

上海交通大学硕士学位论文

基于变邻域蚁群算法的应急物资公平配送路
径优化

硕 士 研 究 生：潘璠

学 号：1103519023

导 师：董明教授

申 请 学 位：工学硕士

学 科：物流工程

所 在 单 位：中美物流研究院

答 辩 日 期：2013 年 1 月

授予学位单位：上海交通大学

Dissertation Submitted to Shanghai Jiao Tong University
for the Degree of Master

**Research on the Fairness Capacitated
Vehicle Routing Problem Based on Variable
Neighborhood Ant Colony Algorithm**

Candidate:	Pan Fan
Student ID:	1103519023
Supervisor:	Prof. Dong Ming
Academic Degree Applied for:	Master of Engineering
Speciality:	Logistics Engineering
Affiliation:	Sino-US Global Logistics Institute
Date of Defence:	Jan., 2013
Degree-Confering-Institution:	Shanghai Jiao Tong University

上海交通大学

学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文《基于变邻域蚁群算法的应急物资公平配送路径优化》，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：张磊

日期：2013年1月2日

上海交通大学

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权上海交通大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密☐，在____年解密后适用本授权书。

本学位论文属于

不保密☒。

(请在以上方框内打“√”)

学位论文作者签名：潘磊

指导教师签名：

董明

日期：2013年 1 月 2 日

日期：2013年 1 月 2 日

基于变邻域蚁群算法的应急物资公平配送路径优化

摘 要

我国是世界上遭受自然灾害最严重的国家之一，特别是进入上世纪 90 年代以来，自然灾害造成的经济损失呈明显上升趋势。在灾害发生后，立即设立应急响应处置机制，及时供应急需的应急救援物资，是防灾、救灾措施中应有之义。

应急物流是指为突发性事件提供所需应急物资为目的，并且以追求灾害损失最小化为目标的特种物流活动。普通物流主要考虑是节省成本，而应急物流在节省运输成本的基础上更体现了应急物资的及时性。同时，公平性作为社会热点问题之一，得到了社会越来越多的关注，尤其是为了稳定灾后的灾民与社会情绪，避免由于等待时间过长、分配不均所带来的矛盾情绪爆发，公平性被提到了前所未有的高度。

本文针对应急物资配送的特点，结合配送过程的及时性与公平性要求，在物资充足与物资紧缺两种情况下，提出了公平性应急物资配送的车辆路径模型。在对模型和问题的性质进行分析后，对蚁群算法框架以及邻域结构进行了定制化修改，并提出了结合蚁群算法和变邻域搜索算法的变邻域蚁群算法。在小规模的例子下将此算法与 CPLEX 进行对比，验证了算法的有效性；在大规模的情况下，将该算法与其他启发式算法（蚁群算法、结合 2-opt 的改进蚁群算法）进行对比，验证了算法能够在更短时间内获得满意解。实验表明，新算法无论从实验结果还是收敛速度皆显著优于另外两种算法。

关键词：应急物资配送、车辆路径问题、公平性、变邻域搜索

RESEARCH ON THE FAIRNESS CAPACITATED VEHICLE ROUTING PROBLEM BASED ON VARIABLE NEIGHBORHOOD ANT COLONY ALGORITHM

ABSTRACT

China has been one of the countries who have been severely suffering from natural calamities, especially since the 90s of last century. Economic losses caused by natural disasters has increased these years remarkably. After disasters, it is crucial for disaster prevention and relief at the first time to set up disaster relief agency and transport urgent relief goods to different places in time.

Emergency logistics refers to the special kind of logistics activity that serves for urgent transportation needs of relief goods, and aims to minimize casualty loss. Compared with traditional logistics which aims to minimize transportation cost, emergency embodies the requirement of timeliness on the basis transportation cost considerations. Meanwhile, as fairness is one of conspicuous issues, it has won more and more attention by the public, especially in disaster relief. To stabilize victims and social emotion, avoid emotional outburst caused by overtime waiting time and unfair distribution, Fairness is referred to an unprecedented level.

According to the characteristics of emergency logistics, this paper proposes Fairness Capacitated Vehicle Routing Problem (FCVRP) models, based on two situations including adequate supplies situation and lacking supplies situation, to meet the requirements of timeliness and fairness in emergency relief distribution. After property analysis of model and problem, this paper puts forward a new algorithm, Variable Neighborhood Ant Colony Algorithm (VNACA) which is based on Variable Neighborhood Search (VNS) and Ant Colony Optimization (ACO) and customized from ACO and VNS to solve FCVRP. Finally, a series of computational

experiments is performed to verify effectiveness of new algorithm by comparison with CPLEX, and evaluate the performance of VNACA by comparison with the solutions from the heuristic are compared with ACO, ACO with 2-opt. The comparison shows that the proposed heuristic is able to obtain better result in a shorter computing time.

KEY WORDS: Emergency Relief Distribution, Vehicle Routing Problem, Fairness, Variable Neighborhood Search

目 录

基于变邻域蚁群算法的应急物资公平配送路径优化	1
摘 要	I
ABSTRACT	II
第一章 绪论	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究意义	2
1.3 文献综述	3
1.3.1 应急物流/物资配送	3
1.3.2 公平性	5
1.4 论文研究思路和方法	7
1.5 论文总体框架	7
第二章 基本理论与方法	10
2.1 蚁群算法	10
2.1.1 蚁群算法简介	10
2.1.2 蚁群算法的基本框架	11
2.1.3 蚁群算法的特点	12
2.2 变邻域搜索算法	13
2.2.1 变邻域搜索算法简介	13
2.2.2 变邻域搜索算法的基本构架及其算法	14
2.3 本章小结	17
第三章 物资充足情况下的应急物资公平配送路径优化	18
3.1 问题描述	18
3.2 数学模型	18
3.3 模型性质	20
3.4 模型求解与算例分析	23
3.4.1 蚁群算法框架设计	23
3.4.2 基于变邻域搜索的局部搜索整体策略设计	25
3.4.3 局部搜索邻域结构设计	26
3.4.4 变邻域蚁群算法与 CPLEX 的数值计算比较	32
3.4.5 变邻域蚁群算法与其他启发式算法的数值计算比较	33

3.5 非线性公平性指标的应急物资公平配送路径优化	34
3.5.1 公平性指标说明	34
3.5.2 数学模型与性质	35
3.5.3 模型求解与算例分析	36
3.6 本章小结	38
第四章 物资紧缺情况下的应急物资公平配送路径优化	40
4.1 基于基尼系数公平性指标	40
4.2 数学模型	41
4.3 算法设计	43
4.3.1 约束法转换多目标规划	43
4.3.2 蚁群算法框架设计	45
4.4 算例分析	47
4.5 本章小结	48
第五章 结论与展望	49
5.1 总结	49
5.2 展望	49
参 考 文 献	51
致 谢	55
攻读硕士学位期间已发表或录用的论文	56

图 录

图 1- 1 论文研究思路	9
图 2- 1 蚁群系统原理示意图	10
图 3- 1 VRP 与 FCVRP 配送方式比较	20
图 3- 2 VRP 与 FCVRP 配送方向比较	21
图 3- 3 平衡解/非平衡解比较 ($K=2$, $n=7$)	23
图 3- 4 反向邻域N1s	26
图 3- 5 2-opt 邻域N2s	27
图 3- 6 链间元素交换邻域N3s	27
图 3- 7 链间元素转移邻域N4s	28
图 3- 8 链间线路交换邻域N5s	30
图 3- 9 变邻域蚁群算法流程图	31

表 录

表 3- 1 CPLEX 与变邻域蚁群算法实验结果对比	32
表 3- 2 启发式算法实验结果对比	33
表 3- 3 CPLEX 比较算例中各点距离	37
表 3- 4 CPLEX 比较算例中各点人口数量与需求量	37
表 3- 5 FCVRP-1 模型中 CPLEX 与变邻域蚁群算法实验结果对比	37
表 3- 6 FCVRP-1 模型中启发式算法实验结果对比	38
表 4- 1 FCVRP-2 模型中 CPLEX 与变邻域蚁群算法实验结果对比	48

第一章 绪论

1.1 研究背景

突发公共事件发生后，可能会造成重大的人员伤亡、财产损失、生态环境问题以及严重的社会危害，并最终将危及公共社会安全与稳定。突发事件可以大致分为四类，分别为自然灾害、事故灾难、公共卫生事件、社会安全事件，分类主要根据突发事件的发生过程、性质和机理。

“天有不测风云，人有旦夕祸福”。自古代社会开始，人类就不断地与洪水、地震等自然灾害及其他公共卫生事件做抗争，这些突发公共事件严重影响了社会正常秩序，对社会造成了极大的生命与经济损失，并存在隐藏隐患。2008 年，我国发生了举世震惊的汶川大地震，事件给我们带来的震撼，至今仍然记忆犹新。

近年来中国是世界上自然灾害与人为灾害发生较多的国家之一，经常发生地震、台风、滑坡、泥石流、河流污染、矿山爆炸等突发灾害，如 1998 年长江洪灾、2003 年 SARS、2008 年汶川地震等。然而，我们所面临的物流成本是巨大的，尽管政府与其他组织对这些事件做了先关应急措施。有资料显示，应急物流相关活动所造成的损失约占总损失的 15%至 20%，例如在 SARS 事件中的损失总额为 176 亿美元，其中应急物流相关活动造成的损失就达到了约 30 亿美元。^[1]

在目前科技水平情况下，突发事件的提前预警以及预防能力十分有限，于是突发事件的后续影响是不可避免的，然而，突发事件发生之后，其所造成的影响损失是可以通过后续有效救援而大幅度降低甚至消除的。通过建立完善的突发事件善后管理体系，制定快速而有效的突发事件应急预案，保证灾后救助物资供应，都是十分必要的灾后措施。在这一方面，日本为我国提供了良好的借鉴例子。良好的抗灾能力一方面关系到当地经济发展水平，另一方面也给我们展示了完善的应急管理体系的重要性。在灾害发生后，立即设立应急响应处置机构，及时告知民众采取相应的避难措施，恢复公共设施的运转，供应急需的应急救援物资，都是防灾、救灾措施中应有之义。^[2]

我国也是世界上遭受自然灾害最严重的国家之一。而且我国自然灾害具有灾害种类多、发生效率高、分布地域广、造成损失大的特点。特别是进入上世纪 90 年代以来，自然灾害造成的经济损失呈明显上升趋势，已经成为影响经济发展和社会安定的重要因素，我国目前正处于社会、政治、经济高速发展时期，这既是代表我国

正处于关键发展阶段，同时又代表我国正处于矛盾凸显期，而且这种形势还在加剧，各种事故灾害、公共卫生和社会安全等领域暴露出的问题日益突出。

1.2 研究意义

应急物流是指为应对突发性事件，并以提供所需应急物资为目的，并且以追求人员、财产损失最小化为目标的特殊物流活动。普通物流更多地强调物流的效率与成本效益，然而，应急物流在更多的情况下强调的是及时性以及应对其他不确定信息。应急物流研究，就是为了应对在突发性事件发生后，能够高效的组织应急物资配送车辆配送方案优化工作，减小灾害带来的损失。^[3]

近几年来，SARS 和“禽流感”等突发事件在全国部分地区爆发后，应急物资供应与保障等方面的反应较为被动，从这些角度看，我国在应急物流体系的建立、运营等诸多方面仍显稚嫩。因此，在这种背景下，为了保障以及应对突发事件产生后，受灾地区对救援物资的需要，最小化突发事件所造成的损失。急需对应急物流的阶段划分、各阶段的运作方式、物流设施设计、运行流程等方面进行研究，进而建立一套适合实际需要的准确、快捷的应急物流系统。^{[4][5]}

目前国内关于应急物流方面的研究，大多数学者都集中注意力于建立应急机制、保障应急物资、制定紧急法律与法规等定性研究，关于应急物资车辆配送方案的研究尚显不足。

普通物流主要考虑是节省成本，而应急物流在节省运输成本的基础上更体现了应急物资的及时性。应急物流中，物资配送的及时性体现在最小化顾客等待时间，而非传统的车辆行驶时间。

公平性作为社会热点问题之一，得到了社会越来越多的关注。尤其是为了稳定灾后的灾民与社会情绪，避免由于分配不均所带来的矛盾情绪集中爆发，公平性被提到了前所未有的高度。然而，对于应急物资配送问题，至今鲜有对公平性的深入研究。本文试图借鉴其他问题对公平性的定义，寻求合理建模思路，将公平性考虑融入到应急物资配送 VRP 中。

本课题对于应急物流物资配送问题的研究具有一定的理论价值。应急物资配送受到严格的时间约束，对于受灾点来说，等待时间越短。通过本文的研究，建立公平性应急物资配送车辆优化模型，求解模型得到结果，使其可以作为救灾指挥中心制定灾后车辆配置方案科学决策的依据。目前，我国学术界对于应急物流研究总体上还属于初级阶段，基本上处于概念提出、经验总结阶段，尚未实现从定性分析向定量分析的跨跃，建立科学合理的数学模型并加以解决。本课题的研究有助于解决

复杂的应急物资配送问题，有助于丰富以及发展应急管理量化分析理论。

本课题对于应急物流物资配送问题的研究具有较大的实践价值。对于应急物资公平配送路径优化的研究，可以为突发事件后的应急物资配送与车辆调度提供模型支持与解法，并且帮助应急指挥人员制定出速度快、损失小的应急物资配送及车辆调度计划，最终加快应急物资供应速度，减少满足应急物资需求的时间延误。

所以本文对于应急物资公平配送路径优化问题的研究，可以提供相关的决策模型和算法，帮助应急指挥人员构建可以在突发事件情况下保障应急救援物资供给的配送方案，制定最小化时间物资运输方案。

1.3 文献综述

1.3.1 应急物流/物资配送

在我国，自然灾害、事故灾难等突发事件时有发生。而在各种突发事件后，提高物流系统的应急响应能力以确保救援人员与救援物资的及时到达，对于降低生命财产损失十分重要。关于应急物资的调度，研究的问题主要集中在以成本最小化和以时间最小化为目标两个方面。

（一）成本最小化

Barbarosoglu^[6]研究了直升机运输救援物资的相关问题，依次制定应急物资的直升机运输调度计划。作者将该问题分为了两个层次：战术层与执行层。在上层的战术层，主要解决的是直升机编组问题；底层的执行层，主要解决的是直升机的运输路径选择，装卸货、转运计划以及基于具体操作的直升机加油计划。

Heung-suk^[7]认为，如果缺乏应急食品物资，则此时的救援物资物流问题主要是食品物资的分配问题。所以在研究当中设计了一个分配模型，来制定计划分配受灾地区救援物资，并建立模型，通过多阶段方法最终制定了一个最优救援物资分配计算计划。

Egi 和 Gallo^[8]将应急物流中的物资配送看成是一个混合运输与车辆调度问题，所以该文应急物资运输问题所解决的是从给定数量的供应点中，计算出可以满足需要的最优路线数。

Lin^[9]对应急救援物资运输的场景条件进行了详细描述，应当包括：应急物资运输应当尽量减少救援物资需求满足的时间延迟；有多个物资供应点与需求点；救援物资的种类较多；可选运输方式较多；可用运送车辆数目、物资供应及需求量等参数都会随时间变化；运送车辆完成运输任务后不必须回到出发车场等。

Fiedrich 和 Gehbauer^[10]在时间、资源数量有限的情况下,以最小死亡人数为目标,研究了地震后向多个受灾点分配和运输救援物资的优化模型。

Barbarosoglu 和 Arda^[11]提出了多货物网络流、多运输方式的两阶段模型,该模型模拟了救援物资的配送计划。通过提前计算地震等灾害的发生概率与范围,解决在未获得详细灾情数据情况下,第一轮救援物资需求与供应不匹配的问题。

Li 和 Sei-Chang^[12]将应急物流描述为有时窗限制的多物品、多模式网络流问题,并给出了求解方法。

应急物流在国内学术界也逐渐成为学术热点。何建敏^[13]研究了多出救点(配送中心)车辆运输调度的组合优化问题。当大规模灾害发生后,仅一个出救点往往难以提供所需要的全部应急救援物资,在这种情况下,多出救点的组合优化问题更为贴近实际情况。吴青和龚亚伟^[14]通过车流波动理论,对车辆路段行驶时间进行了研究,并且结合阻断道路的一系列风险分析,建立了地震灾害救援物资配送问题模型。张毅、郭晓汾和王笑风^[15]对应急物资运输的安全性、及时性、经济性进行了模型描述,之后论文借助多属性决策理论,建立了用来决策效用函数的备选线路评价数学模型。

(二) 时间最小化

应急物资运输问题与普通背景下调度车辆运输配送货物的车辆路线问题(Vehicle Routing Problem, VRP)非常相似,因此可以借鉴 VRP 问题的分析思路来研究应急物流中救援物资运输配送问题。然而,在之前的学术研究当中,很少考虑受灾地区实际上需要在较短的时间内运送较大量的物资。为了充分考虑应急物资配送中的配送及时性,已有部分研究者做了有益探索。

Hu 等^[16]于 2011 年提出了基于免疫类同(immune affinity)的应急物资配送模型,求解应急物资配送过程中出现的集装箱多式联运的排程问题。

Vitoriano 等^[17]于 2011 年提出了人道主义援救配送的多目标优化模型,模型中将成本(Cost)、时间(Time)、公平性(Equity)、优先级(Priority)、可靠性(Reliability)五个因素考虑在内。

Yan 等^[18]提出了未定路网络结构下的最优化排程问题,考虑物资配送与时间延迟之间的转换,同时兼顾抢修毁坏路段,以实现时间最优化的目标。

Ngueveu 等于 2010 年首次提出 Cumulative Capacitated Vehicle Routing Problem (CCVRP)模型,以及解决 CCVRP 的文化基因算法(Memetic Algorithm, MA)^[19],将最小化顾客等待时间设为模型目标,从而取代了传统的车辆行驶时间,从而有效体现物资配送的及时性。Ribeiro 等于 2012 年提出了针对 CCVRP 的自适应大规模邻

域搜索算法^[20]，进行算法改进。

1.3.2 公平性

在灾后援救情况下，决策者不仅只关注资源分配的成本与效率，同时还关注不同受灾点救援物资分配的公平性问题，考虑公平因素应当是应急物流其中一个重要的特征。近年来，越来越多的研究者开始关注资源分配的公平问题。公平性概念被广泛应用于资源分配^[21]、设施布局^[22]、网络流^[23]等问题研究，各研究对公平性的定义也较为多样化。

所以，由于灾后援救的特殊性，对配送的公平性要求较高，传统的以成本为中心的分析思路不能很好满足灾后应急物资配送对快速响应、公平配送的要求^[24]。

资源分配的效率与公平模型主要有四类：绝对平均，极小极大（min-max）或极大极小（max-min），公平序列以及目标的多目标优化模型。

（1）绝对平均

绝对平均方法的特点是简单易行，可以对应急物资进行平均分配，但是往往会以低效率为代价。同时，如果不考虑不同受灾点需求的紧急程度，也不能算作公平，而应当具体问题具体分析。

红十字会与红新月会国际联合会是全球最大的志愿救援组织，其在《国际红十字与红新月运动章程》中，对公平性做了如下定义：运动不因国籍、种族、宗教信仰，阶级和政治见解而有所歧视，仅根据需要，努力减轻人们的疾苦，优先救济困难最紧迫的人。因此，如果不考虑需求者的紧急程度，对所有受灾点同等对待，也不能算作公平。因此，绝对公平在实际应用中体现较少。

