

Zadanie 1

Antoni Pokusiński

Przekształćmy odpowiednio standardowy wzór metody siecznych:

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n - f_n \frac{x_n - x_{n-1}}{f_n - f_{n-1}} = \frac{x_n(f_n - f_{n-1})}{f_n - f_{n-1}} - f_n \frac{x_n - x_{n-1}}{f_n - f_{n-1}} = \\&= \frac{x_n f_n - x_n f_{n-1} - f_n x_n + f_n x_{n-1}}{f_n - f_{n-1}} = \frac{f_n x_{n-1} - f_{n-1} x_n}{f_n - f_{n-1}}\end{aligned}$$

Pozostaje jednak pytanie, czy powyżej uzyskany wzór może być przydatny numerycznie (porównując z wyjściowym wzorem). Po pierwsze zauważmy, że w mianownikach obu wzorów mamy $f_n - f_{n-1}$, które dla dużych wartości n staje się bliskie 0. Ponadto w obu wzorach w liczniku również są wartości bliskie 0 (jeśli tylko f_n, f_{n-1} są takich samych znaków); wykonując odejmowania, a potem dzielenie wartości bliskich 0 możemy uzyskać pewien błąd. Zauważmy jednak, że w 1. wzorze ten błąd minimalizujemy mnożąc go jeszcze przez f_n , co jest dość znaczące, a czego nie ma we wzorze drugim. Tak więc w ogólności to pierwszy wzór jest lepszy z numerycznego punktu widzenia. Można jeszcze dodać, że gdybyśmy mieli gwarancję, że f_n, f_{n-1} są zawsze przeciwnych znaków (np. w metodzie *regula falsi*), to w liczniku wzoru drugiego mielibyśmy w zasadzie dodawanie i wzór byłby całkiem użyteczny.