

## Seminár 9

### Téma

Geometria I – základné poznatky

### Úlohy a riešenia

**Úloha 9.1.** [anonymous 1] Dokážte, že súčet veľkostí vnútorných uhlov ľubovoľného trojuholníka je  $180^\circ$ .

**Úloha 9.2.** [66-I-3-N1] Z trojuholníkových nerovností medzi dĺžkami strán ľubovoľného trojuholníka odvodte známe pravidlo  $\alpha < \beta \Rightarrow a < b$  o porovnaní veľkostí vnútorných uhlov a dĺžok protiľahlých strán v ľubovoľnom trojuholníku  $ABC$ .

**Úloha 9.3.** [63-I-4-N3] Dokážte vety:

a) Ak majú dva trojuholníky rovnakú výšku, potom pomer ich obsahov sa rovná pomeru dĺžok príslušných základní.

b) Ak majú dva trojuholníky zhodné základne, potom pomer ich obsahov sa rovná pomeru príslušných výšok.

**Úloha 9.4.** [61-I-5-N1] Pre všeobecný trojuholník  $ABC$  so stranami  $a, b, c$  a obsahom  $S$  platí pre polomer  $r$  vpísanej kružnice vzorec  $r = 2S/(a + b + c)$ . Dokážte.

**Úloha 9.5.** [anonymous 2] Dokážte, že uhlopriečky v rovnobežníku sa navzájom polia.

**Úloha 9.6.** [58-I-4-N1] Označme  $U$  priesečník uhlopriečok daného konvexného štvoruholníka  $ABCD$ . Dokážte, že priamky  $AB$  a  $CD$  sú rovnobežné práve vtedy, keď trojuholníky  $ADU$  a  $BCU$  majú rovnaký obsah.

**Úloha 9.7.** [64-I-4-N1] Lichobežník  $ABCD$  má základne s dĺžkami  $|AB| = a$  a  $|CD| = c$  a jeho uhlopriečky sa pretínajú v bode  $U$ . Aký je pomer obsahov trojuholníkov  $ABU$  a  $CDU$ ?

### Domáca práca

**Úloha 9.8.** [58-I-2-D1] Nech  $k$  je kružnica opísaná pravouhlému trojuholníku  $ABC$  s preponou  $AB$  dĺžky  $c$ . Označme  $S$  stred strany  $AB$  a  $D$  a  $E$  priesečníky osí strán  $BC$  a  $AC$  s jedným oblúkom  $AB$  kružnice  $k$ . Vyjadrite obsah trojuholníka  $DSE$  pomocou dĺžky prepony  $c$ .

**Úloha 9.9.** [58-I-2-D2] Vyjadrite obsah rovnoramenného lichobežníka  $ABCD$  so základňami  $AB$  a  $CD$  pomocou dĺžok  $a, c$  jeho základní a dĺžky  $b$  jeho ramien.

**Úloha 9.10.** [anonymous 3] Použitím viet o podobnosti trojuholníkov a Pytagorovej vety odvodte Euklidove vety o odvesne a o výške pravouhlého trojuholníka.