内积

向量内积

实内积

定义

实数域n维向量空间R^n中，对于任意两个向量$\alpha=(x_1,x_2,\ldots,x_n)^T$，$\beta=(y_1,y_2,\ldots,y_n)^T$，称$\alpha^T\beta=\sum_{i=1}^n x_iy_i$ 为向量α和向量β的内积，记为$\langle\alpha,\beta\rangle$ 或$\alpha\cdot\beta$

性质

1. 交换律：$\langle\alpha,\beta\rangle=\langle\beta,\alpha\rangle$.
2. 齐次性：$\langle\alpha,k\beta\rangle=k\,\langle\alpha,\beta\rangle$.
3. 分配律：$\langle\alpha,\beta+\gamma\rangle=\langle\alpha,\beta\rangle+\langle\alpha,\gamma\rangle$.
4. 非负性：$\langle\alpha,\alpha\rangle\geq 0,\langle\alpha,\alpha\rangle=0$当且仅当$\alpha=0$.

复内积

定义

复数域n维向量空间C^n中，对于任意两个向量$u=(x_1,x_2,\ldots,x_n)^T$，$v=(y_1,y_2,\ldots,y_n)^T$，称$u^Hv=\sum_{i=1}^n \bar{x}_iy_i$ 为向量u和向量v的内积，记为$\langle u,v\rangle$ 或$u\cdot v$

性质

1. 交换律：$\langle u,v\rangle=\overline{\langle v,u\rangle}$.
2. 齐次性：$\langle u,kv\rangle=\bar{k}\,\langle u,v\rangle$.
3. 分配律：$\langle u,v+\delta\rangle=\langle u,v\rangle+\langle u,\delta\rangle,\delta\in C^n$.
4. 非负性：$\langle u,u\rangle\geq 0,\langle u,u\rangle=0$当且仅当$u=0$.

矩阵内积

参考PPT