

# Seminár 18

## Téma

Algebraické výrazy a rovnice – zložitejšie rovnice a ich systémy

## Úlohy a riešenia

**Úloha 18.1.** [59-S-1] Určte všetky hodnoty reálnych parametrov  $p, q$ , pre ktoré má každá z rovníc

$$x(x - p) = 3 + q, \quad x(x + p) = 3 - q$$

v obore reálnych čísel dva rôzne korene, ktorých aritmetický priemer je jedným z koreňov zvyšnej rovnice.

**Úloha 18.2.** [59-I-3-N1] Určte  $[0], [3,5], [2,1], [-4], [-3,9], [-0,2]$ . Symbol  $[x]$  označuje najväčšie celé číslo, ktoré nie je väčšie ako číslo  $x$ , tzv. dolnú celú časť reálneho čísla  $x$ .

**Úloha 18.3.** [59-I-3-N2] Nech  $a$  je celé číslo a  $t \in \langle 0; 1 \rangle$ . Určte  $[a], [a + t], [a + \frac{1}{2}t], [a - t], [a + 2t], [a - 2t]$ .

**Úloha 18.4.** [59-I-3] Určte všetky reálne čísla  $x$ , ktoré vyhovujú rovnici  $4x - 2[x] = 5$ .

**Úloha 18.5.** [57-I-3-N1] Určte všetky celé čísla  $n$ , pre ktoré nadobúda zlomok  $(4n + 27)/(n + 3)$  celočíselné hodnoty.

**Úloha 18.6.** [57-I-3] Máme určitý počet krabičiek a určitý počet guľôčok. Ak dáme do každej krabičky práve jednu guľôčku, ostane nám  $n$  guľôčok. Keď však necháme práve  $n$  krabičiek bokom, môžeme všetky guľôčky rozmiestniť tak, aby ich v každej zostávajúcej krabičke bolo práve  $n$ . Koľko máme krabičiek a koľko guľôčok?

**Úloha 18.7.** [57-II-4] Nájdite všetky trojice celých čísel  $x, y, z$ , pre ktoré platí

$$x + y\sqrt{3} + z\sqrt{7} = y + z\sqrt{3} + x\sqrt{7}.$$

**Úloha 18.8.** [64-I-1] Určte všetky dvojice  $(x, y)$  reálnych čísel, ktoré vyhovujú sústave rovníc

$$\begin{aligned}\sqrt{(x + 4)^2} &= 4 - y, \\ \sqrt{(y - 4)^2} &= x + 8.\end{aligned}$$

## Domáca práca

**Úloha 18.9.** [59-II-4] Určte všetky dvojice reálnych čísel  $x, y$ , ktoré vyhovujú sústave rovníc

$$\begin{aligned}[x + y] &= 2010, \\ [x] - y &= p,\end{aligned}$$

ak a)  $p = 2$ , b)  $p = 3$ . Symbol  $[x]$  označuje najväčšie celé číslo, ktoré nie je väčšie ako dané reálne číslo  $x$  (tzv. dolná celá časť reálneho čísla  $x$ ).

**Úloha 18.10.** [64-S-1] V obore reálnych čísel vyriešte sústavu rovníc

$$\begin{aligned}|1 - x| &= y + 1, \\ |1 + y| &= z - 2, \\ |2 - z| &= x - x^2.\end{aligned}$$