

Seminár 21

Téma

Geometria V – štvoruholníky

Úlohy a riešenia

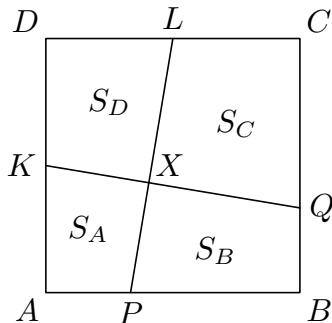
Úloha 21.1. [57-I-2] Štvoruholníku $ABCD$ je vpísaná kružnica so stredom S . Určte rozdiel $|\angle ASD| - |\angle CSD|$, ak $|\angle ASB| - |\angle BSC| = 40^\circ$

Úloha 21.2. [61-II-3] Nech E je stred strany CD rovnobežníka $ABCD$, v ktorom platí $2|AB| = 3|BC|$. Dokážte, že ak sa dá do štvoruholníka $ABCE$ vpísať kružnica, dotýka sa táto kružnica strany BC v jej strede.

Úloha 21.3. [59-II-3] Daná je kružnica k so stredom S . Kružnica l má väčší polomer ako kružnica k , prechádza jej stredom a pretína ju v bodoch M a N . Priamka, ktorá prechádza bodom N a je rovnobežná s priamkou MS , vytína na kružniciach tetivy NP a NQ . Dokážte, že trojuholník MPQ je rovnoramenný.

Úloha 21.4. [60-I-3] Máme štvorec $ABCD$ so stranou dĺžky 1 cm. Body K a L sú stredy strán DA a DC . Bod P leží na strane AB tak, že $|BP| = 2|AP|$. Bod Q leží na strane BC tak, že $|CQ| = 2|BQ|$. Úsečky KQ a PL sa pretínajú v bode X . Obsahy štvoruholníkov $APXK$, $BQXP$, $QCLX$ a $LDKX$ označíme postupne S_A , S_B , S_C , S_D (obr. 6).

- Dokážte, že $S_B = S_D$.
- Vypočítajte rozdiel $S_C - S_A$.
- Vysvetlite, prečo neplatí $S_A + S_C = S_B + S_D$.



Obr. 6

Úloha 21.5. [66-I-5-prvá časť] Ak označíme X a Y postupne stredy základní RS a TU všeobecného lichobežníka $RSTU$, tak na úsečke XY leží priesečník P uhlopriečok RT a SU , a to tak, že $|PX| : |PY| = |RS| : |TU|$. Na priamke XY leží tiež priesečník Q predĺžených ramien RU a ST , a to tak, že $|QX| : |QY| = |RS| : |TU|$ (obr. 9). Dokážte.

Úloha 21.6. [66-I-5] V danom trojuholníku ABC zvolme vnútri strany AC body K , M a vnútri strany BC body L , N tak, že

$$|AK| = |KM| = |MC|, |BL| = |LN| = |NC|.$$

Ďalej označme E priesečník uhlopriečok lichobežníka $ABLK$, F priesečník uhlopriečok lichobežníka $KLNM$ a G priesečník uhlopriečok lichobežníka $ABNM$. Dokážte, že body E , F a G ležia na ťažnici trojuholníka ABC z vrcholu C a určte pomer $|GF| : |EF|$.