Solución talleres Fundamentos de matemáticas
Monitoria

Ciro Iván García López

20 de septiembre de 2018

Resumen

Sesión cuatro - Preparcial.

1. Brinde una deducción del siguiente argumento. Suponga que las funciones no tienen problemas de ningún tipo.

$$\forall y \exists x(f(x) = y), \forall y \exists x(g(x) = y) \implies \forall y \exists x(f(g(x)) = y)$$

Solución 1. *Esta prueba tiene su detalle, hay que especificar el universal y luego el existencial, indicando que se tiene una relación entre los elementos.*

(1)	$\forall y \exists x(f(x) = y)$	*Premisa*
(2)	$\forall y \exists x(g(x) = y)$	*Premisa*
(3)	$\exists x(f(x) = b)$	*Para todo b en el universo, especificación del universal en (1)*
(4)	$(f(a) = b)$	*Para todo b en el universo y algún a que depende de b, especificación del existencial en (3)*
(5)	$\exists x(g(x) = d)$	*Para todo d en el universo, especificación del universal en (2)*
(6)	$(g(c) = d)$	*Para todo d en el universo y algún c que depende de d, especificación del existencial en (5)*
(7)	$g(c) = a$	*Para todo a en el universo y algún c que depende de a, caso particular cuando $d = a$ en (6).*
(8)	$f(g(c)) = b$	*Para todo b en el universo y algún c que depende de b, remplazo de a según (7) en (4)*
(9)	$\exists x(f(g(x)) = b)$	*Para todo b en el universo, generalización del existencial en (8)*
(10)	$\forall y \exists x(f(g(x)) = b)$	*Generalización del universal en (9)*

2. Escriba en correcto español, considere el universo de los naturales.

- $p \vee t \to (q \to s)$
- $\forall k(p(k) \to p(k+1)) \to \forall n(p(n))$

Solución 2. *(1) Si, p o q entonces, s es necesario para p.*

(2) Tomando como referencia el universo de los naturales y pensando en una propiedad cualquiera se puede indicar de la siguiente manera:

Si, para todo natural cada vez que se cumple la propiedad para n implica la propiedad para $n+1$. Entonces todo natural cumple la propiedad.

3. Valide si los siguientes argumentos son validos, consistentes y brinde una deducción para aquellos validos.

$$\begin{array}{c} \neg(p \vee q) \\ r \vee t \\ \neg q \to \neg r \\ t \to p \\ \hline p \leftrightarrow t \wedge r \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{c} (r \vee s) \to (t \wedge u)) \\ \neg r \to (v \to \neg v) \\ \neg t \\ \hline \neg v \end{array}$$

Solución 3.

- *Las premisas son inconsistentes y por lo tanto el argumento es valido. Existe una derivación, pero esto es inmediato de la inconsistencia.*
- *Las premisas son consistentes, tome v, r, s falsos y t verdadero. El argumento es válido, y por lo tanto existe una derivación de la conclusión.*

4. Determine si es tautología.

- $(l \to (m \to n)) \to (m \to (l \to n))$

Solución 4. *Para que la proposición sea una tautología se necesita que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso. Analice el consecuente, éste debe ser falso por lo que la única opción posible es que m y l son verdaderos y n falso, pero estos valores hacen el antecedente falso. Por lo tanto no existen valores que hagan la proposición falsa.*

5. Sean n, m enteros, si nm es impar, entonces n y m son impares.

   Solución 5. *Se procede por reducción al absurdo. Suponga que nm es impar y* n o m es par

   - *Si n es par y m es impar, entonces $n = 2k$ para algún K entero y $m = 2l + 1$ para algún l entero. Con lo cual $nm = (2k)(2l+1) = 2(k)(2l+1)$ usando asociatividad en el producto de enteros, observe que $k(2l+1)$ es entero y por lo tanto $nm = 2h$ con h entero. De lo cual nm es par y esto contradice el hecho que sea impar. No es posible que se de este caso.*
   - *Si n es impar y m es par, la prueba es análoga.*
   - *Si ambos son pares, prueba análoga.*

   Al analizar los tres se llega a un absurdo, por lo tanto la afirmación original debe ser verdad.

could be better