

生鲜食品配送车辆路径研究

潘 璠¹, 吴一帆², 董 明³

(1. 上海交通大学 中美物流研究院, 上海 200030; 2. 华东理工大学 商学院, 上海 200237; 3. 上海交通大学
安泰经济与管理学院, 上海 200052)

[摘 要] 为解决现实中生鲜食品配送难题, 基于生鲜食品物流中及时性与公平性, 建立了生鲜食品公平配送车辆路径模型, 并对模型性质进行分析与邻域结构设计; 同时提出了变邻域蚁群算法, 算法吸收了变邻域搜索的局部搜索策略, 具有较强的收敛速度与鲁棒性; 最后通过算例比较, 验证了模型和算法的有效性, 结果变邻域蚁群算法收敛速度与效果更佳。

[关键词] 生鲜食品; 配送车辆路径模型; 及时性; 公平性; 变邻域搜索

[中图分类号] S229

[文献标识码] A

Research on Vehicle Routing of Fresh Food

PAN Fan¹, WU Yifan², DONG Ming³

(1. Sino-US Global Logistics Institute, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030; 2. School of Business, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237; 3. Antai College of Economics and Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China)

Abstract: In order to provide a reference for solving the fresh food vehicle routing problem, the author established a fair vehicle routing model of fresh food based on the timeliness and fairness, and made a quality analysis and neighborhood structure design on the model. Meanwhile, the author proposed a new algorithm, Variable Neighborhood Ant Colony Algorithm (VNACA) combined with Variable Neighborhood Search (VNS), which has a good converging speed and robustness. Finally, computational experiments was performed to demonstrate the validity of the model and VNACA, which showed that the converging speed and effect of VNACA was the better one.

Key words: fresh food; vehicle routing model; timeliness; fairness; variable neighborhood search

随着生活品质的提高, 人们对生鲜食品的需求越来越大。生鲜食品在配送过程中, 除了对温度、湿度、食品卫生等状况有严格要求外, 对物流配送体系的要求也越来越高。然而, 由于受到生鲜食品物流体系管理水平有限等因素的制约, 生鲜食品频频出现食品安全、囤货居奇等问题, 引起了学者们的广泛关注。向丹等^[1]从界定易腐食品物流概念的基础出发, 分析其构成、特点与现存问题, 并在此基础上提出了优化措施。王德章等^[2]强调了生鲜食品物流体系的物流总成本最小、物流速度最快、客户服务水平最优化的三大目标。然而, 目前关于生鲜食品物流的研究多着眼于宏观层面, 对车辆路径方面的研究较少, 并且对于该问题目标模型研究不完善, 一般采用已有的常温配送求解方法以简化处理问题^[3]。因此, 现有模型中除对路径和车辆数量的考虑外, 并未考虑到其他方面对物流效率的影响, 如生鲜食品易腐性、配送公平性等。

生鲜食品具有高成本、高损耗等特点, 为了保证生鲜食品的食品安全, 有效降低由于损耗造成的成本损失, 生鲜食品物流更加关注配送的及时性, 与普通物流节省成本的着重点明显不同。为了充分考虑

对配送及时性的要求, 部分研究者已进行了一些有益探索。Ngueveu S U 等^[4]于 2010 年首次提出 Cumulative Capacitated Vehicle Routing Problem (CCVRP) 模型, 将最小化顾客等待时间设为模型目标, 从而有效体现物资配送的及时性。Mattos Ribeiro G 等^[5]于 2012 年提出了针对 CCVRP 的自适应大规模邻域搜索算法, 进行算法改进。

同时, 生鲜食品物流也越来越关注公平性问题。近年来, 部分地区由于生鲜食品等食物供应紧缺, 导致出现囤货居奇等现象, 严重影响了居民生活水平与社会稳定。在灾后应急物流中, 生鲜食品配送的公平性尤为重要。因此, 为了避免由于生鲜食品分配不公所带来的矛盾情绪集中爆发, 公平性被提到了前所未有的高度。然而, 对于生鲜食品的配送问题, 至今鲜有对公平性的深入研究。目前, 公平性衡量方法主要有以下 4 类: 1) 绝对平均。是一种简单易行的方法, 但是如果不考虑不同待配送点需求的紧急程度, 也不能算作公平。Ho T H 等^[6]提出的 Peer-induced Fairness 概念是对绝对平均的有效补充, 强调每个人的公平感不仅仅取决于获得的绝对值, 还取决于与自己有类似环境的人们进行比较。

