

អ្នករៀបរៀង

សាម សំណាង

# គណិតវិទ្យា

ថ្នាក់ទី ១១

$$\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n = a^n$$

$$\log_a x + \log_a y = \log_a (xy)$$

$$\log_a x - \log_a y = \log_a \left( \frac{x}{y} \right)$$

✓ អនុគមន៍អ៊ិបស្វ័រណ៍នៃស្រួល

✓ អនុគមន៍លោការីត

# គណិតវិទ្យា

ថ្នាក់ទី

១១

អនុគមន៍អ៊ុបស្យូណង់ស្យែល

អនុគមន៍លោការីត

រៀបរៀងដោយ: ស៊ាម សំណាង

**អារម្ភកថា**

សួស្តីបួនៗសិស្សានុសិស្ស និងប្រិយមិត្តអ្នកសិក្សាជាទីស្រឡាញ់រាប់អាន  
សៀវភៅ“**គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១១**” នេះជាស្នាដៃថ្មីមួយដែលខ្ញុំបានបោះពុម្ពចេញ  
ក្រុងឡើង ដើម្បីជួយអភិវឌ្ឍស្ថានភាពក្នុងការសិក្សាគណិតវិទ្យា។ ក្នុងការរៀបចំនេះខ្ញុំ  
បានសង្ខេបនូវចំណុចសំខាន់ៗមួយចំនួនដូចជា៖

**❖ អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល និង អនុគមន៍លោការីត**

ដែលអាចឱ្យអ្នកសិក្សាងាយយល់ និងឆាប់ចងចាំនូវខ្លឹមសារមេរៀននេះ។  
ជាការពិតណាស់សៀវភៅមួយក្បាលនេះបើទោះជាខ្ញុំខំសរសេរផ្ចិតផ្ចង់យ៉ាងណាក៏  
ដោយក៏កំហុសឆ្គងនៅតែកើតមានដោយអចេតនាជាពុំខានឡើយ។

ខ្ញុំសូមអធ្យាស្រ័យនូវរាល់កំហុសឆ្គងទាំងឡាយ ហើយរងចាំទទួលនូវការរិះ  
គន់ក្នុងន័យស្ថាបនាពីសំណាក់មិត្តអ្នកសិក្សាទាំងអស់គ្នា។  
សូមអរគុណនិងសូមជូនពរឱ្យមានសុខភាពល្អ និងទទួលបានជោគជ័យក្នុងការសិក្សា  
គ្រប់លំដាប់ថ្នាក់។

រាជធានីភ្នំពេញ ថ្ងៃទី ០៨ ខែ មីនា ឆ្នាំ ២០១៩

រៀបរៀងដោយ

**ស៊ាម សំណាង**

## **សេចក្តីថ្លែងអំណរគុណ**

សូមថ្លែងអំណរគុណដល់លោកឪពុក **លាង ស៊ីម** និងអ្នកម្តាយ **ខៀវ ហោ** សព្វថ្ងៃរស់នៅភូមិ ចំរើះ ឃុំ គោខ្នក ស្រុក កំពង់ត្របែក ខេត្ត ព្រៃវែង។  
ដែលអស់រយៈពេលជាច្រើនឆ្នាំមកនេះ លោកទាំងពីរបានខិតខំពុះពារគ្រប់  
ឧបសគ្គដើម្បីចិញ្ចឹមបីបាច់ ប្រៀនប្រដៅអប់រំកូន និងបានផ្តល់ឱ្យកូនបានសិក្សា  
រហូតដល់ចប់ថ្នាក់មហាវិទ្យាល័យ ។

សូមអរគុណ និងសូមផ្ញើក្តីនឹករលឹកដល់លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ ដែលបង្រៀននៅ  
សាលាបឋមសិក្សា **ស្វា** លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ ដែលបង្រៀននៅបឋមសិក្សា **បួនទីវ**  
លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ ដែលបង្រៀននៅអនុវិទ្យាល័យ **គោខ្នក** លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ  
ដែលបង្រៀននៅ **វិទ្យាល័យកំពង់ត្របែក**  
និងសាស្ត្រាចារ្យទាំងអស់ដែលបង្រៀននៅ **សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទភ្នំពេញ** ។

ដែលតែងតែខិតខំចំណាយពេលវេលាដ៏មានតម្លៃក្នុងការបង្ហាត់បង្រៀន  
ដល់សិស្សានុសិស្សទាំងអស់ឱ្យទទួលបាននូវចំណេះដឹងគ្រប់ៗគ្នា។

ជាចុងក្រោយសូមជូនពរឱ្យ អ្នកមានគុណទាំងពីរ លោកគ្រូ អ្នកគ្រូ  
សាស្ត្រាចារ្យទាំងអស់ទទួលបាននូវសុខភាពល្អដើម្បីជាប្រទីបជួយបំភ្លឺផ្លូវដល់  
ក្មេងៗជំនាន់ក្រោយៗទៀត ។

# អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

## ១. ស្វ័យគុណ

### ១.១ និយមន័យ

ស្វ័យគុណ  $n$  នៃចំនួន  $a$  ជាផលគុណនៃ  $n$  កត្តាដែលកត្តានីមួយៗស្មើនឹង  $a$  ។

គេសរសេរ  $\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_n = a^n$  ដែល  $n \in \mathbb{N}$

$a^n$  អានថា  $a$  ស្វ័យគុណ  $n$

$n$  ហៅថានិទស្សន្តដែល  $n$  ជាចំនួនគត់វិជ្ជមាន

$a$  ហៅថាគោលនៃស្វ័យគុណ។

ឧទាហរណ៍៖ សរសេរជាស្វ័យគុណគោល 2

ក.  $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$       ខ.  $128 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$

ឧទាហរណ៍៖ សរសេរជាស្វ័យគុណគោល 3

ក.  $27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$       ខ.  $243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$

ឧទាហរណ៍៖ គណនា

$$\text{ក. } \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{27}$$

$$\text{ខ. } 5^5 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 3125$$

$$\text{គ. } \underbrace{n \times n \times n \times n \times n \times n \times n \times n}_8 = n^8 \quad \text{ឃ. } \underbrace{a \times a \times a \times a \times a}_5 = a^5$$

## ១.២ លក្ខណៈនៃស្វ័យគុណ

### ក. ផលគុណនៃស្វ័យគុណគោលដូចគ្នា

$$\text{គេមាន } 2^3 \times 2^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 \quad ; \quad 2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$$

$$\text{គេសង្កេតឃើញថា } 2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$$

$$\text{គេទាញបាន } \boxed{a^n \times a^m = a^{n+m}}$$

☞ **ជាទូទៅ:** ស្វ័យគុណដែលមានគោលដូចគ្នា ជាស្វ័យគុណដែល

និទស្សន្តជាផលបូកនៃនិទស្សន្តរបស់វា។

$$\text{ឧទាហរណ៍៖ } 4^3 \times 4^5 = 4^{3+5} = 4^8 \quad ; \quad a^5 \times a^3 = a^{5+3} = a^8$$

## ខ. ស្វ័យគុណនៃស្វ័យគុណ

$$\text{គេមាន } (2^3)^2 = 2^3 \times 2^3 = 2^{3+3} = 2^6 \quad \text{ឬ } (2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6$$

គេសង្កេតឃើញថា  $(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6$  ។ គេទាញបាន  $(a^n)^m = a^{n \times m}$

☞ **ជាទូទៅ:** ស្វ័យគុណនៃស្វ័យគុណ ជាស្វ័យគុណដែលនិទស្សន្តជាផលគុណនៃនិទស្សន្តរបស់វា។

ឧទាហរណ៍៖      ក.  $(4^3)^5 = 4^{3 \times 5} = 4^{15}$       ខ.  $(a^5)^3 = a^{5 \times 3} = a^{15}$

## គ. ស្វ័យគុណនៃផលគុណ

$$\text{គេមាន } (3 \times 5)^2 = (3 \times 5) \times (3 \times 5) = 15 \times 15 = 225$$

$$(3 \times 5)^2 = (3 \times 5) \times (3 \times 5) = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$$

គេសង្កេតឃើញថា  $(3 \times 5)^2 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$  ។

គេទាញបាន  $(ab)^n = a^n \times b^n$

☞ **ជាទូទៅ:** ស្វ័យគុណនៃផលគុណដែលមានគោលខុសគ្នា  
ជាផលគុណនៃស្វ័យគុណ។

ឧទាហរណ៍៖      ក.  $(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

ខ.  $(a \times b)^3 = a^3 \times b^3$

**ឃ. ស្វ័យគុណនៃផលចែក**

$$\text{គេមាន } \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{81}{16} \quad \text{ឬ} \quad \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

$$\text{គេសង្កេតឃើញថា } \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16} \text{ ។}$$

$$\text{គេទាញបាន } \boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}} \quad (b \neq 0)$$

☞ **ជាទូទៅ:** ស្វ័យគុណនៃផលចែកដែលមានគោលខុសគ្នា

ជាផលចែកនៃស្វ័យគុណ។

$$\text{ឧទាហរណ៍៖} \quad \text{ក. } \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} \quad \text{ខ. } \left(\frac{x}{y}\right)^7 = \frac{x^7}{y^7}$$

**ង. ផលចែកនៃស្វ័យគុណគោលដូចគ្នា**

$$\text{គេមាន } \frac{2^4}{2^2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2^2 \quad ; \quad \frac{2^4}{2^2} = 2^{4-2} = 2^2$$

$$\text{គេសង្កេតឃើញថា } \frac{2^4}{2^2} = 2^{4-2} = 2^2 \text{ ។}$$

$$\text{គេទាញបាន } \boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}} \quad (a \neq 0)$$



☞ **ជាទូទៅ:** ស្វ័យគុណនៃផលចែកដែលមានគោលដូចគ្នា ជាស្វ័យគុណដែលមាននិទស្សន្តជាផលសងនៃនិទស្សន្តតំណាងចែក និងនិទស្សន្តតួចែករបស់វា។

ឧទាហរណ៍៖      ក.  $\left(\frac{3}{3}\right)^4 = \frac{3^4}{3^4} = 3^{4-2} = 3^2$     ខ.  $\frac{a^7}{a^2} = a^{7-2} = a^5$

☞ **ជាទូទៅ:** បើ  $a$  និង  $b$  ជាចំនួនពិត ហើយ  $m$  និង  $n$  ជាចំនួនគត់ គេបាន:

ក.  $a^m \times a^n = a^{m+n}$       ខ.  $(a^m)^n = a^{m \times n}$     គ.  $(ab)^n = a^n b^n$

ឃ.  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, (b \neq 0)$     ង.  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, (a \neq 0)$

**លំហាត់ចំពោះគុណនា**

ក.  $m^2 \times m^8$                       ខ.  $\frac{x^{11}}{x^9}$                       គ.  $4^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4$

ឃ.  $\left(\frac{m^3 n^4}{m^2}\right)^2$                       ង.  $\left(\frac{4}{9}\right)^3 \div \left(\frac{16}{25}\right)^2$                       ច.  $\frac{(a^5 b^3)^2}{a^3 b^2}$

**ចំណោះស្រាយចំពោះ:** .....

$$\text{ក. } m^2 \times m^8 = m^{2+8} = \boxed{m^{10}} \quad \text{ខ. } \frac{x^{11}}{x^9} = x^{11-9} = \boxed{x^2}$$

$$\text{គ. } 4^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4 = 4^2 + \frac{1}{2^4} = \boxed{\frac{257}{16}}$$

$$\text{ឃ. } \left(\frac{m^3 n^4}{m^2}\right)^2 = \frac{m^6 n^8}{m^4} = \boxed{m^2 n^8}$$

$$\text{ង. } \left(\frac{4}{9}\right)^3 \div \left(\frac{16}{25}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^6 \div \left(\frac{2^4}{5^2}\right)^2$$

$$\frac{2^6}{3^6} \div \frac{2^8}{5^4} = \frac{2^6}{3^6} \times \frac{5^4}{2^8} = \boxed{\frac{5^4}{3^6 \times 2^2}}$$

$$\text{ច. } \frac{(a^5 b^3)^2}{a^3 b^2} = \frac{a^{10} b^6}{a^3 b^2} = a^{10-3} b^{6-2} = \boxed{a^7 b^4}$$

### ១.៣ ស្វ័យគុណសូន្យ និងចម្រាសនៃស្វ័យគុណ

#### ក. ស្វ័យគុណសូន្យ

$$\text{គេមាន } \frac{4^3}{4^3} = \frac{4 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4} = 1 \quad \text{ឬ } \frac{4^3}{4^3} = 4^{3-3} = 4^0$$

$$\text{គេសង្កេតឃើញថា } \frac{4^3}{4^3} = 4^0 = 1$$

$$\text{គេមាន } \frac{a^5}{a^5} = \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a \times a} = 1 \quad \text{ឬ} \quad \frac{a^5}{a^5} = a^{5-5} = a^0$$

$$\text{គេទាញបាន } \boxed{a^0 = 1}, (a \neq 0)$$

$$\text{ឧទាហរណ៍៖} \quad \text{ក. } 2^0 = 1 \quad \text{ខ. } \left(\frac{5}{2}\right)^0 = 1 \quad \text{គ. } (-7)^0 = 1$$

## ខ. ចម្រាសនៃស្វ័យគុណ

$$\text{គេមាន } \frac{4^3}{4^5} = \frac{4 \times 4 \times 4}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{1}{4 \times 4} = \frac{1}{4^2}$$

$$\text{ឬ} \quad \frac{4^3}{4^5} = 4^{3-5} = 4^{-2}$$

$$\text{គេសង្កេតឃើញថា } \frac{1}{4^2} = 4^{-2}$$

$$\text{គេទាញបាន } \boxed{\frac{1}{a^n} = a^{-n}}, (a \neq 0)$$

$$\text{គេមាន } 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16} \quad \text{ឬ} \quad \frac{1}{4^{-2}} = \frac{1}{\frac{1}{4^2}} = 4^2$$

$$\text{គេទាញបាន } \boxed{a^n = \frac{1}{a^{-n}}}, (a \neq 0)$$

☞ ជាទូទៅ ក.  $a^0 = 1$  ( $a \neq 0$ ) ខ.  $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ , ( $a \neq 0$ ) ,  $n \in \mathbb{N}$

