Zadanie 5

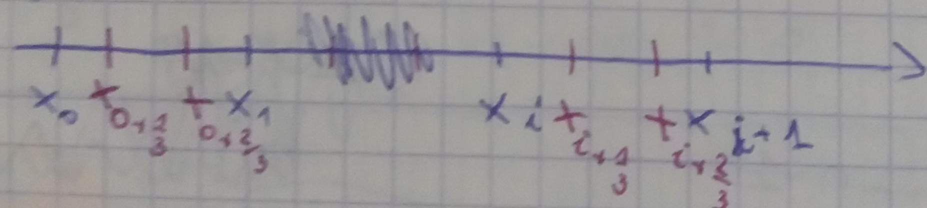
Nspline(x, y, z) wyznacza NIFS3 dla punktów x, y po czym dla wyznaczonej funkcji S_n wyznacza wartości $S_n(z_0), S_n(z_1) \ldots S_n(z_m)$ gdzie $m < 2n$.

Znamy wartości pewnej funkcji f dla $x_0 < x_1 \ldots < x_{100}$
Mamy więc 100 podprzedziałów.

Chcemy znaleźć ekstrema lokalne f na $\langle x_0, x_{100})$
(tj. punkty, w których pochodna jest równa 0 i zmienia znak)

---

1 wywołujemy Nspline$([x_0, x_1 \ldots x_{100}], [f(x_0), f(x_1) \ldots f(x_{100})], z)$
gdzie „z” to zbiór punktów takich, że
dokładnie 2 punkty z „z” należą do każdego podprzedziału



Nspline zwraca więc

$$Z = [S_n(x_{0+\frac{1}{3}}), S_n(x_{0+\frac{2}{3}}) \ldots S_n(x_{i+\frac{1}{3}}), S_n(x_{i+\frac{2}{3}}) \ldots]$$

2. Na każdym z podprzedziałów mamy dane 4 punkty, a wiemy, że funkcja na każdym podprzedziale to wielomian stopnia ≤ 3.

Korzystamy więc z interpolacji Newtona aby ~~[illegible]~~ wyznaczyć wzór wielomianu dla każdego podprzedziału

interpNewton($[x_0, y_0], [x_1, y_1] \dots [x_3, y_3]$)

$T \leftarrow$ tablica 4×4

$T_{00} \dots T_{30} := y_0 \dots y_3$ // pierwsza kolumna

for $i = 1 \dots 3$

  for $j = i \dots 3$

    $T_{ji} := (T_{j(i-1)} + T_{(j-1)(i-1)}) / (x_j - x_{j-i})$

return $B := [T_{00}, T_{11}, T_{22}, T_{44}]$

↓ podajemy w takiej samej kolejności jak w interpNewton

3 Na podstawie $x_0 \ldots x_3$ oraz $b_0 \ldots b_3$ liczymy współczynniki pochodnej dla wielomianu 3-go stopnia.

$w_3 := b_3$

$w_2 := 0$

$w_2 \mathrel{+}= -(x_0 + x_1 + x_2) \cdot b_3$

$w_2 \mathrel{+}= b_2$

$w_1 := 0$

$w_1 \mathrel{+}= (x_0 x_1 + x_2(x_0 + x_1)) \cdot b_3$

$w_1 \mathrel{+}= (-(a+b)) \cdot b_2$

$w_1 \mathrel{+}= b_1$

$w_0 := b_0$

$$\left.\begin{matrix} w_3 \\ w_2 \\ w_1 \\ w_0 \end{matrix}\right\} \text{współczynniki wielomianu z postaci potęgowej}$$

Return $P := [3 \cdot w_3,\ 2 \cdot w_2,\ w_1]$

4 Mając współczynniki pochodnej p_2, p_1, p_0 oraz przedział $\langle x_i, x_{i+1} \rangle$ łatwo sprawdzamy, czy na tym przedziale funkcja ma ekstrema lokalne.

delta := $p_1 * p_1 - 4 * p_2 * p_0$

if (delta ≤ 0) return NULL

else

$m_1 := \dfrac{-p_1 - \text{sqrt(delta)}}{2p_2}$ ← być może warto zastosować inne rachunki aby uniknąć błędów numerycznych

$m_2 := \dfrac{-p_1 + \text{sqrt(delta)}}{2p_2}$

if ($x_i \leq m_1 \leq x_{i+1}$)

  if ($x_i \leq m_2 \leq x_{i+1}$)

    return $[m_1, m_2]$,

  return m_1

else if ($x_i \leq m_2 \leq x_{i+1}$)

  return m_2

else return NULL

Stosując 2, 3, 4 dla każdego podprzedziału znajdujemy ekstrema lokalne ~~[illegible]~~ dla $\langle x_0, x_{10n} \rangle$