$ ,  $n = 2$

B500C :  $\gamma_s = 1.15$ ,  $k = 1.00$ ,  $\epsilon_{ud} = \infty$

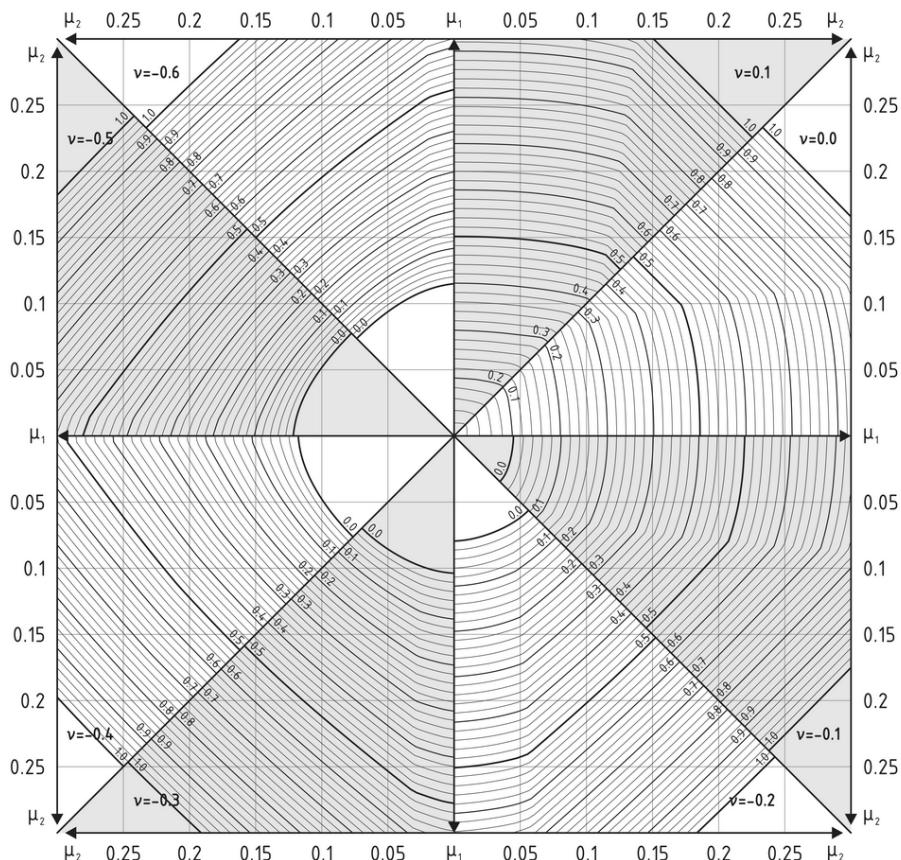
$$b_1 / b = h_1 / h = 0.15$$

$$\nu = N_d / (b \cdot h \cdot f_{cd}) \quad \mu_1 = \max(\mu_x, \mu_y)$$

$$\mu_x = |M_{xd}| / (b \cdot h^2 \cdot f_{cd}) \quad \mu_2 = \min(\mu_x, \mu_y)$$

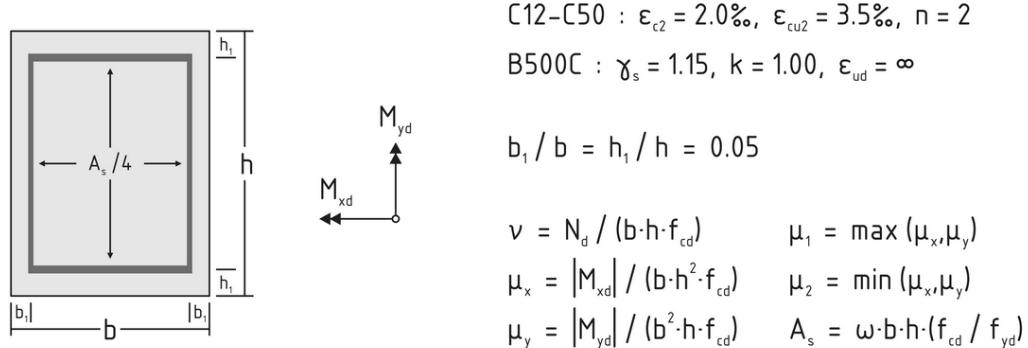
$$\mu_y = |M_{yd}| / (b^2 \cdot h \cdot f_{cd}) \quad A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot (f_{cd} / f_{yd})$$

Papanikolaou VK, Sextos AG. New Eurocode-2 compliant design charts for rectangular R/C columns under biaxial bending.

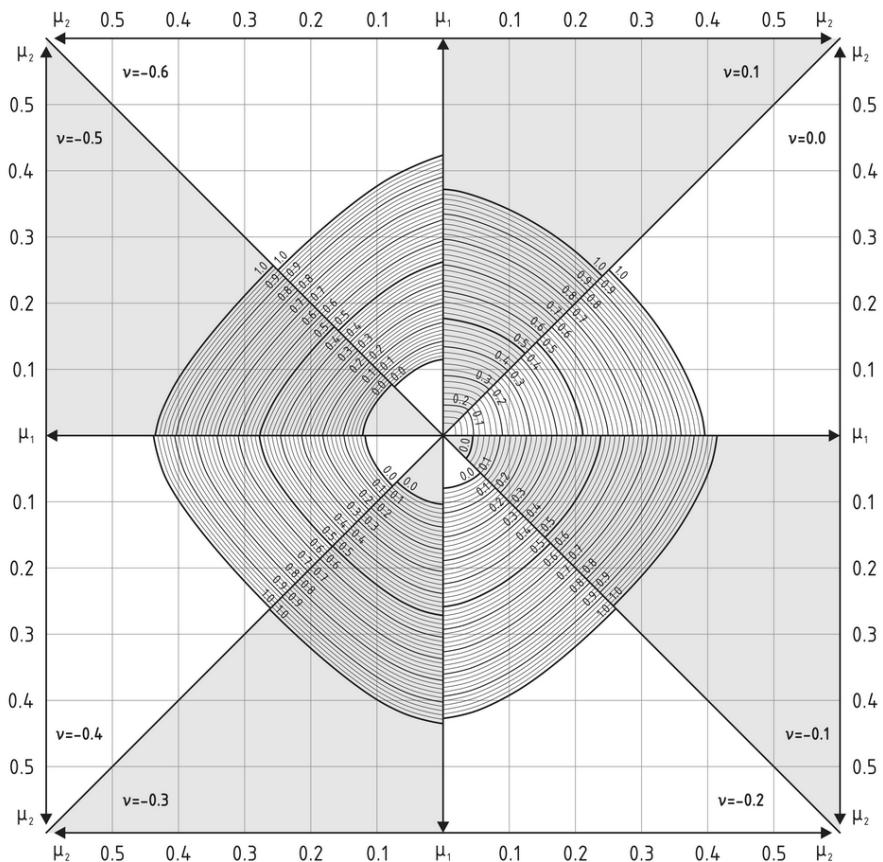


**Σχήμα 7.26:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με τοποθέτηση του οπλισμού στις γωνίες του στύλου (σκυρόδεμα  $\leq C50/60$ ,  $B500C$ ,  $b_1/b = h_1/h = 0.15$ , Papanikolaou & Sextos, 2016 [10]). Μεγέθυνση.

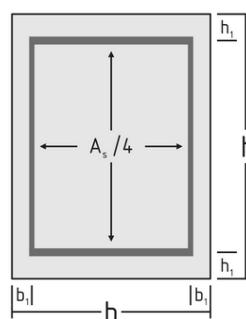
### 7.4.2.2 Οπλισμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στις 4 παρειές



Papanikolaou VK, Sextos AG. New Eurocode-2 compliant design charts for rectangular R/C columns under biaxial bending.



**Σχήμα 7.27:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με ομοιόμορφη κατανομή του οπλισμού στις παρειές του στύλου (σκυρόδεμα  $\leq C50/60, B500C, b_1/b = h_1/h = 0.05$ , Papanikolaou & Sextos, 2016 [10])



C12-C50 :  $\epsilon_{c2} = 2.0\%$ ,  $\epsilon_{cu2} = 3.5\%$ ,  $n = 2$

B500C :  $\gamma_s = 1.15$ ,  $k = 1.00$ ,  $\epsilon_{ud} = \infty$

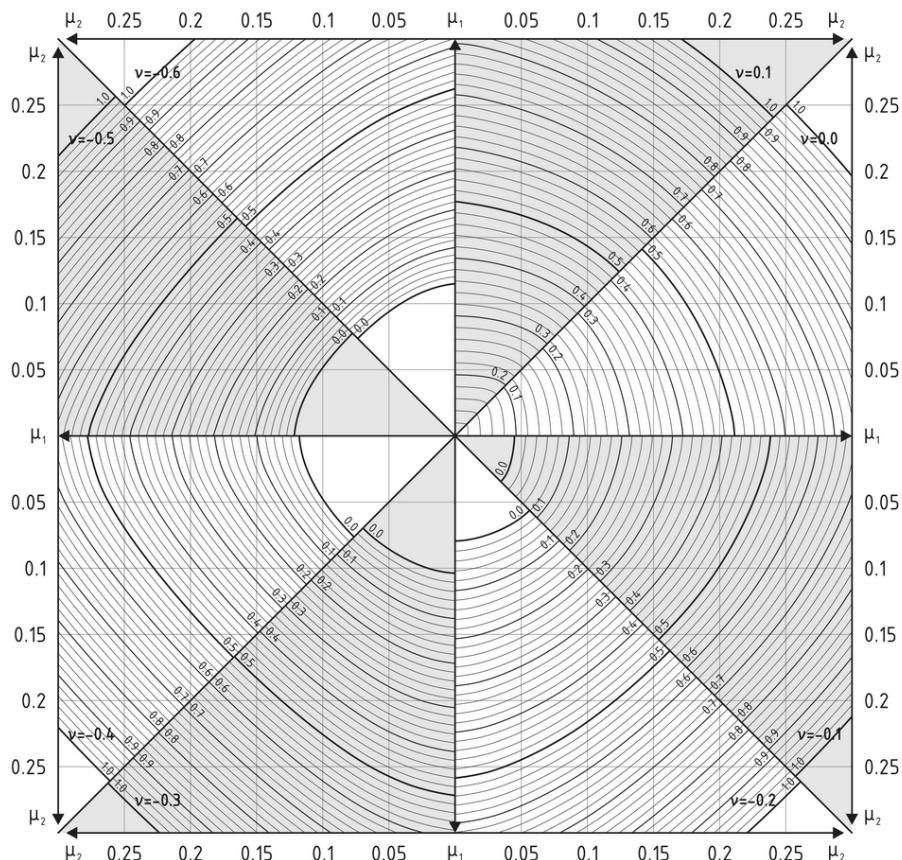
$$b_1 / b = h_1 / h = 0.05$$

$$\nu = N_d / (b \cdot h \cdot f_{cd}) \quad \mu_1 = \max(\mu_x, \mu_y)$$

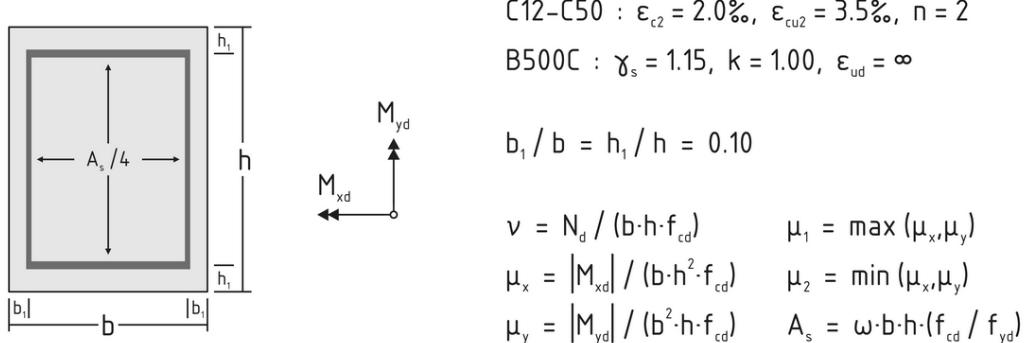
$$\mu_x = |M_{xd}| / (b \cdot h^2 \cdot f_{cd}) \quad \mu_2 = \min(\mu_x, \mu_y)$$

$$\mu_y = |M_{yd}| / (b^2 \cdot h \cdot f_{cd}) \quad A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot (f_{cd} / f_{yd})$$

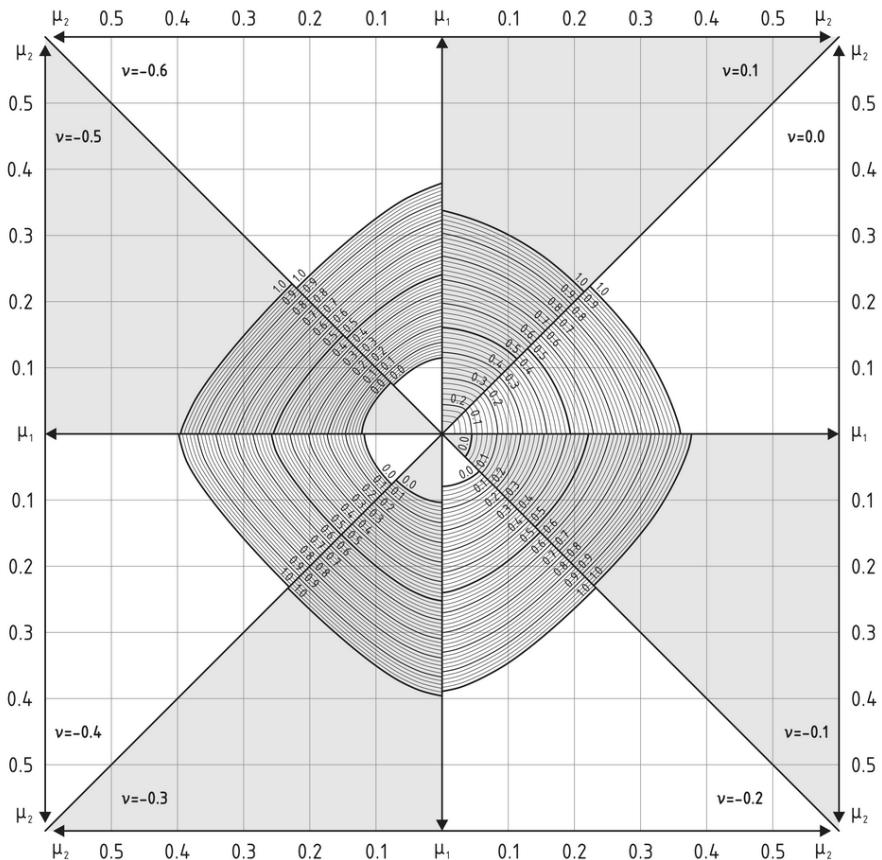
Papanikolaou VK, Sextos AG. New Eurocode-2 compliant design charts for rectangular R/C columns under biaxial bending.



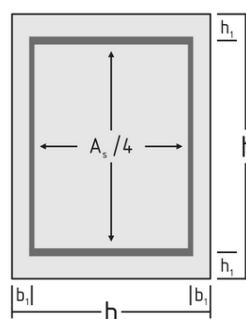
**Σχήμα 7.28:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με ομοιόμορφη κατανομή του οπλισμού στις παρειές του στύλου (σκυρόδεμα  $\leq C50/60$ , B500C,  $b_1/b = h_1/h = 0.05$ , Papanikolaou & Sextos, 2016 [10]). Μεγέθυνση.



Papanikolaou VK, Sextos AG. New Eurocode-2 compliant design charts for rectangular R/C columns under biaxial bending.



**Σχήμα 7.29:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με ομοιόμορφη κατανομή του οπλισμού στις παρειές του στύλου (σκυρόδεμα  $\leq C50/60, B500C$ ,  $b_1/b = h_1/h = 0.10$ , Papanikolaou & Sextos, 2016 [10])



C12-C50 :  $\epsilon_{c2} = 2.0\%$ ,  $\epsilon_{cu2} = 3.5\%$ ,  $n = 2$

B500C :  $\gamma_s = 1.15$ ,  $k = 1.00$ ,  $\epsilon_{ud} = \infty$

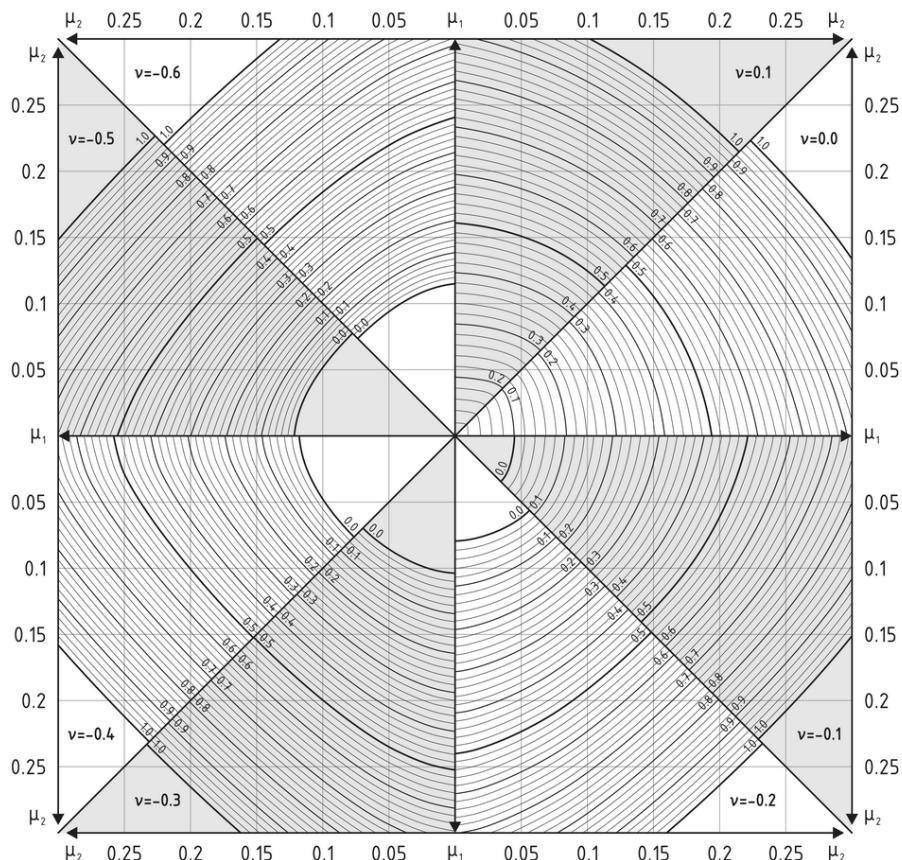
$$b_1 / b = h_1 / h = 0.10$$

$$\nu = N_d / (b \cdot h \cdot f_{cd}) \quad \mu_1 = \max(\mu_x, \mu_y)$$

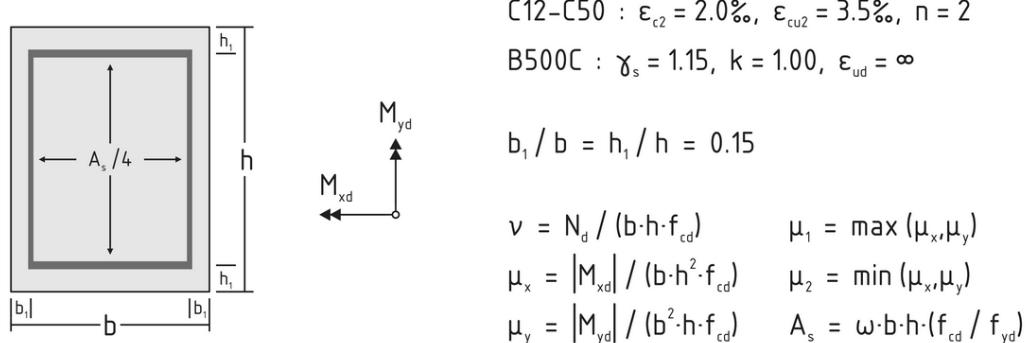
$$\mu_x = |M_{xd}| / (b \cdot h^2 \cdot f_{cd}) \quad \mu_2 = \min(\mu_x, \mu_y)$$

$$\mu_y = |M_{yd}| / (b^2 \cdot h \cdot f_{cd}) \quad A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot (f_{cd} / f_{yd})$$

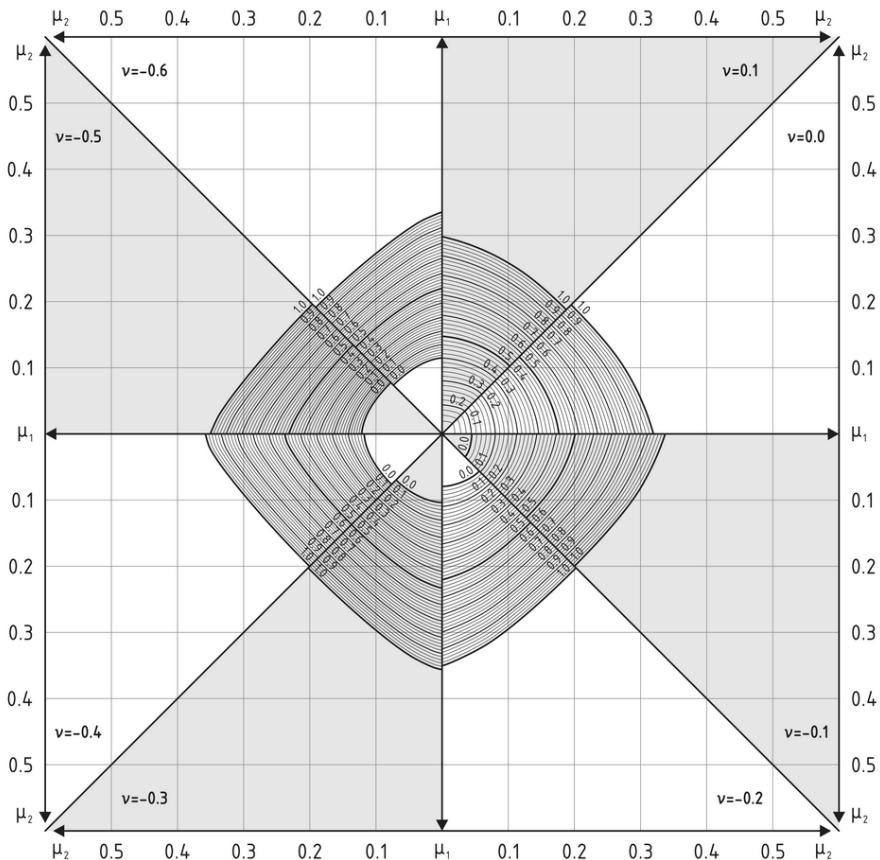
Papanikolaou VK, Sextos AG. New Eurocode-2 compliant design charts for rectangular R/C columns under biaxial bending.



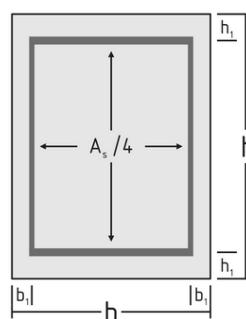
**Σχήμα 7.30:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με ομοιόμορφη κατανομή του οπλισμού στις παρειές του στύλου (σκυρόδεμα  $\leq C50/60$ , B500C,  $b_1/b = h_1/h = 0.10$ , Papanikolaou & Sextos, 2016 [10]). Μεγέθυνση.



Papanikolaou VK, Sextos AG. New Eurocode-2 compliant design charts for rectangular R/C columns under biaxial bending.



**Σχήμα 7.31:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με ομοιόμορφη κατανομή του οπλισμού στις παρειές του στύλου (σκυρόδεμα  $\leq C50/60, B500C$ ,  $b_1/b = h_1/h = 0.15$ , Papanikolaou & Sextos, 2016 [10])



C12-C50 :  $\epsilon_{c2} = 2.0\%$ ,  $\epsilon_{cu2} = 3.5\%$ ,  $n = 2$

B500C :  $\gamma_s = 1.15$ ,  $k = 1.00$ ,  $\epsilon_{ud} = \infty$

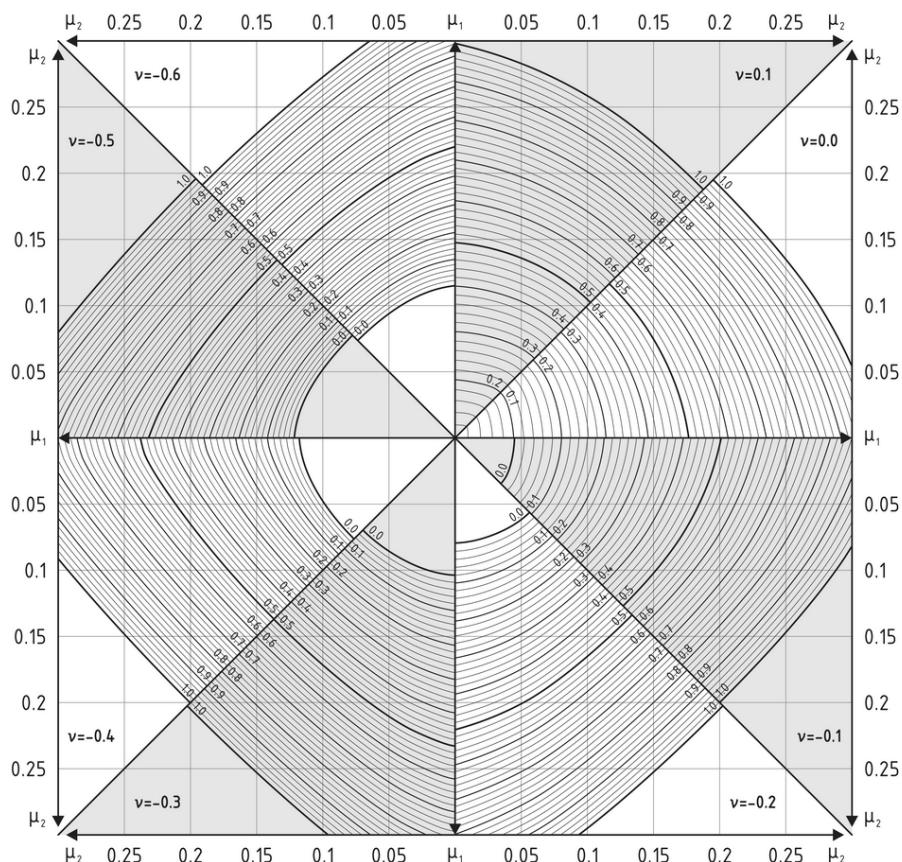
$$b_1 / b = h_1 / h = 0.15$$

$$\nu = N_d / (b \cdot h \cdot f_{cd}) \quad \mu_1 = \max(\mu_x, \mu_y)$$

$$\mu_x = |M_{xd}| / (b \cdot h^2 \cdot f_{cd}) \quad \mu_2 = \min(\mu_x, \mu_y)$$

$$\mu_y = |M_{yd}| / (b^2 \cdot h \cdot f_{cd}) \quad A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot (f_{cd} / f_{yd})$$

Papanikolaou VK, Sextos AG. New Eurocode-2 compliant design charts for rectangular R/C columns under biaxial bending.



**Σχήμα 7.32:** Διάγραμμα αλληλεπίδρασης για διαξονική κάμψη με ομοιόμορφη κατανομή του οπλισμού στις παρειές του στύλου (σκυρόδεμα  $\leq C50/60$ , B500C,  $b_1/b = h_1/h = 0.15$ , Papanikolaou & Sextos, 2016 [10]). Μεγέθυνση.

## 7.5 Διατάξεις του Ευρωκώδικα για τα υποστυλώματα

### 7.5.1 Γεωμετρικά στοιχεία

Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 2 [3] ως υποστύλωμα θεωρείται ένα κατακόρυφο στοιχείο με λόγο διαστάσεων διατομής:  $h_c/b_c \leq 4.0$ , όπου  $h_c \geq b_c$  (μεγαλύτερες αναλογίες πλευρών αντιστοιχούν σε τοιχώματα).

Επιπλέον, σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 8 [4] θα πρέπει:

- Υποστυλώματα ΚΠΜ, ΚΠΥ με συντελεστή μεταθετότητας ορόφου  $\theta > 0.1$ :  $b_c \geq l_{max}/10$  (δεν αναλύεται περισσότερο καθώς δεν αποτελεί αντικείμενο του παρόντος)
- Υποστυλώματα ΚΠΥ:  $b_c \geq 250\text{mm}$
- Εμβαδόν διατομής (θεωρώντας ως θετικό το θλιπτικό αξονικό φορτίο)
  - Υποστυλώματα ΚΠΜ:  $\nu_d = N_d/(A_c \cdot f_{cd}) \leq 0.65$
  - Υποστυλώματα ΚΠΥ:  $\nu_d = N_d/(A_c \cdot f_{cd}) \leq 0.55$

### 7.5.2 Επιτρεπόμενα υλικά

Όπως και στις δοκούς χρησιμοποιείται σκυρόδεμα ποιότητας C16 ή υψηλότερης αντοχής. Επιπλέον δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιούνται λείοι χάλυβες ως διαμήκεις οπλισμοί των υποστυλωμάτων.

Ο ελάχιστος συνολικός αριθμός διαμήκων ράβδων είναι 4 για ορθογωνικά υποστυλώματα και 6 για κυκλικά. Στην περίπτωση πολυγωνικών υποστυλωμάτων τοποθετείται μία διαμήκης ράβδος σε κάθε γωνία. Η διάμετρος των διαμήκων ράβδων συνιστάται να μην είναι μικρότερη από 14mm.

Σε μία διατομή μπορεί να χρησιμοποιούνται το πολύ δύο διαφορετικές διάμετροι διαμήκων ράβδων και θα πρέπει να ισχύει

$$\varnothing_{L,min} \geq \frac{2}{3} \cdot \varnothing_{L,max} \quad (7.14)$$

όπου  $\varnothing_L$  η διάμετρος του διαμήκους οπλισμού (L: longitudinal)

### 7.5.3 Ελάχιστα και μέγιστα ποσοστά διαμήκους οπλισμού

Τα ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά του διαμήκους οπλισμού των υποστυλωμάτων είναι:

$$\begin{aligned}\rho_{min} &= 0.01 \\ \rho_{max} &= 0.04\end{aligned}\tag{7.15}$$

εκτός των περιοχών των ενώσεων με υπερκάλυψη (όπου το  $\rho_{max}$  επιτρέπεται να φτάσει το 0.08)

Παρατήρηση: Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι σε παλαιότερη έκδοση του ελληνικού κανονισμού σκυροδέματος (ΝΕΚΩΣ, 1991 [11]) υπήρχε μία διάταξη σύμφωνα με την οποία το ελάχιστο ποσοστό διαμήκους οπλισμού σε κάθε παρειά υποστυλώματος έπρεπε να είναι  $\rho_{min}^{ταρ} = 0.004$ . Η διάταξη αυτή έχει πλέον καταργηθεί, ώστόσο είναι ιδιαίτερα χρήσιμη ως τάξη μεγέθους για την τοποθέτηση του διαμήκους οπλισμού καθώς είναι ευκολότερο στο μηχανικό να υπολογίζει τους οπλισμούς που πρέπει να τοποθετήσει σε μία παρειά από το να υπολογίζει το συνολικό οπλισμό και να τον κατανέμει στη συνέχεια στις 4 παρειές. Στη συνέχεια θα παρουσιαστούν κάποιοι πρακτικοί κανόνες με τους οποίους διευκολύνεται η τοποθέτηση των οπλισμών στα υποστυλώματα.

Σύμφωνα με τον Ευρωκώδικα 8 [4], σε υποστυλώματα με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας, οι διαμήκεις οπλισμοί πρέπει να συγκρατούνται από συνδετήρες και διατάσσονται κατά μήκος της περιμέτρου της διατομής, έτσι ώστε η μεταξύ τους απόσταση να μην ξεπερνά τα **200mm για ΚΠΜ ή 150mm για ΚΠΥ**.

#### 7.5.4 Εγκάρσιος οπλισμός υποστυλωμάτων

Η διαδικασία υπολογισμού των υποστυλωμάτων σε διάτμηση είναι όμοια με αυτήν που περιγράφηκε στις δοκούς. Ωστόσο, στα υποστυλώματα οι απαιτήσεις εγκάρσιου οπλισμού, κυρίως για λόγους περίσφριξης και αύξησης της πλαστιμότητας, είναι ιδιαίτερα αυξημένες.

Οι διαμήκεις οπλισμοί πρέπει να συγκρατούνται από πυκνούς συνδετήρες, με μικρή κατά το δυνατόν διάμετρο. Για μεγάλα υποστυλώματα η συγκράτηση μπορεί να γίνει και με τη βοήθεια σιγμοειδούς οπλισμού (εγκάρσιοι σύνδεσμοι).

Σε κυκλικά υποστυλώματα η σωστή συγκράτηση μπορεί να επιτευχθεί με τη βοήθεια κυκλικών συνδετήρων ή (ακόμα καλύτερα) σπειροειδούς οπλισμού.

- Ελάχιστη διάμετρος συνδετήρων:  $\varnothing_{w,min} = max(6mm, \varnothing_{L,max}/4)$
- Ελάχιστη διάμετρος ράβδων συγκολλητών πλεγμάτων:  $\varnothing_{min} = 5mm$
- Απόσταση μεταξύ συνδετήρων:  $s_{cl,max} = min(20\varnothing_{L,min}, b_c, 400mm)$
- Απαιτείται απόσταση  $0.6 \cdot s_{cl,max}$  στις ακόλουθες περιοχές:
  - Στα άκρα (κεφαλή, πόδας) σε μήκος  $h_c$

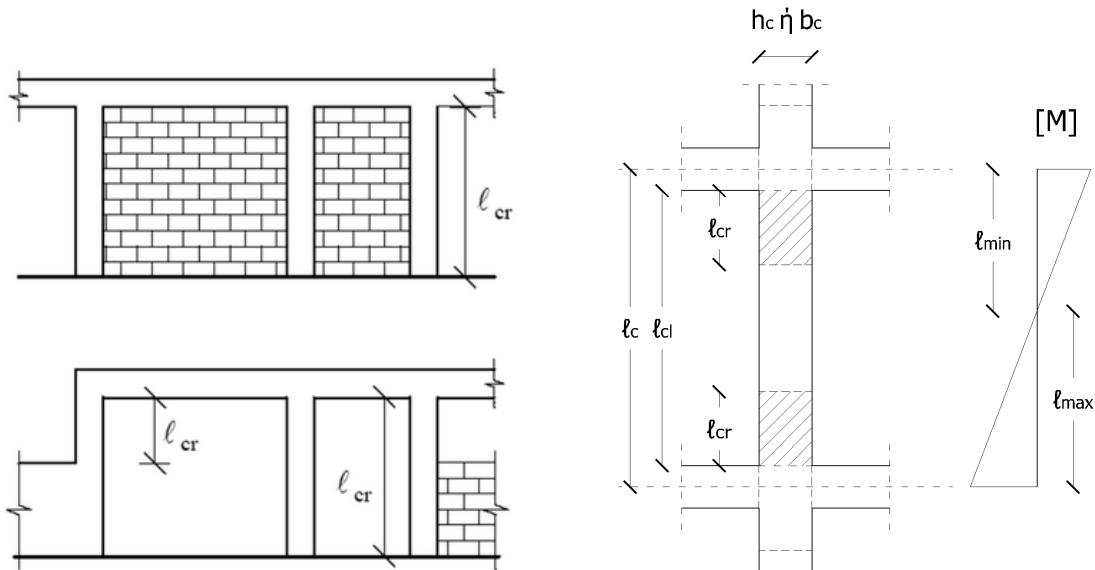
- Στο μήκος υπερκάλυψης εφόσον  $\varnothing_{L,max} \geq 14\text{mm}$ , όπου απαιτούνται τουλάχιστον 3 συνδετήρες
- Σε περιοχές εκτροπής των ράβδων με κλίση  $>(1:12)$  (π.χ. θέση μεταβολής της διατομής του υποστυλώματος), οι δυνάμεις εκτροπής πρέπει να λαμβάνονται υπόψη για τη διάταξη των συνδετήρων
- Ράβδοι σε γωνίες συγκρατούνται από εγκάρσιο οπλισμό
- Διαμήκεις ράβδοι της θλιβόμενης παρειάς δεν επιτρέπεται να απέχουν  $>150\text{mm}$  από συγκρατούμενη ράβδο
- Η απόσταση μεταξύ διαδοχικών διαμήκων ράβδων συγκρατούμενων με συνδετήρες δεν υπερβαίνει τα  $200\text{mm}$  για ΚΠΜ και  $150\text{mm}$  για ΚΠΥ

### 7.5.5 Κρίσιμες περιοχές υποστυλωμάτων με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας

Σε ένα υποστύλωμα ορίζονται ως κρίσιμες περιοχές  $l_{cr}$  (Σχήμα 7.33) οι εξής:

- Οι ακραίες περιοχές του υποστυλώματος πάνω και κάτω από τους κόμβους σε απόσταση από την παρειά του κόμβου η οποία ισούται με
  - Υποστυλώματα ΚΠΜ :  $l_{cr} = max(h_c, l_{cl}/6, 450\text{mm})$
  - Υποστυλώματα ΚΠΥ :  $l_{cr} = max(1.5h_c, l_{cl}/6, 600\text{mm})$
  - $l_{cr} = l_{cl}$  εφόσον  $l_c/h_c \leq 3$
- Όταν υπάρχει τοίχος από τη μία πλευρά υποστυλώματος, τότε όλο το ύψος του θεωρείται κρίσιμο. Το ίδιο ισχύει για τα γωνιακά υποστυλώματα, τα οποία έχουν τοίχο από τη μία πλευρά τους κατά x ή και κατά y. Όταν ένα υποστύλωμα έχει από τη μία ή και από τις δύο πλευρές του τοίχο, ο οποίος δεν εκτείνεται σε όλο το ύψος του ορόφου, το σύνολο του ύψους θεωρείται κρίσιμο.
- Όταν το υποστύλωμα συνδέεται με τοίχωμα σε μέρος του ύψους του τότε κρίσιμο θεωρείται το υπόλοιπο ύψος

Ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δίνεται στο να μη σχηματίζονται κοντά υποστυλώματα (είτε πραγματικά κοντά είτε λόγω της διακοπής των τοιχοπληρώσεων σε τμήμα του ύψους των ορόφων), τα οποία παρουσιάζουν έντονα προβλήματα σε διάτμηση, κυρίως στις σεισμικές διεγέρσεις όπου υπάρχει σημαντική πιθανότητα να αστοχήσουν με ιδιαίτερα ψαθυρό τρόπο («αστοχία εκρηκτικού τύπου»).



Σχήμα 7.33: Κρίσιμα ύψη υποστυλωμάτων

## 7.6 Συνοπτική διαδικασία διαστασιολόγησης υποστυλωμάτων

Με βάση ότι έχει αναφερθεί μέχρι στιγμής και με δεδομένο ότι στο πλαίσιο του μαθήματος «Κατασκευές Οπλισμένου Σκυροδέματος Ι» δεν εξετάζεται η περίπτωση σεισμικών δράσεων, η διαδικασία διαστασιολόγησης ενός υποστυλώματος Ο/Σ σε κάμψη μπορεί να συνοψιστεί στα παρακάτω βήματα.