Ho 提出的 Peer-induced Fairness^[25]概念指出，对绝对平均做了有效补充。Ho 强调，每个人的公平感不仅仅取决于获得的绝对值，还取决于获得的相对份额，即与自己有类似环境的人们进行比较。因此，在实践中，绝对平均不等同于真正的公平，绝对平均在公平性模型中应用较少。但是，这一方法可以进行一些数学转换，如将受灾点、客户点的应急物资最低分配量、满足率作为约束条件，在应急物资分配模型中既可以保证公平性，在一定程度上又可以克服绝对平均的缺点。

（2）极小极大或极大极小

Bonald 总结了极大极小方法在通讯领域中常用的公平概念^[26]。Luss 研究了具有多种背包资源约束的非线性极大极小分配问题^[27]。之后，Luss 又探讨了具有单变量目标函数和多种背包资源约束的线性极大极小资源分配问题，并针对这一问题进行了优化方案设计与参数分析^[28]。黄力菲等研究者基于效用函数，针对网络资源在不

同用户之间的公平分配问题使用极大极小方法求解^[29]。

但是极大极小方法往往不满足公平标度不变性原则^[30]，因此，Ogryczak^[31]提出应该使用字典序极大极小方法（the lexicographic min-max method）。字典序极大极小方法的基本步骤是，在保证有可行解的前提下，最大化最小绩效，然后把具有这样绩效的主体扣除，同时从总资源中扣除他们所占用的资源，然后在余下的主体中最大化最小绩效，依此类推直至进行到最后一个主体。

（3）公平序列

Kubiak 等借助公平序列^[32, 33]（Fair Sequence）概念，认为即使是在全局公平的情况下，不同顾客的被服务顺序不同，也会导致顾客产生不公平感。比如 b 有 6 次机会 a 有 4 次机会（a 和 b 的机会分别占 2/5 和 3/5），abbabbabba 的顺序是全局公平的，但是在最小区间 5 words 内，a 有可能会仅受到 1 次服务，从而感到不公平。这是一个很有意思的概念，在救灾过程中也的确会产生这样的情绪。在多次重复活动下 VRP 问题应当考虑公平序列。但在我国的学术界内，公平序列的相关研究非常有限。

（4）目标的多目标优化模型

在上述的研究当中，公平性往往作为模型中唯一的目标进行处理。但是，仅仅从公平性这一角度出发，往往带来其他方面的巨大损失，如效率等。因此，部分研究者通过建立以效率和不公平指标为目标的多目标规划模型，以求解路径规划、资源分配等的公平问题。

Mandell^[30]使用基尼系数作为公平指标，建立了双目标数学规划模型，是同通过两个目标分别解决资源分配中公平与效率的悖反关系，并使用约束法进行了求解。Kalu^[34]使用变异系数作为不公平指标，同时建立了一个双目标规划模型和及其仿真模型，用于研究水资源灌溉分配的公平与效率问题，并通过折中规划进行了求解。Chan^[35]列举了设施定位模型中常用的公平指标，由于基尼系数的所占比重最大，因此认为基尼系数是最受欢迎的公平指标。Drezner 等^[36]研究了考虑公平因素的设施定位问题，将基尼系数设置为公平指数，建立了双目标规划模型，模型以基尼系数和平均差为目标，借助大三角小三角全局最优算法进行求解。Ogryczak^[37]建立了一个双目标规划模型来求解设施定位问题，模型将平均距离和绝对不公平指标作为目标，模型中使用的三个绝对不公平指标分别是：平均差、平均偏差和最大偏差。作者在之后的研究当中，提出标量不公平指数可以用于双目标规划来求解资源分配的公平与效率问题。

1.4 论文研究思路和方法

本文针对应急物流救援物资配送物流的特点，分析该应急物流和传统应急物流的区别。分物资充足情况下和物资紧缺两种情况建立模型。在物资充足情况下，不考虑各受灾点的物资满足率问题，只考虑受灾点等待时间、人口数量以及与配送中心的运输距离，整个目标函数即为最小化全局的公平性等待时间。在物资紧缺情况下的情况下，将各受灾点的物资满足率问题也考虑在内。

在物资充足的情况下，本文结合蚁群算法（Ant Colony Optimization, ACO）与变邻域搜索算法（Variable Neighborhood Search, VNS），设计了针对这一问题的变邻域搜索算法。首先对问题进行了描述，然后建立数学模型，并对所建立的数学模型进行分析，得到模型的一些性质与推论。根据模型性质，搭建了蚁群算法的算法框架，开发了适合于应急物资公平配送路径优化问题的五个邻域结构，并使用变邻域算法构成局部搜索框架。论文结合算例，将新算法与其他算法进行比较，以检验算法的有效性。并且，通过扩展公平性概念，建立相应模型，进行性质分析与数据分析。

在物资紧缺的情况下，与物资充足的情况相似，本文也设计了结合问题的变邻域蚁群算法。针对应急物资不足的情况下，引入了新的公平性指标——基于基尼系数的公平性指标，然后建立了相应的多目标规划数学模型。借助约束法，将多目标规划问题转换成为了单目标规划问题，通过对所建立的数学模型进行分析，得到模型的一些性质。对于模型的新特点，针对性地重新修改了蚁群算法框架。论文结合算例，将新算法与其他算法进行比较，以检验算法的有效性。

1.5 论文总体框架

全文分为以下五个部分：

第一章为绪论，主要介绍了本文的研究背景，研究目的和研究意义，并简要概述了与本文所研究内容密切相关的应急物流与公平性两方面内容，对相关文献进行综述和分类，最后给出了本文的主要研究思路和研究方法，对本文的总体框架做了阐释。

第二章为基础理论与方法。主要介绍了本文主要使用的两种算法，蚁群算法和变邻域搜索算法。蚁群算法是解决车辆路径规划的常用算法之一，本文对其算法步骤以及特点做了简单回顾。变邻域搜索算法是最近几年国外提出的一种崭新的启发式算法，本章对变邻域搜索算法的研究应用情况，算法基本框架进行了介绍，并简

单介绍了其扩展算法。

第三章为本文的主题部分,研究基于变邻域蚁群算法(Variable Neighborhood Ant Colony Algorithm, VNACA)的应急物资公平配送路径优化问题(Fairness Capacitated Vehicle Routing Problem, FCVRP)。本章首先对问题进行了描述,然后建立数学模型,并对所建立的数学模型进行分析,得到模型的一些性质与推论。之后,本章结合蚁群算法与模型性质,搭建了变邻域蚁群算法的算法框架。本章根据模型性质开发了适合于应急物资公平配送路径优化问题的五个邻域结构,并使用变邻域算法构成局部搜索框架。然后,论文结合算例将变邻域蚁群算法与 CPLEX、蚁群算法、结合 2-opt 的改进蚁群算法进行比较,实验表明,新算法无论从实验结果还是收敛速度皆显著优于另外两种算法。最后,本章将公平性概念进行了扩展,建立相应的扩展模型,分析得到扩展模型的一些性质,并做了数据分析。

第四章第三章内容的扩展,研究在应急物资不足的情况下,使用基于变邻域蚁群算法的应急物资公平配送路径优化问题。本章首先针对应急物资不足的情况下,引入了新的公平性指标——基于基尼系数的公平性指标,对这一指标做了简要描述。然后建立了相应的多目标规划数学模型。借助约束法,将多目标规划问题转换成为了单目标规划问题,通过对所建立的数学模型进行分析,得到模型的一些性质。对于模型的新特点,针对性地重新修改了蚁群算法框架。之后,论文结合算例,将变邻域蚁群算法与 CPLEX 进行实验比较,对于较小规模的问题,变邻域蚁群算法可以在满足较高计算效果的前提下大大缩短计算时间,较 CPLEX 优势十分明显。

第五章对全文做出总结和未来的研究做出展望。

本文的研究思路如图 1-1 所示。

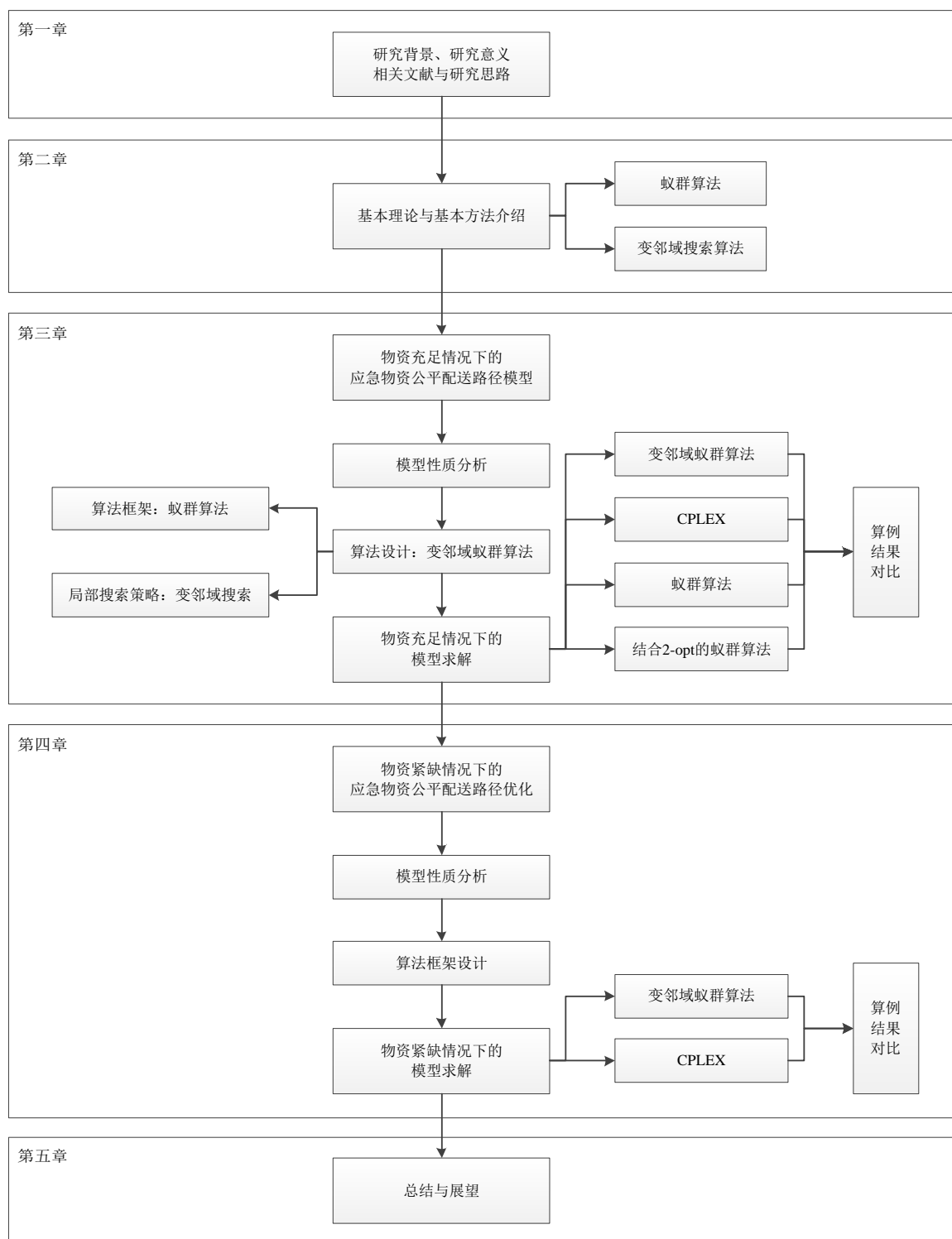


图 1-1 论文研究思路

Fig1- 1 Research framework of the paper

第二章 基本理论与方法

2.1 蚁群算法

2.1.1 蚁群算法简介

蚁群算法是 20 世纪 90 年代提出的一种新型模拟进化算法，在解决组合优化问题中的旅行商问题（TSP），以及其延伸问题的车辆路径优化问题（VRP）上，得到了广泛并成功的应用。

图 2-1 是蚁群算法的原理示意图，设 A 点是巢穴，E 点是食物，FC 段为一障碍物。由于障碍物存在，蚂蚁只能经由 F 点或 C 点由 A 点到达 E 点，或由 E 点到达 A 点，各点之间的距离如图 2-1 所示。设每个时间单位有 50 只蚂蚁由 A 点到达 B 点，有 50 只蚂蚁由 E 点到达 D 点，蚂蚁过后留下的激素物质质量（即信息素）为 L。为方便，设该信息素在路径上的停留时间为 1。在初始时刻，由于路径 BF 段、BC 段、DF 段、DC 段上均不存在信息素，位于 B 点和 E 点的蚂蚁将进行随机的路径选择。可以假定 50 只蚂蚁以相同的概率选择 BF 段、BC 段、DF 段、DC 段。经过单位时间以后，在路径 BCD 上的信息量是路径 BFD 上信息量的二倍。在 $t=1$ 时刻，将有 20 只蚂蚁由 B 点和 D 点到达 C 点，有 30 只蚂蚁由 B 点和 D 点到达 F 点。在此之后，所有的 50 只蚂蚁将会以越来越大的概率选择路径 BCD 段，并最终完全选择路径 BCD 段，从而找到由蚁巢到食物的最短路径。

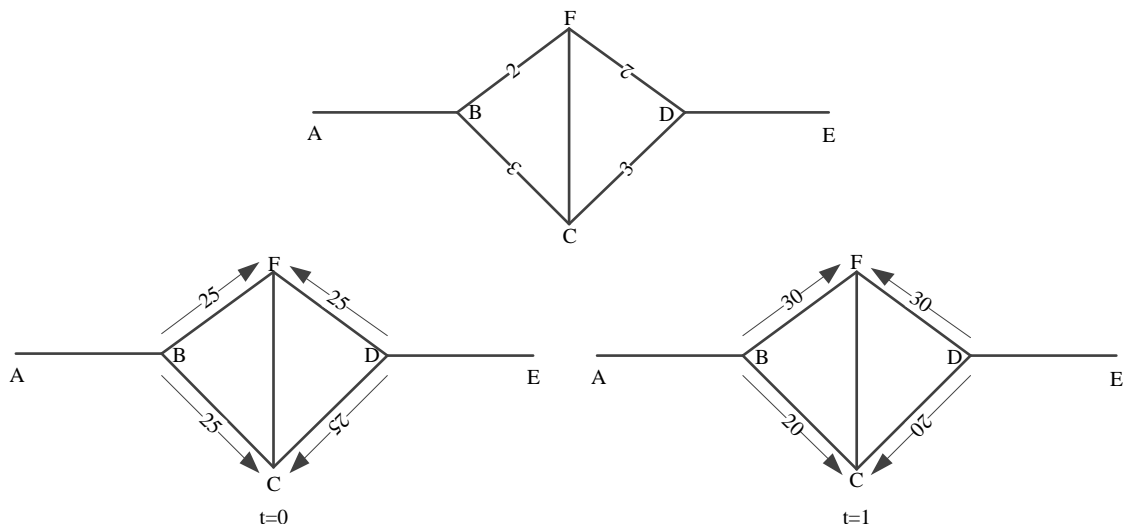


图 2-1 蚁群系统原理示意图
Fig.2- 1 Schematic diagram of ant colony optimization

从上述原理图中可以看出，蚂蚁之间的信息交换是一个完整的正反馈过程。蚁群还能适应环境的变化而变化，适应性地搜索新的路径，产生新的选择，寻找当前的最短路径。

M.Dorigo 等人于 1991 年在法国巴黎召开的第一届欧洲人工生命会议首先提出了蚁群算法的基本模型^[38]。之后，M.Dorigo 在其博士论文汇总，对蚁群算法的核心思想进行了进一步阐述。

2.1.2 蚁群算法的基本框架

在图 2.1 中，蚁群算法的全过程简略如下：

- (1) 存在从蚁穴到食物源之间的线路；
- (2) 线路上出现了障碍物；
- (3) 蚂蚁会以给定的概率沿着障碍物寻找线路；较短路径上会逐渐积累越来越多的信息素，并指引后续到来的其他蚂蚁沿较短路径前进；
- (4) 蚂蚁逐渐开始选择较短路径。

信息素理论（Pheromone Theory）对蚂蚁的这种行为作出了解释^[39]：

- (1) 蚂蚁会释放信息素，信息素是一种化学物质，易挥发、可累积；
- (2) 道路上的信息素浓度越大，蚂蚁选择这条道路的可能性就越大；
- (3) 在较短的路径上信息素的累积速度比较长路径上大得多，构成一个正反馈机制。蚂蚁在进行路径选择时，会在较短的时间内根据路径上信息素痕迹，以较高的概率选择该方向；长此以往，较短的路径上会累积较多的信息素，后续蚂蚁因此更倾向于选择该方向，并进一步增强了该路径上的信息素。在整个觅食过程，虽然单只蚂蚁的判断能力是极为有限的，但是通过借助信息素，整个蚁群的个体之间交换着路径信息，最终可以找出一条从蚁穴到食物之间的最优路径。

对于 VRP 问题，设 n 是客户数， m 是蚂蚁的数目， $b_i(t)$ 表示 t 时刻位于客户 i 的蚂蚁的数目， $\tau_{i,j}(t)$ 表示 t 时刻在路径 (i, j) 上的信息素浓度。初始状态，各条线路上信息素浓度相等，设 $\tau_{i,j}(t) = 0$ ，每只蚂蚁 k ($k = 1, 2, \dots, m$) 由配送中心出发。在本文中，使用禁忌表 $tabu_k$ 来记录蚂蚁当前已经完成遍历过的客户，并同时更新信息素。在搜索的全过程中，不同的蚂蚁会根据各条线路上的信息素浓度计算状态转移概率。 $p_{i,j}^k(t)$ 表示在 t 时刻蚂蚁 k 由客户 i 移向客户 j 的状态转移概率：

$$p_{i,j}^k = \begin{cases} [\tau_{i,j}(t)]^\alpha [\eta_{i,j}(t)]^\beta / \sum [\tau_{i,j}(t)]^\alpha [\eta_{i,j}(t)]^\beta, & j \in To_visit \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

式中， To_visit 表示允许蚂蚁下一步访问的客户点集； $\eta_{i,j}(t)$ 表示由点*i*转移到点*j*的概率，通常取值为 $1/d_{i,j}$ ； α/β 表示的是，蚂蚁信息素浓度和路径长度在所分别起到的作用。

经过一段时间后，蚂蚁完成一次遍历，此时，所有蚂蚁填满禁忌表，此时找到并保存最优路径，并且计算每只蚂蚁走过的路径的长度，最后记录此路径并更新信息素。 $t+n$ 时刻在路径 (i,j) 上的信息素浓度可按如下规则进行更新：

$$\tau_{i,j}(t+n) = (1-\rho) \cdot \tau_{i,j}(t) + \Delta\tau_{i,j}(t)$$

$$\Delta\tau_{i,j}(t) = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{i,j}^k(t)$$

式中， ρ 称为消散系数，则 $(1-\rho)$ 表示信息素残留因子，为了防止信息素的无限积累， ρ 的初值范围设定为： $\rho \in [0, 1]$ ； $\Delta\tau_{i,j}(t)$ 表示本次循环中路径 (i,j) 上的信息素增量，初始时刻 $\Delta\tau_{i,j}(t) = 0$ ， $\Delta\tau_{i,j}^k(t)$ 表示第*k*只蚂蚁在本次循环中留在路径 (i,j) 上的信息素。

