Микроэкономика-I

Павел Андреянов, PhD

22 февраля 2024 г.

План

План

- эффект дохода
- эффект замещения
- товар Гиффена
- матрица Слуцкого

Эффекты дохода и замещения

Эффекты дохода и замещения

Предположим, что цена на какой-то товар выросла $p \to p'$.

Само по себе это еще не проблема, потому что потребители могли просто переключиться на ближайший субститут. Но могло случиться и так, что достаточно близкого субститута нет, и потребители все равно заплатили за дорогой товар

Первая ситуация считается в каком-то смысле нормальной. Вторая - нет

Эффекты дохода и замещения

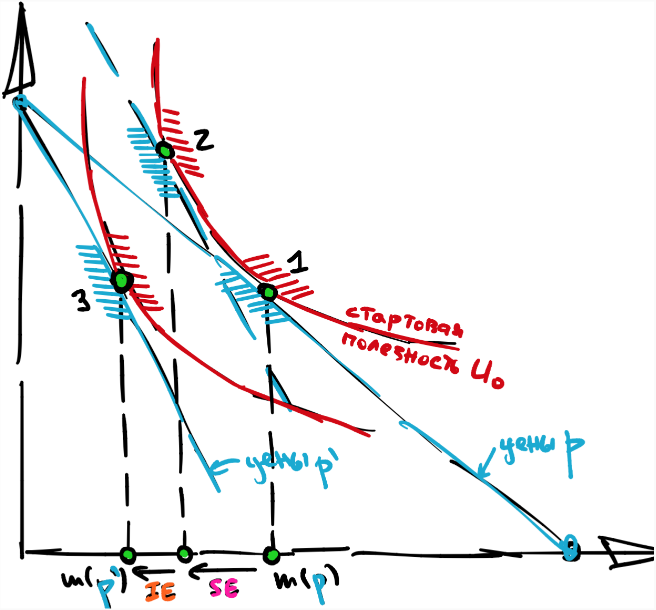
Попробуем формализовать эту идею.

Изменение спроса можно разложить на два эффекта: эффект дохода и эффект замещения. Что это за эффекты?

- эффект замещения (SE) – это «катание» бюджетной линии вдоль кривой безразличия
- эффект дохода (IE) – это «параллельное смещение» бюджетной линии

Почему всегда можно разложить?

Эффекты дохода и замещения



Общий эффект

Есть также общий эффект (TE), он равен сумме эффекта замещения и эффекта дохода и представляет собой просто стандартное изменение маршаллианских спросов:

$$\mathrm{TE} = \mathrm{SE} + \mathrm{IE} = m(p') - m(p).$$

Поскольку маршаллианский спрос, как правило, наблюдаем, то можно считать, что общий эффект всегда известен. Неизвестно его разложение на эффект дохода и замещения.

Эффект замещения

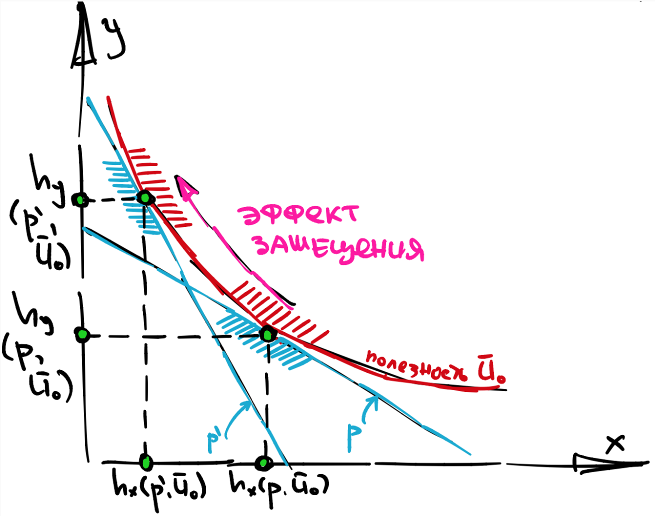
Эффект замещения

Эффект замещения есть, по сути, приращение хиксианского спроса при полезности зафиксированной на изначальном уровне.

$$SE = h(p', \bar{U}_0) - h(p, \bar{U}_0)$$

Эффект замещения всегда отрицательный (неположительный, если быть точным), если он по своей цене, потому что мы доказали, что $\nabla^2 E \leqslant 0$.

