

## Seminár 34: Opakovanie II – samostatné riešenie úloh

### Úlohy a riešenia

**Úloha 34.1.** [B-51-S-1] Určte reálne číslo  $p$  tak, aby rovnica

$$x^2 + 4px + 5p^2 + 6p - 16 = 0$$

mala dva rôzne korene  $x_1, x_2$  a aby súčet  $x_1^2 + x_2^2$  bol čo najmenší.

**Úloha 34.2.** [B-51-S-2] Vnútri strán  $BC, CA, AB$  daného ostrouhlého trojuholníka  $ABC$  sú po rade vybrané body  $X, Y$  a  $Z$  tak, že každému zo štvoruholníkov  $ABXY, BCYZ$  a  $CAZX$  sa dá opísať kružnica. Dokážte, že body  $X, Y, Z$  sú päty výšok trojuholníka  $ABC$ .

**Úloha 34.3.** [B-51-S-3] Na tabuli sú napísané čísla  $1, 2, \dots, 17$ . Čísla postupne zotierame, a to tak, že z doposiaľ nezotretých čísel zvolíme ľubovoľné číslo  $k$  a zotrieme všetky tie čísla na tabuli, ktoré delia číslo  $k + 17$ . Dokážte, že opakovaním tejto procedúry sa nám nepodari zotrieť všetky čísla.