1有效数字

题目描述

有效数字(按顺序)可以分成以下几个部分:

- 1. 一个 小数 或者 整数
- 2. (可选) 一个 'e' 或 'E' ,后面跟着一个整数: $1.1E10 \rightarrow 1.1^{10}$

小数(按顺序)可以分成以下几个部分:

- 1. (可选) 一个符号字符('+' 或 '-')
- 2. 下述格式之一:
 - 1. 至少一位数字,后面跟着一个点 「.」: 例如 1.
 - 2. 至少一位数字,后面跟着一个点 · . · ,后面再跟着至少一位数字: 1.1。
 - 3. 一个点 「.」,后面跟着至少一位数字: 例如 .1

整数(按顺序)可以分成以下几个部分:

(可选)一个符号字符(+或-)

至少一位数字

部分有效数字列举如下:

```
1 ["2", "0089", "-0.1", "+3.14", "4.", "-.9", "2e10", "-90E3", "3e+7", "+6e-1", "53.5e93", "-123.456e789"]
```

部分无效数字列举如下:

```
1 ["abc", "1a", "1e", "e3", "99e2.5", "--6", "-+3", "95a54e53"]
```

给你一个字符串 s ,如果 s 是一个 **有效数字** ,请返回 true 。

示例 1:

1 输入: s = "0"

2 输出: true

示例 2:

1 输入: s = "e"

2 输出: false

示例 3:

1 输入: s = "."

2 输出: false

示例 4:

1 输入: s = ".1"

2 输出: true

提示:

• 1 <= s.length <= 20

• s 仅含英文字母(大写和小写),数字(0-9),加号 '+',减号 '-',或者点 '.'。

解法一:暴力法

解题思路

字符串大模拟, 根据「有效数字定义」梳理规则即可。

「暴力法」是在各类场景中最容易实现的方式, 只要头脑 不发热都能写出来。

将字符串以 e/E 进行分割后, 其实规则十分简单:

- 如果存在 e/E: 左侧可以「整数」或「浮点数」,右侧必须是「整数」
- 如果不存在 e/E: 整段可以是「整数」或「浮点数」

关键在于如何实现一个 check 函数用于判断「整数」或「浮点数」:

- +/- 只能出现在头部
- . 最多出现一次
- 至少存在一个数字

代码

```
1 public class Solution {
2 // 判断最左边的字符串的合法性
```

```
public boolean
   isValidIntegerPart(String s, int length)
   {
           // `.2e10`
 4
           if (length == 0) return true;
 5
 6
           for (int i = 0; i < length; i++)
   {
               // 第0个字符必须是数字或者`+/-`
 7
               if (i == 0 \&\& ((s.charAt(i)))
 8
   <= '9' \&\& s.charAt(i) >= '0') | |
   s.charAt(i) == '+' || s.charAt(i) == '-
   ')) {
9
                  continue;
               }
10
               // 第1个字符后面必须是数字
11
12
               else if (i >= 1 \&\&
   (s.charAt(i) <= '9' && s.charAt(i) >=
   'O')) {
13
                   continue;
14
               } else {
15
               return false;
16
               }
17
           }
18
19
          return true;
20
       }
21
      // 判断中间字符串段的合法性, 要求字符串必须
22
   是数字组成的
    // `1.+23e10`不合法
23
```

```
public boolean
24
   isValidDecimalPart(String s, int length)
   {
           if (length == 0) return true;
25
           for (int i = 0; i < length; i++)
26
   {
               if (s.charAt(i) >= '0' &&
27
   s.charAt(i) <= '9') {
28
                   continue;
29
               } else {
30
                   return false;
31
               }
32
           }
33
34
           return true;
35
       }
36
       // 指数部分的合法性判断
37
       public boolean
38
   isValidExponentPart(String s, int
   length) {
           if (length == 0) return true;
39
           // 指数部分不能只是`+/-`
40
           if (length == 1 \&\& (s.charAt(0)
41
          || s.charAt(0) == '+')) {
42
               return false;
43
           }
44
45
           for (int i = 0; i < length; i++)
   {
```

```
// 第0个字符可以是数字或者`+/-
46
   `, 比如`1.23e+10`
              if (i == 0 \&\& ((s.charAt(i)))
47
   <= '9' \&\& s.charAt(i) >= '0') | |
   s.charAt(i) == '+' || s.charAt(i) == '-
   '))) {
48
                  continue;
49
               } else if (i >= 0 &&
   (s.charAt(i) \le '9' \&\& s.charAt(i) >=
   '0')) {
50
                  continue;
51
               } else {
52
                 return false;
53
               }
54
           }
55
56
         return true;
57
      }
58
      // 待提交的函数
59
      public boolean isNumber(String s) {
60
          // 字符串的长度
61
62
           int length = s.length();
63
           // 先将一些肯定不合法的边界情况排除掉
64
          // 如果字符串长度是0, 不合法
65
66
           if (length == 0) return false;
67
           // 统计字符串中`.`的个数
68
           int dotCount = 0;
69
           // 从头到尾遍历一次字符串
70
```

```
for (int i = 0; i < length; i++)
71
   {
72
              if (s.charAt(i) == '.') {
                  // 如果某个字符是点,那么
73
  dotCount加一
74
                  dotCount++;
75
              }
76
          }
          // 如果`.`的数量大于1,不合法
77
          if (dotCount >= 2) return false;
78
79
          // 统计字符串中`e`和`E`的个数
80
81
          int eCount = 0;
          for (int i = 0; i < length; i++)
82
   {
83
              if (s.charAt(i) == 'e' ||
   s.charAt(i) == 'E')
84
                 eCount++;
              }
85
86
          }
          // 如果`e`或者`E`的数量大于1,不合法
87
          if (eCount >= 2) return false;
88
89
          // 如果`.`存在, 那么
90
   integerPartString代表`.`左边的字符串,例如:
   `145.23e10`, 那么integerPartString就是
   145
          // 如果`.`不存在而`e`存在,那么
91
   integerPartString代表`e`左边的字符串,
   `123e10`, 那么字符串是`123`。
```

```
// 如果`.`和`e`都不存在,那么就是整个
 92
   字符串
 93
           String integerPartString = "";
           // 如果`.`和`e`都存在, 那么
 94
   decimalPartString表示`.`和`e`之间的字符串
           // 如果`.`存在, `e`不存在, 那么
 95
   decimalPartString表示`.`右面的字符串
           String decimalPartString = "";
 96
           // `e`后面的字符串,指数部分
97
           String exponentPartString = "";
98
99
           // 由于`.`肯定是在`e`前面出现的, 所以
100
   先找到`.`的索引,
           // 如果没有`.`,则找`e`的索引
101
           // 遍历字符串
102
           // 先在字符串中找`.`的索引,如果存在
103
    `.`, 那么idx就是`.`在字符串中的索引
          // 如果不存在`.`, 存在`e`或者`E`, 那
104
   么idx就是`e`或者`E`在字符串中的索引
105
           int idx = 0;
106
          while (idx < length) {</pre>
              if (s.charAt(idx) == '.' | |
107
    s.charAt(idx) == 'e' || s.charAt(idx) ==
    'E') {
108
                  break;
109
               } else {
110
                  integerPartString +=
    s.charAt(idx);
111
                  idx++;
112
                  continue;
113
               }
```

```
114
115
            // 确保idx小于字符串长度
116
            // 如果idx == length, 说明整个字符串
117
    是一个integerStirngPart
            if (idx < length) {</pre>
118
               // `.`存在的情况
119
                if (s.charAt(idx) == '.') {
120
121
                   idx++;
                   // 在`.`后面寻找`e`或者`E`
122
    的字符的索引
123
                   while (idx < length) {</pre>
124
                        if (s.charAt(idx) ==
    'e' || s.charAt(idx) == 'E') {
125
                           break:
126
                        } else {
127
     decimalPartString += s.charAt(idx);
128
                            idx++;
129
                           continue;
130
                        }
131
                    }
132
                    // 存在`e`的情况,由于此时
133
    idx是`e`的索引,所以将`e`后面的字符串赋值给
134
                   // exponentPartString
                    if (idx + 1 < length)
135
    exponentPartString = s.substring(idx +
    1);
136
                }
                // 表示`.`不存在, `e`存在的情况
137
```

```
138
                else if (s.charAt(idx) ==
    'e' || s.charAt(idx) == 'E') {
139
                    if (idx + 1 < length)
    exponentPartString = s.substring(idx +
    1);
140
                }
141
            }
142
            // 获取三段字符串的长度
143
144
            int integerPartLength =
    integerPartString.length();
145
            int decimalPartLength =
    decimalPartString.length();
146
            int exponentPartLength =
    exponentPartString.length();
147
            // 前两段字符串如果都是空字符串, 那么
148
   不合法
            // `e10`不合法, `e`不合法
149
            if (integerPartLength == 0 &&
150
    decimalPartLength == 0)
151
                return false;
152
            // 第一段字符串integerPartString如
153
    果是`+`或者`-`的话
            // `+.`或者`+`的情况不合法
154
            if (integerPartLength == 1 &&
155
    (integerPartString.charAt(0) == '+' ||
    integerPartString.charAt(0) == '-') &&
    decimalPartLength == 0) {
156
                return false;
```

```
157
158
           // 字符串中包含`e`或者`E`, 但指数部分
159
    是空字符串,那么不合法
           if ((s.contains("e") ||
160
    s.contains("E")) &&
    exponentPartString.length() == 0) {
161
               return false;
162
           }
163
           // 三段字符串都合法,整个字符串才合
164
    法。
165
           return
    isValidIntegerPart(integerPartString,
    integerPartLength) &&
166
     isValidDecimalPart(decimalPartString,
    decimalPartLength) &&
167
     isValidExponentPart(exponentPartString,
    exponentPartLength);
168 }
169 }
```

