



北京交通大学

# 图像处理与机器学习

Digital Image Processing and Machine Learning

主讲人：黄琳琳

电子信息工程学院



## 第五章 贝叶斯决策

- ◆ 基本概念
- ◆ 贝叶斯决策
- ◆ 判别函数
- ◆ 概率密度估计



# 基本概念

## ➤ 举例：手写字符识别（Handwritten Character Recognition）



$$y_k(\vec{x}) = y_k(\vec{x}, \vec{w})$$

- 从输入到输出的映射函数
- 如何确定最优的映射函数？

贝叶斯决策

人工神经网络

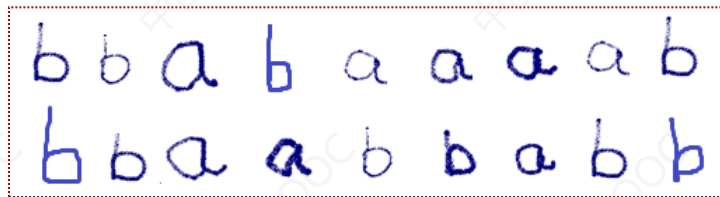
.....



# 贝叶斯公式

## ➤ 举例：手写字符识别（Handwritten Character Recognition）

- ✓ 对若干手写字符**识别**



- ✓ 目标：**分类错误率**最小

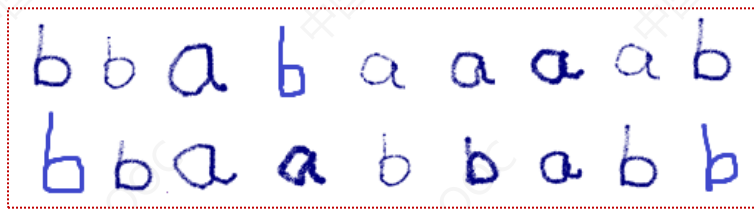


# 贝叶斯公式

## ➤ 举例：手写字符识别（Handwritten Character Recognition）

✓ 目标：分类错误率最小

先验概率, prior probability



$$a \quad p(\omega_1) = \frac{8}{18}$$

$$b \quad p(\omega_2) = \frac{10}{18}$$

$p(\omega_2) > p(\omega_1)$ , assign it to  $\omega_2$

将待分类字符归为先验概率大的类，分类错误最小



# 贝叶斯公式

➤ 假设提取了手写字符特征 -- 高宽比值



$\omega_1$



$\omega_2$

$$x = \frac{\text{height}}{\text{width}}$$

特征直方图



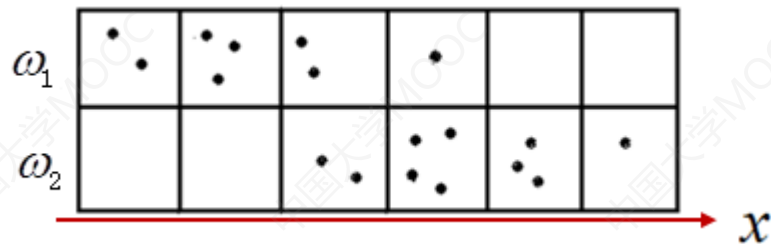


# 贝叶斯决策

- 假设可以提取字符的特征信息

a b 特征：高/宽

特征直方图



✓ 联合概率  $p(\omega_k, x)$

-- 属于类  $\omega_k$  而拥有特征值  $x$  的概率

✓ 条件概率  $p(x|\omega_k)$

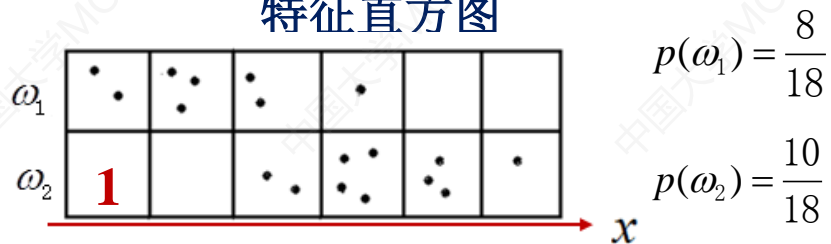
--  $\omega_k$  类，同时特征值为  $x$  的概率



# 贝叶斯公式

- 假设可以提取字符的特征信息

特征直方图



$$p(\omega_1, x^1) = \frac{2}{18} \quad p(x^1 | \omega_1) = \frac{2}{8}$$

$$p(\omega_1, x^1) = p(x^1 | \omega_1) p(\omega_1) = \frac{2}{8} \times \frac{8}{18} = \frac{2}{18}$$

$$p(\omega_k, x^l) = p(x^l | \omega_k) p(\omega_k)$$





# 贝叶斯公式

$$p(\omega_k, x^l) = p(x^l | \omega_k) p(\omega_k)$$

$$p(\omega_k, x^l) = p(\omega_k | x^l) p(x^l)$$

$$p(\omega_k | x^l) p(x^l) = p(x^l | \omega_k) p(\omega_k)$$

$$p(\omega_k | x^l) = \frac{p(x^l | \omega_k) p(\omega_k)}{p(x^l)}$$

贝叶斯公式



# 贝叶斯公式

贝叶斯公式

$$p(\omega_k | \vec{x}) = \frac{p(\vec{x} | \omega_k) p(\omega_k)}{p(\vec{x})}$$

$p(\omega_k | \vec{x})$  具有特征矢量  $\vec{x}$  属于  $\omega_k$  类的概率 后验概率, posterior

$p(\vec{x} | \omega_k)$  描述  $\omega_k$  类的特征矢量  $\vec{x}$  分布的概率 似然性, likelihood

$$posterior = \frac{likelihood \times prior}{normalization \quad factor}$$

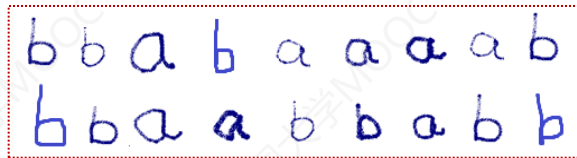


# 贝叶斯公式

贝叶斯公式

$$p(\omega_k | \vec{x}) = \frac{p(\vec{x} | \omega_k) p(\omega_k)}{p(\vec{x})}$$

$p(\omega_k | \vec{x})$  具有特征矢量  $\vec{x}$  属于  $\omega_k$  类的概率 后验概率, posterior



$$\longrightarrow p(\omega_k | \vec{x}) \quad p(\omega_1 | \vec{x}) = 0.7$$

$$p(\omega_2 | \vec{x}) = 0.3$$

**a**



$$\longrightarrow \vec{x}$$



# 谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事和同行的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！