

## Seminár 18

### Téma

Algebraické výrazy a rovnice – zložitejšie rovnice a ich systémy

### Ciele

Zoznámiť študentov s ďalšími typmi rovníc a ich sústav (iracionálne koeficienty, dolná celá časť), tieto úlohy, spolu so slovnými úlohami precvičiť.

### Úlohy a riešenia

**Úloha 0.1.** [59-S-1] Určte všetky hodnoty reálnych parametrov  $p, q$ , pre ktoré má každá z rovníc

$$x(x - p) = 3 + q, \quad x(x + p) = 3 - q$$

v obore reálnych čísel dva rôzne korene, ktorých aritmetický priemer je jedným z koreňov zvyšnej rovnice.

**Úloha 0.2.** [59-I-3-N1] Určte  $[0]$ ,  $[3,5]$ ,  $[2,1]$ ,  $[-4]$ ,  $[-3,9]$ ,  $[-0,2]$ . Symbol  $[x]$  označuje najväčšie celé číslo, ktoré nie je väčšie ako číslo  $x$ , tzv. dolnú celú časť reálneho čísla  $x$ .

**Úloha 0.3.** [59-I-3-N2] Nech  $a$  je celé číslo a  $t \in \langle 0; 1 \rangle$ . Určte  $[a]$ ,  $[a + t]$ ,  $[a + \frac{1}{2}t]$ ,  $[a - t]$ ,  $[a + 2t]$ ,  $[a - 2t]$ .

**Úloha 0.4.** [59-I-3] Určte všetky reálne čísla  $x$ , ktoré vyhovujú rovnici  $4x - 2[x] = 5$ .

**Úloha 0.5.** [57-I-3-N1] Určte všetky celé čísla  $n$ , pre ktoré nadobúda zlomok  $(4n + 27)/(n + 3)$  celočíselné hodnoty.

**Úloha 0.6.** [57-I-3] Máme určitý počet krabičiek a určitý počet guľôčok. Ak dáme do každej krabičky práve jednu guľôčku, ostane nám  $n$  guľôčok. Keď však necháme práve  $n$  krabičiek bokom, môžeme všetky guľôčky rozmiestniť tak, aby ich v každej zostávajúcej krabičke bolo práve  $n$ . Koľko máme krabičiek a koľko guľôčok?

**Úloha 0.7.** [57-II-4] Nájdite všetky trojice celých čísel  $x, y, z$ , pre ktoré platí

$$x + y\sqrt{3} + z\sqrt{7} = y + z\sqrt{3} + x\sqrt{7}.$$

**Úloha 0.8.** [64-I-1] Určte všetky dvojice  $(x, y)$  reálnych čísel, ktoré vyhovujú sústave rovníc

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+4)^2} &= 4 - y, \\ \sqrt{(y-4)^2} &= x + 8.\end{aligned}$$

### Domáca práca

**Úloha 0.9.** [59-II-4] Určte všetky dvojice reálnych čísel  $x, y$ , ktoré vyhovujú sústave rovníc

$$\begin{aligned}[x + y] &= 2010, \\ [x] - y &= p,\end{aligned}$$

ak a)  $p = 2$ , b)  $p = 3$ . Symbol  $[x]$  označuje najväčšie celé číslo, ktoré nie je väčšie ako dané reálne číslo  $x$  (tzv. dolná celá časť reálneho čísla  $x$ ).

**Úloha 0.10.** [64-S-1] V obore reálnych čísel vyriešte sústavu rovníc

$$|1 - x| = y + 1,$$

$$|1 + y| = z - 2,$$

$$|2 - z| = x - x^2.$$