1. Αναγνώριση του στατικού συστήματος και επίλυσή του
2. Λήψη απόφασης αν η κεφαλή και ο πόδας του υποστυλώματος (ήτοι οι θέσεις όπου οι ροπές παίρνουν τις μέγιστες τιμές τους) θα οπλιστούν με τον ίδιο οπλισμό. Σε συνήθη οικοδομικά τοποθετείται ο ίδιος οπλισμός, σε μεγαλύτερα έργα όμως είναι πιθανό να διαφέρει.
3. Υπολογισμός των ανηγμένων τιμών της ροπής (ή των ροπών στην περίπτωση διαξονικής κάμψης) σχεδιασμού  $\mu_d$  (ή  $\mu_x$  και  $\mu_y$  και κατ' επέκταση  $\mu_1$  και  $\mu_2$ ) και του αξονικού φορτίου  $v_d$
4. Έλεγχος ότι η απόλυτη τιμή της ανηγμένης τιμής του (θλιπτικού) αξονικού φορτίου  $|v_d| \leq 0.65$  ή  $|v_d| \leq 0.55$  για ΚΠΜ ή ΚΠΥ, αντίστοιχα. Αν όχι απαιτείται αλλαγή διατομής.
5. Υπολογισμός του απαιτούμενου οπλισμού με βάση το κατάλληλο διάγραμμα αλληλεπίδρασης
6. Σύγκριση του απαιτούμενου οπλισμού με τον ελάχιστο και μέγιστο επιτρεπόμενο που ορίζει ο ΕΚ.
7. Αν προκύψει  $A_{s,tot} \leq A_{s,min} = \rho_{min} \cdot A_c$  τότε τοποθετείται ο ελάχιστος οπλισμός

8. Αν προκύψει  $A_{s,tot} \geq A_{s,max} = \rho_{max} \cdot A_c$  τότε απαιτείται αλλαγή διατομής και επανάληψη της διαδικασίας.
9. Επιλογή ράβδων οπλισμού και έλεγχος των μεταξύ τους αποστάσεων ώστε η απόσταση μεταξύ διαδοχικών διαμήκων ράβδων συγκρατούμενων με συνδετήρες να μην υπερβαίνει τα 200mm για ΚΠΜ και 150mm για ΚΠΥ
10. Τοποθέτηση του οπλισμού στη διατομή και σχεδίαση ενδεικτικών σκαριφημάτων με τη θέση του

Ειδικά για την περίπτωση των υποστυλωμάτων η επιλογή και η τοποθέτηση των ράβδων οπλισμού καθώς και η σύγκριση με τον ελάχιστο απαιτούμενο οπλισμό, απαιτεί ιδιαίτερη προσοχή καθώς οι γωνιακές ράβδοι λειτουργούν ταυτόχρονα σε δύο παρειές. Παρουσιάζονται δύο ενδεικτικές περιπτώσεις επιλογής ράβδων, η πρώτη για την περίπτωση μονοαξονικής κάμψης (κύριος οπλισμός στις δύο παρειές) και η δεύτερη για αυτή της διαξονικής κάμψης (ισοκατανομή του οπλισμού).

### **Μονοαξονική κάμψη (κύριος οπλισμός στις δύο παρειές)**

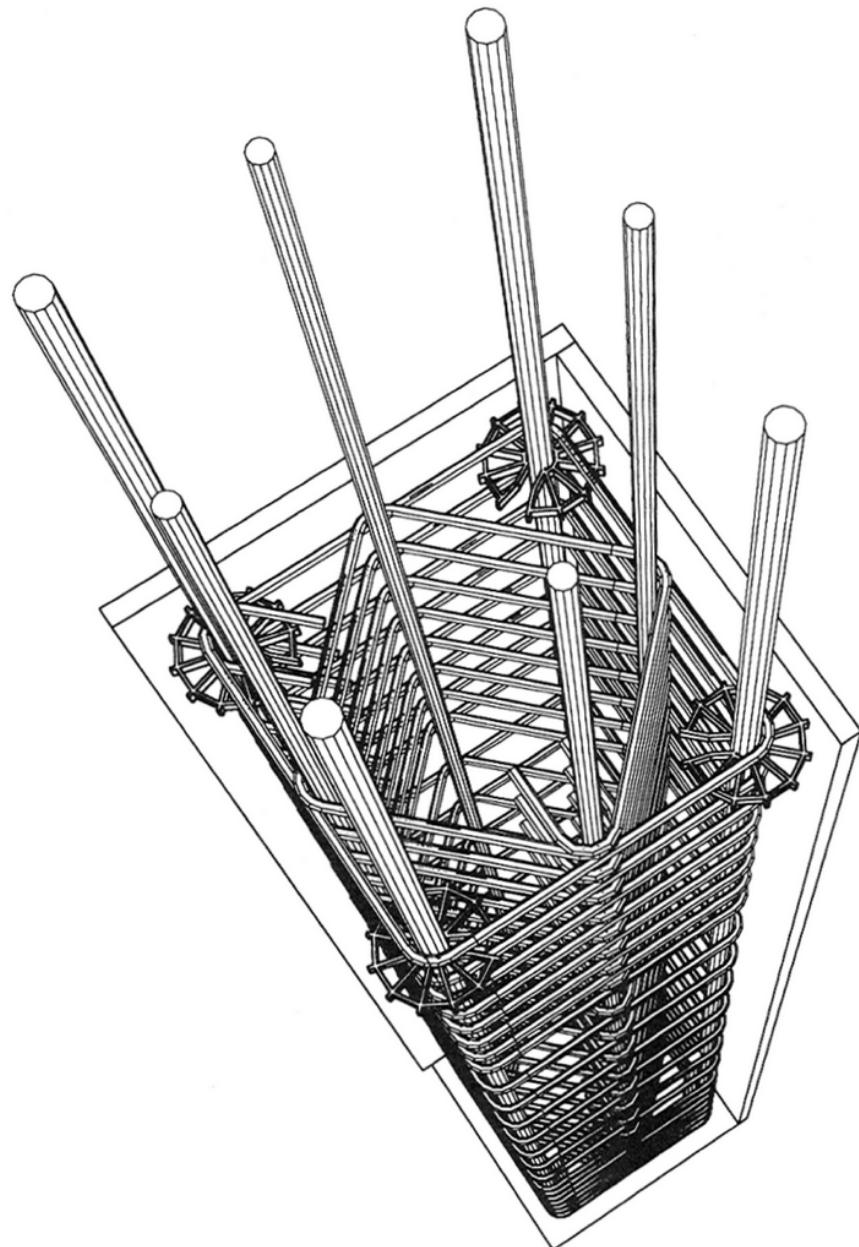
1. Υπολογισμός του  $A_{s,tot}$  από το κατάλληλο διάγραμμα αλληλεπίδρασης
2. Στην περίπτωση που  $A_{s,min} \leq A_{s,tot} \leq A_{s,max}$  τοποθετείται σε κάθε κύρια παρειά  $A_{s,tot}/2$  και στις πλευρικές παρειές τοποθετούνται ράβδοι μικρότερης διαμέτρου (μία ή δύο κλίμακες μικρότερες) έτσι ώστε η μεταξύ τους απόσταση να μην ξεπερνά τα 200mm για ΚΠΜ και 150mm για ΚΠΥ
3. Στην περίπτωση που  $A_{s,tot} \leq A_{s,min}$  τότε:
  - (α') Για τις δύο κύριες παρειές τοποθετείται οπλισμός βάσει της παλιότερης διάταξης του ΝΕΚΩΣ (1991 [11]), δηλαδή  $\rho_{min}^{\pi\alpha\rho} = 0.004$ , οπότε και  $A_{s,min}^{\pi\alpha\rho} = \rho_{min}^{\pi\alpha\rho} \cdot A_c$
  - (β') Στις πλευρικές παρειές τοποθετούνται ράβδοι μικρότερης διαμέτρου (μία ή δύο κλίμακες μικρότερες) έτσι ώστε η μεταξύ τους απόσταση να μην ξεπερνά τα 200mm για ΚΠΜ και 150mm για ΚΠΥ
  - (γ') Ελέγχεται ότι το συνολικό εμβαδόν οπλισμού που τοποθετήθηκε με τον τρόπο αυτόν να μην είναι λιγότερο από το ελάχιστο επιτρεπόμενο  $A_{s,min}$

### **Διαξονική κάμψη (ισοκατανομή του οπλισμού)**

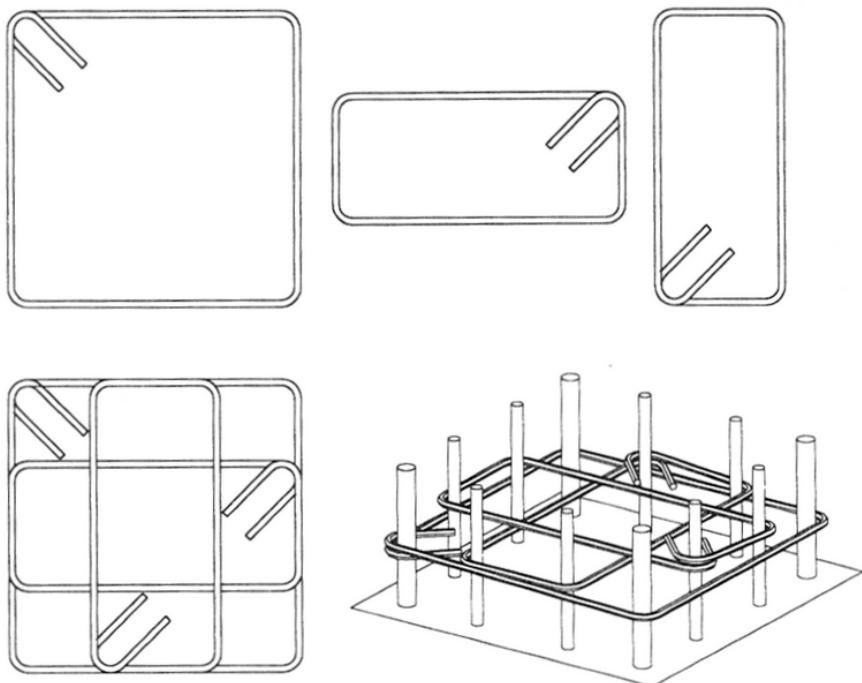
1. Υπολογισμός του  $A_{s,tot}$  από το κατάλληλο διάγραμμα αλληλεπίδρασης
2. Σύγκριση του  $A_{s,tot}$  με τα  $A_{s,min}$  και  $A_{s,max}$
3. Επιλογή ράβδων οπλισμού έτσι ώστε ο συνολικός αριθμός τους να είναι πολλαπλάσιο του 4 (καθώς ισοκατανέμονται στις 4 παρειές του υποστυλώματος)

4. Στην περίπτωση που επιλέγονται ράβδοι διαφορετικών διαμέτρων θα πρέπει και ο συνολικός αριθμός των ράβδων της κάθε διαμέτρου να είναι πολλαπλάσιο του 4. Για παράδειγμα είναι δυνατό να τοποθετηθούν  $4\varnothing 20+8\varnothing 18$  ή  $8\varnothing 16+8\varnothing 14$ , δεν είναι δυνατό όμως να τοποθετηθούν  $6\varnothing 20+6\varnothing 16$  γιατί δε θα μπορούσε να γίνει ομοιόμορφη κατανομή τους στις 4 παρειές
5. Έλεγχος ώστε η απόσταση μεταξύ των ράβδων να μην ξεπερνά τα 200mm για ΚΠΜ και 150mm για ΚΠΥ

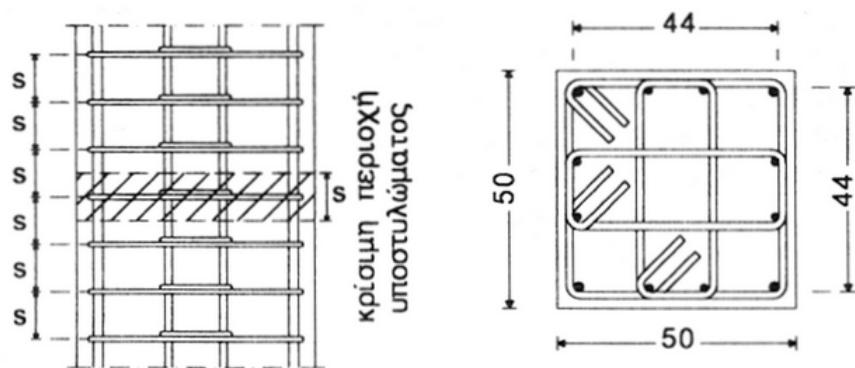
## 7.7 Τυπικές εικόνες όπλισης υποστυλωμάτων Ο/Σ



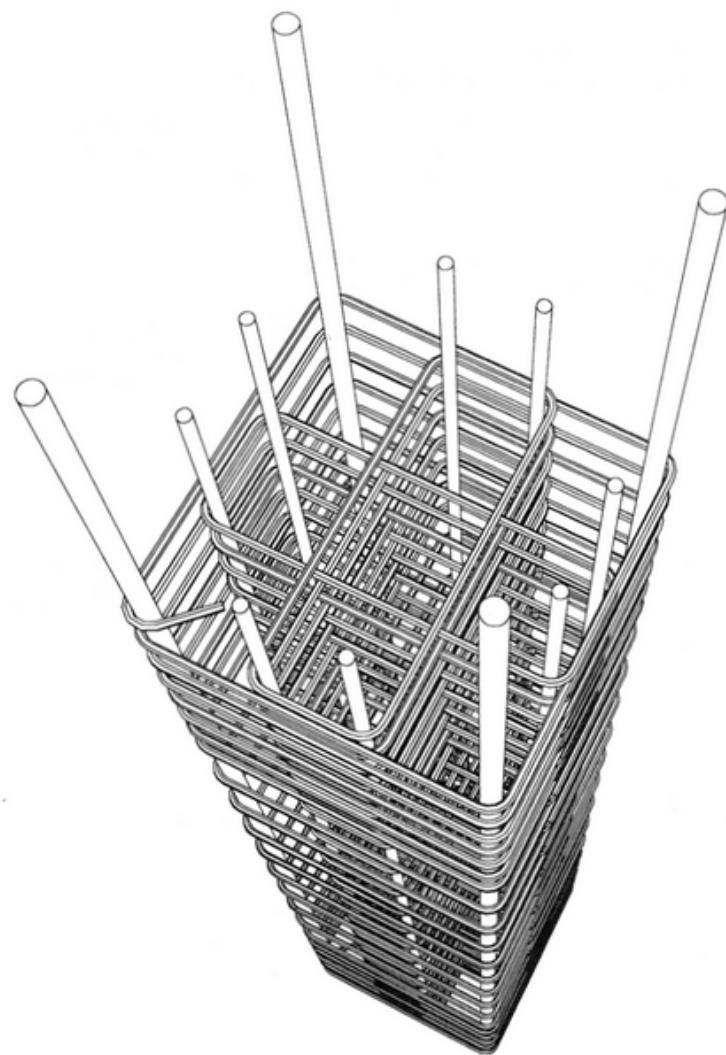
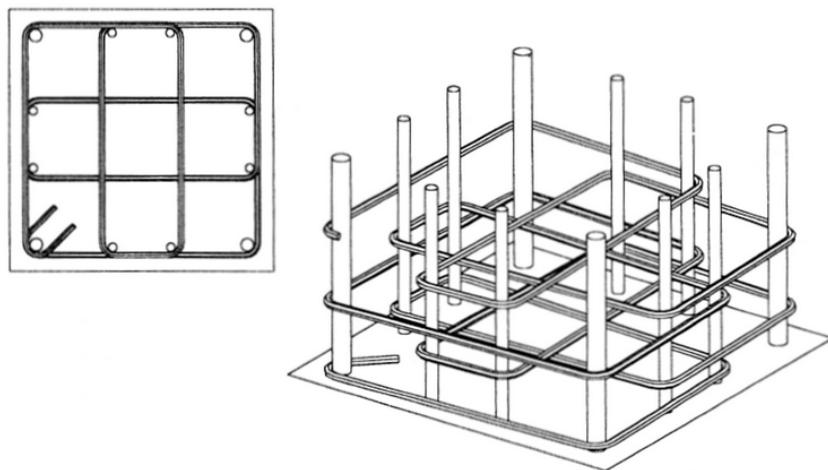
**Σχήμα 7.34:** Τυπική όπλιση τετραγωνικού υποστυλώματος (Κωνσταντινίδης, 1996 [12])



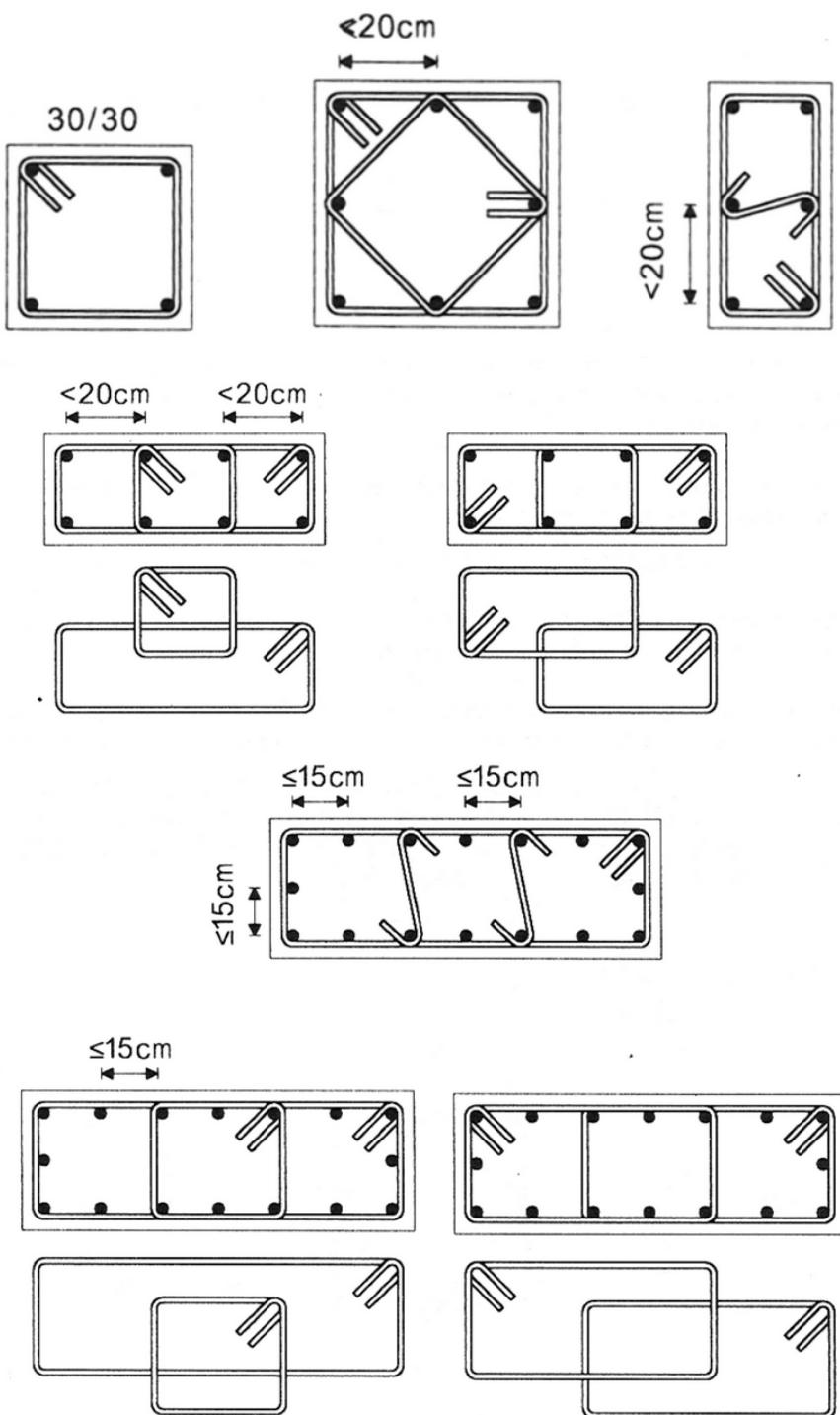
**Σχήμα 7.35:** Μεμονωμένοι συνδετήρες υποστυλωμάτων (Κωνσταντινίδης, 1996 [12])



**Σχήμα 7.36:** Εγκάρσιος οπλισμός στην κρίσιμη περιοχή υποστυλώματος (Κωνσταντινίδης, 1996 [12])



**Σχήμα 7.37:** Συνδετήρες υποστυλωμάτων μορφής κλωβού, "θώρακες" (Κωνσταντινίδης, 1996 [12])



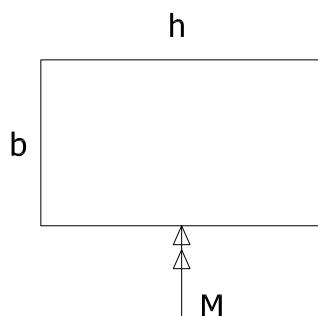
**Σχήμα 7.38:** Παραδείγματα τοποθέτησης συνδετήρων σε διατομές υποστυλωμάτων (Κωνσταντινίδης, 1996 [12])

## 7.8 Ασκήσεις - Παραδείγματα

### 7.8.1 Παράδειγμα 1 - Μονοαξονική κάμψη ορθογωνικού στύλου

#### 7.8.1.1 Εκφώνηση

Δίνεται το ορθογωνικό υποστύλωμα του σχήματος, με διαστάσεις  $b/h$  που καταπονείται από ροπή  $M_d$  και αξονικό φορτίο  $N_d$ . Να υπολογιστεί ο απαιτούμενος οπλισμός και να συγκριθεί με τα επιτρεπόμενα όρια του Ευρωκώδικα.



**Σχήμα 7.39:** Παράδειγμα 1 - Διαστάσεις υποστυλώματος

#### Δεδομένα

- Διαστάσεις  $b/h$ : 40/65 (cm)
- Υλικά C20, B500C
- Επικάλυψη:  $d_1 = 65$  mm
- Εντατικά μεγέθη:  $M_d = 610$  kNm και  $N_d = -600$  kN
- Μέση κατηγορία πλαστιμότητας (ΚΠΜ)

#### 7.8.1.2 Λύση

##### Υλικά

Για τα υλικά της εκφώνησης οι τιμές σχεδιασμού των αντοχών είναι:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{20 \text{ MPa}}{1.5} = 11.33 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500 \text{ MPa}}{1.15} = 434.78 \text{ MPa}$$

## Ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά οπλισμού

$$\rho_{min} = 1\% \Rightarrow A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b \cdot h = 0.01 \cdot 40\text{cm} \cdot 65\text{cm} = 26.00\text{cm}^2$$

$$\rho_{max} = 4\% \Rightarrow A_{s,max} = \rho_{max} \cdot b \cdot h = 0.04 \cdot 40\text{cm} \cdot 65\text{cm} = 104.00\text{cm}^2$$

Βοηθητικά, υπολογίζεται και η σχέση του ΝΕΚΩΣ [11], σύμφωνα με την οποία

$$\rho_{min}^{\pi\alpha\rho} = 4\% \Rightarrow A_{s,min}^{\pi\alpha\rho} = \rho_{min}^{\pi\alpha\rho} \cdot b \cdot h = 0.004 \cdot 40\text{cm} \cdot 65\text{cm} = 10.40\text{cm}^2$$

## Ελάχιστος αριθμός ράβδων ανά παρειά

Για ΚΠΜ η μέγιστη απόσταση μεταξύ ράβδων που συγκρατούνται από συνδετήρες είναι 20cm. Έτσι, ο ελάχιστος αριθμός διαστημάτων μεταξύ ράβδων (και κατά συνέπεια ο ελάχιστος αριθμός ράβδων) υπολογίζεται ως εξής:

- Πλευρά b:  $\frac{b - 2 \cdot d_1}{20} = \frac{40 - 2 \cdot 6.5}{20} = 1.35 \Rightarrow 2 \text{ διαστήματα} \Rightarrow 3 \text{ ράβδοι}$
- Πλευρά h:  $\frac{h - 2 \cdot d_1}{20} = \frac{65 - 2 \cdot 6.5}{20} = 2.60 \Rightarrow 3 \text{ διαστήματα} \Rightarrow 4 \text{ ράβδοι}$

## Υπολογισμός απαιτούμενου οπλισμού

Για τη διεύθυνση της ροπής που φαίνεται στο σχήμα της εκφώνησης καταπονείται η μεγάλη πλευρά του υποστυλώματος, άρα αυτή υψώνεται στο τετράγωνο στη σχέση του  $\mu_d$

$$\mu_d = \frac{M_d}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{610kNm}{0.40m \cdot (0.65m)^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 kN/m^2} = 0.318$$

$$\nu_d = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{-600kN}{0.40m \cdot 0.65m \cdot 11.33 \cdot 10^3 kN/m^2} = -0.204$$

Για συμμετρικά οπλισμένη ορθογωνική διατομή με λόγο  $d_1/h = 6.5cm/65cm = 0.10$ , ο απαιτούμενος οπλισμός προκύπτει από το σχήμα 7.8 και στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι  $\omega = 0.60$ . Άρα

$$A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.60 \cdot 40\text{cm} \cdot 65\text{cm} \cdot \frac{11.33MPa}{434.78MPa} = 40.66\text{cm}^2$$

και

$$A_s^{\pi\alpha\rho} = A_s/2 = 20.33\text{cm}^2$$

Προκύπτει ότι:

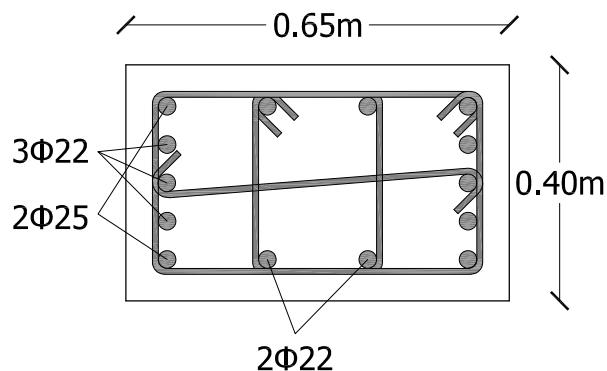
$$A_{s,min} < A_s < A_{s,max} \text{ και } A_{s,min}^{\pi\alpha\rho} < A_s^{\pi\alpha\rho}$$

### Επιλογή ράβδων οπλισμού

Για τη διεύθυνση της ροπής του παραδείγματος ο κύριος οπλισμός τοποθετείται στις δύο μικρές παρειές. Όπως υπολογίστηκε παραπάνω, ο ελάχιστος επιτρεπόμενος αριθμός ράβδων σε αυτές είναι 3. Τοποθετούνται  $2\varnothing 25 + 3\varnothing 22$  ( $9.82 + 11.40 = 21.22 \text{ cm}^2$ ). Οι ράβδοι με τη μεγαλύτερη διάμετρο είναι προτιμότερο να τοποθετούνται στις γωνίες.

Με δεδομένο ότι δεν επιτρέπεται να τοποθετηθούν περισσότερες από 2 διαφορετικές διαμέτρους σε μια διατομή και ότι στις μεγάλες πλευρές θα πρέπει να υπάρχουν, όπως υπολογίστηκε παραπάνω, 4 ράβδοι, τοποθετούνται από 2 επιπλέον  $\varnothing 22$  σε καθεμία από αυτές.

Η τοποθέτηση του οπλισμού φαίνεται στο σχήμα 7.40.



**Σχήμα 7.40:** Παράδειγμα 1 - Τοποθέτηση οπλισμού

### 7.8.2 Παράδειγμα 2 - Διαξονική κάμψη ορθογωνικού στύλου

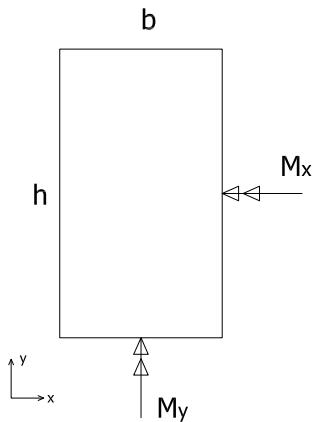
#### 7.8.2.1 Εκφώνηση

Δίνεται το ορθογωνικό υποστύλωμα του σχήματος, με διαστάσεις  $b/h$  που καταπονείται από τις ροπές  $M_x, M_y$  και αξονικό φορτίο  $N$ . Να υπολογιστεί ο απαιτούμενος οπλισμός και να συγκριθεί με τα επιτρεπόμενα όρια του Ευρωκώδικα. Η οπλιση του υποστυλώματος να γίνει 2 φορές για τις εξής περιπτώσεις

1. Οπλισμός συγκεντρωμένος στις 4 γωνίες
2. Οπλισμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στις 4 παρειές

#### Δεδομένα

- Διαστάσεις:  $b/h, 45/80$  (cm)
- Υλικά C20, B500C



**Σχήμα 7.41: Παράδειγμα 2 - Διαστάσεις υποστυλώματος**

- Επικάλυψη:  $d_1 = 5\text{cm}$
- Εντατικά μεγέθη:  $M_x = 600\text{kNm}$ ,  $M_y = 400\text{kNm}$  και  $N = -500\text{kN}$
- Μέση κατηγορία πλαστιμότητας (ΚΠΜ)

### 7.8.2.2 Λύση

#### Υλικά

Για τα υλικά της εκφώνησης οι τιμές σχεδιασμού των αντοχών είναι:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{20\text{MPa}}{1.5} = 11.33\text{MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500\text{MPa}}{1.15} = 434.78\text{MPa}$$

#### Ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά οπλισμού

$$\rho_{min} = 1\% \Rightarrow A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b \cdot h = 0.01 \cdot 45\text{cm} \cdot 80\text{cm} = 36.00\text{cm}^2$$

$$\rho_{max} = 4\% \Rightarrow A_{s,max} = \rho_{max} \cdot b \cdot h = 0.04 \cdot 45\text{cm} \cdot 80\text{cm} = 144.00\text{cm}^2$$

Βοηθητικά, υπολογίζεται και η σχέση του ΝΕΚΩΣ [11], σύμφωνα με την οποία

$$\rho_{min}^{\pi\alpha\rho} = 4\% \Rightarrow A_{s,min}^{\pi\alpha\rho} = \rho_{min}^{\pi\alpha\rho} \cdot b \cdot h = 0.004 \cdot 45\text{cm} \cdot 80\text{cm} = 14.40\text{cm}^2$$

#### Ελάχιστος αριθμός ράβδων ανά παρειά

Για ΚΠΜ η μέγιστη απόσταση μεταξύ ράβδων που συγκρατούνται από συνδετήρες είναι 20cm. Έτσι, ο ελάχιστος αριθμός διαστημάτων μεταξύ ράβδων (και κατά συ-

νέπεια ο ελάχιστος αριθμός ράβδων) υπολογίζεται ως εξής:

- Πλευρά b:  $\frac{b - 2 \cdot d_1}{20} = \frac{45 - 2 \cdot 5}{20} = 1.75 \Rightarrow 2 \text{ διαστήματα} \Rightarrow 3 \text{ ράβδοι}$
- Πλευρά h:  $\frac{h - 2 \cdot d_1}{20} = \frac{80 - 2 \cdot 5}{20} = 3.50 \Rightarrow 4 \text{ διαστήματα} \Rightarrow 5 \text{ ράβδοι}$

### Υπολογισμός ανηγμένων εντατικών μεγεθών

Στον υπολογισμό των ανηγμένων ροπών δίνεται προσοχή στη διεύθυνση που καταπονεί η κάθε ροπή ώστε να υψωθεί στο τετράγωνο η αντίστοιχη διάσταση. Η μεγαλύτερη από τις 2 ανηγμένες τιμές αντιστοιχεί στη  $\mu_1$  και η μικρότερη στη  $\mu_2$

$$\mu_x = \frac{M_x}{b \cdot h^2 \cdot f_{cd}} = \frac{500kNm}{0.45m \cdot (0.80m)^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 kN/m^2} = 0.153 = \mu_2$$

$$\mu_y = \frac{M_y}{h \cdot b^2 \cdot f_{cd}} = \frac{400kNm}{0.80m \cdot (0.45m)^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 kN/m^2} = 0.218 = \mu_1$$

$$\nu = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_{cd}} = \frac{-450kN}{0.45m \cdot 0.80m \cdot 11.33 \cdot 10^3 kN/m^2} = -0.110$$

Σύμφωνα με τα διαγράμματα αλληλεπίδρασης της §7.4.2, για την περίπτωση του παραδείγματος ισχύει:

$$\frac{h_1}{h} = \frac{5}{80} = 0.0625 \text{ και } \frac{b_1}{b} = \frac{5}{45} = 0.111$$

Είναι προφανές ότι είναι αδύνατο να υπάρχουν διαγράμματα αλληλεπίδρασης για όλους τους συνδυασμούς  $\frac{h_1}{h}$  και  $\frac{b_1}{b}$ . Στη συγκεκριμένη περίπτωση επιλέγεται να χρησιμοποιηθούν τα διαγράμματα για λόγους  $\frac{h_1}{h} = \frac{b_1}{b} = 0.10$ .

### 1. Οπλισμός συγκεντρωμένος στις 4 γωνίες

Βάσει των παραπάνω, ο οπλισμός υπολογίζεται από το διάγραμμα αλληλεπίδρασης του σχήματος 7.23 (σε μεγέθυνση στο σχ. 7.24).

Για  $\nu = -0.10$  προκύπτει:  $\omega = 0.70$

Για  $\nu = -0.20$  προκύπτει:  $\omega = 0.66$

Οπότε, για  $\nu = -0.110$  προκύπτει με γραμμική παρεμβολή:  $\omega = 0.696$

$$A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.696 \cdot 45cm \cdot 80cm \cdot \frac{11.33MPa}{434.78MPa} = 65.30cm^2$$

καλ

$$A_s^{\gamma\omega\nu} = A_s/4 = 16.33 \text{cm}^2$$

Προκύπτει ότι:

$$A_{s,min} < A_s < A_{s,max}$$

Τοποθετούνται σε κάθε γωνία  $1\varnothing 22 + 4\varnothing 20(3.80 + 12.57 = 16.37 \text{cm}^2)$ . Οι ράβδοι με τη μεγαλύτερη διάμετρο είναι προτιμότερο να τοποθετούνται στις γωνίες.

Με δεδομένο ότι δεν επιτρέπεται να τοποθετηθούν περισσότερες από 2 διαφορετικές διαμέτρους σε μια διατομή και ότι στις μεγάλες πλευρές θα πρέπει να υπάρχουν, όπως υπολογίστηκε παραπάνω, τουλάχιστον 5 ράβδοι που συγκρατούνται από συνδετήρες, ενώ στις μικρές τουλάχιστον 3, τοποθετούνται επιπλέον  $\varnothing 20$ , σύμφωνα με το σχήμα 7.42 (αριστερά).

Με τον τρόπο αυτό τοποθετήθηκαν τελικά στη διατομή  $4\varnothing 22 + 4 \cdot 4 \cdot \varnothing 20 + 8\varnothing 20(4 \cdot 3.80 + 24 \cdot 3.14 = 90.56 \text{cm}^2)$ , μέσα στα επιτρεπόμενα όρια που θέτει ο κανονισμός.

## 2. Οπλισμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στις 4 παρειές

Ομοίως με την προηγούμενη περίπτωση, ο οπλισμός υπολογίζεται από το διάγραμμα αλληλεπίδρασης του σχήματος 7.29 (σε μεγέθυνση στο σχ. 7.30).

Για  $\nu = -0.10$  προκύπτει:  $\omega = 0.84$

Για  $\nu = -0.20$  προκύπτει:  $\omega = 0.80$

Οπότε, για  $\nu = -0.110$  προκύπτει με γραμμική παρεμβολή:  $\omega = 0.836$

$$A_s = \omega \cdot b \cdot h \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.836 \cdot 45cm \cdot 80cm \cdot \frac{11.33MPa}{434.78MPa} = 78.44cm^2$$

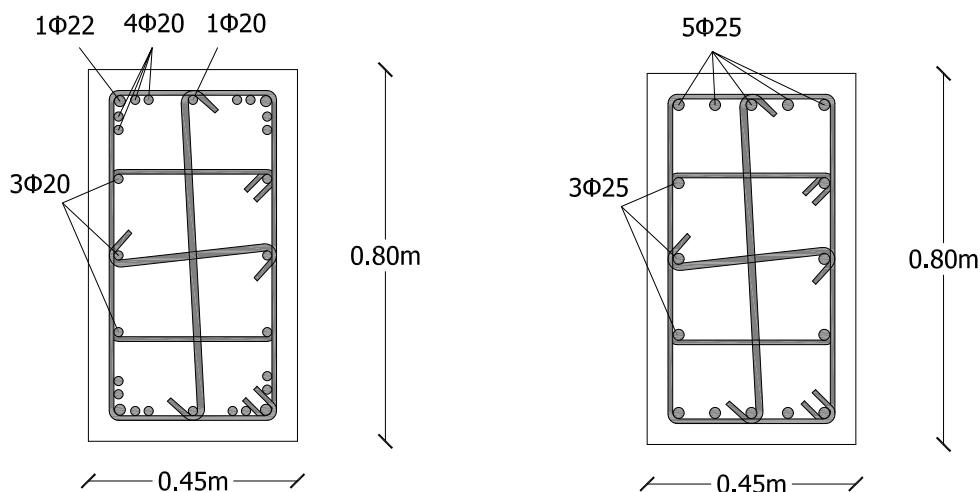
Για ομοιόμορφα κατανεμημένο οπλισμό στις 4 παρειές του υποστυλώματος είναι προφανές ότι ο συνολικός αριθμός των ράβδων που θα τοποθετηθούν θα είναι πολλαπλάσιο του 4. Επιπλέον, με δεδομένο ότι οι μεγάλες παρειές (διάστασης 80cm) πρέπει να έχουν τουλάχιστον 5 ράβδους, προκύπτει ότι ο ελάχιστος αριθμός των συνολικών ράβδων θα είναι 16 (16, 20, 24, 28 κ.ο.κ.).

Μια κατάλληλη λύση είναι να τοποθετηθούν 16Φ25( $78.54cm^2$ )

Προκύπτει ότι:

$$A_{s,min} < A_s < A_{s,max}$$

Η οπλιση γίνεται σύμφωνα με το σχήμα 7.42 (δεξιά).



**Σχήμα 7.42:** Παράδειγμα 2 - Οπλισμός ομοιόμορφα κατανεμημένος στις 4 γωνίες (αριστερά) ή στις 4 παρειές (δεξιά)



## Διαστασιολόγηση πλακών

---

### 8.1 Γενικά

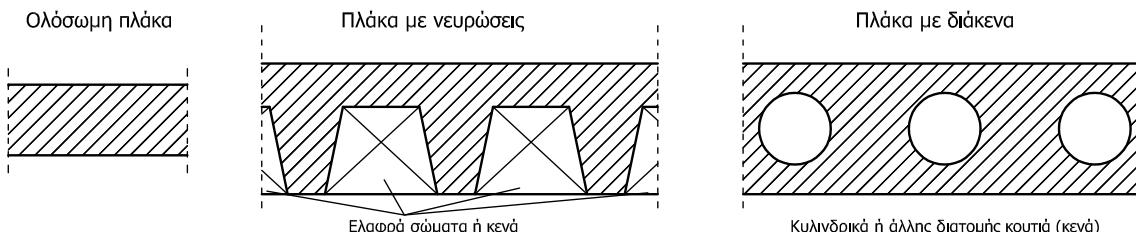
Με τον όρο «πλάκες» αναφερόμαστε συνήθως σε επίπεδους φορείς σχετικά λεπτού πάχους που φορτίζονται κυρίως κάθετα στο επίπεδό τους και στηρίζονται γραμμικά (π.χ. σε δοκούς) ή σημειακά (π.χ. απευθείας σε υποστυλώματα). Στα συνήθη οικοδομικά έργα οι πλάκες συναντώνται στις στάθμες των ορόφων στην ανωδομή και είναι δυνατό να αποτελούν και στοιχεία της θεμελίωσης (κοιτοστρώσεις).

Στην απλούστερη περίπτωση στηρίζονται σε ένα (πρόβολοι) ή δύο απέναντι, παράλληλα μεταξύ τους, ευθύγραμμα όρια (δοκοί, τοιχεία κτλ) οπότε εμφανίζουν επιπόνηση (άρα και παραμόρφωση) που με πολύ καλή προσέγγιση μπορεί να θεωρηθεί ως μονοαξονική. Υπάρχει βέβαια και η περίπτωση να στηρίζονται σε δύο ή περισσότερα διαδοχικά ευθύγραμμα όρια (δοκοί, τοιχεία κτλ) ή σημειακά, οπότε η εντατική κατάσταση και η παραμόρφωσή τους είναι διαξονικές.

