



北京交通大学

图像处理与机器学习

Digital Image Processing and Machine Learning

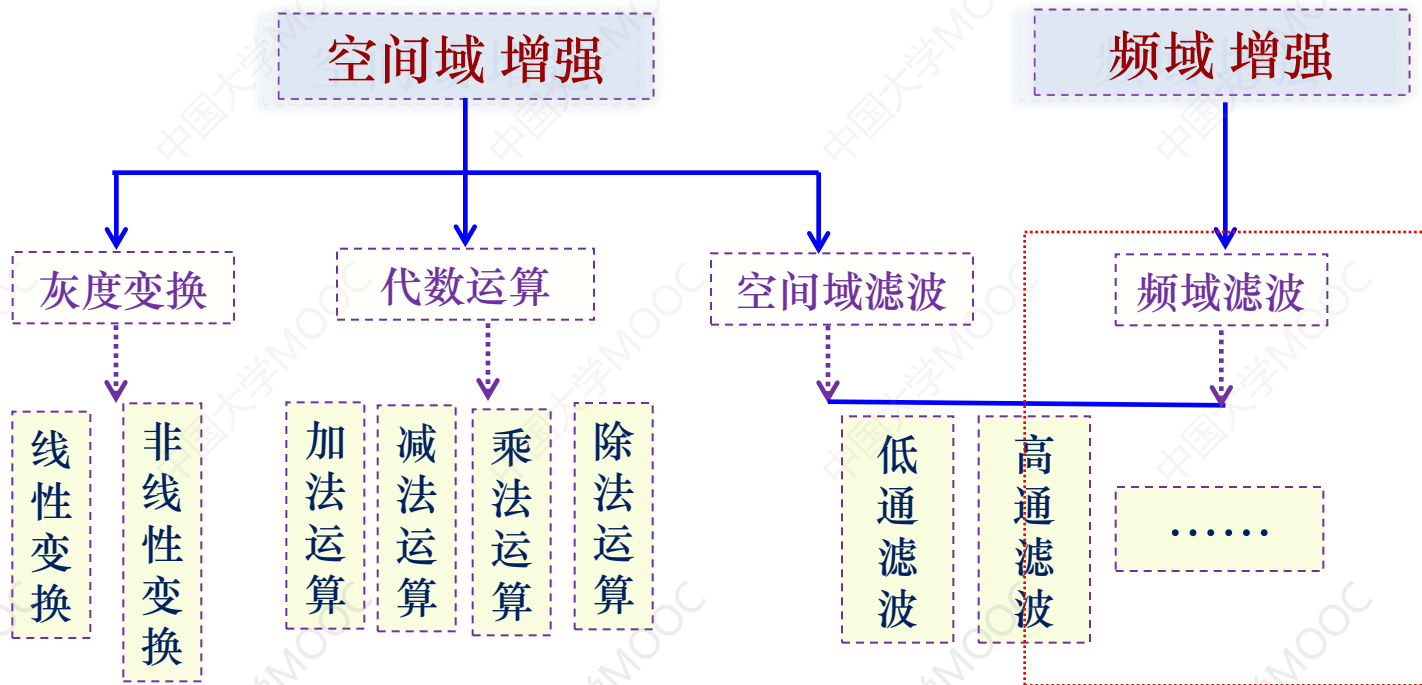
主讲人：黄琳琳

电子信息工程学院



引言

➤ 图像增强方法





第二章 图像增强

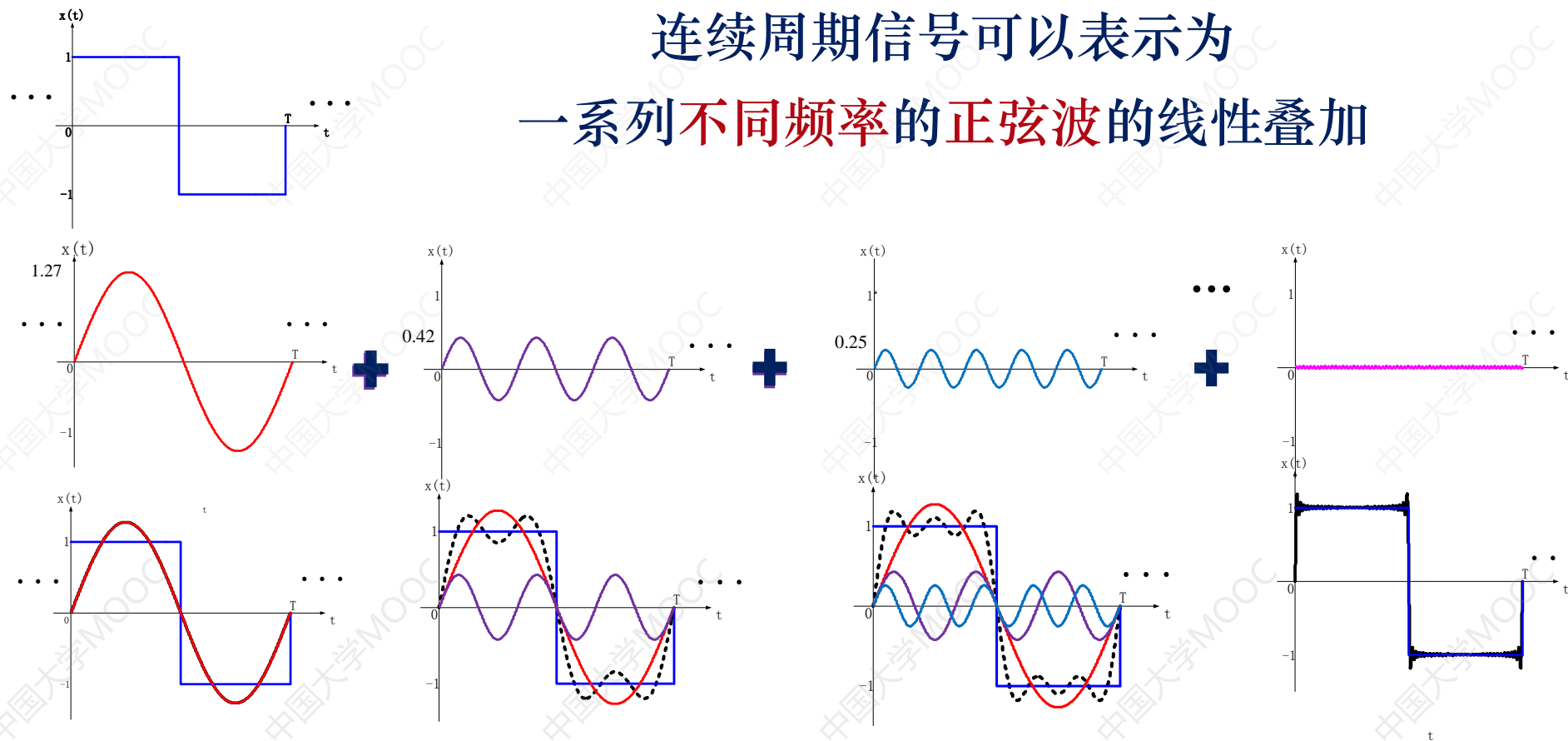
◆ 频域增强

- 二维离散傅里叶变换定义
- 二维离散傅里叶变换性质
- 图像滤波器



频域滤波

连续周期信号可以表示为
一系列不同频率的正弦波的线性叠加





周期信号的傅里叶级数表示

傅里叶级数

$$\tilde{x}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega_0 t}$$

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_{t_1}^{t_1+T_0} \tilde{x}(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

- ◆ 周期信号 $\tilde{x}(t)$ 可以表示为无数个虚指数信号的线性叠加
- ◆ T_0 为周期信号 $\tilde{x}(t)$ 的周期, ω_0 为 $\tilde{x}(t)$ 的角频率



