



北京交通大学

图像处理与机器学习

Digital Image Processing and Machine Learning

主讲人：黄琳琳

电子信息工程学院



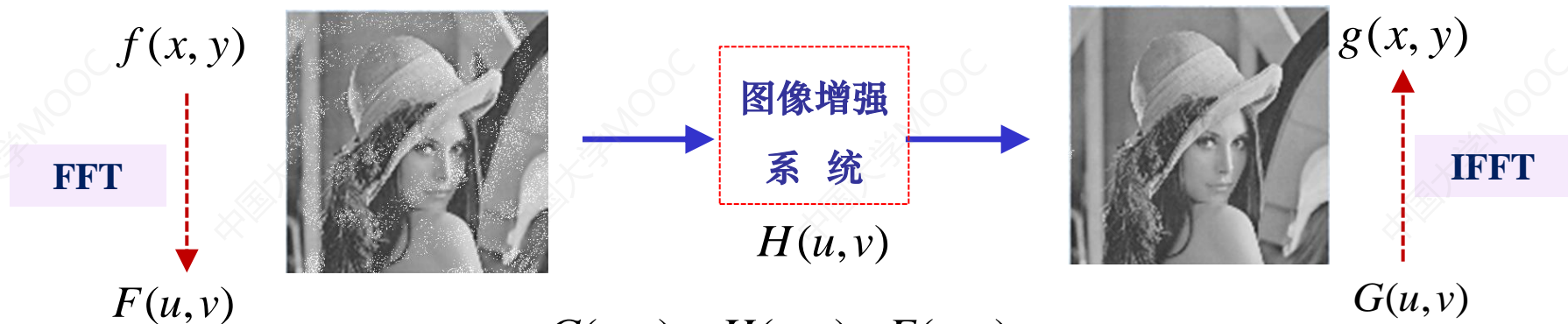
第二章 图像增强

◆ 频域增强

- 二维傅里叶变换定义
- 二维傅里叶变换性质
- 频域滤波器

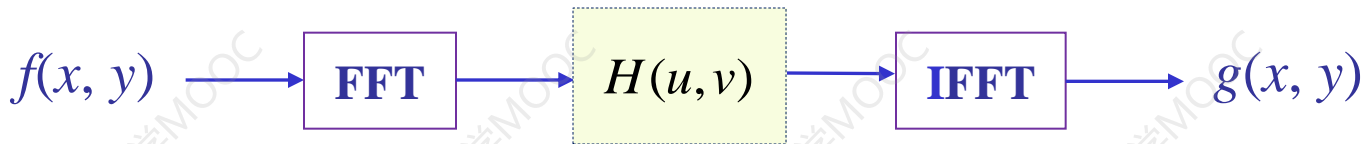


频域滤波



$$G(u, v) = H(u, v) \times F(u, v)$$

$$g(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} G(u, v) e^{j2\pi(ux/M + vy/N)}$$





频域滤波

➤ 频域滤波原理

$$G(u, v) = H(u, v) \times F(u, v)$$



通过滤波系统“**修正**”输入图像频率成分
从而达到图像**增强**目的

$H(u, v)$

低通滤波器

高通滤波器

.....



频域滤波

➤ 低通滤波器

低频成分通过，去除（衰减）高频成分

图像中尖锐的细节被平滑

- ✓ 理想低通滤波器
- ✓ Butterworth低通滤波器
- ✓ 高斯低通滤波器



频域滤波

➤ 理想低通滤波器

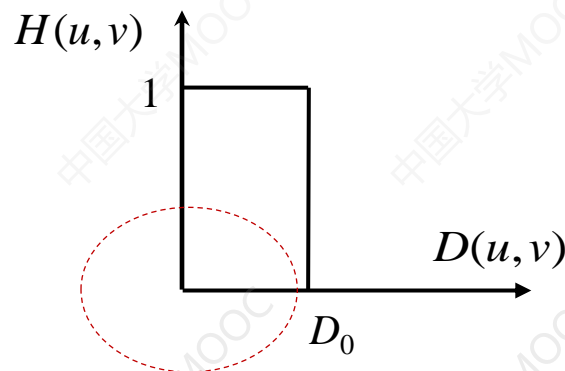
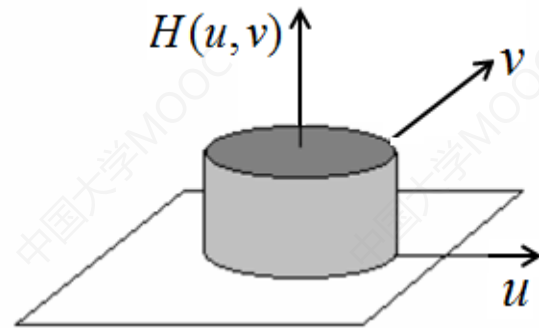
D_0 是一个实数 $D(u, v)$ 是点 (u, v) 到原点的距离

$$D(u, v) = (u^2 + v^2)^{1/2}$$

$H(u, v)$ 满足下列条件的滤波器，被称为理想低通滤波器

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & D(u, v) > D_0 \end{cases} \quad D_0 \text{ 被称为截止频率}$$