解法二:正则表达式

解题思路

使用正则表达式来表示这样的字符串,然后匹配是最简单不过的。

- 表示一个整数: [+-]?\\d+ 对应题目中的两个要求。
 - [+-] 匹配的是+或者-
 - ?表示出现0次或者1次
 - o \d表示数字
 - +表示出现1次或者多次
 - ★表示出现0次或者1次或者多次
- 表示一个小数: [+-]?((\\d+\\.)|(\\d+\\.\\d+)] (\\.\\d+) 分别对应题目中的三个要求。
- 科学计数法: 一个整数或者小数 + ([eE][+-]?\\d+) 对 应题目中的两个要求。

那么把上面三个综合起来, 就能得到最终的表达式:

```
([+-]?((\\d+\\.)|(\\d+\\.\\d+)|(\\.\\d+)|
(\\d+)))([eE][+-]?\\d+)?
```

其实上面的表达式是可以化简的。

```
([+-]?(\\d+(\\.\\d*)?|(\\.\\d+)))([eE][+-]?
\\d+)?
```

代码

```
String regexp = number + "([eE]
[+-]?\\d+)?";

// 使用Pattern类来编译正则表达式
// 编译成了一个有限状态机

Pattern base =

Pattern.compile(regexp);

// s和regexp是否匹配

return base.matcher(s).matches();

3 }

14 }
```

解法三:确定性有限状态自动机

确定性有限状态自动机: DFA。

DFA: Deterministic Finite Automata

解题思路

将上面的正则表达式手工编译成DFA。

DFA是计算机科学中最重要的概念之一。DFA经过推广就 是图灵机。

将业务逻辑抽象成DFA。

预备知识

确定性有限状态自动机顾名思义就是有一个**有限状态的集 合**。而状态分为两类:

• 有一个特殊的状态,被称作「初始状态」。

还有一系列状态被称为「接受状态」,它们组成了一个特殊的集合。其中,一个状态可能既是「初始状态」,也是「接受状态」。

除了有限的状态以外,还有事件的集合。每输入一个事件,就会导致状态的跳转。例如对于字符串来说:

起初,这个自动机处于「初始状态」。随后,它顺序地读取字符串中的每一个字符,并根据当前状态和读入的字符,按照某个事先约定好的「转移规则」,从当前状态转移到下一个状态;当状态转移完成后,它就读取下一个字符。当字符串全部读取完毕后,如果自动机处于某个「接受状态」,则判定该字符串「被接受」;否则,判定该字符串「被拒绝」。

注意:如果输入的过程中某一步转移失败了,即不存在对应的「转移规则」,此时计算将提前中止。在这种情况下我们也判定该字符串「被拒绝」。

一个自动机,总能够回答某种形式的「对于给定的输入字符串 S,判断其是否满足条件 P」的问题。在本题中,条件 P 即为「构成合法的表示数值的字符串」。

自动机驱动的编程,可以被看做一种暴力枚举方法的延伸:它穷尽了在任何一种情况下,对应任何的输入,需要做的事情。

自动机在计算机科学领域有着广泛的应用。在算法领域,它与大名鼎鼎的字符串查找算法「*KMP* 算法」有着密切的关联;在工程领域,它是实现「正则表达式」的基础。

举例

一个字符串由 0 和 1 组成。判断字符串中 0 的个数是否为偶数。在这个例子中

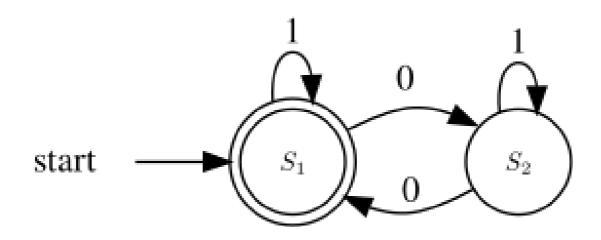
```
public boolean check(String s) {
  int count = 0;
  for (int i = 0; i < s.length(); i++) {
    if (s.charAt(i) == '0') count++;
  }
  return count % 2 == 0 ? true : false;
}</pre>
```

- 有限状态:有两种状态, S_1 和 S_2 。「初始状态」是 S_1 ,「接受状态」也是 S_1 。
- 事件: 有两种事件, 0和1。
- 当状态接收到事件时, 会发生状态的跳转。

对于一个字符串 01110000 来说,最终会跳转到的状态是 S_2 ,所以这个字符串中 0 的个数不是偶数。

对于字符串 100001 来说,最终会跳转到 S_1 ,也就是「接受状态」,所以字符串中的 0 的个数是偶数。

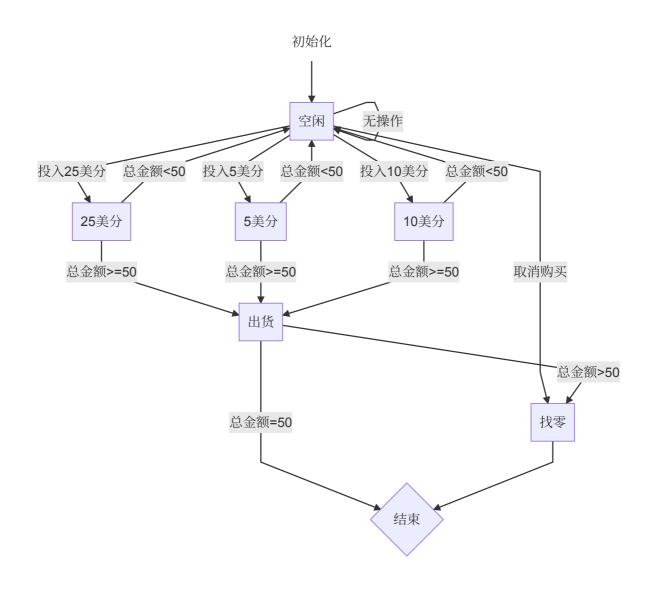
所以判断一个字符串中 o 的个数是否是偶数,只需要看字符串都读取以后,最终状态是什么就知道了。



