

## Seminár 19: Algebraické výrazy a rovnice – zložitejšie rovnice a ich systémy

### Úlohy a riešenia

**Úloha 19.1.** [59-S-1] Ak zväčšíme čitateľ aj menovateľ istého zlomku o 1, dostaneme zlomok o hodnotu  $1/20$  väčší. Ak urobíme s väčším zlomkom rovnakú operáciu, dostaneme zlomok o hodnotu  $1/12$  väčší, ako bola hodnota zlomku na začiatku. Určte všetky tri zlomky.

**Úloha 19.2.** [59-I-3-N1] Určte  $[0]$ ,  $[3,5]$ ,  $[2,1]$ ,  $[-4]$ ,  $[-3,9]$ ,  $[-0,2]$ . Symbol  $[x]$  označuje najväčšie celé číslo, ktoré nie je väčšie ako číslo  $x$ , tzv. dolnú celú časť reálneho čísla  $x$ .

**Úloha 19.3.** [59-I-3-N2] Nech  $a$  je celé číslo a  $t \in \langle 0; 1 \rangle$ . Určte  $[a]$ ,  $[a+t]$ ,  $[a+\frac{1}{2}t]$ ,  $[a-t]$ ,  $[a+2t]$ ,  $[a-2t]$ .

**Úloha 19.4.** [59-I-3] Určte všetky reálne čísla  $x$ , ktoré vyhovujú rovnici  $4x - 2[x] = 5$ .

**Úloha 19.5.** [57-I-3-N1] Určte všetky celé čísla  $n$ , pre ktoré nadobúda zlomok  $(4n+27)/(n+3)$  celočíselné hodnoty.

**Úloha 19.6.** [57-I-3] Máme určitý počet krabičiek a určitý počet guľôčok. Ak dáme do každej krabičky práve jednu guľôčku, ostane nám  $n$  guľôčok. Keď však necháme práve  $n$  krabičiek bokom, môžeme všetky guľôčky rozmiestniť tak, aby ich v každej zostávajúcej krabičke bolo práve  $n$ . Koľko máme krabičiek a koľko guľôčok?

**Úloha 19.7.** [57-II-4] Nájdite všetky trojice celých čísel  $x, y, z$ , pre ktoré platí

$$x + y\sqrt{3} + z\sqrt{7} = y + z\sqrt{3} + x\sqrt{7}.$$

**Úloha 19.8.** [64-I-1] Určte všetky dvojice  $(x, y)$  reálnych čísel, ktoré vyhovujú sústave rovníc

$$\begin{aligned}\sqrt{(x+4)^2} &= 4-y, \\ \sqrt{(y-4)^2} &= x+8.\end{aligned}$$

**Úloha 19.9.** [59-II-4] Určte všetky dvojice reálnych čísel  $x, y$ , ktoré vyhovujú sústave rovníc

$$\begin{aligned}[x+y] &= 2010, \\ [x] - y &= p,\end{aligned}$$

ak a)  $p = 2$ , b)  $p = 3$ . Symbol  $[x]$  označuje najväčšie celé číslo, ktoré nie je väčšie ako dané reálne číslo  $x$  (tzv. dolná celá časť reálneho čísla  $x$ ).

**Úloha 19.10.** [64-S-1] V obore reálnych čísel vyriešte sústavu rovníc

$$\begin{aligned}|1-x| &= y+1, \\ |1+y| &= z-2, \\ |2-z| &= x-x^2.\end{aligned}$$