

Seminár 28: Hra SET

Ciele

Zoznámenie sa s hrou SET a riešenie jednoduchších aj zložitejších úloh využívajúcich vlastnosti herných kartičiek.

Úvodný komentár

Seminár má trochu odlišnú štruktúru, než na akú boli študenti v seminároch doteraz navyknutí, no nepovažujeme to za žiadny problém. Taktiež je tento a nasledujúci seminár zaradený ako odľahčenie po tom, čo matematická olympiáda kategórie C vyvrcholila v uplynulom týždni.

Priebeh seminára

Kartičky v hre SET

Hra SET je kartovou hrou pre dvoch a viac hráčov. Každá kartička zobrazuje sadu symbolov, ktorá má 4 charakteristiky, pričom každá sa vyskytuje v troch variantoch:

1. *farba*: červená, modrá, zelená;
2. *tvar*: obdĺžnik, ovál, trojuholník;
3. *výplň*: plná, polovičná, úplne biela;
4. *počet symbolov*: jeden, dva, tri.

Úloha 28.1. Koľko kariet obsahuje hrací balíček?

Riešenie. Keďže každá zo 4 charakteristík sa môže vyskytnúť v troch rôznych variantoch, v balíčku je celkom $3^4 = 81$ rôznych kartičiek.

Komentár. Na seminár je vhodné mať kartičky nastrihané a zalaminované, aby sa s nimi študentom lepšie manipulovalo. Príklad kartičiek je v prílohe.

Zoznámenie sa s hrou SET

SET je trojica kartičiek, pre ktorú platí: každá z charakteristík je buď pre všetky tri kartičky rovnaká, alebo je na každej kartičke odlišná. Ak sa napríklad pozrieme na charakteristiku *tvar*, tak sú na všetkých troch kartičkách buď len samé ovály (alebo len samé obdĺžniky, alebo len samé trojuholníky), alebo sú na jednej kartičke ovály, na druhej obdĺžniky a na tretej trojuholníky. Podobne pre ďalšie charakteristiky.



Táto trojica kartičiek tvorí SET: farba je rovnaká, tvar je na každej kartičke iný, podobne výplň a všetky majú rovnaký počet symbolov.



Táto trojica nie je SET. Síce majú všetky tri kartičky rovnaký počet symbolov, symboly sú rovnakého tvaru a každá kartička je inej farby, výplň na dvoch kartičkách je prázdna zatiaľ čo tretia je vyplnená polovične.

Po zamiešaní sa z balíčka vyloží na stôl 12 kartičiek. Hráči medzi nimi hľadajú SETy. Ak sa to niekomu podarí, vykrikuje „SET!“ a ukáže ho spoluhráčom. Ak je SET správny, hráč si ho vezme zo stola, namiesto neho sa vyložia nové tri kartičky a pokračuje sa v hre. V prípade, že sú hráči presvedčení, že sa medzi vyloženými kartičkami žiadny SET nenachádza, doložia na stôl ďalšie tri kartičky. Hra končí v momente, kedy hráči vyčerpajú všetky kartičky. Cieľom hry je, samozrejme, pozbierať čo najviac SETov. Hra sa dá hrať v takmer ľubovoľnej veľkej skupine, z praktických dôvodov sa najviac osvedčili trojice a štvorice.

Komentár. Predtým, než sa pustíme do hrania, je vhodné so študentmi prejsť niekoľko trojíc kartičiek a pobaviť sa o tom, ktoré trojice SETmi sú, ktoré nie a prečo, prípadne premietnuť rozloženie 12 kartičiek a hľadať v nich SETy spoločne.

Po zahraní niekoľkých kôl sa so študentmi pobavíme o tom, akým spôsobom SETy hľadali, ktoré SETy sú na nájdenie jednoduchšie, prípadne iné ďalšie zaujímavosti, ktoré počas hry vypozerovali. K tejto diskusii sa môžeme vrátiť neskôr v priebehu seminára, keď sa budeme zaoberať kategorizovaním rôznych typov SETov.

Úlohy o balíčku kariet

Úloha 28.2. Ak vyberiem dve ľubovoľné kartičky z balíčka, koľko kartičiek existuje takých, aby s pôvodnými dvoma tvorili SET a prečo?

Riešenie. Taká kartička je práve jedna, keďže charakteristiky prvých dvoch priamo určujú, aká variácia každej charakteristiky musí byť na poslednej kartičke (ak sa prvé dve kartičky v charakteristike zhodujú, musí sa s nimi zhodovať aj tretia, ak sú odlišné, aj tretia kartička sa musí odlišovať).

Úloha 28.3. Koľko rôznych SETov (kartičky sa v rámci jednotlivých SETov môžu opakovať) sa nachádza v celom balíčku?

Riešenie. Na vytvorenie SETu potrebujeme tri kartičky. Prvú z nich môžem bez akéhokoľvek obmedzenia vybrať spomedzi všetkých 81 kartičiek, druhá kartička sa dá vybrať 80 spôsobmi a z predchádzajúceho vieme, že tretia kartička tvoriaca SET s už dvoma zvolenými je práve jedna. Keďže však nezáleží na poradí, v ktorom sme kartičky vyberali, vydělíme počet možností $81 \cdot 80$ počtom všetkých možných usporiadaní troch kartičiek, teda 6. Celkom dostávame $\frac{81 \cdot 80}{6} = 1080$ rozličných SETov.

Úloha 28.4. Z balíčka vyberieme jednu kartičku. Koľkých rôznych SETov môže byť táto kartička súčasťou?

Riešenie. Z predchádzajúceho plynie, že zvyšných 80 kartičiek v balíčku vieme rozdeliť na 40 neprelnajúcich sa dvojíc, pričom každá táto dvojica bude tvoriť s pôvodnou kartičkou SET.

Komentár. Menej zdatným študentom môže s pochopením vysvetlenia pomôcť vyložiť si na stôl konkrétne dvojice – teda hľadať konkrétne SETy, ktorých je vybraná kartička súčasťou.

Úloha 28.5. Ako je možné ukázať, že v danom rozložení kartičiek na stole sa nenachádza žiadny SET?

Riešenie. K tomuto problému je možné pristupovať rôznymi spôsobmi, no všetky spája potreba skontrolovať všetky možné kombinácie a vylúčiť prítomnosť SETu. Zaujímavé je pozorovať, akú stratégiu študenti zvolia (v porovnaní s tým, ako postupovali pri hraní hry). Nástavbou na túto úlohu môže byť otázka, ako dané rozloženie 12 karičiek skontrolovať čo najefektívnejšie.

Úloha 28.6. Je možné SETy nejako kategorizovať? Ako? Koľko SETov v jednotlivých kategóriách je možné vytvoriť? Vieme správnosť našich výpočtov overiť pomocou nejakých predchádzajúcich úvah?

Riešenie. Táto úloha sa dá opäť uchopiť mnohými spôsobmi. Jedným z nich môže byť roztriedenie SETov pomocou počtu charakteristík, ktoré majú karičky spoločné. Každé rozdelenie, ktoré žiaci vymyslia, by ich však v konečnom dôsledku malo priviesť k rovnakému počtu SETov ako v úlohe 2.

Záverečný komentár. Hra SET je pre študentov (a nielen nich) veľmi atraktívna a majú tendencie sa odhodlane púšťať aj do predkladaných problémov. Stretnutie je tak príjemnou zmenou tempa a obsahu doterajšieho priebehu seminára

Doplňujúce zdroje a materiály

Výborným sprievodcom plným zaujímavých úloh spolu s komentovanými študentskými riešeniami je možné nájsť na [?].