对应的状态机的矩阵表示:

	S_1	S_2
0	S_2	S_1
1	S_1	S_2

再来举一个可乐自动售卖机的例子:



当我们位于「接受状态」(也就是「结束」)时,说明购买成功。图中的每个顶点都代表状态,边代表事件。用户的输入就是一个事件序列。

这给了我们一个启发: 在写业务逻辑代码时, 将业务逻辑抽象成状态机, 写出的程序没有bug, 并且不会出现恐怖的 if 嵌套的情况。要点就是要挖掘出业务逻辑中所有可能的状态。

构建状态转移图

根据上面的描述,现在可以定义自动机的「状态集合」 了。那么怎么挖掘出所有可能的状态呢?一个常用的技巧 是,用「当前处理到字符串的哪个部分」当作状态的表 述。根据这一技巧,不难挖掘出所有状态:

- 0. 初始无输入或者只有空格的状态(S_0): "" 或者 " 。 "。
- 1. 输入了数字之后的状态(S_1)。"123"。
- 2. 前面无数字,只输入了.. 的状态, "."
- 3. 输入了符号状态 +/-。
- 4. 前面有数字和有 . 的状态 "123."
- 5.e 或者 E 输入后的状态
- 6. 输入 e 之后输入正负号(+/-)的状态
- 7. 输入e 后输入数字的状态
- 8. 前面有有效数输入之后,输入空格的状态 "123.456e10"。

共9种状态了,难设计的是6,7,8状态。

还有一个无效状态 -1, 也就是当前状态在接收一个输入以后, 发现在状态转移图中没有可以跳转的状态, 说明输入是不合法的, 所以就是无效状态。

分好之后就好办了,设计出根据输入进行状态转换就可以 了。

这里的输入事件可以分为:

1. 空格

2. 符号位: 十和一

3. 数字字符

4. 点: .

5. 指数符号: e 或者 E

转移矩阵 $A(9 \times 6)$ 如下:

-1	0	3	1	2	-1
-1	8	-1	1	4	5
-1	-1	-1	4	-1	-1
-1	-1	-1	1	2	-1
-1	8	-1	4	-1	5
-1	-1	6	7	-1	-1
-1	-1	-1	7	-1	-1
-1	8	-1	7	-1	-1
-1	8	-1	-1	-1	-1

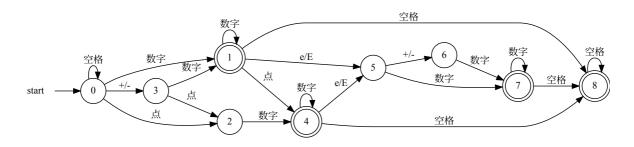
行代表了 9 种状态,列代表了 6 种输入方式也就是 6 种跳转方式。举个例子: A[0][2]=3,这有什么含义呢?意思是: 第 0 种状态为「初始无输入或者只有space的状态」,在输入第2种输入「符号位+/-」后,会跳转到第3种状态「输入了符号状态」。A[1][1]=8 是什么意思呢?意思是: 第1种状态为「输入了数字之后的状态」,在输入第1种输入「SPACE=1」后,跳转到了第8种状态「前面有有效数输入之后,输入space的状态」。A[1][2]=-1。第1种状态接受到第2种输入,跳转到了无效状态。"123+"。

根据以上的解释,大家应该明白什么是状态间的跳转了, 这个共9种状态,所以是确定有穷自动机。其实难点在于 状态的分割,要把每种情况都想到。

而这 9 种状态中: 只有 1、4、7、8 这四种状态合法, 所以最后状态跳转到这四种状态之一时, 说明输入是合法的!

" 123 ""123.456e10 ""123.456e123a""e"" "

输入遍历完以后,如果位于状态 0、3、2、5、6、-1, 说明字符串不是有效数字。



比较上图与「预备知识」一节中对自动机的描述,可以看出有一点不同:

我们没有单独地考虑每种字符,而是划分为若干类。由于全部 10 个数字字符彼此之间都等价,因此只需定义一种统一的「数字」类型即可。对于正负号也是同理。

在实际代码中,我们需要处理转移失败的情况。为了处理 这种情况,我们可以创建一个特殊的拒绝状态。如果当前 状态下没有对应读入字符的「转移规则」,我们就转移到 这个特殊的拒绝状态。一旦自动机转移到这个特殊状态, 我们就可以立即判定该字符串不「被接受」。

代码

```
1 class Solution {
private Integer INVALID = 0, SPACE =
  1, SIGN = 2, DIGIT = 3, DOT = 4, EXPONENT
  = 5;
  private Integer[][] transitionTable =
3
  {
     \{-1, 0, 3, 1, 2, -1\}, // 0
4
  no input or just spaces
5
        \{-1, 8, -1, 1, 4, 5\}, //1
  input is digits
     \{-1, -1, -1, 4, -1, -1\}, // 2
6
  no digits in front just Dot
         \{-1, -1, -1, 1, 2, -1\}, //3
7
  sign
         \{-1, 8, -1, 4, -1, 5\}, // 4
8
  digits and dot in front
        \{-1, -1, 6, 7, -1, -1\}, //5
9
  input 'e' or 'E'
   \{-1, -1, -1, 7, -1, -1\}, //6
10
  after 'e' input sign
        \{-1, 8, -1, 7, -1, -1\}, //7
11
  after 'e' input digits
```

```
\{-1, 8, -1, -1, -1, -1\}
12
       };
13
       public boolean isNumber(String s) {
14
15
           int state = 0;
16
           int i = 0;
           while (i < s.length()) {</pre>
17
18
                int inputtype = INVALID;
                if (s.charAt(i) == ' ')
19
   inputtype = SPACE;
20
               else if (s.charAt(i) == '-'
   || s.charAt(i) == '+') inputtype = SIGN;
               else if (s.charAt(i) >= '0'
21
   && s.charAt(i) <= '9') inputtype = DIGIT;
               else if (s.charAt(i) == '.')
22
   inputtype = DOT;
               else if (s.charAt(i) == 'e'
23
   || s.charAt(i) == 'E') inputtype =
   EXPONENT;
24
25
                state =
   transitionTable[state][inputtype];
26
               if (state == -1) return
   false;
27
               else ++i;
28
           }
           return state == 1 || state == 4
29
  || state == 7 || state == 8;
30 }
31 }
```

2 正则表达式匹配

给你一个字符串 s 和一个字符模板 p, 请你来实现一个 支持 '.' 和 '*' 的正则表达式匹配。

- 「.」 匹配任意单个字符
- 「*」 匹配零个或多个前面的那一个元素

所谓匹配,是要涵盖整个字符串 s 的,而不是部分字符 串。

2.1 解法一: 递归法

我们可以分情况讨论:

- 1. 如果正则表达式的模板是空字符串,那么判断文本的字符串是否为空。
- 2. 如果正则表达式不为空,那么判断第一个字符是否相等。如果相等,那么继续分情况讨论:
 - 1. 如果re[1] = *,那么继续分情况讨论:
 - 1. 判断text和re[2:]是否匹配。因为re的前两个字符可能是a*,这个可以匹配空字符串。所以如果 text和re[2:]匹配成功,那么就匹配成功了。
 - 2. 由于第一个字符相等,也就是说text[0] = re[0],而re[1] = *,所以我们只需要判断text[1:]和re是否匹配就可以了。例如字符串ab和a*b是否匹配等价于b是否和a*b匹配。大家可以思考一下为什么?