Эффект замещения



Эффект дохода

Эффект дохода

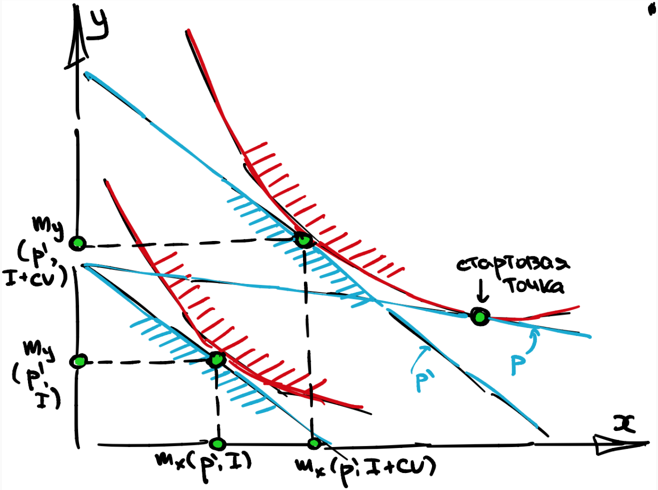
Эффект дохода есть разница между общим эффектом и эффектом замещения, именно так его надо считать.

Эффект дохода IE меряет то, насколько повышение цены «ограбило» нашего агента.

То есть, он служит той же цели что CV или EV.

Только CV, EV - это числа а IE - это вектор.

Эффект дохода



Эффект дохода

На самом деле, есть довольно простая связь между IE и CV.

$$SE = h(p', U_0) - h(p, U_0), \quad TE = m(p', W) - m(p, W)$$

помним что IE это разница между TE и SE

$$\begin{aligned}
IE &= m(p', W) - h(p', U_0) \\
IE &= m(p', W) - m(p', W + CV) \\
IE \cdot p' &= m(p', W) \cdot p' - m(p', W + CV) \cdot p' \\
IE \cdot p' &= W - (W + CV) = -CV
\end{aligned}$$

То есть, |CV| это длина проекции IE на новый вектор цен.

Эффект дохода

Напомню что речь идет об изменении цен $p \to p'$.

- Если у вас уже есть CV то эффект дохода это

$$IE = m(p', W) - m(p', W + CV)$$

- Если у вас уже есть IE то

$$CV = -IE \cdot p'$$

Эффект дохода

В отличие от эффекта замещения который всегда отрицательный по координате товара цена которого растет, эффект дохода может иметь более менее любой знак.

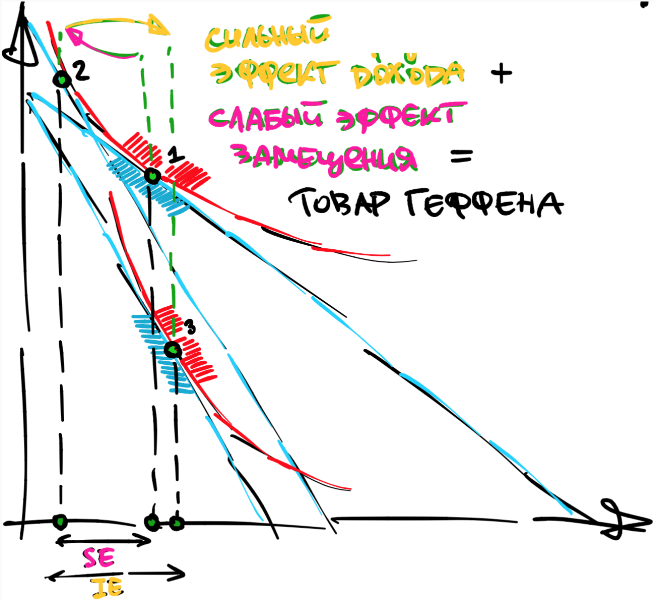
Попробуем нарисовать пример на доске, в котором эффект дохода будет положительным

Эффект дохода

Если эффект дохода положительный (не того знака что мы ожидаем), и довольно большой, то он может превзойти эффект замещения (у которого известный знак) так, что общий эффект будет положительный.