非周期信号傅里叶变换 (Fourier Transformation, FT)

连续时间非周期信号的傅里叶变换

(Continuous Time Fourier Transformation, CTFT)

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt$$



离散信号傅里叶变换

➤ 一维离散信号傅里叶变换

(Discrete Fourier Transformation, **DFT**)

$$\text{DFT} \quad X[m] = \sum_{k=0}^{N-1} x[k] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}mk}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

$$\text{IDFT} \quad x[k] = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} X[m] \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}mk}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1$$



二维离散信号傅里叶变换

➤ 二维离散信号傅里叶变换 2D-DFT

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}, \quad \begin{matrix} u = 0, 1, \dots, M-1 \\ v = 0, 1, \dots, N-1 \end{matrix}$$

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{j2\pi(ux/M + vy/N)}, \quad \begin{matrix} x = 0, 1, \dots, M-1 \\ y = 0, 1, \dots, N-1 \end{matrix}$$

M, N : 图像宽和高; (x, y) : 空间变量; (u, v) : 频率变量;



二维离散信号傅里叶变换

$$F(u, v) = |F(u, v)| e^{j\varphi(u, v)}$$

幅度谱

相位谱

$$F(u, v) = R(u, v) + jI(u, v)$$

$$|F(u, v)| = \left[R^2(u, v) + I^2(u, v) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\varphi(u, v) = \arctan \left[\frac{I(u, v)}{R(u, v)} \right]$$



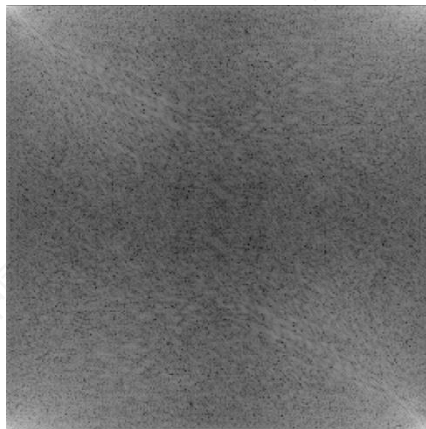
二维离散信号傅里叶变换

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}, \quad \begin{matrix} u = 0, 1, \dots, M-1 \\ v = 0, 1, \dots, N-1 \end{matrix}$$

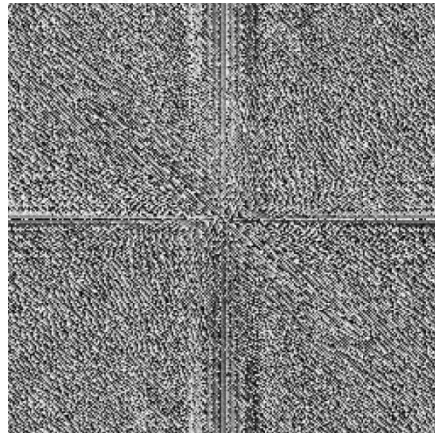
$$F(u, v) = |F(u, v)| e^{j\varphi(u, v)}$$



$f(x, y)$



$|F(u, v)|$



$\varphi(u, v)$



二维离散信号傅里叶变换

➤ 数字图像傅里叶变换特点

数字图像 $f(x,y)$ 是实函数

$$F(u,v)=F(-u,-v)$$

$$|F(u,v)|=|F(-u,-v)|$$

- ✓ 数字图像傅里叶变换是对称的
- ✓ 数字图像频谱幅度谱是对称的



二维离散信号傅里叶变换

➤ 数字图像傅里叶变换特点

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(ux/M + vy/N)}$$

$$F(0, 0) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y)$$

频率域原点(0,0)对应图像灰度级的平均值



谢 谢

本课程所引用的一些素材为主讲老师多年的教学积累，来源于多种媒体及同事和同行的交流，难以一一注明出处，特此说明并表示感谢！