[收稿日期] 2012-12-20; 2013-02-18 修回

[基金项目] 国家自然科学基金资助项目(71101051); 上海市晨光人才计划项目(11CG33)

[作者简介] 潘 璠(1987—), 男, 在读硕士, 研究方向: 物流与供应链管理。E-mail: pantonism@sjtu.edu.cn

2) 极小极大方法(极大极小方法)。Bonald T 等^[7]总结了极大极小方法在通讯领域中常用的公平概念。Luss H^[8]研究了具有多种背包资源约束的非线性极大极小分配问题。3) 公平序列。Herrmann J W 等^[9-10]借助公平序列概念认为,即使是在全局公平的情况下,不同顾客的被服务顺序不同,也会导致顾客产生不公平感。但在我国学术界内,相关研究非常有限。4) 目标的多目标优化模型。Chan Y P^[11]列举了设施定位模型中常用的公平指标。Mandell M B^[12]使用基尼系数作为公平指标,建立了双目标数学规划模型。为解决现实中生鲜食品配送难题提供参考,笔者基于生鲜食品物流中及时性与公平性,建立生鲜食品公平配送车辆路径模型,提出变邻域蚁群算法并进行求解。

1 问题描述与数学模型

1.1 符号说明与数学模型

为描述数学模型,首先对一些符号进行定义: n 表示待配送点个数; $V=\{0, \dots, n, n+1\}$ 表示点集,其中,第0点和第 $n+1$ 点表示仓库(分别表示起点与终点); $V'=V\setminus\{0, n+1\}$ 表示待配送点集合; K 表示运输车辆集合; $c_{i,j}$ 表示第 i 点到第 j 点的距离(或旅行时间); w_i 表示第 i 点的人口数量; d_i 表示第 i 点的物资需求量; Q 表示车辆最大容量。决策变量, t_i^k 表示第 i 点的等待时间,其中,第 i 点是由第 k 辆车配送; $x_{i,j}^k$ 表示如果第 i 点到第 j 点的运输任务是由第 k 辆车完成,则 $x_{i,j}^k$ 取1,否则取0。公平配送车辆路径模型:

$$\min f = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V'} \frac{w_i}{c_{0,i}} t_i^k \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{i \in V} x_{i,j}^k = \sum_{i \in V} x_{j,i}^k, \forall j \in V', \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{i,j}^k = 1, \forall i \in V' \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V'} \sum_{j \in V} d_i x_{i,j}^k \leq Q, \forall k \in K \quad (4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0,j}^k = 1, \forall k \in K \quad (5)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,n+1}^k = 1, \forall k \in K \quad (6)$$

$$t_i^k + c_{i,j} x_{i,j}^k - t_j^k \leq (1 - x_{i,j}^k) M, \forall i \in V', \forall j \in V, \forall k \in K \quad (7)$$

$$level_i + x_{i,j}^k - n(1 - x_{i,j}^k) + (n-1)x_{j,i}^k \leq level_j, \forall i \in V, \forall j \in V', \forall k \in K \quad (8)$$

$$x_{i,i}^k = 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (9)$$

$$x_{0,n+1}^k = 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (10)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,0}^k = 0, \forall k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{j \in V} x_{n+1,j}^k = 0, \forall k \in K \quad (12)$$

$$t_i^k \geq 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (13)$$

$$x_{i,j}^k \in \{0, 1\}, \forall i \in V, \forall j \in V, i \neq j, \forall k \in K \quad (14)$$

目标函数1是所有待配送点公平性等待时间的总和,约束2要求车辆不能滞留,约束3要求每个待配送点仅有1辆车进行配送,约束4为车辆容量限

制,约束5与约束6要求配送车辆的起点与终点必须是仓库,约束7与约束8要求车辆 k 必须按照一定顺序完成配送、避免出现子回路循环,约束9要求各点到自身不存在配送关系,约束10要求起点不可直接到达终点,约束11要求车辆不可由待配送点回到起点,约束12要求车辆不可由终点回到起点或待配送点。

对于目标函数,待配送点与配送之间的直线交通距离(旅行时间)以及待配送点人口数量(或销量)是公平性考量的两个不同角度。该模型提出的公平性指标源于 Peer-induced Fairness 概念。Peer-induced Fairness 强调,每个人的公平感同时取决于与自己身处类似环境人们的比较,因此一个合理的思路是离配送中心越近的待配送点越应该首先得到配送,否则很容易产生不公平感。但是,Peer-induced Fairness 指明的公平性是被救援者的公平性个人感觉,而不是从整体大局上的公平性。诚然,生鲜食品配送作为一项系统工程,从全局角度出发来看,人口数量大(或销量大)的待配送点是成功配送生鲜食品的关键点。从整体上考虑,人口越多的待配送点越应首先得到配送。

