

## Seminár 31: Geometria VII – stredové, obvodové, úsekové uhly, tetivové štvoruholníky

### Úlohy a riešenia

**Úloha 31.1.** [B-65-I-5-D1] Daná je tetiva  $AB$  kružnice  $k$  so stredom v bode  $S$ . Na úsečke  $AB$  zvolíme bod  $M$  a priesečník kružnice opísanej trojuholníku  $AMS$  s kružnicou  $k$  označíme  $C$ . Dokážte, že uhly  $MCS$  a  $MBS$  sú zhodné.

**Úloha 31.2.** [B-66-II-3] V rovine sú dané kružnice  $k$  a  $l$ , ktoré sa pretínajú v bodoch  $E$  a  $F$ . Dotyčnica ku kružnici  $l$  zostrojená v bode  $E$  pretína kružnicu  $k$  v bode  $H$  ( $H \neq E$ ). Na oblúku  $EH$  kružnice  $k$ , ktorý neobsahuje bod  $F$ , zvolíme bod  $C$  ( $E \neq C \neq H$ ) a priesečník priamky  $CE$  s kružnicou  $l$  označíme  $D$  ( $D \neq E$ ). Dokážte, že trojuholníky  $DEF$  a  $CHF$  sú podobné.

**Úloha 31.3.** [B-65-II-2] Daná je úsečka  $AB$ , jej stred  $C$  a vnútri úsečky  $AB$  bod  $D$ . Kružnice  $k(C, |BC|)$  a  $m(B, |BD|)$  sa pretínajú v bodoch  $E$  a  $F$ . Zdôvodnite, prečo je polpriamka  $FD$  osou uhla  $AFE$ .

**Úloha 31.4.** [B-65-I-5] Vrcholy konvexného šesťuholníka  $ABCDEF$  ležia na kružnici, pričom  $|AB| = |CD|$ . Úsečky  $AE$  a  $CF$  sa pretínajú v bode  $G$  a úsečky  $BE$  a  $DF$  sa pretínajú v bode  $H$ . Dokážte, že úsečky  $GH$ ,  $AD$  a  $BC$  sú navzájom rovnobežné.

**Úloha 31.5.** [B-58-I-5] Trojuholníku  $ABC$  je opísaná kružnica  $k$ . Os strany  $AB$  pretne kružnicu  $k$  v bode  $K$ , ktorý leží v polrovine opačnej k polrovine  $ABC$ . Osi strán  $AC$  a  $BC$  pretnú priamku  $CK$  postupne v bodoch  $P$  a  $Q$ . Dokážte, že trojuholníky  $AKP$  a  $KBQ$  sú zhodné.

### Domáca práca