**លំហាត់គំរូ៖ គណនា**

ក. $(0.05)^0$	ខ. $(-7^2)^0$	គ. $5 \times 8^0$
ឃ. $\frac{(8^{2-2n})(16^{3-n})}{(4^{2n})^{-1}}$	ង. $2\left(\frac{4}{m}\right)^{-2}$	ច. $\left(\frac{6}{12m^{-3}}\right)^{-1}$
ឆ. $\frac{(2^0 + 2^{-1})}{3^{-2}}$	ជ. $\frac{x^{-3}y^4}{x^4y^{-3}}$	ឈ. $\frac{m^{-1} + n^{-1}}{m^{-1} - n^{-1}}$

**ចំណោះស្រាយគំរូ៖** .....

ក.  $(0.05)^0 = \boxed{1}$  ខ.  $(-7^2)^0 = \boxed{1}$  គ.  $5 \times 8^0 = 5 \times 1 = \boxed{5}$

$$\begin{aligned} \text{ឃ. } \frac{(8^{2-2n})(16^{3-n})}{(4^{2n})^{-1}} &= \frac{(2^3)^{2-2n} \times (2^4)^{3-n}}{(2^{4n})^{-1}} = \frac{2^{6-6n+12-4n}}{2^{-4n}} \\ &= 2^{-10n+18} \times 2^{4n} = 2^{-10n+18+4n} = \boxed{2^{-6n+18}} \end{aligned}$$

$$\text{ង. } 2\left(\frac{4}{m}\right)^{-2} = 2\left(\frac{m}{4}\right)^2 = 2 \times \frac{m^2}{4^2} = \frac{2m^2}{16} = \boxed{\frac{m^2}{8}}$$

$$\text{ច. } \left(\frac{6}{12m^{-3}}\right)^{-1} = \left(\frac{12m^{-3}}{6}\right)^1 = 2m^{-3} = \boxed{\frac{2}{m^3}}$$

$$\text{ឆ. } \frac{(2^0 + 2^{-1})}{3^{-2}} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{\frac{1}{3^2}} = \frac{3}{2} \times 3^2 = \boxed{\frac{27}{2}}$$

$$\text{ជ. } \frac{x^{-3}y^4}{x^4y^{-3}} = x^{-3-4}y^{4+3} = x^{-7}y^7 = \frac{y^7}{x^7} = \boxed{\left(\frac{y}{x}\right)^7}$$

$$\text{ឈ. } \frac{m^{-1} + n^{-1}}{m^{-1} - n^{-1}} = \frac{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}{\frac{1}{m} - \frac{1}{n}} = \frac{\frac{n+m}{mn}}{\frac{n-m}{mn}} = \frac{n+m}{\cancel{mn}} \times \frac{\cancel{mn}}{n-n} = \boxed{\frac{n+m}{n-m}}$$

## ២. បូសនីន

### ២.១ បូសនីនដែល $n$ ជាចំនួនគត់គូ និងសេស

បើ  $x$  ជាបូសការេនៃចំនួនវិជ្ជមាន  $a$  កាលណា  $x^2 = a$  ។  
 $3^2 = 9$  គេថា 3 ជាបូសការេនៃ 9 ហើយ  $(-3)^2 = 9$  គេថា -3  
 ជាបូសការេនៃ 9 ហេតុនេះ 9 មានបូសពីរគឺ 3 និង -3 ហើយ 3 ជា  
 បូសការេវិជ្ជមាននៃ 9 គេកំណត់សរសេរ  $\sqrt{9} = 3$   
 រីឯបូសការេអវិជ្ជមាន គេកំណត់សរសេរ  $-\sqrt{9} = -3$ ។

**☞ ជាទូទៅ** ចំនួនពិតវិជ្ជមាន  $a$  មានបូសការេពីរគឺ  $\sqrt{a}$  និង  $-\sqrt{a}$

ឧទាហរណ៍៖ បូសការេប្រាកដនៃ 16 គឺ  $\sqrt{16} = 4$  និង  $-\sqrt{16} = -4$

☞ **សម្គាល់** ចំនួនអវិជ្ជមានពុំមានឫសការេទេ ។

ចំនួន 0 មានឫសតែមួយគឺ 0 ។

ឧទាហរណ៍៖  $-4$  ពុំមែនជាឫសការេទេ

(ព្រោះ  $2^2 \neq -4$  ;  $(-2)^2 \neq -4$  )

បើ  $x$  ជាឫសគូបនៃ  $a$  នោះ  $x^3 = a$  ,  $x = \sqrt[3]{a}$  ។

ក្នុងករណី  $x = 2$  គេបាន  $2^3 = 8$  គេថា 2 ជាឫសគូបនៃ 8

ក្នុងករណី  $x = -2$  គេបាន  $(-2)^3 = -8$  គេថា  $-2$  ជាឫសគូបនៃ  $-8$

យើងសង្កេតឃើញថា ទោះបីជាចំនួនអវិជ្ជមាន  $-8$  ក៏មានឫសគូប  
របស់វាដែរ

➤ ឫសគូបនៃចំនួនវិជ្ជមានជាចំនួនវិជ្ជមាន

➤ ឫសគូបនៃចំនួនអវិជ្ជមានជាចំនួនអវិជ្ជមាន

☞ **ជាទូទៅ** ឫសគូបនៃចំនួនពិត  $a$  មានតែមួយគត់គឺ  $\sqrt[3]{a}$  ។

ឧទាហរណ៍៖ ឫសគូបនៃ 27 គឺ  $\sqrt[3]{27} = 3$

និង ឫសគូបនៃ  $-1$  គឺ  $\sqrt[3]{-1} = -1$  ។

▪ បើ  $x$  ជាឫសទី 4 នៃ  $a$  នោះ  $x^4 = a \Rightarrow x = \sqrt[4]{a}$

▪ បើ  $x$  ជាឫសទី 5 នៃ  $a$  នោះ  $x^5 = a \Rightarrow x = \sqrt[5]{a}$

➤ ចំពោះ  $\sqrt{a^2} = |a|$

➤ ចំពោះ  $\sqrt[n]{a^n} = a$

☞ ជាទូទៅ  $a$  ជាចំនួនពិត និង  $n \geq 2$  ជាចំនួនគត់វិជ្ជាទីបរិជ្ជមាន

គេបាន:      ក.  $\sqrt[n]{a^n} = |a|$  បើ  $n$  គូ      ខ.  $\sqrt[n]{a^n} = a$  បើ  $n$  សេស

### លំហាត់គំរូ៖ គណនា

ក.  $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}}$

ខ.  $\sqrt{x^2 - 6x + 9}$

គ.  $\sqrt[6]{(-10)^6}$

ឃ.  $\sqrt[3]{-64x^3y^6}$

ង.  $\sqrt[4]{16(x-2)^4}$

ច.  $\sqrt[6]{(x+3)^6}$

### ចំណោះស្រាយគំរូ៖

ក.  $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} = \sqrt[5]{\left(-\frac{1}{2}\right)^5} = \boxed{-\frac{1}{2}}$

ខ.  $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{(x-3)^2} = \boxed{|x-3|}$

គ.  $\sqrt[6]{(-10)^6} = |-10| = \boxed{10}$

ឃ.  $\sqrt[3]{-64x^3y^6} = \sqrt[3]{(-4)^3x^3y^6} = \boxed{-4xy^2}$

ង.  $\sqrt[4]{16(x-2)^4} = \sqrt[4]{2^4(x-2)^4} = \boxed{2|x-2|}$

$$\text{ច. } \sqrt[n]{(x+3)^6} = \boxed{|x+3|}$$

## ២.២ គុណកន្សោមរ៉ាឌីកាល់

ឧទាហរណ៍: សម្រួល  $\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{125}$  និង  $\sqrt[3]{27 \times 125}$

រួចប្រៀបធៀបចម្លើយ

$$\text{គេមាន } \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{3^3} \times \sqrt[3]{5^3} = 3 \times 5 = 15$$

$$\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{(3 \times 5)^3} = 3 \times 5 = 15$$

$$\text{គេសង្កេតឃើញថា } \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{27 \times 125} = 15$$

☞ **ជាទូទៅ**  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$  ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់  $n \geq 2$  និង គ្រប់ចំនួនវិជ្ជមាន  $a$  និង  $b$  ។

**សម្រាយបញ្ជាក់:** បង្ហាញថា  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$  ?

$$\text{តាង } x = \sqrt[n]{a} \text{ គេបាន } a = x^n \quad ; y = \sqrt[n]{b} \text{ គេបាន } b = y^n$$

$$\text{នាំឱ្យ } x^n y^n = ab \text{ ឬ } (xy)^n = ab \text{ ឬ } xy = \sqrt[n]{ab}$$

$$\text{ដូចនេះ } \boxed{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}} \text{ ពិត}$$

## ២.៣ មែកកន្សោមរ៉ាឌីកាល់



ឧទាហរណ៍៖ គណនា  $\sqrt{\frac{64}{9}}$  និង  $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{9}}$  រួចប្រៀបធៀបចម្លើយ

$$\text{គេបាន } \sqrt{\frac{64}{9}} = \sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2} = \frac{8}{3} \quad ; \quad \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{8^2}}{\sqrt{3^2}} = \frac{8}{3}$$

$$\text{គេសង្កេតឃើញថា } \sqrt{\frac{64}{9}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{9}} = \frac{8}{3} \text{ ។}$$

**ជាទូទៅ**  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$  ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់  $n \geq 2$   
និង  $a > 0$  និង  $b > 0$  ។

**សម្រាយចេញវ៉ាក់:** បង្ហាញថា  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

តាង  $x = \sqrt[n]{a}$  គេបាន  $a = x^n$  ;  $y = \sqrt[n]{b}$  គេបាន  $b = y^n$

នាំឱ្យ  $\frac{x^n}{y^n} = \frac{a}{b}$  ឬ  $\left(\frac{x}{y}\right)^n = \frac{a}{b}$  ឬ  $\frac{x}{y} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

ដូចនេះ  $\boxed{\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}}$  ដែល  $(b \neq 0)$

## ២.៤ សរសេរ៉ាឌីកាល់ជាស្វ័យគុណសនិទាន

☞ **ជាទូទៅ**  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$  ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជាទីប  $n \geq 2$   
និង  $m \geq 1, a > 0$  ។

ឧទាហរណ៍:  $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}} ; \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

## ២.៥ គុណសន្ទស្សន៍រ៉ាឌីកាល់

សម្រួលកន្សោម  $\sqrt[3]{\sqrt[5]{x}}$

គេមាន  $\sqrt[3]{\sqrt[5]{x}} = (\sqrt[5]{x})^{\frac{1}{3}} = \left(x^{\frac{1}{5}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{5} \times \frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{15}} = \sqrt[15]{x}$

ឬ  $\sqrt[3]{\sqrt[5]{x}} = \sqrt[3 \times 5]{x} = \sqrt[15]{x}$

គេសង្កេតឃើញថា  $\sqrt[3]{\sqrt[5]{x}} = \sqrt[3 \times 5]{x} = \sqrt[15]{x}$  ។

☞ **ជាទូទៅ**  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$  ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជាទីប  $n \geq 2$   
និង  $k \geq 2, a > 0$  ។

☞ **សម្គាល់:**  $\sqrt[n]{a}$  ដែល  $n$  ជាសន្ទស្សន៍ ហើយ  $a$  ជាអ៊ីកង់

**សម្រាយបញ្ជាក់:** បង្ហាញថា  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$

តាង  $x = \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}$  គេបាន  $\sqrt[k]{a} = x^n \Rightarrow a = (x^n)^k = x^{nk}$  ឬ  $x = \sqrt[nk]{a}$

ដូចនេះ  $\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}}$

## ២.៦ សម្រួលសន្ទស្សន៍រ៉ាឌីកាល់

ក.  $\sqrt[4]{25} = \sqrt[4]{5^2} = 5^{\frac{2}{4}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

ខ.  $\sqrt[3]{\sqrt{27}} = \sqrt[3]{\sqrt{27}} = \sqrt[2 \times 3]{27} = \sqrt[6]{27} = (3^3)^{\frac{1}{6}} = \sqrt{3}$

☞ **ជាទូទៅ**  $\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$  ចំពោះគ្រប់ចំនួនគត់វិជ្ជាទីប  $n \geq 2$   
និង  $k \geq 2, a > 0$  ។

**សម្រាយចេញវ៉ាតៈ** បង្ហាញថា  $\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$  ?

តាង  $x = \sqrt[nk]{a^{mk}}$  គេបាន  $a^{mk} = x^{nk} \Rightarrow (a^m)^k = (x^n)^k ; a^m = x^n$

ឬ  $x = \sqrt[n]{a^m}$

ដូចនេះ  $\boxed{\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}}$

☞ **លក្ខណៈប្រសព្វទី ៣** បើ  $n \geq 2, m \geq 1, k \geq 2$  ជាចំនួនគត់វិជ្ជាទីប  
វិជ្ជមាន និង  $a$  និង  $b$  ជាចំនួនវិជ្ជមាន គេបាន:

ក.  $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$                       ខ.  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, (b \neq 0)$