2.1.3 蚁群算法的特点

蚁群算法的分析思路来源于自然届蚂蚁觅食的群体行为过程，受到该过程的启发而提出的，其很多思路都来源于真实的蚁群行为，因此算法中所定义的人工蚂蚁与自然蚂蚁存在许多共同点。

首先，都存在群体中个体相互通信交流机制。自然界中，蚂蚁在经过的路径上留下信息素，而且被后续蚂蚁读写。在蚁群算法像真实存在的情况一样，其中有一个挥发机制，它信息素会随时间改变路径上的信息素浓度，因此蚂蚁在选择路径时，难以局限于之前蚂蚁所存留的“经验”，即能够防止算法结果限于局部最优而无法达到全局最优。

其次，任务相同。自然界中，蚂蚁从蚁穴开始寻找食物，算法中蚂蚁寻找一条从起点到终点的最短路径。自然蚂蚁和人工蚂蚁一样只能在相邻节点间移动，遍历所有受灾点。在寻找过程中，应该记录当前的移动序列，使得蚂蚁能在多次寻路过程中找到最短路径。

再次，借助遗留信息，进行蚂蚁路径选择的随机选择策略。自然蚂蚁和人工蚂蚁从某一受灾点到下一受灾点的移动都是依据概率来实现的，即利用过去遗留的信

息去预测未来的情况。

最后，蚁群算法是仿生优化算法的一个分支。这些仿生优化算法具有相同的行为特征：都是一类不确定性算法；都是一类概率型的全局优化算法；都不依赖于优化问题本身的严格数学性质（如连续、可导等）；都是一种基于多个智能体的仿生优化算法、都具有本质并行性和自组织性等。^[40]

2.2 变邻域搜索算法

2.2.1 变邻域搜索算法简介

传统优化方法的连续可导的要求有点过于严格，并且存在容易陷入局部最优解和计算时间过长的缺点，特别是在组合最优化问题中，传统优化方法往往不可行，因此出现了启发式算法求解这些问题。启发式优化算法是伴随着计算机技术的高速发展和实际问题对优化方法的要求而产生的。实际问题要求优化方法对目标函数、约束函数的表达形式应更加宽松，这样优化方法才有更加广泛的应用领域。

变邻域搜索算法最近几年以来，国外出现的一种新颖的轨迹式启发式算法，变邻域搜索算法由 N.Mladenović 和 P. Hansen 于 1997 年提出^[41]，是一种基于局部搜索的新的元启发式算法，已成功应用于解决组合优化问题，尤其是对于大规模组合优化问题效果良好。变邻域搜索中包含了动态变化的邻域结构，算法较通用，自由度高，可针对特殊问题设计多种变型。变邻域搜索算法自从被提出以来，因为它的思想简单，容易实现，算法结构与问题无关，适合于各类优化问题等优点，一直是优化算法中被研究的重点之一。

近年来，大量关于变邻域搜索算法的论文涌现出来。

变邻域搜索在 TSP (Traveling Salesman Problem) 与 VRP 等问题中得到了较好的应用。Hansen 和 Mladenovic^[42]用变邻域搜索算法与 2-opt 算法求解节点数量从 100 到 1 000 的 TSP 问题，结果显示，变邻域搜索算法在解的质量上提高效果明显，平均有 2.73% 的改进，求解时间节省 22.09 秒；若将 2-opt 算法内嵌入变邻域搜索算法的局部搜索策略中，效果更加明显。Hemmelmayr 等^[43]针对周期性 VRP 问题设计了变邻域搜索算法，采用节约算法构造初始解，并改进部分采用模拟退火算法方法，最后论文与以往研究成果进行了对比，结果验证了新算法的有效性。Crainic 等^[44]提出了协同邻域变邻域搜索算法，并在 TSPLIB 实例中测试。

此外，有很多学者先后利用变邻域搜索算法的改进算法求解一些组合优化问题。Jie Gao, LinyanSun 等^[45]用变邻域搜索算法与遗传算法的混合算法求解 job shop 调度

问题。Polacek 等^[46]通过变邻域搜索算法求解工作安排问题。Lazic, Hanafi 等^[47]用变邻域分解算法求解 0-1 混合整数规划问题。Bin Hu, Markus 等^[48]用变邻域搜索算法和线性整数规划问题求解最小生成树问题。Brimberg, Mladenovic 等^[49]通过局部搜索和变邻域搜索算法求解 K-CARD 问题。在这些问题中, 使用变邻域搜索算法都收到了较好的效果。

对于连续优化问题, 尤其是非线性非凸复杂连续优化问题, 变邻域搜索算法体现了较好的适用性。Mladenovic^[50]首次全面地将变邻域搜索算法用于连续优化问题, 其针对无约束连续优化问题 and 有约束连续优化问题设计了变邻域搜索算法, 与遗传算法等算法进行实验对比, 效果良好。Draic 等^[51]提出影响算法性能的参数包括邻域大小和结构, 随机过程的分布函数的选择, 局部搜索算法设计, 通过对测试函数测试, 与遗传算法等算法作了对比, 效果良好。Garcia 等^[52]用变邻域搜索算法求解线性序列规划问题, 并且用变邻域搜索算法求解非约束优化问题。

目前国内学术界对变邻域搜索算法的研究和应用相对较为缺乏, 但已有部分学者作了有益尝试。汪翼、孙林岩、李刚^[53]用变邻域禁忌搜索算法解决集装箱车辆调度问题。孙元凯、刘民、吴澄^[54]把变邻域搜索策略与禁忌搜索算法结合并用于 job shop 调度问题的求解。周雅兰, 王甲海, 闭玮等^[55]结合变邻域搜索的竞争 Hopfield 神经网络解决最大分散度问题。夏福全, 吴仆等^[56]用变邻域搜索算法求解一种推广的 UFCLP 问题。刘士新, 刘玲, 张涛等^[57]使用变邻域搜索算法求解 VRPBTW 问题。

2.2.2 变邻域搜索算法的基本构架及其算法

变邻域搜索算法是一个超启发式, 或者结构构造启发式算法, 主要应用于求解组合优化问题和全局优化问题。自从它被提出以后, 就应用到各个领域, 算法本身也得到了很大的发展。变换邻域搜索的基本思想是[31]:

- (1) 在一种邻域结构下的局部最优解不一定是另一种邻域下的局部最优解。
- (2) 在所有可能的邻域结构下的局部最优解即是全局最优解。

变邻域搜索算法很大程度上依赖以下观察事实:

事实 1 一个邻域结构的局部最优解不一定是另一个邻域结构的局部最优解。

事实 2 全局最优解是所有可能邻域结构的局部最优解。

事实 3 对于很多问题, 若干个邻域结构的局部最优解是相互靠近的。

最后一个观察事实完成是依靠经验得出的, 它意味着局部最优解可以提供一些全局最优解的信息。通过对局部最优解的邻域研究, 可以找到更好的可行解, 进而不断接近全局最优解。

我们用 $N_k (k = 1, \dots, k_{max})$ 表示一个邻域结构的有限集合, 其中 $N_k(x)$ 为 x 的 k 邻域的解集, 我们在局部搜索算法中使用符号 $N'_k (k = 1, \dots, k'_{max})$ 。对于可行解 $x' \in X$, 在邻域 $N_k(x)$ 中, 如果不存在可行解 $x \in N_k(x') \subseteq X$, 使得 $f(x) < f(x')$, 我们称其为局部最优解。

在使用邻域变换方法求解问题时, 邻域的变换可以分为三类: (1) 确定性的; (2) 随机性的; (3) 确定性和随机性混合的。邻域变化的基本步骤, 是在 k 邻域 $N_k(x)$ 内, 比较新解 $f(x')$ 与现有解 $f(x)$ 的值, 若解有改进, 则 k 回复初始值 $k=1$ 且更新现有解 $x \leftarrow x'$; 反之, 考虑下一个邻域 $k \leftarrow k + 1$ 。

(1) 变邻域深度搜索算法

邻域系统依据确定性的方法改变, 我们称之为变邻域深度搜索算法 (Variable Neighborhood Descent, 简记 VND), 主要步骤由算法 2.2 给出, 其中我们假设给出初始解 x 。大多数局部搜索在下降过程中非常少的邻域 (通常一个或两个, 即 $k'_{max} \leq 2$), 注意到最终解应当是所有 k'_{max} 的局部最优解, 因此使用 VND 要比单纯使用一个邻域结构要更容易得到全局解。

算法 2.1 变邻域深度搜索算法的基本步骤

STEP 1 选定一个初始可行解: x^0 ; 设定初始参数 k'_{max} 及邻域结构 $N'_k (k = 1 \dots K')$; 记录当前最优解: $x^{best} \leftarrow x^0$; $k \leftarrow 1$ 。

STEP 2 当 $k = k'_{max}$ 时, 或满足其他停止运算准则时, 输出计算结果, 停止运算; 否则,

在 x^{best} 的 k 邻域 $N'_k(x^{best})$ 内进行局部搜索, 得到 $N'_k(x^{best})$ 中的最好解 x^{now} ; 若 $f(x^{now}) < f(x^{best})$, 则 $x^{best} \leftarrow x^{now}$, $k \leftarrow 1$; 否则, $k \leftarrow k + 1$; 重复 STEP 2。

和局部搜索算法一样, STEP 1 的初始可行解可用随机的方法选择, 也可以用一些经验的方法或其他算法计算得到, STEP 2 中的其他停止准则取决于对算法的计算时间、计算结果的要求。因为随着 k 增大, $N'_k(x^{best})$ 的范围扩大, STEP 2 中的局部搜索一般会采用一步改进的方法。

变邻域深度搜索算法实质上就是通过扩大邻域的方法, 搜索更大范围内的局部最优解, 从而使局部最优解更加接近全局最优解。当搜索的范围覆盖整个可行域时, 就能够得到全局最优解。这种算法因为搜索的范围和可行解数量比较大, 所有需要的计算时间比较多, 并且在实际应用中不太可能实现。

(2) 简化变邻域搜索算法

若邻域选取依据随机方法而不是确定性的改变, 我们称之为简化变邻域搜索算法 (Reduced Variable Neighborhood Search, RVNS)。在给定的各种停止条件下, 比

如，所允许的最大 CPU 运行时间 t_{max} ，迭代的最大次数等，新解的值与现有解的值作比较，若有改进则更像现有解的值。算法 2.3 给出了 RVNS 的主要步骤。其中，为了简化算法描述，我们只使用停止条件 t_{max} ，因此，算法使用两个参数 t_{max} 和 k_{max} 。

算法 2.2 简化变邻域搜索算法的基本步骤

STEP 1 选定一个初始可行解： x^0 ；设定初始参数 t_{max} 和 k_{max} 及邻域结构 $N_k(k = 1 \cdots K)$ ；记录当前最优解： $x^{best} \leftarrow x^0$ ； $k \leftarrow 1$ 。

STEP 2 当 $k = k'_{max}$ ，或运算时间达到所允许的最大 CPU 运行时间 t_{max} ，输出计算结果，停止运算；否则，在 x^{best} 的第 k 个邻域 $N_k(x^{best})$ 中随机选取可行解 x^{now} ，即 $x^{now} \in N_k(x^{best})$ ；若 $f(x^{now}) < f(x^{best})$ ，则 $x^{best} \leftarrow x^{now}$ ， $k \leftarrow 1$ ；否则， $k \leftarrow k + 1$ ；重复 STEP 2。

简化变邻域搜索算法去掉了局部搜索的过程，在现有最优解的邻域内随机选取可行解，并通过邻域变换尽可能的覆盖整个可行域。简化变邻域搜索算法运算的速度快，但是由于邻域内选取可行域的随机性和缺少局部搜索，会造成搜索精度不高的问题，最后得到的结果与全局最优解相差比较大。

(3) 基本变邻域搜索算法

基本变邻域搜索算法（Basic Variable Neighborhood Search, BVNS）是混合使用确定性和随机方法改变邻域系统的，主要步骤由算法 2.4 给出。

算法 2.3 基本变邻域搜索算法的基本步骤

STEP 1 选定一个初始可行解： x^0 ；设定初始参数 k'_{max} ， t_{max} 及邻域结构 $N'_k(k = 1, \cdots, k'_{max})$ ；记录当前最优解： $x^{best} \leftarrow x^0$ ； $k \leftarrow 1$ 。

STEP 2 当 $k = k'_{max}$ 时，或满足其他停止运算准则时，输出计算结果，停止运算；否则，在 x^{best} 的第 k 个邻域 $N_k(x^{best})$ 中随机选取可行解 x' ，在 x' 的第 k 个邻域 $N'_k(x')$ 中进行局部搜索，得到 $N'_k(x')$ 中的最优解 x^{now} ；若 $f(x^{now}) < f(x^{best})$ ，则 $x^{best} \leftarrow x^{now}$ ， $k \leftarrow 1$ ；否则， $k \leftarrow k + 1$ ；重复 STEP 2。

和局部搜索算法一样，STEP 1 的初始可行解可用随机的方法选择，也可以用一些经验的方法或其他算法计算得到，STEP 2 中的其他停止准则取决于对算法的计算时间、计算结果的要求。为了加快运算速度，STEP 2 中的局部搜索过程一般在 1-邻域内运行；当可行域范围比较大时，可以设定参数 k_{step} ，在邻域变换过程中以步长 k_{step} 变化，即 $k \leftarrow k + k_{step}$ 。

基本变邻域搜索算法包括了局部搜索、扰动和邻域变换三个过程，利用局部搜索寻找局部最优解，提高搜索精度，利用扰动过程跳出局部最优解的范围，寻找新的局部最优解，使得局部最优解向全局最优解靠拢，邻域变换提供了一种迭代方法

和停止准则。

2.3 本章小结

本章主要介绍了蚁群算法以及变邻域搜索算法。

蚁群算法是 20 世纪 90 年代提出的一种新型模拟进化算法，是解决车辆路径规划的常用算法之一，本文对其算法步骤以及特点做了简单回顾。

变邻域搜索算法是最近几年国外提出的一种崭新的启发式算法，具有思想简单，容易实现等特点，算法的通用性强，自提出以来一直是被研究的重点。本章对变邻域搜索算法的研究应用情况、算法基本框架进行了介绍，并简单介绍了几个扩展算法。

第三章 物资充足情况下的应急物资公平配送路径优化

3.1 问题描述

在某一突发事件发生后，需要将救灾物资统一发放到 n 个受灾待配送点（为方便记述，以下统称受灾点）。 K 辆具有容量限制的运输车由仓库出发进行物资配送，然后返回仓库，每个受灾点必须被经过且只能经过一次（即避免重复路径）。受灾点布局分散且路网交错复杂，可选路径众多，应当选择适当的配送路径，使得在兼顾公平性的前提下各受灾点的等待时间最短。在本章中，假设应急救援物资储备充足。

3.2 数学模型

为描述数学模型，本章首先对一些符号进行定义：

参数变量

n 受灾点个数

$V = \{0, \dots, n, n+1\}$ 点集，其中第0点和第 $n+1$ 点表示仓库（分别表示起点与终点）

$V' = V \setminus \{0, n+1\}$ 受灾点集合

K 运输车辆集合

$c_{i,j}$ 第 i 点到第 j 点的距离（或旅行时间）

w_i 第 i 点的人口数量

d_i 第 i 点的物资需求量

Q 车辆最大容量

决策变量

t_i 第 i 点的等待时间

$x_{i,j}^k$ 如果第 i 点到第 j 点的运输任务是由第 k 辆车完成的，则 $x_{i,j}^k$ 取值1，否则取0

本文的问题可以描述成 FCVRP 模型如下形式：

模型 3-1 (FCVRP)：

$$\min f = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V'} \frac{w_i}{c_{0,i}} t_i \quad (3-1)$$

Subject to

$$\sum_{i \in V} x_{i,j}^k = \sum_{i \in V} x_{j,i}^k, \forall j \in V', \forall k \in K \quad (3-2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{i,j}^k = 1, \forall i \in V' \quad (3-3)$$

$$\sum_{i \in V'} \sum_{j \in V} d_i x_{i,j}^k \leq Q, \forall k \in K \quad (3-4)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0,j}^k = 1, \forall k \in K \quad (3-5)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,n+1}^k = 1, \forall k \in K \quad (3-6)$$

$$t_i + c_{i,j} x_{i,j}^k - t_j \leq (1 - x_{i,j}^k) M, \forall i \in V', \forall j \in V, \forall k \in K \quad (3-7)$$

$$level_i + x_{i,j}^k - n(1 - x_{i,j}^k) + (n - 1)x_{j,i}^k \leq level_j, \forall i \in V, \forall j \in V', \forall k \in K \quad (3-8)$$

$$x_{i,i}^k = 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (3-9)$$

$$x_{0,n+1}^k = 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (3-10)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,0}^k = 0, \forall k \in K \quad (3-11)$$

$$\sum_{j \in V} x_{n+1,j}^k = 0, \forall k \in K \quad (3-12)$$

$$t_i \geq 0, \forall i \in V \quad (3-13)$$

$$x_{i,j}^k = \{0,1\}, \forall i \in V, \forall j \in V, i \neq j, \forall k \in K \quad (3-14)$$

目标函数 3-1 是所有受灾点公平性等待时间的总和。约束 3-2 要求车辆不能够在受灾点滞留，约束 3-3 要求每一个受灾点有且仅有 1 辆车进行配送。约束 3-4 为车辆容量限制。约束 3-5 要求配送车辆的起点必是仓库。约束 3-6 要求配送车辆的终点必是仓库。约束 3-7 要求等待时间长的点不能比等待时间短的点之后晚配送。约束 3-8 要求车辆 k 必须按照一定顺序完成配送，且配送路径禁止出现子回路循环（subtour）。约束 3-9 要求各点到自身不存在配送关系。约束 3-10 要求起点不可直接到达终点。约束 3-11 要求车辆不可由受灾点回到起点。约束 3-12 要求车辆不可由终点回到起点或受灾点。约束 3-13 是非负约束。约束 3-14 规定决策变量 $x_{i,j}^k$ 为 0-1 变量。

该模型提出的公平性指标源于 Peer-induced Fairness 概念。Peer-induced Fairness 强调，每个人的公平感不仅仅取决于获得的绝对值，还取决于获得的相对份额，即与自己有类似环境的人们进行比较。人们即使得到满足需求的服务下，仍然喜欢进行社会化比较（social comparison），尤其是与自己有类似环境的人们进行比较。根据 Peer-induced Fairness 阐释，一个合理的思路是，离配送中心越近的受灾点越应该首先得到配送，对于距离配送中心距离相等但等待时间相差悬殊的受灾点，很容易产生不公平感。

但是，Peer-induced Fairness 有其应用局限。Peer-induced Fairness 指明的公平性是被救援者的公平性个人感觉，而不是从整体大局上的公平性。在就在救灾应急物流中，公平性更多受社会舆论导向的影响，强调众生平等的普世价值观。诚然，应急物资配送作为一项系统工程，其基本工作方法是自始至终注意抓重点，从全局角度出发来看，人口数量大的受灾点是成功配送应急物资的关键点。从整体上考虑，