本研究模型的公平性等待时间由三部分构成:首先是每个点人口数量(w_i)衡量该待配送点的人口权重,其次是待配送点与配送中心之间的交通距离(旅行时间, $c_{0,i}$),最后是待配送点的等待时间。

1.2 模型性质

性质:设 F_k 为第 k 辆车所负责路径的公平性等待时间之和,则

$$F_k = \sum_{j=1}^{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}} c_{j-1,j} \quad (15)$$

$F_{\bar{k}}$ 为其反向配送路径的公平性等待时间之和,则

$$F_{\bar{k}} = D_k - F_k \quad (16)$$

$$D_k = \sum_{j=1}^{n_k+1} \sum_{i=1}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}} c_{j-1,j}$$

证明:与传统VRP不同,生鲜食品公平配送车辆路径对于反向的配送路径所计算得出的目标值是不同的。不失一般性的,规定 $\{0, n+1\}$ 代表配送中心,其中0和 $n+1$ 分别代表车辆的起点与终点, $\{1, 2 \dots n_k\}$ 依次代表第 k 车所配送的先后待配送点,即 n_k 代表由车辆 k 所配送的第 m 个待配送点。

因此,对于第 i 待配送点,其等待时间 $t_i = t_{i-1} + C_{i-1,i}$

第 k 辆车所负责路径的公平性等待时间之和(F_k)

$$\begin{aligned} F_k &= \sum_{i=1}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}} t_i^k \\ &= \frac{w_1}{c_{0,1}} c_{0,1} + \frac{w_2}{c_{0,2}} (t_1^k + c_{1,2}) + \dots + \frac{w_{n_k}}{c_{0,n_k}} (t_{n_k-1}^k + c_{n_k-1,n_k}) \end{aligned}$$

$$= \sum_{j=1}^{nk} \sum_{i=j}^{nk} \frac{w_i}{c_{0,i}} c_{j-1,j}$$

定义 $\sum_{i=j}^{nk} \frac{w_i}{c_{0,i}}$ 视为 $c_{j-1,j}$ 此边的边系数。通过上

式可知,任何线路的公平性等待时间之和 F_k 都可以表示为加和的形式,即各边旅行时间与其对应边系数乘积的加和。则第 k 条配送路径的反向路径 \bar{k} 的公平性等待时间之和 $F_{\bar{k}} = D_k - F_k$

证毕。

推论:当 $n \leq |K|$, 则车辆数量多于待配送点数量,目标函数存在如下下界: $LB_1 = \sum_{i \in V'} \frac{w_i}{c_{0,i}} t_i^k$

对于传统 VRP 模型而言,各待配送点的顺序配送方案总是优于仓库直送方案。然而对于本研究模型而言,如果车辆数量足够,仓库直送方案总是优于顺序配送方案,最优解使用的车辆数量为 $\min(K, n)$ 。另外,对于同一条线路待配送点人数不一的情况,不同配送方向也会导致不同结果。

2 变邻域蚁群算法

针对生鲜食品公平配送车辆路径,使用蚁群算法作为算法主体框架,将变邻域搜索作为蚁群算法的局部搜索框架,进行模型求解。

2.1 蚁群算法框架设计

由于蚁群算法在车辆路径规划方面的应用较为广泛,因此本文只强调模型定制化部分。

由推论 1 可知,最优解使用的车辆数量为 $\min(K, n)$,如果车辆数量足够,仓库直送方案总是优于顺序配送方案,当车辆数量不足时部分待配送点才会由同一辆车在同一条路线中进行配送。因此,最优解会强制要求每个方案使用 $\min(K, n)$ 辆车,而自动淘汰不满足要求的解。因此,需要结合相应的车辆因素,对蚁群算法进行定制。对于实际出行蚂蚁数量超过蚂蚁资源量这一问题,模型设定了最小经验遍历个数 $cmin$,根据经验预设每辆车所需要服务待配送点的最小数量,防止车辆过早返回配送中心。对于实际出行蚂蚁数量不足蚂蚁资源量这一问题,该蚁群算法规定所有车辆必须从配送中心出发,并且设定了最大经验遍历个数 $cmax$,根据经验预设每辆车所需要服务待配送点的最大数量,防止车辆服务过多的待配送点。