គ.  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$                                       ឃ.  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$

$$\text{ង. } \sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$$

**លំហាត់គំរូ៖ គណនា**

ក.  $\sqrt[3]{0.001} \cdot \sqrt[3]{125}$

ខ.  $\sqrt[5]{x+2} \cdot \sqrt[5]{x-2}$

គ.  $\sqrt[4]{\frac{y}{5}} \cdot \sqrt[4]{\frac{7}{x}}$

ឃ.  $\sqrt[6]{512x^3y^{12}}$

ង.  $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$

ច.  $\frac{14\sqrt{128ab}}{2\sqrt{2}}$

**ចំណោះស្រាយគំរូ៖**

ក.  $\sqrt[3]{0.001} \cdot \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{0.125} = \sqrt[3]{(0.5)^3} = \boxed{0.5}$

ខ.  $\sqrt[5]{x+2} \cdot \sqrt[5]{x-2} = \sqrt[5]{(x+2)(x-2)}$   
 $= \sqrt[5]{x^2 + 2^2} = \boxed{\sqrt[5]{x^2 + 4}}$

គ.  $\sqrt[4]{\frac{y}{5}} \cdot \sqrt[4]{\frac{7}{x}} = \boxed{\sqrt[4]{\frac{7y}{5x}}}$

ឃ.  $\sqrt[6]{512x^3y^{12}} = \sqrt[6]{2^6 x^3 y^{12}} = 2|y^2|\sqrt[6]{x^3} = \boxed{2y^2\sqrt[6]{x^3}}$

ង.  $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{128}{2}} = \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{4^3} = \boxed{4}$

ច.  $\frac{\cancel{14}\sqrt{128ab}}{\cancel{2}\sqrt{2}} = 7\sqrt{\frac{128ab}{2}} = 7\sqrt{64ab} = 7\sqrt{8^2ab}$

$$= 7 \times 8 \sqrt{ab} = \boxed{56 \sqrt{ab}}$$

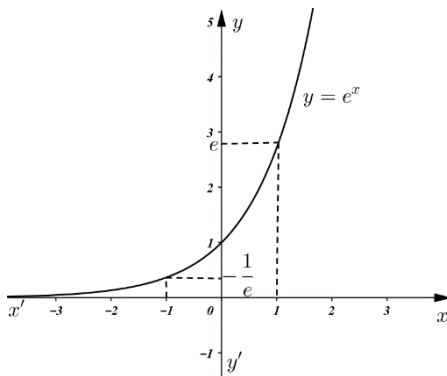


### ៣. អនុគមន៍អ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

**☞ វិធីប្រើប្រាស់:** អនុគមន៍អ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ  
 $f(x) = a^x$  ដែល  $x \in \mathbb{R}$  ហើយ  $a$  ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានខុសពី 1 ។

#### ក. ក្រាប

$x$	$y = e^x$
-1	$-\frac{1}{e} = 0.36$
0	0
1	$e = 2.71$



#### ខ. លក្ខណៈគ្រឹះ

ក.  $e^{m+n} = e^m \cdot e^n$       ខ.  $e^{-n} = \frac{1}{e^n}$

គ.  $e^{m-n} = \frac{e^m}{e^n}$       ឃ.  $(e^m)^n = e^{mn}$

### ៤. សមីការ និងវិសមីការអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

#### ៤.១ សមីការអ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

គេមានអនុគមន៍អ៊ិចស្ប៉ូណង់ស្យែល  $y = a^x$  ដែល  $a$  ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានខុសពី 1 និង បន្ទាត់  $y = b$  ដែល  $b > 0$  ។

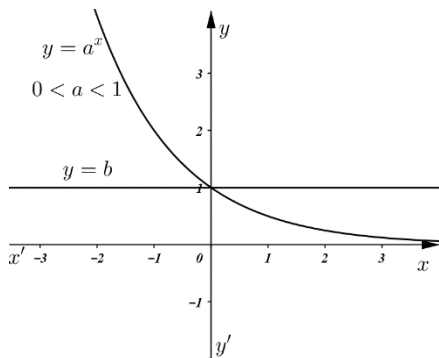
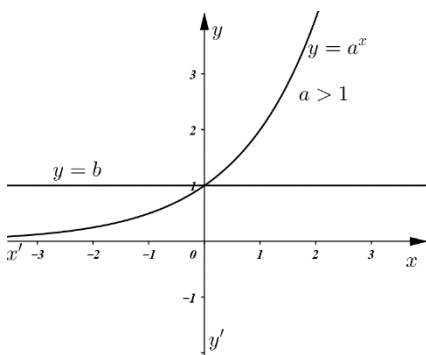
តាមក្រាបគេសង្កេតឃើញថា បន្ទាត់  $y = b$  កាត់ក្រាបនៃអនុគមន៍  $y = a^x$  ត្រង់មួយចំណុច។

គេបាន អាប៉ូស៊ីសនៃចំណុចប្រសព្វជាតម្លៃ  $x$  តែមួយគត់ ដែលជា ចូសរបស់សមីការ  $b = a^x$  ។

សមីការ  $b = a^x$  ដែល  $a$  ជាចំនួនពិតវិជ្ជមានខុសពី 1 ហើយ  $b > 0$

ហៅថា សមីការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល។

### ☞ ចំណាត់ថ្នាក់តាមក្រាប



☞ ជាទូទៅ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត  $a > 0, a \neq 1$   $a^x = a^y$   
សមមូល  $x = y$  ។

ឧទាហរណ៍៖ ដោះស្រាយសមីការ

$$\text{ក. } 4^x = 8 = (2^2)^x = 2^3 \Leftrightarrow 2x = 3 \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{2}}$$

$$\text{ខ. } 3^{1-x} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 3^{1-x} = 3^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow 1-x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{2}}$$

លំហាត់គំរូ៖ ដោះស្រាយសមីការ

$$\text{ក. } 4^x = \frac{1}{2}$$

$$\text{ខ. } 4^x = 1$$

$$\text{គ. } 2^x = 0$$

$$\text{ឃ. } 3^{x-1} = \left(\frac{1}{9}\right)^x$$

$$\text{ង. } 2^x \times 8^{1-x} = \frac{1}{4}$$

$$\text{ច. } 3^{x^2-2x} = 27$$

ចំណោះស្រាយគួរ៖ .....

$$\text{ក. } 4^x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2^{2x} = 2^{-1} \Leftrightarrow 2x = -1 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{1}{2}}$$

$$\text{ខ. } 4^x = 1 \Leftrightarrow 4^x = 4^0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

$$\text{គ. } 2^x = 0 \Leftrightarrow 2^x = 2^0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

$$\text{ឃ. } 3^{x-1} = \left(\frac{1}{9}\right)^x \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^{-x} \Leftrightarrow x-1 = -x \Rightarrow \boxed{x = \frac{1}{2}}$$

$$\text{ង. } 2^x \times 8^{1-x} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^x \times 2^{3-3x} = 2^{-2}$$



$$\Leftrightarrow x + 3 - 3x = -2 \Rightarrow \boxed{x = \frac{5}{2}}$$

$$\text{ច. } 3^{x^2-2x} = 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x} = 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \text{ ដោយ } (b = a + c) \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a} = 3$$

$$\text{ដូចនេះ } \boxed{x = -1, x = 3}$$

### ៤.២ វិស័យការអិចស្ប៉ូណង់ស្យែល

គេមានអនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល  $y = a^x$

ដែល  $a > 0, a \neq 1$  និង  $x \in \mathbb{R}$

➤ បើ  $a > 1$  នោះ  $y = a^x$  ជាអនុគមន៍កើនជានិច្ច ចំពោះគ្រប់  
តម្លៃ  $x$  ដូចនេះ  $a^x \geq a^y$  សមមូល  $x \geq y$  ។

$$a^x \leq a^y \text{ សមមូល } x \leq y$$

➤ បើ  $0 < a < 1$  នោះ  $y = a^x$  ជាអនុគមន៍ថ្លុះជានិច្ច ចំពោះគ្រប់  
តម្លៃ  $x$  ដូចនេះ  $a^x \geq a^y$  សមមូល  $x \leq y$  ។

$$a^x \leq a^y \text{ សមមូល } x \geq y$$

ឧទាហរណ៍៖ ដោះស្រាយវិសមីការ

$$\text{ក. } 2^x \leq \frac{1}{16} \text{ សមមូល } 2^x \leq \frac{1}{4^2} \text{ ព្រោះ } 16 = 4^2$$

$$2^x \leq 2^{-4} \text{ លក្ខណៈនៃស្វ័យគុណ } \frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$x \leq -4 \text{ (គោល } 2 > 1 \text{ )}$$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ  $x \in (-\infty, -4]$  ។

$$\text{ខ. } 16^n < 8^{n+1} \text{ សមមូល } (2^4)^n < 2^{3(n+1)} \text{ ព្រោះ } 16 = 4^2, 2^3 = 8$$

$$2^{4n} < 2^{3n+3} \text{ (គោល } 2 > 1 \text{ )}$$

$$4n < (3n + 3) \text{ ឬ } 4n - 3n < 3 \text{ ឬ } n < 3$$

ដូចនេះ វិសមីការមានសំណុំចម្លើយ  $n \in (-\infty, 3)$  ។

**លំហាត់គំរូដោះស្រាយវិសមីការ**

ក. $3^x < \frac{1}{27}$	ខ. $4^x \geq 64$	គ. $16^{-x} < \frac{1}{256}$
ឃ. $3^{x-1} < \frac{1}{9}$	ង. $2^x \times 8^{1-x} \geq \frac{1}{4}$	ច. $3^{x^2-2x} < 27$

**ចំណោះស្រាយគំរូ:** .....

$$\text{ក. } 3^x < \frac{1}{27} \Leftrightarrow 3^x < 3^{-3} \Rightarrow \boxed{x < -3}$$

$$\text{ខ. } 4^x \geq 64 \Leftrightarrow 4^x \geq 4^3 \Rightarrow \boxed{x \geq 3}$$

$$\text{គ. } 16^{-x} < \frac{1}{256} \Leftrightarrow 16^{-x} < \frac{1}{16^2} = 16^{-2}$$

$$\Leftrightarrow -x < -2 \Rightarrow \boxed{x > 2}$$

$$\text{ឃ. } 3^{x-1} < \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x-1} < 3^{-2} \Leftrightarrow x-1 < -2 \Rightarrow \boxed{x < -1}$$

$$\text{ង. } 2^x \times 8^{1-x} \geq \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^x \times 2^{3-3x} \geq 2^{-2} \Leftrightarrow 2^{3+3-3x} \geq 2^{-2}$$

$$\Leftrightarrow x+3-3x \geq -2 \Leftrightarrow -2x \geq -5 \Rightarrow \boxed{x \leq \frac{5}{2}}$$

$$\text{ច. } 3^{x^2-2x} < 27 \Leftrightarrow 3^{x^2-2x} < 3^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 < 0$$

$$\text{ឡ. } x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\text{ដោយ } (b = a + c) \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a} = 3$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$
$x^2 - 2x - 3 < 0$	$+$	$0$	$0$	$+$

ដូចនេះ  $x \in (-1, 3)$  ឬ  $-1 < x < 3$  ។



# អនុគមន៍លោការីត

## ១. អនុគមន៍ច្រាស់

### ១.១ សញ្ញាណនៃអនុគមន៍ច្រាស់

បើ  $(a, b)$  ផ្ទៀងផ្ទាត់  $f(x)$  ហើយ  $(b, a)$  ផ្ទៀងផ្ទាត់  $f^{-1}(x)$   
នោះ  $f^{-1}(x)$  ជាអនុគមន៍ច្រាស់នៃអនុគមន៍  $f(x)$  ។

### ១.២ ក្រាបនៃអនុគមន៍ច្រាស់

បើ  $f(x)$  និង  $g(x) = f^{-1}(x)$  ជាអនុគមន៍ច្រាស់គ្នានោះ  
ក្រាបរបស់វាទាំងពីរឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់  $y = x$  ។

ឧទាហរណ៍៖ គេឱ្យអនុគមន៍  $g(x) = 2x - 1$  ។ ចូរកំណត់អនុគមន៍  
ច្រាស់  $g^{-1}(x)$  រួចសងក្រាបរបស់វា។

**ចម្លើយ**

គេមាន  $g(x) = 2x - 1$  ឬ  $y = 2x - 1$  គេបាន  $x = \frac{1+y}{2} = \frac{y}{2} + \frac{1}{2}$

ហេតុនេះ  $g^{-1}(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$  ។

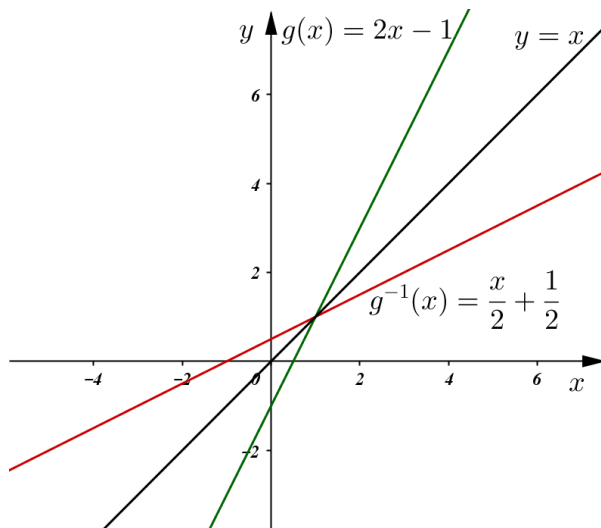
សង្ខេប  $g(x)$  និង  $g^{-1}(x)$

➤  $g(x) = 2x - 1$

$x$	0	1/2
$g(x)$	-1	0

➤  $g^{-1}(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$

$x$	0	-1
$g^{-1}(x)$	1/2	0



## ២. អនុគមន៍លោការីត

### ២.១ សញ្ញាណនៃអនុគមន៍លោការីត

បើគេមាន  $a^x = y$  នោះ  $x = \log_a y, (y > 0, a > 0, a \neq 1)$

ហើយ  $f(x) = a^x$  មានអនុគមន៍ច្រាស់  $f^{-1}(x) = \log_a x$  ជាអនុគមន៍លោការីតនៃ  $x$  គោល  $a$  ។