人口越多的受灾点越应该首先得到配送。

因此,对于突发事件下的应急救援来说,受灾点与配送之间的直线交通距离(旅行时间)以及受灾点人口数量是公平性考量的两个不同纬度。

具体到 FCVRP 模型,公平性等待时间由三部分构成。首先是每个点的人口数量(w_i)衡量该受灾点的人口权重,其次是受灾点与配送中心之间的交通距离(旅行时间, $c_{0,i}$),最后是受灾点的等待时间。

当然,公正性是一个内涵十分丰富的概念,无论何种定义都是大为简化了的。因此,不同概念都仅仅是从某一角度衡量公平性,而很难非常全面地衡量并达到绝对公平。本文只是选取 Peer-induced Fairness 作为公平性其中之一的切入点,以衡量应急物资配送过程中的公平性。

与 FCVRP 相比,CCVRP 为 FCVRP 的特殊情况。当不考虑人口数量与受灾点与配送中心之间的交通距离时, w_i 与 $c_{0,i}$ 取值为 1,此时目标函数为 $\min f = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V'} t_i^k$,即为 CCVRP 模型。

3.3 模型性质

性质 3.1: FCVRP 的最优解使用的车辆数量为 $\min(K, n)$ 。

证明:本模型的目标 f 着重于计算 S 受灾点的等待时间,而非配送车辆的行驶时间,这是传统 VRP 与 FCVRP 最大的一点不同,如图 3-1 所示。假设有 1 个仓库,3 个人口数量都为 1 的受灾点,车辆数量为 3,它们两两之间各有 1 单位时间的路程。对于传统 VRP 模型而言,由于三角不等式原理,各受灾点的顺序配送方案总是优于仓库直送方案。然而对于 FCVRP 而言,如果车辆数量足够,仓库直送方案总是优于顺序配送方案,当车辆数量不足时部分受灾点才会由同一辆车在同一条路线中进行配送。因此,最优解会强制要求每个方案使用 $\min(K, n)$ 辆车,而自动淘汰不满足要求的解。

证毕。

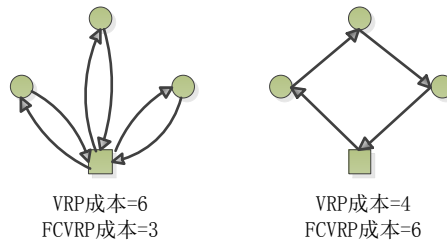


图 3-1 VRP 与 FCVRP 配送方式比较

Fig.3-1 Pattern comparison between VRP and FCVRP

另外，对于同一条线路受灾点人数不一的情况，不同的配送方向也会导致不同的结果，如图 3-2 所示。设 a、b、c 三点的人口数量分别为 1、2、3，相互之间距离都为 1。此时，c-b-a 的配送方案要明显优于 a-b-c 的方案。

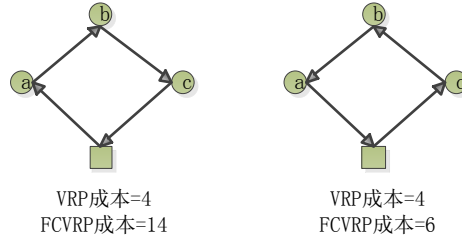


图 3-2 VRP 与 FCVRP 配送方向比较

Fig.3- 2 Orientation comparison between VRP and FCVRP

推论 3.1: 当 $n \leq |K|$ ，则车辆数量多于受灾点数量，目标函数存在如下下界。此时，由性质 1 可推得，最优解使得每一个受灾点都有与仓库直通的配送线路，目标函数存在如下下界： $LB_1 = \sum_{i \in V'} \frac{w_i}{c_{0,i}} t_i$ 。

性质 3.2: 设 F_k 为第 k 辆车所负责路径的公平性等待时间之和，则

$$F_k = \sum_{j=1}^{n_k} \sum_{i=j}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}} c_{j-1,j} \quad (3-15)$$

其反向配送路径的公平性等待时间之和 $F_{\bar{k}}$ 为

$$F_{\bar{k}} = D_k - F_k \quad (3-16)$$

其中

$$D_k = \sum_{j=1}^{n_k+1} \sum_{i=1}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}} c_{j-1,j}$$

证明：与传统 VRP 不同，FCVRP 对于反向的配送路径所计算得出的目标值是不同的。不失一般性的，规定 $\{0, n+1\}$ 代表配送中心，其中 0 和 $n+1$ 分别代表车辆的起点与终点， $\{1, 2, \dots, n_k\}$ 依次代表第 k 辆车所配送的先后受灾点，即 n_k 代表由车辆 k 所配送的第 n 个受灾点。

因此，对于第 i 受灾点，其等待时间 t_i 为

$$t_i = t_{i-1} + c_{i-1,i}$$

对于配送中心

$$t_0 = 0$$

$$t_{n+1} = t_{n_k} + c_{n_k, n+1}$$

第 k 辆车所负责路径的公平性等待时间之和 F_k 为

$$F_k = \sum_{i=1}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}} t_i$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{w_1}{c_{0,1}} t_1 + \frac{w_2}{c_{0,2}} t_2 + \cdots + \frac{w_{n_k}}{c_{0,n_k}} t_{n_k} \\
&= \frac{w_1}{c_{0,1}} c_{0,1} + \frac{w_2}{c_{0,2}} (t_1 + c_{1,2}) + \cdots + \frac{w_{n_k}}{c_{0,n_k}} (t_{n_k} + c_{n_k-1,n_k}) \\
&= c_{0,1} \sum_{i=1}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{1,2} \sum_{i=2}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}} + \cdots + c_{n_k-1,n_k} \sum_{i=n_k}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}} \\
&= \sum_{j=1}^{n_k} \sum_{i=j}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}} c_{j-1,j}
\end{aligned}$$

定义 $\sum_{i=j}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}}$ 视为 $c_{j-1,j}$ 此边的边系数。通过上式可知，任何线路的公平性等待时间之和 F_k 都可以表示为加和的形式，即各边旅行时间与其对应边系数乘积的加和。

设定 D_k 为如下表达式

$$D_k = \sum_{j=1}^{n_k+1} \sum_{i=1}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}} c_{j-1,j}$$

则第 k 条配送路径的反向路径 \bar{k} 的公平性等待时间之和应该表示为

$$F_{\bar{k}} = D_k - F_k$$

证毕。

对于 FCVRP 模型，综合成本不仅取决于配送路径中边的选取，还取决于受灾点的配送顺序，性质 3.2 能够帮助判断是否可以通过反转配送路径来得到更优解，进行数值计算的预处理。同时，在局部搜索策略设计中，性质 3.2 对于邻域空间的结构分析同样可以提供数值计算的预处理。这一思路已经被成功应用于有时间窗车辆路径问题（Vehicle Routing Problem with Time Windows, VRPTW）^[58]。

性质 3.3: 目标函数存在如下下界：

$$LB_2 = \sum_{e=1}^n \left(\left\lceil \frac{n-e-(n-\text{mod}|K|)+|K|}{|K|} \right\rceil \right) \frac{w_e}{c_{0,e}} c'_e \quad (3-17)$$

证明：

根据性质 3.2 可知，任何线路的公平性等待时间之和 F_k 都可以表示为加和的形式，即各边旅行时间与其对应边系数乘积的加和。对于每一个边，按照最小等待时间进行升序排列，此时，等待时间最小的边应该对应于最大的边系数。若不同车辆所经过的受灾点数量差不超过 1，此时称 FCVRP 的解是平衡的。若不同路径的受灾点数量差大于 1，此时称 FCVRP 的解是非平衡的。此时非平衡解的综合成本之和将劣于平衡解，由图 3-3 所示。

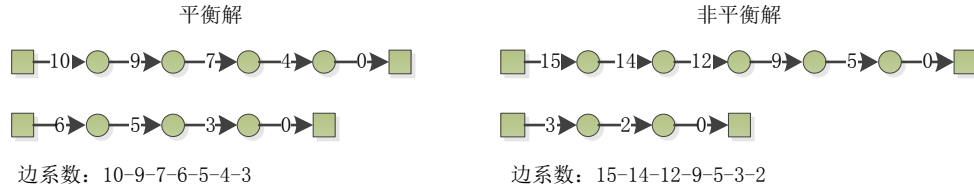


图 3-3 平衡解/非平衡解比较 (K=2, n=7)

Fig.3-3 Comparison between balanced solution and non-balanced solution (K=2, n=7)

定义 c'_e 为直通成本 $c_{0,j}$ 最小的第 e 条边，可推得目标函数存在如下下界：

$$LB_2 = \sum_{e=1}^n \left(\left\lceil \frac{n-e-(n-\text{mod}|K|)+|K|}{|K|} \right\rceil \right) \frac{w_e}{c_{0,e}} c'_e$$

证毕。

推论 3.2: 可将所有边分为直通边（受灾点与配送中心直接连接）与非直通边（受灾点不与配送中心直接连接）两类。定义 c''_e 为非直通边成本最小的第 e 条边，衡量受灾点间旅行时间，则目标函数下界可以表示为：

$$LB'_2 = \sum_{e=1}^K \left(\left\lceil \frac{n-e-(n-\text{mod}|K|)+|K|}{|K|} \right\rceil \right) \frac{w_e}{c_{0,e}} c'_e + \sum_{e=1}^{n-K} \left(\left\lceil \frac{n-e-(n-\text{mod}|K|)}{|K|} \right\rceil \right) \frac{w_e}{c_{0,e}} c''_e \quad (3-18)$$

3.4 模型求解与算例分析

为了设计整个物资配送路径的算法，首先使用蚁群算法设计整个算法的大体框架，之后再根据上述对问题性质的分析，设计不同的局部搜索邻域结构，通过变邻域搜索算法进行局部搜索策略设计。

3.4.1 蚁群算法框架设计

本文将蚁群算法用于求解 FCVRP 模型，主要出于两方面原因，首先是蚁群算法易于实现，其次是蚁群算法的运算效率较高，能够在一定的可接受的时间内取得较优的解。由于蚁群算法的在车辆路径规划方面的应用较为广泛，本文只着重强调根据 FCVRP 模型定制化的部分问题。

由性质 1 可知，FCVRP 的最优解使用的车辆数量为 $\min(K, n)$ ，如果车辆数量足够，仓库直送方案总是优于顺序配送方案，当车辆数量不足时部分受灾点才会由同一辆车在同一条路线中进行配送。因此，最优解会强制要求每个方案使用 $\min(K, n)$ 辆车，而自动淘汰不满足要求的解。即实际出行蚂蚁数量应当等同于蚂蚁资源量。

而对于求解传统 VRP 的蚁群算法，并没有将相应车辆的因素考虑在内。求解传统 VRP 的蚁群算法中，算法只要求蚂蚁遍历所有的受灾点，而不要求出动所有蚂蚁

资源。这样就会造成相应问题，或者实际出行蚂蚁数量超过蚂蚁资源量，或者实际出行蚂蚁数量不足蚂蚁资源量，而未能自动淘汰不满足性质 1 的解。

因此，需要结合相应的车辆因素，对蚁群算法进行定制。对于实际出行蚂蚁数量超过蚂蚁资源量这一问题，模型设定了最小经验遍历个数 $cmin$ ，根据经验预设每辆车所需要服务受灾点的最小数量，防止车辆过早返回配送中心。对于实际出行蚂蚁数量不足蚂蚁资源量这一问题，该蚁群算法规定所有车辆必须从配送中心出发，并且设定了最大经验遍历个数 $cmax$ ，根据经验预设每辆车所需要服务受灾点的最大数量，防止车辆服务过多的受灾点。

蚁群算法过程大致如下：在初始化的时候，将 m 只蚂蚁放置在仓库上，赋予每条边上的初始信息素浓度 $\tau_{i,j}(0) = 1$ ，使用禁忌表（ $tabu$ 矩阵）来保存各蚂蚁经过的受灾点， $tabu$ 为 m 行矩阵，其中第 i 只蚂蚁选择的路径对应禁忌表的第 i 行。在算法的第 $iter$ 次迭代计算中，当第 i 只蚂蚁进行搜索路径时，根据路径选择规律计算出相应的选择概率，并依照选择概率随机选择下一个受灾点 j ，若受灾点 j 满足车辆载荷要求则把该受灾点加入到禁忌表。当蚂蚁完成一次完整的搜索过程后，对 m 条路径中的初始最优路径进行局部搜索，确定第 $iter$ 次迭代的最优路径。记录各条路径上的信息素变化 $\Delta\tau_{i,j}(iter)$ ，并更新每条边上的信息素浓度。当循环次数达到预先定义好的 $iter_max$ 时，整个程序终止。本文根据 FCVRP 实际特点以及模型性质，修正蚁群算法部分规则，其算法具体流程可描述为：

Step 1 开始第 $iter$ 次迭代。创建禁忌表，记录每条蚂蚁已经经过的受灾点。

Step 2 初始化。将 m 个蚂蚁放在起点仓库上，当蚂蚁回到仓库一次，相当于更换了一辆新的车辆。重复以下步骤，直到待配送点集合为空。

Step 3 路径选择。每只蚂蚁根据路径选择规律选择下一步要去的城市，在路径选择过程中蚂蚁依据概率函数：

$$p_{i,j}^k = \begin{cases} [\tau_{i,j}(iter)]^\alpha [\eta_{i,j}(iter)]^\beta / \sum_{j \in To_visit} [\tau_{i,j}(iter)]^\alpha [\eta_{i,j}(iter)]^\beta, & j \in To_visit \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

其中 $\tau_{i,j}(iter)$ 表示循环 t 中 (i,j) 路线上信息素强度， $\eta_{i,j}(iter)$ 表示城市间距离因子，本文中取值为 $People/\Delta\tau_{i,j}(iter)$ ， α 与 β 为权重系数。

Step 4 计算车辆 k 已遍历受灾点个数，如果已经超过最大经验遍历个数 $cmax$ ，跳转到步骤 Step 8，否则继续步骤 Step 5。

Step 5 计算车辆 k 已遍历受灾点个数，如果已达到最小经验遍历个数 $cmin$ ，则以概率 $1/(cmin - cmin + 1)$ 跳转到步骤 Step 8，否则继续步骤 Step 6。

Step 6 依照概率 $p_{i,j}^k$ 选择下一个待配送点，继续步骤 Step 7。

Step 7 检查车辆载荷, 如满足载荷要求, 将该点加入至禁忌表中, 返回步骤 Step 3, 否则继续步骤 Step 8。

Step 8 车辆回到仓库, 检查是否已安排所有车辆。由模型性质 1 可知, FCVRP 要求在车辆数量小于受灾点的情况下, 所有车辆都需执行配送任务。若仍有空闲车辆则跳转步骤 Step 3, 否则继续步骤 Step 9。

Step 9 选取 m 条线路中的初始最优路径, 对其执行基于变邻域搜索的局部搜索, 得出局部搜索后的第 $iter$ 次迭代的最优路径。局部搜索具体过程详见本文 3.4.3。继续步骤 Step 10。

Step 10 根据局部搜索后的最优路径更新信息素, 清零禁忌表。继续步骤 Step 11。

Step 11 检查迭代次数, 若 $iter = iter_max$ 则退出循环并输出结果, 否则返回步骤 Step 1。

然而, 基本蚁群算法在求解组合优化问题过程中容易出现过早收敛或停滞现象。针对这一问题, 本文提出了变邻域蚁群算法, 使用蚁群算法作为算法主体框架, 将变邻域搜索作为蚁群算法的局部搜索框架, 进行 FCVRP 模型求解。目前已有少量研究^[59, 60]将蚁群算法与变邻域搜索相结合应用于调度问题, 取得了良好的效果, 但是相应算法对应于车辆路径问题的应用研究较为匮乏。

3.4.2 基于变邻域搜索的局部搜索整体策略设计

变邻域搜索算法 (Variable Neighborhood Search, VNS) 由 N. Mladenović 和 P. Hansen 于 1997 年提出^[41], 是一种基于局部搜索的新的元启发式算法, 已成功应用于解决组合优化问题, 尤其是对于大规模组合优化问题效果良好。VNS 算法的基本思想是, 通过系统地拓展当前解的邻域结构, 结合不同邻域结构与相应的局部搜索算法求得局部最优解, 然后基于此局部最优解重复上述过程, 经过多次迭代后最终达到收敛的目的。VNS 因为其实现简单且已成功应用于解决大规模优化问题而得到国外研究者的广泛关注^[53, 61-65], 已成为国外研究热点, 在求解路径规划问题方面表现尤为突出^[62-64]。

VNS 算法的基本步骤如下:

Step1 初始化。选择邻域结构集 $N_k (k = 1 \cdots K)$ 和停止准则, 并给出初始解 s 。

Step2 重复如下步骤直到满足停止准则:

Step2.1 设置 $k = 1$;

Step2.2 直到 $k = K$, 重复如下步骤:

Step2.2.1 振动 (Shaking): 在 s 的第 k 个邻域结构中随机产生 $(s' \in N_k(s))$;

Step2.2.2 局部搜索 (Local search): 以 s' 为初始解, 应用局部搜索方法获得的局部最优解, 对应局部最优解为 s''

Step2.2.3 新解的接受策略 (Move or not)。如果局部最优解优于当前最优解, 即 $f(s'') < f(s)$, 设置 $s = s''$, $k = 1$, 继续在第一个邻域结构内搜索; 否则设置 $k = k + 1$ 。

由于新算法是由蚁群算法与变邻域搜索两者结合而成, 变邻域搜索中的振动 (Shaking) 步骤因而取消。在变邻域搜索中, 振动步骤的作用为通过产生随机解而减小算法陷入局部最优的可能性, 这与蚁群算法中的挥发系数起相同的作用。为了保证算法的收敛速度, 取消了变邻域搜索中的振动步骤, 使用蚁群算法的最优解直接作为变邻域搜索局部搜索步骤的初始解。

本文将所设计的局部搜索框架, 以变邻域搜索算法为基础, 开发多种邻域结构, 实现局部搜索。针对 FCVRP 问题, 构造了五种邻域结构: 反向邻域 $N_1(s)$ 、2-opt 邻域 $N_2(s)$ 、链间元素交换邻域 $N_3(s)$ 、链间元素转移邻域 $N_4(s)$ 以及链间线路转移邻域 $N_5(s)$ 。

在局部搜索策略设计过程中, 为了避免简单遍历所有邻域结构, 将充分结合模型性质对计算进行预处理, 并按照一定规律遍历部分邻域结构。

3.4.3 局部搜索邻域结构设计

(1) 反向邻域 $N_1(s)$, 如图 3-4 所示。

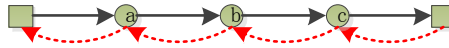


图 3-4 反向邻域 $N_1(s)$
Fig.3- 4 Neighborhood structure $N_1(s)$: reverse

对于 FCVRP 模型, 综合成本不仅取决于配送路径中边的选取, 还取决于受灾点的配送顺序, 性质 3.2 能够帮助判断是否可以通过反转配送路径来得到更优解, 进行数值计算的预处理。性质 3.2 已经证明, 第 k 辆车所负责路径的公平性等待时间之和 F_k 为

$$F_k = \sum_{i=1}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}} t_i$$

则第 k 条配送路径的反向路径 \bar{k} 的公平性等待时间之和应该表示为

$$F_{\bar{k}} = D_k - F_k$$

其中

$$D_k = \sum_{j=1}^{n_k+1} \sum_{i=1}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}} c_{j-1,j}$$

