Schur分解

Schur引理

1. 任意复方阵A酉相似于一个上三角阵,其主对角线元素为A的特征值。(正规矩阵酉相似于对角阵)正规矩阵

定理(Schur引理) 设 $A \in C^{n \times n}$ 则存在酉矩阵U,使得

$$U^{H}AU = \begin{pmatrix} \lambda_{1} & & & \mathbf{*} \\ & \lambda_{2} & & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & \lambda_{n} \end{pmatrix}$$

2. 推论:任意实方阵A正交相似于一个上三角阵,其主对角线元素为A的特征值。(正规矩阵正交相似于对角阵)

推论: $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 且A的特征值均为实数,则存在正交矩阵Q,使得

$$Q^{T}AQ = \begin{pmatrix} \lambda_{1} & & * \\ & \lambda_{2} & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & \lambda_{n} \end{pmatrix}$$