半径为 D_0 圆内的频率成分可以无失真通过；
在此半径之外的频率成分被截止（衰减为0）





频域滤波

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & D(u, v) > D_0 \end{cases} \quad D_0 \text{ 被称为截止频率}$$

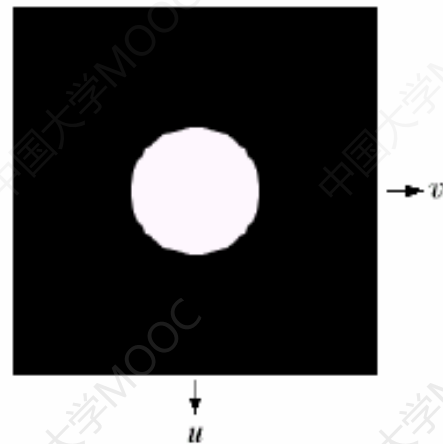
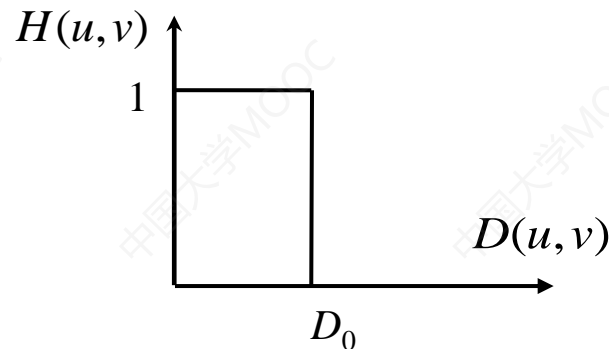
截止频率可以通过频谱中通过的**功率**占比选择

$$F(u, v) = R(u, v) + jI(u, v)$$

$$P(u, v) = R^2(u, v) + I^2(u, v)$$

总功率

$$P_T = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} P(u, v)$$





频域滤波

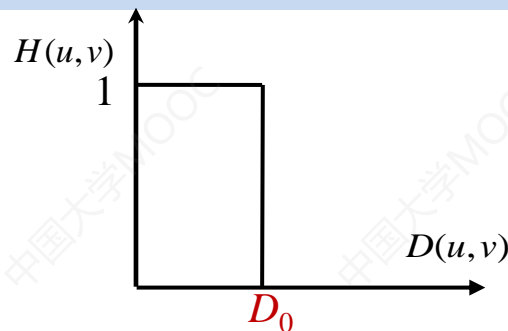
图像总功率

$$P_T = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} P(u, v)$$

通过截止频率为 D_0 低通滤波器

$$P_{pass} = \sum_{u=0}^{\hat{M}-1} \sum_{v=0}^{\hat{N}-1} P(u, v), \quad \hat{M} < M; \hat{N} < N$$

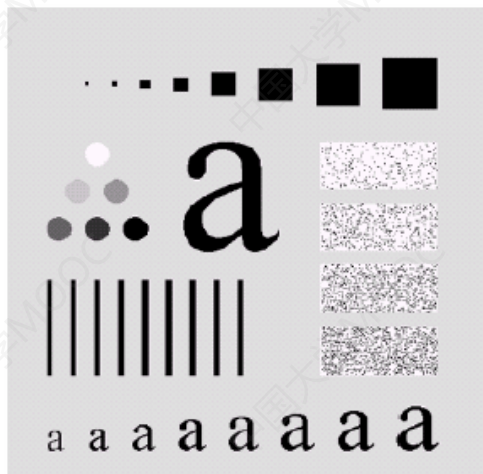
$$\frac{P_{pass}}{P_T} \times 100 = \alpha \quad \text{频域中心半径为 } D_0 \text{ 包含 } \alpha\% \text{ 的功率}$$