То есть, можно сделать так что цена на товар растет и его потребление растет. Это называется парадоксом Гиффена.

Еще раз, эффект дохода и замещения направлены в противоположные стороны и эффект дохода побеждает.



СИЛЬНЫЙ ЭФФЕКТ ДОХОДА +
СЛАБЫЙ ЭФФЕКТ ЗАМЕЩЕНИЯ =
ТОВАР ГЕФФЕНА
2
1
3
SE
IE

Найдем IE у доски с кобб дугласом.

Матрица Слуцкого

Евгений Слуцкий

Евгений Евгеньевич Слуцкий советский математик и экономист начала 20 века. Из за него студенты экономики во всех университетах мира льют крокодиловы слезы, пытаясь понять его матрицы и уравнения.

Евгений Слуцкий

Матрица Слуцкого, она же матрица замещения, она же S это просто гессиан функции расходов, который у нас фигурировал уже много где

$$S = \nabla^2 E$$

Она описывает замещение. Что с ней можно делать?

Можно, например, разложить CV в ряд

$$CV = E(p + \delta p) - E(p) \approx (\delta p)h + \frac{(\delta p)S(\delta p)}{2}$$

потому что $h = \nabla E$, а $S = \nabla^2 E$. (транспонирование расставьте самостоятельно так, чтобы получилось число)

Матрица Слуцкого

Матрица Слуцкого – это в некотором смысле четвертая модель поведения потребителя. То есть вместо калибровки полезности или предпочтений, мы можем калибровать матрицу замещения.

Коэффициенты матрицы Слуцкого также можно переписать в терминах эластичности, дохода и долей, каждый из которых достаточно легко оценивается в данных.

Матрица Слуцкого

Матрицу Слуцкого можно использовать для связи между хиксианскими и маршаллианскими эластичностями.

Сфокусируемся на уравнении, связывающем Хиксианский и Маршаллианский спросы:

$$\vec{h}(\vec{p}, \bar{U}) = \vec{m}(\vec{p}, E(\vec{p}, \bar{U})).$$

Матрица Слуцкого

Сфокусируемся на уравнении, связывающем Хиксианский и Маршаллианский спросы:

$$\vec{h}(\vec{p}, \bar{U}) = \vec{m}(\vec{p}, E(\vec{p}, \bar{U})).$$

Вас, скорее всего, не учили матричному дифференцированию, но в данном случае оно работает примерно как обычное:

$$\nabla \vec{h}(\vec{p}, \bar{U}) = \nabla \vec{m}(\vec{p}, \bar{U}) + \frac{\partial m}{\partial I} \cdot \nabla E(\vec{p}, \bar{U}) = \nabla \vec{m}(\vec{p}, \bar{U}) + \frac{\partial m}{\partial I} \cdot \vec{h}$$

Проблема в том, что и $\frac{\partial m}{\partial I}$ и $\vec{h}$ – это вектора длины n, и, поэтому, мы должны подумать, в каком порядке мы их хотим перемножить.

Матрица Слуцкого

$$\nabla \vec{h}(\vec{p}, \bar{U}) = \nabla \vec{m}(\vec{p}, \bar{U}) + \frac{\partial m}{\partial I} \cdot \vec{h}$$

Есть два варианта: либо мы умножаем строку $\frac{\partial m}{\partial I}$ на столбец $\vec{h}$, либо мы умножаем столбец $\frac{\partial m}{\partial I}$ на строку $\vec{h}$.

Один из этих вариантов даст число, а другой – матрицу. Тот вариант, который сохранит размерность объекта, и будет правильным матричным дифференцированием.

Матрица Слуцкого

В зависимости от того, что идет по строкам: координаты цен или координаты товаров – формула будет выглядеть по-разному.

Например, если по горизонтали идут товары, то правильно:

$$S = (\nabla h_x, \nabla h_y) = (\nabla m_x, \nabla m_y) + \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix} \cdot (\frac{\partial m_x}{\partial I}, \frac{\partial m_y}{\partial I})$$

Это называется уравнением Слуцкого.

