

Seminár 9: Teória čísel III – úlohy o ciferných zápisoch

Úloha 9.1. [59-I-6-N1] Trojciferné číslo sa končí cifrou 4. Ak túto cifru presunieme na prvé miesto (a ostatné dve cifry necháme bez zmeny), dostaneme číslo, ktoré je o 81 menšie ako pôvodné číslo. Určte pôvodné číslo.

Úloha 9.2. [[Hol10], úloha 20, str. 110] Nájdite všetky prirodzené dvojciferné čísla, ktoré sa rovnajú dvojnásobku súčinu svojich cifier.

Úloha 9.3. [61-II-2] Janko má tri kartičky, na každej je iná nenulová cifra. Súčet všetkých trojciferných čísel, ktoré možno z týchto kartičiek zostaviť, je číslo o 6 väčšie ako trojnásobok jedného z nich. Aké cifry sú na kartičkách?

Úloha 9.4. [63-II-1] Nájdite všetky trojice (nie nutne rôznych) cifier a, b, c také, že päťciferné čísla $\overline{6abc3}$ a $\overline{3abc6}$ sú v pomere 63 : 36.

Úloha 9.5. [57-I-6-D2, resp. 53-II-4] Žiaci mali vypočítať príklad $x + y \cdot z$ pre trojciferné číslo x a dvojciferné čísla y, z . Martin vie násobiť a sčítať čísla zapísané v desiatkovej sústave, ale zabudol na pravidlo prednosti násobenia pred sčítaním. Preto mu vyšlo síce zaujímavé číslo, ktoré sa píše rovnako zľava doprava ako sprava doľava, správny výsledok bol ale o 2004 menší. Určte čísla x, y, z .

Úloha 9.6. [58-I-3-N1, resp. 56-S-1] Určte počet všetkých štvorciferných prirodzených čísel, ktoré sú deliteľné šiestimi a v ktorých zápise sa vyskytujú práve dve jednotky.

Úloha 9.7. [58-I-3-N2, resp. 54-I-5] Určte počet všetkých trojíc dvojciferných prirodzených čísel a, b, c , ktorých súčin abc má zápis, v ktorom sú všetky cifry rovnaké. Trojice líšiace sa len poradím čísel považujeme za rovnaké, t. j. započítavame ich iba raz.

Úloha 9.8. [58-I-3] Nájdite všetky štvorciferné čísla n , ktoré majú nasledujúce tri vlastnosti: V zápise čísla n sú dve rôzne cifry, každá dvakrát. Číslo n je deliteľné siedmimi. Číslo, ktoré vznikne otočením poradia cifier čísla n , je tiež štvorciferné a deliteľné siedmimi.

Úloha 9.9. [57-I-6] Klárka mala na papieri napísané trojciferné číslo. Keď ho správne vynásobila deviatimi, dostala štvorciferné číslo, ktoré sa začínalo rovnakou číslicou ako pôvodné číslo, prostredné dve číslice sa rovnali a posledná číslica bola súčtom číslic pôvodného čísla. Ktoré štvorciferné číslo mohla Klárka dostať?

Citácie

[Hol10] D. A. Holton. *A First Step to Mathematical Olympiad Problems*. 1st edition. Danvers, USA: World Scientific, 2010. ISBN: 981-4273-87-2.