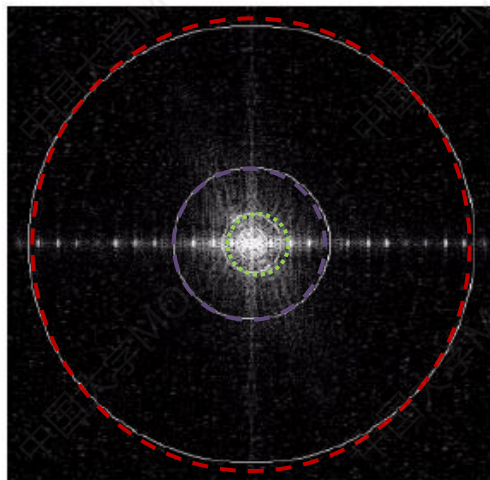


频域滤波

➤ 理想低通滤波器



500x500 图像



频谱

$$D_0=30$$

圆环包含图像总功率的**96.4%**

$$D_0=80$$

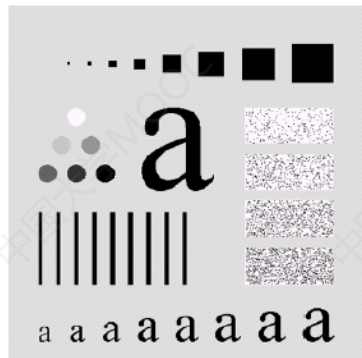
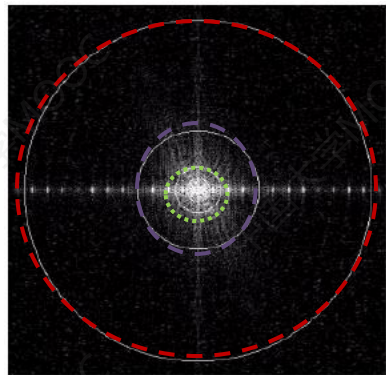
圆环包含图像总功率的**98%**

$$D_0=230$$

圆环包含图像总功率的**99.5%**



频域滤波



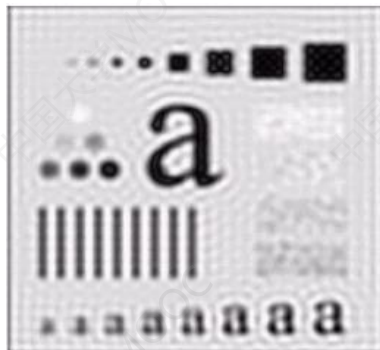
500X500 图像

$D_0=230$



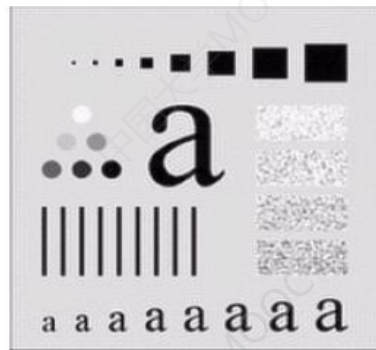
保留99.5% , 滤除0.5%

$D_0=30$

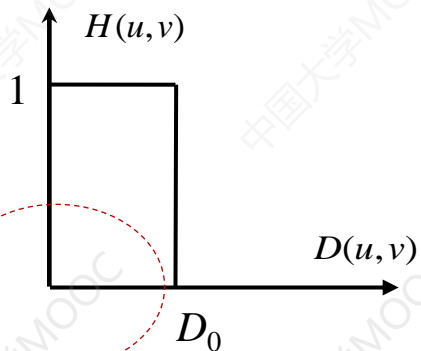


保留96.4% , 滤除3.6%

$D_0=80$



保留98% , 滤除2%





频域滤波

➤ 理想低通滤波器



原始图像



保留95% ， 滤除5%



保留98% ， 滤除2%



保留99% ， 滤除1%

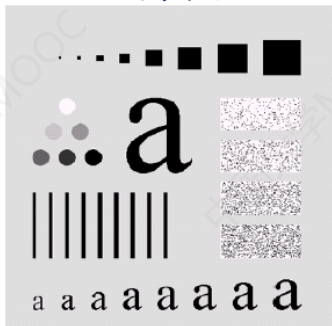


保留99.5% ， 滤除0.5%

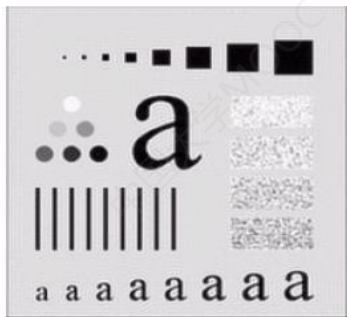


频域滤波

原图



保留98% ，滤除2%



包含更多细节
(高频成分)



