Seminár 22

Téma

Geometria V – štvoruholníky

Úlohy a riešenia

Úloha 22.1. [57-I-2] Štvoruholníku $ABCD$ je vpísaná kružnica so stredom S. Určte rozdiel $|\measuredangle ASD| - |\measuredangle CSD|$, ak $|\measuredangle ASB| - |\measuredangle BSC| = 40°$

Úloha 22.2. [61-II-3] Nech E je stred strany CD rovnobežníka $ABCD$, v ktorom platí $2|AB| = 3|BC|$. Dokážte, že ak sa dá do štvoruholníka ABCE vpísať kružnica, dotýka sa táto kružnica strany BC v jej strede.

Úloha 22.3. [59-II-3] Daná je kružnica k so stredom S. Kružnica l má väčší polomer ako kružnica k, prechádza jej stredom a pretína ju v bodoch M a N. Priamka, ktorá prechádza bodom N a je rovnobežná s priamkou MS, vytína na kružniciach tetivy NP a NQ. Dokážte, že trojuholník MPQ je rovnoramenný.

Úloha 22.4. [60-I-3] Máme štvorec $ABCD$ so stranou dĺžky 1 cm. Body K a L sú stredy strán DA a DC. Bod P leží na strane AB tak, že $|BP| = 2|AP|$. Bod Q leží na strane BC tak, že $|CQ| = 2|BQ|$. Úsečky KQ a PL sa pretínajú v bode X. Obsahy štvoruholníkov $APXK$, $BQXP$, $QCLX$ a $LDKX$ označíme postupne S_A, S_B, S_C, S_D (obr. **??**).

a) Dokážte, že $S_B = S_D$.
b) Vypočítajte rozdiel $S_C - S_A$.
c) Vysvetlite, prečo neplatí $S_A + S_C = S_B + S_D$.

Úloha 22.5. [66-I-5-prvá časť] Ak označíme X a Y postupne stredy základní RS a TU všeobecného lichobežníka $RSTU$, tak na úsečke XY leží priesečník P uhlopriečok RT a SU, a to tak, že $|PX| : |PY| = |RS| : |TU|$. Na priamke XY leží tiež priesečník Q predĺžených ramien RU a ST, a to tak, že $|QX| : |QY| = |RS| : |TU|$ (obr. **??**). Dokážte.