Чтобы не запутаться, достаточно запомнить, что вектор h в правой части уравнения – это, на самом деле $\nabla_{\vec{p}} E$, то есть он относится к ценам, которые идут по вертикали.

Матрица Слуцкого

Далее, если s_x и s_y это доли товаров x, y в бюджете, то верхний диагональный элемент уравнения Слуцкого можно записать как:

$$\frac{\partial h_x}{\partial p} = \frac{m_x}{p}(\varepsilon_{x,p} + \varepsilon_{x,I} \cdot s_x)$$

А диагональный элемент уравнения Слуцкого можно записать как:

$$\frac{\partial h_x}{\partial q} = \frac{m_x}{q}(\varepsilon_{x,q} + \varepsilon_{x,I} \cdot s_y)$$

К слову, эти уравнения связывают эластичности хиксианского и маршаллианских спросов.

Обратим внимание еще раз на эластичность Хиксианского спроса по собственной цене, которую я назову $\varepsilon^c_{x,p}$:

$$\varepsilon^c_{x,p} = \varepsilon_{x,p} + \varepsilon_{x,I} \cdot s_x,$$

и перепишем ее так, чтобы маршаллианский спрос был слева:

$$\varepsilon_{x,p} = \varepsilon^c_{x,p} - \varepsilon_{x,I} \cdot s_x.$$

Легко видеть, что если $\varepsilon_{x,I} > 0$, то, поскольку $\varepsilon^c_{x,p}$ всегда неположительный, и $\varepsilon_{x,p}$ будет неположительный. И (локально) парадокс Гиффена не получится.

Предположим, что товар x инфериорный, то есть это товар низкого качества, тогда $\varepsilon_{x,I} < 0$. Предположим также, что доля товара x в бюджете потребителя достаточно высока, то есть s_x большой. Наконец, предположим, что для товара x нет близкого (чистого) субститута, то есть $\varepsilon^c_{x,p}$ близок к нулю.

Тогда может так случиться, что $\varepsilon_{x,p}$ станет положительным.

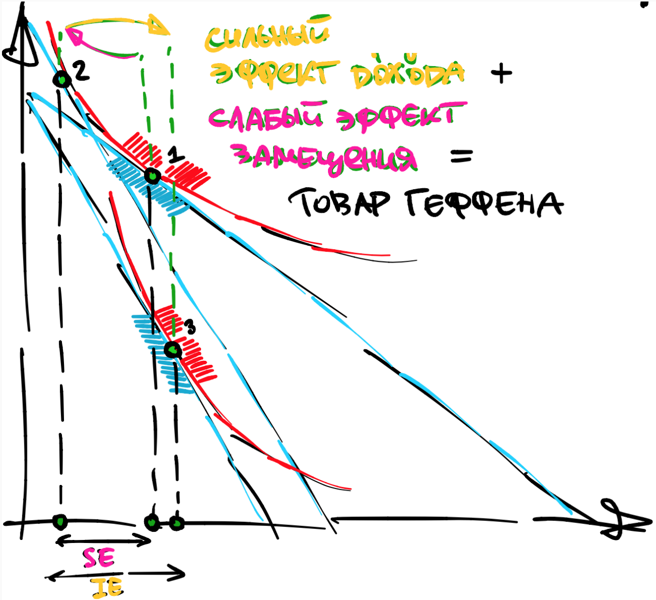
Еще раз

$$\varepsilon_{x,p} = \varepsilon^c_{x,p} - \varepsilon_{x,I} \cdot s_x.$$

- s_x это доля
- $\varepsilon^c_{x,p}$ это как бы эффект замещения
- $\varepsilon_{x,I} \cdot s_x$ это как бы эффект дохода

Для того, чтобы объяснить парадокс Гиффена, нужно иметь слабый эффект замещения и сильный (за счет большой доли) отрицательный эффект дохода.

Одна картинка, обсудим примеры из жизни, и все.


СИЛЬНЫЙ
ЭФФЕКТ ДОХОДА +
СЛАБЫЙ ЭФФЕКТ
ЗАМЕЩЕНИЯ =
ТОВАР ГЕФФЕНА
2
1
3
SE
IE

Это последняя лекция о теории потребителя