

满秩矩阵

定义：

矩阵的秩等于非零子式的最高阶数。

定义1:用初等行变换将矩阵A化为阶梯形矩阵, 则矩阵中非零行的个数就定义为这个矩阵的秩, 记为 $r(A)$, 根据这个定义, 矩阵的秩可以通过初等行变换求得。需要注意的是, 矩阵的阶梯形并不是唯一的, 但是阶梯形中非零行的个数总是一致的。

定义2:在 $A_{m \times n}$ 中, 若

(1) 有某个 r 阶子式 $D_r \neq 0$;

(2) 所有 $r+1$ 阶子式 $D_{r+1} = 0$ (如果有 $r+1$ 阶子式的话)

称A的秩为 r , 记作 $R(A)=r$ 。规定: $R(O)=0$ 。

对 $A_{m \times n}$, 若 $R(A)=m$, 称A为行满秩矩阵;

若 $R(A)=n$, 称A为列满秩矩阵。

对 $A_{n \times n}$, 若 $R(A)=n$, 称A为满秩矩阵 (可逆矩阵, 非奇异矩阵) ;

若 $R(A)<n$, 称A为降秩矩阵 (不可逆矩阵, 奇异矩阵) 。

性质

1. 方阵满秩一定可逆 (逆矩阵)
2. 满秩又称非奇异、非退化。
3. 方阵满秩对应于方阵的特征值均不为0。