Zadanie 3

Antoni Pokusiński

Algorytm Clenshaw'a to algorytm obliczania wartości wielomianu podanego w postaci kombinacji liniowej wielomianów Czebyszewa, czyli postaci - $w(x) = \frac{1}{2}c_0T_0(x) + c_1T_1x + c_2T_2(x) \cdots + c_nT_n(x)$.
Jest zdefiniowany nastepująco:

```
let B_{n+2} := 0
let B_{n+1} := 0

for let i = n, ..., 0
    B_i := 2*x*B_{i+1} - B_{i+2} + c_i

return (B_0 - B_2)/2
```

Wykażmy jego poprawność:

$$w(x) = \sum_{k=0}^{n}{}' (B_k + B_{k+2} - 2xB_{k+1})T_k(x) =$$

$$= \sum_{k=0}^{n}{}' B_kT_k(x) - 2x\sum_{k=1}^{n+1}{}' B_kT_{k-1}(x) + \sum_{k=2}^{n+2}{}' B_kT_{k-2}(x) =$$

$$= \sum_{k=0}^{n}{}' B_kT_k(x) - 2x\sum_{k=1}^{n}{}' B_kT_{k-1}(x) + \sum_{k=2}^{n}{}' B_kT_{k-2}(x) =$$

$$= \frac{1}{2}B_0T_0(x) + B_1T_1(x) - xB_1T_0(x) - \frac{1}{2}B_2T_0(x) + \sum_{k=2}^{n} B_kT_k(x) - 2x\sum_{k=2}^{n} B_kT_{k-1}(x) + \sum_{k=2}^{n} B_kT_{k-2}(x) =$$

$$= \frac{1}{2}B_0 - \frac{1}{2}B_2 + \sum_{k=2}^{n} B_k(T_k(x) - 2xT_{k-1}(x) + T_{k-2}(x)) =$$

$$= \frac{B_0 - B_2}{2} + \sum_{k=2}^{n} B_k(2xT_{k-1}(x) - T_{k-2}(x) - 2xT_{k-1}(x) + T_{k-2}(x)) =$$

$$= \frac{B_0 - B_2}{2} + \sum_{k=2}^{n} B_k * 0 = \frac{B_0 - B_2}{2}$$