2.2 基于变邻域搜索的局部搜索整体策略设计

变邻域搜索算法 (Variable Neighborhood Search, VNS) 由 Mladenovic^[13] 等提出,是一种基于局部搜索的新的元启发式算法,已成功应用于解决组合优化问题,尤其对于大规模组合优化问题效果良好。VNS 算法的基本思想是通过系统地拓展当前解的邻域结构,结合不同邻域结构与相应的局部搜索算法求得局部最优解,然后基于此局部最优解重复上述过程,经过多次迭代后最终达到收敛的目的。

近年来,大量关于变邻域搜索算法的论文涌现出来。Gao J 等^[14] 用变邻域搜索算法与遗传算法的混合算法求解 job shop 调度问题。Polacek 等^[15] 通过变邻域搜索算法求解工作安排问题。Lazic J 等^[16] 用变邻域分解算法求解 0-1 混合整数规划问题。H Bin 等^[17] 用变邻域搜索算法和线性整数规划问题求解最小生成树问题。在这些问题中,使用变邻域搜索算法都收到了较好的效果。

VNS 算法的基本步骤如下:

Step1 初始化。选择邻域结构集 $N_k (k=1 \cdots K)$ 和停止准则,并给出初始解 s 。

Step2 重复如下步骤直到满足停止准则:

Step2.1 设置 $k=1$;

Step2.2 直到 $k=K$, 重复如下步骤:

Step2.2.1 振动 (Shaking): 在 s 的第 k 个邻域结构中随机产生 ($s' \in N_k(s)$);

Step2.2.2 局部搜索 (Local search): 以 s' 为初始解,应用局部搜索方法获得的局部最优解,对应局部最优解为 s'' ;

Step2.2.3 新解的接受策略 (Move or not)。如果局部最优解优于当前最优解,即 $f(s'') < f(s)$, 设置 $s = s''$, $k=1$, 继续在第一个邻域结构内搜索; 否则设置 $k=k+1$ 。

将所设计的局部搜索框架以变邻域搜索算法为基础,开发多种邻域结构,实现局部搜索。针对研究问题,构造了 3 种邻域结构: 反向邻域 $N_1(s)$ 、2-opt 邻域 $N_2(s)$ 、链间元素转移邻域 $N_3(s)$ 。

2.3 局部搜索邻域结构设计

1) 反向邻域 $N_2(s)$, 如图 1 所示。



图 1 反向邻域

Fig. 1 Neighborhood structure: reverse

综合成本不仅取决于配送路径中路径的选取,还取决于待配送点的配送顺序,性质 1 已经证明,第 k 条路径的反向路径 \bar{k} 的公平性等待时间之和 $F_{\bar{k}} = D_k - F_k$, 若 $F_{\bar{k}} \leq F_k$, 则将该路径进行反向。

2) 2-opt 邻域 $N_2(s)$, 如图 2 所示。

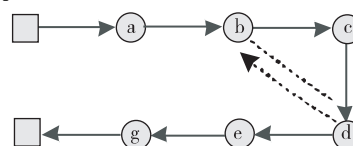


图 2 2-opt 邻域

Fig. 2 Neighborhood structure: 2-opt

由推论 1 可知,对于人口数量较大、距仓库距离较短的待配送点,即 $w_i/c_{0,i}$ 越大者,更宜于首先得到配送。对于是否进行链内元素交换,可以通过计算交换元素后路径的公平性等待时间变动总量 ΔF 来确定, ΔF 的计算方法如式 17 所示, $\Delta F \leq 0$ 则可以将两点进行交换。

$$\Delta F = \Delta F_k + \Delta FlipChain_{b,d} \quad (17)$$

其中

$$\Delta F_k = -c_{a,b} \sum_{i=b}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} - c_{d,e} \sum_{i=e}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{a,d} \sum_{i=d'}^g \frac{w_i}{c_{0,i}}$$

$$\frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{b,e} \sum_{i=b'}^g \frac{w_i}{c_{0,i}}$$

$$\Delta FlipChain_{b,d} = \sum_{i=1}^{d-b} \sum_{j=b}^{d-i} \frac{w_j}{c_{0,j}} c_{d-i,d-i+1} - \sum_{i=1}^{d-b}$$