2. 如果 $re[1] \neq *$,那么很简单继续向后匹配就可以了,也就是检测text[1:]和re[1:]是否匹配就行了。

```
class Solution {
       public boolean isMatch (String text,
2
   String pattern) {
           if (pattern.isEmpty()) return
3
   text.isEmpty();
           boolean first match =
 4
   (!text.isEmpty() &&
 5
   (pattern.charAt(0) == text.charAt(0) | |
   pattern.charAt(0) == '.'));
 6
           if (pattern.length() >= 2 &&
7
   pattern.charAt(1) == '*'){
8
                return (isMatch(text,
   pattern.substring(2)) ||
9
                        (first match &&
   isMatch(text.substring(1), pattern)));
10
           } else {
11
                return first match &&
   isMatch (text.substring(1),
   pattern.substring(1));
12
           }
1.3
      }
14 }
```

2.2 解法二: 动态规划

由于上面的递归可能不够高效,所以我们需要用动态规划的方式将中间计算结果保存下来,来提升算法的效率。这里我们实现动态规划的方法是记忆化搜索。我们先来看一下*Fibonacci*数列的程序。

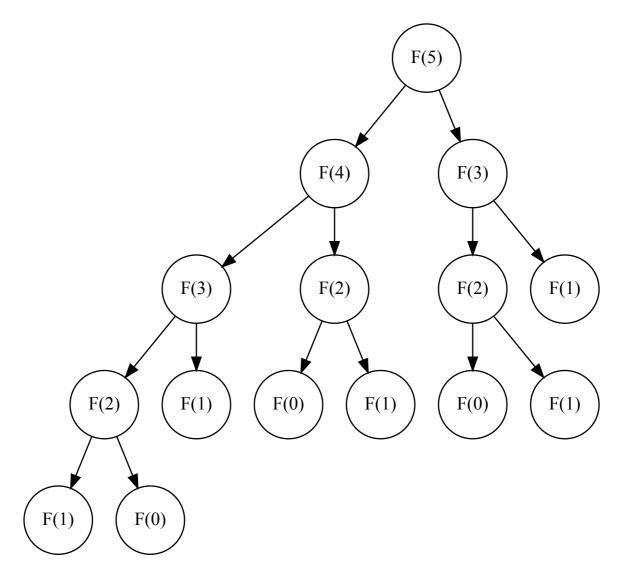
Fibonacci数列的递推公式很简单:

$$F_0=0 \ F_1=1 \ F_N=F_{N-1}+F_{N-2}$$

所以我们可以很容易的写出程序:

```
1 int fibonacci(int n) {
2    if (n == 0 || n == 1) return n;
3    else return fibonacci(n-1) +
   fibonacci(n-2);
4 }
```

但这个程序是非常低效的,因为我们做了很多的重复计算。例如当我们求解F(5)时,会出现一下的计算过程:



可以看到叶子节点是递归调用的最终计算结果,这个程序计算了4次F(1),3次F(0)。所以我们需要把计算过的结果保存下来,防止重复计算。

```
public class Fibonacci {
      private Map<Integer, Integer> memo =
2
  new HashMap<>();
3
      public int fib(int n) {
4
          if (n == 0 || n == 1) {
5
6
              return n;
7
           }
8
          if (memo.containsKey(n)) {
9
```

```
10
                return memo.get(n);
11
            }
12
           int result = fib(n - 1) + fib(n -
13
   2);
14
15
           memo.put(n, result);
16
17
           return result;
18 }
19 }
```

我们接下来看一下正则表达式这道题如何用记忆化搜索的方式来实现动态规划。

由于这个问题存在最优子结构,所以我们可以考虑使用动态规划的方法来实现这道题。也就是将中间结果保存起来,供后面使用。

memo[i][j]表示text[i:]和pattern[j:]是否匹配。翻译成Java就是text.substring(i)和 pattern.substring(j)是否匹配。这里的memo是备忘录(memoization)的意思,所以也叫记忆化搜索。

我们在主函数中直接返回了dp(0, 0, text, pattern)的调用结果,如果为true,则匹配成功。如果为false则匹配失败。因为这个dp函数是用来检测text[0:]和 pattern[0:]是否匹配的。我们现在分情况讨论:

- 1. 如果j等于pattern的长度,也就是说pattern[j:]是一个空字符串,那么只需要看一下i是否等于text的长度就可以了。也就是说看一下text[i:]是否为空字符串。因为memo[i][j]记录的是text[i:]和pattern[j:]是否匹配。
- 2. 如果text[i:]和pattern[j:]都不为空,那么先判断 text[i]和pattern[j]是否相等,如果相等的话,又分 为两种情况:
 - 1. 如果 $pattern[j+1] \neq *$,这种情况比较好理解,直接判断text[i+1:]和pattern[j+1:]是否匹配就行了。因为*的处理比较复杂,也是这个程序的难点。
 - 2. 如果pattern[j+1] = *,那么又要分情况考虑了。因为*的意思是匹配0个或者多个。下面两种情况,只要一种成功,就是匹配成功的。
 - 1. 匹配0个的情况。此时我们已经知道 text[i] = pattern[j]了,而由于 pattern[j+1]是*,而我们考虑的是0这种情况。也就是pattern[j]和pattern[j+1]这两个字符忽略掉了,所以我们需要判断的是text[i:]和pattern[j+2:]是否匹配。
 - 2. 匹配多个的情况。由于我们已经知道 text[i] = pattern[j]了,而此时我们考虑的是 匹配1个pattern[j]或者多个pattern[j]的情况。所以memo[i][j]是否为TRUE,等价于 memo[i+1][j]是否为TRUE。

```
enum Result {
 1
 2
       TRUE, FALSE
 3
   }
 4
 5
   class Solution {
 6
       Result[][] memo;
 7
       public boolean isMatch (String text,
 8
   String pattern) {
 9
           memo = new Result[text.length() +
   1] [pattern.length() + 1];
10
           return dp(0, 0, text, pattern);
11
       }
12
       public boolean dp(int i, int j,
13
   String text, String pattern) {
14
            if (memo[i][j] != null) {
15
               return memo[i][j] ==
   Result.TRUE;
16
            }
17
           boolean ans;
           if (j == pattern.length()){
18
19
               ans = i == text.length();
20
            } else{
               boolean first match = (i <</pre>
21
   text.length() &&
22
   (pattern.charAt(j) == text.charAt(i) | |
23
    pattern.charAt(j) == '.'));
24
```

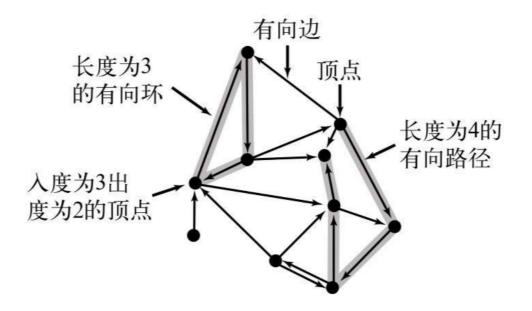
```
25
                if (j + 1 < pattern.length()</pre>
   && pattern.charAt(j+1) == '*'){
26
                    ans = (dp(i, j+2, text,
   pattern) |
27
                            first match &&
   dp(i+1, j, text, pattern));
28
                } else {
29
                    ans = first match &&
   dp(i+1, j+1, text, pattern);
30
               }
31
            }
32
           memo[i][j] = ans ? Result.TRUE :
   Result.FALSE;
33
           return ans;
34 }
35 }
```

