

Homework 3

JY Fan

1. 给定函数

$$f(x) = \frac{x_1 + x_2}{3 + x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2},$$

求 $f(x)$ 的极小点.

2. 判断下列函数是否为凸函数:

(1) $f(x_1, x_2) = x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2 + x_1 + x_2$;

(2) $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2)^2 + 4x_1 x_2 + e^{x_1 + x_2}$;

(3) $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 + 2x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - 6x_1 x_3$.

3. 设 $f(x_1, x_2) = 10 - 2(x_2 - x_1^2)^2$,

$$S = \{(x_1, x_2) \mid -11 \leq x_1 \leq 1, -1 \leq x_2 \leq 1\},$$

$f(x_1, x_2)$ 是否为 S 上的凸函数?

4. 证明 $f(x) = \frac{1}{2}x^T A x + b^T x$ 为严格凸函数的充要条件是 Hesse 矩阵 A 正定.