Seminár 19

Téma

Algebraické výrazy a rovnice – zložitejšie rovnice a ich systémy

Úlohy a riešenia

Úloha 19.1. [59-S-1] Určte všetky hodnoty reálnych parametrov p, q, pre ktoré má každá z rovníc

$$x(x-p)=3+q, \qquad x(x+p)=3-q$$

v obore reálnych čísel dva rôzne korene, ktorých aritmetický priemer je jedným z koreňov zvyšnej rovnice.

Úloha 19.2. [59-I-3-N1] Určte $\lfloor 0\rfloor$, $\lfloor 3{,}5\rfloor$, $\lfloor 2{,}1\rfloor$, $\lfloor -4\rfloor$, $\lfloor -3{,}9\rfloor$, $\lfloor -0{,}2\rfloor$. Symbol $\lfloor x\rfloor$ označuje najväčšie celé číslo, ktoré nie je väčšie ako číslo x, tzv. dolnú celú časť reálneho čísla x.

Úloha 19.3. [59-I-3-N2] Nech a je celé číslo a $t \in \langle 0;1)$. Určte $\lfloor a\rfloor$, $\lfloor a+t\rfloor$, $\lfloor a+\frac{1}{2}t\rfloor$, $\lfloor a-t\rfloor$, $\lfloor a+2t\rfloor$, $\lfloor a-2t\rfloor$.

Úloha 19.4. [59-I-3] Určte všetky reálne čísla x, ktoré vyhovujú rovnici $4x-2\lfloor x\rfloor=5$.

Úloha 19.5. [57-I-3-N1] Určte všetky celé čísla n, pre ktoré nadobúda zlomok $(4n+27)/(n+3)$ celočíselné hodnoty.

Úloha 19.6. [57-I-3] Máme určitý počet krabičiek a určitý počet guľôčok. Ak dáme do každej krabičky práve jednu guľôčku, ostane nám n guľôčok. Keď však necháme práve n krabičiek bokom, môžeme všetky guľôčky rozmiestniť tak, aby ich v každej zostávajúcej krabičke bolo práve n. Koľko máme krabičiek a koľko guľôčok?

Úloha 19.7. [57-II-4] Nájdite všetky trojice celých čísel x, y, z, pre ktoré platí

$$x+y\sqrt{3}+z\sqrt{7}=y+z\sqrt{3}+x\sqrt{7}.$$

Úloha 19.8. [64-I-1] Určte všetky dvojice (x, y) reálnych čísel, ktoré vyhovujú sústave rovníc

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+4)^2}&=4-y,\\ \sqrt{(y-4)^2}&=x+8.\end{aligned}$$

Domáca práca

Úloha 19.9. [59-II-4] Určte všetky dvojice reálnych čísel x, y, ktoré vyhovujú sústave rovníc

$$\begin{aligned}\lfloor x+y\rfloor&=2010,\\ \lfloor x\rfloor-y&=p,\end{aligned}$$

ak a) $p=2$, b) $p=3$. Symbol $\lfloor x\rfloor$ označuje najväčšie celé číslo, ktoré nie je väčšie ako dané reálne číslo x (tzv. dolná celá časť reálneho čísla x).

Úloha 19.10. [64-S-1] V obore reálnych čísel vyriešte sústavu rovníc

$$\begin{aligned}|1-x|&=y+1,\\ |1+y|&=z-2,\\ |2-z|&=x-x^2.\end{aligned}$$