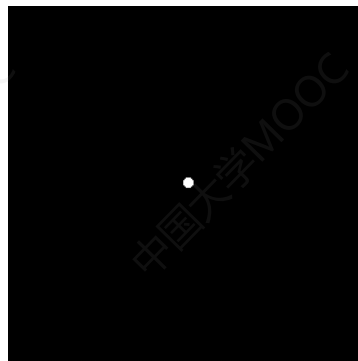
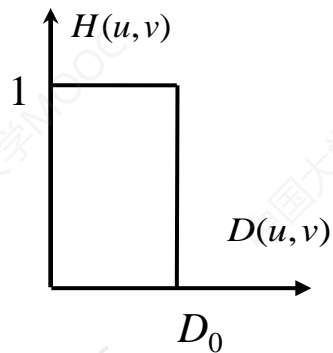


频域滤波

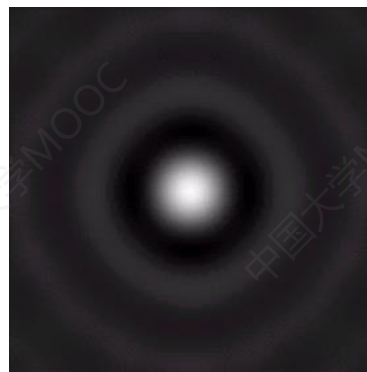
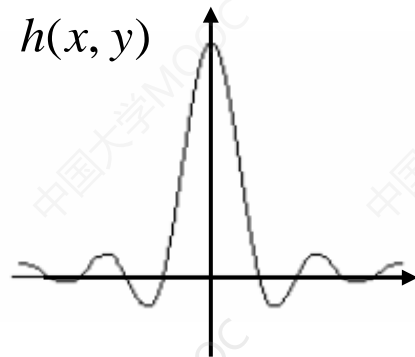
理想低通滤波器的振铃现象