### 8.2 Είδη πλακών

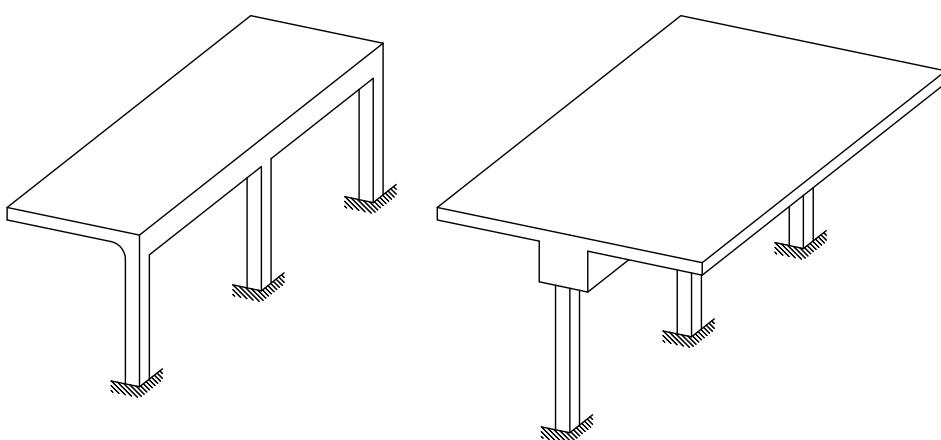
Οι πλάκες παρουσιάζουν μια μεγάλη ποικιλία μορφών και τύπων στις κατασκευές από οπλισμένο σκυρόδεμα. Η κατάταξή τους μπορεί να γίνει με διάφορα κριτήρια ως εξής:

- Μορφή διατομής (σχήμα 8.1)
  - Πλάκες ολόσωμες (η συνηθέστερη περίπτωση)
  - Πλάκες με νευρώσεις (πλάκες Τσέλνερ)
  - Πλάκες με διάκενα (για μείωση του ιδίου βάρους)
- Σχήμα σε κάτοψη: Ορθογωνικές, παραλληλόγραμμες, τριγωνικές, κυκλικές, δακτυλιοειδείς, πολυγωνικές, ανώμαλου σχήματος



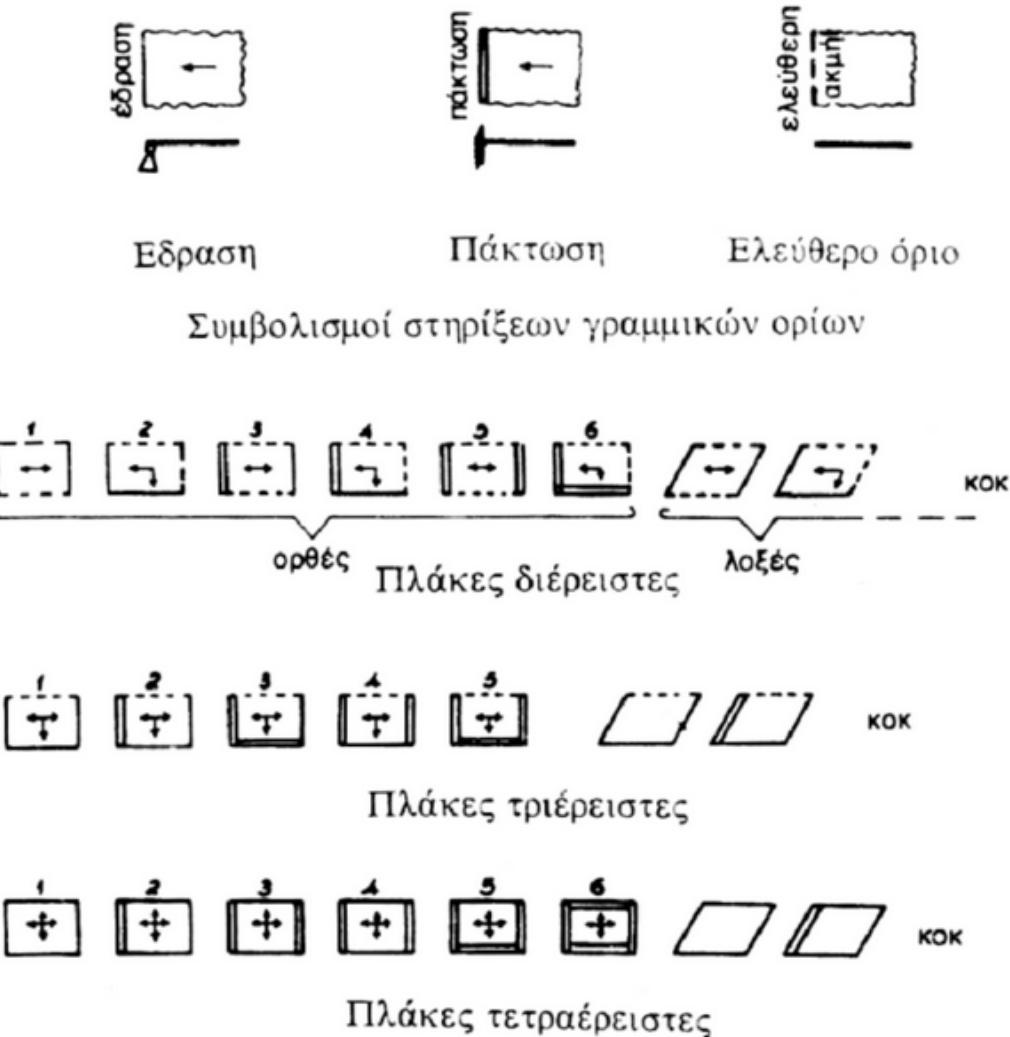
Σχήμα 8.1: Τυπικές μορφές διατομών πλακών

- Κλίση του επιπέδου της πλάκας: (οριζόντιες, κεκλιμένες, πτυχωτές, κατακόρυφες)
- Τρόπος κατασκευής: Χυτές επί τόπου, προκατασκευασμένες
- Τύπος όπλισης: Άοπλες, οπλισμένες, προεντεταμένες
- Στατική λειτουργία (σχήματα 8.2, 8.3 και 8.4): Πρόβολοι, αμφιέρειστες, διέρειστες, τριέρειστες, τετραέρειστες, μεμονωμένες, συνεχείς
- Διάταξη όπλισης (Σχήμα 8.4)
  - Οπλισμένες κυρίως κατά τη μία διεύθυνση (απλά οπλισμένες, για παράδειγμα στους προβόλους και τις αμφιέρειστες πλάκες)
  - Οπλισμένες κατά δύο διευθύνσεις (σταυροειδώς οπλισμένες, για παράδειγμα σε τριέρειστες και τετραέρειστες πλάκες)
- Μυκητοειδείς πλάκες: Στηρίζονται απευθείας στα υποστυλώματα, χωρίς την ύπαρξη δοκών (απαιτείται έλεγχος σε διάτρηση)



Σχήμα 8.2: Μονοέρειστες πλάκες (πρόβολοι)

Στο σχήμα 8.3 παρουσιάζονται οι κυριότεροι χαρακτηρισμοί των συνήθων πλακών όσον αφορά τη στατική λειτουργία τους. Οι μεμονωμένες (όχι συνεχείς) διέρειστες πλάκες που στηρίζονται σε δύο παράλληλες μεταξύ τους στηρίξεις συχνά ονομάζονται και αμφιέρειστες καθώς η στατική τους λειτουργία είναι παρόμοια με αυτή της αμφιέρειστης δοκού.



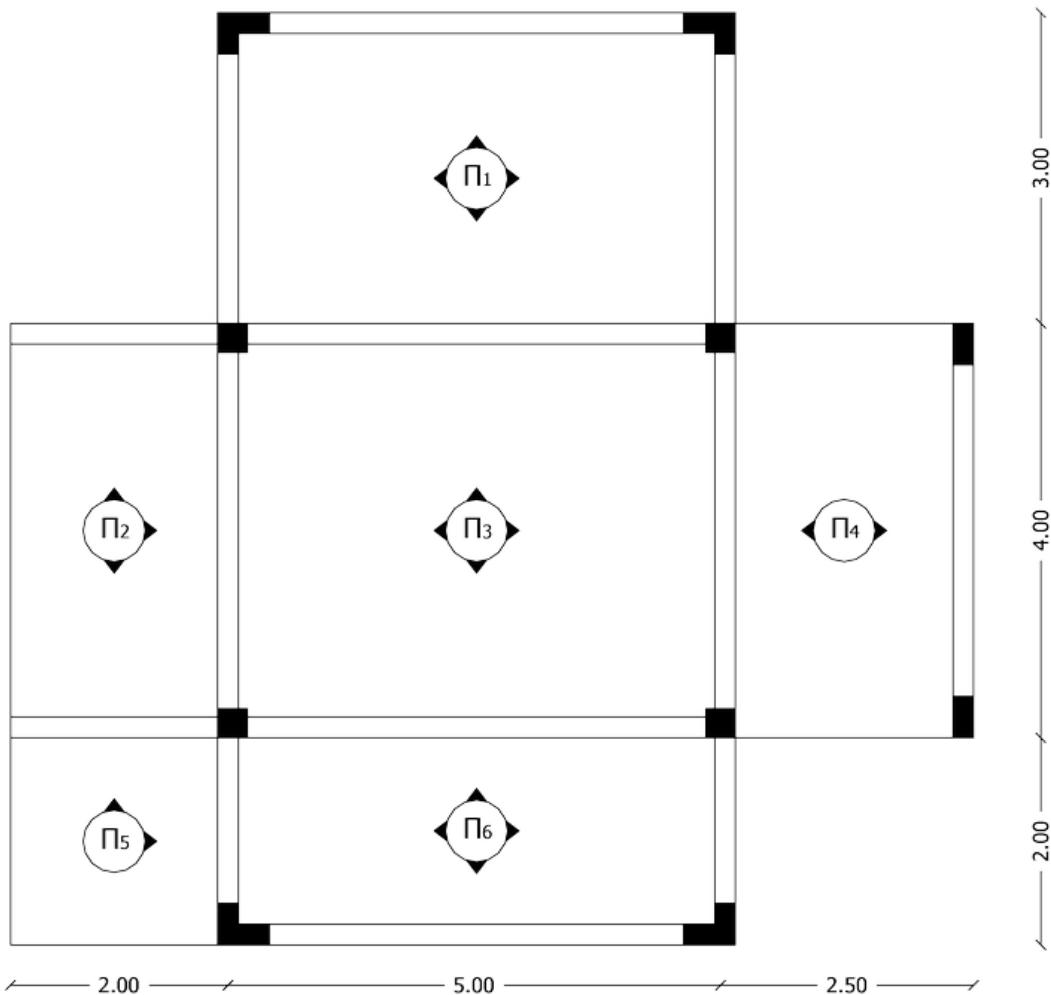
**Σχήμα 8.3:** Κυριότεροι χαρακτηρισμοί συνήθων πλακών (Πενέλης και συν. 1995 [7])

Στο σχήμα 8.4 τα βελάκια συμβολίζουν τις στηρίξεις των πλακών και κατ' επέκταση δίνουν πληροφορίες και για τη διάταξη της όπλισης. Για τις πλάκες του σχήματος μπορούμε να διακρίνουμε τα εξής (ο τρόπος όπλισης θα αναλυθεί με περισσότερη λεπτομέρεια στα επόμενα υποκεφάλαια):

- Πλάκα Π1 τετραέρειστη, σταυροειδώς οπλισμένη
- Πλάκα Π2 τριέρειστη, σταυροειδώς οπλισμένη
- Πλάκα Π3 τετραέρειστη, σταυροειδώς οπλισμένη
- Πλάκα Π4 διέρειστη, απλά οπλισμένη (σε μία κύρια διεύθυνση)
- Πλάκα Π5 διέρειστη, σταυροειδώς οπλισμένη (πρόβολος σε δύο διευθύνσεις)
- Πλάκα Π6 τετραέρειστη, απλά οπλισμένη

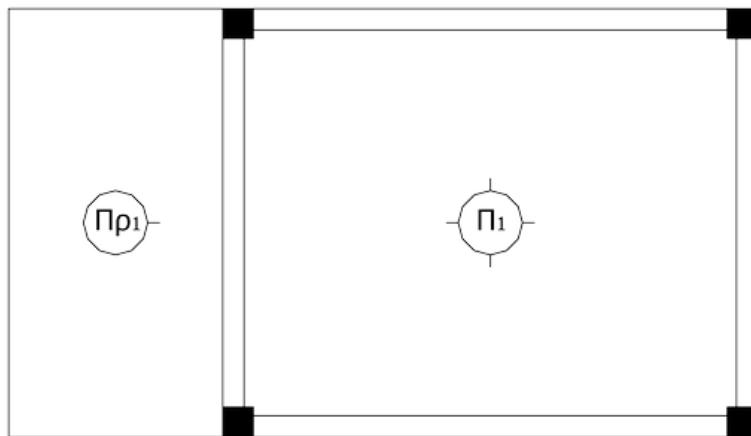
Για την ακρίβεια η πλάκα Π6 στηρίζεται σε 4 δοκούς, όπως όμως θα δούμε στη συνέχεια η αναλογία των διαστάσεών της είναι τέτοια ώστε ο κύριος οπλισμός της να

τοποθετείται μόνο στη μία διεύθυνση.



**Σχήμα 8.4:** Διέρειστες, τριέρειστες και τετραέρειστες πλάκες οπλισμένες σε μία ή σε δύο διευθύνσεις

Στην περίπτωση των προβόλων (σχήμα 8.5) είναι προφανές ότι ο κύριος οπλισμός τοποθετείται στη διεύθυνση η οποία είναι κάθετη στην στήριξή του. Συχνά τα βελάκια του σχήματος 8.4 εμφανίζονται και ως απλές γραμμές (σχήμα 8.5).



**Σχήμα 8.5:** Εναλλακτικός τρόπος συμβολισμού των στηρίξεων

### 8.3 Φορτίσεις πλακών

Τα φορτία τα οποία καταπονούν τις πλάκες από Ο/Σ είναι κυρίως τα μόνιμα (G) και μεταβλητά (Q) φορτία τα οποία είναι εν γένει ομοιόμορφα κατανεμημένα πάνω σε αυτές. Η ουσιαστική διαφορά τους σε σχέση με τα γραμμικά κατανεμημένα φορτία που καταπονούν τις δοκούς (και τα υποστυλώματα) είναι ότι τα φορτία αυτά είναι κατανεμημένα στην επιφάνεια των πλακών, είναι δηλαδή επιφανειακά φορτία (σε  $kN/m^2$ ). Τα κυριότερα από τα φορτία αυτά είναι τα εξής:

- **Μόνιμα φορία:** Ίδιο βάρος, επικαλύψεις δαπέδων και άλλες επιστρώσεις, υγρά με σταθερή στάθμη, ωθήσεις γαιών κ.α.
- **Μεταβλητά:** Ωφέλιμα φορτία, χιόνι, άνεμος κ.α. Ως μεταβλητά μπορούν να θεωρηθούν και οι θερμοκρασιακές μεταβολές που προκαλούν στις πλάκες ένταση λόγω καταναγκασμών.

Είναι δυνατό πάνω στις πλάκες να εφαρμόζονται και συγκεντρωμένα (σημειακά) φορτία όπως από φυτευτά υποστυλώματα (κάτι που πρέπει βέβαια να αποφεύγεται) ή για παράδειγμα από το βάρος μεγάλων μηχανών. Στην πραγματικότητα τα φορτία αυτά είναι κατανεμημένα σε μια μικρή επιφάνεια οπότε ουσιαστικά λειτουργούν ως συγκεντρωμένα.

Αντίστοιχα, υπάρχει και η περίπτωση να εμφανίζονται γραμμικές φορτίσεις σε τμήματα των πλακών, όπως για παράδειγμα από την ύπαρξη τοιχοποιιών πλήρωσης οι οποίες δε βρίσκονται πάνω από τις θέσεις των δοκών αλλά εφαρμόζονται πάνω στις πλάκες.

Η οριζόντια συνιστώσα της σεισμικής δράσης δε δημιουργεί μεγάλη ένταση στις πλάκες λόγω της διαφραγματικής λειτουργίας τους (λειτουργία στερεού δίσκου), όπως θα αναλυθεί σε μεγαλύτερο βάθος σε άλλα μαθήματα (Αντισεισμικός Σχεδιασμός, Δυναμική των Κατασκευών κ.α.). Η κατακόρυφη συνιστώσα όμως είναι δυνατό να δημιουργήσει υψηλές εντάσεις, ιδιαίτερα όταν υπάρχουν συγκεντρωμένες

ή γραμμικές φορτίσεις πάνω στις πλάκες.

## 8.4 Απλά οπλισμένες πλάκες (κύριος οπλισμός σε μια διεύθυνση)

Μια πολύ συχνή περίπτωση πλακών είναι αυτές στις οποίες η εντατική και παραμορφωσιακή τους κατάσταση είναι τέτοια ώστε να απαιτείται κύριος οπλισμός μόνο στη μία διεύθυνση, ενώ στην κάθετη σε αυτή διεύθυνση να απαιτείται μόνο δευτερεύων οπλισμός (διανομής). Τέτοιες περιπτώσεις πλακών είναι οι εξής:

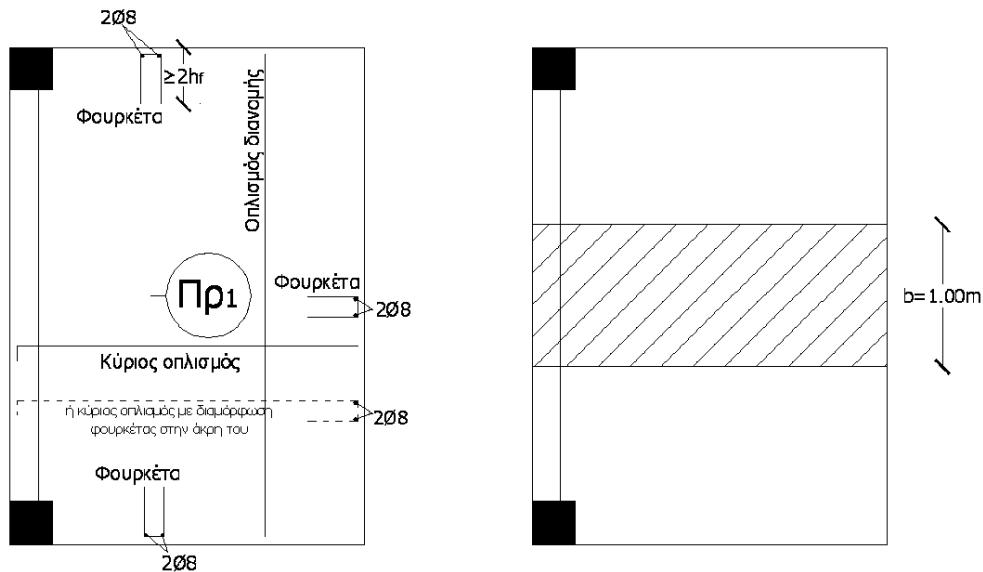
- Πλάκες πρόβολοι. Είναι η απλούστερη περίπτωση πλακών στις οποίες ο κύριος οπλισμός τοποθετείται κάθετα στη διεύθυνση της στήριξής τους
- Διέρειστες πλάκες με δύο παράλληλες μεταξύ τους στηρίξεις. Ο κύριος οπλισμός τοποθετείται κάθετα στη διεύθυνση των στηρίξεων.
- Τετραέρειστες πλάκες στις οποίες ο λόγος των πλευρών τους είναι  $l_{max}/l_{min} \geq 2$ . Οι τετραέρειστες πλάκες, όπως θα δούμε στη συνέχεια, οπλίζονται με κύριο οπλισμό σταυροειδώς, δηλαδή σε δύο διευθύνσεις. Ειδικά όμως στην περίπτωση που ο λόγος των πλευρών τους είναι μεγαλύτερος του 2, τότε η εντατική και παραμορφωσιακή τους κατάσταση πλησιάζει σε πολύ μεγάλο βαθμό αυτή των διέρειστων (με παράλληλες στηρίξεις) πλακών και επιτρέπεται να οπλιστούν όπως και αυτές. Ο κύριος οπλισμός τοποθετείται παράλληλα με τη μικρή πλευρά τους.
- Τριέρειστες πλάκες με λόγο πλευρών  $l_{max}/l_{min} \geq 2$  και στις οποίες είναι ελεύθερη η μία μικρή πλευρά. Παρόμοια περίπτωση με τις αντίστοιχες τετραέρειστες. Προσοχή πρέπει να δίνεται όταν ελεύθερη είναι η μία μεγάλη πλευρά αλλά η αντιμετώπισή αυτών των πλακών ξεφεύγει από το αντικείμενο των σημειώσεων.

### 8.4.1 Πλάκες πρόβολοι

Όπως έχει αναφερθεί οι πλάκες αυτές οπλίζονται με κύριο οπλισμό κάθετα στη διεύθυνση της στήριξής τους, όπως φαίνεται στο σχήμα 8.6. Ο οπλισμός τοποθετείται φυσικά στο πάνω μέρος των προβόλων (αρνητικές ροπές). Στην παράλληλη με τη στήριξη διεύθυνση τοποθετείται δευτερεύων οπλισμός (διανομής). Στα ελεύθερα άκρα τοποθετείται οπλισμός τύπου «φουρκέτας», όπως φαίνεται στο σχήμα, στις γωνίες του οποίου υπάρχει διαμήκης οπλισμός τουλάχιστον 208. Ως οπλισμός φουρκέτας μπορεί να διαμορφωθεί κατάλληλα και ο υπάρχων (πχ ο κύριος οπλισμός).

Για τον στατικό υπολογισμό και τη διαστασιολόγησή τους θεωρείται λωρίδα πλάτους 1.00m, οπότε ουσιαστικά λαμβάνεται μια ορθογωνική διατομή με ύψος ίσο με

το πάχος της πλάκας ( $h_f$ ) και πλάτος ίσο με  $b = 1.00m$  και στη συνέχεια η διαδικασία είναι όμοια με αυτήν που εφαρμόζεται στις ορθογωνικές δοκούς και ο οπλισμός που υπολογίζεται αντιστοιχεί σε αυτόν που θα τοποθετηθεί στη λωρίδα 1m.



**Σχήμα 8.6: Πλάκες πρόβολοι**

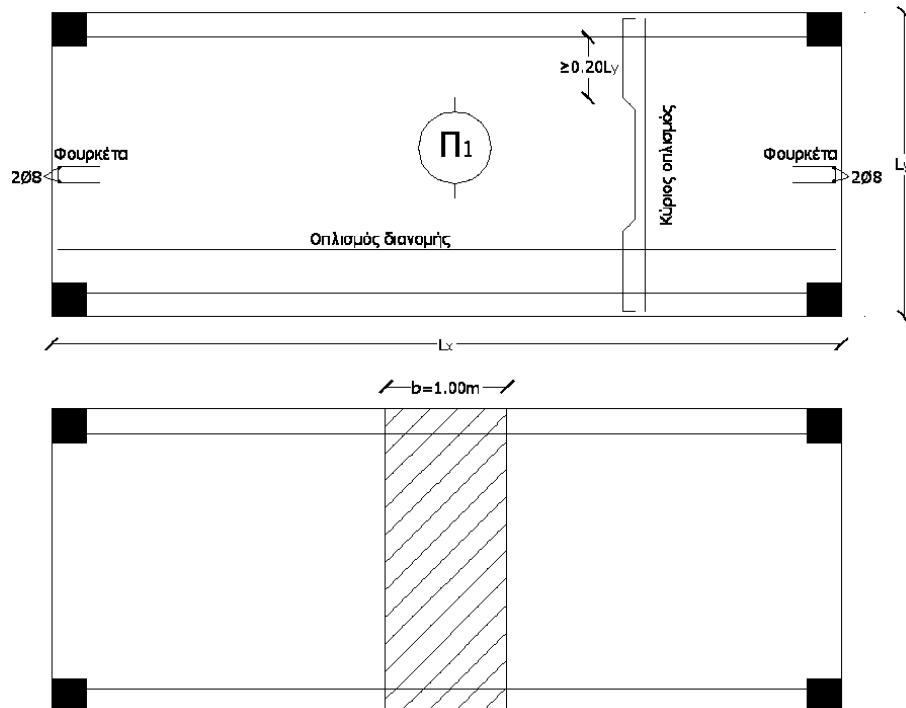
#### 8.4.2 Διέρειστες πλάκες με δύο παράλληλες μεταξύ τους στηρίξεις

Αντίστοιχη είναι και η περίπτωση των διέρειστων πλακών με παράλληλες στηρίξεις. Πρέπει να σημειωθεί ότι στην περίπτωση αυτή δεν παίζει ρόλο αν οι στηρίξεις βρίσκονται στις μικρές ή στις μεγάλες πλευρές της πλάκας. Ο κύριος οπλισμός τοποθετείται κάθετα στη διεύθυνση των στηρίξεων και στην εγκάρσια διεύθυνση τοποθετείται οπλισμός διανομής στο κάτω πέλμα της πλάκας (σχήμα 8.7). Ένα τμήμα του κύριου οπλισμού (το  $\frac{1}{2}$ ) τοποθετείται ευθύγραμμα στο κάτω πέλμα ενώ το υπόλοιπο (1/2) «σπάει» και ανεβαίνει στις στηρίξεις, όπως φαίνεται στο σχήμα. Στα ελεύθερα άκρα, όμοια με τους προβόλους τοποθετείται οπλισμός τύπου φουρκέτας.

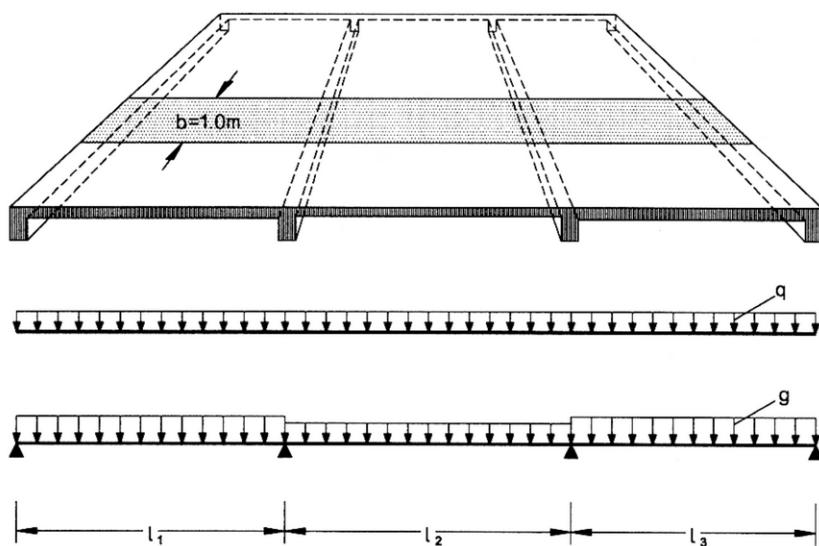
Η διαδικασία υπολογισμού γίνεται και πάλι σε λωρίδα πλάτους 1.00m παρόμοια με τις ορθογωνικές δοκούς (σχήμα 8.7).

Στην περίπτωση που υπάρχουν συνεχόμενες πλάκες αυτού του τύπου (σχήμα 8.8) ο υπολογισμός γίνεται θεωρώντας ότι το στατικό σύστημα είναι όμοιο με μιας συνεχούς δοκού πλάτους  $b=1.00m$ . Λαμβάνεται δηλαδή μια λωρίδα της πλάκας πλάτους 1.00m, κάθετα στη διεύθυνση των στηρίξεων, λαμβάνονται τα φορτία που αντιστοιχούν σε αυτήν και στη συνέχεια ο υπολογισμός γίνεται με τον τρόπο που θα υπολογίζονταν μια αντίστοιχη ορθογωνική δοκός.

Στο σχήμα 8.9 παρουσιάζεται ενδεικτική περίπτωση όπλισης πλακών αυτού του τύπου. Το μισό του κύριου οπλισμού τοποθετείται ευθύγραμμο στο κάτω πέλμα των πλακών, ενώ το υπόλοιπο μισό και πάλι «σπάει» και ανεβαίνει στις στηρίξεις. Ση-

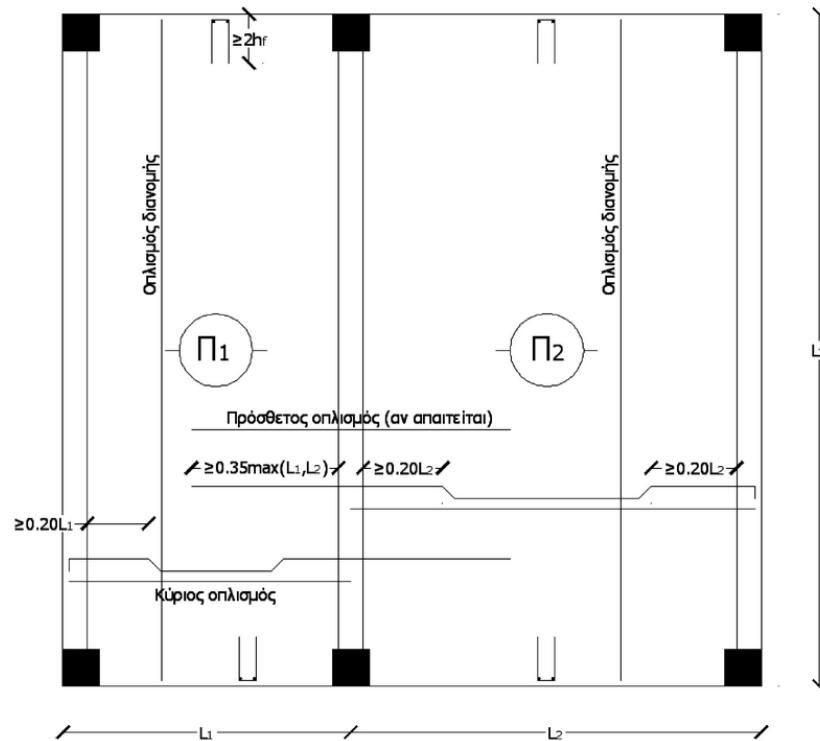


**Σχήμα 8.7:** Διέρειστες πλάκες με παράλληλες μεταξύ τους στηρίξεις



**Σχήμα 8.8:** Διέρειστες πλάκες με παράλληλες μεταξύ τους στηρίξεις

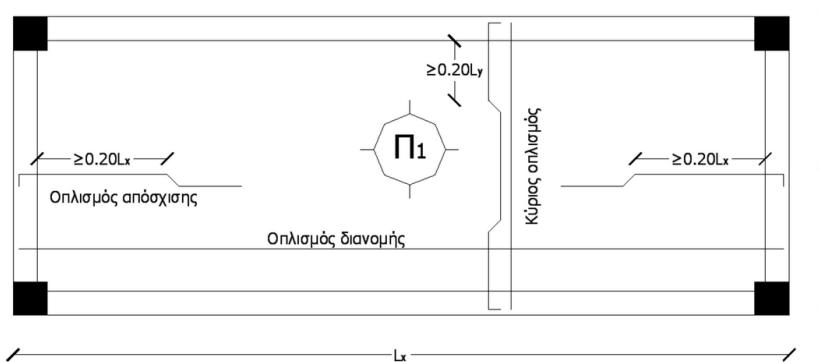
μειώνεται ότι στη στήριξη (ή τις στηρίξεις) μεταξύ των πλακών υπάρχουν αρνητικές ροπές οπότε πρέπει να ελεγχθεί αν ο οπλισμός που έχει ανέβει από τα ανοίγματα είναι επαρκής για να παραλάβει τις ροπές αυτές. Αν όχι, απαιτείται η τοποθέτηση πρόσθετου οπλισμού, όπως φαίνεται στο σχήμα 8.9.



**Σχήμα 8.9:** Παράδειγμα όπλισης συνεχών διέρειστων πλακών με || στηρίξεις

#### 8.4.3 Τετραέρειστες πλάκες με $I_{max}/I_{min} \geq 2$

Με τον ίδιο τρόπο οπλίζονται και οι τετραέρειστες πλάκες στις οποίες ο λόγος των πλευρών τους είναι μεγαλύτερος ή ίσος με το 2 (σχήμα 8.10). Για τον λόγο αυτό πολλές φορές αναφέρονται «καταχρηστικά» και ως διέρειστες πλάκες, για την ακρίβεια όμως είναι τετραέρειστες, απλά οπλισμένες. Στις πλάκες αυτές τοποθετείται στις στηρίξεις των μικρών πλευρών και οπλισμός απόσχισης, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ο οπλισμός αυτός καλείται να παραλάβει τις τυχόν (μικρές) αρνητικές ροπές που εμφανίζονται στην στήριξη η οποία μπορεί να θεωρηθεί ως μερική πάκτωση της πλάκας.

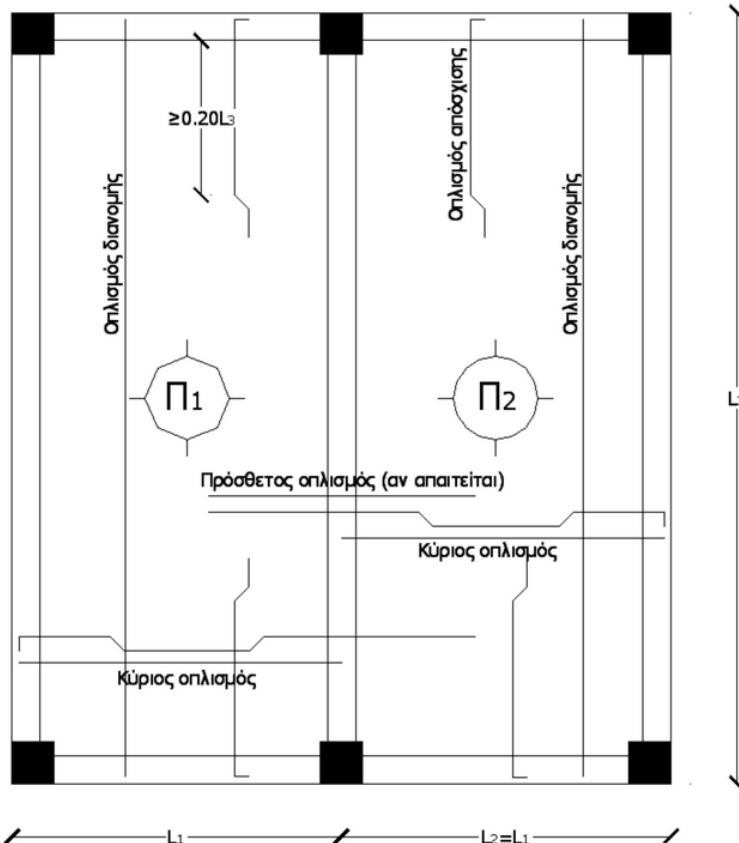


**Σχήμα 8.10:** Παράδειγμα όπλισης τετραέρειστης πλάκας με  $I_{max}/I_{min} \geq 2$

Η διαδικασία υπολογισμού γίνεται και πάλι σε λωρίδα πλάτους 1.00m παρόμοια με

τις ορθογωνικές δοκούς. Η λωρίδα αυτή προφανώς θα είναι παράλληλη με τη μικρή διάσταση της πλάκας (ή των πλακών).

Στο σχήμα 8.11 παρουσιάζεται η περίπτωση όπλισης δύο διαδοχικών πλακών αυτού του τύπου.



**Σχήμα 8.11:** Παράδειγμα όπλισης συνεχών τετραέρειστων πλακών με  $I_{max}/I_{min} \geq 2$

## 8.5 Σταυροειδώς οπλισμένες πλάκες

Όταν σε μια ορθογωνική πλάκα οι διαστάσεις των πλευρών της είναι τέτοιες ώστε ο λόγος  $I_{max}/I_{min}$  να πλησιάζει τη μονάδα, είναι φυσικό η ελαστική παραμόρφωσή της υπό ομοιόμορφη φόρτιση να παρουσιάζει διπλή καμπυλότητα σε ολόκληρη την επιφάνεια της πλάκας. Οι καμπτικές ροπές που εμφανίζονται και στις δύο διευθύνσεις έχουν συγκρίσιμα μεγέθη (προφανώς για ίσες διαστάσεις και οι ροπές είναι ίσες). Κατά συνέπεια στις πλάκες αυτές απαιτείται οπλισμός και κατά τις δύο διευθύνσεις. Αυτός είναι και ο λόγος που ονομάζονται «σταυροειδώς οπλισμένες».

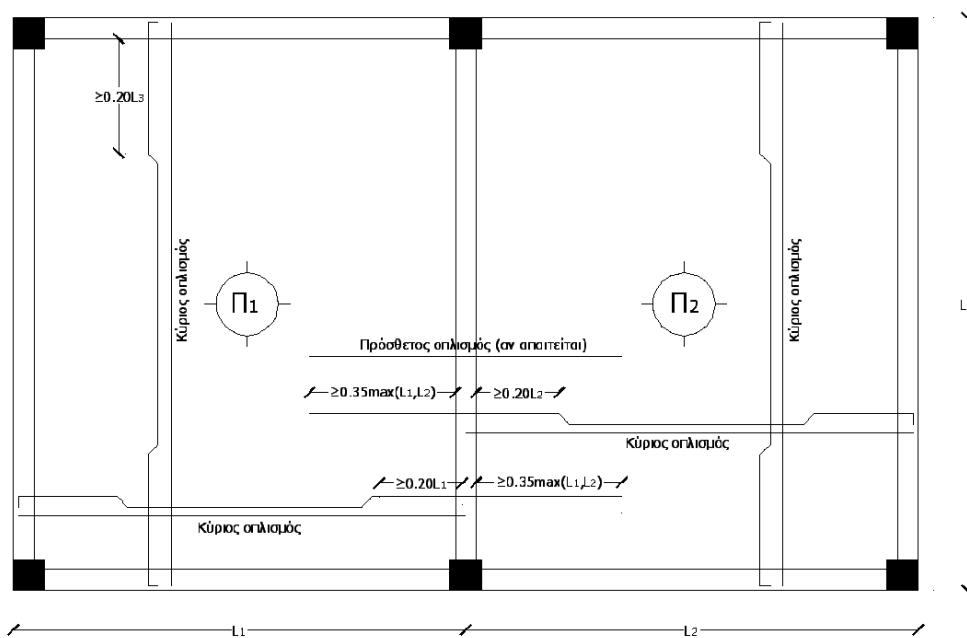
Για τη στατική ανάλυση πλακών αυτού του τύπου χρησιμοποιούνται διάφορες προσεγγίσεις όπως:

- Η μέθοδος Markus (μοντέλο ζεύγους κεντρικών διασταυρούμενων λωρίδων)

- Οι μέθοδοι της εύστρεπτης ή δύστρεπτης εσχάρας διασταυρούμενων λωρίδων
- Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων (ακριβέστερη, αλλά απαιτείται η χρήση H/Y)
- Η θεωρία ελαστικότητας λεπτών πλακών με  $v=0$  (ρηγματωμένο σκυρόδεμα) ή  $v \neq 0$  (αρηγμάτωτο σκυρόδεμα),  $v$  ο λόγος του Poisson

Οι μέθοδοι αυτές είναι προσεγγιστικές, είναι όμως δυνατόν με κατάλληλη εφαρμογή τους να δώσουν αποτελέσματα πολύ κοντά στην πραγματική συμπεριφορά των πλακών.

Στο σχήμα 8.12 παρουσιάζεται μια τυπική περίπτωση σταυροειδώς οπλισμένων τετραέρειστων πλακών.



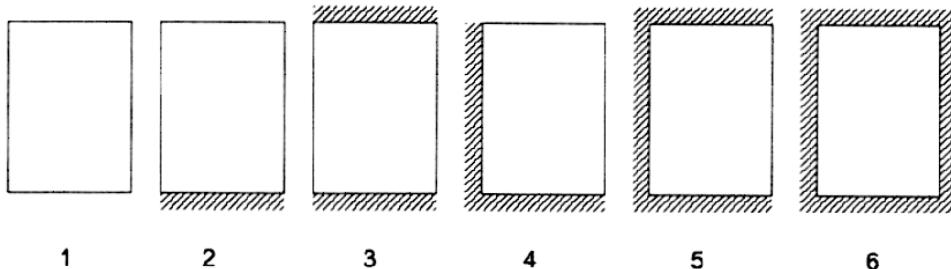
**Σχήμα 8.12:** Παράδειγμα σταυροειδούς όπλισης τετραέρειστων πλακών

### 8.5.1 Πίνακες Czerny

Ο Czerny, βασιζόμενος στη θεωρία της ελαστικότητας (και για  $v=0$  ώστε να θεωρείται ρηγματωμένο σκυρόδεμα, δηλαδή σε στάδιο II) κατέταξε σε πίνακες τα ακριβή αποτελέσματα της ανάλυσης τετραέρειστων μεμονωμένων πλακών για όλους τους συνδυασμούς έδρασης των ορίων τους υπό ομοιόμορφο ή τριγωνικό φορτίο.

