

Seminár 27

Téma

Hra SET

Ciele

Zoznámenie sa s hrou SET a riešenie jednoduchších aj zložitejších úloh využívajúcich vlastnosti herných karičiek.

Priebeh seminára

Úvodný komentár. Seminár má trochu odlišnú štruktúru, než na akú boli študenti v seminároch doteraz navyknutí, no nepovažujeme to za žiadny problém. Taktiež je tento a nasledujúci seminár zaradený ako odľahčenie po tom, čo matematická olympiáda kategórie C vyvrcholila v uplynulom týždni.

Kartičky v hre SET

Hra SET je kartovou hrou pre dvoch a viac hráčov. Každá karička zobrazuje sadu symbolov, ktorá má 4 charakteristiky, pričom každá sa vyskytuje v troch variantoch:

1. *farba*: červená, modrá, zelená;
2. *tvar*: obdĺžnik, ovál, trojuholník;
3. *výplň*: plná, polovičná, úplne biela;
4. *počet symbolov*: jeden, dva, tri.

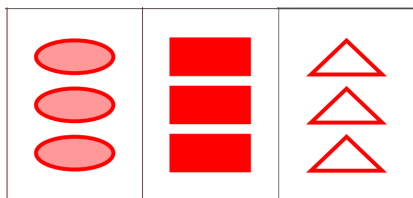
Úloha 27.1. Koľko kariet obsahuje hrací balíček?

Riešenie. Keďže každá zo 4 charakteristík sa môže vyskytnúť v troch rôznych variantoch, v balíčku je celkom $3^4 = 81$ rôznych karičiek.

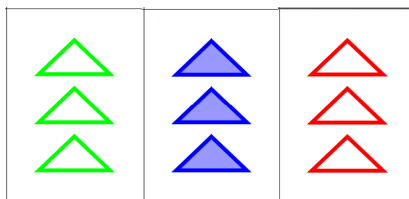
Komentár. Na seminár je vhodné mať karičky nastrihané a zalaminované, aby sa s nimi študentom lepšie manipulovalo. Príklad karičiek je v prílohe.

Zoznámenie sa s hrou SET

SET je trojica karičiek, pre ktorú platí: každá z charakteristík je buď pre všetky tri karičky rovnaká, alebo je na každej karičke odlišná. Ak sa napríklad pozrieme na charakteristiku *tvar*, tak sú na všetkých troch karičkách buď len samé ovály (alebo len samé obdĺžniky, alebo len samé trojuholníky), alebo sú na jednej karičke ovály, na druhej obdĺžniky a na tretej trojuholníky. Podobne pre ďalšie charakteristiky.



Táto trojica karičiek tvorí SET: farba je rovnaká, tvar je na každej karičke iný, podobne výplň a všetky majú rovnaký počet symbolov.



Táto trojica nie je SET. Síce majú všetky tri karičky rovnaký počet symbolov, symboly sú rovnakého tvaru a každá karička je inej farby, výplň na dvoch karičkách je prázdna zatiaľ čo tretia je vyplnená polovične.

Po zamiešaní sa z balíčka vyloží na stôl 12 kartičiek. Hráči medzi nimi hľadajú SETy. Ak sa to niekomu podarí, vykrikuje „SET!“ a ukáže ho spoluhráčom. Ak je SET správny, hráč si ho vezme zo stola, namiesto neho sa vyložia nové tri kartičky a pokračuje sa v hre. V prípade, že sú hráči presvedčení, že sa medzi vyloženými kartičkami žiadny SET nenachádza, doložia na stôl ďalšie tri kartičky. Hra končí v momente, kedy hráči vyčerpajú všetky kartičky. Cieľom hry je, samozrejme, pozbierať čo najviac SETov. Hra sa dá hrať v takmer ľubovoľnej veľkej skupine, z praktických dôvodov sa najviac osvedčili trojice a štvorice.

Komentár. Predtým, než sa pustíme do hrania, je vhodné so študentmi prejsť niekoľko trojíc kartičiek a pobaviť sa o tom, ktoré trojice SETmi sú, ktoré nie a prečo, prípadne premietnuť rozloženie 12 kartičiek a hľadať v nich SETy spoločne.

