

Seminár 19

Téma

Teória čísel IV – prvočísla

Ciele

Precvičiť so študentmi rôzne úlohy o prvočíslach, pri riešení ktorých sa uplatnia poznatky o deliteľnosti nadobudnuté v seminároch 7 a 8.

Úlohy a riešenia

Úloha 19.1. [63-I-3-N2] Číslo n je súčinom dvoch rôznych prvočísel. Ak zväčšíme menšie z nich o 1 a druhé ponecháme, ich súčin sa zväčší o 7. Určte číslo n .

Úloha 19.2. [63-I-3-N4] Číslo n je súčinom dvoch prvočísel. Ak zväčšíme každé z nich o 1, ich súčin sa zväčší o 35. Určte číslo n .

Úloha 19.3. [63-I-3] Číslo n je súčinom troch rôznych prvočísel. Ak zväčšíme dve menšie z nich o 1 a najväčšie ponecháme nezmenené, zväčší sa ich súčin o 915. Určte číslo n .

Úloha 19.4. [64-S-3] Nájdite najmenšie prirodzené číslo n s ciferným súčtom 8, ktoré sa rovná súčinu troch rôznych prvočísel, pričom rozdiel dvoch najmenších z nich je 8.

Úloha 19.5. [57-S-1] Nájdite všetky dvojice prirodzených čísel a, b väčších ako 1 tak, aby ich súčet aj súčin boli mocniny prvočísel.

Úloha 19.6. [65-I-1-D2 resp. 55-C-II-4] Nájdite všetky dvojice prvočísel p a q , pre ktoré platí $p + q^2 = q + 145p^2$.

Úloha 19.7. [66-I-2-D4, resp. 62-I-5] Určte všetky celé čísla n , pre ktoré $2n^3 - 3n^2 + n + 3$ je prvočíslo.

Úloha 19.8. [MŘMUI TODO, 2.3, str 174] Nájdite všetky prvočísla, ktoré sú súčasne súčtom a rozdielom dvoch vhodných prvočísel.

Úloha 19.9. [str. 95] thiele1986 Nájdite celočíselné riešenia rovnice

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{p},$$

kde p je pevne dané prvočíslo.

Domáca práca

Úloha 19.10. [65-I-1] Nájdite všetky možné hodnoty súčinu prvočísel p, q, r , pre ktoré platí

$$p^2 - (q + r)^2 = 637.$$

Doplňujúce zdroje a materiály

Ďalšie zaujímavé príklady je možné nájsť v [[?]], paragraf 2, taktiež v [[?]] alebo na [PP] TODO.

Matematický seminár pre talentovaných študentov
https://pancelka.github.io/diplomova_laska