Στο σχήμα 8.13 παρουσιάζονται όλες οι πιθανές περιπτώσεις (τύποι) συνδυασμού στηρίξεων (πακτώσεων ή απλών εδράσεων) των τετραέρειστων πλακών. Οι τύποι αυτοί εμφανίζονται και στους πίνακες Czerny για να προσδιορίσουν την περίπτωση της πλάκας που μελετάται. Ειδικότερα για τις περιπτώσεις 2,3 και 5 διακρίνονται από δύο υποπεριπτώσεις, ανάλογα με το αν είναι πακτωμένες ή απλά εδραζόμενες οι

μικρές ή οι μεγάλες πλευρές. Στα σχήματα που υπάρχουν σε κάθε πίνακα Czerny (σχήματα 8.14-8.22) διακρίνεται και η αντίστοιχη περίπτωση. Για παράδειγμα το σχήμα 8.15 αναφέρεται σε πλάκες τύπου 2α, δηλαδή πλάκες με μία μόνο πακτωμένη πλευρά η οποία είναι η πλευρά μεγάλου μήκους της πλάκας. Αντίστοιχα το σχήμα 8.16 αναφέρεται σε πλάκες τύπου 2β, δηλαδή πλάκες με μία μόνο πακτωμένη πλευρά η οποία είναι η πλευρά μικρού μήκους της πλάκας, ενώ στο σχήμα 8.22 παρουσιάζεται η περίπτωση πλακών τύπου 6, όπου όλες οι πλευρές είναι πακτωμένες.



**Σχήμα 8.13:** Συνδυασμοί στήριξης τετραέρειστων ορθογωνικών πλακών

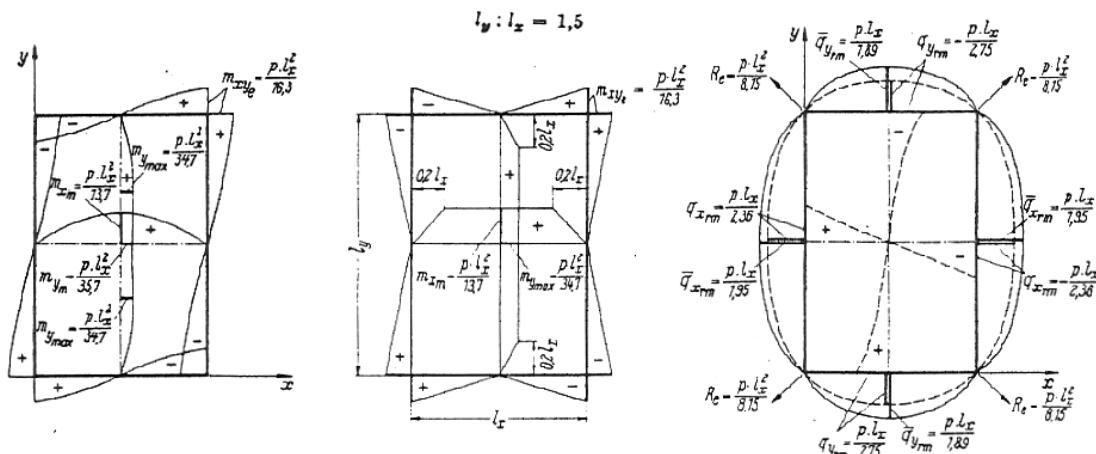
Οι πίνακες αυτοί δίνουν λεπτομερή διαράμματα ροπών  $mx$ ,  $my$ ,  $mxy$  και αντιδράσεων στήριξης  $qx$ , qy ανάλογα με το λόγο πλευρών της κάθε πλάκας. Σε περίπτωση που για μια πλάκα ο λόγος πλευρών δεν αντιστοιχεί σε τιμή που δίνεται στον πίνακα μπορεί να γίνει γραμμική παρεμβολή μεταξύ των πλησιέστερων τιμών.

Κάποια σημεία στα οποία πρέπει να δοθεί προσοχή είναι τα εξής:

- Οι τιμές των ροπών και των αντιδράσεων στήριξης (τεμνουσών) στους πίνακες είναι με τα πρόσημά τους
- Το  $p$  είναι το ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο της πλάκας
- Στις σχέσεις των ροπών υπάρχει το  $l_x^2$ , ενώ των τεμνουσών το  $l_x$  (χωρίς τετράγωνο)
- Στις σχέσεις το  $l_x$  είναι πάντα η μικρή διάσταση
- Δεν υπάρχουν όλες οι τιμές σε όλα τα διαγράμματα γιατί κάποιες απλά δεν υφίστανται σε κάποιους τύπους πλακών
- Όπου υπάρχει ο όρος «er», πχ  $m_{xerm}$ ,  $m_{yermin}$  κτλ, αναφέρεται σε πάκτωση
- Όπου υπάρχει ο όρος «m», πχ  $m_{xm}$ ,  $m_{yerm}$  κτλ, αναφέρεται στη μέση της πλάκας
- Όπου υπάρχουν οι όροι « $min$ » ή « $max$ », πχ  $m_{xmax}$ ,  $m_{yermin}$  κτλ, αναφέρονται στις ελάχιστες και μέγιστες τιμές οι οποίες δε συμβαίνουν απαραίτητα στο μέσο της πλευράς που αναφέρονται

**Πίνακας 8.1:** Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 1

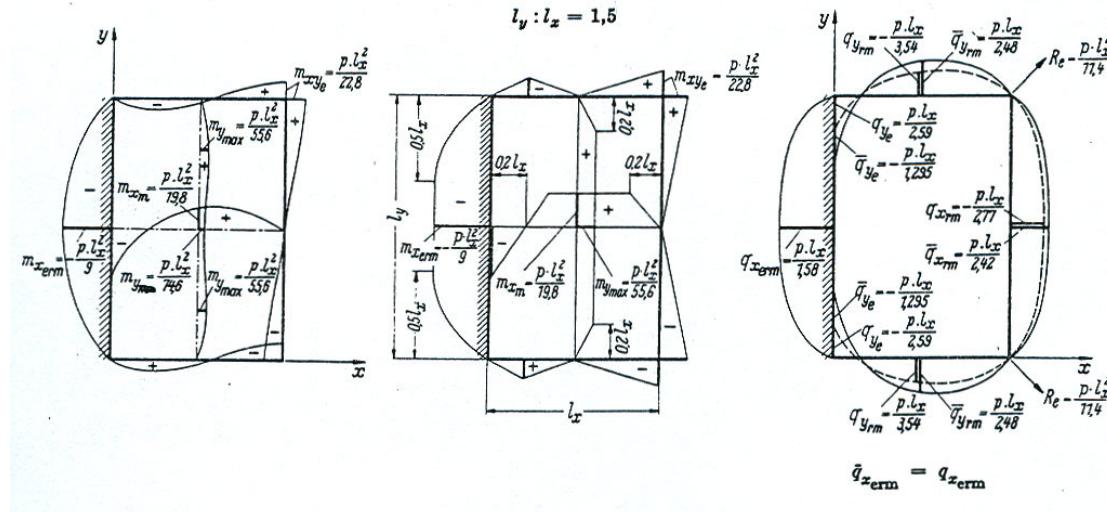
$l_y : l_x$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50
$m_{xerm}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	27.20	24.50	22.40	20.70	19.10	17.80	16.80	15.80	15.00
$m_{yerm}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$m_{ym}$	+	27.20	27.50	27.90	28.40	29.10	29.90	30.90	31.80	32.80	33.80
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	2.19	2.15	2.11	2.07	2.04	2.02	2.00	1.98	1.97	1.96
$q_{yerm}$	$p \cdot l_x$	2.19	2.14	2.09	2.05	2.02	1.99	1.96	1.94	1.92	1.90
$l_y : l_x$	1.50	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90	1.95	2.00
$m_{xerm}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	13.70	13.20	12.70	12.30	11.90	11.50	11.30	11.00	10.80
$m_{yerm}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$m_{ym}$	+	34.70	35.40	36.10	36.70	37.30	37.90	38.50	38.90	39.40	39.80
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	1.95	1.94	1.93	1.92	1.92	1.92	1.92	1.92	1.92	1.92
$q_{yerm}$	$p \cdot l_x$	1.89	1.88	1.87	1.86	1.85	1.84	1.83	1.82	1.82	1.82



**Σχήμα 8.14:** Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 1

**Πίνακας 8.2:** Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 2a

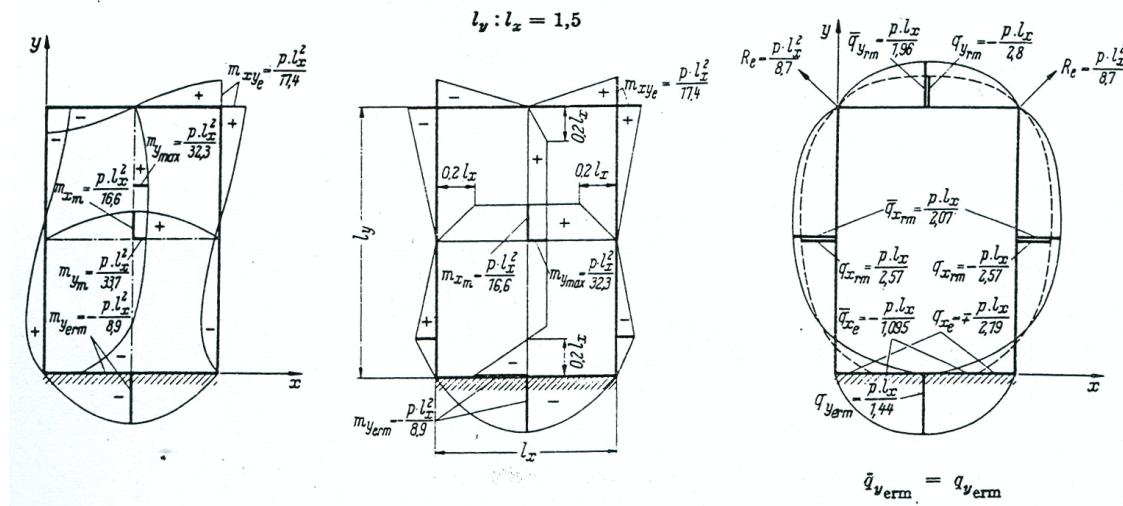
$l_y : l_x$		1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50	
$m_{xerm}$	-	11.90	11.30	10.90	10.50	10.20	9.90	9.70	9.40	9.30	9.10	9.00	
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	31.40	29.20	27.30	25.80	24.50	23.40	22.40	21.60	21.00	20.30	19.80
$m_{yerm}$	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
$m_{ym}$	+		41.20	43.20	45.10	47.10	48.80	50.30	51.80	53.20	54.30	55.00	55.60
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	2.47	2.44	2.42	2.41	2.41	2.40	2.40	2.40	2.41	2.41	2.42	
$q_{yerm}$		2.59	2.56	2.54	2.52	2.51	2.50	2.50	2.49	2.49	2.48	2.48	
$l_y : l_x$		1.50	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90	1.95	2.00	
$m_{xerm}$	-	9.00	8.90	8.80	8.70	8.60	8.50	8.40	8.30	8.30	8.30	8.30	
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	19.80	19.40	19.00	18.60	18.30	18.00	17.80	17.50	17.40	17.20	17.10
$m_{yerm}$	-		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
$m_{ym}$	+		55.60	56.20	56.80	57.30	57.80	58.20	58.60	55.80	59.00	59.10	59.20
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	2.42	2.42	2.43	2.43	2.44	2.45	2.46	2.47	2.49	2.49	2.50	
$q_{yerm}$		2.48	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	2.47	



**Σχήμα 8.15:** Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 2a

**Πίνακας 8.3:** Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 2β

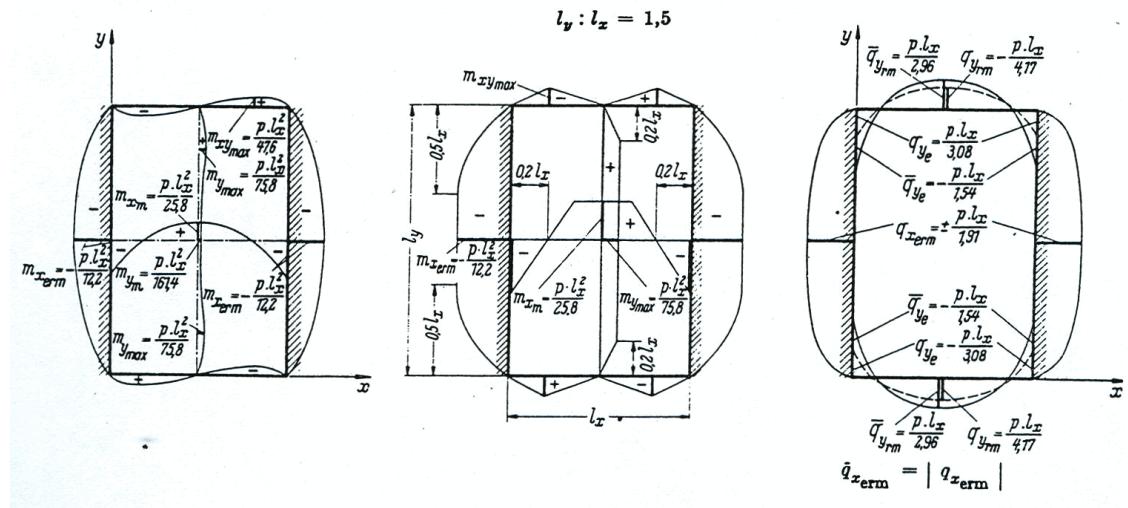
$l_y : l_x$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50
$m_{xerm}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	41.20	36.50	31.90	28.30	25.90	23.40	21.70	20.10	18.80
$m_{yerm}$	-	$p \cdot l_x^2$	11.90	11.30	10.90	10.40	10.10	9.80	9.60	9.30	9.20
$m_{ym}$	+		29.40	29.00	28.80	28.80	28.90	29.20	29.70	30.20	30.80
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	2.59	2.49	2.42	2.34	2.29	2.23	2.19	2.15	2.12	2.09
$q_{yerm}$	$p \cdot l_x$	2.47	2.38	2.29	2.23	2.17	2.12	2.08	2.04	2.01	1.98
$l_y : l_x$	1.50	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90	1.95	2.00
$m_{xerm}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	16.60	15.70	15.00	14.30	13.80	13.20	12.80	12.30	12.00
$m_{yerm}$	-	$p \cdot l_x^2$	8.90	8.80	8.70	8.60	8.50	8.45	8.40	8.35	8.30
$m_{ym}$	+		32.30	33.00	33.60	34.30	34.90	35.60	36.20	36.90	37.50
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	2.07	2.05	2.03	2.01	1.99	1.98	1.97	1.96	1.96	1.95
$q_{yerm}$	$p \cdot l_x$	1.96	1.94	1.92	1.90	1.89	1.88	1.87	1.86	1.85	1.84



**Σχήμα 8.16:** Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 2β

**Πίνακας 8.4:** Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 3a

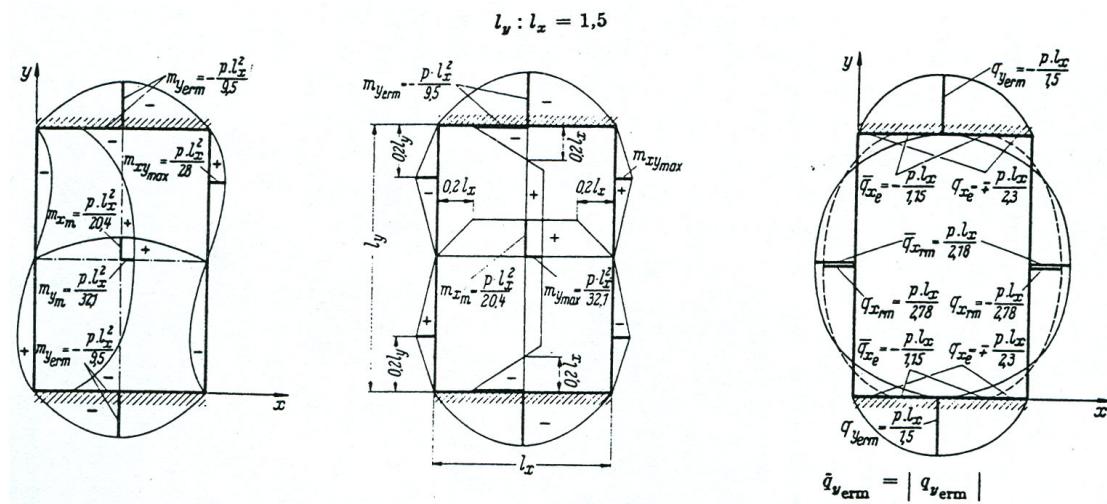
$l_y : l_x$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50
$m_{xerm}$	-	14.30	13.80	13.50	13.20	13.00	12.70	12.60	12.40	12.30	12.20
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	35.10	33.00	31.70	30.40	29.40	28.50	27.80	27.10	26.60
$m_{yerm}$	-	$p \cdot l_x^2$	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$m_{ym}$	+	$p \cdot l_x^2$	61.70	64.50	67.20	69.60	71.50	72.80	73.50	74.10	74.60
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	1.94	1.92	1.91	1.90	1.90	1.90	1.90	1.90	1.90	1.91
$q_{yerm}$	$p \cdot l_x$	2.95	2.95	2.95	2.95	2.95	2.95	2.95	2.95	2.95	2.96
$l_y : l_x$	1.50	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90	1.95	2.00
$m_{xerm}$	-	12.20	12.10	12.00	12.00	12.00	12.00	12.00	12.00	12.00	12.00
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	25.80	25.40	25.20	24.90	24.70	24.50	24.40	24.30	24.20
$m_{yerm}$	-	$p \cdot l_x^2$	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$m_{ym}$	+	$p \cdot l_x^2$	75.80	76.50	77.00	77.00	77.00	77.00	77.00	77.00	77.00
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	1.91	1.91	1.92	1.92	1.93	1.93	1.94	1.94	1.95	1.95
$q_{yerm}$	$p \cdot l_x$	2.96	2.96	2.96	2.96	2.96	2.96	2.97	2.97	2.97	2.97



**Σχήμα 8.17:** Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 3a

**Πίνακας 8.5:** Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 3β

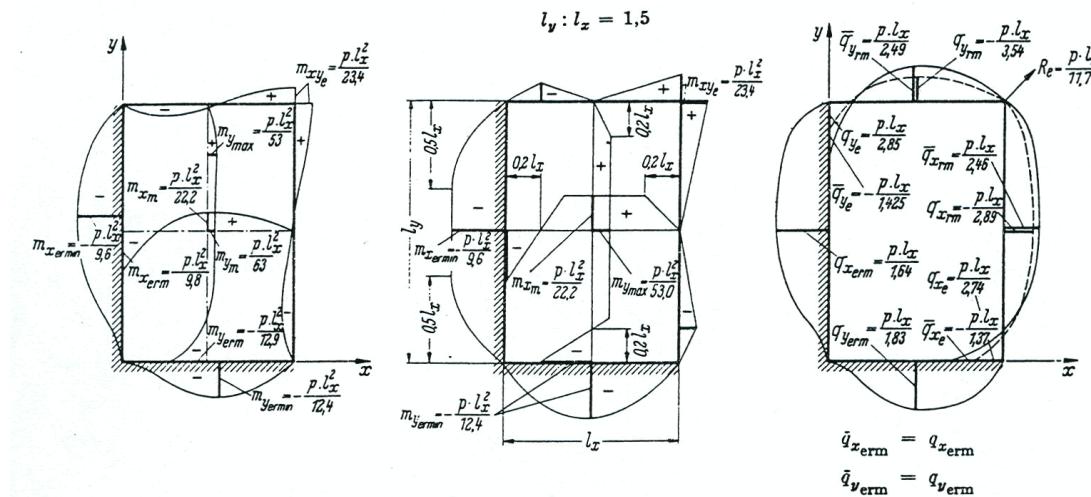
$l_y : l_x$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50
$m_{xerm}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	63.30	52.20	46.10	39.80	35.50	31.50	28.50	25.80	23.70
$m_{yerm}$	-	$p \cdot l_x^2$	14.30	13.40	12.70	12.00	11.50	11.10	10.70	10.30	10.00
$m_{ym}$	+		35.10	33.70	32.90	32.20	31.70	31.30	31.20	31.40	31.70
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	2.95	2.82	2.71	2.60	2.52	2.44	2.38	2.32	2.27	2.22
$q_{yerm}$	$p \cdot l_x$	1.94	1.86	1.80	1.74	1.69	1.65	1.61	1.58	1.55	1.52
$l_y : l_x$	1.50	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90	1.95	2.00
$m_{xerm}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	20.40	19.00	17.90	16.90	16.00	15.20	14.60	13.90	13.40
$m_{yerm}$	-	$p \cdot l_x^2$	9.50	9.30	9.20	9.05	8.90	8.80	8.70	8.60	8.50
$m_{ym}$	+		32.10	32.70	33.30	34.00	34.90	35.90	37.10	38.30	39.70
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	2.18	2.14	2.11	2.09	2.07	2.05	2.03	2.01	2.00	1.99
$q_{yerm}$	$p \cdot l_x$	1.50	1.47	1.46	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.40	1.39



**Σχήμα 8.18:** Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 3β

**Πίνακας 8.6:** Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 4

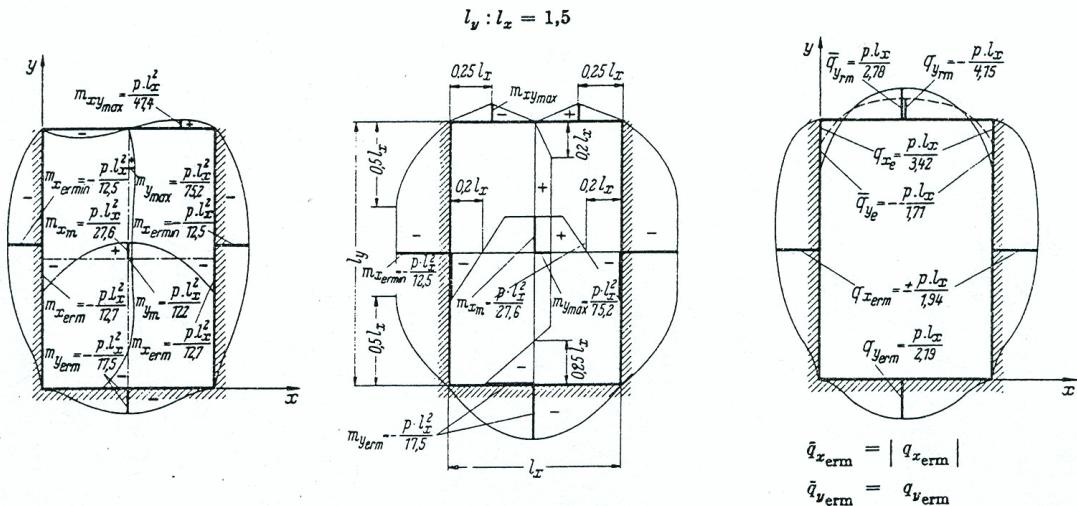
$l_y : l_x$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50
$m_{xerm}$	-	14.30	13.80	12.70	12.00	11.50	11.10	10.70	10.30	10.00	9.80
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	42.70	38.00	35.10	32.20	30.00	28.00	26.50	25.20	24.10
$m_{yerm}$	-	$p \cdot l_x^2$	14.30	13.80	13.60	13.30	13.10	12.90	12.80	12.70	12.60
$m_{ym}$	+		40.20	41.00	42.00	42.90	44.00	45.60	47.60	49.60	51.00
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	1.96	1.89	1.83	1.78	1.75	1.72	1.69	1.67	1.65	1.64
$q_{yerm}$		1.96	1.93	1.90	1.88	1.87	1.86	1.85	1.84	1.84	1.83
$l_y : l_x$	1.50	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90	1.95	2.00
$m_{xerm}$	-	9.60	9.40	9.20	9.10	8.90	8.80	8.70	8.60	8.50	8.40
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	22.20	21.60	21.00	20.40	19.90	19.50	19.10	18.70	18.40
$m_{yerm}$	-	$p \cdot l_x^2$	12.40	12.30	12.30	12.20	12.20	12.20	12.20	12.20	12.20
$m_{ym}$	+		53.00	54.10	54.80	55.60	56.30	57.00	57.50	58.30	59.00
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	1.64	1.63	1.63	1.62	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.58
$q_{yerm}$		1.83	1.82	1.82	1.82	1.82	1.82	1.82	1.82	1.82	1.82



**Σχήμα 8.19:** Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 4

**Πίνακας 8.7:** Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 5a

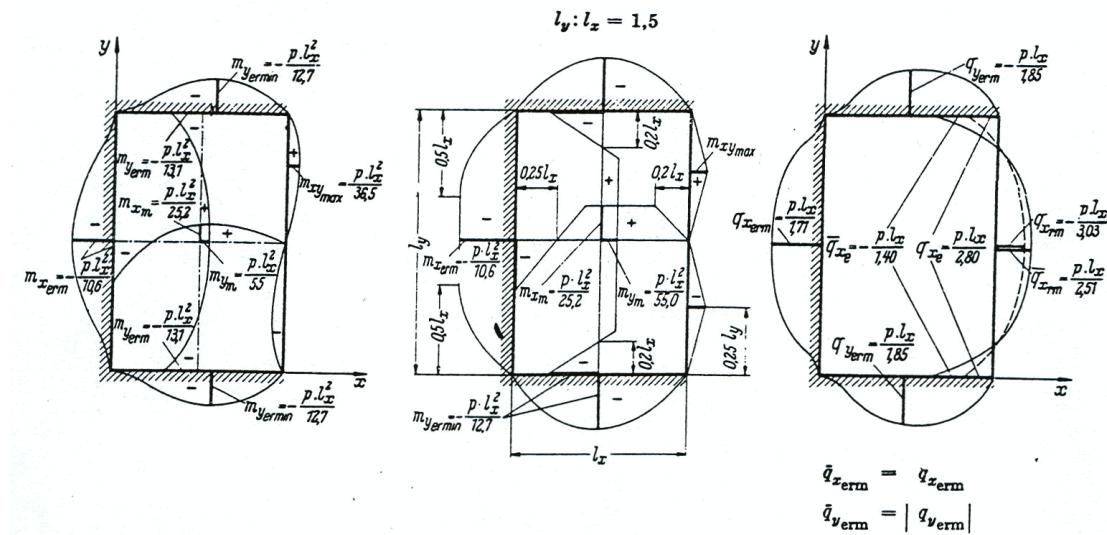
$l_y : l_x$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50
$m_{xerm}$	-	16.20	15.30	14.80	14.20	13.90	13.50	13.20	12.90	12.70	12.60
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	44.10	40.50	37.90	35.50	33.80	32.30	31.00	29.90	29.00
$m_{yerm}$	-	$p \cdot l_x^2$	18.30	17.90	17.70	17.60	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50
$m_{ym}$	+		55.90	57.50	60.30	64.20	66.20	67.70	69.00	70.50	72.00
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	2.11	2.05	2.01	1.97	1.96	1.94	1.93	1.92	1.92	1.93
$q_{yerm}$	$p \cdot l_x$	2.21	2.14	2.10	2.09	2.09	2.10	2.11	2.12	2.13	2.16
$l_y : l_x$	1.50	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90	1.95	2.00
$m_{xerm}$	-	12.50	12.40	12.30	12.20	12.20	12.10	12.10	12.00	12.00	12.00
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	27.60	27.00	26.50	26.10	25.70	25.30	25.10	24.90	24.70
$m_{yerm}$	-	$p \cdot l_x^2$	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50
$m_{ym}$	+		75.20	76.90	78.70	80.50	82.50	84.60	86.80	89.20	91.70
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	1.94	1.94	1.94	1.94	1.94	1.94	1.94	1.94	1.95	1.95
$q_{yerm}$	$p \cdot l_x$	2.19	2.19	2.19	2.19	2.19	2.20	2.20	2.21	2.21	2.21



**Σχήμα 8.20:** Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 5a

**Πίνακας 8.8:** Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 5β

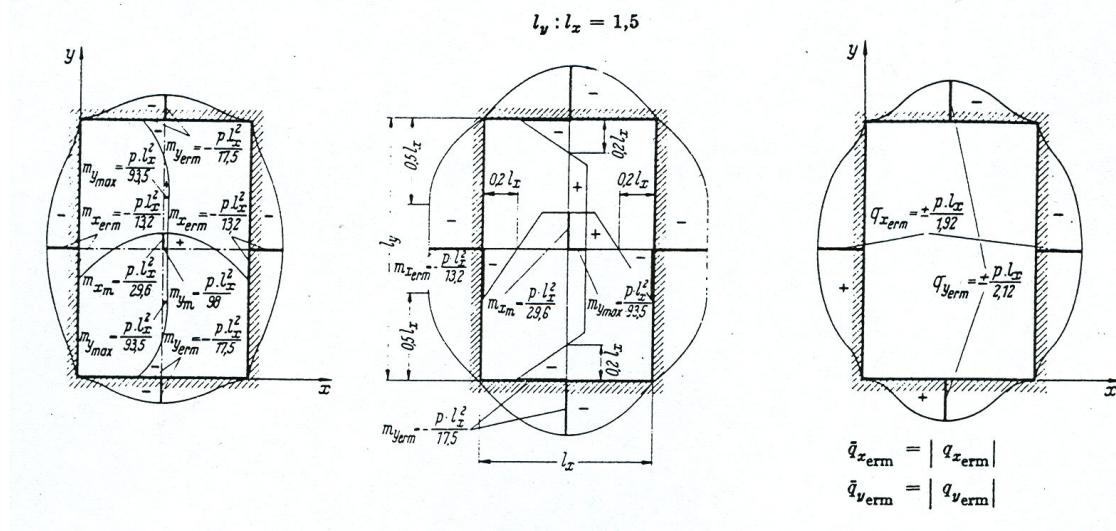
$l_y : l_x$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50
$m_{xerm}$	-	18.30	16.60	15.40	14.40	13.50	12.70	12.20	11.60	11.20	10.90
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	55.90	51.60	46.10	41.40	37.50	34.20	31.80	29.60	28.00
$m_{yerm}$	-	$p \cdot l_x^2$	16.20	15.40	14.80	14.30	13.90	13.50	13.30	13.10	13.00
$m_{ym}$	+		44.10	43.60	43.70	44.20	44.80	45.80	46.90	48.60	50.30
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	2.21	2.10	2.01	1.95	1.89	1.85	1.81	1.78	1.76	1.73
$q_{yerm}$		2.11	2.05	2.00	1.97	1.94	1.91	1.89	1.87	1.86	1.85
$l_y : l_x$	1.50	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90	1.95	2.00
$m_{xerm}$	-	10.60	10.30	10.10	9.90	9.70	9.50	9.40	9.20	9.00	8.90
$m_{xm}$	+	$p \cdot l_x^2$	25.20	24.20	23.30	22.50	21.70	21.10	20.50	20.00	19.50
$m_{yerm}$	-	$p \cdot l_x^2$	12.70	12.60	12.60	12.50	12.50	12.40	12.40	12.30	12.30
$m_{ym}$	+		55.00	58.20	61.60	65.60	70.40	75.00	79.60	84.70	95.40
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	1.71	1.70	1.69	1.68	1.67	1.66	1.65	1.64	1.63	1.61
$q_{yerm}$		1.85	1.84	1.84	1.84	1.84	1.83	1.83	1.83	1.82	1.82



**Σχήμα 8.21:** Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 5β

**Πίνακας 8.9:** Συντελεστές υπολογισμού ροπών και αντιδράσεων κατά Czerny, τετραέρειστων πλακών με ομοιόμορφο φορτίο και στήριξη τύπου 6

$l_y : l_x$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50
$m_{xerm}$ -	19.40	18.20	17.10	16.30	15.50	14.90	14.50	14.00	13.70	13.40	13.20
$m_{xm}$ +	$p \cdot l_x^2$	56.80	50.60	46.10	42.40	39.40	37.00	34.80	33.30	31.90	30.60
$m_{yerm}$ -	$p \cdot l_x^2$	19.40	18.80	18.40	18.10	17.90	17.70	17.60	17.50	17.50	17.50
$m_{ym}$ +		56.80	58.20	60.30	62.60	65.80	69.40	73.60	78.40	83.40	93.50
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	2.24	2.17	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.94	1.92	1.92
$q_{yerm}$	$p \cdot l_x$	2.24	2.20	2.16	2.14	2.12	2.11	2.10	2.09	2.09	2.10
$l_y : l_x$	1.50	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85	1.90	1.95	2.00
$m_{xerm}$ -	13.20	13.00	12.80	12.70	12.50	12.40	12.30	12.20	12.10	12.00	12.00
$m_{xm}$ +	$p \cdot l_x^2$	29.60	28.80	28.10	27.50	26.90	26.40	26.00	25.70	25.40	25.20
$m_{yerm}$ -	$p \cdot l_x^2$	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50	17.50
$m_{ym}$ +		93.50	96.10	98.10	99.90	101.30	102.40	103.30	104.00	104.60	105.00
$q_{xerm}$	$p \cdot l_x$	1.92	1.92	1.92	1.92	1.91	1.91	1.91	1.91	1.91	1.91
$q_{yerm}$	$p \cdot l_x$	2.12	2.12	2.12	2.12	2.12	2.12	2.12	2.12	2.13	2.13



**Σχήμα 8.22:** Εντατικά μεγέθη τετραέρειστων πλακών τύπου 6

### 8.5.2 Η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων

Οι πίνακες Czerny αναφέρονται σε μεμονωμένες πλάκες. Στην πράξη όμως στις κατασκευές η ύπαρξη μεμονωμένων πλακών είναι σπάνια και συνήθως υπάρχουν συνεχόμενες πλάκες, μονολοθικά συνδεδεμένες μεταξύ τους, στη στάθμη των ορόφων της κατασκευής.

Η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων αντιμετωπίζει το πρόβλημα της στατικής ανάλυσης συνεχών σταυροειδών οπλισμένων πλακών με απλό και γρήγορο τρόπο, αρκεί να τηρούνται ταυτόχρονα οι παρακάτω προϋποθέσεις:

- Ο λόγος του ελάχιστου προς το μέγιστο άνοιγμα των πλακών κάθε στατικής τομής και κατά τις δύο διευθύνσεις πρέπει να είναι μεγαλύτερος ή ίσος του 0.75.
- Ο λόγος τόσο των μόνιμων όσο και των μεταβλητών φορτίων μεταξύ γειτονικών πλακών πρέπει να κυμαίνεται από 0.80 έως 1.20.
- Οι πλάκες πρέπει να έχουν κοινό πάχος.

Η μέθοδος είναι σε θέση να υπολογίσει με ικανοποιητική ακρίβεια τα ακρότατα (μέγιστες και ελάχιστες τιμές) των ροπών ανοιγμάτων και στηριγμάτων και εφαρμόζεται ως εξής:

1. Από το μόνιμο και μεταβλητό φορτίο ( $g, q$ ) κάθε πλάκας υπολογίζονται τα φορτία  $p_1$  και  $p_2$  σύμφωνα με τις εξισώσεις 8.1:

$$\begin{aligned} p_1 &= 1.175g + 0.750q \\ p_2 &= 0.175g + 0.750q \end{aligned} \quad (8.1)$$

Είναι φανερό ότι το άθροισμα  $p_1 + p_2 = 1.35g + 1.50q$  ισούται με το δυσμενές φορτίο στην οριακή κατάσταση αστοχίας, ενώ η διαφορά  $p_1 - p_2 = g$  ισούται με το αντίστοιχο ευμενές φορτίο.

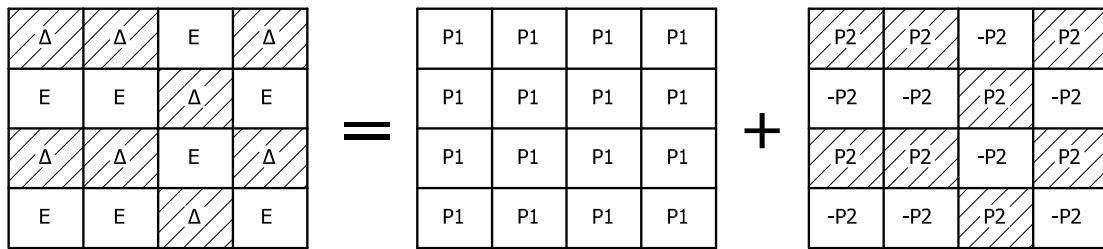
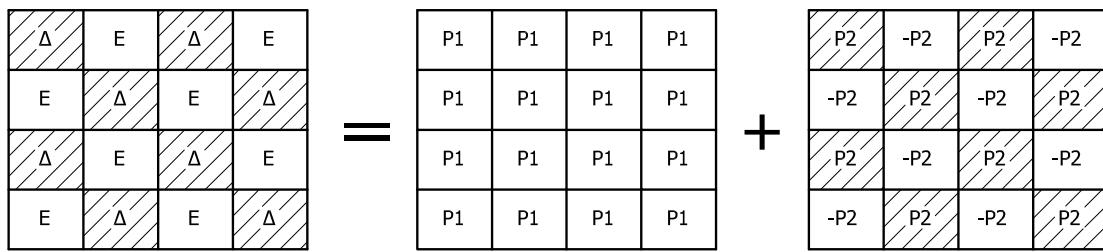
2. Εφαρμόζεται σε όλες τις πλάκες καθολική φόρτιση  $p_1$
3. Υπολογίζονται οι τιμές των ροπών ανοιγμάτων και στηρίξεων από τους πίνακες Czerny χρησιμοποιώντας τον πραγματικό τύπο της κάθε πλάκας
4. Εφαρμόζεται πεσσοειδής εναλλασσόμενη φόρτιση ίση με  $\pm p_2$  και υπολογίζονται
  - (α') Οι ροπές των ανοιγμάτων θεωρώντας ότι οι πλάκες είναι τύπου 1
  - (β') Οι ροπές των στηρίξεων θεωρώντας ότι όλες οι πλευρές έχουν απλή έδραση εκτός από τη στήριξη που εξετάζεται κάθε φορά όπου και θεωρείται πάτωση
5. Υπολογίζονται οι τελικές ροπές σχεδιασμού των ανοιγμάτων και των στηρί-

ξεων από τις σχέσεις

$$\begin{aligned}
 m_{x,max} &= m_{x,P_1} + m_{x,P_2} \\
 m_{x,min} &= m_{x,P_1} - m_{x,P_2} \\
 m_{y,max} &= m_{y,P_1} + m_{y,P_2} \\
 m_{y,min} &= m_{y,P_1} - m_{y,P_2}
 \end{aligned} \tag{8.2}$$

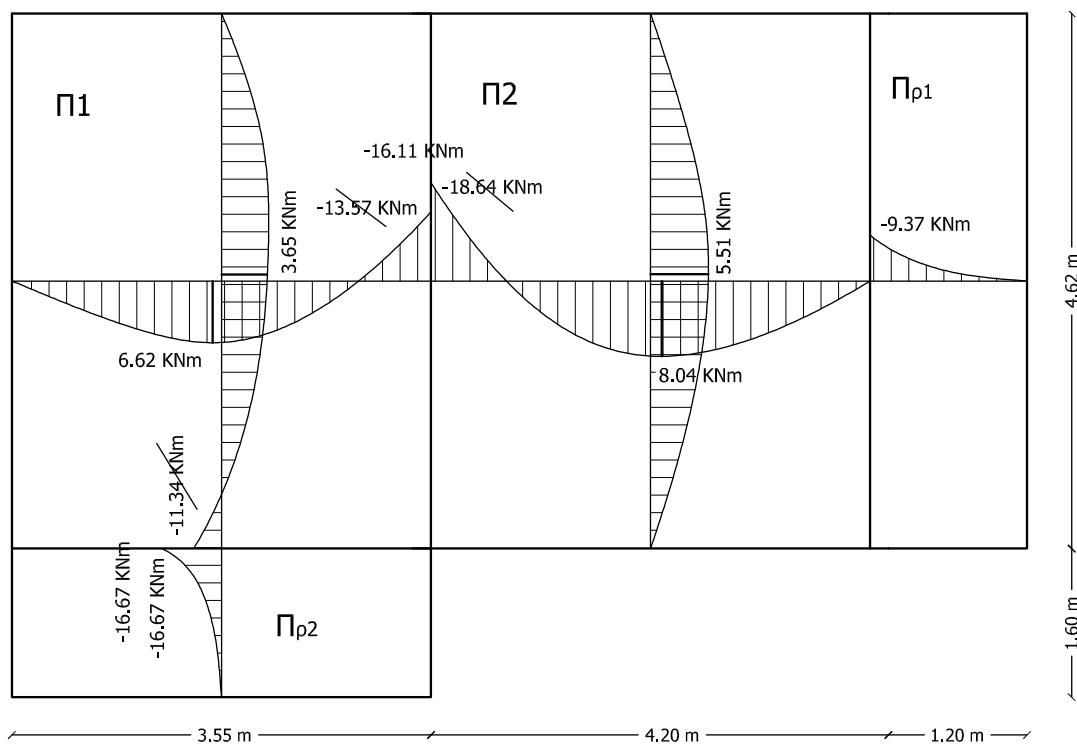
## 6. Για την κάθε στήριξη μεταξύ δύο πλακών

- (α') Λαμβάνεται ως τελική τιμή ροπής σχεδιασμού ο μέσος όρος των ροπών που προκύπτουν από τις εκατέρωθεν πλάκες
- (β') Στην περίπτωση που ο λόγος των κάθετων στη στήριξη πλευρών είναι μικρότερος του 0.75 θεωρητικά δε θα έπρεπε να εφαρμοστεί η μέθοδος των πεσσοειδών φορτίσεων με χρήση των πινάκων Czerny. Καταχρηστικά όμως μπορεί στην περίπτωση αυτή να συνεχιστεί η διαστασιολόγηση με τη μεγαλύτερη από τις δύο τιμές των ροπών στήριξης



**Σχήμα 8.23:** Πεσσοειδείς φορτίσεις πλακών

Με βάση τις παραπάνω ροπές (στηρίξεων και ανοιγμάτων) υπολογίζονται οι οπλισμοί των πλακών. Είναι χρήσιμο να σχεδιάζεται το συνολικό διάγραμμα ροπών του φορέα ώστε να διευκολύνεται η τελική τοποθέτηση των οπλισμών (σχήμα 8.24).



