

Seminár 34: Opakovanie II – samostatné riešenie úloh

Úlohy a riešenia

Úloha 34.1. [B-51-S-1] Určte reálne číslo p tak, aby rovnica

$$x^2 + 4px + 5p^2 + 6p - 16 = 0$$

mala dva rôzne korene x_1, x_2 a aby súčet $x_1^2 + x_2^2$ bol čo najmenší.

Úloha 34.2. [B-51-S-2] Vnútri strán BC, CA, AB daného ostrouhlého trojuholníka ABC sú po rade vybrané body X, Y a Z tak, že každému zo štvoruholníkov $ABXY, BCYZ$ a $CAZX$ sa dá opísať kružnica. Dokážte, že body X, Y, Z sú päty výšok trojuholníka ABC .

Úloha 34.3. [B-51-S-3] Na tabuli sú napísané čísla $1, 2, \dots, 17$. Čísla postupne zotierame, a to tak, že z doposiaľ nezotretých čísel zvolíme ľubovoľné číslo k a zotrieme všetky tie čísla na tabuli, ktoré delia číslo $k + 17$. Dokážte, že opakovaním tejto procedúry sa nám nepodari zotrieť všetky čísla.