若 $F_{\bar{k}} \leq F_k$ ，则将该路径进行反向。

(2) 2-opt 邻域 $N_2(s)$ ，如图 3-5 所示。

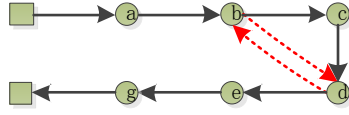


图 3-5 2-opt 邻域 $N_2(s)$

Fig.3-5 Neighborhood structure $N_2(s)$: 2-opt

对于 FCVRP 而言，公平性体现于受灾点的人口数量、实际等待时间与最小等待时间三者的数量关系。而对于同一条链上的不同元素，人口数量与最小等待时间为确定参数，对于人口数量较大、距仓库距离较短的受灾点，即 $w_i/c_{0,i}$ 愈大者，更宜于首先得到配送。对于是否进行链内元素交换，可以通过计算交换元素后路径的公平性等待时间变动总量 ΔF 来确定， ΔF 的计算方法如下：

$$\Delta F = \Delta F_k + \Delta FlipChain_{b,d} \quad (3-19)$$

其中

$$\Delta F_k = -c_{a,b} \sum_{i=b}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} - c_{d,e} \sum_{i=e}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{a,d} \sum_{i=d'}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{b,e} \sum_{i=b'}^g \frac{w_i}{c_{0,i}}$$

$$\Delta FlipChain_{b,d} = \sum_{i=1}^{d-b} \sum_{j=b}^{d-i} \frac{w_j}{c_{0,j}} c_{d-i,d-i+1} - \sum_{i=1}^{d-b} \sum_{j=b+i}^d \frac{w_j}{c_{0,j}} c_{b+i-1,b+i}$$

其中 b 与 b' 表示的是同一受灾点， d 与 d' 表示的是同一受灾点。但是由于交换位置之后， b 、 d 两点在路径所处位置的顺序发生了改变，为了不引起混淆，使用 b' 表示交换后 b 点所处的位置， d' 与 d 同理。下文中类似情况亦同理。

若 $\Delta F \leq 0$ 则可以将两点进行交换。

(3) 链间元素交换邻域 $N_3(s)$ ，如图 3-6 所示。

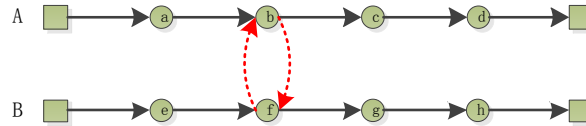


图 3-6 链间元素交换邻域 $N_3(s)$

Fig.3-6 Neighborhood structure $N_3(s)$: points exchange between chains

当链间元素交换后，配送路径发生改变，边 af 、 fc 、 eb 、 bg 将取代 ab 、 bc 、 ef 、

fg。由性质 3.2 分析推得，对应的边系数 $\sum_{i=j}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}}$ 也会随之发生变动。对于是否进行链间元素交换，可以通过计算交换元素后 A、B 两条路径的公平性等待时间变动总量 ΔF 来确定， ΔF 的计算方法如下：

$$\Delta F = \Delta F_A + \Delta F_B \quad (3-20)$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta F_A &= -c_{a,b} \sum_{i=b}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} - c_{b,c} \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{a,f} \sum_{i=f'}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{f,c} \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} \\ &= -c_{a,b} \sum_{i=b}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{a,f} \sum_{i=f'}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + (c_{f,c} - c_{b,c}) \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} \\ \Delta F_B &= -c_{e,f} \sum_{i=f}^h \frac{w_i}{c_{0,i}} - c_{f,g} \sum_{i=g}^h \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{e,b} \sum_{i=b'}^h \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{b,g} \sum_{i=g}^h \frac{w_i}{c_{0,i}} \\ &= -c_{e,f} \sum_{i=f}^h \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{e,b} \sum_{i=b'}^h \frac{w_i}{c_{0,i}} + (c_{b,g} - c_{f,g}) \sum_{i=g}^h \frac{w_i}{c_{0,i}} \end{aligned}$$

其中， ΔF_A 为 A 路径的公平性等待时间变动量， ΔF_B 为 B 路径的公平性等待时间变动量。 $-c_{m,n} \sum_{i=n}^l \frac{w_i}{c_{0,i}}$ 表示的是，当 mn 段线路取消后，应抵消由于链接 mn 段所产生的公平性等待时间。同理， $c_{m,n} \sum_{i=n}^l \frac{w_i}{c_{0,i}}$ 表示的是，当 mn 段线路添加后，应累计由于链接 mn 段所产生的公平性等待时间。一般认为，对于 A 链路径， ΔF_A 降低幅度较大的受灾点往往被确定为转出元素，B 路径同理。

若 $\Delta F \leq 0$ 则可以将两点进行交换。

(4) 链间元素转移邻域 $N_4(s)$ ，如图 3-7 所示。

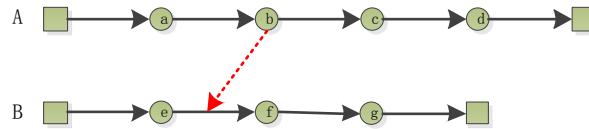


图 3-7 链间元素转移邻域 $N_4(s)$

Fig.3-7 Neighborhood structure $N_4(s)$: points transfer between chains

由性质 3.3 可知，平衡解往往优于非平衡解。因此，由受灾点较多的路径向受灾点较少的路径进行元素转移，更容易获得较优的配送方案。链 A 的元素 b 转移到 B 链之后，配送路径发生改变，对应的边系数 $\sum_{i=j}^{n_k} \frac{w_i}{c_{0,i}}$ 也会随之发生变动。对于是否进行转移元素以及被插入点的确定，可以通过计算转移后 A、B 两条路径的公平性等待时间变动总量 ΔF 进行确定， ΔF 的计算方法如下：

$$\Delta F = \Delta F_A + \Delta F_B$$

其中

$$\begin{aligned}
 \Delta F_A &= -c_{a,b} \sum_{i=b}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} - c_{b,c} \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{a,c} \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} - \frac{w_b}{c_{0,b}} \sum_{i=a}^b c_{i-1,i} \\
 &= -c_{a,b} \sum_{i=b}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + (c_{a,c} - c_{b,c}) \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} - \frac{w_b}{c_{0,b}} \sum_{i=a}^b c_{i-1,i} \\
 \Delta F_B &= -c_{e,f} \sum_{i=f}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{e,b} \sum_{i=b'}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{b,f} \sum_{i=f}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} + \frac{w_b}{c_{0,b}} \sum_{i=e}^{b'} c_{i-1,i} \\
 &= c_{e,b} \sum_{i=b'}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} + (c_{b,f} - c_{e,f}) \sum_{i=f}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} + \frac{w_b}{c_{0,b}} \sum_{i=e}^{b'} c_{i-1,i}
 \end{aligned}$$

其中, ΔF_A 为 A 路径的公平性等待时间变动量, ΔF_B 为 B 路径的公平性等待时间变动量, 其意义与 $N_3(s)$ 中的 ΔF_A 与 ΔF_B 一致。假设 n 为被转移点, 则 $\frac{w_n}{c_{0,n}} \sum_{i=m}^n c_{i-1,i}$ 表示的是, n 点的公平性等待时间变动量。一般认为, 对于 A 链路径, ΔF_A 降低幅度较大的受灾点往往被确定为转出元素。同理, B 路径中 ΔF_B 增长幅度较小的点应当作为插入点。

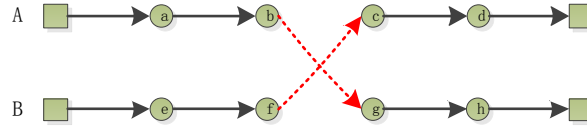
则 ΔF 最终可以表达为

$$\begin{aligned}
 \Delta F &= -c_{a,b} \sum_{i=b}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + (c_{a,c} - c_{b,c}) \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} - \frac{w_b}{c_{0,b}} \sum_{i=a}^b c_{i-1,i} + c_{e,b} \sum_{i=b'}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} \\
 &\quad + (c_{b,f} - c_{e,f}) \sum_{i=f}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} + \frac{w_b}{c_{0,b}} \sum_{i=e}^{b'} c_{i-1,i} \\
 &= -c_{a,b} \sum_{i=b}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + (c_{a,c} - c_{b,c}) \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{e,b} \sum_{i=b'}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} + (c_{b,f} - c_{e,f}) \sum_{i=f}^g \frac{w_i}{c_{0,i}} \\
 &\quad + \frac{w_b}{c_{0,b}} \left(\sum_{i=e}^{b'} c_{i-1,i} - \sum_{i=a}^b c_{i-1,i} \right)
 \end{aligned}$$

在 ΔF 式中, 除了对 A、B 两条配送路径的结构变动做出了反应, 对两条路径的公平性等待时间进行了调整, 同时, 对于点 b 的公平性等待时间也做出了相应的调整, 在 $\frac{w_b}{c_{0,b}} (\sum_{i=e}^{b'} c_{i-1,i} - \sum_{i=a}^b c_{i-1,i})$ 式中进行了反应。 $\frac{w_b}{c_{0,b}}$ 表示该点的公平性指标系数, $(\sum_{i=e}^{b'} c_{i-1,i} - \sum_{i=a}^b c_{i-1,i})$ 表示的是点 b 转移后, 其等待时间的差值。

若 $\Delta F \leq 0$ 则可以将该点进行转移。

(5) 链间线路转移邻域 $N_5(s)$, 如图 3-8 所示。

图 3-8 链间线路交换邻域 $N_5(s)$ Fig.3- 8 Neighborhood structure $N_5(s)$: routes exchange between chains

对于转移线路转移元素的确定，可以通过计算转移后 A、B 两条路径的公平性等待时间变动总量 ΔF 进行确定， ΔF 的计算方法如下：

$$\Delta F = \Delta F_A + \Delta F_B$$

其中

$$\begin{aligned} \Delta F_A &= -c_{b,c} \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{b,g} \sum_{i=g'}^{h'} \frac{w_i}{c_{0,i}} - \sum_{i=a}^b c_{a,i} \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + \sum_{i=a}^b c_{a,i} \sum_{i=g'}^{h'} \frac{w_i}{c_{0,i}} \\ &= -\left(\sum_{i=a}^b c_{a,i} + c_{b,c}\right) \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + \left(\sum_{i=a}^b c_{a,i} + c_{b,g}\right) \sum_{i=g'}^{h'} \frac{w_i}{c_{0,i}} \\ \Delta F_B &= -c_{f,g} \sum_{i=g}^h \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{f,c} \sum_{i=c'}^{d'} \frac{w_i}{c_{0,i}} - \sum_{i=e}^f c_{e,i} \sum_{i=g}^h \frac{w_i}{c_{0,i}} + \sum_{i=e}^f c_{e,i} \sum_{i=c'}^{d'} \frac{w_i}{c_{0,i}} \\ &= -\left(\sum_{i=e}^f c_{e,i} + c_{f,g}\right) \sum_{i=g}^h \frac{w_i}{c_{0,i}} + \left(\sum_{i=e}^f c_{e,i} + c_{f,c}\right) \sum_{i=c'}^{d'} \frac{w_i}{c_{0,i}} \end{aligned}$$

其中， ΔF_A 为 A 路径的公平性等待时间变动量， ΔF_B 为 B 路径的公平性等待时间变动量，其意义与 $N_3(s)$ 中的 ΔF_A 与 ΔF_B 一致。若 $\Delta F \leq 0$ 则可以将两条线路进行交换。

或者 ΔF_A 与 ΔF_B 又可以表示为如下形式：

$$\begin{aligned} \Delta F'_A &= -c_{b,c} \sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{b,g} \sum_{i=g'}^{h'} \frac{w_i}{c_{0,i}} - \sum_{i=a}^b c_{a,i} \left(\sum_{i=c}^d \frac{w_i}{c_{0,i}} - \sum_{i=g'}^{h'} \frac{w_i}{c_{0,i}} \right) \\ \Delta F'_B &= -c_{f,g} \sum_{i=g}^h \frac{w_i}{c_{0,i}} + c_{f,c} \sum_{i=c'}^{d'} \frac{w_i}{c_{0,i}} - \sum_{i=e}^f c_{e,i} \left(\sum_{i=g}^h \frac{w_i}{c_{0,i}} + \sum_{i=c'}^{d'} \frac{w_i}{c_{0,i}} \right) \end{aligned}$$

ΔF_A 与 ΔF_B 考虑的角度是，链间线路转移后，末端链（ $c-d$ ， $g-h$ ）所受的影响是多少。而 $\Delta F'_A$ 与 $\Delta F'_B$ 考虑的角度是，前端链（ $a-b$ ， $e-f$ ）以及新链接链（ bg ， fc ）所能产生的影响是多少。

综合蚁群算法和变邻域搜索算法，得到的变邻域蚁群算法的流程图如图3-9下。

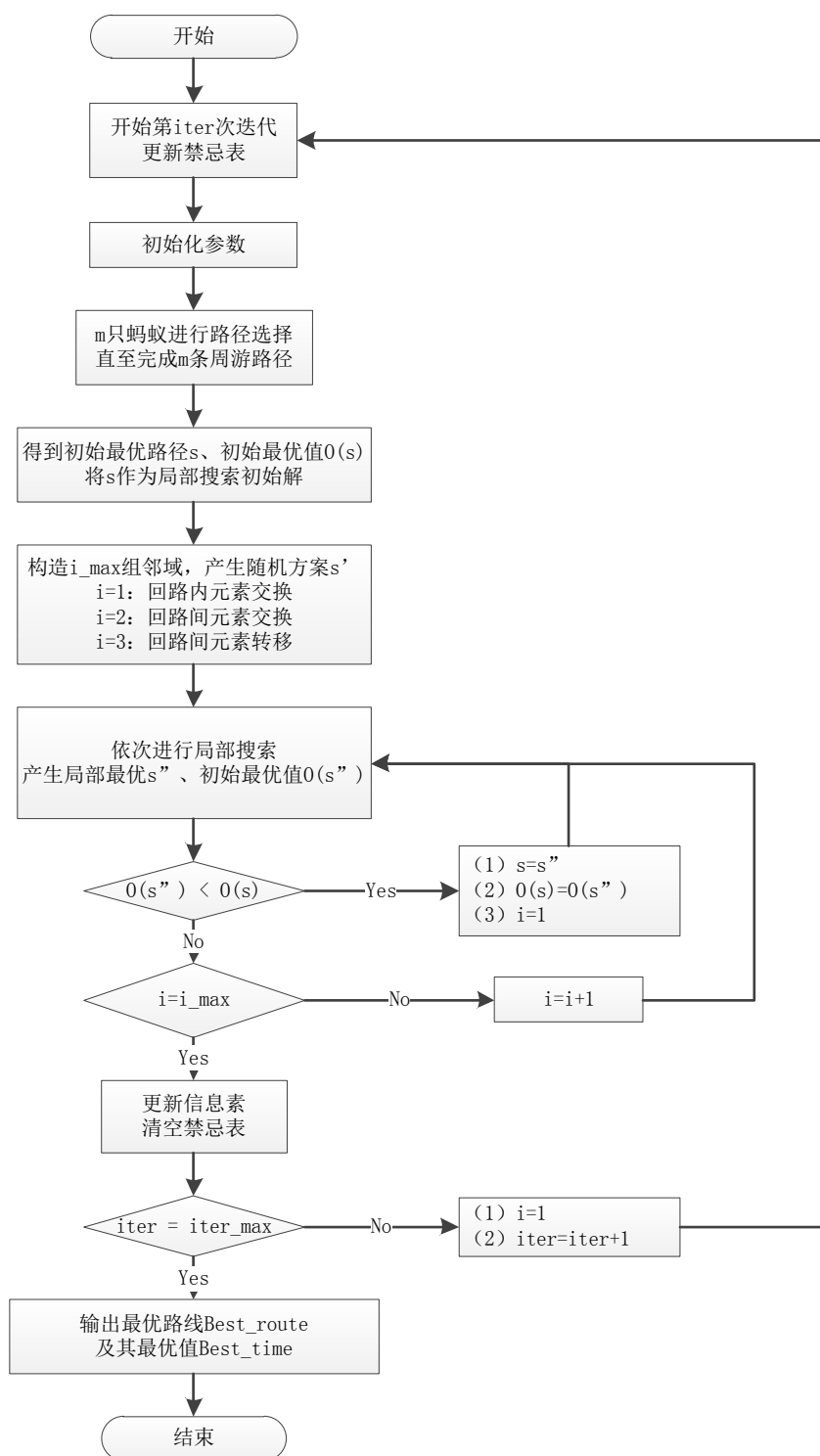


图 3-9 变邻域蚁群算法流程图

Fig.3- 9 flow chart of Variable Neighborhood Ant Colony Algorithm

3.4.4 变邻域蚁群算法与 CPLEX 的数值计算比较

1. 实验环境

本文实验的实验环境为 Pentium(R) Dual-Core T4500 (2.3GHz CPU), 2GB RAM, Windows 7(64bit)操作系统。本文给出的变邻域蚁群算法是通过 Matlab 编程实现的, CPLEX 版本为 12.4 学术版。

2. 算例数据

在算例中, 待配送的受灾点由容量为 220 的车辆完成配送, 车辆完成服务后需要返回配送中心。要求合理安排车辆的行驶路线, 使总的各点公平性等待时间总和最小。

使用 Matlab 语言编程上述变邻域蚁群算法, 设置各参数进行求解, 其中: 重要度系数 $\alpha=1$; 能见度系数 $\beta=1$; 挥发度系数 $\rho=0.15$; 信息更新参数 $W=15$; 蚂蚁数目 $A=60$ 。

实验结果由表 3- 1 所示。其中 CPLEX 在求解 10 个受灾点、4 辆救援车规模的问题时, 当程序运行到 28669.18 秒后系统出现内存不足、强制停止的情况, 此时的最优解为 568.11。由此可见, CPLEX 对于所求解的 FCVRP 问题的规模大小要求非常高, 对于较大规模的问题难以有效求解。由于计算机配置有限, 对于更大规模的问题, 本文没有给出相关实验结果对比。

表 3- 1 CPLEX 与变邻域蚁群算法实验结果对比
Table3- 1 Result comparison between CPLEX and VNACA

问题规模		CPLEX		变邻域蚁群算法		
N	K	解	用时(s)	解	用时(s)	Gap (%)
5	3	391.08	1.89	391.08	2.35	0
6	3	395.53	4.92	395.53	2.39	0
7	3	467.86	12.99	467.86	2.68	0
8	3	497.30	78.23	497.30	2.97	0
9	3	377.22	492.23	377.22	3.40	0
7	4	448.82	31.93	448.82	3.70	0
8	4	480.29	503.38	480.29	4.13	0
9	4	343.57	542.17	343.57	4.54	0
10	4	568.11*	28669.18	568.11	4.80	0

*注: 由于系统内存不足, 运行 28669.18 秒后 CPLEX 程序强制停止

对于变邻域蚁群算法, 从数值结果上看, 经过 5 次迭代计算之后得到的车辆配送方案与 CPLEX 计算结果完全一致, 从而验证了算法的有效性; 从计算时间上看, 变邻域蚁群算法的计算时间较 CPLEX 大大缩短, 并且问题规模越大较 CPLEX 的计