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

$h(x, y)$ 是一个抽样函数 $Sa(\cdot)$



$H(u, v)$ 投影图

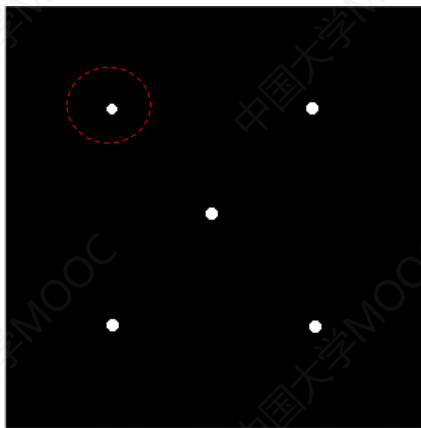


$h(x, y)$ 投影图



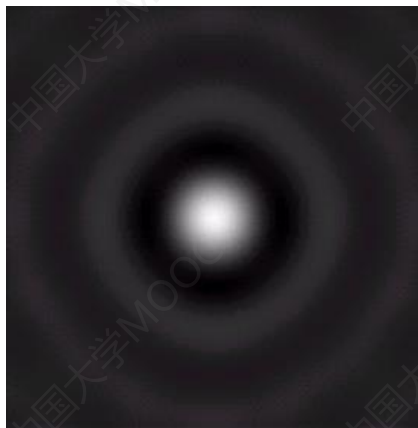
频域滤波

$$g(x, y) = f(x, y) \otimes h(x, y)$$



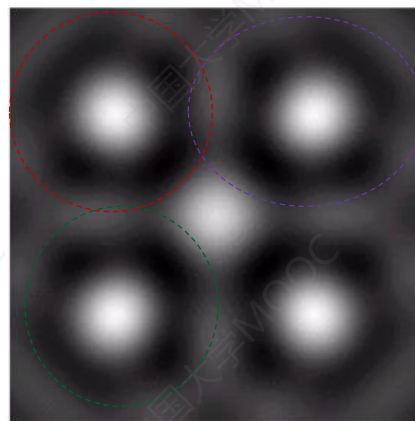
$f(x, y)$

包含5个白色点



$h(x, y)$

理想低通滤波器
脉冲响应



$g(x, y)$

振铃现象



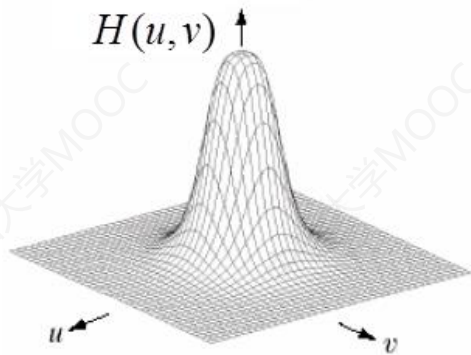
频域滤波

➤ Butterworth 低通滤波器

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$

$$D(u, v) = (u^2 + v^2)^{1/2}$$

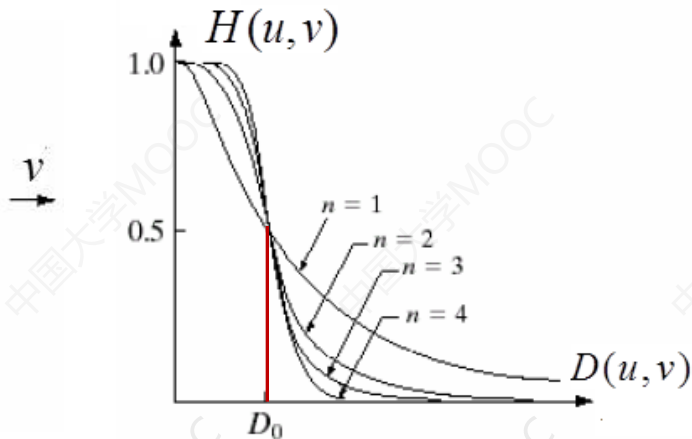
$$H(u, v) = 0.5 \rightarrow D_0$$



透视图



滤波器频响投影图

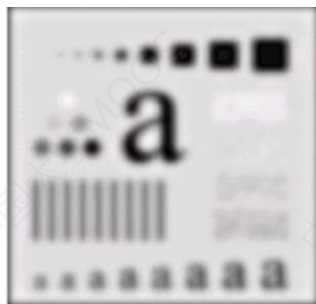
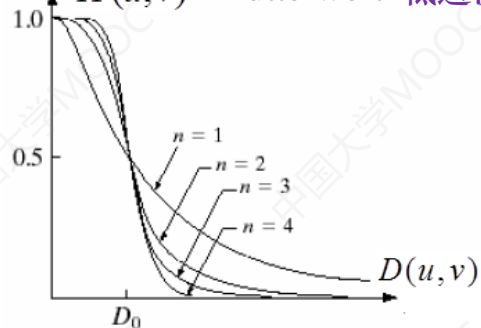