2.3 解法三:实现一个正则表达式引擎

2.3.1 有向图

定义:有向图是由一组顶点和一组有方向的边组成的,每条有方向的边都连接着有序的一对顶点。

链表和树是有向图的特殊情况。

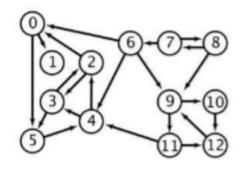


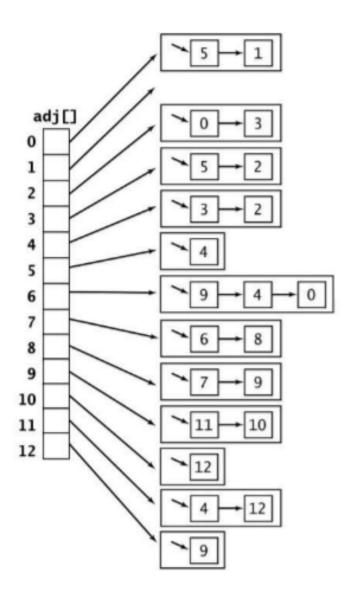
有向图的数据结构表示:

```
public class DiGraph{
      // 数组中的每个元素是一个Set数据结构, 用来表
2
  示索引的邻居
    // 例如索引为0的元素如果是(1,2,3), 那么说明
3
  存在
      // 0 -> 1; 0 -> 2; 0 -> 3;
4
      // 也就是从0出发有三条边,0有三个邻居
 5
      private Set<Integer>[] adj;
 6
      // 有向图中顶点的数量
7
8
      private int V;
9
      public DiGraph(int V) {
10
11
          this.V = V;
          adj = (HashSet<Integer>[]) new
12
  HashSet[V];
13
          for (int v = 0; v < V; v++) {
              adj[v] = new HashSet<Integer>
14
   ();
```

```
15
16
       }
17
       // 添加一条v -> w的边
18
19
       public void addEdge(int v, int w) {
           adj[v].add(w);
20
21
       }
22
       // 返回v的邻居
23
       public Set<Integer> adj(int v) {
24
25
           return adj[v];
26
       }
27
       // 有向图中顶点的数量
28
29
      public int V() {
30
           return V;
31
      }
32 }
```

示意图如下:





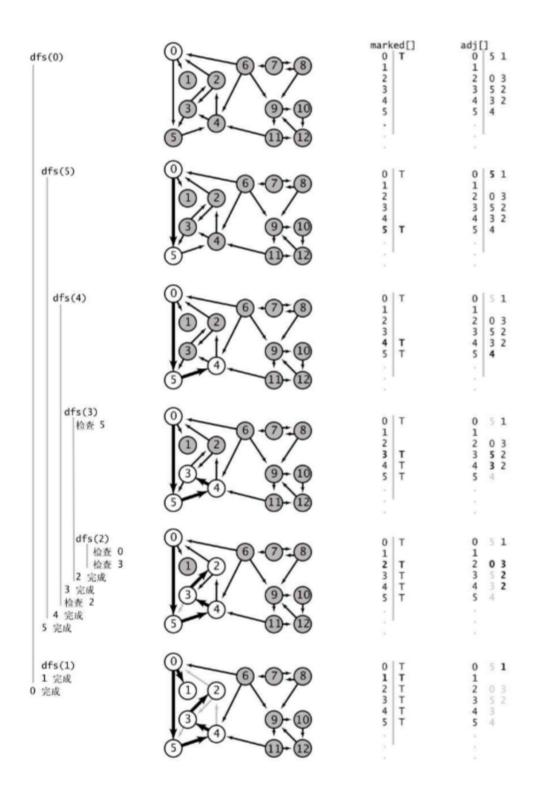
深度优先搜索 (DFS):

我们使用深度优先搜索的方式来遍历有向图。

```
public class DirectedDFS {
 1
 2
 3
       private boolean[] marked;
      private DiGraph G;
 4
      // 实例化的时候, 就遍历一下s顶点能到达的所有
 5
   顶点
 6
       public DirectedDFS(DiGraph G, int s)
   {
 7
           marked = new boolean[G.V()];
 8
           dfs(G, s);
 9
       }
       // 多点可达性
10
       public DirectedDFS (DiGraph G,
11
   Set<Integer> S) {
           marked = new boolean[G.V()];
12
13
           for (int s : S) {
14
               if (marked[s]) continue;
15
               dfs(G, s);
16
           }
17
       }
       // 单点可达性
18
19
       private void dfs(DiGraph G, int s) {
           // 先将顶点s标记为遍历过
20
21
           marked[s] = true;
           // 遍历s的所有邻居
22
           for (int v : G.adj(s)) {
23
```

```
// 如果s的邻居v被标记为遍历过,则
24
   忽略
25
              if (marked[v]) continue;
              // 递归的去遍历v和v的所有邻居
26
              dfs(G, v);
27
28
          }
29
       }
30
31
      public boolean marked(int v) {
32
          return marked[v];
33
      }
34 }
```

我们来画张图举个例子:



有向图深度有限搜索的应用:

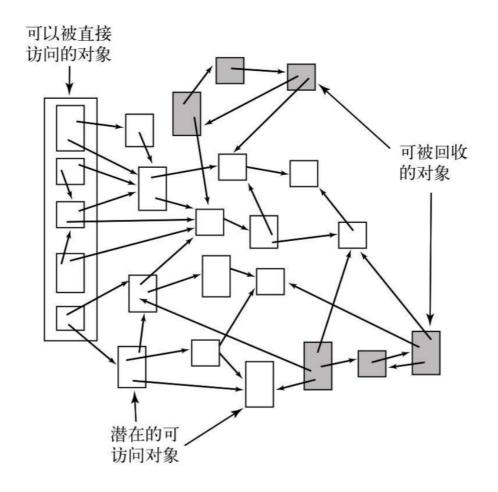
垃圾收集——标记清除算法

多点可达性的一个重要的实际应用是在典型的内存管理系统中,包括许多 Java 的实现。在一幅有向图中,一个顶点表示一个对象,一条边则表示一个对象对另一个对象的引用。这个模型很好地表现了运行中的 Java 程序的内存使用状况。在程序执行的任何时候都有某些对象是可以被直接访问的,而不能通过这些对象访问到的所有对象都应该被回收以便释放内存。标记—清除的垃圾回收策略会为每个对象保留一个位做垃圾收集之用。它会周期性地运行一个类似于 Directed DFS 的有向图可达性算法来标记所有可以被访问到的对象,然后清理所有对象,回收没有被标记的对象,以腾出内存供新的对象使用。

整个过程其实就两步:

- 1. DFS标记出正在使用的内存块
- 2. 遍历所有内存块,将未被标记的内存块释放

示意图如下:



我们这里给出伪代码,因为时间不够,没办法使用Java来写一个标记清除算法。

```
Mark (root)
 2
       If markedBit(root) = false then
 3
           markedBit(root) = true
           For each v referenced by root
 4
 5
                 Mark(v)
 6
   Sweep()
 7
   For each object p in heap
 8
 9
       If markedBit(p) = true then
           markedBit(p) = false
10
11
       else
12
          heap.release(p)
```

2.3.2 正则表达式

正则表达式由四种基本的模式构成:

- 1. **连接操作**: 当我们写出AB时,就指定了一种语言 $\{AB\}$ 。它含有一个由两个字符组成的字符串,由A 和B连接而成。
- 2. **或操作**: 或操作可以在模式中指定多种可能的匹配。 如果我们在两种选择之间指定了一个或运算符,那么它们都将属于同一种语言。我们用竖线符号|表示这个操作。例如,A|B指定的语言是 $\{A,B\}$, A|E|I|O|U指定的语言是 $\{A,E,I,O,U\}$ 。连接操作的优先级高于或操作,因此AB|BCD指定的语言是 $\{AB,BCD\}$ 。
- 3. 闭包操作: 闭包操作可以将模式的部分重复任意的次数。模式的闭包是由将模式和自身连接任意多次(包