算用时优势就越明显，体现了较高的效率。对于更大规模的问题，由于 CPLEX 求解时间过长而未给出 CPLEX 与变邻域蚁群算法的计算结果比较。

综上所述，从实验结果看，变邻域蚁群算法具有可靠的算法有效性，并且运算效率较高、优势明显。对于较小规模的问题，变邻域蚁群算法可以在满足较高计算效果的前提下大大缩短计算时间，较 CPLEX 优势十分明显。

3.4.5 变邻域蚁群算法与其他启发式算法的数值计算比较

启发式算法的数值计算比较选取的是蚁群算法，结合 2-opt 的改进蚁群算法（改进蚁群算法），以及变邻域蚁群算法。

表 3- 2 启发式算法实验结果对比
Table3- 2 Result comparison among heuristic algorithm

问题规模				蚁群算法		改进蚁群算法		变邻域蚁群算法	
N	K	Q	A	解	用时(s)	解	用时(s)	解	用时(s)
15	2	800	60	1.99 e+03	22.01	1.03 e+03	17.02	1.05 e+03	5.32
15	3	400	60	926.07	21.18	1.05 e+03	17.59	877.76	5.19
15	5	220	60	854.33	23.26	785.24	19.09	612.62	6.37
20	2	800	60	2.12 e+03	26.54	1.84 e+03	21.94	1.95 e+03	7.68
20	4	400	60	1.32 e+03	35.29	1.10 e+03	24.09	1.05 e+03	8.66
20	7	220	60	967.92	37.63	1.03 e+03	25.42	960.4	8.69
25	3	800	60	1.94 e+03	37.69	1.50 e+03	30.41	1.83 e+03	11.73
25	5	400	60	1.62 e+03	39.28	1.47 e+03	33.42	1.44 e+03	11.04
25	8	220	60	1.53 e+03	42.18	1.32 e+03	32.18	1.04 e+03	12.23
35	4	800	60	2.88 e+03	58.82	3.23 e+03	43.22	2.77 e+03	21.86
35	7	400	60	2.62 e+03	65.01	2.12 e+03	45.65	1.85 e+03	22.34
35	12	220	60	2.22 e+03	58.2	2.27 e+03	48.45	1.86 e+03	20.6
50	5	800	60	8.74 e+03	79.23	5.56 e+03	64.41	3.04 e+03	49.76
50	10	400	60	3.46 e+03	84.43	3.07 e+03	65.78	2.73 e+03	44.25
50	18	220	60	2.81 e+03	91.27	2.59 e+03	71.47	2.50 e+03	39.69
100	10	800	60	1.05 e+04	180.41	7.92 e+03	331.96	5.52 e+03	221.58
100	20	400	60	8.74 e+03	195.25	6.71 e+03	302.45	5.20 e+03	178.28
100	35	220	60	7.37 e+03	185.15	5.09 e+03	356.83	4.48 e+03	170.94

使用 Matlab 语言编程上述三种算法，设置各参数进行求解。具体参数设置为：重要度系数 $\alpha=1$ ；能见度系数 $\beta=1$ ；挥发度系数 $\rho=0.15$ ；信息更新参数 $W=15$ ；蚂蚁数量根据问题规模大小确定。由 Matlab 随机生成 18 组规模不同的算例，比较上述三种算法计算效率，如表 3- 2 所示。其中，N 表示路网节点数量，K 表示车辆数量，Q 表示车辆最大载荷，A 表示蚂蚁数量，蚁群算法最大迭代次数为 50 次，改进

蚁群算法为 40 次，变邻域蚁群算法为 10 次。由结果可知，变邻域蚁群算法对于求解本文所提出的 FCVRP 优势明显，对于求解大规模问题的优势尤为突出。

3.5 非线性公平性指标的应急物资公平配送路径优化

本节内容将对前述模型的公平性指标进行扩展，并通过对新模型进行性质分析，以及改进相关变邻域蚁群算法，进行数值计算试验分析。

3.5.1 公平性指标说明

前文根据 Peer-induced Fairness 概念，引入了公平性指标，建立了 FCVRP 模型，最终的公平性等待时间由三部分构成。首先是每个点的人口数量（ w_i ）衡量该受灾点的人口权重，其次是受灾点与配送中心之间的交通距离（旅行时间， $c_{0,i}$ ），最后是受灾点的等待时间。

根据 Peer-induced Fairness 阐释，一个合理的思路是，离配送中心越近的受灾点越应该首先得到配送，对于距离配送中心距离相等但等待时间相差悬殊的受灾点，很容易产生不公平感。FCVRP 模型目标引入非线性的公平性指标。目标函数 f 要求尽量缩短考虑公平性的等待时间。Peer-induced Fairness 强调每个人的公平感不仅仅取决于获得的绝对值，还取决于所获得的相对份额，即与自己有类似环境的人们进行比较。

本节中，对于受灾点与配送中心之间的交通距离这一指标进行了扩展，最终得到一个非线性目标函数。本局使用相对配送延迟 $t_i/c_{0,i}$ 取代指标 $1/c_{0,i}$ ， $t_i/c_{0,i}$ 衡量着两个点的相似程度，是衡量相对配送延迟的一个无量纲的公平性指标，表示的是该受灾点的实际等待时间与该点可能达到的最小等待时间的比值，比值越大表示相对配送延迟越严重。受灾点的人口数量与相对配送延迟作为该点实际等待时间（ t_i ）的权值，表达式 $w_i(t_i)^2/c_{0,i}$ 即为第 i 点的综合成本，表示该点的公平性等待时间。

标记法如 3.2 中所示，记扩展后的模型为 FCVRP-1。

模型 3-2 (FCVRP-1):

$$\min f = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V'} w_i(t_i)^2/c_{0,i} \quad (3-21)$$

Subject to

$$\sum_{i \in V} x_{i,j}^k = \sum_{i \in V} x_{j,i}^k, \forall j \in V', \forall k \in K \quad (3-22)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{i,j}^k = 1, \forall i \in V' \quad (3-23)$$

$$\sum_{i \in V'} \sum_{j \in V} d_i x_{i,j}^k \leq Q, \forall k \in K \quad (3-24)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0,j}^k = 1, \forall k \in K \quad (3-25)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,n+1}^k = 1, \forall k \in K \quad (3-26)$$

$$t_i + c_{i,j} x_{i,j}^k - t_j \leq (1 - x_{i,j}^k) M, \forall i \in V', \forall j \in V, \forall k \in K \quad (3-27)$$

$$level_i + x_{i,j}^k - n(1 - x_{i,j}^k) + (n - 1)x_{j,i}^k \leq level_j, \forall i \in V, \forall j \in V', \forall k \in K \quad (3-28)$$

$$x_{i,i}^k = 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (3-29)$$

$$x_{0,n+1}^k = 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (3-30)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,0}^k = 0, \forall k \in K \quad (3-31)$$

$$\sum_{j \in V} x_{n+1,j}^k = 0, \forall k \in K \quad (3-32)$$

$$t_i \geq 0, \forall i \in V \quad (3-33)$$

$$x_{i,j}^k \in \{0,1\}, \forall i \in V, \forall j \in V, i \neq j, \forall k \in K \quad (3-34)$$

3.5.2 数学模型与性质

推论 3.3: FCVRP-1 模型的最优解使用的车辆数量为 $\min(K, n)$ 。

因为 FCVRP-1 模型最终还是需要最优化受灾点等待时间，所以直配模式仍然优于 milk-run 配送模式。

同时，CCVRP 也是 FCVRP-1 模型的特殊情况。

推论 3.4: 对于 FCVRP-1 模型，当 $n \leq |K|$ ，则车辆数量多于受灾点数量，目标函数存在如下下界。此时，由性质 1 可推得，最优解使得每一个受灾点都有与仓库直通的配送线路，目标函数存在如下下界： $LB_1 = \sum_{i \in V'} w_i(t_i)^2 / c_{0,i}$ 。

性质 3.4: 当 $|K| \leq n$ ，车辆数量小于受灾点数量，目标函数存在下界。

证明：定义 F_k 为第 k 辆车对应的第 k 条路径的综合成本之和，则

$$F_k = \sum_{j=1}^{n_k} w_j(t_j)^2 / c_{0,j} \quad (3-35)$$

定义 l_m 为第 m 个点在该条路径上的等待总时长，即 $l_m = c_{0,1} + c_{1,2} + \dots + c_{m-1,m}$ ，式 3-35 经变换后即为

$$F_k = \sum_{j=1}^{n_k} \sum_{m=j}^{n_k} (w_m l_m / c_{0,m}) c_{j-1,j} \quad (3-36)$$

定义 $\sum_{m=j}^{n_k} (w_m l_m / c_{0,m})$ 为第 j 个受灾点的边系数，代表第 j 个受灾点及之后受灾点的公平性指标系数之和。借助式 3-36，每一条路径的综合成本之和都可以表达成加和的形式。

当 $|K| \leq n$ ，车辆数量小于受灾点数量，此时，模型存在 $|K|$ 条直通仓库的最短边，另外 $n - |K|$ 个受灾点需要通过其他受灾点与仓库相连。定义 c'_e 为直通成本 $c_{0,j}$ 最小的

第 e 条边, c_e'' 为受灾点间相通的成本最小的第 e 条边, 可推得目标函数存在如下下界:

$$LB_2 = \sum_{e=1}^{|K|} \left(\left\lceil \frac{(n - (n \bmod |K|) - e + |K|)}{|K|} \right\rceil \right) c_e' + \sum_{e=1}^{n-|K|} \left(\left\lceil \frac{(n - (n \bmod |K|) - e)}{|K|} \right\rceil \right) c_e'' \quad (3-37)$$

证毕。

由于本模型为非线性模型, 数学模型性质挖掘较为困难。FCVRP-1 模型所使用的局部搜索策略仍然依靠变邻域蚁群算法框架, 由于邻域结构设计方面难以寻求较为高效的特制邻域结构, 因此缺少预计算处理。

3.5.3 模型求解与算例分析

(1) 变邻域蚁群算法与 CPLEX 的数值计算比较

实验结果如表 3-5 所示。其中受灾点为 9、车辆数量为 3 规模的算例中, 配送中心与受灾点间的距离单位由表 3-3 给出, 各受灾点的人数与需求量由表 3-4 给出。

CPLEX 在求解 9 个受灾点、3 辆救援车规模的问题时, 程序运行时间超过一个小时。由此可见, CPLEX 对于所求解的 FCVRP-1 问题的规模大小要求非常高, 对于较大规模的问题难以有效求解。由于计算机配置有限, 对于更大规模的问题, 本文没有给出相关实验结果对比。

对于变邻域蚁群算法, 从数值结果上看, 经过 5 次迭代计算之后得到的车辆配送方案与 CPLEX 计算结果非常接近, 从而验证了算法的有效性; 从计算时间上看, 变邻域蚁群算法的计算时间较 CPLEX 大大缩短, 并且问题规模越大较 CPLEX 的计算用时优势就越明显, 体现了较高的效率。对于更大规模的问题, 由于本节所提出的车辆路径问题为 NP-hard 问题, 并且模型目标为非线性, 当问题规模逐渐增大时 CPLEX 求解耗时呈几何增长。对于更大规模的问题, 由于 CPLEX 求解时间过长而未给出 CPLEX 与改进算法的计算结果比较。由于 CPLEX 求解时间过长而未给出 CPLEX 与变邻域蚁群算法的计算结果比较。

综上所述, 从实验结果看, 变邻域蚁群算法具有可靠的算法有效性, 并且运算效率较高、优势明显。对于较小规模的问题, 变邻域蚁群算法可以在满足较高计算效果的前提下大大缩短计算时间, 较 CPLEX 优势十分明显。

表 3-3 CPLEX 比较算例中各点距离

Table3- 3 Distance among points in the sample of CPLEX comparison

i j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	61	62	40	10	33	28	18	28	42
2	61	0	15	31	51	65	46	79	77	10
3	62	15	0	25	53	59	54	81	83	10
4	40	31	25	0	33	34	42	58	65	83
5	10	51	53	33	0	35	21	28	32	50
6	33	65	59	34	35	0	55	41	60	67
7	28	46	54	42	21	55	0	42	32	56
8	18	79	81	58	28	41	42	0	24	26
9	28	77	83	65	32	60	32	24	0	25
10	42	10	10	83	50	67	56	26	25	0

表 3-4 CPLEX 比较算例中各点人口数量与需求量

Table3- 4 People and Demand in the sample of CPLEX comparison

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数	0	33	11	62	78	43	10	27	16	29
需求	0	33	10	71	78	50	10	31	14	31

表 3-5 FCVRP-1 模型中 CPLEX 与变邻域蚁群算法实验结果对比

Table3- 5 Result comparison between CPLEX and VNACA in FCVRP-1

问题规模		CPLEX		变邻域蚁群算法		
N	K	解	用时(s)	解	用时(s)	Gap (%)
5	2	2.78 e+04	1.26	2.78 e+04	1.67	0
6	2	3.32 e+04	2.57	3.32 e+04	1.86	0
7	2	3.57 e+04	10.36	3.57 e+04	1.98	0
5	3	2.12 e+04	1.59	2.12 e+04	2.32	0
6	3	1.75 e+04	4.95	1.75 e+04	2.24	0
7	3	2.30 e+04	35.58	2.30 e+04	2.57	0
8	3	3.51 e+04	368.10	3.51 e+04	2.85	0
9	3	4.26 e+04	3648.58	4.30 e+04	3.35	0.94

(2) 启发式算法的数值计算比较

启发式算法的数值计算比较选取的是蚁群算法，结合 2-opt 的改进蚁群算法（改进蚁群算法），以及变邻域蚁群算法。

使用 Matlab 语言编程上述三种算法，设置各参数进行求解。具体参数设置为：重要度系数 Alpha=1；能见度系数 Beta=1；挥发度系数 Rho=0.15；信息更新参数 W=15；

蚂蚁数量根据问题规模大小确定。由 Matlab 随机生成 18 组规模不同的算例，比较上述三种算法计算效率，如表 3- 6 所示。其中，N 表示路网节点数量，K 表示车辆数量，Q 表示车辆最大载荷，A 表示蚂蚁数量，蚁群算法最大迭代次数为 50 次，改进蚁群算法为 40 次，变邻域蚁群算法为 10 次。由结果可知，变邻域蚁群算法对于求解本文所提出的 FCVRP-1 优势明显，对于求解大规模问题的优势尤为突出。

表 3- 6 FCVRP-1 模型中启发式算法实验结果对比
Table3- 6 Result comparison among heuristic algorithm for FCVRP-1

问题规模				蚁群算法		改进蚁群算法		变邻域蚁群算法	
N	K	Q	A	解	用时(s)	解	用时(s)	解	用时(s)
15	2	800	60	1.43 e+05	29.06	8.43 e+04	25.42	8.28 e+04	6.54
15	3	400	60	5.10 e+04	28.53	4.03 e+04	26.12	2.83 e+04	7.16
15	5	220	60	3.21 e+04	29.47	2.96 e+04	25.12	2.59 e+04	6.5
20	2	800	60	4.78 e+05	35.19	1.78 e+05	28.51	1.99 e+05	8.15
20	4	400	60	1.30 e+05	42.02	8.36 e+04	28.15	7.50 e+04	9.19
20	7	220	60	7.45 e+04	42.42	5.76 e+04	30.76	4.29 e+04	10.65
25	3	800	60	2.21 e+05	50.76	1.83 e+05	37.94	1.31 e+05	13.38
25	5	400	60	1.24 e+05	52.43	1.03 e+05	38.54	7.64 e+04	13.99
25	8	220	60	6.94 e+04	51.5	6.26 e+04	40.91	5.99 e+04	13.1
35	4	800	60	4.25 e+05	78.53	2.61 e+05	47.37	1.46 e+05	27.34
35	7	400	60	2.11 e+05	83.43	2.27 e+05	51.39	1.16 e+05	27.55
35	12	220	60	1.54 e+05	80.07	1.07 e+05	54.65	8.08 e+04	25.4
50	5	800	150	8.39 e+05	248.96	5.26 e+05	170.23	3.08 e+05	64.6
50	10	400	150	5.26 e+05	252.69	3.63 e+05	208.83	1.20 e+05	69.77
50	18	220	150	2.75 e+05	257.24	1.73 e+05	198.55	1.01 e+05	67.53
100	10	800	150	6.83 e+06	452.88	1.92 e+06	366.27	3.38 e+05	244.48
100	20	400	150	6.08 e+06	470.12	7.71 e+05	375.44	2.25 e+05	238.66
100	35	220	150	5.24 e+05	580.87	4.09 e+05	446.2	2.09 e+05	213.75

3.6 本章小结

本章为本文的主体部分，研究在应急物资充足的情况下，使用基于变邻域蚁群算法的应急物资公平配送路径优化问题。

本章首先对问题进行了描述，然后建立数学模型，并对所建立的数学模型进行分析，得到模型的一些性质与推论。

之后，本章结合蚁群算法与模型性质，搭建了蚁群算法的算法框架。本章根据模型性质开发了适合于应急物资公平配送路径优化问题的五个邻域结构，并使用变

邻域算法构成局部搜索框架。

然后，论文结合算例，将变邻域蚁群算法与 CPLEX、蚁群算法、结合 2-opt 的改进蚁群算法进行比较，实验表明，新算法无论从实验结果还是收敛速度皆显著优于另外两种算法。

最后，本章扩展了公平性概念，建立相应模型，并做了性质分析与数据分析。

第四章 物资紧缺情况下的应急物资公平配送路径优化

上一章中，由于应急救援物资储备充裕，且对于救援物资重要性不做区分，不存在救援物资紧缺导致无法全部满足受灾点需求的情况，因此公平性仅仅是从配送的及时性角度出发的。本章中，将模型假设放宽，认为应急物资储备有紧缺情况，无法完全满足各个受灾点的物资需求；同时，对应急物资进行了分类，对于不同救援物资进行了重要性评定，受灾点对于不同救援物资的偏好不同。

4.1 基于基尼系数公平性指标

为了测量物资紧缺情况下的公平程度，还需要选择另外的公平测度指标。

基尼系数（Gini Coefficient）是常用的公平性指标之一，为意大利经济学家基尼于 1922 年提出的，用于收入分配差异程度的定量化测定。基尼系数其值在 0 和 1 之间，越接近 0 就表明收入分配越是趋向平等；反之，则收入分配越不平等。按照国际一般标准，基尼系数达到 0.4 以上时表示收入差距较大，当基尼系数达到 0.6 时，则意味着收入水平相差悬殊。

由于基尼系数符合标度不变性和转移原则^[30]，同时较为容易解释，并且本章的物资分配不涉及组间与组内的公平性问题，公平测度指标不需要具有可分解性，因此基尼系数可以用于公平测度指标。^[66]

基尼系数的选取也不尽相同，往往具体问题具体分析。由于在本文所研究的问题当中，各个受灾点的应急物资需求量差异较大，因此直接使用各点应急物资分配量来计算基尼系数不太合理，而以应急物资满足率来计算基尼系数更为合理。

现使用如下标号定义

H	应急物资集合
h	应急物资种类代号， $h \in H$
a_h	应急物资 h 的储备量
w_h	应急物资 h 的重要性系数，表示该物资的需求等级
D_{jh}	受灾点 j 对应急物资 h 的需求量
S_{jh}	受灾点 j 对应急物资 h 的实际配送量
R_{jh}	受灾点 j 对应急物资 h 的满足率

