

Seminár 10: Geometria I – základné poznatky

Úlohy a riešenia

Úloha 10.1. Dokážte, že súčet veľkostí vnútorných uhlov ľubovoľného trojuholníka je 180° .

Úloha 10.2. [66-I-3-N1] Z trojuholníkových nerovností medzi dĺžkami strán ľubovoľného trojuholníka odvodte známe pravidlo $\alpha < \beta \Rightarrow a < b$ o porovnaní veľkostí vnútorných uhlov a dĺžok protiľahlých strán v ľubovoľnom trojuholníku ABC .

Úloha 10.3. [63-I-4-N3] Dokážte vety:

a) Ak majú dva trojuholníky rovnakú výšku, potom pomer ich obsahov sa rovná pomeru dĺžok príslušných základní.

b) Ak majú dva trojuholníky zhodné základne, potom pomer ich obsahov sa rovná pomeru príslušných výšok.

Úloha 10.4. [61-I-5-N1] Pre všeobecný trojuholník ABC so stranami a, b, c a obsahom S platí pre polomer r vpísanej kružnice vzorec $r = 2S/(a + b + c)$. Dokážte.

Úloha 10.5. Dokážte, že uhlopriečky v rovnobežníku sa navzájom polia.

Úloha 10.6. [58-I-4-N1] Označme U priesečník uhlopriečok daného konvexného štvoruholníka $ABCD$. Dokážte, že priamky AB a CD sú rovnobežné práve vtedy, keď trojuholníky ADU a BCU majú rovnaký obsah.

Úloha 10.7. [64-I-4-N1] Lichobežník $ABCD$ má základne s dĺžkami $|AB| = a$ a $|CD| = c$ a jeho uhlopriečky sa pretínajú v bode U . Aký je pomer obsahov trojuholníkov ABU a CDU ?

Úloha 10.8. [58-I-2-D1] Nech k je kružnica opísaná pravouhlému trojuholníku ABC s preponou AB dĺžky c . Označme S stred strany AB a D a E priesečníky osí strán BC a AC s jedným oblúkom AB kružnice k . Vyjadrite obsah trojuholníka DSE pomocou dĺžky prepony c .

Úloha 10.9. [58-I-2-D2] Vyjadrite obsah rovnoramenného lichobežníka $ABCD$ so základňami AB a CD pomocou dĺžok a, c jeho základní a dĺžky b jeho ramien.