$$\sum_{j=b+i}^d \frac{w_j}{c_{0,j}} c_{b+i-1,b+i}$$

其中使用 b' 表示交换后 b 点所处的位置, d' 与 d 同理(下文类似情况亦同理)。

3) 链间元素转移邻域 $N_2(s)$, 如图 3 所示。

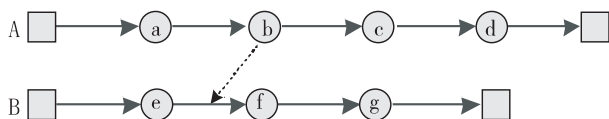


图 3 链间元素转移邻域

Fig. 3 Neighborhood structure: points transfer between chains

链 A 的元素 b 转移到 B 链之后, 配送路径发生改变, 对应的边系数 $\sum_{i=j}^{nk} \frac{w_i}{c_{0,i}}$ 也会随之发生变动。对于是否进行转移元素以及被插入点的确定, 可以通过计算转移后 A、B 两条路径的公平性等待时间变动总量 ΔF 进行确定, 若 $\Delta F \leq 0$ 则可以将该点进行转移。

$$\Delta F = \Delta F_A + \Delta F_B$$

其中

$$\Delta F_A = -c_{a,b} \sum_{i=b}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} - c_{b,c} \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{a,c} \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}}$$

表 1 CPLEX 与变邻域蚁群算法实验结果对比

Table 1 Result comparison between CPLEX and VNACA

问题规模 Scale		CPLEX		变邻域蚁群算法 VNACA		
N	K	解	用时/s	解	用时/s	Gap/%
8	3	497.30	78.23	497.30	2.97	0
9	3	377.22	492.23	377.22	3.40	0
8	4	480.29	503.38	480.29	4.13	0
9	4	343.57	542.17	343.57	4.54	0
10	4	568.11	28 669.18	568.11	4.80	0

表 2 启发式算法实验结果对比

Table 2 Result comparison among heuristic algorithms

问题规模 Problem scale				蚁群算法 Ant colony algorithm		改进蚁群算法 Improved ant colony algorithm		变邻域蚁群算法 VNACA	
N	K	Q	A	解	用时/s	解	用时/s	解	用时/s
15	3	400	60	926.07	21.18	1.05 e+03	17.59	877.76	5.19
20	4	400	60	1.32 e+03	35.29	1.10 e+03	24.09	1.05 e+03	8.66
25	5	400	60	1.62 e+03	39.28	1.47 e+03	33.42	1.44 e+03	11.04
35	7	400	60	2.62 e+03	65.01	2.12 e+03	45.65	1.85 e+03	22.34
50	5	800	60	8.74 e+03	79.23	5.56 e+03	64.41	3.04 e+03	49.76
50	10	400	60	3.46 e+03	84.43	3.07 e+03	65.78	2.73 e+03	44.25
50	18	220	60	2.81 e+03	91.27	2.59 e+03	71.47	2.50 e+03	39.69
100	10	800	60	1.05 e+04	180.41	7.92 e+03	331.96	5.52 e+03	221.58
100	20	400	60	8.74 e+03	195.25	6.71 e+03	302.45	5.20 e+03	178.28
100	35	220	60	7.37 e+03	185.15	5.09 e+03	356.83	4.48 e+03	170.94

$$-\frac{w_b}{c_{0,b}} \sum_{i=a}^b c_{i-1,i}$$

$$\Delta F_B = -c_{e,f} \sum_{i=f}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{e,b} \sum_{i=b'}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{b,f} \sum_{i=f}^g \frac{w_i}{c_{0,i}}$$

$$\frac{w_i}{c_{0,i}} + \frac{w_b}{c_{0,b}} \sum_{i=e}^{b'} c_{i-1,i}$$

假设 n 为被转移点, 则 $\frac{w_n}{c_{0,n}} \sum_{i=m}^n c_{i-1,i}$ 表示 n 点的公平性等待时间变动量。

3 数值计算

3.1 变邻域蚁群算法与 CPLEX 的数值计算比较

对不同顾客点、车辆数量规模问题进行算例分析, 算例由 Matlab 随机生成, 部分结果见表 1, 其中, CPLEX 在求解 10 个待配送点、4 辆救援车规模的问题时, 求解时间达到 28669.18 s。对于更大规模的问题, 本文没有给出相关实验结果对比。

对于变邻域蚁群算法, 从数值结果上看, 经过 5 次迭代计算之后得到的车辆配送方案与 CPLEX 计算结果完全一致, 从而验证了算法的有效性; 从计算时间上看, 时间上变邻域蚁群算法能够在非常短的时间内给出结果, 并且问题规模越大较 CPLEX 的计算用时优势就越明显, 体现了较高的效率。由于 CPLEX 对于求解整数规划问题采用分支定界方法, 而本研究决策变量较多, 在大规模的情况下, CPLEX 不能计算出最优解, 因此将变邻域蚁群算法计算的解与其他启发式算法进行对比。