☞ ករណី  $a = 10$  នោះ  $\log_{10} x$  ហៅថាលោការីតទសភាគ

គេកំណត់សរសេរដោយ  $\log x$

☞ ករណី  $a = e$  នោះ  $\log_e x$  ហៅថាលោការីតធម្មជាតិ

គេកំណត់សរសេរដោយ  $\ln x$  ។ ( $e = 2.718281828182\dots$ )

**លក្ខណៈនៃលោការីតសំខាន់ៗ****Logarithm**

☞ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន  $x, y$  និង  $a$  ដែល  $a \neq 0$  គេបាន:

$$1. \log_a 1 = 0$$

$$2. \log_a a = 1$$

$$3. \log_a a^\alpha = \alpha$$

$$4. \log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$5. \log_a \left( \frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$6. \log_a x^n = n \log_a x$$

$$7. \log_a x = \frac{1}{\log_x a}$$

$$8. (a)^{\log_a x} = x$$

$$9. \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}, (a, b > 0, a, b \neq 1, x > 0)$$

$$10. \log_{a^\alpha} x^\beta = \frac{\beta}{\alpha} \log_a x$$

**សម្រាប់បញ្ជាក់:**

1. តាង  $A = \log_a 1 \Leftrightarrow a^A = 1$  ឬ  $a^A = a^0 \Rightarrow A = 0$

ដូចនេះ  $\boxed{\log_a 1 = 0}$

2. តាង  $B = \log_a a \Leftrightarrow a^B = a$  ឬ  $a^B = a^1 \Rightarrow B = 1$

ដូចនេះ  $\boxed{\log_a a = 1}$

3. តាង  $C = \log_a a^\alpha \Leftrightarrow a^C = a^\alpha \Rightarrow C = \alpha$

ដូចនេះ  $\boxed{\log_a a^\alpha = \alpha}$

4. តាង  $m = \log_a x \Leftrightarrow a^m = x$ ,  $n = \log_a y \Leftrightarrow a^n = y$  គេបាន:

$$x \cdot y = a^m \cdot a^n = a^{m+n} \Rightarrow m + n = \log_a (x \cdot y)$$

ដូចនេះ  $\boxed{\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y}$

5. តាង  $m = \log_a x \Leftrightarrow a^m = x$ ,  $n = \log_a y \Leftrightarrow a^n = y$  គេបាន:

$$\frac{a^m}{a^n} = \frac{x}{y} \text{ ឬ } a^{m-n} = \frac{x}{y} \Rightarrow m - n = \log_a \left( \frac{x}{y} \right)$$

ដូចនេះ  $\boxed{\log_a \left( \frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y}$

6.  $\log_a x^n = \log_a \underbrace{(x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x)}_n = \log_a x + \log_a x + \dots + \log_a x = n \log_a x$

ដូចនេះ  $\boxed{\log_a x^n = n \log_a x}$

7. តាង  $m = \log_a x \Leftrightarrow a^m = x$ ,  $n = \log_x a \Leftrightarrow x^n = a$  គេបាន:



$$(x^n)^m = x \Leftrightarrow x^{m \times n} = x^1 \Leftrightarrow m \times n = 1 \Rightarrow m = \frac{1}{n}$$

ដូចនេះ  $\boxed{\log_a x = \frac{1}{\log_x a}}$

8. តាង  $A = a^{\log_a x} \Leftrightarrow \log_a x = \log_a A$

$$\log_a x - \log_a A = 0 \Leftrightarrow \log_a \left( \frac{x}{A} \right) = 0$$

គេបាន:  $\frac{x}{A} = 1 \Rightarrow x = A$

ដូចនេះ  $\boxed{(a)^{\log_a x} = x}$

9. តាង  $y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$  (លើកលោការីតគោល  $b$  លើអង្គទាំងពីរ)

គេបាន:  $\log_b a^y = \log_b x$

$$y \log_b a = \log_b x \Rightarrow y = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

ដូចនេះ  $\boxed{\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}}$  (រូបមន្តប្តូរគោល)

10.  $\log_{a^\alpha} x^\beta = \frac{\log_b x^\beta}{\log_b a^\alpha} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{\log_b x}{\log_b a} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \log_a x$

ដូចនេះ  $\boxed{\log_{a^\alpha} x^\beta = \frac{\beta}{\alpha} \log_a x}$

## ៣. សមីការ និងវិសមីការលោការីត

### ៣.១ សមីការលោការីត

បើ  $a > 0, a \neq 1$  យើងបាន:

- $\log_a x = \log_a y \Leftrightarrow x = y$  ដែល  $x > 0, y > 0$
- $\log_a u(x) = \log_a v(x) \Leftrightarrow u(x) = v(x)$

ដែល  $u(x) > 0, v(x) > 0$

#### ☞ ចំណាំ

- $\log_a u(x) = \log_a v(x) \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) > 0, v(x) > 0 \\ u(x) = v(x) \end{cases}$
- $\log_x k = t \Leftrightarrow x^t = k$
- $\log_{f(x)} u(x) = \log_{f(x)} v(x) \Leftrightarrow \begin{cases} u(x) > 0, v(x) > 0 \\ f(x) > 0, f(x) \neq 1 \\ u(x) = v(x) \end{cases}$
- $\log_{f(x)} u(x) = \log_{g(x)} v(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0, f(x) \neq 1 \\ g(x) > 0, g(x) \neq 1 \\ [u(x) - 1][f(x) - g(x)] = 0 \end{cases}$

### ៣.២ វិសមីការលោការីត

បើ  $a > 1$  នោះយើងបាន:

- $\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, y > 0 \\ x > y \end{cases}$
- $\log_a x < \log_a y \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, y > 0 \\ x < y \end{cases}$

បើ  $0 < a < 1$  នោះយើងបាន:

- $\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, y > 0 \\ x < y \end{cases}$
- $\log_a x < \log_a y \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0, y > 0 \\ x > y \end{cases}$

▪ ឬ បើ  $a > 1$  នោះវិសមីការ

$$\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$$

▪ បើ  $0 < a < 1$  នោះវិសមីការ

$$\log_a f(x) < \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$$

ឧទាហរណ៍គំរូ: ដោះស្រាយនិងផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការខាងក្រោម៖

$$\text{ក. } \log_6 \frac{1}{36} = -2$$

$$\text{ខ. } \log_x 9 = 2$$

$$\text{គ. } \log_3 5 + \log_3 x = \log_3 10$$

$$\text{ឃ. } \log_8 (x^2 + x) = \log_8 12$$

ចំណោះស្រាយគឺ.....

ក.  $\log_6 \frac{1}{36} = -2$

ដោយ  $\log_6 \frac{1}{36} = -2 = \log_6 6^{-2} = \boxed{-2}$

ខ.  $\log_x 9 = 2$  សមីការមានន័យកាលណា  $x > 0, x \neq 1$

$\log_x 9 = \log_x x^2 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$  (តែ  $x = -3$  មិនយក)

ដូចនេះ  $\boxed{x = 3}$

គ.  $\log_3 5 + \log_3 x = \log_3 10$  សមីការមានន័យកាលណា  $x > 0$

$\Leftrightarrow 5 \times x = 10 \Leftrightarrow 5x = 10 \Rightarrow x = 2$

ដូចនេះ  $\boxed{x = 2}$

ឃ.  $\log_8 (x^2 + x) = \log_8 12$  សមីការមានន័យកាលណា  $x^2 + x > 0$

បើ  $x^2 + x > 0 \Leftrightarrow x(x+1) > 0 \Rightarrow x = 0, x = -1$

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$+\infty$
$x^2 + x > 0$		+	-	+

$x \in (-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$

សមីការទៅជា  $\log_8 (x^2 + x) = \log_8 12$

$$x^2 + x = 12 \Leftrightarrow x^2 + x - 12 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times 1 \times (-12) = 49 \Rightarrow \sqrt{49} = 7$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 7}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 7}{2} = -4$$

ដូចនេះ  $\boxed{x = 3, x = -4}$



## លំហាត់ និងដំណោះស្រាយ

### ១. សម្រួលលក្ខណៈទូទៅក្រោម

$$១. (125x^6)^{-\frac{2}{3}}$$

$$២. \left(\frac{1}{a^4}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$៣. (27x^3)^{-\frac{1}{3}}$$

$$៤. \sqrt{144x^4}$$

$$៥. \sqrt[3]{54x^3y^5}$$

### ចម្លើយ

### ១. សម្រួលលក្ខណៈទូទៅក្រោម

$$១. (125x^6)^{-\frac{2}{3}} = (5^3)^{-\frac{2}{3}} (x^6)^{-\frac{2}{3}} = 5^{-2} x^{-4} = \boxed{\frac{1}{25x^4}}$$

$$២. \left(\frac{1}{a^4}\right)^{-\frac{1}{2}} = (a^{-4})^{-\frac{1}{2}} = \boxed{a^2}$$

$$៣. (27x^3)^{-\frac{1}{3}} = [3x^3]^{-\frac{1}{3}} = 3x^{-1} = \boxed{\frac{1}{3x}}$$

$$៤. \sqrt{144x^4} = \sqrt{(12x^2)^2} = \boxed{12x^2}$$

$$៥. \sqrt[3]{54x^3y^5} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2x^3 \cdot y^3 \cdot y^2} = \sqrt[3]{(3xy)^3 \cdot 2y^2} = \boxed{3xy\sqrt[3]{2y^2}}$$

២. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$១. (0.4)^x = \frac{25}{4}$$

$$២. 3^x = \frac{9}{\sqrt[3]{9}}$$

$$៣. 1^x = 12$$

$$៤. 1^x = -25$$

$$៥. (0.2)^{7x} = 0.04$$

$$៦. (0.5)^{3x-2} = 0.125$$

$$៧. (\sqrt{7})^{3x+1} = 49$$

$$៨. 8 \cdot 4^{2x-1} = 16$$

$$៩. (\sqrt{12})^x \cdot (\sqrt{3})^x = \frac{1}{6}$$

$$១០. 5^{2x+1} - 3 \cdot 5^{2x-1} = 550$$

**ចម្លើយ**

២. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$១. (0.4)^x = \frac{25}{4} \quad \text{ឬ} \quad \left(\frac{4}{10}\right)^x = \frac{25}{4} = \left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{5^2}{2^2}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} \Rightarrow x = \boxed{-2}$$

$$២. 3^x = \frac{9}{\sqrt[3]{9}} \quad \text{ឬ} \quad 3^x = \frac{9}{9^{1/3}} = 9^{1-\frac{1}{3}} = 9^{\frac{2}{3}}$$

$$\text{ឬ } 3^x = 3^{2\frac{2}{3}} = 3^{\frac{4}{3}} \Rightarrow x = \boxed{\frac{4}{3}}$$

$$\text{៣. } 1^x = 12 \quad \text{គ្មានឬស (ព្រោះ } 1^x = 1, \forall x \in \mathbb{R} \text{)}$$

$$\text{៤. } 1^x = -25 \quad \text{គ្មានឬស (ព្រោះ } 1^x = 1, \forall x \in \mathbb{R} \text{)}$$

$$\text{៥. } (0.2)^{7x} = 0.04 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{10}\right)^{7x} = \frac{4}{100} \quad \text{ឬ } \left(\frac{2}{10}\right)^{7x} = \left(\frac{2}{10}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow 7x = 2 \Rightarrow x = \boxed{\frac{2}{7}}$$

$$\text{៦. } (0.5)^{3x-2} = 0.125 \Leftrightarrow \left(\frac{5}{10}\right)^{3x-2} = \frac{125}{1000}$$

$$\text{ឬ } \left(\frac{5}{10}\right)^{3x-2} = \left(\frac{5}{10}\right)^3 \Leftrightarrow 3x-2 = 3$$

$$3x = 5 \Rightarrow x = \boxed{\frac{5}{3}}$$

$$\text{៧. } (\sqrt{7})^{3x+1} = 49 \Leftrightarrow \left(7^{\frac{1}{2}}\right)^{3x+1} = 7^2 \Leftrightarrow 7^{\frac{3x+1}{2}} = 7^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+1}{2} = 2 \Leftrightarrow 3x+1 = 4 \Rightarrow x = \boxed{1}$$



$$៨. 8 \cdot 4^{2x-1} = 16 \Leftrightarrow (2^3)^{2x} \cdot (2^2)^{2x-1} = 2^4$$

$$\Leftrightarrow 6x + 4x - 2 = 4 \Leftrightarrow 10x = 6 \Rightarrow x = \boxed{\frac{3}{5}}$$

$$៩. (\sqrt{12})^x \cdot (\sqrt{3})^x = \frac{1}{6} \Leftrightarrow (\sqrt{12 \times 3})^x = \frac{1}{6}$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{12 \times 3})^x = 6^{-1} \Leftrightarrow (\sqrt{36})^x = 6^{-1} \Leftrightarrow 6^x = 6^{-1} \Rightarrow x = \boxed{-1}$$

$$១០. 5^{2x+1} - 3 \cdot 5^{2x-1} = 550$$

$$\Leftrightarrow 5^{2x} \cdot 5 - 3 \cdot 5^{2x} \cdot 5^{-1} = 550$$

$$\Leftrightarrow 5^{2x} \cdot 5 - \frac{3}{5} \cdot 5^{2x} = 550 \Leftrightarrow 5^{2x} \left( 5 - \frac{3}{5} \right) = 550$$

$$\Leftrightarrow 5^{2x} \left( \frac{25-3}{5} \right) = 550 \Leftrightarrow 5^{2x} \cdot \frac{22}{5} = 550$$

$$\Leftrightarrow \frac{5^{2x}}{5} = 25 \Leftrightarrow 5^{2x} = 125 = 5^3$$

$$\Leftrightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \boxed{\frac{3}{2}}$$

