

Seminár 12: Geometria III – obsahy trojuholníkov a štvoruholníkov

Úlohy a riešenia

Úloha 12.1. [57-S-2] V danom rovnobežníku $ABCD$ je bod E stred strany BC a bod F leží vnútri strany AB . Obsah trojuholníka AFD je 15 cm^2 a obsah trojuholníka FBE je 14 cm^2 . Určte obsah štvoruholníka $FECD$.

Úloha 12.2. [62-II-2] Vnútri rovnobežníka $ABCD$ je daný bod K a v páse medzi rovnobežkami BC a AD v polrovine opačnej k CDA je daný bod L . Obsahy trojuholníkov ABK , BCK , DAK a DCL sú $S_{ABK} = 18\text{ cm}^2$, $S_{BCK} = 8\text{ cm}^2$, $S_{DAK} = 16\text{ cm}^2$, $S_{DCL} = 36\text{ cm}^2$. Vypočítajte obsahy trojuholníkov CDK a ABL .

Úloha 12.3. [64-S-2] Označme K a L postupne body strán BC a AC trojuholníka ABC , pre ktoré platí $|BK| = \frac{1}{3}|BC|$, $|AL| = \frac{1}{3}|AC|$. Nech M je priesečník úsečiek AK a BL . Vypočítajte pomer obsahov trojuholníkov ABM a ABC .

Úloha 12.4. [64-II-3] Daný je lichobežník $ABCD$ so základňami AB , CD , pričom $2|AB| = 3|CD|$.

- Nájdite bod P vnútri lichobežníka tak, aby obsahy trojuholníkov ABP a CDP boli v pomere $3 : 1$ a aj obsahy trojuholníkov BCP a DAP boli v pomere $3 : 1$.
- Pre nájsený bod P určte postupný pomer obsahov trojuholníkov ABP , BCP , CDP a DAP .

Úloha 12.5. [62-I-6] Vnútri pravidelného šesťuholníka $ABCDEF$ s obsahom 30 cm^2 je zvolený bod M . Obsahy trojuholníkov ABM a BCM sú postupne 3 cm^2 a 2 cm^2 . Určte obsahy trojuholníkov CDM , DEM , EFM a FAM .

Úloha 12.6. [65-I-4] Vnútri strán AB , AC daného trojuholníka ABC sú zvolené postupne body E , F , pričom $EF \parallel BC$. Úsečka EF je potom rozdelená bodom D tak, že platí

$$p = |ED| : |DF| = |BE| : |EA|.$$

- Ukážte, že pomer obsahov trojuholníkov ABC a ABD je pre $p = 2 : 3$ rovnaký ako pre $p = 3 : 2$.
- Zdôvodnite, prečo pomer obsahov trojuholníkov ABC a ABD má hodnotu aspoň 4.