括零次)而得到的所有字符串所组成的语言。我们将*标记在需要被重复的模式之后,以表示闭包。闭包操作的优先级高于连接操作,因此AB*指定的语言由一个A和0个或多个B的字符串组成,而A*B指定的语言由0个或多个A和一个B的字符串组成。空字符串的记号是 ϵ ,它存在于所有文本字符串之中(包括A*)。

4. 括号操作: 我们使用括号来改变默认的优先级顺序。例如,C(AC|B)D指定的语言是 $\{CACD,CBD\}$,(A|C)((B|C)D)指定的语言是 $\{ABD,CBD,ACD,CCD\}$,(AB)*指定的语言是由将AB连接任意多次得到的所有字符串和空字符串组成的 $\{\epsilon,AB,ABAB,\ldots\}$ 这些简单的例子已经可以写出虽然复杂但却清晰而完整的描述某种语言的正则表达式了。某些语言可能可以用其他方式简单表述,但找到这些简单的方法可能会比较困难。例如,表格的最后一行中的正则表达式指定的就是(A|B)*的一个只含有偶数个B的子集。

正则表达式	匹配的字符串	不匹配的字符串
(A B)(C D)	AC, AD, BC, BD	其他所有字符串
A(B C)*D	AD,ABD,ACD,ABCCBD	BCD, ADD, ABCBC
A* (A*BA* $BA*)*$	AAA, BBAABB, BABAAA	ABA,BBB,BABBAAA

正则表达式的缩略写法

• 通配符:点.表示通配,如果用基本正则表达式的语法写会非常繁琐,是这样的:

- (A|B|C...|Z|a|b|c...|z|...),也就是说需要把所有的字符都列举一遍。
- 集合: [a-z][0-9]或者[ABCDE]*。其实表示的是或操作。
- ◆ 补集: [^ABEDF], 其实也是或操作。
- +: 至少重复一次。(AB)+的原始写法(AB)(AB)*
- \mathbf{e} : 匹配 $\mathbf{0}$ 次或者 $\mathbf{1}$ 次。 $\mathbf{(AB)}$?的原始写法是: $\mathbf{\epsilon}|\mathbf{AB}$
 - 0
- $\{ \}$: 重复指定次数。 $(AB)\{3\}$ 的原始写法是(AB)(AB)(AB)。还可以指定重复次数的范围。例如, $(AB)\{1-2\}$ 的原始写法是:(AB)|(AB)(AB)

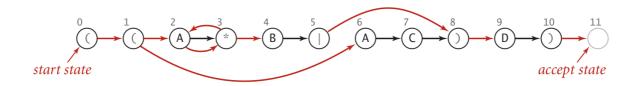
所以我们实现了最基本的四种操作,就实现了一个完整的 正则表达式引擎了!

2.3.3 非确定性有限状态自动机

要处理正则表达式,就需要一种更加强大的抽象自动机。因为或操作的存在,自动机无法仅根据一个字符就判断出模式是否出现;事实上,因为闭包的存在,自动机甚至无法知道需要检查多少字符才会出现匹配失败。为了克服这些困难,我们需要非确定性的自动机:当面对匹配模式的多种可能时,自动机能够"猜出"正确的转换!你也许会认为这种能力是不可能的,但你会看到,编写一个程序来构造非确定有限状态自动机(NFA)并有效模拟它的运行是很简单的。

- 构造和给定正则表达式相对应的非确定有限状态自动机;
- 模拟*NFA*在给定文本上的运行轨迹。

在学习如何构造模式匹配的NFA之前,先来看一个示例,它说明了NFA的性质和操作。下面的图所显示的NFA是用来判断一段文本是否包含在正则表达式((A*B|AC)D)所描述的语言之中。如这个示例所示,我们所定义的NFA有着以下特点。



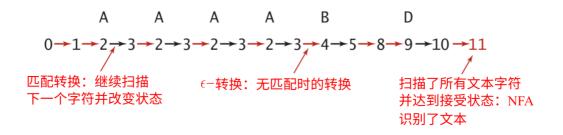
- 长度为M的正则表达式中的每个字符在所对应的NFA中都有且只有一个对应的状态。NFA的起始状态为0并含有一个(虚拟的)接受状态M。
- 字母表中的字符所对应的状态都有一条从它指出的 边,这条边指向模式中的下一个字符所对应的状态 (图中的黑色的边)。
- 元字符(、)、「和*所对应的状态至少含有一条指出的边(图中的红色的边),这些边可能指向其他的任意状态。
- 有些状态有多条指出的边,但一个状态只能有一条指出的黑色边。

我们约定将所有的模式都包含在括号中,因此NFA中的第一个状态对应的是左括号,而最后一个状态对应的是右括号(并能够转换为接受状态)。和上一道题讲过的DFA一样,在NFA中也是从状态0开始读取文本中的

第一个字符。*NFA*在状态的转换中有时会从文本中读取字符,从左向右一次一个。但它和*DFA*有着一些基本的不同:

- 在图中,字符对应的是结点而不是边;
- *NFA*只有在读取了文本中的所有字符之后才能识别它,而*DFA*并不一定需要读取文本中的全部内容就能够识别一个模式。

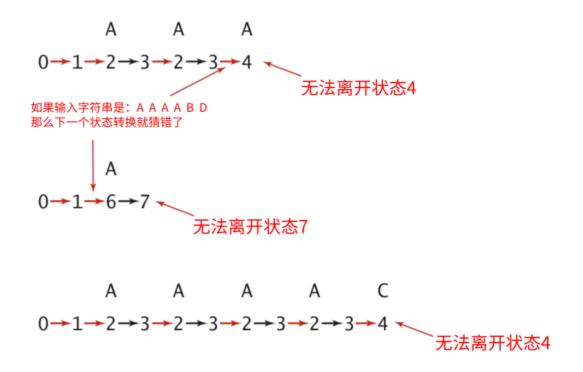
这些不同并不是关键——我们选择的是最适合研究的算法的自动机版本。现在的重点是检查文本和模式是否匹配——为了达到这个目标,自动机需要读取所有文本并到达它的接受状态。在NFA中从一个状态转移到另一个状态的规则也与DFA不同——在NFA中状态的转换有以下两种方式,见下图。



- 如果当前状态和字母表中的一个字符相对应且文本中的当前字符和该字符相匹配,自动机可以扫过文本中的该字符并(由黑色的边)转换到下一个状态。我们将这种转换称为匹配转换。
- 自动机可以通过红色的边转换到另一个状态而不扫描 文本中的任何字符。我们将这种转换称为ε-转换,也就 是说它所对应的"匹配"是一个空字符串ε。

例如,假设输入为A A A A B D并启动正则表达式 ((A*B|AC)D)所对应的自动机(起始状态为0)。上面的图显示的一系列状态转换最终到达了接受状态。这一系列的转换说明输入文本属于正则表达式所描述的字符串的集合——即文本和模式相匹配。按照NFA方式,我们称该NFA识别了这段文本。

下图的例子说明了即使对于类似于A A A A B D这种 NFA本应该能够识别的输入文本,也可以找到一个使 NFA停滞的状态转换序列。例如,如果NFA选择在扫 描完所有A之前就转换到状态4,它就无法再继续前进 了,因为离开状态4的唯一办法是匹配B。这两个例子说 明了这种自动机的不确定性。在扫描了一个A并到达状态 3之后,NFA面临着两个选择:它可以转换到状态4,或 者回到状态2。这次选择或者会使它最终达到接受状态(如第一个例子所示)或者进入停滞(如第二个例子所示)。NFA在状态1时也需要进行选择(是否由 ϵ -转换 到达状态2或者状态6)。



