

Homework1

JY Fan

1.用定义验证下列集合是凸集:

(1) $S = \{(x_1, x_2) \mid x_1 + 2x_2 \geq 1, x_1 - x_2 \geq 1\};$

(2) $S = \{(x_1, x_2) \mid x_2 \geq |x_1|\}.$

2.证明下列集合 S 是凸集:

$$S = \{x \mid x = Ay, y \geq 0\},$$

其中 A 是 $n \times m$ 矩阵, $x \in \mathbb{R}^n, y \in \mathbb{R}^m$.

3.设 S 是 \mathbb{R}^n 中的一个非空凸集.证明对每一个整数 $k \geq 2$,若 $x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)} \in S$, 则

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i x^{(i)} \in S,$$

其中 $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_k = 1 (\lambda_i \geq 0, i = 1, \dots, k)$.