**៣. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម:**

១.  $2^x > 4$

២.  $(0.1)^x > 100$

៣.  $25^{4x} > 5\sqrt{5}$

៤.  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3x} < \frac{16}{81}$

៥.  $\left(\frac{1}{49}\right)^{6x} > 7\sqrt[3]{49}$

៦.  $9^x > -20$

**ចម្លើយ**

**៣. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម:**

១.  $2^x > 4 \Leftrightarrow 2^x > 2^2 \Rightarrow \boxed{x > 2}$

២.  $(0.1)^x > 100 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{10}\right)^x > 10^2 \Leftrightarrow 10^{-x} > 10^2$

$\Leftrightarrow -x > 2 \Rightarrow \boxed{x < -2}$

៣.  $25^{4x} > 5\sqrt{5} \Leftrightarrow 5^{8x} > 5 \cdot 5^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow 5^{8x} > 5^{\frac{3}{2}}$

$\Leftrightarrow 8x > \frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{x > \frac{3}{16}}$

៤.  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3x} < \frac{16}{81} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{-3x} < \left(\frac{2}{3}\right)^4 \Leftrightarrow -3x < 4 \Rightarrow \boxed{x > -\frac{4}{3}}$

$$\text{៥.} \left(\frac{1}{49}\right)^{6x} > 7\sqrt[3]{49} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{7^2}\right)^{6x} > 7 \cdot 7^{\frac{2}{3}} \Leftrightarrow 7^{-12x} > 7^{\frac{5}{3}}$$

$$\Leftrightarrow -12x > \frac{5}{3} \Rightarrow \boxed{x < -\frac{5}{36}}$$

៦.  $9^x > -20$  មានចម្លើយ  $\forall x \in \mathbb{R}$  (ព្រោះ  $9^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$  )

**៤. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម:**

$$\text{១. } 25^x > 125^{3x-2} \qquad \text{២. } 4^{-x+\frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0$$

$$\text{៣. } 2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}$$

$$\text{៤. } (0.1)^{4x^2-2x-2} \leq (0.1)^{2x-3} \qquad \text{៥. } 2^{x^2} \cdot 5^{x^2} < 10^{-3} \cdot (10^{3-x})^2$$

**ចម្លើយ**

**៤. ដោះស្រាយវិសមីការខាងក្រោម:**

$$\text{១. } 25^x > 125^{3x-2} \Leftrightarrow 5^{2x} > 5^{3(3x-2)}$$

$$\Leftrightarrow 2x > 3(3x-2) \Leftrightarrow 2x > 9x-6$$

$$\Leftrightarrow -7x > -6 \Rightarrow \boxed{x < \frac{6}{7}}$$

$$២. 4^{-x+\frac{1}{2}} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0 \Leftrightarrow (2^2)^{\left(-x+\frac{1}{2}\right)} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0$$

$$\Leftrightarrow 2^{-2x+1} - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0 \Leftrightarrow 2^{-2x} \cdot 2 - 7 \cdot 2^{-x} - 4 < 0$$

តាង  $t = 2^{-x} > 0$  យើងបាន:

$$2t^2 - 7t - 4 < 0 \text{ មានឫស } t = -\frac{1}{2} < 0 \text{ (មិនយកព្រោះ } t > 0 \text{ )}$$

និង  $t = 4$  យើងបាន

$$0 < t < 4 \Leftrightarrow 0 < 2^{-x} < 4$$

$$2^{-x} < 2^2 \Rightarrow \boxed{x > -2}$$

$$៣. 2^{x+2} - 2^{x+3} - 2^{x+4} > 5^{x+1} - 5^{x+2}$$

$$\Leftrightarrow 2^x \cdot 2^2 - 2^x \cdot 2^3 - 2^x \cdot 2^4 > 5^x \cdot 5 - 5^x \cdot 5^2$$

$$\Leftrightarrow 2^x (4 - 8 - 16) > 5^x (5 - 25)$$

$$\Leftrightarrow -20 \cdot 2^x > -20 \cdot 5^x \Leftrightarrow 5^x > 2^x \Leftrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^x > 1 = \left(\frac{5}{2}\right)^0$$

$$\Rightarrow \boxed{x > 0}$$

$$៤. (0.1)^{4x^2-2x-2} \leq (0.1)^{2x-3} \text{ ដោយ } 0 < x < 1 \text{ គេបាន}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 2x - 2 \geq 2x - 3$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (2x-1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

ដូចនេះវិសមីការមានចម្លើយ  $\boxed{\forall x \in \mathbb{R}}$

$$៥. 2^{x^2} \cdot 5^{x^2} < 10^{-3} \cdot (10^{3-x})^2 \Leftrightarrow 10^{x^2} < 10^{3-2x} \text{ ឬ } x^2 < 3-2x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 < 0$$

ករណីពិសេស  $a+b+c=0 \Rightarrow x_1=1, x_2=\frac{c}{a}=-3$

$x$	$-\infty$	$-3$	$1$	$+\infty$
$x^2 + 2x - 3 < 0$	$+$	$0$	$-$	$+$

ដូចនេះ វិសមីការមានចម្លើយ  $\boxed{-3 < x < 1}$  ឬ  $\boxed{x \in (-3, 1)}$

៥. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$១. 2^{x^2-3x+8} = 64 \qquad ២. 3^{\frac{x^2+x+1}{x-2}} = \frac{1}{27}$$

$$៣. \left(\sqrt[3]{25}\right)^{x^2+3x+2} = (0.2)^{x^2+x-6} \qquad ៤. 7^{x^2-4x+3} = 1$$

$$៥. 100 - 10^{\frac{x^2+4x-1}{x+1}} = 0$$

ចម្លើយ

៥. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$១. 2^{x^2-3x+8} = 64 \Leftrightarrow 2^{x^2-3x+8} = 2^6$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 8 = 6 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\text{ករណីពិសេស } a + b + c = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = 2$$

$$\text{ដូចនេះសមីការមានឫស } \boxed{x_1 = 1, x_2 = 2}$$

$$២. 3^{\frac{x^2+x+1}{x-2}} = \frac{1}{27} \text{ លក្ខខណ្ឌ } (x-2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2)$$

$$\Leftrightarrow 3^{\frac{x^2+x+1}{x-2}} = 3^{-3} \Leftrightarrow \frac{x^2+x+1}{x-2} = -3$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + 1 = -3(x-2) \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = -3x + 6$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$\text{ករណីពិសេស } a + b + c = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = -5$$

$$\text{ដូចនេះសមីការមានឫស } \boxed{x_1 = 1, x_2 = -5}$$

$$៣. \left(\sqrt[3]{25}\right)^{x^2+3x+2} = (0.2)^{x^2+x-6} \Leftrightarrow 5^{\frac{2}{3}(x^2+3x+2)} = 5^{-(x^2+x-6)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}(x^2 + 3x + 2) = -x^2 - x + 6$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 6x + 4 = -3x^2 - 3x + 18$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 9x - 14 = 0$$

ករណីពិសេស  $a + b + c = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = -14$

ដូចនេះសមីការមានឫស  $\boxed{x_1 = 1, x_2 = -14}$

$$៤. 7^{x^2-4x+3} = 1 \Leftrightarrow 7^{x^2-4x+3} = 7^0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$$

ករណីពិសេស  $a + b + c = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = 3$

ដូចនេះសមីការមានឫស  $\boxed{x_1 = 1, x_2 = 3}$

$$៥. 100 - 10^{\frac{x^2+4x-1}{x+1}} = 0 \quad \text{លក្ខខណ្ឌ } (x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1)$$

$$\Leftrightarrow -10^{\frac{x^2+4x-1}{x+1}} = -10^2 \Leftrightarrow \frac{x^2+4x-1}{x+1} = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 1 = 2x + 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

ករណីពិសេស  $a + b + c = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = -3$

ដូចនេះសមីការមានឫស  $x_1 = 1, x_2 = -3$

៦. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$១. 2^x + 2^{x+3} + 2^{x+5} = 2624$$

$$២. 3^{x+2} + 3^{x-2} = 246$$

$$៣. 2^{x^2+x+2} + 2^{x^2+x-2} = 17$$

$$៤. 7^{x^2-2x} = 343$$

$$៥. 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + \dots + 3^{x+2014} = \frac{3^{4029} - 3^{2014}}{2}$$

ចម្លើយ

$$១. 2^x + 2^{x+3} + 2^{x+5} = 2624 \Leftrightarrow 2^x(1 + 2^3 + 2^5) = 2624$$

$$2^x = \frac{2624}{(1 + 2^3 + 2^5)} \Leftrightarrow 2^x = 64 = 2^6$$

ដូចនេះ  $x = 6$

$$២. 3^{x+2} + 3^{x-2} = 246 \Leftrightarrow 3^{x-2}(3^4 + 1) = 246$$

$$\Leftrightarrow 3^{x-2} = \frac{246}{3^4 + 1} = 3^1 \Leftrightarrow x - 2 = 1 \Rightarrow x = 3$$

ដូចនេះ  $x = 3$

$$៣. 2^{x^2+x+2} + 2^{x^2+x-2} = 17 \Leftrightarrow 2^{x^2+x-2}(2^4 + 1) = 17$$

$$\Leftrightarrow 2^{x^2+x-2} \frac{17}{(2^4 + 1)} = 1 = 2^0$$



$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\text{ករណីពិសេស } a + b + c = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = -2$$

$$\text{ដូចនេះសមីការមានឫស } \boxed{x_1 = 1, x_2 = -2}$$

$$៤. 7^{x^2-2x} = 343 \Leftrightarrow 7^{x^2-2x} = 7^3 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 3$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\text{ករណីពិសេស } -b = a + c \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -\frac{c}{a} = 3$$

$$\text{ដូចនេះសមីការមានឫស } \boxed{x_1 = 1, x_2 = 3}$$

$$៥. 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + \dots + 3^{x+2014} = \frac{3^{4029} - 3^{2014}}{2}$$

$$\Leftrightarrow 3^x (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2014}) = \frac{3^{4029} - 3^{2014}}{2}$$

$$\text{ដោយ } (1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2014}) = \frac{3^{2015} - 1}{3 - 1} = \frac{3^{2015} - 1}{2} \text{ គេបាន:}$$

$$\frac{3^x (3^{2015} - 1)}{2} = \frac{3^{2014} (3^{2015} - 1)}{2} \Leftrightarrow 3^x = 3^{2014} \Rightarrow x = 2014$$

$$\text{ដូចនេះ } \boxed{x = 2014}$$

## ៧. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:

$$១. x^{x^2-5x+6} = 1 \quad ២. (\sqrt{x})^x = x^{\sqrt{x}} \quad ៣. |x^2 - x - 1|^{x^2-1} = 1$$

$$៤. (x^2 - 4x + 5)^{x^2-5x+5} - (x-2)^2 = 1$$

$$៥. (x^2 - 3x + 2)^{x^2+5x+4} = 1$$

ចម្លើយ

$$១. x^{x^2-5x+6} = 1$$

បើ  $x = -1$  នោះ  $(-1)^{(-1)^2-5(-1)+6} = 1$  ផ្ទៀងផ្ទាត់

ដូចនេះ  $x = -1$  ជាឫសរបស់សមីការ។

បើ  $x \neq -1$  សមីការទៅជា 
$$\begin{cases} x > 0 \\ (x-1)(x^2-5x+6) = 0 \end{cases}$$

នោះ  $x-1=0 \Rightarrow x=1$

$x^2-5x+6=0$  បន្ទាប់ពីដោះស្រាយសមីការដឺក្រេទី២ គេបាន:

$$x=2, x=3$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស  $x \in \{-1, 1, 2, 3\}$

$$២. (\sqrt{x})^x = x^{\sqrt{x}} \text{ ឬ } x^{\frac{x}{2}} = x^{\sqrt{x}} \text{ សមមូល } \begin{cases} x > 0 \\ (x-1)\left(\frac{x}{2} - \sqrt{x}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\text{នោះ } x-1=0 \Rightarrow x=1$$

$$\frac{x}{2} - \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x}} = 2$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x})^2 = 2^2 = 4$$

$$\text{ដូចនេះ សមីការមានឫស } \boxed{x=1, x=4}$$

$$៣. |x^2 - x - 1|^{x^2-1} = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x^2 - x - 1| > 0 \\ \left[ |x^2 - x - 1| - 1 \right] (x^2 - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^2 - x - 1| = 1 \\ (x-1)(x+1) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 1 = 1 \\ x-1=0 \Rightarrow x=1, x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \text{ បន្ទាប់ពីដោះស្រាយសមីការបាន } x=1, x=2$$

$$\text{ដូចនេះ } \boxed{x \in \{-1, 0, 1, 2\}}$$

$$៤. (x^2 - 4x + 5)^{x^2-5x+5} - (x-2)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4x + 5)^{x^2 - 5x + 5} = x^2 - 4x + 5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 5 > 0 \\ (x^2 - 4x + 5 - 1)(x^2 - 5x + 5 - 1) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)^2(x - 1)(x - 4) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1, x = 2, x = 4$$

ដូចនេះ សមីការមានឫស  $x = 1, x = 2, x = 4$

$$៥. (x^2 - 3x + 2)^{x^2 + 5x + 4} = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ (x^2 - 3x + 2 - 1)(x^2 + 5x + 4) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 & (*) \\ (x^2 - 3x + 1)(x^2 + 5x + 4) = 0 & (**) \end{cases}$$

$$\text{តាម } (*) \Leftrightarrow x < 1 \text{ ឬ } x > 2$$

$$\text{តាម } (**) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 = 0 \\ x^2 + 5x + 4 = 0 \end{cases}$$

$$\text{បើ } x^2 - 3x + 1 \text{ មាន } \Delta = 9 - 4 = 5 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{5}$$

$$\text{នោះ } x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

បើ  $x^2 + 5x + 4 = 0$  ករណី  $b = a + c \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -\frac{c}{a} = -4$

