

## Seminár 12: Geometria III – obsahy trojuholníkov a štvoruholníkov

### Úlohy a riešenia

**Úloha 12.1.** [57-S-2] V danom rovnobežníku  $ABCD$  je bod  $E$  stred strany  $BC$  a bod  $F$  leží vnútri strany  $AB$ . Obsah trojuholníka  $AFD$  je  $15\text{ cm}^2$  a obsah trojuholníka  $FBE$  je  $14\text{ cm}^2$ . Určte obsah štvoruholníka  $FECD$ .

**Úloha 12.2.** [62-II-2] Vnútri rovnobežníka  $ABCD$  je daný bod  $K$  a v páse medzi rovnobežkami  $BC$  a  $AD$  v polrovine opačnej k  $CDA$  je daný bod  $L$ . Obsahy trojuholníkov  $ABK, BCK, DAK$  a  $DCL$  sú  $S_{ABK} = 18\text{ cm}^2, S_{BCK} = 8\text{ cm}^2, S_{DAK} = 16\text{ cm}^2, S_{DCL} = 36\text{ cm}^2$ . Vypočítajte obsahy trojuholníkov  $CDK$  a  $ABL$ .

**Úloha 12.3.** [64-S-2] Označme  $K$  a  $L$  postupne body strán  $BC$  a  $AC$  trojuholníka  $ABC$ , pre ktoré platí  $|BK| = \frac{1}{3}|BC|, |AL| = \frac{1}{3}|AC|$ . Nech  $M$  je priesečník úsečiek  $AK$  a  $BL$ . Vypočítajte pomer obsahov trojuholníkov  $ABM$  a  $ABC$ .

**Úloha 12.4.** [64-II-3] Daný je lichobežník  $ABCD$  so základňami  $AB, CD$ , pričom  $2|AB| = 3|CD|$ .

- Nájdite bod  $P$  vnútri lichobežníka tak, aby obsahy trojuholníkov  $ABP$  a  $CDP$  boli v pomere  $3 : 1$  a aj obsahy trojuholníkov  $BCP$  a  $DAP$  boli v pomere  $3 : 1$ .
- Pre nájsený bod  $P$  určte postupný pomer obsahov trojuholníkov  $ABP, BCP, CDP$  a  $DAP$ .

**Úloha 12.5.** [62-I-6] Vnútri pravidelného šesťuholníka  $ABCDEF$  s obsahom  $30\text{ cm}^2$  je zvolený bod  $M$ . Obsahy trojuholníkov  $ABM$  a  $BCM$  sú postupne  $3\text{ cm}^2$  a  $2\text{ cm}^2$ . Určte obsahy trojuholníkov  $CDM, DEM, EFM$  a  $FAM$ .

**Úloha 12.6.** [65-I-4] Vnútri strán  $AB, AC$  daného trojuholníka  $ABC$  sú zvolené postupne body  $E, F$ , pričom  $EF \parallel BC$ . Úsečka  $EF$  je potom rozdelená bodom  $D$  tak, že platí

$$p = |ED| : |DF| = |BE| : |EA|.$$

- Ukážte, že pomer obsahov trojuholníkov  $ABC$  a  $ABD$  je pre  $p = 2 : 3$  rovnaký ako pre  $p = 3 : 2$ .
- Zdôvodnite, prečo pomer obsahov trojuholníkov  $ABC$  a  $ABD$  má hodnotu aspoň 4.