**Σχήμα 8.24:** Ενδεικτικό διάγραμμα ροπών τετραέρειστων πλακών

## 8.6 Διατάξεις του ΕΚ2 για τις πλάκες από Ο/Σ

### 8.6.1 Κύριος οπλισμός κάμψης

Τα ελάχιστα και μέγιστα όρια που θέτει ο ΕΚ2 [3] για τον κύριο οπλισμό, λαμβάνονται ομοίως όπως και στις δοκούς, χωρίς να απαιτούνται οι πρόσθετες προϋποθέσεις του ΕΚ8 [4] για τις κρίσιμες περιοχές

$$A_{s,min} = 0.26 \cdot \frac{f_{cm}}{f_y} \cdot b \cdot d \not\leq 0.0013 \cdot b \cdot d \quad (8.3)$$

$$A_{s,max} = 0.040 \cdot A_c$$

Οι αποστάσεις μεταξύ ράβδων κύριου οπλισμού πρέπει να ικανοποιούν τις σχέσεις:

- $s \leq \min(2h, 250mm)$  : στις θέσεις μέγιστης έντασης ή συγκεντρωμένου φορτίου
- $s \leq \min(3h, 400mm)$  : εκτός των παραπάνω περιοχών

### 8.6.2 Δευτερεύων οπλισμός απλά οπλισμένων πλακών

Το ελάχιστο ποσοστό του δευτερεύοντος οπλισμού (οπλισμού διανομής) πρέπει να είναι τουλάχιστον  $\geq 20\%$  του κύριου οπλισμού που έχει τοποθετηθεί στην πλάκα.

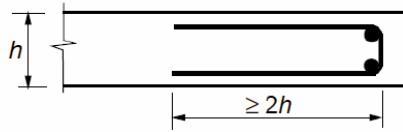
Οι αποστάσεις μεταξύ ράβδων δευτερεύοντα οπλισμού πρέπει επιπλέον να ικανοποιούν τις σχέσεις:

- $s \leq \min(3h, 400mm)$  : θέσεις μέγιστης έντασης ή συγκεντρωμένου φορτίου
- $s \leq \min(3.5h, 450mm)$  : εκτός των παραπάνω περιοχών

### 8.6.3 Διαμόρφωση των οπλισμών κάμψης

Σε στηρίξεις που θεωρούνται ελεύθερα στρεπτές το 50% του οπλισμού ανοίγματος συνεχίζεται και αγκυρώνεται στην κάτω παρειά της στήριξης. Στην άνω παρειά ακραίας στήριξης που θεωρήθηκε ελεύθερα στρεπτή τοποθετείται και αγκυρώνεται οπλισμός ίσος με το 25% του οπλισμού ανοίγματος και σε μήκος ίσο με το 0.20 του ανοίγματος (οπλισμός απόσχισης). Στις γωνίες με παρεμπόδιση ανύψωσης διατάσσεται κατάλληλος οπλισμός

Κατά μήκος ελεύθερου άκρου τοποθετείται οπλισμός όπως στο σχήμα. Ο οπλισμός κάμψης μπορεί να διαμορφωθεί ως οπλισμός άκρου (Σχ. 8.25).



**Σχήμα 8.25:** Πεσσοειδείς φορτίσεις πλακών

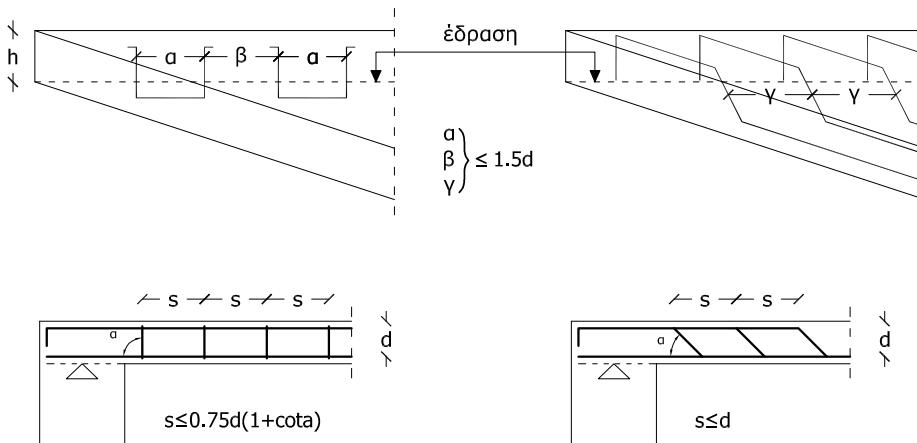
#### 8.6.4 Οπλισμός διάτμησης

Οπλισμός διάτμησης τοποθετείται σε πλάκες που έχουν πάχος  $h_f \geq 200\text{mm}$ . Εφόσον  $V \leq 1/3 V_{Rd,max}$  επιτρέπεται η διάταξη μόνο κεκαμμένων ράβδων.

Το ελάχιστο ποσοστό οπλισμού διάτμησης ορίζεται όπως στις δοκούς:

$$\rho_w \geq \frac{0.08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (8.4)$$

Οι μέγιστες αποστάσεις μεταξύ των οπλισμών διάτμησης παρουσιάζονται στο σχήμα 8.26.



**Σχήμα 8.26:** Οπλισμός διάτμησης πλακών. Συνδετήρες (αριστερά) ή κεκαμμένες ράβδοι (δεξιά)

#### 8.6.5 Περιορισμός των παραμορφώσεων - Ελάχιστα πάχη πλακών κατά EK2

Οι παραμορφώσεις ενός δομικού στοιχείου ή ενός φορέα δεν πρέπει να επηρεάσουν δυσμενώς τη λειτουργία ή την εμφάνισή του, δεν πρέπει δηλαδή να υπερβαίνουν τις οριακές τιμές που μπορούν να αναληφθούν από μη φέροντα στοιχεία συνδεδεμένα με τον φέροντα οργανισμό όπως διαχωριστικές τοιχοποιίες, υαλοπίνακες, εξωτερικές επενδύσεις, εγκαταστάσεις κλπ. Κατά συνέπεια χρειάζεται επίσης να τεθούν περιορισμοί για την απρόσκοπτη λειτουργία μηχανημάτων ή συσκευών

που εδράζονται στο φέροντα οργανισμό ή για την αποφυγή παραμονής λιμναζόντων ομβρίων σε επίπεδα δώματα. Η προστασία έναντι διάβρωσης του σκυροδέματος και οξείδωσης των οπλισμών εξασφαλίζει την ανθεκτικότητα της κατασκευής.

Γενικά θεωρείται ότι η λειτουργικότητα και η εμφάνιση συνήθων κατασκευών (κατοικίες, γραφεία, δημόσια κτίρια, συνήθη εργοστάσια κλπ.) παραβλάπτεται όταν η υπολογιζόμενη βύθιση πλακών, δοκών ή προβόλων υπό τον οιονεί μόνιμο συνδυασμό δράσεων υπερβαίνει το 1/250 του ανοίγματος. Για την αποφυγή βλαβών σε μη φέροντα στοιχεία συνδεδεμένα με την κατασκευή είναι σκόπιμο οι βυθίσεις για τα φορτία πλην των ιδίων βαρών του φέροντα οργανισμού να μην υπερβαίνουν το 1/500 του ανοίγματος. Το όριο αυτό μπορεί να τροποποιηθεί ανάλογα με την ευαισθησία των μη φερόντων στοιχείων. Για τη μείωση των βυθίσεων επιτρέπεται κατάλληλη ανύψωση των ξυλοτύπων έως το 1/250 του ανοίγματος.

Ο περιορισμός των παραμορφώσεων θεωρείται ότι εξασφαλίζεται είτε:

- με περιορισμό του λόγου  $l/d$  πλακών και δοκών
- με υπολογισμό της υπό έλεγχο βύθισης και σύγκρισή της με τα αντίστοιχα επιτρεπόμενα όρια

Σε πλάκες και δοκούς οι βυθίσεις θεωρείται ότι δεν υπερβαίνουν τα όρια της §4.1 του ΕΚ2 [3], εφόσον ο λόγος ανοίγματος προς στατικό ύψος  $l/d$  δεν υπερβαίνει τα όρια των ακόλουθων σχέσεων

$$\frac{l}{d} = K \left[ 11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2\sqrt{f_{ck}} \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \text{ για } \rho \leq \rho_0 \quad (8.5)$$

$$\frac{l}{d} = K \left[ 11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \text{ για } \rho \geq \rho_0$$

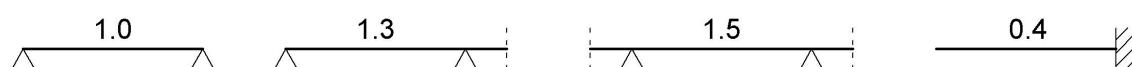
όπου:

$K$ : συντελεστής που εξαρτάται από τις συνθήκες έδρασης του φορέα (Σχήμα 8.27)

$\rho_0$ : ποσοστό οπλισμού αναφοράς

$\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3}$ ,  $f_{ck}$  σε MPa

$\rho, \rho'$ : τα απαιτούμενα ποσοστά εφελκυόμενου και τυχόν θλιβόμενου οπλισμού ανοίγματος (για προβόλους στη στήριξη) υπό τα φορτία της οριακής κατάστασης αστοχίας.



Σχήμα 8.27: Συντελεστής  $K$  ανάλογα με τις συνθήκες έδρασης

Είναι φανερό ότι απαιτείται προεκλογή του ύψους της διατομής, υπολογισμός του απαιτούμενου οπλισμού και έλεγχος συμμόρφωσης του λόγου  $l/d$  με τα όρια των παραπάνω σχέσεων. Κατά συνέπεια η διαδικασία έχει επαναληπτικό χαρακτήρα. Σε πλάκες και δοκούς με  $l \geq 7.0m$  που φέρουν ευαίσθητα διαχωριστικά οι τιμές του  $l/d$  πρέπει να πολλαπλασιασθούν επί τον συντελεστή  $7/l$ .

Ο πίνακας 8.10 δίνει μια εφαρμογή της πρώτης εκ των δύο σχέσεων απαλλαγής για διάφορες κατηγορίες σκυροδέματος και ποσοστά εφελκυόμενου οπλισμού. Είναι φανερό ότι ο λόγος  $l/d$  είναι ιδιαίτερα ευαίσθητος σε μεταβολές του ποσοστού  $\rho$ .

**Πίνακας 8.10: Συσχέτιση λόγου  $l/d$  με το ποσοστό οπλισμού**

fck	C16/20				C20/25				C25/30				C30/37			
$\rho$ (%)	1.5	2.0	3.0	4.0	1.5	2.0	3.0	4.0	1.5	2.0	3.0	4.0	1.5	2.0	3.0	4.0
$(1/K) \cdot (l/d)$	54	35	21	17	70	45	25	19	93	59	32	22	116	73	39	26

### 8.6.6 Ελάχιστα πάχη πλακών κατά ΕΚΟΣ2000

Για την αποφυγή της επαναληπτικής διαδικασίας που προτείνεται από τον ΕΚ2 [3] συνιστάται να γίνεται σε πρώτη φάση η εκτίμηση του πάχους των πλακών σύμφωνα με τον ΕΚΟΣ2000 και στη συνέχεια να γίνεται ο έλεγχος για την ορθότητα της επιλογής σύμφωνα με τον ΕΚ2. Σημειώνεται ότι σύμφωνα με τον ΕΚ2 [3] τα ελάχιστα απαιτούμενα πάχη πλακών είναι συνήθως μικρότερα από αυτά που προκύπτουν σύμφωνα με τον ΕΚΟΣ2000 [1] με τη διαδικασία που παρουσιάζεται στη συνέχεια

Το πάχος της πλάκας πρέπει να είναι τουλάχιστον:

**Πίνακας 8.11: Ελάχιστες τιμές απαιτούμενου πάχους πλάκας κατά ΕΚΩΣ2000 [1]**

a. Γενικά	70mm
β. Για πλάκες κυκλοφορίας επιβατικών αυτοκινήτων	100mm
γ. Για πλάκες κυκλοφορίας φορτηγών αυτοκινήτων	120mm
δ. Για πλάκες κατ' εξαίρεση βατές όπως για εργασίες συντήρησης ή καθαρισμού (πχ ορισμένες πλάκες στεγών)	50mm

Οι ελάχιστες αυτές τιμές που δίνει ο κανονισμός είναι προφανώς πάρα πολύ μικρές και σπάνια χρησιμοποιούνται στην πράξη. Συνήθως τα απλά οικοδομικά έργα έχουν πλάκες της τάξης των 120-200mm.

Συνήθως το πάχος των πλακών προκύπτει από τον έλεγχο των παραμορφώσεων (ΕΚΟΣ2000 [1], §16.2). Για να απαλλαγεί μια πλάκα από τον έλεγχο των βελών κάμψης θα πρέπει να τηρούνται τα παρακάτω όρια καμπτικής λυγηρότητας ( $\alpha \cdot l/d$ ):

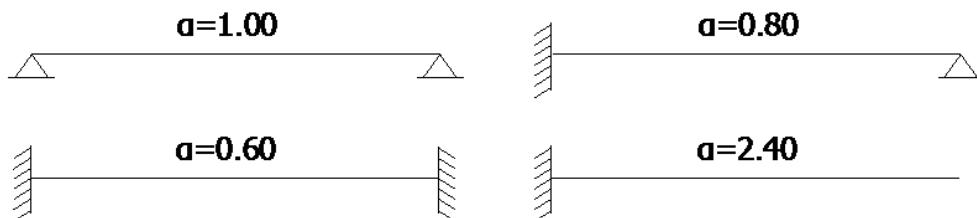
- Αμφιέρειστες ή τετραέρειστες πλάκες:  $\alpha \cdot l/d \leq 30$
- Πλάκες που φέρουν ευαίσθητα διαχωριστικά με λόγο  $(\alpha \cdot l)^2/d \leq 150$  ( $l$  και  $d$  σε μέτρα) εκτός αν λαμβάνονται κατάλληλα κατασκευαστικά μέτρα οπότε μπορούν να εφαρμοστούν τα προηγούμενα όρια πλακών

όπου:

d: το στατικό ύψος της πλάκας

l: το άνοιγμα της πλάκας (ο έλεγχος πρέπει να γίνεται σε κάθε διεύθυνση)

a: συντελεστής που λαμβάνεται από το σχήμα 8.25, ανάλογα με τις συνθήκες στήριξης της πλάκας στην κάθε διεύθυνση



**Σχήμα 8.28:** Συντελεστής A ανάλογα με τις συνθήκες έδρασης

Ουσιαστικά από τις παραπάνω σχέσεις για τις συνήθεις πλάκες το ελάχιστο στατικό ύψος υπολογίζεται από τη σχέση:

$$d \geq \frac{(\alpha \cdot l)_{min}}{30} \quad (8.6)$$

η οποία θα πρέπει να ελέγχεται και στις δύο διευθύνσεις της πλάκας.

Συνήθως, σε κοινά οικοδομικά έργα επιδιώκουμε να έχουμε κοινό πάχος σε όλες τις πλάκες ενός ορόφου οπότε τελικά επιλέγεται το d που προκύπτει για όλες τις πλάκες του ορόφου, συμπεριλαμβανομένων και των προβόλων.

### 8.6.7 Καθορισμός συνθηκών στήριξης

Σε περίπτωση συνεχών πλακών η μεταξύ τους στήριξη θεωρείται πάντα ότι είναι πάκτωση. Για παράδειγμα στο σχήμα 8.4 οι στηρίξεις μεταξύ των πλακών Π1-Π3, Π3-Π4, Π3-Π6 κτλ. θεωρούνται πακτώσεις. Οι εξωτερικές στηρίξεις θεωρούνται απλές εδράσεις.

Στην περίπτωση στήριξης μεταξύ προβόλων και πλακών γίνεται η εξής διάκριση:

- Αν  $l_{\pi\rho}/l_{\pi\lambda} \leq 0.25$  τότε θεωρείται απλή στήριξη
- Αν  $l_{\pi\rho}/l_{\pi\lambda} \geq 0.33$  τότε θεωρείται πάκτωση
- Για τιμές μεταξύ των δύο ορίων τότε η διαδικασία υπολογισμού επαναλαμβάνεται δύο φορές, μία για  $l_{\pi\rho}/l_{\pi\lambda} = 0.25$ , μία για  $l_{\pi\rho}/l_{\pi\lambda} = 0.33$  και στη συνέχεια γίνεται γραμμική παρεμβολή μεταξύ των αποτελεσμάτων

Για τις ανάγκες του μαθήματος «Κατασκευές Οπλισμένου Σκυροδέματος I» ο έλεγχος θα γίνεται μόνο για την τιμή 0.33 και αν ο λόγος είναι μεγαλύτερος ή ίσος θα θεωρείται πάκτωση, ενώ αν είναι μικρότερος θα θεωρείται απλή στήριξη.

Προσοχή πρέπει να δίνεται στο ότι το μήκος  $l_{\pi\lambda}$  είναι το μήκος της πλάκας το οποίο είναι κάθετο στην στήριξη του προβόλου.

## 8.7 Συνοπτική διαδικασία διαστασιολόγησης πλακών

Με βάση ότι έχει αναφερθεί μέχρι στιγμής, η διαδικασία διαστασιολόγησης των πλακών Ο/Σ μπορεί να συνοψιστεί στα παρακάτω βήματα.

1. Αναγνώριση του είδους των πλακών (διέρειστες, τετραέρειστες, πρόβολοι κτλ) και κατ' επέκταση του τρόπου με τον οποίο θα οπλιστούν
2. Αναγνώριση του είδους των στηρίξεων των πλακών
3. Υπολογισμός του πάχους των πλακών (συχνά επιλέγεται ενιαίο για όλες τις πλάκες)
4. Δημιουργία του στατικού συστήματος και επίλυσή του. Αυτό μπορεί να γίνει είτε μέσω της επίλυσης μεμονωμένης ή συνεχούς δοκού πλάτους 1.00m στην περίπτωση των απλά οπλισμένων πλακών, είτε με τη μέθοδο των πεσσοειδών φορτίσεων στην περίπτωση των σταυροειδώς οπλισμένων πλακών.
5. Με βάση τις ροπές σχεδιασμού στα ανοίγματα υπολογίζεται ο οπλισμός που τοποθετείται σε αυτά και συγκρίνεται με τον ελάχιστο επιτρεπόμενο
6. Κάμπτεται το ½ του οπλισμού των ανοιγμάτων («σπάει») και ανεβαίνει στις στηρίξεις
7. Ελέγχεται αν ο οπλισμός που έχει έρθει από τα ανοίγματα στις στηρίξεις επαρκεί για να παραλάβει τη ροπή που αναπτύσσεται εκεί. Αν όχι τοποθετείται πρόσθιτος οπλισμός
8. Τοποθέτηση του οπλισμού διανομής και απόσχισης, αν βέβαια απαιτείται.
9. Τοποθέτηση οπλισμού τύπου «φουρκέτας» αν απαιτείται.

Σε κάθε περίπτωση ο οπλισμός υπολογίζεται για λωρίδα της πλάκας πλάτους 1.00m και το εμβαδόν οπλισμού στη λωρίδα αυτή μπορεί να λαμβάνεται από τον πίνακα στον πίνακα [8.12](#).

**Πίνακας 8.12: Εμβαδόν ράβδων οπλισμού σε πλάτος 1.00m**

Αποστάσεις (cm)	Διάμετρος ράβδων (mm)										
	6	7	8	10	12	14	16	18	20	22	24
7.0	4.04	5.50	7.18	11.22	16.16	21.99	28.72	36.35	44.88	54.30	64.63
7.5	3.77	5.13	6.70	10.47	15.08	20.53	26.81	33.93	41.89	50.68	60.32
8.0	3.53	4.81	6.28	9.82	14.14	19.24	25.13	31.81	39.27	47.52	56.55
8.5	3.33	4.53	5.91	9.24	13.31	18.11	23.65	29.94	36.96	44.72	53.22
9.0	3.14	4.28	5.59	8.73	12.57	17.10	22.34	28.27	34.91	42.24	50.27
9.5	2.98	4.05	5.29	8.27	11.90	16.20	21.16	26.79	33.07	40.01	47.62
10.0	2.83	3.85	5.03	7.85	11.31	15.39	20.11	25.45	31.42	38.01	45.24
10.5	2.69	3.67	4.79	7.48	10.77	14.66	19.15	24.24	29.92	36.20	43.08
11.0	2.57	3.50	4.57	7.14	10.28	13.99	18.28	23.13	28.56	34.56	41.13
11.5	2.46	3.35	4.37	6.83	9.83	13.39	17.48	22.13	27.32	33.06	39.34
12.0	2.36	3.21	4.19	6.54	9.42	12.83	16.76	21.21	26.18	31.68	37.70
12.5	2.26	3.08	4.02	6.28	9.05	12.32	16.08	20.36	25.13	30.41	36.19
13.0	2.17	2.96	3.87	6.04	8.70	11.84	15.47	19.57	24.17	29.24	34.80
13.5	2.09	2.85	3.72	5.82	8.38	11.40	14.89	18.85	23.27	28.16	33.51
14.0	2.02	2.75	3.59	5.61	8.08	11.00	14.36	18.18	22.44	27.15	32.31
14.5	1.95	2.65	3.47	5.42	7.80	10.62	13.87	17.55	21.67	26.22	31.20
15.0	1.88	2.57	3.35	5.24	7.54	10.26	13.40	16.96	20.94	25.34	30.16
15.5	1.82	2.48	3.24	5.07	7.30	9.93	12.97	16.42	20.27	24.52	29.19
16.0	1.77	2.41	3.14	4.91	7.07	9.62	12.57	15.90	19.63	23.76	28.27
16.5	1.71	2.33	3.05	4.76	6.85	9.33	12.19	15.42	19.04	23.04	27.42
17.0	1.66	2.26	2.96	4.62	6.65	9.06	11.83	14.97	18.48	22.36	26.61
17.5	1.62	2.20	2.87	4.49	6.46	8.80	11.49	14.54	17.95	21.72	25.85
18.0	1.57	2.14	2.79	4.36	6.28	8.55	11.17	14.14	17.45	21.12	25.13
18.5	1.53	2.08	2.72	4.25	6.11	8.32	10.87	13.76	16.98	20.55	24.45
19.0	1.49	2.03	2.65	4.13	5.95	8.10	10.58	13.39	16.53	20.01	23.81
19.5	1.45	1.97	2.58	4.03	5.80	7.89	10.31	13.05	16.11	19.49	23.20
20.0	1.41	1.92	2.51	3.93	5.65	7.70	10.05	12.72	15.71	19.01	22.62
21.0	1.35	1.83	2.39	3.74	5.39	7.33	9.57	12.12	14.96	18.10	21.54
22.0	1.29	1.75	2.28	3.57	5.14	7.00	9.14	11.57	14.28	17.28	20.56
23.0	1.23	1.67	2.19	3.41	4.92	6.69	8.74	11.06	13.66	16.53	19.67
24.0	1.18	1.60	2.09	3.27	4.71	6.41	8.38	10.60	13.09	15.84	18.85
25.0	1.13	1.54	2.01	3.14	4.52	6.16	8.04	10.18	12.57	15.21	18.10
26.0	1.09	1.48	1.93	3.02	4.35	5.92	7.73	9.79	12.08	14.62	17.40
27.0	1.05	1.43	1.86	2.91	4.19	5.70	7.45	9.42	11.64	14.08	16.76
28.0	1.01	1.37	1.80	2.80	4.04	5.50	7.18	9.09	11.22	13.58	16.16
29.0	0.97	1.33	1.73	2.71	3.90	5.31	6.93	8.77	10.83	13.11	15.60
30.0	0.94	1.28	1.68	2.62	3.77	5.13	6.70	8.48	10.47	12.67	15.08
32.0	0.88	1.20	1.57	2.45	3.53	4.81	6.28	7.95	9.82	11.88	14.14
34.0	0.83	1.13	1.48	2.31	3.33	4.53	5.91	7.48	9.24	11.18	13.31
36.0	0.79	1.07	1.40	2.18	3.14	4.28	5.59	7.07	8.73	10.56	12.57
38.0	0.74	1.01	1.32	2.07	2.98	4.05	5.29	6.70	8.27	10.00	11.90
40.0	0.71	0.96	1.26	1.96	2.83	3.85	5.03	6.36	7.85	9.50	11.31
42.0	0.67	0.92	1.20	1.87	2.69	3.67	4.79	6.06	7.48	9.05	10.77
44.0	0.64	0.87	1.14	1.78	2.57	3.50	4.57	5.78	7.14	8.64	10.28
46.0	0.61	0.84	1.09	1.71	2.46	3.35	4.37	5.53	6.83	8.26	9.83
48.0	0.59	0.80	1.05	1.64	2.36	3.21	4.19	5.30	6.54	7.92	9.42
50.0	0.57	0.77	1.01	1.57	2.26	3.08	4.02	5.09	6.28	7.60	9.05

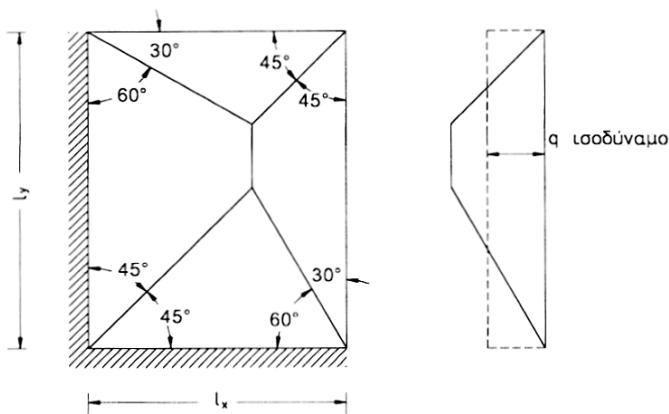
## 8.8 Μεταφορά φορτίων από τις πλάκες στις δοκούς

### 8.8.1 Γενική περίπτωση

Οι αντιδράσεις ομοιόμορφα κατανεμημένων πλακών ορθογωνικής κάτοψης και κατ' επέκταση τα φορτία που μεταφέρονται στις στηρίξεις τους (κυρίως δοκοί ή/και τοιχώματα) μπορούν να προκύψουν προσεγγιστικά από τις επιφάνειες που παρουσιάζονται στα σχήματα 8.29 και 8.30 σύμφωνα με τον γεωμετρικό κανόνα μερισμού της επιφάνειας της πλάκας. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό:

- Εφόσον σε μία γωνία συντρέχουν πλευρές ομοειδούς στήριξης (πάκτωση-πάκτωση ή έδραση-έδραση) η γωνία μερισμού είναι  $45^\circ$ .
- Εφόσον συντρέχουν μία πλήρως πακτωμένη με μία απλά εδραζόμενη οι γωνίες μερισμού είναι  $60^\circ$  και  $30^\circ$  αντίστοιχα.
- Για μερική πάκτωση συνιστάται να λαμβάνονται ενδιάμεσες τιμές των γωνιών (κάτι που εφαρμόζεται εξαιρετικά σπάνια)

Ο κανόνας μερισμού ακολουθεί κατά προσέγγιση τις γραμμές της τυπικής εικόνας ρηγμάτωσης της κάτω επιφάνειας της πλάκας.



**Σχήμα 8.29:** Κανόνας μερισμού των επιφανειών μια πλάκας. Παραγόμενη τραπεζοειδής φόρτιση και ισοδύναμη ομοιόμορφη

Είναι φανερό ότι με την παραπάνω θεώρηση η φόρτιση των δοκών προκύπτει ιδιαίτερα πολύπλοκη (τριγωνική ή τραπεζοειδής). Για τη διευκόλυνση των στατικών υπολογισμών είναι δυνατή, σε κοινά οικοδομικά έργα, η προσεγγιστική μετατροπή του τριγωνικού ή τραπεζοειδούς φορτίου των δοκών σε ισοδύναμο ομοιόμορφο.

Το απλούστερο (αλλά επαρκές) κριτήριο για την μετατροπή αυτή μπορεί να τεθεί η ταύτιση των μέγιστων τιμών των καμπτικών ροπών και τεμνουσών δυνάμεων αμφιέρειστης δοκού υπό το κατά περίπτωση τριγωνικό ή τραπεζοειδές φορτίο και το αντίστοιχο ισοδύναμο ομοιόμορφο. Είναι προφανές ότι προκύπτουν διαφορετικά ισοδύναμα ομοιόμορφα φορτία για ταύτιση των μέγιστων ροπών ( $p_M$ ) ή τεμνουσών

( $p_V$ ). Η μετατροπή γίνεται με τη βοήθεια των ακόλουθων σχέσεων:

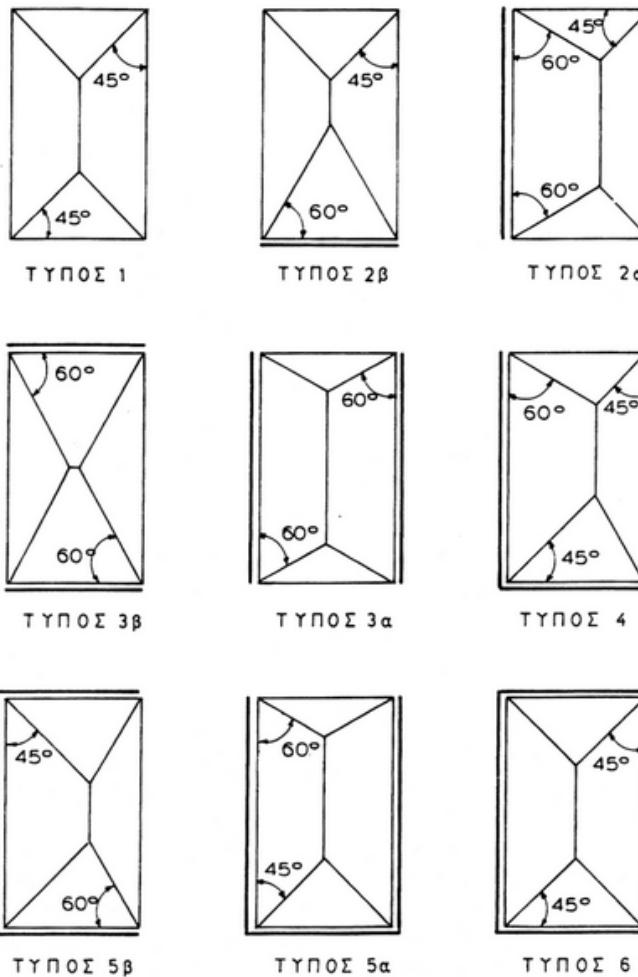
$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \cdot p \cdot l_{min} \\ p_M &= \lambda_M \cdot P \\ p_V &= \lambda_V \cdot P \end{aligned} \tag{8.7}$$

όπου:

$p$ : φορτίο πλάκας ( $g$ : μόνιμο,  $q$ : μεταβλητό,  $p$ : καθολικό)

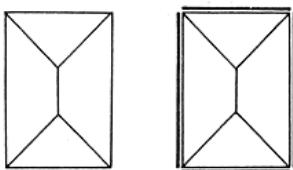
$l_{min}$ : η ελάχιστη πλευρά της πλάκας

$\lambda_M, \lambda_V$ : συντελεστές αναγωγής που υπολογίζονται ανάλογα με τις συνθήκες στήριξης και το λόγο  $\epsilon = l_{max}/l_{min}$  (σχήματα 8.31 έως 8.34)



**Σχήμα 8.30:** Κατανομή των επιφανειών της πλάκας για τη μεταφορά των φορτίων στις δοκούς (διπλή γραμμή: πάκτωση, μονή γραμμή: απλή έδραση)

ΠΛΑΚΕΣ ΤΥΠΟΥ 1 ή 6



$$\bar{\lambda} = 1000 * \lambda$$

Ισοδύναμα ομοιόμορφα φορτία Δοκών

Για τέμνουσες :  $P^i_y = \lambda^i_y * P$

Για ροπές :  $P^i_h = \lambda^i_h * P$

ο(άνω), υ(κάτω)

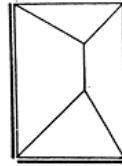
Οριο πλάκας i :

1(αριστερά), r(δεξιά)

$$P = (p_{n\lambda} * l_{min}) / 2$$

$p_{n\lambda}$  : Φορτίο πλάκας συνά m<sup>2</sup>

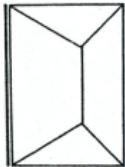
ΠΛΑΚΕΣ ΤΥΠΟΥ 4



$\varepsilon = l_{max}/l_{min}$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50	1.60	1.70	1.80	2.00	2.25	2.50	3.00	3.50	4.00	5.00
Π λ ά κ ε ζ μ ε σ τ η ρ ι ξ ε ι ζ τ ύ π ο υ 1 ή 6																					
$\bar{\lambda}_y^o = \bar{\lambda}_y^u$	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	
$\bar{\lambda}_y^i = \bar{\lambda}_y^r$	500	524	545	565	583	600	615	630	643	655	667	688	706	722	750	778	800	833	857	875	900
$\bar{\lambda}_h^o = \bar{\lambda}_h^u$	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667
$\bar{\lambda}_h^i = \bar{\lambda}_h^r$	667	698	725	748	769	787	803	817	830	841	852	870	885	897	917	934	947	962	973	979	987
Π λ ά κ ε ζ μ ε σ τ η ρ ι ξ ε ι ζ τ ύ π ο υ 4																					
$\bar{\lambda}_y^o$	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	
$\bar{\lambda}_y^u$	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	
$\bar{\lambda}_y^i$	634	664	692	717	739	761	780	798	815	831	845	872	895	916	951	986	1014	1057	1087	1110	1141
$\bar{\lambda}_y^r$	366	383	399	414	427	439	450	460	471	480	488	503	517	529	549	569	586	610	627	641	659
$\bar{\lambda}_h^o$	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	
$\bar{\lambda}_h^u$	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	
$\bar{\lambda}_h^i$	827	865	898	928	954	977	998	1017	1034	1049	1063	1086	1105	1122	1147	1169	1186	1207	1220	1230	1240
$\bar{\lambda}_h^r$	478	501	520	538	554	567	578	589	600	608	616	630	640	650	665	678	688	700	708	713	719

**Σχήμα 8.31:** Συντελεστές αναγωγής τριγωνικών και τραπεζοειδών αντιδράσεων πλακών με στήριξη τύπου 1,6 και 4 σε ισοδύναμη ομοιόμορφη φόρτιση

ΠΛΑΚΕΣ ΤΥΠΟΥ 2α



$$\bar{\lambda} = 1000 * \lambda$$

Ισοδύναμα ομοιόμορφα φορτία Δοκών

Για τέμνουσες :  $P^i_y = \lambda^i_y * P$

Για ροπές :  $P^i_h = \lambda^i_h * P$

ο(άνω), υ(κάτω)

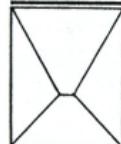
Οριο πλάκας i :

1(αριστερά), r(δεξιά)

$$P = (p_{n\lambda} * l_{min}) / 2$$

$p_{n\lambda}$  : Φορτίο πλάκας συνά m<sup>2</sup>

ΠΛΑΚΕΣ ΤΥΠΟΥ 2β



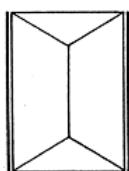
$$\varepsilon < 1.366$$

$$\varepsilon > 1.366$$

$\varepsilon = l_{max}/l_{min}$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50	1.60	1.70	1.80	2.00	2.25	2.50	3.00	3.50	4.00	5.00
Π λ ά κ ε ζ μ ε σ τ η ρ ι ξ ε ι ζ τ ύ π ο υ 2α																					
$\bar{\lambda}_y^o = \bar{\lambda}_y^u$	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	366	
$\bar{\lambda}_y^i$	804	826	846	864	881	897	911	924	937	948	959	978	995	1010	1036	1062	1082	1113	1135	1152	1175
$\bar{\lambda}_y^r$	464	477	489	499	509	518	526	534	541	547	554	565	575	583	598	613	625	643	656	665	679
$\bar{\lambda}_h^o = \bar{\lambda}_h^u$	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	478	
$\bar{\lambda}_h^u$	1042	1063	1081	1097	1111	1123	1134	1144	1153	1161	1168	1180	1190	1198	1212	1223	1232	1243	1250	1254	1259
$\bar{\lambda}_h^i$	601	613	624	633	641	648	655	660	665	670	674	681	687	692	699	706	711	717	721	724	727
Π λ ά κ ε ζ μ ε σ τ η ρ ι ξ ε ι ζ τ ύ π ο υ 2β																					
$\bar{\lambda}_y^o$	804	820	833	844	853	860	864	866	867	867	867	867	867	867	867	867	867	867	867	867	
$\bar{\lambda}_y^u$	464	473	481	487	492	496	499	496	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	
$\bar{\lambda}_y^i = \bar{\lambda}_y^r$	366	384	403	421	439	458	476	494	512	529	545	573	598	621	658	694	727	772	805	829	863
$\bar{\lambda}_h^o$	1042	1070	1094	1113	1130	1143	1151	1154	1156	1156	1156	1156	1156	1156	1156	1156	1156	1156	1156	1156	
$\bar{\lambda}_h^u$	601	617	632	642	652	659	665	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	
$\bar{\lambda}_h^i = \bar{\lambda}_h^r$	478	501	526	549	573	598	621	645	667	688	708	740	767	790	826	857	880	910	928	939	953

**Σχήμα 8.32:** Συντελεστές αναγωγής τριγωνικών και τραπεζοειδών αντιδράσεων πλακών με στήριξη τύπου 2 σε ισοδύναμη ομοιόμορφη φόρτιση

ΠΛΑΚΕΣ ΤΥΠΟΥ 3α



$$\bar{\lambda} = 1000 * \lambda$$

Ισοδύναμα ομοιόμορφα φορτία Δοκών

 Για τέμνουσες :  $P_v^i = \lambda_v^i * P$ 

 Για ροπές :  $P_h^i = \lambda_h^i * P$ 

ο(άνω), u(κάτω)

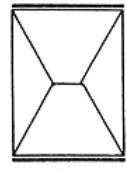
Οριο πλάκας i :

l(αριστερά), r(δεξιά)