ដូចនេះ សមីការមានឫស  $x \in \left\{ -4, -1, \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \frac{3+\sqrt{5}}{2} \right\}$

**៨. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:**

១.  $9^x - 4 \cdot 3^{x+2} + 243 = 0$

២.  $4^x - 9 \cdot 2^{x+2} + 128 = 0$

៣.  $3^{2x+3} - 5 \cdot 6^{x+1} + 2^{2x+3} = 0$

៤.  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^x + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x = 10$  ៥.  $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^x + (\sqrt{2} + \sqrt{3})^x = 14$

**ចម្លើយ**

**៨. ដោះស្រាយសមីការខាងក្រោម:**

១.  $9^x - 4 \cdot 3^{x+2} + 243 = 0 \Leftrightarrow (3)^{2x} - 36(3^x) + 243 = 0$

តាង  $t = 3^x > 0$  សមីការទៅជា  $t^2 - 36t + 243 = 0$

$\Delta' = 324 - 243 = 81 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 9$

$\Rightarrow t_1 = \frac{-\frac{b'}{2} - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{18-9}{1} = 9, t_2 = \frac{-\frac{b'}{2} + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{18+9}{1} = 27$

ចំពោះ  $t = 9$  គេបាន  $3^x = 9 \Leftrightarrow 3^x = 3^2 \Rightarrow x = 2$

ចំពោះ  $t = 27$  គេបាន  $3^x = 27 \Leftrightarrow 3^x = 3^3 \Rightarrow x = 3$

ដូចនេះ សមីការមានឫស  $\boxed{x = 2, x = 3}$

$២. 4^x - 9 \cdot 2^{x+2} + 128 = 0 \Leftrightarrow 2^{2x} - 36(2)^x + 128 = 0$

តាង  $t = 2^x > 0$  សមីការទៅជា  $t^2 - 36t + 128 = 0$

$\Delta' = 324 - 128 = 196 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 14$

$\Rightarrow t_1 = \frac{-\frac{b'}{2} - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{18 - 14}{1} = 4, t_2 = \frac{-\frac{b'}{2} + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{18 + 14}{1} = 32$

ចំពោះ  $t = 4$  គេបាន  $2^x = 4 \Leftrightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$

ចំពោះ  $t = 32$  គេបាន  $2^x = 32 \Leftrightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5$

ដូចនេះ សមីការមានឫស  $\boxed{x = 2, x = 5}$

$៣. 3^{2x+3} - 5 \cdot 6^{x+1} + 2^{2x+3} = 0 \Leftrightarrow 27 \cdot 9^x - 30 \cdot 6^x + 8 \cdot 4^x = 0$

ចែកអង្គនឹង  $4^x \neq 0$  គេបាន:

$27\left(\frac{9}{4}\right)^x - 30\left(\frac{6}{4}\right)^x + 8 = 0$

$$27\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 30\left(\frac{3}{2}\right)^x + 8 = 0$$

តាង  $t = \left(\frac{3}{2}\right)^x > 0$  សមីការទៅជា

$$27t^2 - 30t + 8 = 0$$

$$\Delta' = 225 - 216 = 9 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 3$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{-\frac{b'}{2} - \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{15 - 3}{27} = \frac{4}{9}, t_2 = \frac{-\frac{b'}{2} + \sqrt{\Delta'}}{a} = \frac{15 + 3}{27} = \frac{2}{3}$$

ចំពោះ  $t = \frac{4}{9}$  គេបាន  $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{4}{9} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \Rightarrow x = -2$

ចំពោះ  $t = \frac{2}{3}$  គេបាន  $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} \Rightarrow x = -1$

ដូចនេះ សមីការមានឫស  $\boxed{x = -1, x = -2}$

$$6. (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x = 10$$

ដោយ  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^x \times (\sqrt{3} - \sqrt{2})^x = 1$

តាង  $t = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^x$  នោះ  $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x = \frac{1}{t}$  សមីការអាចសរសេរ

$$t + \frac{1}{t} = 10 \Leftrightarrow t^2 - 10t + 1 = 0$$

$$\Delta' = 25 - 1 = 24 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = (2\sqrt{6})^2 > 0$$

$$\text{គេទាញបាន} \begin{cases} t_1 = 5 + 2\sqrt{6} = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 \\ t_1 = 5 - 2\sqrt{6} = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-2} \end{cases}$$

$$\text{ចំពោះ } t = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 \text{ គេបាន}$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^x = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{ចំពោះ } t = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-2} \text{ គេបាន}$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^x = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^{-2} \Rightarrow x = -2$$

$$\text{ដូចនេះ សមីការមានឫស } \boxed{x = -2, x = 2}$$

$$\text{៥. } \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = 14$$

$$\text{ដោយ } \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x \times \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = 1$$

$$\text{តាង } t = \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x > 0 \text{ នោះ } \left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x = \frac{1}{t} \text{ សមីការទៅជា}$$

$$t + \frac{1}{t} = 14 \text{ ឬ } t^2 - 14t + 1 = 0$$



$$\Delta' = 49 - 1 = 48 = (4\sqrt{3})^2$$

$$\text{គេទាញបាន} \begin{cases} t_1 = 7 + 4\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^2 \\ t_2 = 7 - 4\sqrt{3} = (2 - \sqrt{3})^2 = (2 + \sqrt{3})^{-2} \end{cases}$$

$$\text{ចំពោះ } t = (2 + \sqrt{3})^2 \text{ គេបាន}$$

$$\left(\sqrt{2 - \sqrt{3}}\right)^x = (2 + \sqrt{3})^2 = \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}}\right)^4 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{ពោះ } t = (2 - \sqrt{3})^2 \text{ គេបាន}$$

$$\left(\sqrt{2 - \sqrt{3}}\right)^x = (2 + \sqrt{3})^{-2} = \left(\sqrt{2 - \sqrt{3}}\right)^{-4} \Rightarrow x = -4$$

$$\text{ដូចនេះ សមីការមានឫស } \boxed{x = -4, x = 4}$$



## លំហាត់ និងដំណោះស្រាយ

### ១. សរសេរលេខមុខក្រោមជាធរមានលោការីត

១.  $3^3 = 27$

២.  $2^6 = 64$

៣.  $10^3 = 1000$

៤.  $10^1 = 10$

៥.  $2^{-2} = \frac{1}{4}$

៦.  $5^4 = 625$

៧.  $8^{\frac{2}{3}} = 4$

៨.  $6^{-3} = \frac{1}{216}$

៩.  $81^{\frac{3}{4}} = 27$

### ចម្លើយ

១.  $3^3 = 27 \Leftrightarrow \log_3 27 = \boxed{3}$

២.  $2^6 = 64 \Leftrightarrow \log_2 64 = \boxed{6}$

៣.  $10^3 = 1000 \Leftrightarrow \log_{10} 1000 = \boxed{3}$

៤.  $10^1 = 10 \Leftrightarrow \log_{10} 10 = \boxed{1}$

៥.  $2^{-2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \log_2 \frac{1}{4} = \boxed{-2}$

៦.  $5^4 = 625 \Leftrightarrow \log_5 625 = \boxed{4}$

$$៧. 8^{\frac{2}{3}} = 4 \Leftrightarrow \log_8 4 = \boxed{\frac{2}{3}}$$

$$៨. 6^{-3} = \frac{1}{216} \Leftrightarrow \log_6 \frac{1}{216} = \boxed{-3}$$

$$៩. 81^{\frac{3}{4}} = 27 \Leftrightarrow \log_{81} 27 = \boxed{\frac{3}{4}}$$

## ២. សរសេរល្បឿនខាងក្រោមជាទម្រង់អ៊ីចស្ត្រូណង់ស្យែល

$$១. \log_{10} \frac{1}{10} = -1 \quad ២. \log_{\frac{1}{3}} 81 = -4 \quad ៣. \log_2 \frac{1}{64} = -6$$

$$៤. \log_{32} 4 = \frac{2}{5} \quad ៥. \log_2 256 = 8 \quad ៦. \log_4 64 = 3$$

### ចម្លើយ

$$១. \log_{10} \frac{1}{10} = -1 \Leftrightarrow 10^{-1} = \boxed{\frac{1}{10}}$$

$$២. \log_{\frac{1}{3}} 81 = -4 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = \boxed{81}$$

$$៣. \log_2 \frac{1}{64} = -6 \Leftrightarrow 2^{-6} = \boxed{\frac{1}{64}}$$

$$៤. \log_{32} 4 = \frac{2}{5} \Leftrightarrow (32)^{\frac{2}{5}} = \boxed{4}$$

$$៥. \log_2 256 = 8 \Leftrightarrow 2^8 = \boxed{256}$$

$$៦. \log_4 64 = 3 \Leftrightarrow 4^3 = \boxed{64}$$

### ៣. គណនា

$$១. \log_3 1$$

$$២. \log_7 7$$

$$៣. \log_{0.1} 10$$

$$៤. \log_8 1$$

$$៥. \log_{0.2} 5$$

$$៦. 7^{\log_7 8}$$

$$៧. 5^{\log_5 15}$$

$$៨. \log_{25} 1$$

$$៩. (0.5)^{\log_1 \frac{20}{2}}$$

$$១០. (0.3)^{4 \log_3 2}$$

$$១១. (0.5)^{\frac{1}{3} \log_1 27}$$

$$១២. 7^{2 \log_7 8}$$

$$១៣. 4^{2 + \log_4 8}$$

$$១៤. (0.2)^{4 + \log_1 \frac{25}{5}}$$

$$១៥. (1.5)^{2 - \log_3 21}$$

$$១៦. 8^{\log_2 5 + \log_2 3}$$

$$១៧. \left(\frac{2}{3}\right)^{\log_2 4 - \log_2 \frac{3}{3}}$$

$$១៨. \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_{1.5} 4 - \frac{1}{3} \log_{1.5} 64}$$

$$១៩. \log_4 (-16)$$

$$២០. \log_3 \frac{1}{9}$$

### ចម្លើយ

$$១. \log_3 1 = \boxed{0}$$

$$(\text{ព្រោះ } \log_a 1 = 0)$$

$$២. \log_7 7 = \boxed{1} \quad (\text{ព្រោះ } \log_a a = 1)$$

$$៣. \log_{0.1} 10 = \log_{\frac{1}{10}} 10 = \log_{10^{-1}} 10 = -\log_{10} 10 = \boxed{-1}$$

$$៤. \log_8 1 = 0 \quad (\text{ព្រោះ } \log_a 1 = 0)$$

$$៥. \log_{0.2} 5 = \log_{\frac{1}{5}} 5 = \log_{5^{-1}} 5 = -\log_5 5 = \boxed{-1}$$

$$៦. 7^{\log_7 8} = \boxed{8} \quad (\text{ព្រោះ } a^{\log_a \alpha} = \alpha)$$

$$៧. 5^{\log_5 15} = \boxed{15} \quad (\text{ព្រោះ } a^{\log_a \alpha} = \alpha)$$

$$៨. \log_{25} 1 = \boxed{0} \quad (\text{ព្រោះ } \log_a 1 = 0)$$

$$៩. (0.5)^{\frac{\log_1 20}{2}} = (0.5)^{\log_{0.5} 20} = \boxed{20} \quad (\text{ព្រោះ } a^{\log_a \alpha} = \alpha)$$

$$១០. (0.3)^{4 \log_3 2} = (0.3)^{\log_3 2^4} = \boxed{16} \quad (\text{ព្រោះ } a^{\log_a \alpha} = \alpha)$$

$$១១. (0.5)^{\frac{1}{3} \log_1 27} = (0.5)^{\log_{0.5} \sqrt[3]{27}} = \sqrt[3]{27} = \boxed{3}$$

$$១២. 7^{2 \log_7 8} = 7^{\log_7 8^2} = 64 \quad (\text{ព្រោះ } a^{\log_a \alpha} = \alpha)$$

$$១៣. 4^{2 + \log_4 8} = 4^2 \cdot 4^{\log_4 8} = 16 \times 8 = \boxed{128}$$

$$១៤. (0.2)^{\frac{4 + \log_1 25}{5}} = (0.2)^4 \cdot (0.2)^{\log_{0.2} 25} = (0.2)^4 \times 25 = \boxed{\frac{1}{25}}$$

$$១៥. (1.5)^{\frac{2-\log_3 21}{2}} = (1.5)^2 \cdot (1.5)^{-\log_{1.5} 21} = (1.5)^2 \times 21^{-1} = \boxed{\frac{2.2}{21}}$$

$$\begin{aligned} ១៦. 8^{\log_2 5 + \log_2 3} &= 8^{\log_2 5} \cdot 8^{\log_2 3} = 2^{3\log_2 5} \cdot 2^{3\log_2 3} \\ &= 2^{\log_2 5^3} \cdot 2^{\log_2 3^3} = 125 \times 27 = \boxed{3375} \end{aligned}$$

$$១៧. \left(\frac{2}{3}\right)^{\log_2 4 - \log_2 3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\log_2 4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-\log_2 3} = 4 \times 3^{-1} = \boxed{\frac{4}{3}}$$

$$\begin{aligned} ១៨. \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_{1.5} 4 - \frac{1}{3}\log_{1.5} 64} &= \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_{1.5} 4} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{1}{3}\log_{1.5} 64} \\ &= 4 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{-\log_{1.5} \sqrt[3]{64}} = 4 \times 4^{-1} = \boxed{1} \end{aligned}$$