Po zahraní niekoľkých kôl sa so študentmi pobavíme o tom, akým spôsobom SETy hľadali, ktoré SETy sú na nájdenie jednoduchšie, prípadne iné ďalšie zaujímavosti, ktoré počas hry vypozerovali. K tejto diskusii sa môžeme vrátiť neskôr v priebehu seminára, keď sa budeme zaoberať kategorizovaním rôznych typov SETov.

Úlohy o balíčku kariet

Úloha 27.2. Ak vyberiem dve ľubovoľné kartičky z balíčka, koľko kartičiek existuje takých, aby s pôvodnými dvoma tvorili SET a prečo?

Riešenie. Taká kartička je práve jedna, keďže charakteristiky prvých dvoch priamo určujú, aká variácia každej charakteristiky musí byť na poslednej kartičke (ak sa prvé dve kartičky v charakteristike zhodujú, musí sa s nimi zhodovať aj tretia, ak sú odlišné, aj tretia kartička sa musí odlišovať).

Úloha 27.3. Koľko rôznych SETov (kartičky sa v rámci jednotlivých SETov môžu opakovať) sa nachádza v celom balíčku?

Riešenie. Na vytvorenie SETu potrebujeme tri kartičky. Prvú z nich môžem bez akéhokoľvek obmedzenia vybrať spomedzi všetkých 81 kartičiek, druhá kartička sa dá vybrať 80 spôsobmi a z predchádzajúceho vieme, že tretia kartička tvoriaca SET s už dvoma zvolenými je práve jedna. Keďže však nezáleží na poradí, v ktorom sme kartičky vyberali, vydelíme počet možností $81 \cdot 80$ počtom všetkých možných usporiadaní troch kartičiek, teda 6. Celkom dostávame $\frac{81 \cdot 80}{6} = 1080$ rozličných SETov.

Úloha 27.4. Z balíčka vyberieme jednu kartičku. Koľkých rôznych SETov môže byť táto kartička súčasťou?

Riešenie. Z predchádzajúceho plyní, že zvyšných 80 kartičiek v balíčku vieme rozdeliť na 40 neprelínajúcich sa dvojíc, pričom každá táto dvojica bude tvoriť s pôvodnou kartičkou SET.

Komentár. Menej zdatným študentom môže s pochopením vysvetlenia pomôcť vyložiť si na stôl konkrétne dvojice – teda hľadať konkrétne SETy, ktorých je vybraná kartička súčasťou.

Úloha 27.5. Ako je možné ukázať, že v danom rozložení kartičiek na stole sa nenachádza žiadny SET?

Riešenie. K tomuto problému je možné pristupovať rôznymi spôsobmi, no všetky spája potreba skontrolovať všetky možné kombinácie a vylúčiť prítomnosť SETu. Zaujímavé je pozorovať, akú stratégiu študenti zvolia (v porovnaní s tým, ako postupovali pri hraní hry). Nástavbou na túto úlohu môže byť otázka, ako dané rozloženie 12 kartičiek skontrolovať čo najefektívnejšie.

Úloha 27.6. Je možné SETy nejakým spôsobom kategorizovať? Ako? Koľko SETov v jednotlivých kategóriách je možné vytvoriť? Vieme správnosť našich výpočtov overiť pomocou nejakých predchádzajúcich úvah?

Riešenie. Táto úloha sa dá opäť uchopiť mnohými spôsobmi. Jedným z nich môže byť roztriedenie SETov pomocou počtu charakteristík, ktoré majú kartičky spoločné. Každé rozdelenie, ktoré žiaci vymyslia, by ich však v konečnom dôsledku malo priviesť k rovnakému počtu SETov ako v úlohe 2.

Záverečný komentár. Hra SET je pre študentov (a nielen nich) veľmi atraktívna a majú tendencie sa odhodlať púšťať aj do predkladaných problémov. Stretnutie je tak príjemnou zmenou tempa a obsahu doterajšieho priebehu seminára

Doplňujúce zdroje a materiály

Výborným sprievodcom plným zaujímavých úloh spolu s komentovanými študentskými riešeniami je možné nájsť na [TODO].

