

## Seminár 32: Geometria VIII – výpočtové úlohy

### Úlohy a riešenia

**Úloha 32.1.** [B-59-II-1] Kružnica  $l(T; s)$  prechádza stredom kružnice  $k(S; 2\text{cm})$ . Kružnica  $m(U; t)$  sa zvonka dotýka kružníc  $k$  a  $l$ , pričom  $US \perp ST$ . Polomery  $s$  a  $t$  vyjadrené v centimetroch sú celé čísla. Určte ich.

**Úloha 32.2.** [B-66-S-2] Na odvesnách  $AC$  a  $BC$  daného pravouhlého trojuholníka  $ABC$  určte postupne body  $K$  a  $L$  tak, aby súčet

$$|AK|^2 + |KL|^2 + |LB|^2$$

nadobúdal najmenšiu možnú hodnotu a vyjadrite ju pomocou  $c = |AB|$ .

**Úloha 32.3.** [B-63-S-3] Na priamke  $a$ , na ktorej leží strana  $BC$  trojuholníka  $ABC$ , sú dané body dotyku všetkých troch jemu pripísaných kružníc (body  $B$  a  $C$  nie sú známe). Nájdite na tejto priamke bod dotyku kružnice vpísanej.

**Úloha 32.4.** [B-65-I-3] V pravouhlom trojuholníku  $ABC$  s preponou  $AB$  a odvesnami dĺžok  $|AC| = 4\text{ cm}$  a  $|BC| = 3\text{ cm}$  ležia navzájom sa dotýkajúce kružnice  $k_1(S_1; r_1)$  a  $k_2(S_2; r_2)$  tak, že  $k_1$  sa dotýka strán  $AB$  a  $AC$ , zatiaľ čo  $k_2$  sa dotýka strán  $AB$  a  $BC$ . Určte najmenšiu a najväčšiu možnú hodnotu polomeru  $r_2$ .

**Úloha 32.5.** [B-61-II-3] Pravouhlému trojuholníku  $ABC$  je vpísaná kružnica, ktorá sa dotýka prepony  $AB$  v bode  $K$ . Úsečku  $AK$  otočíme o  $90^\circ$  do polohy  $AP$  a úsečku  $BK$  otočíme o  $90^\circ$  do polohy  $BQ$  tak, aby body  $P$ ,  $Q$  ležali v polrovine opačnej k polrovine  $ABC$ .

- Dokážte, že obsahy trojuholníkov  $ABC$  a  $PQK$  sú rovnaké.
- Dokážte, že obvod trojuholníka  $ABC$  nie je väčší ako obvod trojuholníka  $PQK$ . Kedy nastane rovnosť obvodov?