相似对角化与单纯矩阵

定义

针对方阵:

- 对$A \in F^{nxn}$，若 $A \sim \mathrm{diag}(a_1, a_2, \cdots, a_n) \in F^{n \times n}$ ，则称**方阵A可对角化**

对角线元素是A的特征值，即$P^{-1}AP=diag(\lambda_1,...,\lambda_n)$
判断是否可以对角化要根据可对角化的充要条件，看方阵的特征值。
能相似对角化的矩阵称为**单纯矩阵。**

可对角化的充要条件:

1. 方阵每个特征值的几何重数等于代数重数:

$$\overbrace{\lambda_1, \cdots, \lambda_1}^{r_1}, \cdots, \overbrace{\lambda_s, \cdots, \lambda_s}^{r_s} \in C \qquad (r_1 + r_2 + \cdots + r_s = n)$$

$$r_i = \dim V_{\lambda_i}, \quad (i = 1, 2, \cdots, s)$$

2. 方阵有n个互异特征值则一定可以相似对角化。
3. 可利用相似对角化求矩阵的高阶幂

对角化的方法

1. 求特征值，将所有特征值排成对角阵。
2. 求对应特征值的特征向量，并将这些特征向量（列向量）组合成矩阵P。