

Homework 6

JY Fan

1. 用 K-T 条件求解下列问题

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 - x_2 - 3x_3, \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 - x_2 - x_3 \geq 0, \\ & x_1^2 + 2x_2 - x_3 = 0. \end{aligned}$$

2. 求原点 $x^{(0)} = (0, 0)^T$ 到凸集

$$S = \{x \mid x_1 + x_2 \geq 4, 2x_1 + x_2 \geq 5\}$$

的最小距离.

3. 给定非线性规划问题

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x \\ \text{s.t.} \quad & Ax = 0, \\ & x^T x \leq \gamma^2, \end{aligned}$$

其中 A 为 $m \times n$ 矩阵 ($m < n$), A 的秩为 m , $c \in \mathbb{R}^n$ 且 $c \neq 0$, γ 是一个正数. 试求问题的最优解及目标函数最优值.

4. 给定非线性规划问题

$$\begin{aligned} \max \quad & b^T x, \quad x \in \mathbb{R}^n \\ \text{s.t.} \quad & x^T x \leq 1, \end{aligned}$$

其中 $b \neq 0$. 证明向量 $\bar{x} = b/\|b\|$ 满足最优性的充分条件.

5. 用内点法求解下列问题:

$$(1) \min x, \quad \text{s.t. } x \geq 1;$$

$$(2) \min (x+1)^2, \quad \text{s.t. } x \geq 0.$$

6. 考虑下列问题:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 x_2 \\ \text{s.t.} \quad & g(x) = -2x_1 + x_2 + 3 \geq 0. \end{aligned}$$

(1) 用二阶最优性条件证明点

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \frac{3}{4} \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

是局部最优解. 并说明它是否为全局最优解?

(2) 定义障碍函数为

$$G(x, r) = x_1 x_2 - r \ln g(x),$$

试用内点法求解此问题, 并说明内点法产生的序列趋向点 \bar{x} .