3.2 变邻域蚁群算法与其他启发式算法的数值计算比较

启发式算法的数值计算比较选取的是蚁群算法,结合 2-opt 的改进蚁群算法(改进蚁群算法),以及变邻域蚁群算法。由 Matlab 随机生成 10 组规模不同的算例,比较上述 3 种算法计算效率(表 2)。其中, N 表示路网节点数量, K 表示车辆数量, Q 表示车辆最大载荷, A 表示蚂蚁数量,蚁群算法最大迭代次数为 50 次,改进蚁群算法为 40 次,变邻域蚁群算法为 10 次。由表 2 可知,变邻域蚁群算法对于求解本文所提出的生鲜食品公平配送车辆路径模型优势明显,对于求解大规模问题的优势尤为突出。

4 小结

针对生鲜食品配送物流特点,建立了生鲜食品公平配送车辆路径模型,该模型能较好地满足生鲜食品配送对及时性与公平性的考虑。根据模型特点,进行了相应的模型性质分析与邻域结构设计,借此提出了适用于该问题的变邻域蚁群算法。最后,算例分析验证了问题模型和算法的有效性,通过与蚁群算法、改进蚁群算法相比,变邻域蚁群算法收敛速度与效果更佳。

[参 考 文 献]

- [1] 向 丹,李洪军. 中国易腐食品冷链物流现状分析及优化研究[J]. 食品工业科技,2008(12):195-197.
- [2] 王德章,宋德军. 物流形式与产业发展研究——以中国绿色食品产业为例[J]. 中国工业经济,2007(3):22-29.
- [3] 缪小红,周新年,巫志龙. 生鲜食品冷链物流研究进展探讨[J]. 物流技术,2009(2):24-27.
- [4] Nogueira S U, Prins C, Wolfler Calvo R. An effective memetic algorithm for the cumulative capacitated vehicle routing problem[J]. Computers & Operations Research,2010,37(11):1877-1885.
- [5] Mattos Ribeiro G, Laporte G. An adaptive large neighborhood search heuristic for the cumulative capacitated vehicle routing problem[J]. Computers & Operations Research,2012,39(3):728-735.
- [6] Ho T H, Su X. Peer-induced fairness in games[J]. The American Economic Review,2009,99(5):2022-2049.
- [7] Bonald T, Massoulié L, Proutière A, et al. A queueing analysis of max-min fairness, proportional fairness and balanced fairness[J]. Queueing systems,2006,53(1):65-84.
- [8] Luss H. A nonlinear minimax allocation problem with multiple knapsack constraints [J]. Operations Research Letters,1991,10(4):183-187.
- [9] Herrmann J W. Using aggregation to reduce response time variability in cyclic fair sequences[J]. Journal of Scheduling,2011,14(1):39-55.
- [10] Herrmann J W. Finding optimally balanced words for production planning and maintenance scheduling[J]. IIE Transactions,2012,44(3):215-229.
- [11] Chan Y P. Facility location: A survey of applications and methods [J]. Transportation Science, 1999, 33(4):429-430.
- [12] Mandell M B. Modelling effectiveness-equity trade-offs in public service delivery systems[J]. Management Science,1991,37(4):467-482.
- [13] Mladenovic' N, Hansen P. Variable neighborhood search[J]. Computers & Operations Research,1997,24(11):1097-1100.
- [14] Gao J, Sun L Y, Gen M S. A hybrid genetic and variable neighborhood descent algorithm for flexible job shop scheduling problems[J]. Computers & Operations Research,2008,35(9):2892-2907.
- [15] Polacek M, Doerner K F, Hartl R F, et al. A variable neighborhood search for the capacitated arc routing problem with intermediate facilities [J]. Journal of Heuristics,2008,14(5):405-423.
- [16] Lazic J, Hanafi S, Mladenovic N, et al. Variable neighbourhood decomposition search for 0-1 mixed integer programs[J]. Computers & Operations Research,2010,37(6):1055-1067.
- [17] Hu B, Leitner M, Raidl G R. Combining variable neighborhood search with integer linear programming for the generalized minimum spanning tree problem[J]. Journal of Heuristics,2008,14(5):473-499.

(责任编辑:冯 卫)