滤波器横截面

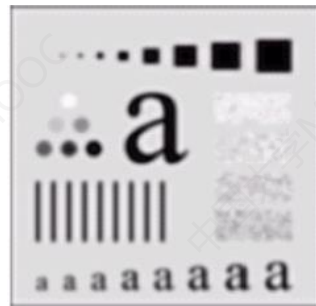


频域滤波

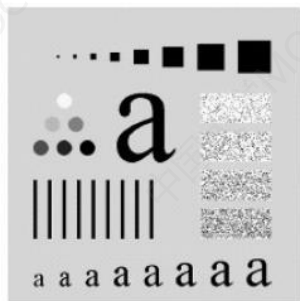
$H(u,v)$ Butterworth低通滤波器



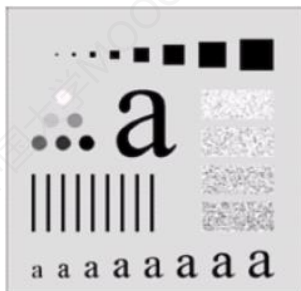
$D_0 = 15$



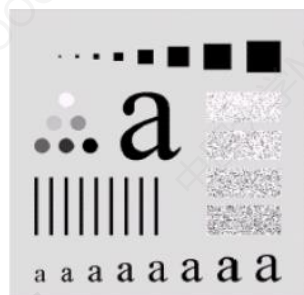
$D_0 = 30$



$D_0 = 80$



$D_0 = 230$



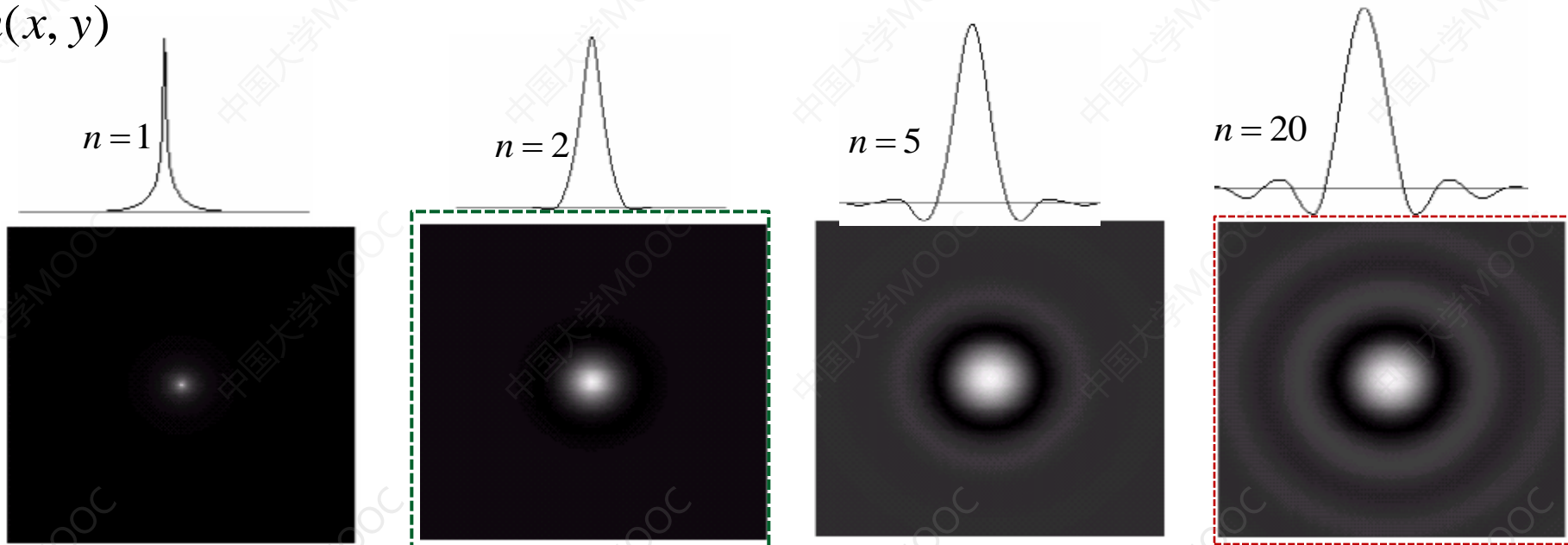


频域滤波

Butterworth低通滤波器的振铃现象

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$

$h(x, y)$



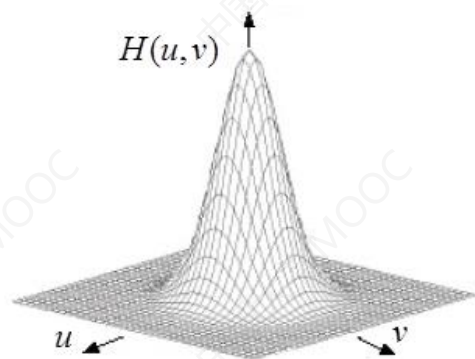
2阶Butterworth低通滤波器有效低通效果、振铃现象可忽略



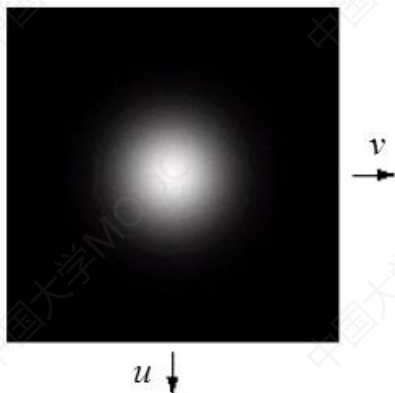
频域滤波

➤ 高斯低通滤波器

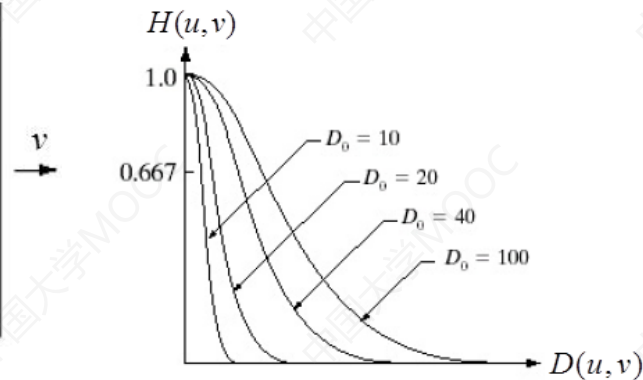
$$H(u, v) = e^{-D^2(u, v)/2\sigma^2} \quad D(u, v) = (u^2 + v^2)^{1/2} \quad D_0 \text{ 为截止频率} \quad D_0 = \sigma$$



