

Seminár 32: Geometria VIII – výpočtové úlohy

Úlohy a riešenia

Úloha 32.1. [B-59-II-1] Kružnica $l(T; s)$ prechádza stredom kružnice $k(S; 2\text{cm})$. Kružnica $m(U; t)$ sa zvonka dotýka kružníc k a l , pričom $US \perp ST$. Polomery s a t vyjadrené v centimetroch sú celé čísla. Určte ich.

Úloha 32.2. [B-66-S-2] Na odvesnách AC a BC daného pravouhlého trojuholníka ABC určte postupne body K a L tak, aby súčet

$$|AK|^2 + |KL|^2 + |LB|^2$$

nadobúdal najmenšiu možnú hodnotu a vyjadrite ju pomocou $c = |AB|$.

Úloha 32.3. [B-63-S-3] Na priamke a , na ktorej leží strana BC trojuholníka ABC , sú dané body dotyku všetkých troch jemu pripísaných kružníc (body B a C nie sú známe). Nájdite na tejto priamke bod dotyku kružnice vpísanej.

Úloha 32.4. [B-65-I-3] V pravouhlom trojuholníku ABC s preponou AB a odvesnami dĺžok $|AC| = 4\text{ cm}$ a $|BC| = 3\text{ cm}$ ležia navzájom sa dotýkajúce kružnice $k_1(S_1; r_1)$ a $k_2(S_2; r_2)$ tak, že k_1 sa dotýka strán AB a AC , zatiaľ čo k_2 sa dotýka strán AB a BC . Určte najmenšiu a najväčšiu možnú hodnotu polomeru r_2 .

Úloha 32.5. [B-61-II-3] Pravouhlému trojuholníku ABC je vpísaná kružnica, ktorá sa dotýka prepony AB v bode K . Úsečku AK otočíme o 90° do polohy AP a úsečku BK otočíme o 90° do polohy BQ tak, aby body P , Q ležali v polrovine opačnej k polrovine ABC .

- Dokážte, že obsahy trojuholníkov ABC a PQK sú rovnaké.
- Dokážte, že obvod trojuholníka ABC nie je väčší ako obvod trojuholníka PQK . Kedy nastane rovnosť obvodov?