其中 $R_{jh} = S_{jh}/D_{jh}$ ，则对于应急物资 h ，基于基尼系数的分配公平程度 E_h 可以表示为：

$$E_h = \frac{1}{2n^2 \bar{R}_h} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |R_{jh} - R_{ih}|$$

其中, \bar{R}_h 表示各个受灾点对应急物资 h 满足率的平均水平。设各受灾点对不同应急物资的偏好为 w_h , 且 $\sum_{h \in H} w_h = 1$, 则可以得到对于各类应急物资, 总的分配公平程度 E 可以表示为

$$E = \sum_{h \in H} w_h E_h = \frac{1}{2n^2} \sum_{h \in H} \left\{ \frac{w_h}{\bar{R}_h} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |R_{jh} - R_{ih}| \right\}$$

4.2 数学模型

基于 FCVRP 模型, 物资紧缺情况下的应急物资公平配送路径优化的多目标规划如下所示。

模型 4-1:

$$\min f_1 = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V'} \frac{w_i}{c_{0,i}} t_i \quad (4-1)$$

$$\min f_2 = \frac{1}{2n^2} \sum_{h \in H} \left\{ \frac{w_h}{\bar{R}_h} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |R_{jh} - R_{ih}| \right\} \quad (4-2)$$

Subject to

$$\sum_{i \in V} x_{i,j}^k = \sum_{i \in V} x_{j,i}^k, \forall j \in V', \forall k \in K \quad (4-3)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{i,j}^k = 1, \forall i \in V' \quad (4-4)$$

$$\sum_{h \in H} \sum_{i \in V'} \sum_{j \in V} D_{ih} x_{i,j}^k \leq Q, \forall k \in K \quad (4-5)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0,j}^k = 1, \forall k \in K \quad (4-6)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,n+1}^k = 1, \forall k \in K \quad (4-7)$$

$$t_i + c_{i,j} x_{i,j}^k - t_j \leq (1 - x_{i,j}^k) M, \forall i \in V', \forall j \in V, \forall k \in K \quad (4-8)$$

$$level_i + x_{i,j}^k - n(1 - x_{i,j}^k) + (n - 1)x_{j,i}^k \leq level_j, \forall i \in V, \forall j \in V', \forall k \in K \quad (4-9)$$

$$x_{i,i}^k = 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (4-10)$$

$$x_{0,n+1}^k = 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (4-11)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,0}^k = 0, \forall k \in K \quad (4-12)$$

$$\sum_{j \in V} x_{n+1,j}^k = 0, \forall k \in K \quad (4-13)$$

$$\sum_{j \in J} S_{jh} = a_h, \forall h \in H \quad (4-14)$$

$$S_{jh} \leq D_{jh}, \forall h \in H, \forall j \in V' \quad (4-15)$$

$$R_{jh} = S_{jh} / D_{jh}, \forall h \in H, \forall j \in V' \quad (4-16)$$

$$R_{jh} \geq r_{jh}, \forall h \in H, \forall j \in V' \quad (4-17)$$

$$S_{jh} \geq 0, \forall h \in H, \forall j \in V' \quad (4-18)$$

$$t_i \geq 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (4-19)$$

$$x_{i,j}^k = \{0,1\}, \forall i \in V, \forall j \in V, i \neq j, \forall k \in K \quad (4-20)$$

式 4-2 为新增加的物资紧缺情况下的公平性目标函数,表示我们试图分析应急物资分配在总量不足的情况下,应急物资分配方案调整对效率和公平影响。式 4-14 表示应急物资 h 的总分配量等于其在配送中心的储备量。式 4-15 表示给受灾点 j 的物资 h 的实际分配数量不超过其原有需求量。式 4-16 规定满足率定义。式 4-17 为 j 点对于救援物资 h 的满足率不应低于某一下限 r_{jh} ,式 4-18 为非负约束。

其他公式中,与 FCVRP 中对应定义相同。目标函数 4-1 是所有受灾点公平性等待时间的总和。约束 4-3 要求车辆不能够在受灾点滞留,约束 4-4 要求每一个受灾点有且仅有 1 辆车进行配送。约束 4-5 为车辆容量限制。约束 4-6 要求配送车辆的起点必是仓库。约束 4-7 要求配送车辆的终点必是仓库。约束 4-8 要求等待时间长的点不能比等待时间短的点之后晚配送。约束 4-9 要求车辆 k 必须按照一定顺序完成配送,且配送路径禁止出现子回路循环(subtour)。约束 4-10 要求各点到自身不存在配送关系。约束 4-11 要求起点不可直接到达终点。约束 4-12 要求车辆不可由受灾点回到起点。约束 4-13 要求车辆不可由终点回到起点或受灾点。约束 4-19 是非负约束。约束 4-20 规定决策变量 $x_{i,j}^k$ 为 0-1 变量。

最终,我们得到了一个双目标规划模型,从两个角度考量公平性:不仅考量受灾点的等待时间,而且兼顾该受灾点的配送满足率。

多目标规划问题是数学规划的一个分支,用于研究多于一个的目标函数在给定区域上被同等地最优化(极小化或极大化)的问题(称为多目标最优化或向量规划)。多目标极小化问题通常记为(VMP)。

一般地,多目标决策问题可描述为

$$\begin{aligned} \min f(x) &= (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)) \\ \text{s.t. } &\begin{cases} g_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, p \\ h_j(x) = 0, j = 1, 2, \dots, q \end{cases} \end{aligned}$$

其中 x 为 n 维决策向量。记可行域为

$$X = \{x \in \mathbb{R}^n \mid g_i(x) \leq 0, i = 1, 2, \dots, p, h_j(x) = 0, j = 1, 2, \dots, q\}$$

与传统的单目标数学规划问题不同,在多目标规划问题中,通常不存在能使得所有目标函数同时得到最优化的最优解。这也就是说,如果可行解 x 是某一个或者某些目标函数的最优解,但 x 通常不会是其余目标函数的最优解。因此,绝对最优解在多目标规划问题中是不存在的。此时,我们需要考虑的是另外一种解的概念——有效解。如果称某可行解 x 是有效解,则是指不存在另外的可行解 x' ,使得 x' 的各目标

值 $f_k(x')$ 都不劣于可行解的 x 各目标函数值 $f_k(x)$ ($k = 1, 2, \dots, m$)，且至少有某一 k_0 ，使得 $f_{k_0}(x')$ 的值要优于 $f_{k_0}(x)$ 。

化多为少，是解决多目标规划的基本思路。即把多目标规划问题转化为单目标数学规划问题（线性规划或非线性规划）进行求解，即所谓标量化的方法，这是基本的算法之一。常采用的方法包括如下三种方法：线性加权和法、理想点法以及约束法。

线性加权和法。对于多目标规划问题(VMP)，线性加权和法是求解多目标规划的最基本的方法之一。它的基本思想是，根据问题特点以及决策者的意图，把多个目标函数转化为单一的数值目标函数，以统一的口径计算、计量，然后对评价函数进行最优化。线性加权和法可以表示为：

$$\min f(x) = w_1 * f_1(x) + w_2 * f_2(x), \dots, w_m * f_m(x)$$

其中 $\sum_{i=1}^m w_i = 1$ 。

理想点法。假设在多目标规划模型中有 m 个目标，分别是 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)$ 。对于每个目标函数，分别有其最优值， $f_i^* = \max f_i(x), (i = 1, 2, \dots, m)$ 。如果所有目标函数的最优解 $x_i, (i = 1, 2, \dots, m)$ 都相同，则设最优解为 X^* ，那么只要在 $x = x^*$ 一点，所有的目标函数都同时达到各自的最优值。但是一般来说，这种情况是不太可能发生的。因此，对于目标向量 $f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)]^T$ 来说， $f^* = [f_1^*, f_2^*, \dots, f_m^*]^T$ 仅仅是一个理想点，我们要做的就是找到一个点 \bar{x} ，使得 $f(\bar{x})$ 与 $f(x^*)$ 的偏差最小，此时目标函数的取值就离理想点越近，解就越优。因此，理想点法的目标函数可以表示为：

$$\min \|f(\bar{x}) - f(x^*)\|$$

约束法。约束法，又称为参考目标法。约束法的基本思想是：根据决策者的偏好或实际情况，选择一个目标作为主要目标，其余目标函数通过设定约束参数，将其放到约束条件中，从而将多目标规划问题转化为单目标规划问题。约束法的优点是通过适当地选择约束参数，问题的每一个有效解都可以求出来。本文使用约束法求解这一多目标规划问题。

4.3 算法设计

4.3.1 约束法转换多目标规划

约束法转换多目标规划步骤具体如下：

（一）将目标函数放到约束条件中，并且确定约束参数的有效范围。

为了有效地选择约束参数，首先求解以一个目标函数为单一目标时目标函数的最优值，作为约束参数的范围。

在本文中，假定全局的等待时间是更为重要的，因此将 $\min f_1 = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V'} \frac{w_i}{c_{0,i}} t_i^k$ 最为最终单一目标，体现了其具有更高的优先级。而对于另一个目标函数来说，将另一目标函数 $\min f_2 = \frac{1}{2n^2} \sum_{h \in H} \left\{ \frac{w_h}{R_h} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |R_{jh} - R_{ih}| \right\}$ 移入约束。实际操作中，首先以 $\min f_2 = \frac{1}{2n^2} \sum_{h \in H} \left\{ \frac{w_h}{R_h} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |R_{jh} - R_{ih}| \right\}$ 为目标对模型进行求解，假定该目标最优值为 ε_2 ，并允许 α 的退化（如 10%，因决策者偏好而定），则该目标在约束中的实际有效范围为 $[\varepsilon_2, (1 + \alpha)\varepsilon_2]$ 。

（二）使用约束法将模型转化为单目标模型。

最终的单目标模型如下，记扩展后的模型为 FCVRP-2。

模型 4-2 (FCVRP-2):

$$\min f_1 = \sum_{k \in K} \sum_{i \in V'} \frac{w_i}{c_{0,i}} t_i \quad (4-21)$$

Subject to

$$\frac{1}{2n^2} \sum_{h \in H} \left\{ \frac{w_h}{R_h} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n |R_{jh} - R_{ih}| \right\} \leq (1 + \alpha)\varepsilon_2 \quad (4-22)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,j}^k = \sum_{i \in V} x_{j,i}^k, \forall j \in V', \forall k \in K \quad (4-23)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{i,j}^k = 1, \forall i \in V' \quad (4-24)$$

$$\sum_{h \in H} \sum_{i \in V'} \sum_{j \in V} D_{ih} x_{i,j}^k \leq Q, \forall k \in K \quad (4-25)$$

$$\sum_{j \in V} x_{0,j}^k = 1, \forall k \in K \quad (4-26)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,n+1}^k = 1, \forall k \in K \quad (4-27)$$

$$t_i + c_{i,j} x_{i,j}^k - t_j \leq (1 - x_{i,j}^k)M, \forall i \in V', \forall j \in V, \forall k \in K \quad (4-28)$$

$$level_i + x_{i,j}^k - n(1 - x_{i,j}^k) + (n - 1)x_{j,i}^k \leq level_j, \forall i \in V, \forall j \in V', \forall k \in K \quad (4-29)$$

$$x_{i,i}^k = 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (4-30)$$

$$x_{0,n+1}^k = 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (4-31)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,0}^k = 0, \forall k \in K \quad (4-32)$$

$$\sum_{j \in V} x_{n+1,j}^k = 0, \forall k \in K \quad (4-33)$$

$$\sum_{j \in J} S_{jh} = a_h, \forall h \in H \quad (4-34)$$

$$S_{jh} \leq D_{jh}, \forall h \in H, \forall j \in V' \quad (4-35)$$

$$R_{jh} = S_{jh}/D_{jh}, \forall h \in H, \forall j \in V' \quad (4-36)$$

$$R_{jh} \geq r_h, \forall h \in H, \forall j \in V' \quad (4-37)$$

$$S_{jh} \geq 0, \forall h \in H, \forall j \in V' \quad (4-38)$$

$$t_i \geq 0, \forall i \in V, \forall k \in K \quad (4-39)$$

$$x_{i,j}^k = \{0,1\}, \forall i \in V, \forall j \in V, i \neq j, \forall k \in K \quad (4-40)$$

性质 4.1: 模型 4-2 的最优解是模型 4-1 的有效解。

证明：记模型 4-2 的可行域为 X_1 。

设 \bar{x} 是模型 4-2 的一个最优解，但不是模型 4-1 的有效解。则存在 $x' \in X$ ，有 $f_2(x') < f_2(\bar{x})$ 。由于 $\bar{x} \in X_1$ ， $f_2(\bar{x}) \leq \varepsilon_2$ ，于是，有：

$$f_2(x') < f_2(\bar{x}) \leq \varepsilon_2$$

这说明 $x' \in X$ ，且 $f_1(x') < f_1(\bar{x})$ ，而这是与 \bar{x} 是模型 4-2 的最优解的结论相矛盾的。

证毕。

为保证 \bar{x} 是多目标多目标规划的有效解，可以通过判别问题 4.1 实现。

性质 4.2: 设 \bar{x} 是模型 4-2 的一个有效解，则存在参数 ε_2 ，使得 \bar{x} 为模型 4-2 的一个最优解。

证明：取 $\varepsilon_2 = f_2(\bar{x})$ 。此时，不存在另外的可行解 x' ，使得 x' 的各目标值 $f_2(x')$ 都不劣于可行解的 \bar{x} 各目标函数值 $f_2(\bar{x})$ ，且至少有某一 k_0 ，使得 $f_{k_0}(x')$ 的值要优于 $f_{k_0}(\bar{x})$ 。此时， \bar{x} 为模型 4-2 的一个最优解。

证毕。

4.3.2 蚁群算法框架设计

蚁群算法在 2.1 章以及 3.4.1 节有过较为详细的介绍，本节只着重强调在物资紧缺情况下的应急物资公平配送路径优化问题上的定制化操作。

物资紧缺情况下的应急物资公平配送路径优化与第三章内容不同之处在于，救援物资是紧缺的，则救援物资无法完全满足所有受灾点对于特定救援物资的需求，实际的配送量在 $[r_{jh} * D_{jh}, D_{jh}]$ 区间之内。因为实际配送量是在一个区间内浮动的，每一个车辆所实际载重也是会上下浮动的。因此，在物资充足情况下无法一次性配送的若干个受灾点，在本章的情况下可以完成，只要各个点的最低配送量 $r_{jh} * D_{jh}$ 加和仍然不超过车辆载重限制。

实际的操作方法是，首先将受灾点的需求量转换成 $r_{jh} * D_{jh}$ ，最初只要求满足受灾点的最低需求量即可。而对于救援物资配送车辆，则留有一定的空载空间，以便所配送受灾点后续增加载荷。当所有受灾点都被安排妥当之后，检查是否有应急物资残留，若仍留有残留，则选取空载率最高的车辆，按一定比例增加该车所配送受灾点的救援物资量，直到无应急物资残留。

根据物资紧缺情况下实际特点以及模型性质，修正蚁群算法部分规则，其算法具体流程可描述为：

Step 1 开始第 $iter$ 次迭代。创建禁忌表，记录每条蚂蚁已经经过的受灾点。

Step 2 初始化。将 m 个蚂蚁放在起点仓库上，当蚂蚁回到仓库一次，相当于更换了一辆新的车辆。重复以下步骤，直到待配送点集合为空。

Step 3 路径选择。每只蚂蚁根据路径选择规律选择下一步要去的城市，在路径选择过程中蚂蚁依据概率函数：

$$p_{i,j}^k = \begin{cases} [\tau_{i,j}(iter)]^\alpha [\eta_{i,j}(iter)]^\beta / \sum_{j \in To_visit} [\tau_{i,j}(iter)]^\alpha [\eta_{i,j}(iter)]^\beta, & j \in To_visit \\ 0, & otherwise \end{cases}$$

其中 $\tau_{i,j}(iter)$ 表示循环 t 中 (i,j) 路线上信息素强度， $\eta_{i,j}(iter)$ 表示城市间距离因子，本文中取值为 $People/\Delta\tau_{i,j}(iter)$ ， α 与 β 为权重系数。

Step 4 计算车辆 k 已遍历受灾点个数，如果已经超过最大经验遍历个数 $cmax$ ，跳转到步骤 Step 10，否则继续步骤 Step 5。

Step 5 计算车辆 k 已遍历受灾点个数，如果已达到最小经验遍历个数 $cmin$ ，则以概率 $1/(cmin - cmin + 1)$ 跳转到步骤 Step 10，否则继续步骤 Step 6。

Step 6 依照概率 $p_{i,j}^k$ 选择下一个待配送点，继续步骤 Step 7。

Step 7 重置车辆载荷。假设原车辆载荷为 Q ，所有救援物资的综合满足率为 R ，则车辆载荷负重以 γ 的概率变为 RQ ， $\gamma \in (0,1)$ 。继续步骤 Step 8。

Step 8 重置受灾点需求量。受灾点 j 对于救援物资 h 的需求量 $D'_{jh} = r_{jh} * D_{jh}$ 。继续步骤 Step 9。

Step 9 检查车辆载荷，如满足载荷要求，将该点加入至禁忌表中，返回步骤 Step 3，否则计算车辆空载率 δ_k ，继续步骤 Step 10。

Step 10 车辆回到仓库，检查是否已安排所有车辆。由模型可知，FCVRP 要求在车辆数量小于受灾点的情况下，所有车辆都需执行配送任务。若仍有空闲车辆则跳转步骤 Step 3，否则继续步骤 Step 11。

Step 11 检查物资配送完毕。如果无救援物资剩余，跳转至 Step 12。如果仍有救援物资存留，则选取空载率 δ_k 最低的车辆，增加该车 10%配送量与剩余救援物资的最小值。重新计算车辆空载率 δ_k 。重复 Step 11。

Step 12 选取 m 条线路中的初始最优路径，对其执行基于变邻域搜索的局部搜索，得出局部搜索后的第 $iter$ 次迭代的最优路径。继续步骤 Step 13。

Step 13 根据局部搜索后的最优路径更新信息素，清零禁忌表。继续步骤 Step 14。

Step 14 检查迭代次数，若 $iter = iter_max$ 则退出循环并输出结果，否则返回步

骤 Step 1。

4.4 算例分析

本节将着重变邻域蚁群算法与 CPLEX 的数值计算比较,以验证变邻域蚁群算法处理 FCVRP-2 问题的有效性。

在算例中,待配送的受灾点由容量为 220 的车辆完成配送,车辆完成服务后需要返回配送中心。要求合理安排车辆的行驶路线,使总的各点公平性等待时间总和最小。使用 Matlab 语言编程上述变邻域蚁群算法,设置各参数进行求解,其中:重要度系数 $\alpha=1$;能见度系数 $\beta=1$;挥发度系数 $\rho=0.15$;信息更新参数 $W=15$;蚂蚁数目 $A=60$ 。实验结果由表 4-1 所示。

对于变邻域蚁群算法,从数值结果上看,经过 5 次迭代计算之后得到的车辆配送方案与 CPLEX 计算结果非常接近,从而验证了算法的有效性;从计算时间上看,变邻域蚁群算法的计算时间较 CPLEX 大大缩短,并且问题规模越大较 CPLEX 的计算用时优势就越明显,体现了较高的效率。