$$១៩. \log_4(-16) \quad (\text{គ្មានន័យ ព្រោះ } -16 < 0)$$

$$២០. \log_3 \frac{1}{9} = \log_3 \frac{1}{3^2} = \log_3 3^{-2} = \boxed{-2}$$

### ៣. ពន្លាតកន្សោមខាងក្រោម

$$១. \log_3 xy$$

$$២. \log_{\frac{1}{3}} 15x^2$$

$$៣. \log_7 25xy^2$$

$$៤. \log_8 x^2 yz$$

$$៥. \log_5 64y^2 z$$

$$៦. \log_{\frac{1}{2}} 25x^2 y^2$$

$$៧. \log_{0.2} x^3 y^4$$

$$៨. \log_4 x^{\sqrt{2}} \cdot y^{\sqrt{3}}$$

$$៩. \log_4 x^6 y^3$$

### ចម្លើយ

$$១. \log_3 xy = \boxed{\log_3 x + \log_3 y}$$

$$២. \log_{\frac{1}{3}} 15x^2 = \log_{\frac{1}{3}} (3 \times 5x^2) = \boxed{\log_{\frac{1}{3}} 3 + \log_{\frac{1}{3}} 5 + 2\log_{\frac{1}{3}} x}$$

$$៣. \log_7 25xy^2 = \log_7 (5^2 xy^2) = \boxed{2\log_7 5 + \log_7 x + 2\log_7 y}$$

$$៤. \log_8 x^2 yz = \log_8 x^2 + \log_8 y + \log_8 z$$

$$= \boxed{2\log_8 x + \log_8 y + \log_8 z}$$

$$៥. \log_5 64y^2z = \log_5 (8^2 y^2 z) = \log_5 8^2 + \log_5 y^2 + \log_5 z$$

$$= \boxed{2\log_5 8 + 2\log_5 y + \log_5 z}$$

$$៦. \log_{\frac{1}{2}} 25x^2 y^2 = \log_{\frac{1}{2}} 5^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^2 + \log_{\frac{1}{2}} y^2$$

$$= \boxed{2\log_{\frac{1}{2}} 5 + 2\log_{\frac{1}{2}} x + 2\log_{\frac{1}{2}} y}$$

$$៧. \log_{0.2} x^3 y^4 = \log_{0.2} x^3 + \log_{0.2} y^4$$

$$= \boxed{3\log_{0.2} x + 4\log_{0.2} y}$$

$$៨. \log_4 x^{\sqrt{2}} \cdot y^{\sqrt{3}} = \boxed{\sqrt{2} \log_4 x + \sqrt{3} \log_4 y}$$

$$៩. \log_4 x^6 y^3 = \log_4 x^6 + \log_4 y^3 = \boxed{6 \log_4 x + 3 \log_4 y}$$

### ៤. ដោះស្រាយសមីការលោការីត

$$១. \log_3 x = 3 \quad ២. \log_x 16 = 2 \quad ៣. \log x + \log(x+9) = 1$$

$$៤. \log_2 x = -1 \quad ៥. \log_9 x = \frac{1}{2} \quad ៦. \log \sqrt{x} = \sqrt{\log x}$$

$$៧. \log_8 x = \frac{1}{3} \quad ៨. \log_5 \sqrt{x^2+1} = \sqrt{1}$$

$$៩. \log \sqrt[3]{x^2} + \log \sqrt[3]{x^4} = \log 2^{-3} \quad ១០. \log \sqrt[3]{x} = \sqrt{\log x}$$

### ចម្លើយ

$$១. \log_3 x = 3 \Leftrightarrow \log_3 x = \log_3 3^3 \Rightarrow \boxed{x = 27}$$

$$២. \log_x 16 = 2 \Leftrightarrow 2^x = 16 = 2^4 \Rightarrow \boxed{x = 4}$$

$$៣. \log x + \log(x+9) = 1 \Leftrightarrow \log x(x+9) = \log 10$$

$$\Rightarrow x^2 + 9x - 10 = 0 \quad \text{បញ្ជាក់ពីដោះស្រាយគេបាន}$$

$$x = 1 \quad \text{និង} \quad x = -10 < 0 \text{ (មិនយក)}$$

$$\text{ដូចនេះ} \quad \boxed{x = 1}$$



$$៤. \log_2 x = -1 \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 2^{-1} \Rightarrow x = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$៥. \log_9 x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \log_9 x = \log_9 9^{\frac{1}{2}} \Rightarrow x = \sqrt{9} = \boxed{3}$$

$$៦. \log \sqrt{x} = \sqrt{\log x} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log x = \sqrt{\log x}$$

តាង  $t = \log x > 0$  គេបាន

$$\frac{t}{2} = \sqrt{t} \Leftrightarrow \left(\frac{t}{2}\right)^2 = t \Leftrightarrow t^2 - 4t = 0 \Leftrightarrow t(t - 4) = 0$$

$$\Rightarrow t = 0, t = 4$$

$$\text{ចំពោះ } t = 0 \Leftrightarrow \log x = 0 \Rightarrow x = 10^0 = 1$$

$$\text{ចំពោះ } t = 4 \Leftrightarrow \log x = 4 \Rightarrow x = 10^4 = 10000$$

$$\text{ដូច្នេះ } \boxed{x = 1, x = 10000}$$

$$៧. \log_8 x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \log_8 x = \log_8 8^{\frac{1}{3}} \Rightarrow x = \sqrt[3]{8} = \boxed{2}$$

$$៨. \log_5 \sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{1} \Leftrightarrow \log_5 \sqrt{x^2 + 1} = \log_5 5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 1} = 5 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 25 \Rightarrow x = \boxed{\pm\sqrt{24}}$$

$$៩. \log \sqrt[3]{x^2} + \log \sqrt[3]{x^4} = \log 2^{-3} \text{ (លក្ខខណ្ឌ } x > 0 \text{ )}$$

$$\Leftrightarrow \log \left( x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{4}{3}} \right) = \log 2^{-3}$$

$$x^{\frac{2}{3} + \frac{4}{3}} = 2^{-3} \Leftrightarrow x^2 = 2^{-3} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{8}}$$

$$១០. \log \sqrt[3]{x} = \sqrt{\log x} \quad \text{(លក្ខខណ្ឌ } x > 0 \text{ )}$$

$$\frac{1}{3} \log x = \sqrt{\log x} \quad \text{តាង } t = \log x > 0$$

$$\left( \frac{t}{3} \right) = \sqrt{t} \Leftrightarrow \left( \frac{t}{3} \right)^2 = t \Leftrightarrow t^2 - 9t = 0$$

$$= t(t - 9) = 0 \Rightarrow t = 0, t = 9$$

$$\text{ចំពោះ } t = 0 \Leftrightarrow \log x = 0 \Rightarrow x = 10^0 = 1$$

$$\text{ចំពោះ } t = 9 \Leftrightarrow \log x = 9 \Rightarrow x = 10^9$$

$$\text{ដូច្នេះ } \boxed{x = 1, x = 10^9}$$

### ៩. ដោះស្រាយវិសមីការលោការីត

$$១. \log_2 2x \leq \log_4 (x+3) \quad ២. \log_3 (3x-5) \geq \log_3 (x+7)$$

$$៣. \log \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} < 0$$

$$៤. \log_{0.5} x^2 < \log_{0.5} 3x$$

$$៥. \log_5 12 < \log_5 (5x - 3) \quad ៦. \log(x^2 - 2x + 3) \geq 0$$

$$៧. \log_8(3x - 1) < \log_8(x + 5)$$

### ចម្លើយ

$$១. \log_2 2x \leq \log_4(x + 3) \text{ វិសមីការមានន័យកាលណា}$$

$$\begin{cases} 2x > 0 \\ x + 3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > -3 \end{cases} \Rightarrow x > 0 \text{ វិសមីការក្លាយជា}$$

$$\log_2 2x \leq \frac{1}{2} \log_2(x + 3)$$

$$\Leftrightarrow 2x \leq \sqrt{x + 3}$$

$$4x^2 \leq x + 3 \Rightarrow 4x^2 - x - 3 \leq 0$$

$$\text{បន្ទាប់ពីដោះស្រាយគេបាន } x = 1, x = -\frac{3}{4} \text{ (មិនយក)}$$

$$\text{ដូចនេះ } \boxed{x \in (0, 1]}$$

២.  $\log_3(3x-5) \geq \log_3(x+7)$  វិសមីការមានន័យកាលណា

$$\begin{cases} 3x-5 > 0 \\ x+7 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{5}{3} \\ x > -7 \end{cases} \Rightarrow x > \frac{5}{3} \text{ វិសមីការក្លាយជា}$$

$$\log_3(3x-5) \geq \log_3(x+7)$$

$$\Leftrightarrow 3x-5 \geq x+7$$

$$\Leftrightarrow 3x-5-x-7 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2x-12 \geq 0 \Rightarrow x \geq 6$$

ដូចនេះ  $\boxed{x \geq 6}$

$$៣. \log \frac{x^2-x}{x^2-1} < 0$$

វិសមីការមានន័យកាលណា  $\frac{x^2-x}{x^2-1} > 0$

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$x^2-x$	+	+	0	-	+
$x^2-1$	+	-	-	+	+
$\frac{x^2-x}{x^2-1} > 0$	+	-	+	+	+

តាមតារាងយើងបាន៖  $x \in (-\infty, -1) \cup (0, 1) \cup (1, +\infty)$  (\*)

វិសមីការក្លាយជា

$$\frac{x^2 - x}{x^2 - 1} < 1 \Rightarrow \frac{x^2 - x}{x^2 - 1} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - x - x^2 + 1}{x^2 - 1} < 0$$
$$\Rightarrow \frac{-x + 1}{x^2 - 1} < 0$$

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$
$-x + 1$	+	+	0	-
$x^2 - 1$	+	-	+	+
$\frac{-x + 1}{x^2 - 1} < 0$	+	-	-	-

តាមតារាងយើងបាន:  $x \in (-1, 1) \cup (1, +\infty)$  (\*\*)

តាម (\*) និង (\*\*) យើងបាន:  $x \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$

៤.  $\log_{0.5} x^2 < \log_{0.5} 3x$       វិសមីការមានន័យកាលណា

$$\begin{cases} x^2 > 0 \\ 3x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0 \quad (*)$$

$\log_{0.5} x^2 < \log_{0.5} 3x$  វិសមីការក្លាយជា

$$x^2 > 3x \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x=0, x=3$$

$x$	$-\infty$	$0$	$3$	$+\infty$
$x^2 - 3x > 0$		+	-	+

តាមតារាងយើងបាន:  $x \in (-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$  (\*\*)

តាម (\*) និង (\*\*) យើងបាន:  $\boxed{x > 3}$

៥.  $\log_5 12 < \log_5 (5x-3)$  វិសមីការមានន័យកាលណា

$$5x-3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{5} \quad \text{វិសមីការក្លាយជា}$$

$$12 < 5x-3 \Leftrightarrow 15 < 5x \Rightarrow 5 < x$$

ដូចនេះ  $\boxed{x > 5}$

៦.  $\log(x^2 - 2x + 3) \geq 0$  វិសមីការមានន័យកាលណា

$$x^2 - 2x + 3 > 0 \quad \text{តែ } x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2 \geq 2 > 0$$

នោះ សមីការមានន័យ  $\forall x \in \mathbb{R}$

វិសមីការក្លាយជា  $x^2 - 2x + 3 > 1$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + 1 \geq 0 \quad \text{ព្រោះ } (x-1)^2 \geq 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + 1 \geq 0$$

$$\text{ដូច្នេះ } \boxed{x \in \mathbb{R}}$$

$$៧. \log_8(3x-1) < \log_8(x+5) \quad \text{វិសមីការមានន័យកាលណា}$$

$$\begin{cases} 3x-1 > 0 \\ x+5 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x > -5 \end{cases} \Rightarrow x > \frac{1}{3}$$

វិសមីការក្លាយជា

$$3x-1 < x+5$$

$$3x-1-x-5 < 0$$

$$2x-6 < 0 \Leftrightarrow 2x < 6 \Rightarrow x < 3$$

$$\text{ដូច្នេះ } \boxed{x \in \left(\frac{1}{3}, 3\right)}$$

**៦. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធវិសមីការលោការីត**

$$១. \begin{cases} \log_2 x + \log_3 y = 4 \\ \log_2 x - \log_3 y = 2 \end{cases}$$

$$២. \begin{cases} 2\ln x + 3\ln y = 8 \\ 5\ln x - 2\ln y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ll} \text{៣.} \begin{cases} x + y = 65 \\ \ln x + \ln y = 3 \end{cases} & \text{៤.} \begin{cases} \log_5 x + \log_5 y = 1 + \log_5 3 \\ \log_{32}(x + y) = \frac{3}{5} \end{cases} \\ \text{៥.} \begin{cases} x + y^2 = 12 \\ \log_3 x + 2\log_3 y = 3 \end{cases} & \text{៦.} \begin{cases} \log x + \log y = \log 3 \\ 5^x \times 5^y = 25^2 \end{cases} \end{array}$$

**ចម្លើយ**

$$\text{១.} \begin{cases} \log_2 x + \log_3 y = 4 \\ \log_2 x - \log_3 y = 2 \end{cases}$$

ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា  $x > 0, y > 0$

តាង  $A = \log_2 x$  ,  $B = \log_3 y$  គេបាន:

$$\begin{cases} A + B = 4 & (1) \\ A - B = 2 & (2) \end{cases} \quad \text{យក (1) + (2) គេបាន:}$$

$$2A = 6 \Rightarrow A = 3 \quad \text{ជំនួសក្នុង (1)}$$

$$3 + B = 4 \Rightarrow B = 1$$

$$\text{ដោយ } A = \log_2 x \quad \text{នោះ } \log_2 x = 3 \Rightarrow x = 2^3 = 8$$

$$B = \log_3 y \quad \text{នោះ } \log_3 y = 1 \Rightarrow y = 3^1 = 3$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ  $\boxed{x=8, y=3}$



$$២. \begin{cases} 2\ln x + 3\ln y = 8 \\ 5\ln x - 2\ln y = 1 \end{cases}$$

ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា  $x > 0, y > 0$

តាង  $A = \ln x$  ,  $B = \ln y$

គេបាន:

$$2A + 3B = 8 \quad (1) \times 2$$

$$5A - 2B = 1 \quad (2) \times 3$$

$$4A + 15A = 19 \Rightarrow A = 1$$

យកតម្លៃ  $A = 1$  ជំនួសក្នុង (1)

$$\text{គេបាន: } 2(1) + 3B = 8 \Rightarrow B = \frac{8-2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