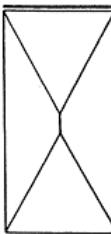
$$P = (p_{nh} * l_{min}) / 2$$

 $p_{nh}$  : Φορτίο πλάκας ανά  $m^2$ 

ΠΛΑΚΕΣ ΤΥΠΟΥ 3β



$$\epsilon < 1.732$$

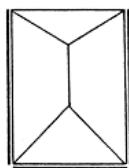


$$\epsilon > 1.732$$

$\epsilon = l_{max}/l_{min}$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50	1.60	1.70	1.80	2.00	2.25	2.50	3.00	3.50	4.00	5.00
$\bar{\lambda}_v^o = \bar{\lambda}_v^u$	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	
$\bar{\lambda}_v^i = \bar{\lambda}_v^r$	711	725	738	749	759	769	778	786	794	801	808	820	830	840	856	872	885	904	918	928	942
$\bar{\lambda}_h^o = \bar{\lambda}_h^u$	384	384	384	384	384	384	384	384	384	384	384	384	384	384	384	384	384	384	384	384	384
$\bar{\lambda}_h^i = \bar{\lambda}_h^r$	889	899	908	916	923	929	934	939	943	947	950	957	962	966	972	978	982	988	990	993	996
$\bar{\lambda}_v^o = \bar{\lambda}_v^u$	711	732	751	768	784	799	812	823	834	843	850	861	866	867	867	867	867	867	867	867	867
$\bar{\lambda}_v^i = \bar{\lambda}_v^r$	289	303	318	332	346	361	375	390	404	419	433	462	491	518	566	615	654	711	753	783	826
$\bar{\lambda}_h^o = \bar{\lambda}_h^u$	889	921	952	981	1008	1033	1056	1077	1095	1111	1125	1145	1154	1156	1156	1156	1156	1156	1156	1156	1156
$\bar{\lambda}_h^i = \bar{\lambda}_h^r$	384	404	424	443	461	481	500	520	539	559	577	616	655	691	750	802	840	889	918	938	960

**Σχήμα 8.33:** Συντελεστές αναγωγής τριγωνικών και τραπεζοειδών αντιδράσεων πλακών με στήριξη τύπου 3 σε ισοδύναμη ομοιόμορφη φόρτιση

ΠΛΑΚΕΣ ΤΥΠΟΥ 5α



$$\bar{\lambda} = 1000 * \lambda$$

Ισοδύναμα ομοιόμορφα φορτία Δοκών

 Για τέμνουσες :  $P_v^i = \lambda_v^i * P$ 

 Για ροπές :  $P_h^i = \lambda_h^i * P$ 

ο(άνω), u(κάτω)

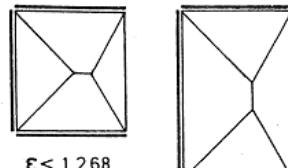
Οριο πλάκας i :

l(αριστερά), r(δεξιά)

$$P = (p_{nh} * l_{min}) / 2$$

 $p_{nh}$  : Φορτίο πλάκας ανά  $m^2$ 

ΠΛΑΚΕΣ ΤΥΠΟΥ 5β



$$\epsilon < 1.268$$



$$\epsilon > 1.268$$

$\epsilon = l_{max}/l_{min}$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50	1.60	1.70	1.80	2.00	2.25	2.50	3.00	3.50	4.00	5.00
$\bar{\lambda}_v^o = \bar{\lambda}_v^u$	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288	
$\bar{\lambda}_v^i = \bar{\lambda}_v^r$	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	500	
$\bar{\lambda}_h^i = \bar{\lambda}_h^r$	606	624	642	657	671	685	697	708	718	728	737	754	768	781	803	825	842	869	887	901	921
$\bar{\lambda}_h^o = \bar{\lambda}_h^u$	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385	385	
$\bar{\lambda}_h^i = \bar{\lambda}_h^r$	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	667	
$\bar{\lambda}_h^o = \bar{\lambda}_h^u$	793	812	829	843	856	868	878	886	894	901	908	919	928	936	948	959	967	977	983	987	992
$\bar{\lambda}_v^o = \bar{\lambda}_v^u$	606	615	623	628	632	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	634	
$\bar{\lambda}_v^i = \bar{\lambda}_v^r$	500	525	550	575	600	625	650	672	694	713	732	765	795	821	866	911	946	1000	1038	1067	1107
$\bar{\lambda}_h^i = \bar{\lambda}_h^r$	289	303	317	332	346	361	375	388	401	411	423	442	459	474	500	526	546	577	600	616	639
$\bar{\lambda}_h^o = \bar{\lambda}_h^u$	793	806	817	823	826	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	827	
$\bar{\lambda}_h^i = \bar{\lambda}_h^r$	667	700	733	767	800	833	866	894	922	944	966	1001	1033	1057	1198	1134	1159	1192	1212	1225	1241
$\bar{\lambda}_h^o = \bar{\lambda}_h^u$	385	404	423	443	461	481	500	516	533	544	558	579	596	611	634	655	669	688	701	707	716

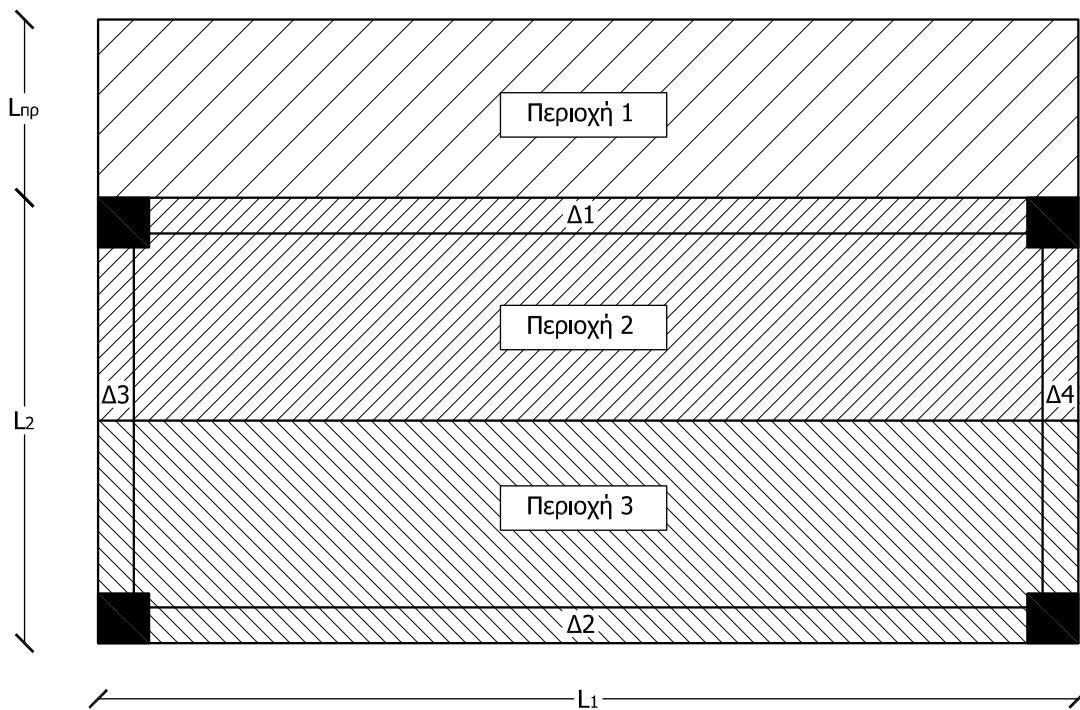
**Σχήμα 8.34:** Συντελεστές αναγωγής τριγωνικών και τραπεζοειδών αντιδράσεων πλακών με στήριξη τύπου 5 σε ισοδύναμη ομοιόμορφη φόρτιση

### 8.8.2 Μεταφορά φορτίων σε απλά οπλισμένες πλάκες

Στην περίπτωση των απλά οπλισμένων πλακών η μεταφορά των φορτίων από τις πλάκες στις δοκούς γίνεται σύμφωνα με το σχήμα 8.35 ως εξής:

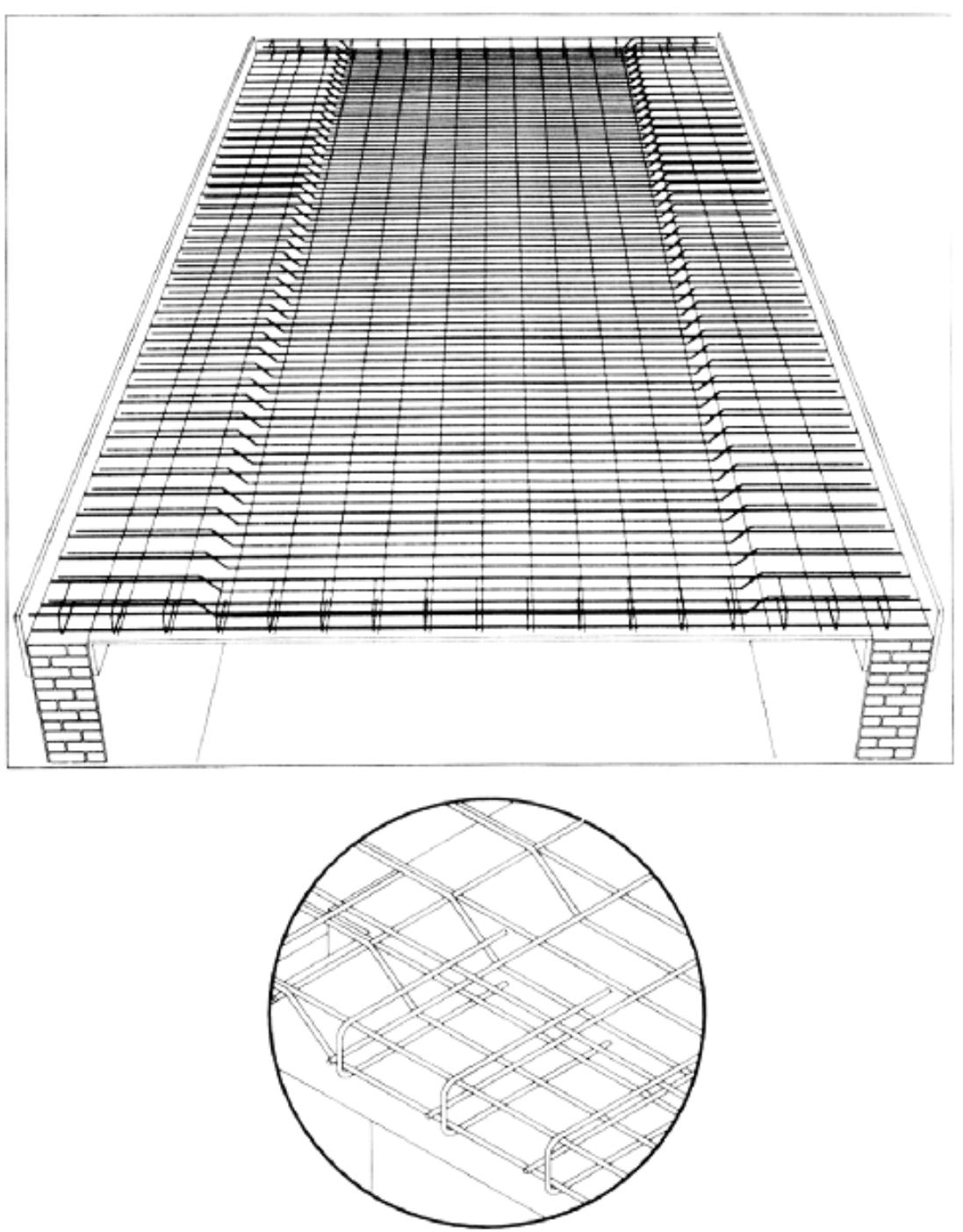
- Όλο το φορτίο από τον πρόβολο μεταφέρεται στη δοκό στην οποία στηρίζεται (η περιοχή 1 στο σχήμα 8.35 στη Δ1)
- Το φορτίο της πλάκας μεταφέρεται εξίσου στις δύο δοκούς. Το φορτίο δηλαδή της περιοχής 2 μεταφέρεται στη δοκό Δ1 και της περιοχής 3 στη Δ2

Με τον τρόπο αυτό όλο το φορτίο των πλακών μεταφέρεται στις δύο δοκούς (εδώ Δ1 και Δ2) ενώ οι υπόλοιπες (εδώ Δ3 και Δ4) δεν παραλαμβάνουν κάποιο φορτίο. Αυτό είναι βεβαίως προς την πλευρά της ασφάλειας για τις Δ1 και Δ2, όχι όμως και για τις Δ3 και Δ4. Στην πραγματικότητα όμως το φορτίο που θα αντιστοιχούσε σε αυτές (βλ. σχήμα 8.30) είναι πολύ μικρό οπότε κατά πάσα πιθανότητα στις δοκούς αυτές θα τοποθετούνταν ο ελάχιστος επιτρεπόμενος οπλισμός.

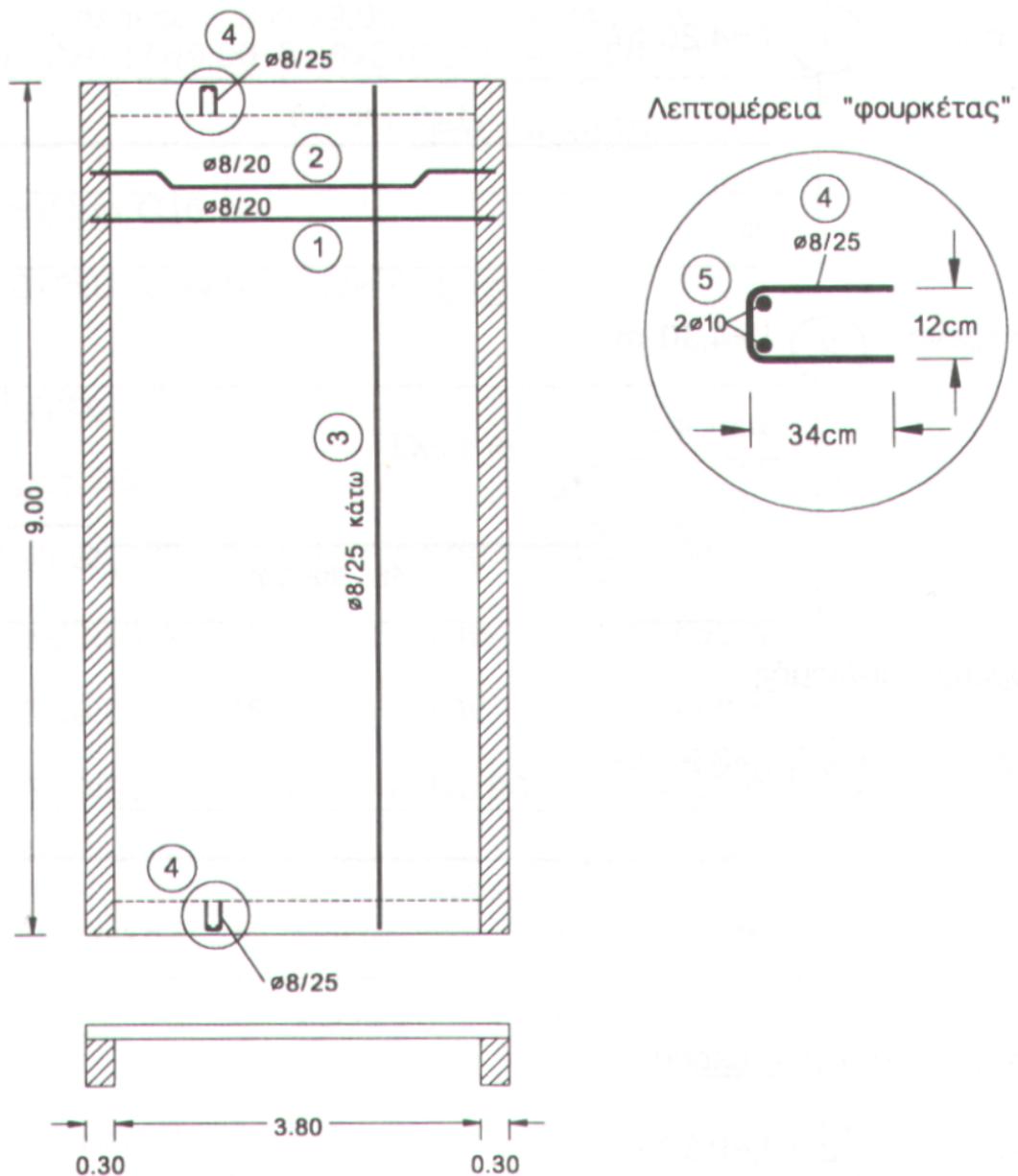


**Σχήμα 8.35:** Μεταφορά επιφανειακών φορτίων από απλά οπλισμένες πλάκες στις δοκούς

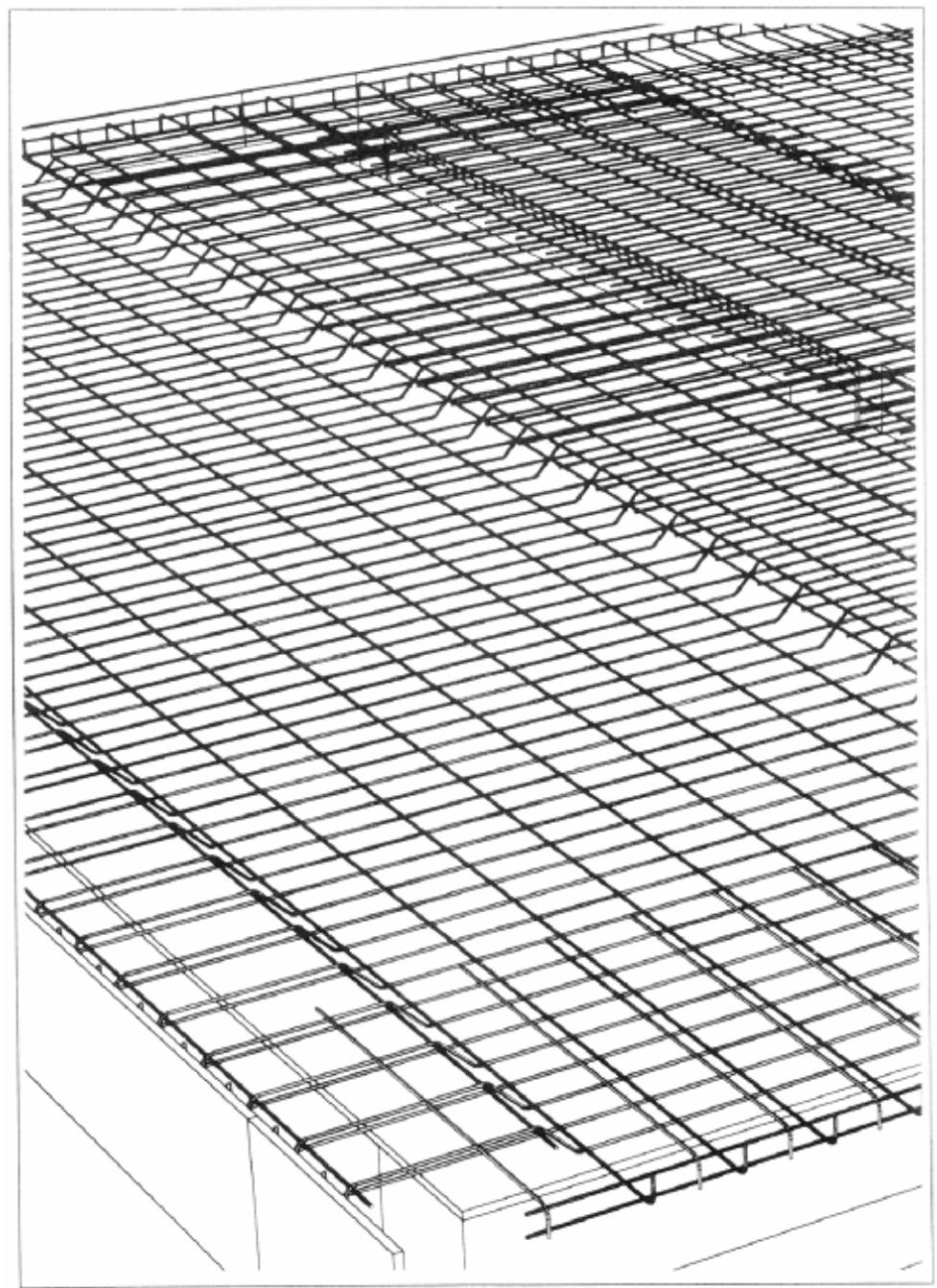
## 8.9 Τυπικές εικόνες όπλισης πλακών οπλισμένου σκυροδέματος



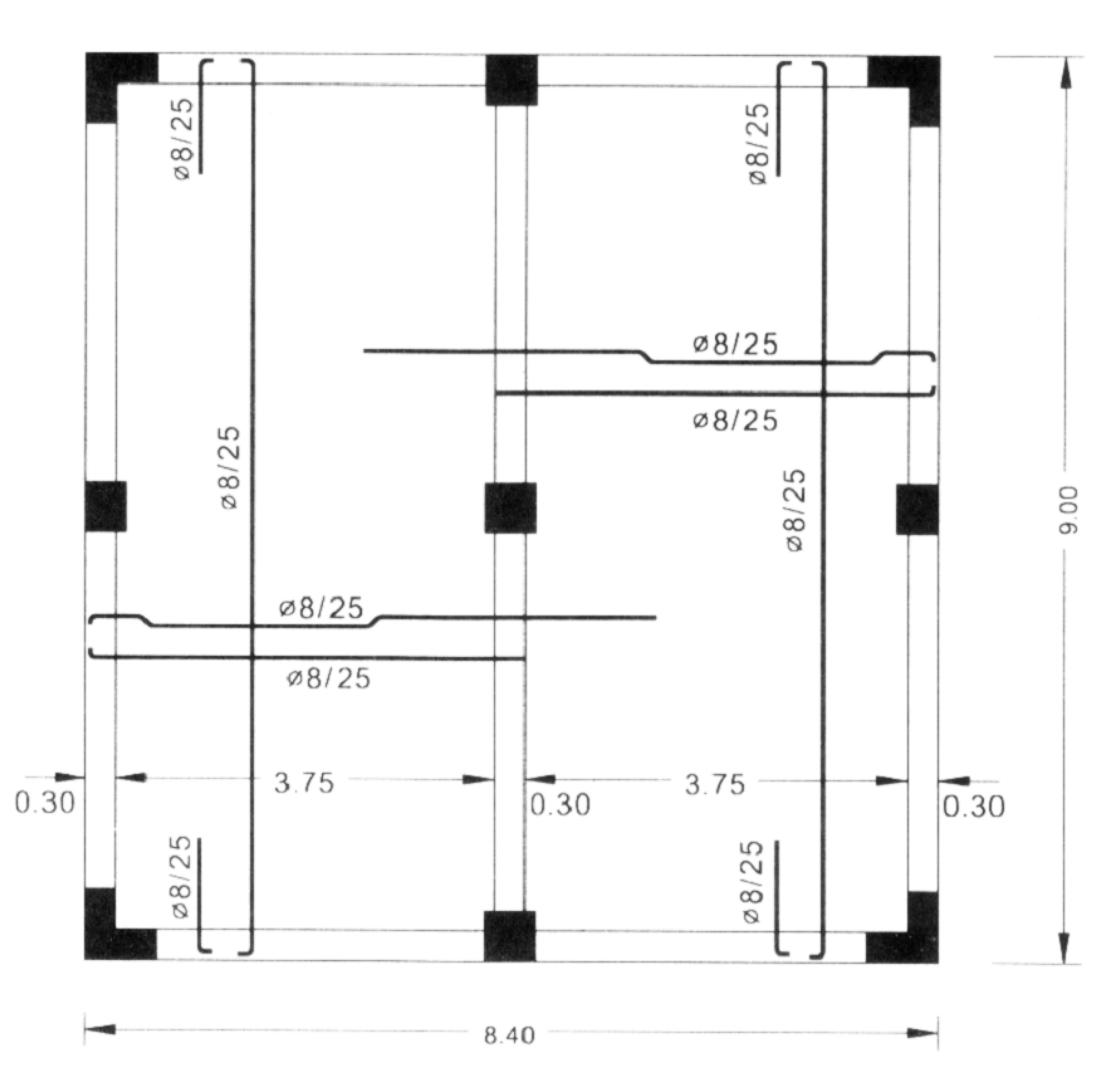
**Σχήμα 8.36:** Όπλιση αμφιέρειστης, απλά οπλισμένης πλάκας (Κωνσταντινίδης, 1996 [12])



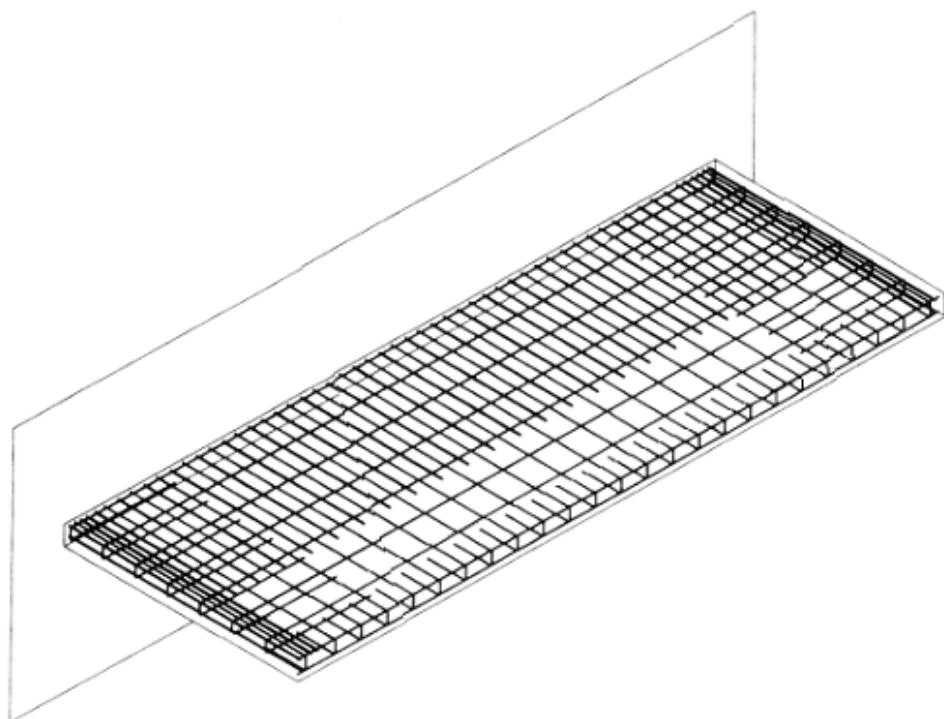
**Σχήμα 8.37:** Όπλιση της πλάκας του προηγούμενου σχήματος (Κωνσταντινίδης, 1996 [12])



**Σχήμα 8.38:** Όπλιση τετραέρειστης, απλά οπλισμένης πλάκας. Διακρίνονται οι οπλισμοί διανομής και απόσχισης (Κωνσταντινίδης, 1996 [12])



**Σχήμα 8.39:** Όπλιση της πλάκας του προηγούμενου σχήματος (Κωνσταντινίδης, 1996 [12])



**Σχήμα 8.40:** Όπλιση προβόλου. Είναι δυνατόν τμήμα των οπλισμών της στήριξης να μη συνεχίζει σε όλο το μήκος του προβόλου (Κωνσταντινίδης 1995)

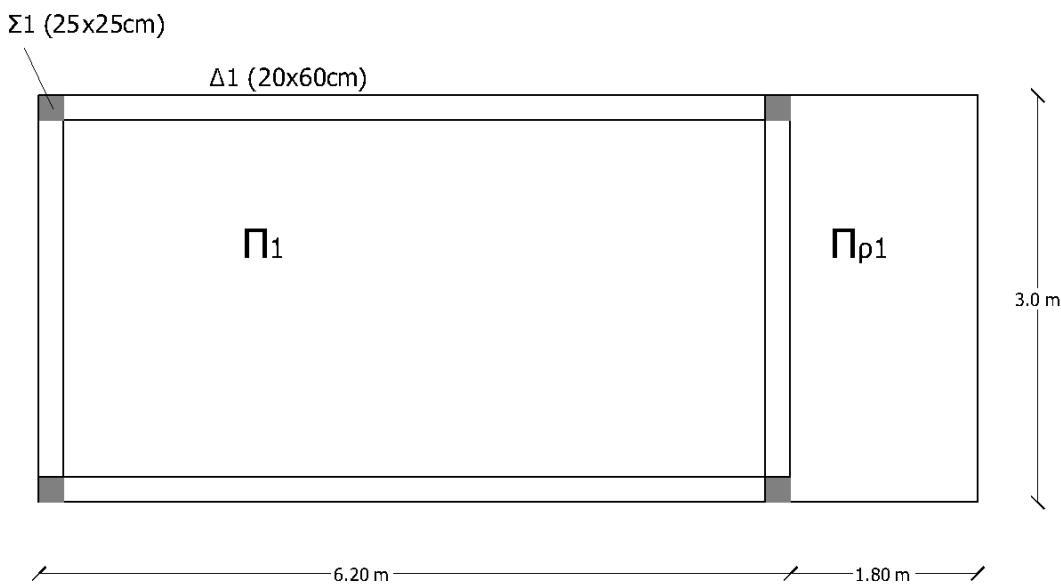
## 8.10 Ασκήσεις - Παραδείγματα

### 8.10.1 Παράδειγμα 1 - Επίλυση απλά οπλισμένης πλάκας

#### 8.10.1.1 Εκφώνηση

Δίνεται ο ξυλότυπος του σχήματος που ακολουθεί καθώς και τα αντίστοιχα μόνιμα και κινητά φορτία των πλακών. Ζητείται η διαστασιολόγηση των πλακών, συγκεκριμένα:

- Η επιλογή ενιαίου πάχους των πλακών (επικάλυψη οπλισμού πλακών  $d_1 = 2.0\text{cm}$ )
- Το στατικό σύστημα και ο υπολογισμός των ροπών σχεδιασμού
- Ο υπολογισμός του οπλισμού των πλακών
- Ο σχεδιασμός του ξυλότυπου των οπλισμών



**Σχήμα 8.41: Παράδειγμα 1 - Κάτοψη**

#### Δεδομένα

- Μόνιμα φορτία πλάκας  $\Pi_1$  και του προβόλου  $\Pi_{ρ1}$ :  $g = 3.45\text{KN}/\text{m}^2$
- Κινητά φορτία πλάκας  $\Pi_1$   $q = 4.75\text{KN}/\text{m}^2$
- Κινητά φορτία του προβόλου  $\Pi_{ρ1}$ :  $q_{πρ} = 6.25\text{KN}/\text{m}^2$
- Κατηγορία σκυροδέματος C20. Κατηγορία χάλυβα B500C.
- Κατηγορία πλαστιμότητας ΚΠΜ  
Τα ίδια βάρη των πλακών συμπεριλαμβάνονται στα μόνιμα φορτία που δίνονται

### 8.10.1.2 Λύση

#### Διερεύνηση είδους πλακών

- Πλάκα  $\Pi_1$

Η πλάκα  $\Pi_1$  είναι τετραέρειστη (4 στηρίξεις) με λόγο πλευρών  $\frac{l_{max}}{l_{min}} = \frac{6.2m}{3.0m} = 2.07 > 2.0$  ára η πλάκα είναι απλά οπλισμένη και ο κύριος οπλισμός θα τοποθετηθεί στη μικρή διεύθυνση.

- Πρόβολος  $\Pi\rho_1$

Η πλάκα/πρόβολος οπλίζεται προφανώς στη μία μόνο διεύθυνση, με τον κύριο οπλισμό κάθετα στη διεύθυνση της στήριξης

#### Επιλογή ενιαίου πάχους πλακών

Με δεδομένο ότι οι διατάξεις του Ευρωκώδικα 2 [3] απαιτούν μια επαναληπτική διαδικασία επιλέγεται να γίνει η αρχική επιλογή του πάχους της πλάκας βάσει του ελέγχου λειτουργικότητας (περιορισμός βελών κάμψης) του ΕΚΩΣ2000 [1] και στη συνέχεια θα ελεγχθεί αν πληρούνται οι απαιτήσεις του Ευρωκώδικα 2 [3].

Για ολόσωμες πλάκες ισχύει:  $\frac{(\alpha \cdot l)_{min}}{d} \leq 30 \Rightarrow d \geq \frac{(\alpha \cdot l)_{min}}{30}$

Ο παραπάνω έλεγχος γίνεται σε όλες τις πλάκες και επιλέγεται το μεγαλύτερο στατικό ύψος, ως δυσμενέστερο.

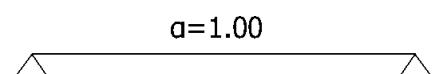
- Πλάκα  $\Pi_1$

Έλεγχος στήριξης  $\Pi_1 - \Pi\rho_1$

$$\frac{l_{\pi\rho}}{l_{\pi\lambda}} = \frac{1.8m}{6.2m} = 0.29 < 0.33 \text{ ára η στήριξη θεωρείται απλή έδραση.}$$

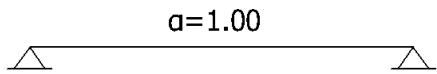
Δ/νση X (έδραση-έδραση):

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 1.0 \\ l_x = 6.2m \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \cdot l_x = 6.2m$$



Δ/νση Y (έδραση-έδραση):

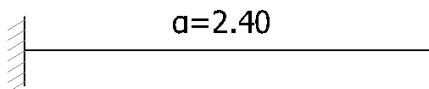
$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 1.0 \\ l_y = 3.0m \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \cdot l_y = 3.0m$$



$$\text{Άρα } d \geq \frac{(\alpha \cdot l)_{min}}{30} = \frac{3.0m}{30} = 0.10m = 10cm$$

- Πρόβολος Προβολής

Οι πρόβολοι θεωρείται ότι πάντα πακτώνονται στις πλάκες. Ελέγχεται μόνο η διεύθυνση στην οποία υπάρχει η πάκτωση (στην άλλη δύνη δε γίνεται ο έλεγχος καθώς υπάρχουν δύο ελεύθερα άκρα).



$$\text{Άρα } d \geq \frac{\alpha \cdot l_{\pi\rho}}{30} = \frac{2.4 \cdot 1.80m}{30} = 0.144m = 14.4cm$$

Συγκεντρωτικά από όλες τις πλάκες της κάτοψης το μεγαλύτερο  $d$  εμφανίζεται στον πρόβολο. Οπότε για  $d = 14.4cm \rightarrow h_f = d + d_1 = 14.4 + 2 = 16.4cm$

Επιλέγεται ενιαίο πάχος  $h_f = 17cm$  οπότε το στατικό ύψος θα είναι:  $d = h_f - d_1 = 15cm$  (η στρογγυλοποίηση γίνεται στο  $h_f$  και όχι στο  $d$  και πάντα στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο αριθμό σε εκατοστά).

### Φορτία - Συνδυασμοί φόρτισης

Το ίδιο βάρος της πλάκας περιλαμβάνεται στα μόνιμα φορτία που δίνονται άρα δεν απαιτείται να προστεθεί.

- Δυσμενής συνδυασμός φόρτισης πλάκας  

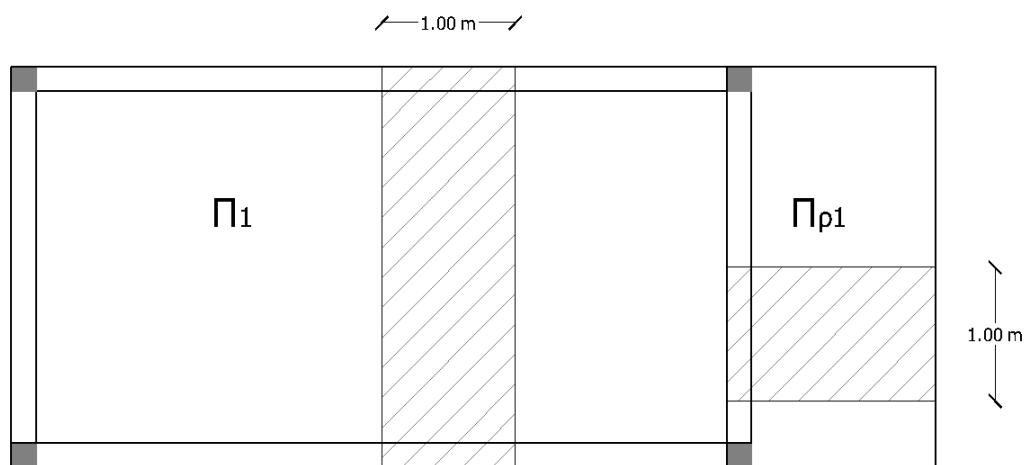
$$p_{\pi\lambda}^{\Delta} = 1.35g + 1.50q = 1.35 \cdot 3.45 \frac{kN}{m^2} + 1.50 \cdot 4.75 \frac{kN}{m^2} = 11.78 \frac{kN}{m^2}$$
- Δυσμενής συνδυασμός φόρτισης προβόλου  

$$p_{\pi\rho}^{\Delta} = 1.35g + 1.50q_{\pi\rho} = 1.35 \cdot 3.45 \frac{kN}{m^2} + 1.50 \cdot 6.25 \frac{kN}{m^2} = 14.03 \frac{kN}{m^2}$$
- Ευμενής συνδυασμός φόρτισης πλάκας και προβόλου  

$$p_{\pi\lambda}^E = p_{\pi\rho}^E = 1.0g = 1.0 \cdot 3.45 \frac{kN}{m^2} = 3.45 \frac{kN}{m^2}$$

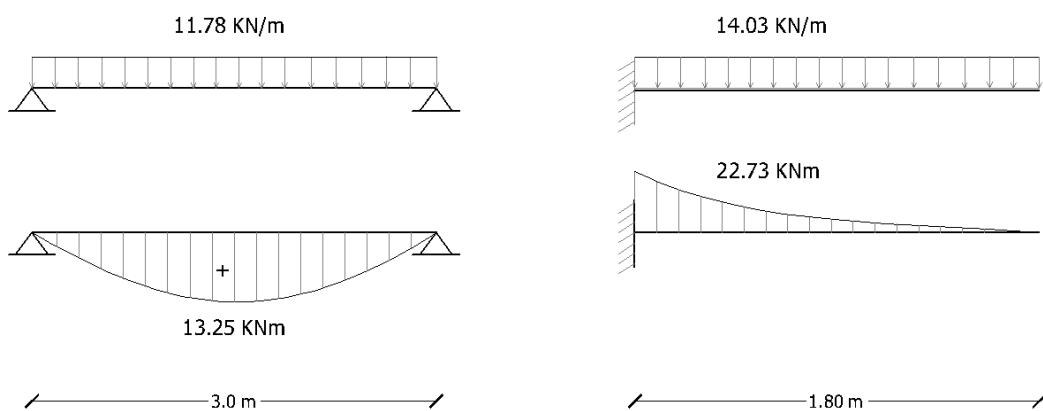
### Στατική επίλυση

Η στατική επίλυση γίνεται θεωρώντας λωρίδας πλάτους 1.00m κατά τη διεύθυνση που τοποθετείται ο κύριος οπλισμός.



**Σχήμα 8.42:** Παράδειγμα 1 - Λωρίδες πλάτους 1m για τη στατική επίλυση

Οπότε για τις περιπτώσεις αυτές τα διαγράμματα ροπών φαίνονται στο σχήμα που ακολουθεί



**Σχήμα 8.43:** Παράδειγμα 1 - Διαγράμματα ροπών

- Πλάκα  $\Pi_1$  - Ροπή στο άνοιγμα

Το στατικό σύστημα είναι, όπως φαίνεται παραπάνω, μια αμφιέρειστη δοκός πλάτους 1.00m και μήκους 3.00m. Το φορτίο που μεταφέρεται από την πλάκα στη δοκό είναι  $11.78kN/m^2 \cdot 1.00m = 11.78kN/m$ .

$$M_{av} = \frac{p_{\pi\lambda}^\Delta \cdot l^2}{8} = \frac{11.78kN/m \cdot (3.0m)^2}{8} = 13.25kNm$$

Συχνά συνηθίζεται το φορτίο να εμφανίζεται ως επιφανειακό (σε  $kN/m^2$ ) θεωρώντας ότι όλη η διαδικασία αναφέρεται σε λωρίδα  $1.00m$  οπότε και όλα τα αποτελέσματα που θα προκύψουν στη συνέχεια να είναι ανά μέτρο (πχ οι ροπές σε  $kN \cdot m/m$ , το εμβαδό  $A_s$  να αντιστοιχεί σε οπλισμό ανά μέτρο κτλ.). Έτσι, η παραπάνω σχέση συχνά εμφανίζεται και ως εξής:

$$M_{\alpha\nu} = \frac{p_{\pi\lambda}^\Delta \cdot l^2}{8} = \frac{11.78kN/m^2 \cdot (3.0m)^2}{8} = 13.25kNm/m$$

- Πρόβολος  $\Pi\rho_1$

$$M_{\pi\rho} = -\frac{p_{\pi\rho}^\Delta \cdot l^2}{2} = -\frac{14.03kN/m \cdot (1.8m)^2}{2} = -22.73kNm$$

### Υπολογισμός των οπλισμών

Η διαστασιολόγηση αφορά μια θεωρητική δοκό πλάτους  $b = 1.00m$  και ύψος ίσο με το πάχος της πλάκας  $h_f$ .

