

Seminár 31

Téma

Geometria – stredové, obvodové, úsekové uhly, tetivové štvoruholníky

Úlohy a riešenia

Úloha 31.1. [B-65-I-5-D1] Daná je tetiva AB kružnice k so stredom v bode S . Na úsečke AB zvolíme bod M a priesečník kružnice opísanej trojuholníku AMS s kružnicou k označíme C . Dokážte, že uhly MCS a MBS sú zhodné.

Komentár. Úloha je veľmi jednoduchá, preto ju považujeme skôr za rozcvičku ako plnohodnotný matematický oriešok. Pekne však demonštruje to

Úloha 31.2. [B-66-II-3] V rovine sú dané kružnice k a l , ktoré sa pretínajú v bodoch E a F . Dotyčnica ku kružnici l zostrojená v bode E pretína kružnicu k v bode H ($H \neq E$). Na oblúku EH kružnice k , ktorý neobsahuje bod F , zvolíme bod C ($E \neq C \neq H$) a priesečník priamky CE s kružnicou l označíme D ($D \neq E$). Dokážte, že trojuholníky DEF a CHF sú podobné.

Úloha 31.3. [B-65-II-2] Daná je úsečka AB , jej stred C a vnútri úsečky AB bod D . Kružnice $k(C, |BC|)$ a $m(B, |BD|)$ sa pretínajú v bodoch E a F . Zdôvodnite, prečo je polpriamka FD osou uhla AFE .

Úloha 31.4. [B-65-I-5] Vrcholy konvexného šesťuholníka $ABCDEF$ ležia na kružnici, pričom $|AB| = |CD|$. Úsečky AE a CF sa pretínajú v bode G a úsečky BE a DF sa pretínajú v bode H . Dokážte, že úsečky GH , AD a BC sú navzájom rovnobežné.

Úloha 31.5. [B-58-I-5] Trojuholníku ABC je opísaná kružnica k . Os strany AB pretne kružnicu k v bode K , ktorý leží v polrovine opačnej k polrovine ABC . Osi strán AC a BC pretnú priamku CK postupne v bodoch P a Q . Dokážte, že trojuholníky AKP a KBQ sú zhodné.

Domáca práca