Seminár 18

Téma

Algebraické výrazy a rovnice – zložitejšie rovnice a ich systémy

Ciele

Zoznámiť študentov s ďalšími typmi rovníc a ich sústav (iracionálne koeficienty, dolná celá časť), tieto úlohy, spolu so slovnými úlohami precvičiť.

Úlohy a riešenia

Úloha 0.1. [59-S-1] Určte všetky hodnoty reálnych parametrov p,q, pre ktoré má každá z rovníc

$$x(x-p) = 3+q$$
, $x(x+p) = 3-q$

v obore reálnych čísel dva rôzne korene, ktorých aritmetický priemer je jedným z koreňov zvyšnej rovnice.

Úloha 0.2. [59-I-3-N1] Určte $\lfloor 0 \rfloor$, $\lfloor 3,5 \rfloor$, $\lfloor 2,1 \rfloor$, $\lfloor -4 \rfloor$, $\lfloor -3,9 \rfloor$, $\lfloor -0,2 \rfloor$. Symbol $\lfloor x \rfloor$ označuje najväčšie celé číslo, ktoré nie je väčšie ako číslo x, tzv. dolnú celú časť reálneho čísla x.

Úloha 0.3. [59-I-3-N2] Nech a je celé číslo a $t \in \langle 0; 1 \rangle$. Určte $\lfloor a \rfloor, \lfloor a+t \rfloor, \lfloor a+\frac{1}{2}t \rfloor, \lfloor a-t \rfloor, \lfloor a+2t \rfloor, \lfloor a-2t \rfloor$.

Úloha 0.4. [59-I-3] Určte všetky reálne čísla x, ktoré vyhovujú rovnici 4x - 2|x| = 5.

Úloha 0.5. [57-I-3-N1] Určte všetky celé čísla n, pre ktoré nadobúda zlomok (4n+27)/(n+3) celočíselné hodnoty.

Úloha 0.6. [57-I-3] Máme určitý počet krabičiek a určitý počet guľ ôčok. Ak dáme do každej krabičky práve jednu guľ ôčku, ostane nám *n* guľ ôčok. Keď však necháme práve *n* krabičiek bokom, môžeme všetky guľ ôčky rozmiestniť tak, aby ich v každej zostávajúcej krabičke bolo práve *n*. Koľ ko máme krabičiek a koľ ko guľ ôčok?

Úloha 0.7. [57-II-4] Nájdite všetky trojice celých čísel x, y, z, pre ktoré platí

$$x + y\sqrt{3} + z\sqrt{7} = y + z\sqrt{3} + x\sqrt{7}$$
.

Úloha 0.8. [64-I-1] Určte všetky dvojice (x, y) reálnych čísel, ktoré vyhovujú sústave rovníc

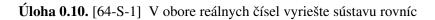
$$\sqrt{(x+4)^2} = 4 - y,$$
$$\sqrt{(y-4)^2} = x + 8.$$

Domáca práca

Úloha 0.9. [59-II-4] Určte všetky dvojice reálnych čísel x, y, ktoré vyhovujú sústave rovníc

$$\lfloor x + y \rfloor = 2010,$$
$$\lfloor x \rfloor - y = p,$$

ak a) p = 2, b) p = 3. Symbol $\lfloor x \rfloor$ označuje najväčšie celé číslo, ktoré nie je väčšie ako dané reálne číslo x (tzv. dolná celá časť reálneho čísla x).



$$|1-x|=y+1,$$

$$|1+y|=z-2,$$

$$|2-z|=x-x^2.$$