行列式

行列式与解方程

非齐次线性方程组：

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases}$$

系数行列式：$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

当$D \neq 0$时，方程有唯一解。$x_1 = \frac{D_1}{D}, \quad x_2 = \frac{D_2}{D}, \quad x_3 = \frac{D_3}{D}$

对应于矩阵，也就是D可逆时，非齐次线性方程组有唯一解。

行列式的性质

1. 行列式与其转置相等。
2. 若行列式某行或者某列有公因数k,则k可以提到行列式外面。
3. 行列式两行（列）互换，行列式只改变符号。
4. 若行列式中两行（列）相同或者成比例，行列式值为0。
5. 若行列式某行（列）元素都可以写成两数之和，则行列式等于这两个行列式的和：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{i1}+c_{i1} & b_{i2}+c_{i2} & \cdots & b_{in}+c_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{i1} & b_{i2} & \cdots & b_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ c_{i1} & c_{i2} & \cdots & c_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

6. 行列式某行（列）倍乘k后加在另一行（列），行列式值不变。

矩阵行列式

性质：

对于方阵A，B，k是常数：

1. $|kA| = k^n|A|$
2. $|AB| = |A||B|$