Zadanie 6

Antoni Pokusiński

Wprowadźmy następujące oznaczenia:

- $l_1 ... l_4$ - kolejne logarytmy z zaburzeniem: $ln(2^{-2^i}x) \cdot (1 + \varepsilon_{-2i})$
- $\alpha_1 ... \alpha_4$ - zaburzenia przy mnożeniu, rzędu błędu reprezentacji, czyli $|\alpha_i| \leq 2^{-t}$
- $\beta_1 ... \beta_4$ - zaburzenia przy dodawaniu, przy czym $\beta_1 = 0$ wprowadzamy „sztucznie", oraz podobne jak poprzednio $|\beta_i| \leq 2^{-t}$

Policzmy zatem $fl(S)$:

$$fl(S) = ((((y_1l_1(1+\alpha_1)(1+\beta_1) + y_2l_2(1+\alpha_2))(1+\beta_2) + y_3l_3(1+\alpha_3))(1+\beta_3) + y_4l_4(1+\alpha_4))(1+\beta_4) =$$
$$y_1l_1(1+\alpha_1)\cdot(1+\beta_1)(1+\beta_2)(1+\beta_3)(1+\beta_4)+$$
$$+y_2l_2(1+\alpha_2)\cdot(1+\beta_2)(1+\beta_3)(1+\beta_4)+$$
$$+y_3l_3(1+\alpha_3)\cdot(1+\beta_3)(1+\beta_4)+$$
$$+y_4l_4(1+\alpha_4)\cdot(1+\beta_4) = ...$$

Wprowadźmy teraz oznaczenie $B_i = \prod_{j=i}^{4}(1+\beta_j)$, przy czym $|B_i| \leq (4-i+1)\cdot 2^{-t}$.

Kontynuujmy:

$$... = \sum_{i=1}^{4} y_il_i(1+\alpha_i)(1+B_i) =$$
$$y_1l_1(1+\alpha_1)(1+B_1) + y_2l_2(1+\alpha_2)(1+B_2)+$$
$$+y_3l_3(1+\alpha_3)(1+B_3) + y_4l_4(1+\alpha_4)(1+B_4)$$

Możemy teraz zinterpretować $(1+\alpha_i)(1+B_i)$ jako niewielkie zaburzenie danych y_i rzędu $\leq 3 \cdot 2^{-t}$; $(1+\varepsilon_{-2i})$ to niewielkie zaburzenia kolejnych logarytmów. Dostajemy więc **dokładny wynik dla nieco zaburzonych danych** - wobec tego nasz algorytm jest **numerycznie poprawny**.