

## Seminár 6: Algebraické výrazy, rovnice a nerovnosti III – lineárne rovnice a sústavy lineárnych rovníc

### Úlohy a riešenia

**Úloha 6.1.** [60-I-1-N1] Máme tri čísla so súčtom 2010, pričom každé z nich je aritmetickým priemerom zvyšných dvoch. Aké sú to čísla?

**Úloha 6.2.** [60-I-1-N2] Máme tri čísla, o ktorých vieme, že každé z nich je aritmetickým priemerom niektorých dvoch z našich troch čísel. Dokážte, že naše tri čísla sú rovnaké.

**Úloha 6.3.** [60-I-1] Lucia napísala na tabuľu dve nenulové čísla. Potom medzi ne postupne vkladala znamienka plus, mínus, krát a delené a všetky štyri príklady správne vypočítala. Medzi výsledkami boli iba dve rôzne hodnoty. Aké dve čísla mohla Lucia na tabuľu napísať?

**Úloha 6.4.** [60-II-1] Na tabuli sú napísané práve tri (nie nutne rôzne) reálne čísla. Vieme, že súčet ľubovoľných dvoch z nich je tam napísaný tiež. Určte všetky trojice takých čísel.

**Úloha 6.5.** [60-S-1] Po okruhu behajú dvaja atléti, každý inou konštantnou rýchlosťou. Keď bežia opačnými smermi, stretávajú sa každých 10 minút, keď bežia rovnakým smerom, stretávajú sa každých 40 minút. Za aký čas zabehne okruh rýchlejší atlét?

**Úloha 6.6.** [66-I-4-N1] Určte všetky dvojčleny  $P(x) = ax + b$ , pre ktoré platí  $P(2) = 3$  a  $P(3) = 2$ .

**Úloha 6.7.** [66-I-4-N2] Určte všetky trojčleny  $P(x) = ax^2 + bx + c$ , pre ktoré platí  $P(1) = 4$ ,  $P(2) = 9$  a  $P(3) = 18$ .

**Úloha 6.8.** [66-I-4-N3] Určte všetky dvojčleny  $P(x) = ax + b$  s celočíselnými koeficientmi  $a$  a  $b$ , pre ktoré platí  $P(1) < P(2)$  a  $P(1)^2 + P(2)^2 = 5$ .

**Úloha 6.9.** [66-I-4-D2] Koeficienty  $a, b, c$  trojčlena  $P(x) = ax^2 + bx + c$  sú reálne čísla, pritom každá z troch jeho hodnôt  $P(1)$ ,  $P(2)$  a  $P(3)$  je celým číslom. Vyplýva z toho, že aj čísla  $a, b, c$  sú celé, alebo je nutne celé aspoň niektoré z nich (ktoré)?

**Úloha 6.10.** [59-S-3] Nájdite všetky dvojice nezáporných celých čísel  $a, b$ , pre ktoré platí

$$a^2 + b + 2 = a + b^2.$$