透视图



滤波器频响投影图

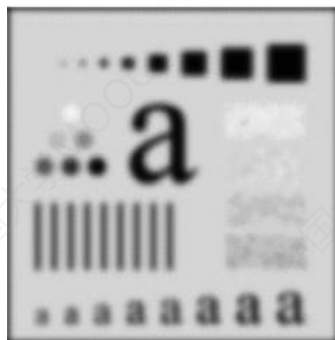
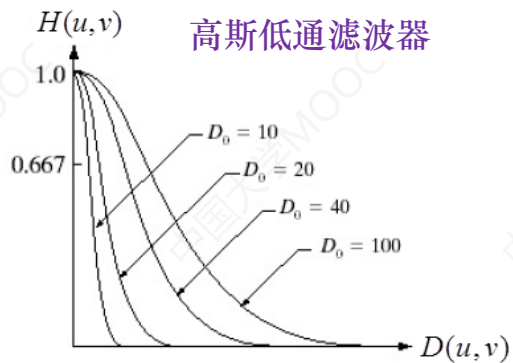


滤波器横截面

随着截止频率提高，保留的高频成分越多。



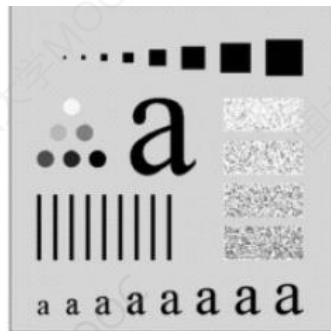
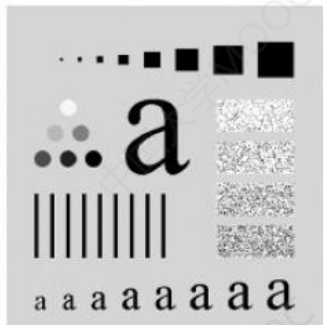
频域滤波



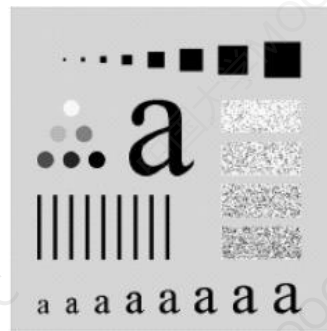
$D_0 = 15$



$D_0 = 30$



$D_0 = 80$

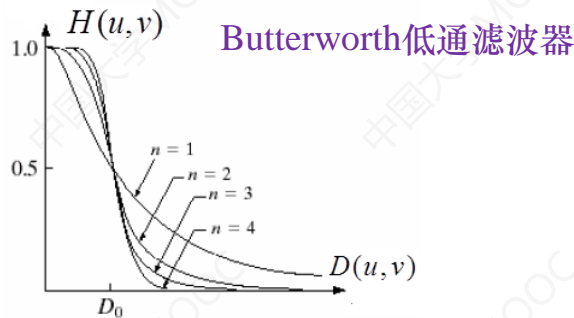
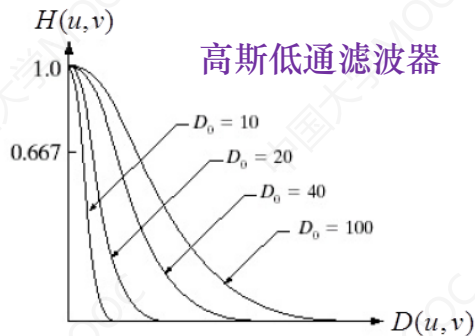


$D_0 = 230$



频域滤波

➤ 高斯低通滤波器

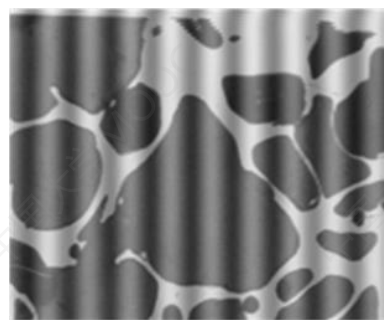
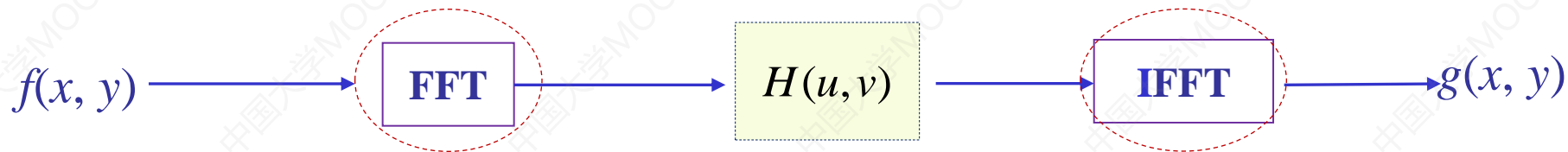