对于更大规模的问题,由于 CPLEX 求解时间过长而未给出 CPLEX 与变邻域蚁群算法的计算结果比较。由表 3-1 可知,对于不考虑物资种类的情况下,CPLEX 在求解 10 个受灾点、4 辆救援车规模的问题时,当程序运行到 28669.18 秒后系统出现内存不足、强制停止的情况,此时问题规模已经超出配置能力。而对于 FCVRP-2,由于考虑了应急物资分类,情况将更为复杂,问题规模将更大。因此,CPLEX 对于所求解的 FCVRP-2 问题的规模大小要求非常高,对于较大规模的问题难以有效求解。由于计算机配置有限,对于更大规模的问题,本文没有给出相关实验结果对比。

综上所述,从实验结果看,变邻域蚁群算法具有可靠的算法有效性,并且运算效率较高、优势明显。对于较小规模的问题,变邻域蚁群算法可以在满足较高计算效果的前提下大大缩短计算时间,较 CPLEX 优势十分明显。

表 4- 1 FCVRP-2 模型中 CPLEX 与变邻域蚁群算法实验结果对比
Table4- 1 Result comparison between CPLEX and VNACA for FCVRP-2

问题规模			CPLEX		变邻域蚁群算法		
N	K	H	解	用时(s)	解	用时(s)	Gap (%)
7	2	3	567.59	2.25	567.59	3.35	0
7	2	4	567.59	3.35	567.59	3.67	0
7	3	4	507.43	4.39	507.43	3.99	0
7	3	5	534.07	4.53	534.07	4.30	0
7	4	4	432.63	2.15	432.63	4.94	0
7	4	5	452.56	4.89	452.56	4.62	0
8	3	4	487.90	55.54	487.90	5.10	0
8	3	5	491.35	72.67	491.35	5.57	0
8	4	4	472.14	187.69	472.14	6.05	0
8	4	5	482.33	238.57	485.36	6.53	0.63
9	3	4	334.76	309.54	334.76	7.63	0
9	3	5	369.98	447.86	369.98	7.90	0
9	4	4	323.73	577.41	323.73	8.61	0
9	4	5	323.73	738.63	328.43	9.64	1.45

需要说明的是, 由于研究时间有限, 针对 FCVRP-2 模型的性质分析仅局限于蚁群算法框架, 上述比较实验中的变邻域搜索的局部搜索策略使用的是遍历方式, 并没有针对性地开发邻域结构。因此, 针对 FCVRP-2 模型的变邻域蚁群算法的效率有限, 未与蚁群算法、结合 2-opt 算法的蚁群算法进行比较实验。

4.5 本章小结

本章为第三章的扩展部分, 研究在应急物资不足的情况下, 使用基于变邻域蚁群算法的应急物资公平配送路径优化问题。

本章首先针对应急物资不足的情况下, 引入了新的公平性指标——基于基尼系数的公平性指标, 对这一指标做了简要描述。并且建立了相应的多目标规划数学模型。

借助约束法, 将多目标规划问题转换成为了单目标规划问题, 通过对所建立的数学模型进行分析, 得到模型的一些性质。对于模型的新特点, 针对性地重新修改了蚁群算法框架。

之后, 论文结合算例, 将变邻域蚁群算法与 CPLEX 进行实验比较, 对于较小规模的问题, 变邻域蚁群算法可以在满足较高计算效果的前提下大大缩短计算时间, 较 CPLEX 优势十分明显。

第五章 结论与展望

5.1 总结

我国是世界上遭受自然灾害最严重的国家之一，在灾害发生后，立即设立应急响应处置机构，及时供应急需的应急救援物资，是防灾、救灾措施中应有之义。应急物流就是为解决突发性事件提供所需应急物资为目的，并且以追求灾害损失最小化为目标的特种物流活动。

针对应急物资配送的特点，本文主要做了以下工作：

（一）本文提出了公平性应急物资配送的车辆路径模型，兼顾应急物流的及时性与公平性要求。

普通物流主要考虑是节省成本，而应急物流在更体现了应急物资的及时性，注重的是受灾点的等待时间而非车辆旅行时间以及配送成本。同时，公平性作为社会热点问题之一，得到了社会越来越多的关注，尤其是为了稳定灾后的灾民与社会情绪，避免由于等待时间过长、分配不均所带来的矛盾情绪爆发，公平性被提到了前所未有的高度。本文基于及时性要求与公平性要求，同时考虑物资充足与物资紧缺两种情况下，分别建立了相应的公平性应急物资配送的车辆路径模型。

（二）根据公平性应急物资配送的车辆路径模型特点，提出了适用于该问题的变邻域蚁群算法。

对于所提出的车辆路径模型，本文做了相应的性质分析。在对模型和问题的性质进行分析后，本文对蚁群算法框架以及邻域结构进行了定制化修改，并提出了结合蚁群算法和变邻域搜索算法的变邻域蚁群算法。对于变邻域蚁群算法，本文在小规模的算例下与 CPLEX 进行对比，验证了新算法的有效性；在大规模的情况下，将该算法与其他启发式算法（蚁群算法、结合 2-opt 的改进蚁群算法）进行对比，实验表明，新算法无论从实验结果还是收敛速度皆显著优于另外两种算法。

5.2 展望

本文研究的问题经过很多简化，在更现实的问题中需要逐步放松假设。

（一）模型假设只有一个配送中心。配送中心数量往往是很多的，并且每个仓库的库存物资种类与数量也不尽相同，如何将多仓库条件加入问题中后设计满意的算法是接下来值得考虑的一点。

（二）模型没有给定各点的最晚配送时间。实际问题中往往对货物的最迟配送时间有所要求，特别是对救援物资有特殊需求的受灾点。对于此类问题，可以通过添加时间窗完善模型。

（三）物资紧缺情况下，由于研究时间有限，针对模型性质的分析仅局限于蚁群算法框架，比较实验中的变邻域搜索的局部搜索策略使用的是遍历方式，并没有针对性地开发邻域结构。对于该模型的性质分析与邻域结构开发有待完善。

参 考 文 献

- [1] 高东椰, 刘新华. 浅论应急物流[J]. 中国物流与采购. 2003, (23): 22-23.
- [2] 帅向华, 杨桂岭, 姜立新. 日本防灾减灾与地震应急工作现状[J]. 地震. 2004, (03): 101-106.
- [3] 谢如鹤, 邱祝强. 论应急物流体系的构建及其运作管理[J]. 物流技术. 2005, (10): 78-80.
- [4] 陈森, 姜江, 陈英武, 沈永平. 未定路网结构情况下应急物资车辆配送问题模型与应用[J]. 系统工程理论与实践. 2011, 31(5): 907-913.
- [5] 张强, 荆刚, 陈建岭. 车辆路线问题研究现状及发展方向[J]. 交通科技. 2004, (01): 60-62.
- [6] Barbarosoglu G, Ozdamar L, Cevik A. An interactive approach for hierarchical analysis of helicopter logistics in disaster relief operations[J]. European Journal of Operational Research. 2002, 140(1): 118-133.
- [7] Hwang HS. A food distribution model for famine relief[J]. Computers & Industrial Engineering. 1999, 37(1-2): 335-338.
- [8] Equi L, Gallo G, Marziale S, Weintraub A. A combined transportation and scheduling problem[J]. European Journal of Operational Research. 1997, 97(1): 94-104.
- [9] Ozdamar L, Ekinici E, Kucukyazici B. Emergency logistics planning in natural disasters[J]. Annals of Operations Research. 2004, 129(1-4): 217-245.
- [10] Fiedrich F, Gehbauer F, Rickers U. Optimized resource allocation for emergency response after earthquake disasters[J]. Safety Science. 2000, 35(1-3): 41-57.
- [11] Barbarosoglu G, Arda Y. A two-stage stochastic programming framework for transportation planning in disaster response[J]. Journal of the Operational Research Society. 2004, 55(1): 43-53.
- [12] Haghani A, Sei-Chang O. Formulation and solution of a multi-commodity, multi-modal network flow model for disaster relief operations[J]. Transportation Research, Part A (Policy and Practice). 1996, 30A(3): 231-250.
- [13] 何建敏, 刘春林. 限制期条件下应急车辆调度问题的模糊优化方法[J]. 控制与决策. 2001, (03): 318-321.
- [14] 吴青, 龚亚伟. 地震救灾物资的路径选择[J]. 东南大学学报(自然科学版). 2007, (S2): 343-347.

- [15] 张毅, 郭晓汾, 王笑风. 应急救援物资车辆运输线路的选择[J]. 安全与环境学报. 2006, (03): 51-53.
- [16] Hu ZH. A container multimodal transportation scheduling approach based on immune affinity model for emergency relief[J]. Expert Systems with Applications. 2011, 38(3): 2632-2639.
- [17] Vitoriano B, Ortuño MT, Tirado G, Montero J. A multi-criteria optimization model for humanitarian aid distribution[J]. Journal of Global Optimization. 2011, 51(2): 189-208.
- [18] Yan S, Shih YL. Optimal scheduling of emergency roadway repair and subsequent relief distribution[J]. Computers & Operations Research. 2009, 36(6): 2049-2065.
- [19] Ngueveu SU, Prins C, Wolfler Calvo R. An effective memetic algorithm for the cumulative capacitated vehicle routing problem[J]. Computers & Operations Research. 2010, 37(11): 1877-1885.
- [20] Mattos Ribeiro G, Laporte G. An adaptive large neighborhood search heuristic for the cumulative capacitated vehicle routing problem[J]. Computers & Operations Research. 2012, 39(3): 728-735.
- [21] Medernach E, Sanlaville E. Fair resource allocation for different scenarios of demands[J]. European Journal of Operational Research. 2012, 218(2): 339-350.
- [22] Fernandes Muritiba AE, Iori M, Martello S, Negreiros Gomes MJ. Models and algorithms for fair layout optimization problems[J]. Annals of Operations Research. 2010, 179(1): 5-14.
- [23] Correa JR, Schulz AS, Stier-Moses NE. Fast, fair, and efficient flows in networks[J]. Operations Research. 2007, 55(2): 215-225.
- [24] Campbell AM, Vandenbussche D, Hermann W. Routing for relief efforts[J]. Transportation Science. 2008, 42(2): 127-145.
- [25] Ho TH, Su X. Peer-induced fairness in games[J]. The American Economic Review. 2009, 99(5): 2022-2049.
- [26] Bonald T, Massoulié L, Proutière A, Virtamo J. A queueing analysis of max-min fairness, proportional fairness and balanced fairness[J]. Queueing systems. 2006, 53(1): 65-84.
- [27] Luss H. A nonlinear minimax allocation problem with multiple knapsack constraints[J]. Operations Research Letters. 1991, 10(4): 183-187.
- [28] Luss H. Minimax resource allocation problems: optimization and parametric analysis[J]. European Journal of Operational Research. 1992, 60(1): 76-86.
- [29] 黄力菲, 黄颖, 李衍达. 效用 max-min 公平准则及其在 ABR 业务中的应用[J]. 通信学报. 2001, (07): 10-17.

- [30] Mandell MB. Modelling effectiveness-equity trade-offs in public service delivery systems[J]. *Management Science*. 1991, 37(4): 467-482.
- [31] Ogryczak W, Wierzbicki A, Milewski M. A multi-criteria approach to fair and efficient bandwidth allocation[J]. *Omega*. 2008, 36(3): 451-463.
- [32] Herrmann JW. Using aggregation to reduce response time variability in cyclic fair sequences[J]. *Journal of Scheduling*. 2011, 14(1): 39-55.
- [33] Herrmann JW. Finding optimally balanced words for production planning and maintenance scheduling[J]. *IIE Transactions*. 2012, 44(3): 215-229.
- [34] Kalu IL, Paudyal GN, Gupta AD. Equity and efficiency issues in irrigation water distribution[J]. *Agricultural Water Management*. 1995, 28(4): 335-348.
- [35] Chan YP. Facility location: A survey of applications and methods[J]. *Transportation Science*. 1999, 33(4): 429-430.
- [36] Drezner T, Drezner Z, Guyse J. Equitable service by a facility: Minimizing the Gini coefficient[J]. *Computers & Operations Research*. 2009, 36(12): 3240-3246.
- [37] Ogryczak W. Inequality measures and equitable approaches to location problems[J]. *European Journal of Operational Research*. 2000, 122(2): 374-391.
- [38] Coloni A, Dorigo M, Maniezzo V. Distributed optimization by ant colonies. In: *Proceedings of the First European Conference on Artificial Life*; 1991: Paris, France; 1991. p. 134-142.
- [39] Goss S, Aron S, Deneubourg JL, Pasteels JM. Self-organized shortcuts in the Argentine ant[J]. *Naturwissenschaften*. 1989, 76(12): 579-581.
- [40] 段海滨, 王道波, 于秀芬. 几种新型仿生优化算法的比较研究[J]. *计算机仿真*. 2007, 24(3): 169-172.
- [41] Mladenovic N, Hansen P. Variable neighborhood search[J]. *Computers & Operations Research*. 1997, 24(11): 1097-1100.
- [42] Hansen P, Mladenovic N, Perez-Britos D. Variable neighborhood decomposition search[J]. *Journal of Heuristics*. 2001, 7(4): 335-350.
- [43] Hemmelmayr VC, Doerner KF, Hartl RF. A variable neighborhood search heuristic for periodic routing problems[J]. *European Journal of Operational Research*. 2009, 195(3): 791-802.
- [44] Crainic TG, Gendreau M, Hansen P, Mladenovic N. Cooperative parallel variable neighborhood search for the p-median[J]. *Journal of Heuristics*. 2004, 10(3): 293-314.
- [45] Gao J, Sun LY, Gen MS. A hybrid genetic and variable neighborhood descent algorithm for flexible job shop scheduling problems[J]. *Computers & Operations Research*. 2008, 35(9): 2892-2907.

- [46] Polacek M, Doerner KF, Hartl RF, Maniezzo V. A variable neighborhood search for the capacitated arc routing problem with intermediate facilities[J]. *Journal of Heuristics*. 2008, 14(5): 405-423.
- [47] Lazic J, Hanafi S, Mladenovic N, Urosevic D. Variable neighbourhood decomposition search for 0-1 mixed integer programs[J]. *Computers & Operations Research*. 2010, 37(6): 1055-1067.
- [48] Hu B, Leitner M, Raidl GR. Combining variable neighborhood search with integer linear programming for the generalized minimum spanning tree problem[J]. *Journal of Heuristics*. 2008, 14(5): 473-499.
- [49] Brimberg J, Mladenovic N, Urosevic D. Local and variable neighborhood search for the k-cardinality subgraph problem[J]. *Journal of Heuristics*. 2008, 14(5): 501-517.
- [50] Mladenovic N, Drazic M, Kovacevic-Vujcic V, Cangalovic M. General variable neighborhood search for the continuous optimization[J]. *European Journal of Operational Research*. 2008, 191(3): 753-770.
- [51] Drazic M, Lavor C, Maculan N, Mladenovic N. A continuous variable neighborhood search heuristic for finding the three-dimensional structure of a molecule[J]. *European Journal of Operational Research*. 2008, 185(3): 1265-1273.
- [52] Garcia CG, Perez-Brito D, Campos V, Marti R. Variable neighborhood search for the linear ordering problem[J]. *Computers & Operations Research*. 2006, 33(12): 3549-3565.
- [53] 汪翼, 孙林岩, 李刚. 集装箱车辆调度问题的变邻域禁忌搜索算法[J]. *工业工程与管理*. 2008, 13(5): 6-10.
- [54] 孙元凯, 刘民, 吴澄. 变邻域结构 Tabu 搜索算法及其在 Job Shop 调度问题上的应用[J]. *电子学报*. 2001, (05): 622-625.
- [55] 周雅兰, 王甲海, 闭玮, 莫斌, 李曙光. 结合变邻域搜索的竞争 Hopfield 神经网络解决最大分散度问题[J]. *计算机科学*. 2010, (03): 208-211+252.
- [56] 夏福全, 吴仆. 一种推广的 UFCLP 的变邻域搜索方法[J]. *贵州大学学报(自然科学版)*. 2010, (02): 18-22.
- [57] 刘士新, 刘玲, 张涛. 求解 VRPBTW 的变邻域搜索算法[J]. *东北大学学报(自然科学版)*. 2008, (03): 316-319.
- [58] Savelsbergh MWP. The vehicle routing problem with time windows: minimizing route duration[J]. *ORSA Journal on Computing*. 1992, 4(2): 146-154.
- [59] Behnamian J, Zandieh M, Fatemi Ghomi S. Parallel-machine scheduling problems with sequence-dependent setup times using an ACO, SA and VNS hybrid

- algorithm[J]. *Expert Systems with Applications*. 2009, 36(6): 9637-9644.
- [60] 陈晶, 潘全科. 改进蚁群算法求解同型机任务调度问题[J]. *计算机工程与应用*. 2011, 47(6): 44-48.
- [61] Hansen P, Mladenović N. Variable neighborhood search: Principles and applications[J]. *European Journal of Operational Research*. 2001, 130(3): 449-467.
- [62] Imran A, Salhi S, Wassan NA. A variable neighborhood-based heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem[J]. *European Journal of Operational Research*. 2009, 197(2): 509-518.
- [63] 王征, 张俊, 王旭坪. 多车场带时间窗车辆路径问题的变邻域搜索算法[J]. *中国管理科学*. 2011, 19(2): 99-109.
- [64] 陈萍, 黄厚宽, 董兴业. 求解多车型车辆路径问题的变邻域搜索算法[J]. *系统仿真学报*. 2011, 23(9): 1945-1950.
- [65] Driessel R, Mönch L. Variable neighborhood search approaches for scheduling jobs on parallel machines with sequence-dependent setup times, precedence constraints, and ready times[J]. *Computers & Industrial Engineering*. 2011, 61(2): 336-345.
- [66] Ge H, Liu N. Inequity Measures in Relief Resource Allocation Model[J]. 2011 2nd IEEE International Conference on Emergency Management and Management Sciences(ICEMMS). 2011: 680-683.

致 谢

研究生两年半在这篇论文结束之际也就宣告结束了，在此我要深深的感谢我的导师董明老师。董老师在我研究生期间给了我太多的指导与帮助。学术上，从论文背景的获取、方向的确定到文章的思路都给了我无私的指导。生活上，董老师的教诲对自己影响深远，让自己受用终生。董老师待人和气但对学术却一丝不苟的态度深深的影响了我，在此再次向董老师表示感谢。

同时，非常感谢吴一帆师兄对我论文的悉心指导。在论文写作期间，师兄牺牲了许多个人休息时间。正是由于师兄的无私帮助，我才能克服一个一个的困难和疑惑，直至本文的顺利完成。在此向吴一帆师兄表示衷心的感谢。

感谢我的父母，谢谢你们给我生命，让我体验生活的美好。

感谢我的女友侯晓萍，你让我成熟。

感谢我的研究生同学，许炎、杨超、王力、于雷、赵旭彤、杨亮、李坦、李玥文等其他朋友们，和你们在一起使我视野开阔，同时愿你们未来之路更加宽广！

感谢交大的学长学姐，感谢程应武、张晓杰、水源爱党党、水源鸡蛋灌饼、姜蓓、盛世荣，谢谢求职路上你们耐心的答疑解惑。

感谢陈钦建、李阿姨、许卓旻等兄弟姐妹，谢谢你们的指引、温暖与善良，愿喜乐常在。

攻读硕士学位期间已发表或录用的论文

- [1] 生鲜食品配送车辆路径研究，贵州农业科学，第一作者（录用）