

Seminár 18

Téma

Algebraické výrazy a rovnice – zložitejšie rovnice a ich systémy

Ciele

Zoznámiť študentov s ďalšími typmi rovníc a ich sústav (iracionálne koeficienty, dolná celá časť), tieto úlohy, spolu so slovnými úlohami precvičiť.

Úlohy a riešenia

Úloha 0.1. [59-S-1] Určte všetky hodnoty reálnych parametrov p, q , pre ktoré má každá z rovníc

$$x(x - p) = 3 + q, \quad x(x + p) = 3 - q$$

v obore reálnych čísel dva rôzne korene, ktorých aritmetický priemer je jedným z koreňov zvyšnej rovnice.

Úloha 0.2. [59-I-3-N1] Určte $[0]$, $[3,5]$, $[2,1]$, $[-4]$, $[-3,9]$, $[-0,2]$. Symbol $[x]$ označuje najväčšie celé číslo, ktoré nie je väčšie ako číslo x , tzv. dolnú celú časť reálneho čísla x .

Úloha 0.3. [59-I-3-N2] Nech a je celé číslo a $t \in \langle 0; 1 \rangle$. Určte $[a]$, $[a + t]$, $[a + \frac{1}{2}t]$, $[a - t]$, $[a + 2t]$, $[a - 2t]$.

Úloha 0.4. [59-I-3] Určte všetky reálne čísla x , ktoré vyhovujú rovnici $4x - 2[x] = 5$.

Úloha 0.5. [57-I-3-N1] Určte všetky celé čísla n , pre ktoré nadobúda zlomok $(4n + 27)/(n + 3)$ celočíselné hodnoty.

Úloha 0.6. [57-I-3] Máme určitý počet krabičiek a určitý počet guľôčok. Ak dáme do každej krabičky práve jednu guľôčku, ostane nám n guľôčok. Keď však necháme práve n krabičiek bokom, môžeme všetky guľôčky rozmiestniť tak, aby ich v každej zostávajúcej krabičke bolo práve n . Koľko máme krabičiek a koľko guľôčok?

Úloha 0.7. [57-II-4] Nájdite všetky trojice celých čísel x, y, z , pre ktoré platí

$$x + y\sqrt{3} + z\sqrt{7} = y + z\sqrt{3} + x\sqrt{7}.$$

Úloha 0.8. [64-I-1] Určte všetky dvojice (x, y) reálnych čísel, ktoré vyhovujú sústave rovníc

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+4)^2} &= 4 - y, \\ \sqrt{(y-4)^2} &= x + 8.\end{aligned}$$

Domáca práca

Úloha 0.9. [59-II-4] Určte všetky dvojice reálnych čísel x, y , ktoré vyhovujú sústave rovníc

$$\begin{aligned}[x + y] &= 2010, \\ [x] - y &= p,\end{aligned}$$

ak a) $p = 2$, b) $p = 3$. Symbol $[x]$ označuje najväčšie celé číslo, ktoré nie je väčšie ako dané reálne číslo x (tzv. dolná celá časť reálneho čísla x).

Úloha 0.10. [64-S-1] V obore reálnych čísel vyriešte sústavu rovníc

$$|1 - x| = y + 1,$$

$$|1 + y| = z - 2,$$

$$|2 - z| = x - x^2.$$