- ✓ 高斯低通滤波器不能达到相同截止频率的Butterworth低通滤波器平滑效果
- ✓ 高斯低通滤波器没有振铃现象

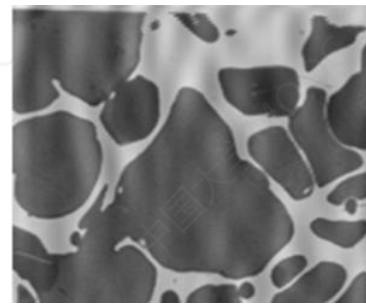
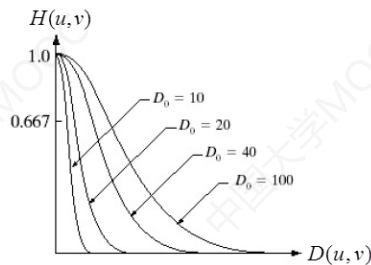


频域滤波

➤ 低通滤波器应用举例



有栅格影响图像



低通滤波后图像

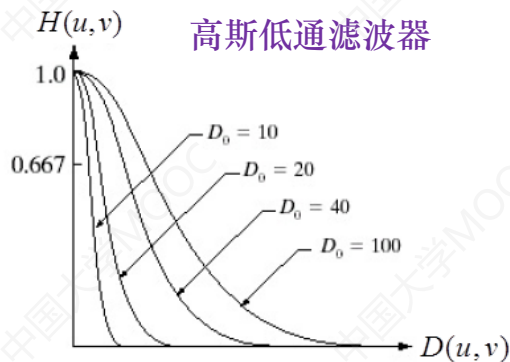


频域滤波

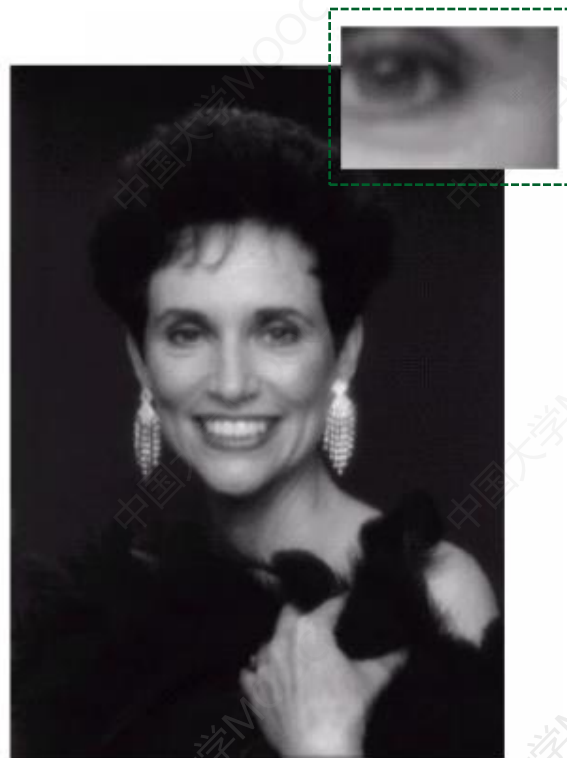
➤ 低通滤波器应用举例



人脸图像处理



$$D_0 = 80$$



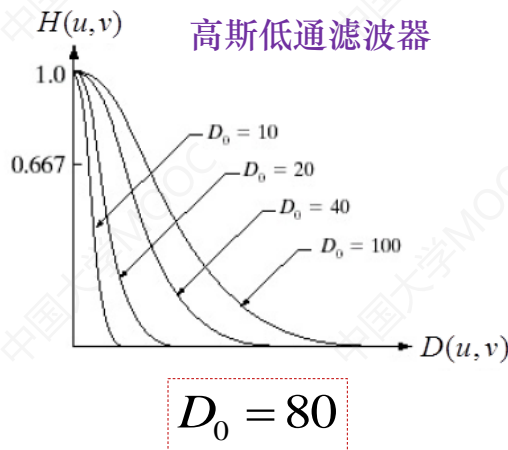
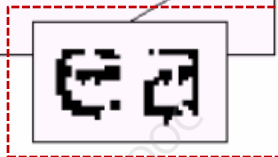


频域滤波

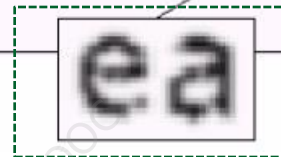
➤ 低通滤波器应用举例

文本图像中字符失真、断裂修复

Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.





谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事和同行的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！