### Υλικά

Οι τιμές σχεδιασμού των αντοχών είναι:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{20MPa}{1.5} = 11.33MPa$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500MPa}{1.15} = 434.78MPa$$

*Ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά οπλισμού*

$$\rho_{min} = 1.3\% \rightarrow A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b \cdot d = 0.0013 \cdot 100cm \cdot 15cm = 1.95cm^2$$

$$\rho_{max} = 40\% \rightarrow A_{s,max} = \rho_{max} \cdot b \cdot d = 0.04 \cdot 100cm \cdot 15cm = 60.00cm^2$$

Σημειώνεται ότι χρησιμοποιούνται οι γενικές τιμές του EK2 για τα ελάχιστα και μέγιστα ποσοστά οπλισμού και όχι αυτές του EK8 που αντιστοιχούν σε δοκούς με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας.

Μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση μεταξύ των ράβδων

$$s \leq \begin{cases} 25\text{cm} \\ 2.0 \cdot h_f = 34\text{cm} \end{cases} \Rightarrow s \leq 25\text{cm}$$

Οπλισμός πλάκας  $\Pi_1$

- Κύριος οπλισμός

Η ροπή στο άνοιγμα είναι θετική οπότε ο οπλισμός τοποθετείται κάτω.

Είναι  $M_{sd} = 13.25\text{kNm}$

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{13.25\text{kNm}}{1.00\text{m} \cdot (0.15\text{m})^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 0.052 < \mu_{lim} = 0.296$$

Για την τιμή αυτή προκύπτει από τον πίνακα των ορθογωνικών διατομών  $\omega = 0.0538$

Ο απαιτούμενος οπλισμός για τη ροπή που αναπτύσσεται στη διατομή είναι:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.0538 \cdot 100\text{cm} \cdot 15\text{cm} \cdot \frac{11.33\text{MPa}}{434.78\text{MPa}} = 2.10\text{cm}^2$$

Παρατηρείται ότι  $A_{s,min} < A_s < A_{s,max}$

Τοποθετούνται  $8/24\text{cm}(2.09\text{cm}^2)$ . Η τοποθέτηση αυτή σημαίνει ότι  $8/48\text{cm}$  τοποθετούνται οριζόντια και  $8/48\text{cm}$  κάμπτονται και ανεβαίνουν στις στηρίξεις

- Οπλισμός διανομής

$\geq 20\%$  του κύριου οπλισμού (που τοποθετήθηκε, όχι του απαιτούμενου)

$$0.2 \cdot 2.09 = 0.42\text{cm}^2$$

$$s \leq \begin{cases} 40\text{cm} \\ 3.0 \cdot h_f = 51\text{cm} \end{cases} \Rightarrow s \leq 40\text{cm}$$

Τοποθετούνται  $6/40\text{cm}(0.71\text{cm}^2)$ .

- Οπλισμός απόσχισης

$$\geq 25\% \text{ του κύριου οπλισμού } 0.25 \cdot 2.09 = 0.52\text{cm}^2$$

Συνιστάται να μην τοποθετείται αραιότερος οπλισμός σε σχέση με τον οπλισμό διανομής, οπότε τοποθετούνται  $6/40\text{cm}(0.71\text{cm}^2)$ .

### Οπλισμός προβόλου $\Pi\rho_1$

Η ροπή στην στήριξη του προβόλου είναι αρνητική οπότε ο οπλισμός τοποθετείται άνω.

$$\text{Είναι } M_{sd} = |M_{\pi\alpha\rho}| = |0.9 \cdot (-22.73)| = 20.46 kNm$$

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{20.46 kNm}{1.00m \cdot (0.15m)^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 \frac{kN}{m^2}} = 0.0802 < \mu_{lim} = 0.296$$

Για την τιμή αυτή προκύπτει από τον πίνακα των ορθογωνικών διατομών  $\omega = 0.0842$

Ο απαιτούμενος οπλισμός για τη ροπή που αναπτύσσεται στη διατομή είναι:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.0842 \cdot 100cm \cdot 15cm \cdot \frac{11.33 MPa}{434.78 MPa} = 3.29 cm^2$$

Παρατηρείται ότι  $A_{s,min} < A_s < A_{s,max}$

Τοποθετούνται  $8/15cm(3.35cm^2)$ . Ο κύριος οπλισμός αυτός λειτουργεί και ως οπλισμός απόσχισης της πλάκας  $\Pi_1$  και φυσικά δεν απαιτείται τοποθέτηση επιπλέον οπλισμού απόσχισης σε αυτήν.

- Οπλισμός διανομής

$\geq 20\%$  του κύριου οπλισμού (που τοποθετήθηκε)  $0.2 \cdot 3.25 = 0.65 cm^2$

$$s \leq \begin{cases} 40cm \\ 3.0 \cdot h_f = 51cm \end{cases} \Rightarrow s \leq 40cm$$

Τοποθετούνται  $6/40cm(0.71cm^2)$ .

- Οπλισμός τύπου φουρκέτας

Σε όλες τις ελεύθερες πλευρές των πλακών τοποθετείται φουρκέτα με μήκος σκελών  $\geq 2h_f$  και 2 εγκάρσιους οπλισμούς Φ8 (συχνά ο οπλισμός του προβόλου κάμπτεται έτσι ώστε να σχηματίσει φουρκέτες).

### Απαλλαγή από τον έλεγχο των βυθίσεων πλακών και δοκών βάσει ΕΚ2

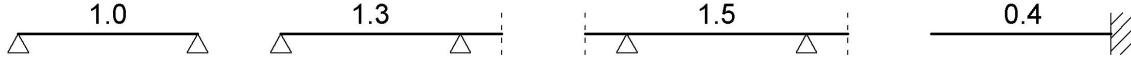
Σε πλάκες και δοκούς οι βυθίσεις θεωρείται ότι δεν υπερβαίνουν τα όρια της 4.1 του Ευρωκώδικα 2, εφόσον ο λόγος ανοίγματος προς στατικό ύψος ( $l/d$ ) δεν υπερβαίνει τα όρια των ακόλουθων σχέσεων:

$$\frac{l}{d} \leq K \left[ 11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2\sqrt{f_{ck}} \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \text{ για } \rho \leq \rho_0$$

$$\frac{l}{d} \leq K \left[ 11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12}\sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \text{ για } \rho \geq \rho_0$$

όπου:

K: συντελεστής που εξαρτάται από τις συνθήκες έδρασης του φορέα



$\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3}$ : ποσοστό οπλισμού αναφοράς,  $f_{ck}$  σε MPa  $\rho_0 = \sqrt{20} \cdot 10^{-3} = 4.47\%$

$\rho, \rho'$ : τα απαιτούμενα ποσοστά εφελκυόμενου και τυχόν θλιβόμενου οπλισμού ανοίγματος (για προβόλους στη στήριξη) υπό τα φορτία της οριακής κατάστασης αστοχίας.

- Πλάκα  $\Pi_1$

Στο άνοιγμα της πλάκας έχει τοποθετηθεί οπλισμός  $2.09 cm^2$ .

$$\text{Άρα } \rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{2.09}{100 \cdot 15} = 1.39\% \leq \rho_0$$

$K = 1.0$  για δύο απλές εδράσεις.

$$\begin{aligned} \text{Άρα } \frac{l}{d} &\leq K \left[ 11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2\sqrt{f_{ck}} \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{3.0}{0.15} \leq 1.0 \left[ 11 + 1.5\sqrt{20} \frac{4.47\%}{1.39\%} + 3.2\sqrt{20} \left( \frac{4.47\%}{1.39\%} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \Rightarrow \\ &\Rightarrow 20 \leq 79.83 \text{ Ισχύει} \end{aligned}$$

- Πρόβολος  $\Pi\rho_1$

Στη στήριξη του προβόλου έχει τοποθετηθεί οπλισμός  $3.35 cm^2$ .

$$\text{Άρα } \rho = \frac{A_s}{b \cdot d} = \frac{3.35}{100 \cdot 15} = 2.23\% \leq \rho_0$$

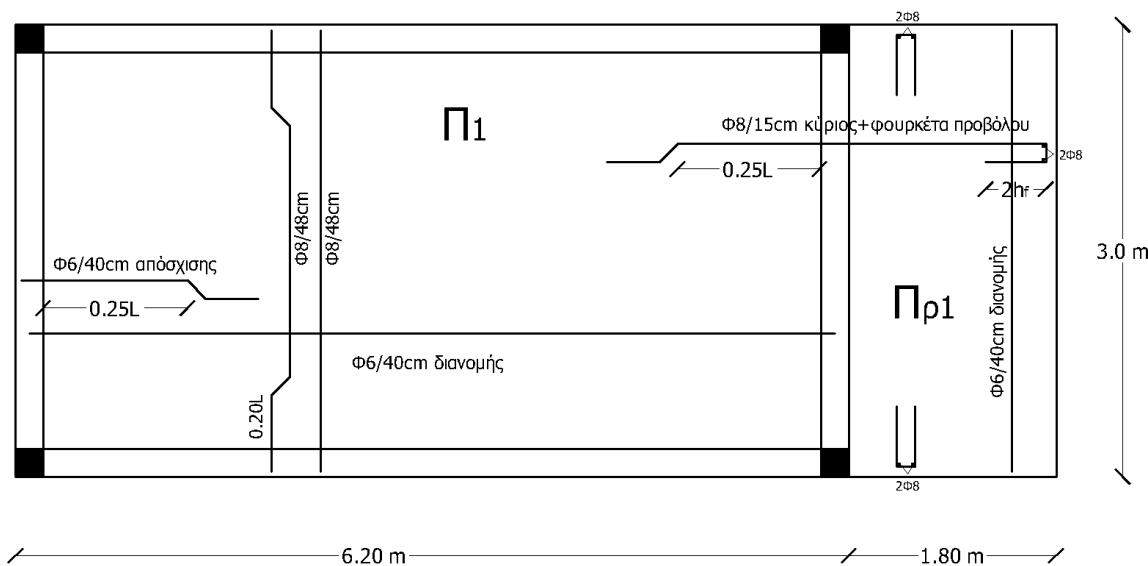
$K = 0.4$  για πρόβολο

$$\text{Άρα } \frac{l}{d} \leq K \left[ 11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3.2\sqrt{f_{ck}} \left( \frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1.8}{0.15} \leq 0.4 \left[ 11 + 1.5\sqrt{20} \frac{4.47\%}{2.23\%} + 3.2\sqrt{20} \left( \frac{4.47\%}{2.23\%} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 12 \leq 15.55 \text{ Ισχύει}$$

### Κατασκευαστικό σχέδιο



## 8.10.2 Παράδειγμα 2 - Επίλυση μονοπροέχουσας απλά οπλισμένης πλάκας

### 8.10.2.1 Εκφώνηση

Δίνεται ο ξυλότυπος του σχήματος 8.44 καθώς και τα αντίστοιχα μόνιμα και κινητά φορτία των πλακών. Ζητείται η διαστασιολόγηση των πλακών, συγκεκριμένα:

- Η επιλογή ενιαίου πάχους των πλακών (επικάλυψη οπλισμού πλακών  $d_1 = 3.0cm$ )
- Το στατικό σύστημα και ο υπολογισμός των ροπών σχεδιασμού
- Ο υπολογισμός του οπλισμού των πλακών
- Ο σχεδιασμός του ξυλότυπου των οπλισμών

#### Δεδομένα

- Πρόσθετα μόνιμα φορτία πλάκας  $\Pi_1$  και του προβόλου  $\Pi\rho_1$ :  $g_1 = 3.0KN/m^2$
- Κινητά φορτία πλάκας  $\Pi_1 q = 4.0KN//m^2$
- Κινητά φορτία του προβόλου  $\Pi\rho_1$ :  $q_{\pi\rho} = 5.0KN/m^2$
- Κατηγορία σκυροδέματος C20. Κατηγορία χάλυβα B500C.
- Κατηγορία πλαστιμότητας ΚΠΜ

Τα ίδια βάρη των πλακών δεν συμπεριλαμβάνονται στα μόνιμα φορτία που δύνονται

### 8.10.2.2 Λύση

#### Διερεύνηση είδους πλακών

- Πλάκα  $\Pi_1$

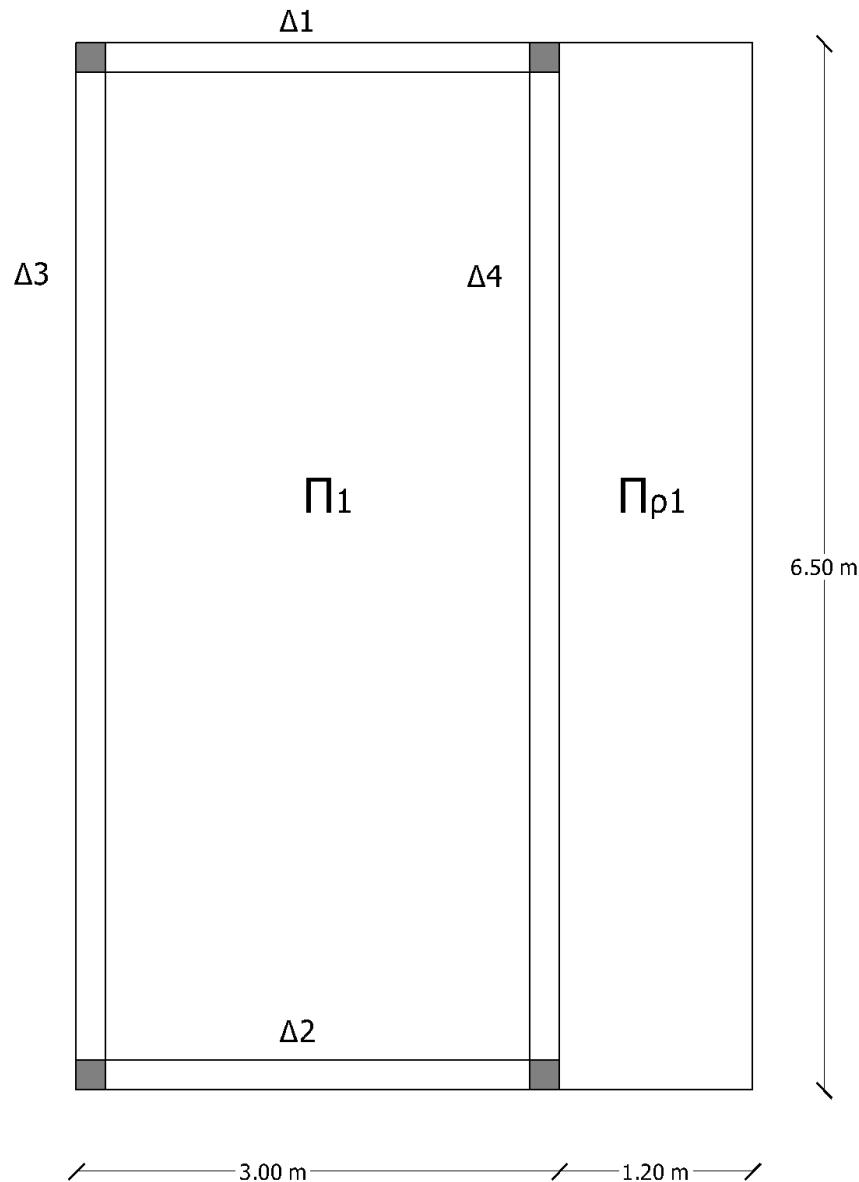
Η πλάκα  $\Pi_1$  είναι τετραέρειστη (4 στηρίξεις) με λόγο πλευρών  $\frac{l_{max}}{l_{min}} = \frac{6.5m}{3.0m} = 2.17 > 2.0$  άρα η πλάκα είναι απλά οπλισμένη και ο κύριος οπλισμός θα τοποθετηθεί στη μικρή διεύθυνση.

- Πρόβολος  $\Pi\rho_1$

Η πλάκα/πρόβολος οπλίζεται προφανώς στη μία μόνο διεύθυνση, με τον κύριο οπλισμό κάθετα στη διεύθυνση της στήριξης.

#### Επιλογή ενιαίου πάχους πλακών

Με δεδομένο ότι οι διατάξεις του Ευρωκώδικα 2 [3] απαιτούν μια επαναληπτική διαδικασία επιλέγεται να γίνει η αρχική επιλογή του πάχους της πλάκας βάσει του



**Σχήμα 8.44: Παράδειγμα 2 - Κάτοψη**

ελέγχου λειτουργικότητας (περιορισμός βελών κάμψης) του ΕΚΩΣ2000 [1] και στη συνέχεια θα ελεγχθεί αν πληρούνται οι απαιτήσεις του Ευρωκώδικα 2 [3].

$$\text{Για ολόσωμες πλάκες ισχύει: } \frac{(\alpha \cdot l)_{min}}{d} \leq 30 \Rightarrow d \geq \frac{(\alpha \cdot l)_{min}}{30}$$

Ο παραπάνω έλεγχος γίνεται σε όλες τις πλάκες και επιλέγεται το μεγαλύτερο στατικό ύψος, ως δυσμενέστερο.

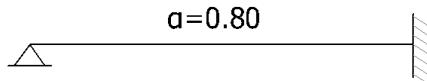
- Πλάκα Π<sub>1</sub>

Έλεγχος στήριξης Π<sub>1</sub> – Π<sub>ρ1</sub>

$$\frac{l_{\pi\rho}}{l_{\pi\lambda}} = \frac{1.2m}{3.0m} = 0.40 \geq 0.33 \text{ ára} \text{ η στήριξη θεωρείται πάκτωση.}$$

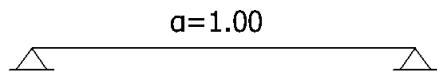
Δ/νση X (έδραση-πάκτωση):

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0.8 \\ l_x = 3.0m \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \cdot l_x = 2.4m$$



Δ/νση Y (έδραση-έδραση):

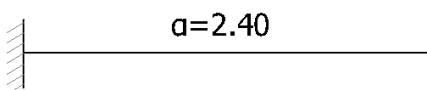
$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 1.0 \\ l_y = 6.5m \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \cdot l_y = 6.5m$$



$$\text{'Ára } d \geq \frac{(\alpha \cdot l)_{min}}{30} = \frac{2.4m}{30} = 0.08m = 8cm$$

- Πρόβολος Προβολής

Οι πρόβολοι θεωρείται ότι πάντα πακτώνονται στις πλάκες. Ελέγχεται μόνο η διεύθυνση στην οποία υπάρχει η πάκτωση (στην άλλη δ/νση δε γίνεται ο έλεγχος καθώς υπάρχουν δύο ελεύθερα άκρα).



$$\text{'Ára } d \geq \frac{\alpha \cdot l_{\pi\rho}}{30} = \frac{2.4 \cdot 1.20m}{30} = 0.096m = 9.6cm$$

Συγκεντρωτικά από όλες τις πλάκες της κάτοψης το μεγαλύτερο d εμφανίζεται στον πρόβολο. Οπότε για d = 9.6cm → h\_f = d + d\_1 = 9.6 + 3 = 12.6cm

Επιλέγεται ενιαίο πάχος h\_f = 13cm οπότε το στατικό ύψος θα είναι: d = h\_f - d\_1 = 10cm (η στρογγυλοποίηση γίνεται στο h\_f και όχι στο d και πάντα στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο αριθμό σε εκατοστά).

### Φορτία - Συνδυασμοί φόρτισης

Το ίδιο βάρος της πλάκας δεν περιλαμβάνεται στα μόνιμα φορτία που δίνονται ára απαιτείται να προστεθεί.

$$g_{IB} = \gamma_{\sigma\kappa\nu\rho} \cdot h_f = 25kN/m^3 \cdot 0.13m = 3.25kN/m^2$$

$$g_{o\lambda} = g_1 + g_{IB} = 3.0 + 3.25 = 6.25kN/m^2$$

- Δυσμενής συνδυασμός φόρτισης πλάκας

$$p_{\pi\lambda}^\Delta = 1.35g_{o\lambda} + 1.50q = 1.35 \cdot 6.25 \frac{kN}{m^2} + 1.50 \cdot 4.00 \frac{kN}{m^2} = 14.44 \frac{kN}{m^2}$$

- Δυσμενής συνδυασμός φόρτισης προβόλου

$$p_{\pi\rho}^\Delta = 1.35g_{o\lambda} + 1.50q_{\pi\rho} = 1.35 \cdot 6.25 \frac{kN}{m^2} + 1.50 \cdot 5.00 \frac{kN}{m^2} = 15.94 \frac{kN}{m^2}$$

- Ευμενής συνδυασμός φόρτισης πλάκας και προβόλου

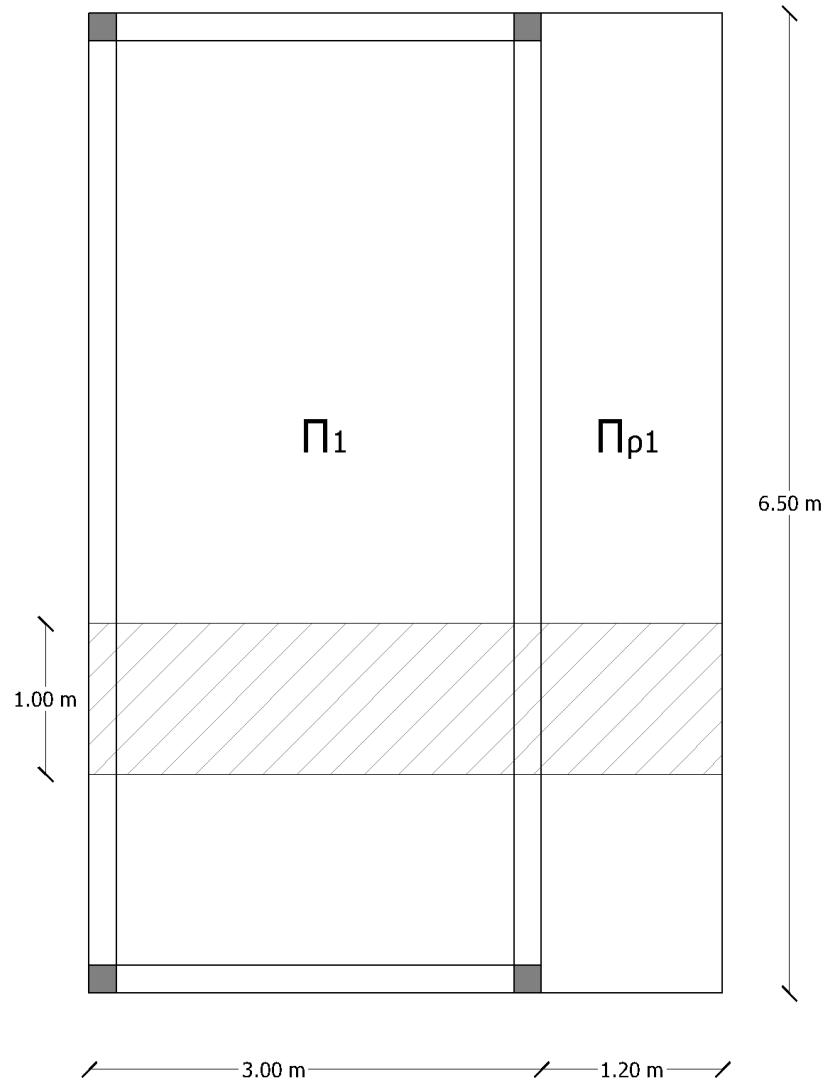
$$p_{\pi\lambda}^E = p_{\pi\rho}^E = 1.0g_{o\lambda} = 1.0 \cdot 6.25 \frac{kN}{m^2} = 6.25 \frac{kN}{m^2}$$

## Στατική επίλυση

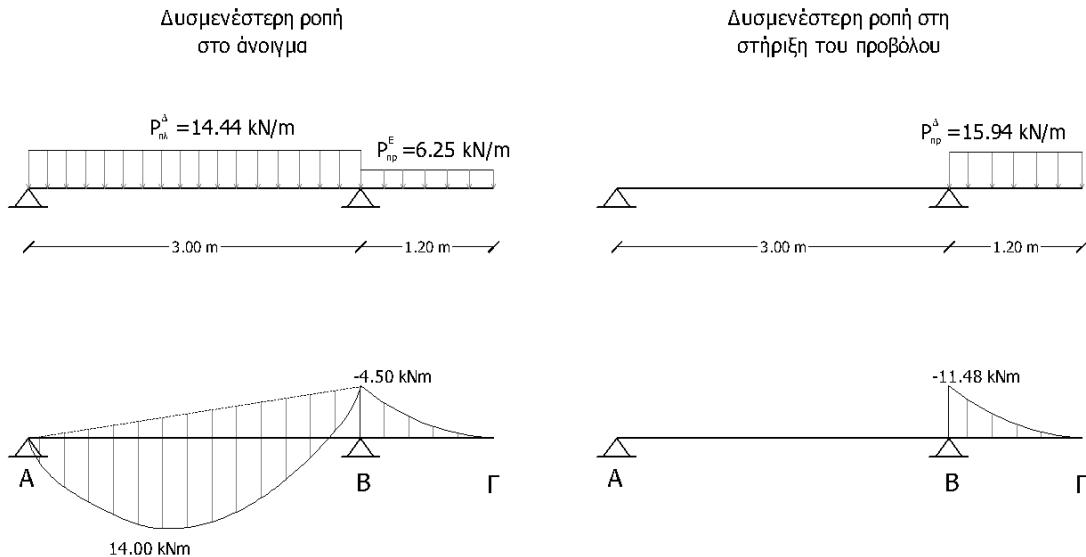
Η στατική επίλυση γίνεται θεωρώντας λωρίδας πλάτους 1.00m κατά τη διεύθυνση που τοποθετείται ο κύριος οπλισμός (Σχ. 8.45).

Είναι προφανές ότι για να υπολογιστούν οι δυσμενέστερες τιμές των ροπών στο άνοιγμα και στην στήριξη του προβόλου απαιτείται η εφαρμογή εναλλακτών φορτίσεων. Το στατικό σύστημα με τις κατάλληλες φορτίσεις καθώς και τα αντίστοιχα διαγράμματα ροπών φαίνονται στο σχήμα 8.46.

Για τον υπολογισμό της μέγιστης ροπής στο άνοιγμα της πλάκας τοποθετείται ο δυσμενής συνδυασμός φόρτισης σε αυτό και ο ευμενής στον πρόβολο. Για τον υπολογισμό της μέγιστης (σε απόλυτη τιμή) ροπής στην στήριξη του προβόλου τοποθετείται ο δυσμενής συνδυασμός φόρτισης στον πρόβολο και δεν μας απασχολεί η φόρτιση του υπόλοιπου φορέα.



**Σχήμα 8.45:** Παράδειγμα 2 - Λωρίδες πλάτους 1m για τη στατική επίλυση



**Σχήμα 8.46: Παράδειγμα 2 - Διαγράμματα ροπών**

- Δυσμενέστερη ροπή στο άνοιγμα

$$M_B = -\frac{p_{\pi\rho}^E \cdot l_{\pi\rho}^2}{2} = -\frac{6.25kN/m \cdot (1.2m)^2}{2} = -4.50kNm$$

$$M_{av} = \frac{M_A + M_B}{2} + \frac{p_{\pi\lambda}^\Delta \cdot l_{AB}^2}{8} = \frac{0 + (-4.5kNm)}{2} + \frac{14.44kN/m \cdot (3.00m)^2}{8} = 14.00kNm$$

- Δυσμενέστερη ροπή στον πρόβολο

$$M_B = -\frac{p_{\pi\rho}^\Delta \cdot l_{\pi\rho}^2}{2} = -\frac{15.94kN/m \cdot (1.2m)^2}{2} = -11.48kNm$$

### Υπολογισμός των οπλισμών

Η διαστασιολόγηση αφορά μια θεωρητική δοκό πλάτους  $b = 1.00m$  και ύψος ίσο με το πάχος της πλάκας  $h_f$ .

### Υλικά

Οι τιμές σχεδιασμού των αντοχών είναι:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{20MPa}{1.5} = 11.33MPa$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500MPa}{1.15} = 434.78MPa$$

*Ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά οπλισμού*

$$\rho_{min} = 1.3\% \rightarrow A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b \cdot d = 0.0013 \cdot 100cm \cdot 10cm = 1.30cm^2$$

$$\rho_{max} = 40\% \rightarrow A_{s,max} = \rho_{max} \cdot b \cdot d = 0.04 \cdot 100cm \cdot 10cm = 40.00cm^2$$

Σημειώνεται ότι χρησιμοποιούνται οι γενικές τιμές του ΕΚ2 για τα ελάχιστα και μέγιστα ποσοστά οπλισμού και όχι αυτές του ΕΚ8 που αντιστοιχούν σε δοκούς με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας.

Μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση μεταξύ των ράβδων

$$s \leq \begin{cases} 25cm \\ 2.0 \cdot h_f = 26cm \end{cases} \Rightarrow s \leq 25cm$$

*Οπλισμός πλάκας  $\Pi_1$*

- Κύριος οπλισμός

Η ροπή στο άνοιγμα είναι θετική οπότε ο οπλισμός τοποθετείται κάτω.

Είναι  $M_{sd} = 14.00kNm$

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{14.00kNm}{1.00m \cdot (0.10m)^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 \frac{kN}{m^2}} = 0.1235 < \mu_{lim} = 0.296$$

Για την τιμή αυτή προκύπτει από τον πίνακα των ορθογωνικών διατομών  $\omega = 0.1325$

Ο απαιτούμενος οπλισμός για τη ροπή που αναπτύσσεται στη διατομή είναι:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.1325 \cdot 100cm \cdot 10cm \cdot \frac{11.33MPa}{434.78MPa} = 3.45cm^2$$

Παρατηρείται ότι  $A_{s,min} < A_s < A_{s,max}$

Τοποθετούνται  $8/14.5cm(3.47cm^2)$ . Η τοποθέτηση αυτή σημαίνει ότι  $8/29cm$  τοποθετούνται οριζόντια και  $8/29cm$  κάμπτονται και ανεβαίνουν στις στηρίξεις

- Οπλισμός διανομής

$\geq 20\%$  του κύριου οπλισμού (που τοποθετήθηκε)

$$0.2 \cdot 3.47 = 0.694cm^2$$

$$s \leq \begin{cases} 40\text{cm} \\ 3.0 \cdot h_f = 39\text{cm} \end{cases} \Rightarrow s \leq 39\text{cm}$$

Τοποθετούνται  $6/39\text{cm}(0.73\text{cm}^2)$ .

- Οπλισμός απόσχισης

$\geq 25\%$  του κύριου οπλισμού  $0.25 \cdot 3.47 = 0.87\text{cm}^2$

Συνιστάται να μην τοποθετείται αραιότερος οπλισμός σε σχέση με τον οπλισμό διανομής, οπότε τοποθετούνται  $6/32\text{cm}(0.88\text{cm}^2)$ .

Οπλισμός προβόλου  $\Pi\rho_1$

Η ροπή στην στήριξη του προβόλου είναι αρνητική οπότε ο οπλισμός τοποθετείται άνω.

Είναι  $M_{sd} = |M_{\pi\alpha\rho}| = |0.9 \cdot (-11.48)| = 10.33\text{kNm}$

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{10.33\text{kNm}}{1.00\text{m} \cdot (0.10\text{m})^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 0.0911 < \mu_{lim} = 0.296$$

Για την τιμή αυτή προκύπτει από τον πίνακα των ορθογωνικών διατομών  $\omega = 0.0959$

Ο απαιτούμενος οπλισμός για τη ροπή που αναπτύσσεται στη διατομή είναι:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.0959 \cdot 100\text{cm} \cdot 10\text{cm} \cdot \frac{11.33\text{MPa}}{434.78\text{MPa}} = 2.50\text{cm}^2$$

Παρατηρείται ότι  $A_{s,min} < A_s < A_{s,max}$

Από το άνοιγμα της πλάκας κάμπτονται και ανεβαίνουν στην στήριξη  $8/29\text{cm}(1.73\text{cm}^2)$   
Απαιτούνται πρόσθετα  $2.50 - 1.73 = 0.77\text{cm}^2$

Τα πλησιέστερα σίδερα στην παραπάνω απαίτηση που θα μπορούσαν να τοποθετηθούν είναι  $\Phi 8/64\text{cm}$  ( $0.79\text{cm}^2$ ). Αυτό όμως θα δημιουργούσε πυκνώσεις και αραιώσεις οπλισμού και πιθανότατα σε ορισμένες θέσεις οι αποστάσεις να ήταν μεγαλύτερες από τις μέγιστες επιτρεπόμενες. Για να αποτραπεί το φαινόμενο αυτό και να είναι κατασκευαστικά ευκολότερη η τοποθέτηση των ράβδων τοποθετούνται πρόσθετα  $8/29\text{cm}(1.73\text{cm}^2)$ .

Οπότε και εδώ συνολικά τοποθετείται  $\Phi 8/14.5\text{cm} = 3.47\text{cm}^2$  ( $\emptyset 8/29\text{cm}$  πρόσθετα και  $\emptyset 8/29\text{cm}$  που κάμπτονται από το άνοιγμα).

- Οπλισμός διανομής

$\geq 20\%$  του κύριου οπλισμού (που τοποθετήθηκε)  $0.2 \cdot 3.47 = 0.694 cm^2$

$$s \leq \begin{cases} 40cm \\ 3.0 \cdot h_f = 39cm \end{cases} \Rightarrow s \leq 39cm$$

Τοποθετούνται  $6/39cm(0.73cm^2)$ .

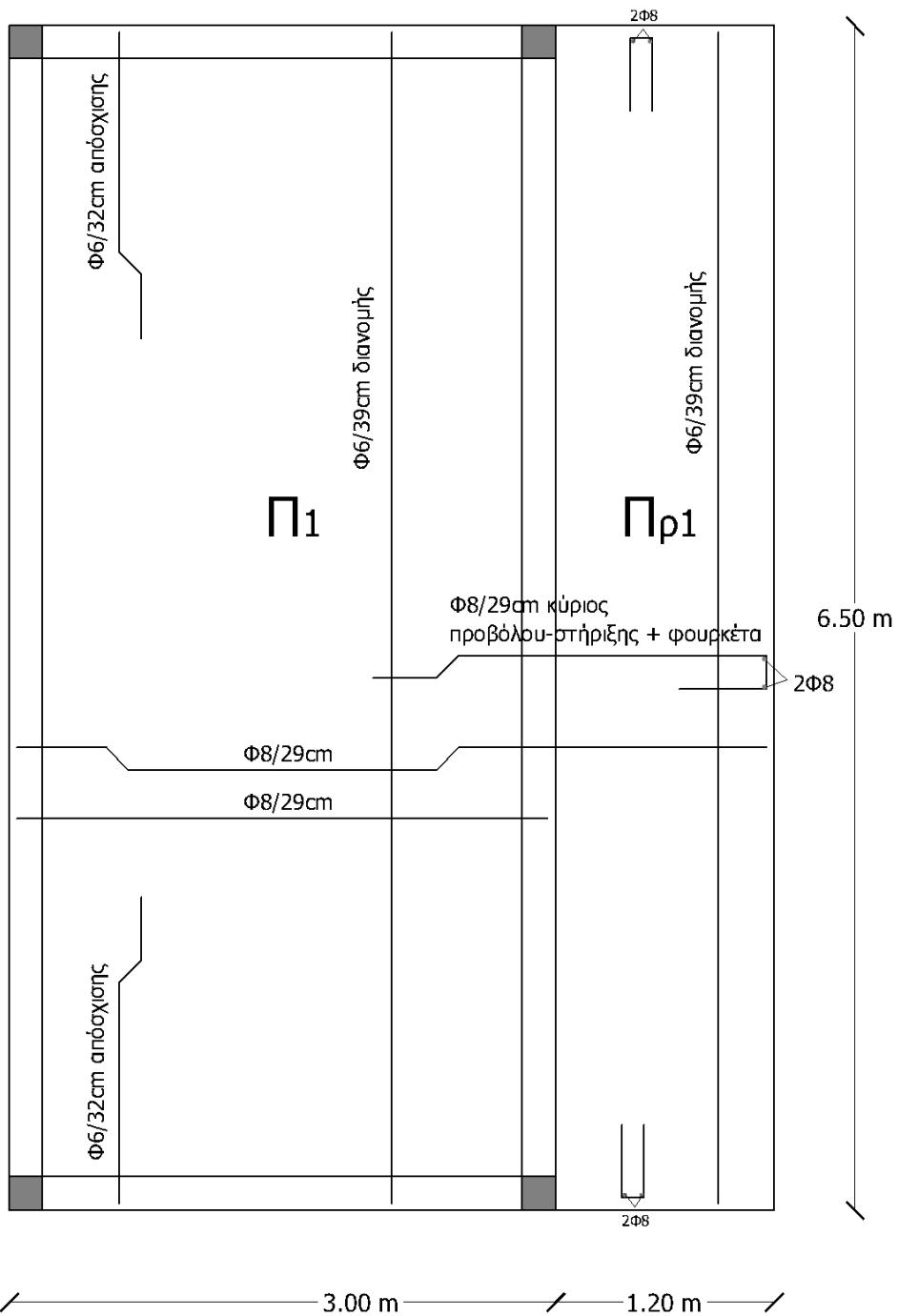
- Οπλισμός τύπου φουρκέτας

Σε όλες τις ελεύθερες πλευρές των πλακών τοποθετείται φουρκέτα με μήκος σκελών  $\geq 2h_f$  και 2 εγκάρσιους οπλισμούς Φ8 (συχνά ο οπλισμός του προβόλου κάμπτεται έτσι ώστε να σχηματίσει φουρκέτες).

### Απαλλαγή από τον έλεγχο των βυθίσεων πλακών και δοκών βάσει ΕΚ2

Γίνεται ομοίως με το προηγούμενο παράδειγμα (§8.10.1) στο άνοιγμα της Π1 και στην στήριξη του προβόλου.

