

## Seminár 10: Geometria I – základné poznatky

### Úlohy a riešenia

**Úloha 10.1.** Dokážte, že súčet veľkostí vnútorných uhlov ľubovoľného trojuholníka je  $180^\circ$ .

**Úloha 10.2.** [66-I-3-N1] Z trojuholníkových nerovností medzi dĺžkami strán ľubovoľného trojuholníka odvodte známe pravidlo  $\alpha < \beta \Rightarrow a < b$  o porovnaní veľkostí vnútorných uhlov a dĺžok protiľahlých strán v ľubovoľnom trojuholníku  $ABC$ .

**Úloha 10.3.** [63-I-4-N3] Dokážte vety:

a) Ak majú dva trojuholníky rovnakú výšku, potom pomer ich obsahov sa rovná pomeru dĺžok príslušných základní.

b) Ak majú dva trojuholníky zhodné základne, potom pomer ich obsahov sa rovná pomeru príslušných výšok.

**Úloha 10.4.** [61-I-5-N1] Pre všeobecný trojuholník  $ABC$  so stranami  $a, b, c$  a obsahom  $S$  platí pre polomer  $r$  vpísanej kružnice vzorec  $r = 2S/(a + b + c)$ . Dokážte.

**Úloha 10.5.** Dokážte, že uhlopriečky v rovnobežníku sa navzájom polia.

**Úloha 10.6.** [58-I-4-N1] Označme  $U$  priesečník uhlopriečok daného konvexného štvoruholníka  $ABCD$ . Dokážte, že priamky  $AB$  a  $CD$  sú rovnobežné práve vtedy, keď trojuholníky  $ADU$  a  $BCU$  majú rovnaký obsah.

**Úloha 10.7.** [64-I-4-N1] Lichobežník  $ABCD$  má základne s dĺžkami  $|AB| = a$  a  $|CD| = c$  a jeho uhlopriečky sa pretínajú v bode  $U$ . Aký je pomer obsahov trojuholníkov  $ABU$  a  $CDU$ ?

**Úloha 10.8.** [58-I-2-D1] Nech  $k$  je kružnica opísaná pravouhlému trojuholníku  $ABC$  s preponou  $AB$  dĺžky  $c$ . Označme  $S$  stred strany  $AB$  a  $D$  a  $E$  priesečníky osí strán  $BC$  a  $AC$  s jedným oblúkom  $AB$  kružnice  $k$ . Vyjadrite obsah trojuholníka  $DSE$  pomocou dĺžky prepony  $c$ .

**Úloha 10.9.** [58-I-2-D2] Vyjadrite obsah rovnoramenného lichobežníka  $ABCD$  so základňami  $AB$  a  $CD$  pomocou dĺžok  $a, c$  jeho základní a dĺžky  $b$  jeho ramien.