INSTITUTO TECNOLÓGICO DE SANTO DOMINGO

**Asignatura**

ING214-06-ANALISIS DE DATOS EN INGENIERIA

**Título**

Entrega Práctica 2

**Profesor**

CRISTÓBAL ALEXIS DURÁN JORRÍN

**Alumno**

Pedro Ángel Encarnación Martínez, ID:1121181

**7.17** Una variable aleatoria $X$ tiene la siguiente distribución uniforme discreta

$$f(x;k) = \begin{cases} \frac{1}{k}, & x = 1, 2, \ldots, k, \\ 0, & \text{en cualquier caso.} \end{cases}$$

Demuestre que la función generadora de momentos de $X$ es

$$M_X(t) = \frac{e^t(1 - e^{kt})}{k(1 - e^t)}.$$

$$M_X(t) = \mathbb{E}[e^{tX}] = \frac{1}{k}\sum_{x=1}^{k} e^{tx} = \frac{1}{k}\sum_{x=1}^{k}(e^t)^x$$

$$= \frac{1}{k} \cdot \frac{e^t(1 - (e^t)^k)}{1 - e^t} = \frac{e^t(1 - e^{kt})}{k(1 - e^t)}.$$

**7.19** Una variable aleatoria $X$ tiene la distribución de Poisson $p(x;\mu) = e^{-\mu}\mu^x/x!$ para $x = 0, 1, 2,....$ Demuestre que la función generadora de momentos de $X$ es

$$M_X(t) = e^{\mu(e^t - 1)}.$$

Utilice $M_X(t)$ para calcular la media y la varianza de la distribución de Poisson.

$$M_X(t) = \mathbb{E}[e^{tX}] = \sum_{x=0}^{\infty} e^{tx}\, e^{-\mu}\frac{\mu^x}{x!} = e^{-\mu}\sum_{x=0}^{\infty}\frac{(\mu e^t)^x}{x!} = e^{-\mu}e^{\mu e^t} = e^{\mu(e^t-1)}.$$

---

$$M_X'(t) = \mu e^t\, e^{\mu(e^t-1)}, \qquad M_X'(0) = \mu.$$

$$\mathbb{E}[X] = \mu.$$

$$M_X''(t) = (\mu e^t + \mu^2 e^{2t})\, e^{\mu(e^t-1)}, \qquad M_X''(0) = \mu + \mu^2.$$

$$\mathrm{Var}(X) = M_X''(0) - [M_X'(0)]^2 = (\mu + \mu^2) - \mu^2 = \mu.$$