### Κατασκευαστικό σχέδιο

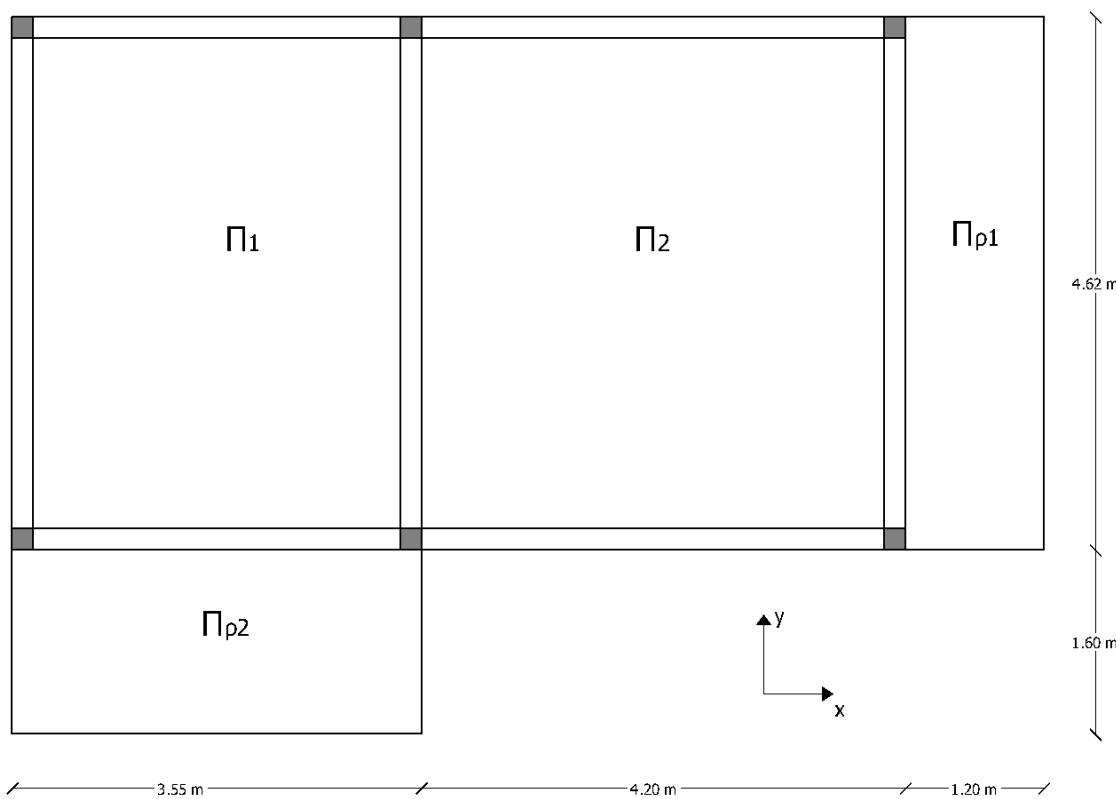


### 8.10.3 Παράδειγμα 3 - Επίλυση σταυροειδώς οπλισμένων πλακών

#### 8.10.3.1 Εκφώνηση

Δίνεται ο ξυλότυπος του σχήματος που ακολουθεί καθώς και τα αντίστοιχα μόνιμα και κινητά φορτία των πλακών. Ζητείται η διαστασιολόγηση των πλακών, συγκεκριμένα:

- Η επιλογή ενιαίου πάχους των πλακών (επικάλυψη οπλισμού πλακών  $d_1 = 3.0\text{cm}$ )
- Το στατικό σύστημα και ο υπολογισμός των ροπών σχεδιασμού
- Ο υπολογισμός του οπλισμού των πλακών
- Ο σχεδιασμός του ξυλότυπου των οπλισμών



**Σχήμα 8.47: Παράδειγμα 3 - Κάτοψη**

#### Δεδομένα

- Μόνιμα φορτία πλάκας  $\Pi_1$  και του προβόλου  $\Pi_{ρ1}$ :  $g = 3.20\text{KN}/\text{m}^2$
- Κινητά φορτία πλάκας  $\Pi_1$ :  $q = 4.80\text{KN}/\text{m}^2$
- Κινητά φορτία του προβόλου  $\Pi_{ρ1}$ :  $q_{\pi\rho} = 5.80\text{KN}/\text{m}^2$
- Κατηγορία σκυροδέματος C20. Κατηγορία χάλυβα B500C.
- Κατηγορία πλαστιμότητας ΚΠΜ

Τα ίδια βάρη των πλακών συμπεριλαμβάνονται στα μόνιμα φορτία που δίνονται

### 8.10.3.2 Λύση

#### Διερεύνηση είδους πλακών

- Πλάκα  $\Pi_1$

Η πλάκα  $\Pi_1$  είναι τετραέρειστη (4 στηρίξεις) με λόγο πλευρών  $\frac{l_{max}}{l_{min}} = \frac{4.62m}{3.55m} = 1.30 < 2.0$  άρα η πλάκα είναι σταυροειδώς οπλισμένη και ο κύριος οπλισμός θα τοποθετηθεί και στις δύο διευθύνσεις.

- Πλάκα  $\Pi_2$

Η πλάκα  $\Pi_2$  είναι τετραέρειστη (4 στηρίξεις) με λόγο πλευρών  $\frac{l_{max}}{l_{min}} = \frac{4.62m}{4.20m} = 1.10 < 2.0$  άρα η πλάκα είναι σταυροειδώς οπλισμένη και ο κύριος οπλισμός θα τοποθετηθεί και στις δύο διευθύνσεις.

- Πρόβολοι  $\Pi\rho_1$  και  $\Pi\rho_2$

Οι πλάκες/πρόβολοι οπλίζεται προφανώς στη μία μόνο διεύθυνση, με τον κύριο οπλισμό κάθετα στη διεύθυνση της στήριξης.

#### Επιλογή ενιαίου πάχους πλακών

Με δεδομένο ότι οι διατάξεις του Ευρωκώδικα 2 [3] απαιτούν μια επαναληπτική διαδικασία επιλέγεται να γίνει η αρχική επιλογή του πάχους της πλάκας βάσει του ελέγχου λειτουργικότητας (περιορισμός βελών κάμψης) του ΕΚΩΣ2000 [1] και στη συνέχεια θα ελεγχθεί αν πληρούνται οι απαιτήσεις του Ευρωκώδικα 2 [3].

Για ολόσωμες πλάκες ισχύει:  $\frac{(\alpha \cdot l)_{min}}{d} \leq 30 \Rightarrow d \geq \frac{(\alpha \cdot l)_{min}}{30}$

Ο παραπάνω έλεγχος γίνεται σε όλες τις πλάκες και επιλέγεται το μεγαλύτερο στατικό ύψος, ως δυσμενέστερο.

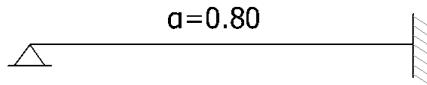
- Πλάκα  $\Pi_1$

Έλεγχος στήριξης  $\Pi_1 - \Pi\rho_2$

$\frac{l_{\pi\rho}}{l_{\pi\lambda}} = \frac{1.60m}{4.62m} = 0.346 > 0.33$  άρα η στήριξη θεωρείται πάκτωση.

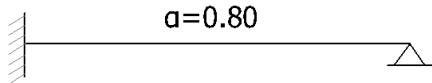
Δ/νση X (έδραση-πάκτωση):

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0.8 \\ l_x = 3.55m \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \cdot l_x = 2.84m$$



Δ/νση Y (πάκτωση-έδραση):

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0.8 \\ l_y = 4.62m \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \cdot l_y = 3.70m$$



$$\text{Άρα } d \geq \frac{(\alpha \cdot l)_{min}}{30} = \frac{2.84m}{30} = 0.095m = 9.5cm$$

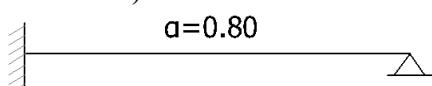
- Πλάκα  $\Pi_2$

Έλεγχος στήριξης  $\Pi_2 - \Pi\rho_1$

$$\frac{l_{\pi\rho}}{l_{\pi\lambda}} = \frac{1.20m}{4.20m} = 0.286 < 0.33 \text{ άρα η στήριξη θεωρείται απλή έδραση.}$$

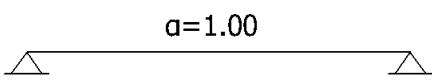
Δ/νση X (πάκτωση-έδραση):

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0.8 \\ l_x = 4.20m \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \cdot l_x = 3.36m$$



Δ/νση Y (έδραση-έδραση):

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 1.0 \\ l_y = 4.62m \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha \cdot l_y = 4.62m$$

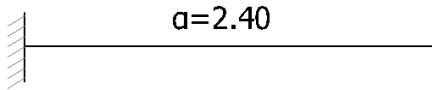


$$\text{Άρα } d \geq \frac{(\alpha \cdot l)_{min}}{30} = \frac{3.36m}{30} = 0.112m = 11.2cm$$

- Πρόβολοι

Οι πρόβολοι θεωρείται ότι πάντα πακτώνονται στις πλάκες. Ελέγχεται μόνο η διεύθυνση στην οποία υπάρχει η πάκτωση (στην άλλη δ/νση δε γίνεται ο έλεγχος καθώς υπάρχουν δύο ελεύθερα άκρα). Αρκεί να γίνει ο υπολογισμός μόνο για τον μεγαλύ-

τερο πρόβολο, δηλαδή τον  $\Pi\rho_2$



$$\text{Άρα } d \geq \frac{\alpha \cdot l_{\pi\rho}}{30} = \frac{2.4 \cdot 1.60m}{30} = 0.128m = 12.8cm$$

Συγκεντρωτικά από όλες τις πλάκες της κάτοψης το μεγαλύτερο  $d$  εμφανίζεται στον πρόβολο. Οπότε για  $d = 12.8cm \rightarrow h_f = d + d_1 = 12.8 + 3 = 15.8cm$

Επιλέγεται ενιαίο πάχος  $h_f = 16cm$  οπότε το στατικό ύψος θα είναι:  $d = h_f - d_1 = 13cm$  (η στρογγυλοποίηση γίνεται στο  $h_f$  και όχι στο  $d$  και πάντα στον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο αριθμό σε εκατοστά).

### Φορτία - Συνδυασμοί φόρτισης

Το ίδιο βάρος της πλάκας περιλαμβάνεται στα μόνιμα φορτία που δίνονται άρα δεν απαιτείται να προστεθεί.

- Δυσμενής συνδυασμός φόρτισης πλάκας  
 $p_{\pi\lambda}^{\Delta} = 1.35g + 1.50q = 1.35 \cdot 3.20 \frac{kN}{m^2} + 1.50 \cdot 4.80 \frac{kN}{m^2} = 11.52 \frac{kN}{m^2}$
- Δυσμενής συνδυασμός φόρτισης προβόλου  
 $p_{\pi\rho}^{\Delta} = 1.35g + 1.50q_{\pi\rho} = 1.35 \cdot 3.20 \frac{kN}{m^2} + 1.50 \cdot 5.80 \frac{kN}{m^2} = 13.02 \frac{kN}{m^2}$
- Ευμενής συνδυασμός φόρτισης πλάκας και προβόλου  
 $p_{\pi\lambda}^E = p_{\pi\rho}^E = 1.0g = 1.0 \cdot 3.20 \frac{kN}{m^2} = 3.20 \frac{kN}{m^2}$

Συνδυασμοί για τη μέθοδο των πεσσοειδών φορτίσεων:

- $p_1 = 1.175g + 0.75q = 1.175 \cdot 3.20 \frac{kN}{m^2} + 0.75 \cdot 4.80 \frac{kN}{m^2} = 7.36 \frac{kN}{m^2}$
- $p_2 = 0.175g + 0.75q = 0.175 \cdot 3.20 \frac{kN}{m^2} + 0.75 \cdot 4.80 \frac{kN}{m^2} = 4.16 \frac{kN}{m^2}$

### Στατική επίλυση

Η στατική επίλυση γίνεται θεωρώντας λωρίδας πλάτους 1.00m κατά τη διεύθυνση που τοποθετείται ο κύριος οπλισμός. Ο υπολογισμός των εντατικών μεγεθών όμως στις σταυροειδώς οπλισμένες πλάκες δε γίνεται μέσω μιας συνεχούς δοκού κατά μήκος της κάθε διεύθυνσης της κάτοψης αλλά χρησιμοποιώντας τους πίνακες Czerny και τη μέθοδο των πεσσοειδών φορτίσεων.

- Πρόβολος  $\Pi\rho_1$

$$M_{\pi\rho 1} = -\frac{p_{\pi\rho}^{\Delta} \cdot l_{\pi\rho 1}^2}{2} = -\frac{13.02kN/m \cdot (1.2m)^2}{2} = -9.37kNm$$

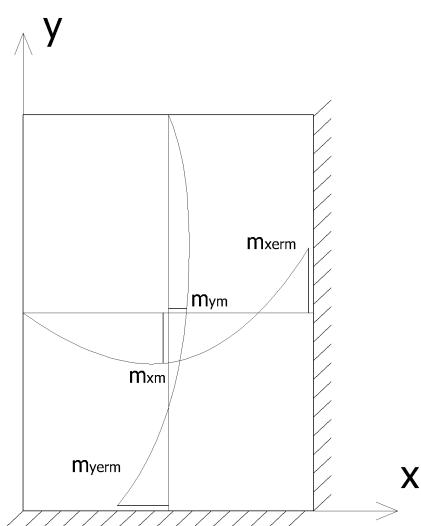
- Πρόβολος  $\Pi\rho_2$

$$M_{\pi\rho 2} = -\frac{p_{\pi\rho}^{\Delta} \cdot l_{\pi\rho 2}^2}{2} = -\frac{13.02kN/m \cdot (1.6m)^2}{2} = -16.67kNm$$

- Πλάκα  $\Pi_1$

Οι συνθήκες στήριξης είναι δύο διαδοχικές εδράσεις και δύο διαδοχικές πακτώσεις.  
Άρα η πλάκα είναι τύπου 4.

$$\text{Είναι } \frac{l_y}{l_x} = \frac{l_{max}}{l_{min}} = \frac{4.62m}{3.55m} = 1.30$$



*Ροπές στις στηρίξεις*

- Καθολική φόρτιση με  $P_1$

Η πλάκα λαμβάνεται ως τύπου 4. Από τους πίνακες του Czerny έχουμε:

$$m_{xerm,P1} = -\frac{p_1 \cdot l_x^2}{10.7} = -\frac{7.36kN/m \cdot (3.55m)^2}{10.7} = -8.67kNm$$

$$m_{yerm,P1} = -\frac{p_1 \cdot l_x^2}{12.8} = -\frac{7.36kN/m \cdot (3.55m)^2}{12.8} = -7.25kNm$$

- Εναλλακτές φορτίσεις με  $P_2$

*Ροπές κατά X - Στήριξη  $\Pi_1 - \Pi_2$*

Λαμβάνονται όλες οι στηρίξεις ως εδράσεις εκτός από τη στήριξη που εξετάζεται.  
Άρα έχουμε πλάκα τύπου 2a.

$$m_{xerm,P2} = -\frac{p_2 \cdot l_x^2}{9.7} = -\frac{4.16kN/m \cdot (3.55m)^2}{9.7} = -5.40kNm$$

*Ροπές κατά Y - Στήριξη Π<sub>1</sub> – Π<sub>2</sub>*

Λαμβάνονται όλες οι στηρίξεις ως εδράσεις εκτός από τη στήριξη που εξετάζεται.

Άρα έχουμε πλάκα τύπου 2β.

$$m_{yerm,P2} = -\frac{p_2 \cdot l_x^2}{9.6} = -\frac{4.16kN/m \cdot (3.55m)^2}{9.6} = -5.46kNm$$

- Επαλληλία πεσσοειδών φορτίσεων

*Ροπές κατά X - Στήριξη Π<sub>1</sub> – Π<sub>2</sub>*

$$m_{xerm,max} = m_{xerm,P1} + m_{xerm,P2} = (-8.67) + (-5.40) = -14.07kNm$$

$$m_{xerm,min} = m_{xerm,P1} - m_{xerm,P2} = (-8.67) - (-5.40) = -3.27kNm \text{ (αμελείται)}$$

*Ροπές κατά Y - Στήριξη Π<sub>1</sub> – Π<sub>2</sub>*

$$m_{yerm,max} = m_{yerm,P1} + m_{yerm,P2} = (-7.25) + (-5.46) = -12.71kNm$$

$$m_{yerm,min} = m_{yerm,P1} - m_{yerm,P2} = (-7.25) - (-5.46) = -1.79kNm \text{ (αμελείται)}$$

Οι "max" τιμές παραπάνω έχουν την έννοια των δυσμενέστερων τιμών οπότε είναι οι μέγιστες σε απόλυτη τιμή αρνητικές ροπές. Οι "min" τιμές που προκύπτουν από τη διαφορά των ροπών για φόρτιση με P<sub>1</sub> και P<sub>2</sub> χρησιμοποιούνται για να ελεγχθεί μήπως προκύπτουν και τιμές με διαφορετικό πρόσημο οπότε θα πρέπει να τοποθετηθεί εφελκυόμενος οπλισμός και πάνω και κάτω. Σε διαφορετική περίπτωση (όμοιο πρόσημο) οι "min" ροπές αμελούνται.

*Ροπές στο άνοιγμα*

- Καθολική φόρτιση με P<sub>1</sub>

Η πλάκα λαμβάνεται ως τύπου 4. Από τους πίνακες του Czerny έχουμε:

$$m_{xm,P1} = \frac{p_1 \cdot l_x^2}{26.5} = \frac{7.36kN/m \cdot (3.55m)^2}{26.5} = 3.50kNm$$

$$m_{ym,P1} = \frac{p_1 \cdot l_x^2}{47.6} = \frac{7.36kN/m \cdot (3.55m)^2}{47.6} = 1.95kNm$$

- Εναλλακτές φορτίσεις με P<sub>2</sub>

Η πλάκα λαμβάνεται ως τύπου 1 (πάντα στα ανοίγματα). Από τους πίνακες του Czerny έχουμε:

$$m_{xm,P2} = \frac{p_2 \cdot l_x^2}{16.8} = \frac{4.16kN/m \cdot (3.55m)^2}{16.8} = 3.12kNm$$

$$m_{ym,P2} = \frac{p_2 \cdot l_x^2}{30.9} = \frac{4.16kN/m \cdot (3.55m)^2}{30.9} = 1.70kNm$$

- Επαλληλία πεσσοειδών φορτίσεων

$$m_{xm,max} = m_{xm,P1} + m_{xm,P2} = 3.50 + 3.12 = 6.62kNm$$

$$m_{xm,min} = m_{xm,P1} - m_{xm,P2} = 3.50 - 3.12 = 0.38kNm \text{ (αμελείται)}$$

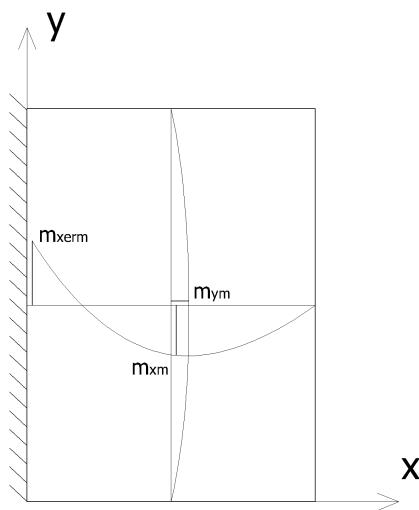
$$m_{ym,max} = m_{ym,P1} + m_{ym,P2} = 1.95 + 1.70 = 3.65kNm$$

$$m_{ym,min} = m_{ym,P1} - m_{ym,P2} = 1.95 - 1.70 = 0.25kNm \text{ (αμελείται)}$$

- Πλάκα  $\Pi_2$

Οι συνθήκες στήριξης είναι τρεις διαδοχικές εδράσεις και μία πάκτωση στη μεγάλη πλευρά. Άρα η πλάκα είναι τύπου 2a.

$$\text{Είναι } \frac{l_y}{l_x} = \frac{l_{max}}{l_{min}} = \frac{4.62m}{4.20m} = 1.10$$



Ροπές στις στηρίξεις

- Καθολική φόρτιση με  $P_1$

Η πλάκα λαμβάνεται ως τύπου 2a. Από τους πίνακες του Czerny έχουμε:

$$m_{xerm,P1} = -\frac{p_1 \cdot l_x^2}{10.9} = -\frac{7.36kN/m \cdot (4.20m)^2}{10.9} = -11.91kNm$$

- Εναλλακτές φορτίσεις με  $P_2$

*Ροπές κατά X - Στήριξη Π<sub>1</sub> – Π<sub>2</sub>*

Λαμβάνονται όλες οι στηρίξεις ως εδράσεις εκτός από τη στήριξη που εξετάζεται.  
Άρα έχουμε πλάκα τύπου 2α (δεν αλλάζει ο τύπος της πλάκας σε αυτήν την περίπτωση).

$$m_{xerm,P2} = -\frac{p_2 \cdot l_x^2}{10.9} = -\frac{4.16kN/m \cdot (4.20m)^2}{10.9} = -6.73kNm$$

- Επαλληλία πεσσοειδών φορτίσεων

*Ροπές κατά X - Στήριξη Π<sub>1</sub> – Π<sub>2</sub>*

$$m_{xerm,max} = m_{xerm,P1} + m_{xerm,P2} = (-11.91) + (-6.73) = -18.64kNm$$

$$m_{xerm,min} = m_{xerm,P1} - m_{xerm,P2} = (-11.91) - (-6.73) = -5.18kNm \text{ (αμελείται)}$$

Ροπές κατά Y προφανώς δεν υπάρχουν σε πλάκες τύπου 2α.

*Ροπές στο άνοιγμα*

- Καθολική φόρτιση με P<sub>1</sub>

Η πλάκα λαμβάνεται ως τύπου 2α. Από τους πίνακες του Czerny έχουμε:

$$m_{xm,P1} = \frac{p_1 \cdot l_x^2}{27.3} = \frac{7.36kN/m \cdot (4.20m)^2}{27.3} = 4.76kNm$$

$$m_{ym,P1} = \frac{p_1 \cdot l_x^2}{45.1} = \frac{7.36kN/m \cdot (4.20m)^2}{45.1} = 2.88kNm$$

- Εναλλακτές φορτίσεις με P<sub>2</sub>

Η πλάκα λαμβάνεται ως τύπου 1 (πάντα στα ανοίγματα). Από τους πίνακες του Czerny έχουμε:

$$m_{xm,P2} = \frac{p_2 \cdot l_x^2}{22.4} = \frac{4.16kN/m \cdot (4.20m)^2}{22.4} = 3.28kNm$$

$$m_{ym,P2} = \frac{p_2 \cdot l_x^2}{27.9} = \frac{4.16kN/m \cdot (4.20m)^2}{27.9} = 2.63kNm$$

- Επαλληλία πεσσοειδών φορτίσεων

$$m_{xm,max} = m_{xm,P1} + m_{xm,P2} = 4.76 + 3.28 = 8.04kNm$$

$$m_{xm,min} = m_{xm,P1} - m_{xm,P2} = 4.76 - 3.28 = 1.48kNm \text{ (αμελείται)}$$

$$m_{ym,max} = m_{ym,P1} + m_{ym,P2} = 2.88 + 2.63 = 5.51kNm$$

$$m_{ym,min} = m_{ym,P1} - m_{ym,P2} = 2.88 - 2.63 = 0.25kNm \text{ (αμελείται)}$$

## Διάγραμμα ροπών

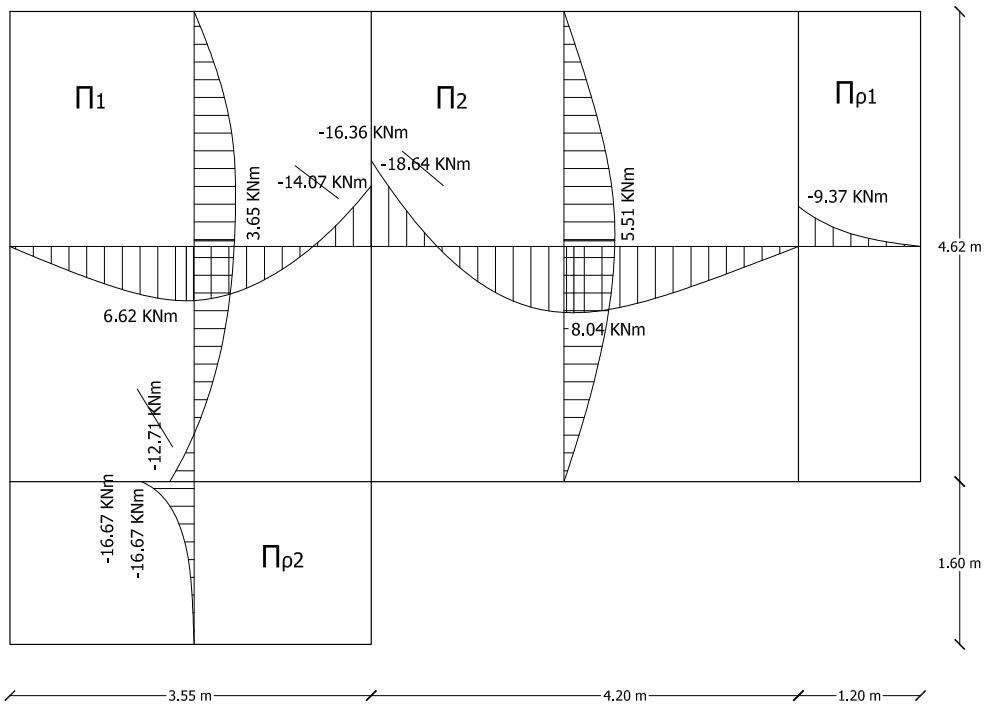
- Έλεγχος στήριξης  $\Pi_1 - \Pi_2$

Ελέγχονται οι διαστάσεις των πλακών που ενώνονται με τη στήριξη που εξετάζεται (προφανώς η διάσταση που είναι κάθετη στη στήριξη). Αν ο λόγος των πλευρών είναι μικρότερος του 0.75 θα λαμβάνεται η μέγιστη από τις δύο ροπές που προέκυψαν από τους πίνακες του Czerny. Διαφορετικά θα λαμβάνεται ο μέσος όρος των τιμών από τις δύο πλάκες.

$$\frac{l_{min}}{l_{max}} = \frac{3.55}{4.20} = 0.85 > 0.75 \text{ ára θα ληφθεί ο μέσος όρος.}$$

$$M_{\Pi_1 - \Pi_2} = \frac{M_{\Pi_1} + M_{\Pi_2}}{2} = \frac{(-14.07) + (-18.64)}{2} = -16.36 kNm$$

Στις στηρίξεις των προβόλων λαμβάνεται πάντα η τιμή που προκύπτει στον πρόβολο.



**Σχήμα 8.48:** Παράδειγμα 3 - Διάγραμμα ροπών

### Υπολογισμός των οπλισμών

Η διαστασιολόγηση αφορά μια θεωρητική δοκό πλάτους  $b = 1.00m$  και ύψος ίσο με το πάχος της πλάκας  $h_f$ .

### Υλικά

Οι τιμές σχεδιασμού των αντοχών είναι:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 0.85 \cdot \frac{20MPa}{1.5} = 11.33MPa$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500MPa}{1.15} = 434.78MPa$$

Ελάχιστα και μέγιστα επιτρεπόμενα ποσοστά οπλισμού

$$\rho_{min} = 1.3\% \rightarrow A_{s,min} = \rho_{min} \cdot b \cdot d = 0.0013 \cdot 100cm \cdot 13cm = 1.69cm^2$$

$$\rho_{max} = 40\% \rightarrow A_{s,max} = \rho_{max} \cdot b \cdot d = 0.04 \cdot 100cm \cdot 13cm = 52.00cm^2$$

Σημειώνεται ότι χρησιμοποιούνται οι γενικές τιμές του ΕΚ2 για τα ελάχιστα και μέγιστα ποσοστά οπλισμού και όχι αυτές του ΕΚ8 που αντιστοιχούν σε δοκούς με αυξημένες απαιτήσεις πλαστιμότητας.

Μέγιστη επιτρεπόμενη απόσταση μεταξύ των ράβδων

$$s \leq \begin{cases} 25\text{cm} \\ 2.0 \cdot h_f = 32\text{cm} \end{cases} \Rightarrow s \leq 25\text{cm}$$

*Οπλισμός των ανοιγμάτων*

Ξεκινάμε τη διαστασιολόγηση με τη μεγαλύτερη ροπή ανοίγματος η οποία αναπτύσσεται στην πλάκα  $\Pi_2$  κατά x.

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{8.04\text{kNm}}{1.00\text{m} \cdot (0.13\text{m})^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 0.042 < \mu_{lim} = 0.296$$

Για την τιμή αυτή προκύπτει από τον πίνακα των ορθογωνικών διατομών  $\omega = 0.0431$

Ο απαιτούμενος οπλισμός για τη ροπή που αναπτύσσεται στη διατομή είναι:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.0431 \cdot 100\text{cm} \cdot 13\text{cm} \cdot \frac{11.33\text{MPa}}{434.78\text{MPa}} = 1.46\text{cm}^2$$

Παρατηρείται ότι  $A_s < A_{s,min}$

Τοποθετούνται  $8/25\text{cm}(2.01\text{cm}^2)$

Επειδή ο οπλισμός στο άνοιγμα με τη μεγαλύτερη ροπή καθορίστηκε από την ελάχιστη απαίτηση, τοποθετούμε σε όλα τα ανοίγματα και προς τις δυο διευθύνσεις τον οπλισμό αυτό  $8/25\text{cm}$ . Σε διαφορετική περίπτωση, θα τοποθετούσαμε τον οπλισμό που υπολογίστηκε στο συγκεκριμένο άνοιγμα ( $\Pi_2$  κατά x) και στη συνέχεια θα επαναλαμβάνονταν η διαδικασία στο άνοιγμα με τη δεύτερη μεγαλύτερη ροπή ( $\Pi_1$  κατά x) κ.ο.κ.

### Οπλισμός στήριξης Π<sub>1</sub> – Π<sub>2</sub>

$$M_{sd} = |M_{\pi \alpha \rho}| = |0.9 \cdot (-16.36)| = 14.72 kNm$$

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{14.72 kNm}{1.00m \cdot (0.13m)^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 \frac{kN}{m^2}} = 0.0769 < \mu_{lim} = 0.296$$

Για την τιμή αυτή προκύπτει από τον πίνακα των ορθογωνικών διατομών  $\omega = 0.0803$

Ο απαιτούμενος οπλισμός για τη ροπή που αναπτύσσεται στη διατομή είναι:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.0803 \cdot 100cm \cdot 13cm \cdot \frac{11.33 MPa}{434.78 MPa} = 2.72 cm^2$$

Παρατηρείται ότι  $A_{s,min} < A_s < A_{s,max}$

Από το άνοιγμα της πλάκας Π<sub>1</sub> κάμπτονται και ανεβαίνουν στην στήριξη 8/50cm(1.01cm<sup>2</sup>)

Από το άνοιγμα της πλάκας Π<sub>2</sub> κάμπτονται και ανεβαίνουν στην στήριξη 8/50cm(1.01cm<sup>2</sup>)

Απαιτούνται πρόσθετα  $2.72 - 2 \cdot 1.01 = 0.70 cm^2$

Για να μην εμφανίζονται πυκνώσεις και αραιώσεις οπλισμών τοποθετούνται πρόσθετα 8/50cm(1.01cm<sup>2</sup>)

### Οπλισμός στήριξης Π<sub>1</sub> – Π<sub>ρ<sub>2</sub></sub>

$$M_{sd} = |M_{\pi \alpha \rho}| = |0.9 \cdot (-16.67)| = 15.00 kNm$$

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{15.00 kNm}{1.00m \cdot (0.13m)^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 \frac{kN}{m^2}} = 0.0783 < \mu_{lim} = 0.296$$

Για την τιμή αυτή προκύπτει από τον πίνακα των ορθογωνικών διατομών  $\omega = 0.0822$

Ο απαιτούμενος οπλισμός για τη ροπή που αναπτύσσεται στη διατομή είναι:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.0822 \cdot 100cm \cdot 13cm \cdot \frac{11.33 MPa}{434.78 MPa} = 2.78 cm^2$$

Παρατηρείται ότι  $A_{s,min} < A_s < A_{s,max}$

Από το άνοιγμα της πλάκας  $\Pi_1$  κάμπτονται και ανεβαίνουν στην στήριξη  $8/50cm(1.01cm^2)$   
Απαιτούνται πρόσθετα  $2.78 - 1.01 = 1.77cm^2$

Για να μην εμφανίζονται πυκνώσεις και αραιώσεις οπλισμών τοποθετούνται πρόσθετα  $8/25cm(2.01cm^2)$ . Οπότε συνολικά στη στήριξη υπάρχουν  $3.02cm^2$ .

Οπλισμός διανομής προβόλου  $\Pi\rho_2$

$\geq 20\%$  του κύριου οπλισμού (που τοποθετήθηκε).  $0.2 \cdot 3.02 = 0.60cm^2$

$$s \leq \begin{cases} 40cm \\ 3.0 \cdot h_f = 48cm \end{cases} \Rightarrow s \leq 40cm$$

Τοποθετούνται  $6/40cm(0.71cm^2)$ .

Οπλισμός στήριξης  $\Pi_2 - \Pi\rho_1$

$$M_{sd} = |M_{\pi\alpha\rho}| = |0.9 \cdot (-9.37)| = 8.43kNm$$

$$\mu_{sd} = \frac{M_{sd}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{8.43kNm}{1.00m \cdot (0.13m)^2 \cdot 11.33 \cdot 10^3 \frac{kN}{m^2}} = 0.044 < \mu_{lim} = 0.296$$

Για την τιμή αυτή προκύπτει από τον πίνακα των ορθογωνικών διατομών  $\omega = 0.0453$

Ο απαιτούμενος οπλισμός για τη ροπή που αναπτύσσεται στη διατομή είναι:

$$A_s = \omega \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = 0.0453 \cdot 100cm \cdot 13cm \cdot \frac{11.33MPa}{434.78MPa} = 1.53cm^2$$

Παρατηρείται ότι  $A_s < A_{s,min}(1.69cm^2)$

Από το άνοιγμα της πλάκας  $\Pi_2$  κάμπτονται και ανεβαίνουν στην στήριξη  $8/50cm(1.01cm^2)$   
Απαιτούνται πρόσθετα  $1.69 - 1.01 = 0.68cm^2$

Για να μην εμφανίζονται πυκνώσεις και αραιώσεις οπλισμών τοποθετούνται πρόσθετα  $8/50\text{cm}$ ( $1.01\text{cm}^2$ ). Οπότε συνολικά στη στήριξη υπάρχουν  $2.01\text{cm}^2$ .

*Οπλισμός διανομής προβόλου Πρ<sub>1</sub>*

$\geq 20\%$  του κύριου οπλισμού (που τοποθετήθηκε).  $0.2 \cdot 2.01 = 0.40\text{cm}^2$

$$s \leq \begin{cases} 40\text{cm} \\ 3.0 \cdot h_f = 48\text{cm} \end{cases} \Rightarrow s \leq 40\text{cm}$$

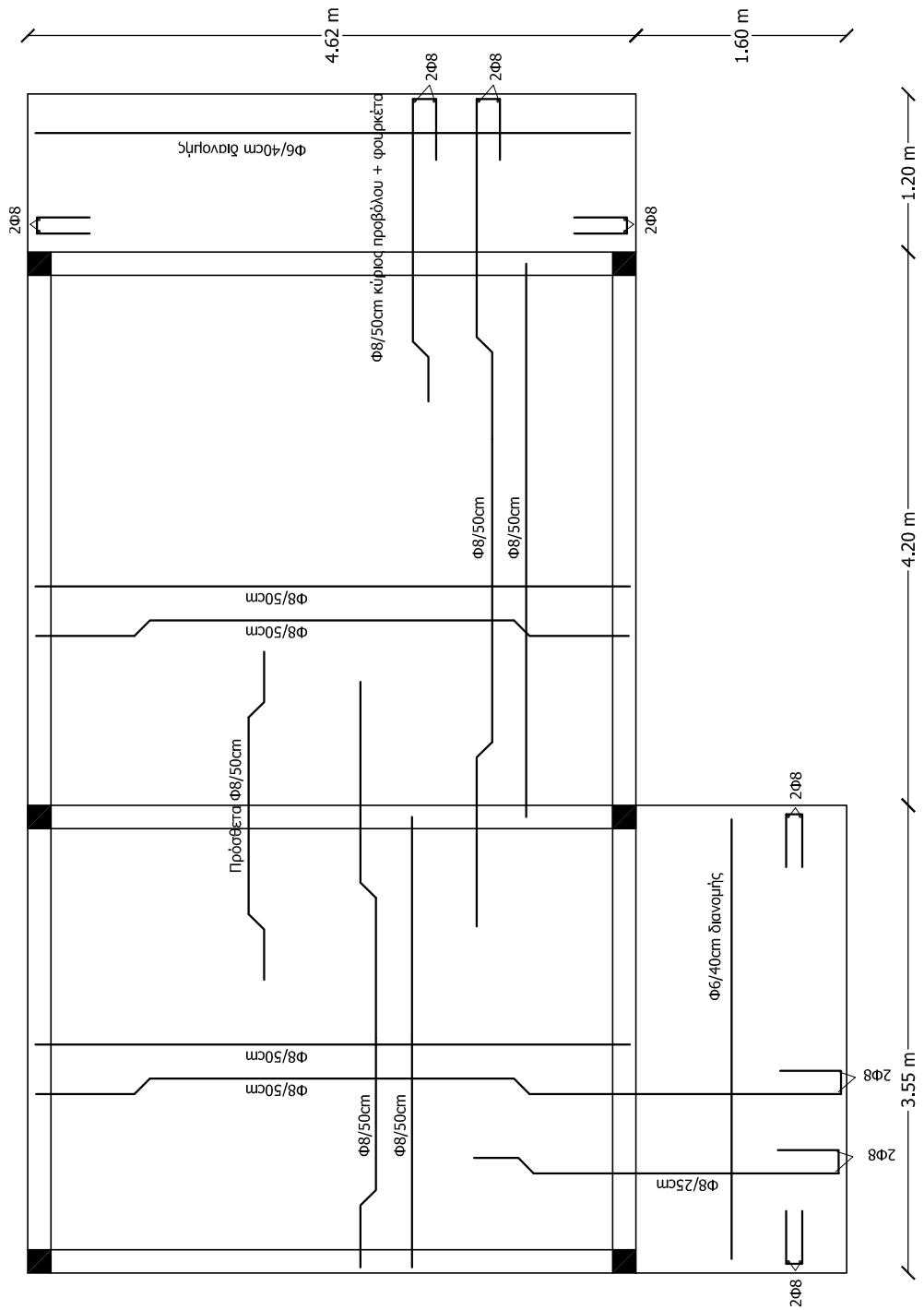
Τοποθετούνται  $6/40\text{cm}$ ( $0.71\text{cm}^2$ ).

*Οπλισμός τύπου φουρκέτας*

Σε όλες τις ελεύθερες πλευρές των πλακών τοποθετείται φουρκέτα με μήκος σκελών  $\geq 2h_f$  και 2 εγκάρσιους οπλισμούς Φ8 (συχνά ο οπλισμός του προβόλου κάμπτεται έτσι ώστε να σχηματίσει φουρκέτες).

### **Απαλλαγή από τον έλεγχο των βυθίσεων πλακών και δοκών βάσει ΕΚ2**

Γίνεται ομοίως παράδειγμα 1 ([§8.10.1](#)) στα ανοίγματα και τις στηρίξεις των προβόλων.



Σχήμα 8.49: Παράδειγμα 3 - Κατασκευαστικό σχέδιο



## Βιβλιογραφία

---

- [1] ΟΑΣΠ. *Ελληνικός Κανονισμός Ωπλισμένου Σκυροδέματος - 2000 (Ε.Κ.Ω.Σ. - 2000)*. Αθήνα, 2000.
- [2] ΟΑΣΠ. *Ελληνικός Αντισεισμικός Κανονισμός - 2000 (Ε.Α.Κ. - 2000)*. Αθήνα, 2000.
- [3] CEN. *EN 1992-1-1: Eurocode 2: Design of concrete structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings*. European Committee for Standardisation, Brussels, 2004.
- [4] CEN. *EN 1998-1: Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance, Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings*. European Committee for Standardisation, Brussels, 2004.
- [5] Μ. Καραβεζύρογλου. *Διαχρονική θεώρηση των αντοχών σκυροδέματος και χάλυβα οπλισμών βάσει των κανονισμών*. 16ο Συνέδριο Σκυροδέματος, ΤΕΕ, ΕΤΕΚ, Πάφος, Κύπρος, 2009.
- [6] CEN. *EN 1991-1-1: Eurocode 1: Actions on structures, Part 1-1: General actions -Densities, self-weight, imposed loads for buildings*. European Committee for Standardisation, Brussels, 2002.
- [7] Πενέλης Γ., Στυλιανίδης Κ., Κάππος Α. & Ιγνατάκης Χρ. *Κατασκευές από Οπλισμένο Σκυρόδεμα*. Υπηρεσία Δημοσιευμάτων Α.Π.Θ., Θεσσαλονίκη, 1995.
- [8] Ζαράρης Πρ. *Μέθοδοι Υπολογισμού Σιδηροπαγούς Σκυροδέματος*. Εκδόσεις Αφοί Κυριακίδη, Θεσσαλονίκη, 2002.
- [9] Καραβεζύρογλου Βέμπερ Μ. *Στοιχεία υπολογισμού και διαμόρφωσης ολόσωμων κατασκευών*. Εκδόσεις Τζιόλα, Θεσσαλονίκη, 2η έκδοση, 2013.
- [10] Papanikolaou V.K. & Sextos A.G. *Design charts for rectangular R/C columns under biaxial bending: A historical review toward a Eurocode-2 compliant update*. *Engineering Structures*, 115:196–206, 2016.
- [11] ΟΑΣΠ. *Νέος Ελληνικός Κανονισμός για τη Μελέτη και Κατασκευή Έργων από Οπλισμένο Σκυρόδεμα (Ν.Ε.Κ.Ω.Σ.)*. Αθήνα, 1991.
- [12] Κωνσταντινίδης Απ. *Εφαρμογές Οπλισμένου Σκυροδέματος, Τόμος Β*. Εκδόσεις Αγγ. Κωνσταντινίδου, Αθήνα, 1996.