这个例子说明了NFA和DFA之间的关键区别:因为在NFA中离开一个状态的转换可能有多种,因此从这种状态可能进行的转换是不确定的——即使不扫描任何字符,它在不同的时间所进行的状态转换也可能是不同的。要使这种自动机的运行有意义,所设想的NFA必须能够猜测对于给定的文本进行哪种转换(如果有的话)才能最终到达接受状态。换句话说,当且仅当一个NFA从状态0开始从头读取了一段文本中的所有字符,进行了一系列状态转换并最终到达了接受状态时,称该NFA识别了一个文本字符串。相反,当且仅当对于一个NFA没有任何匹配转换和 ϵ -转换的序列能够扫描所有文本字符串。

和*DFA*一样,这里列出所有状态的转换即可跟踪*NFA* 处理文本字符串的轨迹。任意类似的结束于最终状态的转 换序列都能证明某个自动机识别了某个字符串(也可能有 其他的证明)。但对于一段给定的文本,应该如何找到这 样一个序列呢?对于另一段给定的文本我们应该如何证明不存在这样一个序列呢?这些问题的答案比你想象的要简单,即系统地尝试所有的可能性!

2.3.3.1 模拟NFA的执行

存在能够猜测到达接受状态所需的状态转换自动机的设想就好像能够写出解决任意问题的程序一样:这看起来很荒谬。经过仔细思考,你会发现这个任务从概念上来说并不困难:我们可以检查所有可能的状态转换序列,只要存在能够到达接受状态的序列,我们就会找到它。

自动机的表示

首先,需要能够表示NFA。选择很简单:正则表达式本身已经给出了所有状态名(0到M之间的整数,其中M为正则表达式的长度)。用 char数组 re[] 保存正则表达式本身,这个数组也表示了匹配的转换(如果 re[i] 存在于字母表中,那么就存在一个从i到i+1的匹配转换)。 ϵ -转换最自然的表示方法当然是有向图——它们都是连接0到M之间的各个顶点的有向边(红色边)。因此,我们用有向图G表示所有 ϵ -转换。在讨论模拟的过程之后将讨论由给定正则表达式构建有向图的任务。对于上面的例子,它的有向图含有以下9条边:

- 0→1
- 1→2
- 1→6
- 2→3

- 3→2
- 3→4
- 5→8
- 8→9
- 10→11

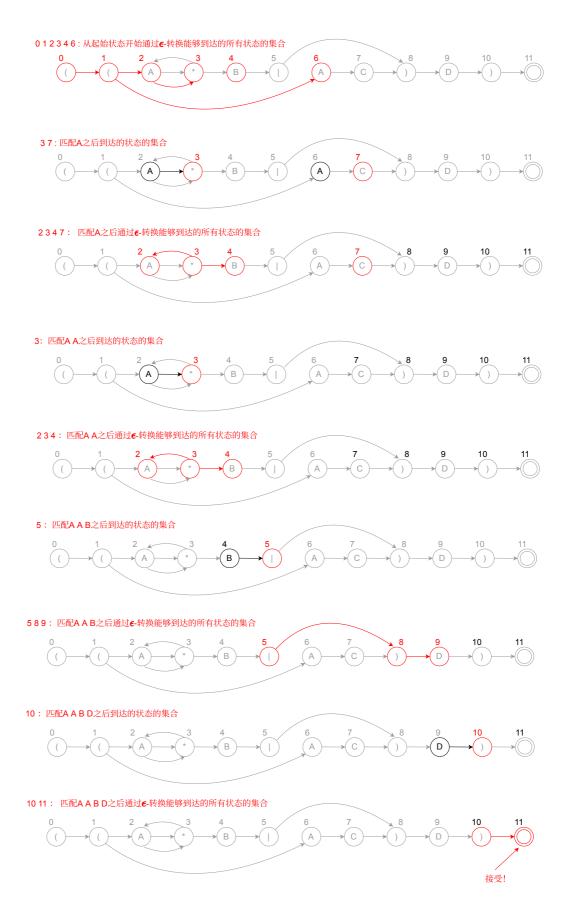
以上9条边都是 ϵ -转换。也就是通过空字符串可以到达的状态。

NFA的模拟与可达性

为了模拟NFA的运行轨迹,我们会记录自动机在检查当前输入字符时可能遇到的所有状态的集合。我们会查找所有从状态0通过 ϵ -转换可达的状态来初始化这个集合。对于集合中的每个状态,检查它是否可能与第一个输入字符相匹配。检查并匹配之后就得到了NFA在匹配第一个字符之后可能到达的状态的集合。这里还需要向该集合中加入所有从该集合中的任意状态通过 ϵ -转换可以到达的其他状态。有了这个匹配了第一个字符之后可能到达的所有状态的集合, ϵ -转换有向图中的多点可达性问题的答案就是可能匹配第二个输入字符的状态集合。例如,在示例NFA中初始状态集合为 $\{0,1,2,3,4,6\}$,如果第一个输入字符为A,那么NFA通过匹配转换可能到达的状态是 $\{3,7\}$,然后它可能进行3到2或3到4的 ϵ -转换,因此可能与第二个字符匹配的状态集合为 $\{2,3,4,7\}$ 。重复这个过程直到文本结束可能得到两种结果:

- 可能到达的状态集合中含有接受状态;
- 可能到达的状态集合中不含有接受状态。

第一种结果说明存在某种转换序列使NFA到达接受状态。第二种结果说明对于该输入NFA总是会停滞,导致匹配失败。使用我们已经实现了的 SET 数据类型和用于在有向图中解决多点可达性问题的 DirectedDFS 类,下面的NFA模拟代码只是翻译了刚才的描述。你可以用下面的图检查你对这段代码的理解,它显示了样例输入的完整轨迹。



我们来看一下代码:

```
public boolean recognizes(String txt) {
    Set<Integer> pc = new
HashSet<Integer>();
```

```
DirectedDFS dfs = new DirectedDFS (G,
   0);
      for (int v = 0; v < G.V(); v++) {
 4
 5
           if (dfs.marked(v)) pc.add(v);
 6
       }
 7
       for (int i = 0; i < txt.length();
   <u>i++</u>) {
 8
           Set<Integer> match = new
   HashSet<Integer>();
          // 通过匹配转换能够到达的顶点, 也就是
 9
   txt[i] -> txt[i+1]
10
          for (int v : pc) {
11
               if (v < M) {
12
                   if (re[v] == '.' || re[v]
   == txt.charAt(i)) match.add(v + 1);
13
               }
14
           }
           // txt[i+1]通过空转换能够到达的顶点
15
           pc = new HashSet<Integer>();
16
           dfs = new DirectedDFS(G, match);
17
18
           for (int v = 0; v < G.V(); v++) {
19
               if (dfs.marked(v)) pc.add(v);
20
           }
21
       }
       // 如果遍历完文本以后, 能够到达的顶点包含接
22
   受状态, 那么说明匹配成功
23
      return pc.contains(M);
24 }
```

2.3.3.2 构造与正则表达式对应的NFA

根据上一小节开头讨论的NFA表示,这里只需要构造一个由所有 ϵ -转换组成的有向图G。正则表达式本身和本节开头学习过的形式定义足以提供所需的所有信息。根据Dijkstra的算法,我们会使用一个栈来记录所有左括号和**或**运算符的位置。

连接操作

对于NFA,连接操作是最容易实现的了。状态的匹配转换和字母表中的字符的对应关系就是连接操作的实现。

括号

我们要将正则表达式字符串中所有左括号的索引压入栈中。每当我们遇到一个右括号,我们最终都会用后文所述的方式将左括号从栈中弹出。和*Dijkstra*算法一样,栈可以很自然地处理嵌套的括号。

