

Seminár 8

Téma

Teória čísel III – úlohy o ciferných zápisoch

Ciele

Precvičenie úloh zaoberajúcich sa cifernými zápsmi, použitie rozvinutého zápisu čísla a úvah o deliteľnosti pri riešení týchto úloh.

Úlohy a riešenia

Úvodný komentár. Seminár nie je náročný z pohľadu objemu nových poznatkov, nemalé úsilie však bude vyžadovať systematická práca, využitie poznatkov o deliteľnosti z predchádzajúcich seminárov, zváženie všetkých možných variantov či hľadanie správneho riešenia efektívnejším spôsobom než vypísaním všetkých možností.

Úloha 8.1. [59-I-6-N1, TODO: Sedláček, J.: Co víme o přirozených číslech, str. 7] Trojciferné číslo sa končí cifrou 4. Ak túto cifru presunieme na prvé miesto (a ostatné dve cifry necháme bez zmeny), dostaneme číslo, ktoré je o 81 menšie ako pôvodné číslo. Určte pôvodné číslo.

Úloha 8.2. [[?], 4.2, problem 38, str. 115] Nech N je päťciferné kladné číslo také, že $N = \overline{a679b}$. Ak je N deliteľné 72, určte prvú cifru a a poslednú cifru b .

Úloha 8.3. [61-II-2] Janko má tri kartičky, na každej je iná nenulová cifra. Súčet všetkých trojciferných čísel, ktoré možno z týchto kartičiek zostaviť, je číslo o 6 väčšie ako trojnásobok jedného z nich. Aké cifry sú na kartičkách?

Úloha 8.4. [63-II-1] Nájdite všetky trojice (nie nutne rôznych) cifier a, b, c také, že päťciferné čísla $\overline{6abc3}$ a $\overline{3abc6}$ sú v pomere 63 : 36.

Úloha 8.5. [57-I-6-D2 resp. 53-C-II-4] Žiaci mali vypočítať príklad $x + y \cdot z$ pre trojciferné číslo x a dvojciferné čísla y, z . Martin vie násobiť a sčítat čísla zapísané v desiatkovej sústave, ale zabudol na pravidlo prednosti násobenia pred sčítaním. Preto mu vyšlo síce zaujímavé číslo, ktoré sa píše rovnako zľava doprava ako sprava doľava, správny výsledok bol ale o 2004 menší. Určte čísla x, y, z .

Úloha 8.6. [58-I-3-N1 resp. 56-C-S-1] Určte počet všetkých štvorciferných prirodzených čísel, ktoré sú deliteľné šiestimi a v ktorých zápise sa vyskytujú práve dve jednotky.

Úloha 8.7. [58-I-3-N2 resp. 54-C-I-5] Určte počet všetkých trojíc dvojciferných prirodzených čísel a, b, c , ktorých súčin abc má zápis, v ktorom sú všetky cifry rovnaké. Trojice líšiace sa len poradím čísel považujeme za rovnaké, t. j. započítavame ich iba raz.

Domáca práca

Úloha 8.8. [58-I-3] Nájdite všetky štvorciferné čísla n , ktoré majú nasledujúce tri vlastnosti: V zápise čísla n sú dve rôzne cifry, každá dvakrát. Číslo n je deliteľné siedmimi. Číslo, ktoré vznikne otočením poradia cifier čísla n , je tiež štvorciferné a deliteľné siedmimi.

Úloha 8.9. [57-I-6] Klárka mala na papieri napísané trojciferné číslo. Keď ho správne vynásobila deviatimi, dostala štvorciferné číslo, ktoré sa začínalo rovnakou číslicou ako pôvodné číslo, prostredné dve číslice sa rovnali a posledná číslica bola súčtom číslic pôvodného čísla. Ktoré štvorciferné číslo mohla Klárka dostať?

Doplňující zdroje a materiály

Výborným zdrojem úloh jednoduchších aj zložitejších je [?]¹.

Matematický seminár pre talentovaných študentov
https://pancelka.github.io/diplomova_laska

¹<https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/403433>