Seminár 10: Geometria I – základné poznatky

Úloha 10.1. Dokážte, že súčet veľkostí vnútorných uhlov ľubovoľného trojuholníka je 180°.

Úloha 10.2. [66-I-3-N1] Z trojuholníkových nerovností medzi dĺžkami strán ľubovoľného trojuholníka odvoď te známe pravidlo $\alpha < \beta \Rightarrow a < b$ o porovnaní veľkostí vnútorných uhlov a dĺžok protiľahlých strán v ľubovoľnom trojuholníku ABC.

Úloha 10.3. [63-I-4-N3] Dokážte vety:

- a) Ak majú dva trojuholníky rovnakú výšku, potom pomer ich obsahov sa rovná pomeru dĺžok príslušných základní.
- b) Ak majú dva trojuholníky zhodné základne, potom pomer ich obsahov sa rovná pomeru príslušných výšok.

Úloha 10.4. [61-I-5-N1] Pre všeobecný trojuholník ABC so stranami a, b, c a obsahom S platí pre polomer r vpísanej kružnice vzorec r = 2S/(a+b+c). Dokážte.

Úloha 10.5. Dokážte, že uhlopriečky v rovnobežníku sa navzájom polia.

Úloha 10.6. [58-I-4-N1] Označme U priesečník uhlopriečok daného konvexného štvoruholníka ABCD. Dokážte, že priamky AB a CD sú rovnobežné práve vtedy, keď trojuholníky ADU a BCU majú rovnaký obsah.

Úloha 10.7. [64-I-4-N1] Lichobežník ABCD má základne s dĺžkami |AB| = a a |CD| = c a jeho uhlopriečky sa pretínajú v bode U. Aký je pomer obsahov trojuholníkov ABU a CDU?

Úloha 10.8. [58-I-2-D1] Nech k je kružnica opísaná pravouhlému trojuholníku ABC s preponou AB dĺžky c. Označme S stred strany AB a D a E priesečníky osí strán BC a AC s jedným oblúkom AB kružnice k. Vyjadrite obsah trojuholníka DSE pomocou dĺžky prepony c.

Úloha 10.9. [58-I-2-D2] Vyjadrite obsah rovnoramenného lichobežníka ABCD so základňami AB a CD pomocou dĺžok a, c jeho základní a dĺžky b jeho ramien.