闭包操作

闭包运算符*只可能出现在

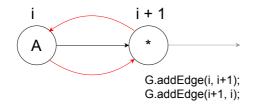
- 1. 单个字符之后(此时将在该字符和*之间添加相互指向的两条 ϵ -转换),或者是
- 2. 右括号之后,此时将在对应的左括号(即栈顶元素) $\pi * 2$ 间添加相互指向的两条 ϵ -转换。

或表达式

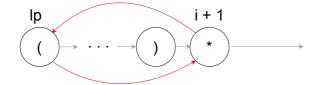
在形如(A|B)的正则表达式中,A和B也都是正则表达式。我们的处理方式是添加两条 ϵ -转换:一条从左括号所对应的状态指向B中的第一个字符所对应的状态,另一条从了字符所对应的状态指向右括号所对应的状态。将正则表达式字符串中。运算符的索引(以及如上文所述的左括号的索引)压入栈中,这样在到达右括号时这些所需信息都会在栈的顶部。这些 ϵ -转换使得NFA能够在这两者之间进行选择。此时并没有像平常一样添加一条从了运算符所对应的状态到下一个字符所对应的状态的 ϵ -转换——NFA离开"或"运算符的唯一方式就是通过某种状态转换到达右括号所对应的状态。

这些简单的规则足以构造任意复杂的正则表达式所对应的NFA。下面的算法实现了这些规则。它的构造函数创建了给定正则表达式所对应的 ϵ -转换有向图。该算法处理样例的轨迹下图所示。NFA构造过程所需的代码非常少,是我们所见过的最巧妙的算法之一。

单字符闭包

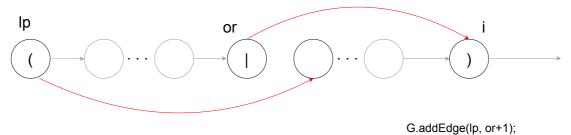


闭包表达式



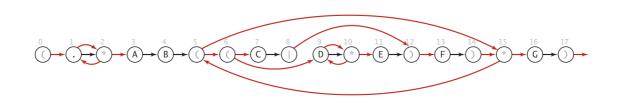
G.addEdge(lp, i+1); G.addEdge(i+1, lp);

或表达式



G.addEdge(or, i);

例如正则表达式(.*AB((C|D*E)F)*G)所对应的NFA如下图



构造NFA的算法如下:

```
public class NFA {
   private char[] re;
   private DiGraph G;
   private int M;

public NFA(String regexp) {
```

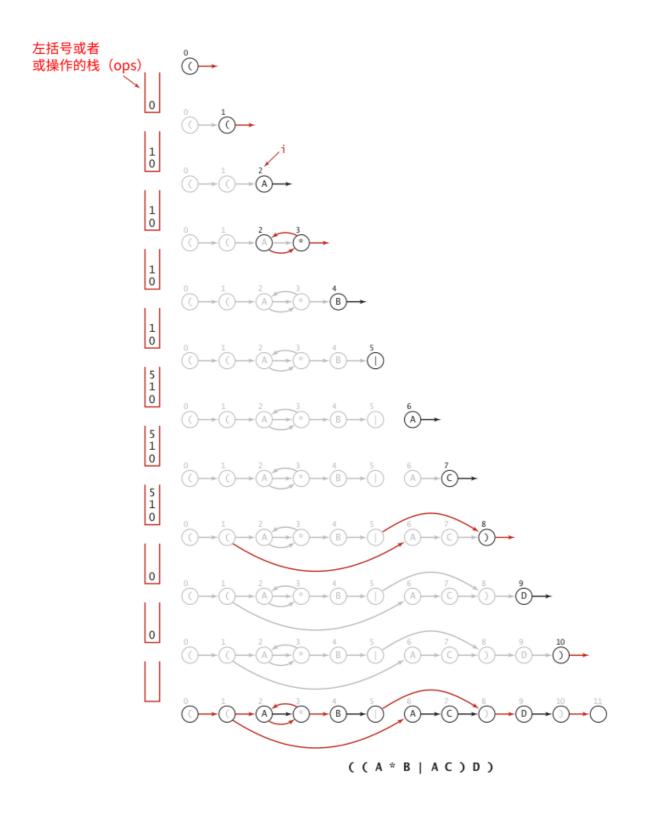
```
7
            Stack<Integer> ops = new
   Stack<Integer>();
 8
            re = regexp.toCharArray();
            M = re.length;
 9
            G = new DiGraph(M + 1);
10
            for (int i = 0; i < M; i++) {
11
12
                int lp = i;
                if (re[i] == '(' || re[i] ==
13
   ' | ' )
14
                     ops.push(i);
15
                else if (re[i] == ')') {
16
                     int or = ops.pop();
17
                     if (re[or] == '|') {
18
                         lp = ops.pop();
19
                         G.addEdge(lp, or +
   1);
20
                         G.addEdge(or, i);
21
                     } else {
22
                         lp = or;
23
                     }
24
                }
                if (i < M - 1 && re[i+1] ==
25
   ! * ! ) {
                     G.addEdge(lp, i+1);
26
27
                     G.addEdge(i+1, lp);
28
                 }
                if (re[i] == '(' || re[i] ==
29
   '*' || re[i] == ')')
30
                     G.addEdge(i, i + 1);
31
            }
        }
32
```

```
33
       public boolean recognizes(String txt)
34
   {
35
            Set<Integer> pc = new
   HashSet<Integer>();
36
            DirectedDFS dfs = new
   DirectedDFS(G, 0);
37
            for (int v = 0; v < G.V(); v++) {
38
                if (dfs.marked(v)) pc.add(v);
39
            }
40
            for (int i = 0; i < txt.length();
   <u>i++</u>) {
                Set<Integer> match = new
41
   HashSet<Integer>();
42
                for (int v : pc) {
43
                    if (v < M) {
44
                         if (re[v] == '.' ||
   re[v] == txt.charAt(i))
45
                             match.add(v + 1);
46
                    }
47
                }
48
                pc = new HashSet<Integer>();
49
                dfs = new DirectedDFS(G,
   match);
               for (int v = 0; v < G.V();
50
   ∨++) {
51
                    if (dfs.marked(v))
   pc.add(v);
52
                }
53
            }
54
            return pc.contains(M);
```

```
55 }56 }
```

该构造函数根据给定的正则表达式构造了对应的NFA的 ϵ -转换有向图。

程序运行过程的示意图如下:



我们可以用以上的代码来实现一个Linux系统中的GREP命令。

```
public class GREP {
 2
       public static void main(String[]
   args) {
           String regexp = "(.*" + args[0] +
 3
   ".*)";
           NFA nfa = new NFA(regexp);
 4
 5
           BufferedReader buffer =
 6
                new BufferedReader (new
   InputStreamReader(System.in));
 7
           String line;
           while ((line = buffer.readLine())
 8
   != null) {
                if (nfa.recognizes(line))
 9
   System.out.println(line);
10
           }
11
       }
12 }
```

我们可以这样来使用这个程序。

```
1 | $ java GREP "(A*B|AC)D" < test.txt
```

红黑树:

- Java的TreeSet
- C++的set
- Linux内核中的epoll特性
- Nginx的定时器

写代码的步骤:

- 1. 把程序跑起来
- 2. 保证程序的正确性
- 3. 优化程序

TCP/IP:

滑窗算法。

HTTP/RPC协议

JAVA:

- 线程池 (Executor)
- Future特性
- 一些设计模式(工厂模式,访问者模式)
- Maven的高级使用
- 堆排序/快速排序