

Seminár 9

Téma

Geometria I – základné poznatky

Úlohy a riešenia

Úloha 9.1. [anonymous 1] Dokážte, že súčet veľkostí vnútorných uhlov ľubovoľného trojuholníka je 180° .

Úloha 9.2. [66-I-3-N1] Z trojuholníkových nerovností medzi dĺžkami strán ľubovoľného trojuholníka odvodte známe pravidlo $\alpha < \beta \Rightarrow a < b$ o porovnaní veľkostí vnútorných uhlov a dĺžok protiľahlých strán v ľubovoľnom trojuholníku ABC .

Úloha 9.3. [63-I-4-N3] Dokážte vety:

a) Ak majú dva trojuholníky rovnakú výšku, potom pomer ich obsahov sa rovná pomeru dĺžok príslušných základní.

b) Ak majú dva trojuholníky zhodné základne, potom pomer ich obsahov sa rovná pomeru príslušných výšok.

Úloha 9.4. [61-I-5-N1] Pre všeobecný trojuholník ABC so stranami a, b, c a obsahom S platí pre polomer r vpísanej kružnice vzorec $r = 2S/(a + b + c)$. Dokážte.

Úloha 9.5. [anonymous 2] Dokážte, že uhlopriečky v rovnobežníku sa navzájom polia.

Úloha 9.6. [58-I-4-N1] Označme U priesečník uhlopriečok daného konvexného štvoruholníka $ABCD$. Dokážte, že priamky AB a CD sú rovnobežné práve vtedy, keď trojuholníky ADU a BCU majú rovnaký obsah.

Úloha 9.7. [64-I-4-N1] Lichobežník $ABCD$ má základne s dĺžkami $|AB| = a$ a $|CD| = c$ a jeho uhlopriečky sa pretínajú v bode U . Aký je pomer obsahov trojuholníkov ABU a CDU ?

Domáca práca

Úloha 9.8. [58-I-2-D1] Nech k je kružnica opísaná pravouhlému trojuholníku ABC s preponou AB dĺžky c . Označme S stred strany AB a D a E priesečníky osí strán BC a AC s jedným oblúkom AB kružnice k . Vyjadrite obsah trojuholníka DSE pomocou dĺžky prepony c .

Úloha 9.9. [58-I-2-D2] Vyjadrite obsah rovnoramenného lichobežníka $ABCD$ so základňami AB a CD pomocou dĺžok a, c jeho základní a dĺžky b jeho ramien.

Úloha 9.10. [anonymous 3] Použitím viet o podobnosti trojuholníkov a Pytagorovej vety odvodte Euklidove vety o odvesne a o výške pravouhlého trojuholníka.