ដោយ  $\ln x = A$  នោះ  $\ln x = 1 \Rightarrow x = e$

$\ln y = B$  នោះ  $\ln y = 2 \Rightarrow y = e^2$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានចម្លើយ  $\boxed{x = e, y = e^2}$

$$៣. \begin{cases} x + y = 65 \\ \ln x + \ln y = 3 \end{cases}$$

ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា  $x > 0, y > 0$

$$\text{សមមូល } \begin{cases} x + y = 65 \\ \log(xy) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 65 \\ xy = 1000 \end{cases}$$

តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ិទ្រែ គេបាន:  $x + y = S, xy = P$

ដោយ  $S = 65, P = 1000$

សមីការមានរាង  $X^2 - SX + P = 0$

$$X^2 - 65X + 1000 = 0 \text{ មាន } \Delta = 225 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 15$$

$$\text{នោះ } X = \frac{65 \pm 15}{2} = \begin{cases} 40 \\ 25 \end{cases}$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ

$$\boxed{x = 40, y = 25} \text{ ឬ } \boxed{x = 25, y = 40}$$

$$\text{ឆ. } \begin{cases} \log_5 x + \log_5 y = 1 + \log_5 3 \\ \log_{32}(x + y) = \frac{3}{5} \end{cases}$$

ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា  $x > 0, y > 0$

$$\text{សមមូល } \begin{cases} \log_5(xy) = \log_5 5 + \log_5 3 \\ \log_{32}(x + y) = \log_{32}(2^5)^{\frac{3}{5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 15 \\ x + y = 8 \end{cases}$$

តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ែត គេបាន:  $x + y = S, xy = P$

ដោយ  $S = 8, P = 15$

សមីការមានរាង  $X^2 - SX + P = 0$

$$X^2 - 8X + 15 = 0 \text{ មាន } \Delta' = 1 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 1$$

$$\text{នោះ } X = \frac{4 \pm 1}{1} = \begin{cases} 5 \\ 3 \end{cases}$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ

$$\boxed{x = 5, y = 3} \text{ ឬ } \boxed{x = 3, y = 5}$$

$$\text{៥. } \begin{cases} x + y^2 = 12 \\ \log_3 x + 2\log_3 y = 3 \end{cases}$$

ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា  $x > 0, y > 0$

$$\text{សមមូល } \begin{cases} x + y^2 = 12 \\ \log_3 x + \log_3 y^2 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y^2 = 12 \\ xy^2 = 27 \end{cases}$$

តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ែត គេបាន:  $x + y^2 = S, xy^2 = P$

ដោយ  $S = 12, P = 27$

សមីការមានរាង  $X^2 - SX + P = 0$

$$X^2 - 12X + 27 = 0 \text{ មាន } \Delta' = 9 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 3$$

$$\text{នោះ } X = \frac{6 \pm 3}{1} = \begin{cases} 9 \\ 3 \end{cases}$$

$$\text{គេទាញបាន: } \begin{cases} x=9, y^2=3 \Rightarrow y=\sqrt{3} \\ x=3, y^2=9 \Rightarrow y=3 \end{cases}$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចឆ្លើយ

$$\boxed{x=9, y=\sqrt{3}} \text{ ឬ } \boxed{x=3, y=3}$$

$$\text{៦. } \begin{cases} \log x + \log y = \log 3 \\ 5^x \times 5^y = 25^2 \end{cases}$$

ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា  $x > 0, y > 0$

$$\text{សមមូល } \begin{cases} \log(x \cdot y) = \log 3 \\ 5^x \times 5^y = 5^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \cdot y = 3 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ែត គេបាន:  $x + y = S$  ,  $xy = P$

$$\text{ដោយ } S = 4 \text{ , } P = 3$$

សមីការមានរាង  $X^2 - SX + P = 0$

$$X^2 - 4X + 3 = 0 \quad \text{ករណី } a + b + c = 0$$

នោះ  $X = 1, X = \frac{c}{a} = 3$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានច្បាប់ឆ្លើយ  $x = 1, y = 3$  ឬ  $x = 3, y = 1$

### ៧. ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការលោការីត

១. 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ \log_2 x + \log_2 y = 2 + \log_2 3 \end{cases}$$

២. 
$$\begin{cases} \ln x + \ln y = 5 \\ x^{\ln y} = e^6 \end{cases}$$

៣. 
$$\begin{cases} xy = 256 \\ 7(\log_y x + \log_x y) = 50 \end{cases}$$

៤. 
$$\begin{cases} \log_x e + \log_y e = \frac{13}{15} \\ \ln xy = \frac{13}{2} \end{cases}$$

៥. 
$$\begin{cases} xy = 81 \\ \log_3(\log_2 y) = 1 + \log_3(\log_2 x) \end{cases}$$

៦. 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ \log_2 x + \log_2 y = 2 \end{cases}$$

### ចម្លើយ

១. 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ \log_2 x + \log_2 y = 2 + \log_2 3 \end{cases}$$

ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា  $x > 0, y > 0$

សមមូល 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ \log_2(x \cdot y) = \log_2 4 + \log_2 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x \cdot y = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 & (1) \\ 2xy = 24 & (2) \end{cases} \text{ ដោយ } (1) + (2) \text{ គេបាន:}$$

$$x^2 + y^2 + 2xy = 49 \Leftrightarrow (x + y)^2 = 49$$

$$\Rightarrow x + y = \sqrt{49} = 7 \quad (\text{ព្រោះ } x, y > 0)$$

ដោយ  $(1) - (2)$  គេបាន:

$$x^2 + y^2 - 2xy = 1 \Leftrightarrow (x - y)^2 = 1$$

$$\Rightarrow x - y = \pm\sqrt{1} = \pm 1$$

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការថ្មីគឺ:

$$\begin{cases} x + y = 7 & (3) \\ x - y = 1 & (4) \end{cases} (*) \text{ ឬ } \begin{cases} x + y = 7 & (5) \\ x - y = -1 & (6) \end{cases} (**)$$

តាម  $(*)$  ដោយ  $(3) + (4)$  គេបាន

$$2x = 8 \Rightarrow x = 4 \text{ ជំនួសក្នុង } (3) \text{ គេបាន:}$$

$$4 + y = 7 \Rightarrow y = 3$$

តាម  $(**)$  ដោយ  $(5) + (6)$  គេបាន

$$2x = 6 \Rightarrow x = 3 \text{ ជំនួសក្នុង } (5) \text{ គេបាន:}$$

$$3 + y = 7 \Rightarrow y = 4$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចឆ្លើយ

$$\boxed{x=3, y=4} \text{ ឬ } \boxed{x=4, y=3}$$

$$២. \begin{cases} \ln x + \ln y = 5 \\ x^{\ln y} = e^6 \end{cases}$$

ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា  $x > 0, y > 0$

តាង  $A = \ln x$  នោះ  $x = e^A$  តាង  $B = \ln y$  គេបាន:

$$\begin{cases} A + B = 5 \\ (e^A)^B = e^6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A + B = 5 \\ e^{AB} = e^6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A + B = 5 \\ AB = 6 \end{cases}$$

តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ែត គេបាន:  $A + B = S$  ,  $AB = P$

ដោយ  $S = 5$  ,  $P = 6$

សមីការមានរាង  $X^2 - SX + P = 0$

$$X^2 - 5X + 6 = 0 \quad \text{មាន } \Delta = 1$$

$$\text{នោះ } X = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases} \text{ ឬ } X = \begin{cases} 2 \\ 3 \end{cases}$$

$$\text{ចំពោះ } \begin{cases} A = 3 \\ B = 2 \end{cases} \text{ គេបាន } \begin{cases} \ln x = 3 \\ \ln y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = e^3 \\ y = e^2 \end{cases}$$

$$\text{ចំពោះ } \begin{cases} A=2 \\ B=3 \end{cases} \text{ គេបាន } \begin{cases} \ln x=2 \\ \ln y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=e^2 \\ y=e^3 \end{cases}$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ

$$\boxed{x=e^3, y=e^2} \quad \text{ឬ} \quad \boxed{x=e^2, y=e^3}$$

$$\text{៣.} \begin{cases} xy=256 & (*) \\ 7(\log_y x + \log_x y)=50 & (**) \end{cases}$$

$$\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា } \begin{cases} x, y > 0 \\ x, y \neq 1 \end{cases}$$

$$\text{តាម } (**) \quad 7(\log_y x + \log_x y) = 50$$

$$\text{សមមូល } 7\left(\frac{1}{\log_x y} + \log_x y\right) = 50 \quad (\text{ប្រើរូបមន្តបួរពោល})$$

$$\text{តាង } t = \log_x y, t \neq 0 \text{ គេបាន}$$

$$7\left(\frac{1}{t} + t\right) = 50 \Leftrightarrow 7t^2 - 50t + 7 = 0 \text{ មាន } \Delta' = 276$$

$$\text{នោះ } t_1 = 7, t_2 = \frac{1}{7}$$

$$\text{ចំពោះ } t = 7 \text{ គេបាន } \log_x y = 7 \Rightarrow y = x^7 \text{ ជំនួសក្នុង } (*)$$



$$x \cdot x^7 = 256 \Leftrightarrow x^8 = 256 \Rightarrow x = \sqrt[8]{256} = 2$$

នោះ  $y = 2^7 = 128$

ចំពោះ  $t = \frac{1}{7}$  គេបាន  $\log_x y = \frac{1}{7} \Rightarrow y = x^{\frac{1}{7}}$  ជំនួសក្នុង (\*)

$$x \cdot x^{\frac{1}{7}} = 256 \Leftrightarrow x^{\frac{8}{7}} = 256 \Rightarrow x = \left(\sqrt[8]{256}\right)^7 = 2^7 = 128$$

នោះ  $y = \left(2^7\right)^{\frac{1}{7}} = 2$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ

$$\boxed{x = 2, y = 128} \quad \text{ឬ} \quad \boxed{x = 128, y = 2}$$

$$\text{៤.} \begin{cases} \log_x e + \log_y e = \frac{13}{15} \\ \ln xy = \frac{13}{2} \end{cases}$$

ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា  $\begin{cases} x, y > 0 \\ x, y \neq 1 \end{cases}$

$$\text{សមមូល} \begin{cases} \log_x e + \log_y e = \frac{13}{15} \\ \ln xy = \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{\ln x} + \frac{1}{\ln y} = \frac{13}{15} \\ \ln x + \ln y = \frac{13}{2} \end{cases}$$

តាង  $A = \ln x$  តាង  $B = \ln y$  ដែល  $(A, B \neq 0)$

$$\text{គេបាន} \begin{cases} \frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{13}{15} \\ A + B = \frac{13}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{A+B}{AB} = \frac{13}{15} \\ A+B = \frac{13}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB = \frac{13}{15}(A+B) \\ A+B = \frac{13}{12} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AB = \frac{15}{2} \\ A+B = \frac{13}{2} \end{cases}$$

តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ិញត គេបាន:  $A+B=S$  ,  $AB=P$

$$\text{ដោយ } S = \frac{13}{2} , P = \frac{15}{2}$$

សមីការមានរាង  $X^2 - SX + P = 0$

$$X^2 - \frac{13}{2}X + \frac{15}{2} = 0 \Leftrightarrow 2X^2 - 13X + 15 = 0$$

$$\text{មាន } \Delta = 49 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 7$$

បន្ទាប់ពីដោះស្រាយសមីការ

$$\text{គេបាន } A=5, B=\frac{3}{2} \text{ ឬ } A=\frac{3}{2}, B=5$$

$$\text{ចំពោះ } \begin{cases} A=5 \\ B=\frac{3}{2} \end{cases} \text{ គេបាន } \begin{cases} \ln x=5 \\ \ln y=\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=e^5 \\ y=e^{\frac{3}{2}} \end{cases}$$

$$\text{ចំពោះ } \begin{cases} A=\frac{3}{2} \\ B=5 \end{cases} \text{ គេបាន } \begin{cases} \ln x=\frac{3}{2} \\ \ln y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=e^{\frac{3}{2}} \\ y=e^5 \end{cases}$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ

$$\boxed{x=e^5, y=e^{\frac{3}{2}}} \quad \text{ឬ} \quad \boxed{x=e^{\frac{3}{2}}, y=e^5}$$

$$\text{៥.} \begin{cases} xy=81 & (*) \\ \log_3(\log_2 y)=1+\log_3(\log_2 x) & (**) \end{cases}$$

$$\text{ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា} \begin{cases} \log_2 y > 0 \\ \log_2 x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y > 1 \\ x > 1 \end{cases}$$

តាម(\*\*) គេបាន

$$\log_3(\log_2 y)=1+\log_3(\log_2 x) \text{ អាចសរសេរ}$$

$$\log_3(\log_2 y)=\log_3 3+\log_3(\log_2 x)$$

$$\log_3(\log_2 y)=\log_3(3 \cdot \log_2 x)$$

$$\log_3(\log_2 y)=\log_3(\log_2 x^3)$$

$$\log_2 y=\log_2 x^3 \Leftrightarrow y=x^3$$

ចំពោះ  $y = x^3$  ជំនួសក្នុង(\*) គេបាន:

$$xy = 81 \Leftrightarrow x \cdot x^3 = 81 \Leftrightarrow x^4 = 81 \Rightarrow x = \pm\sqrt[4]{81} = \pm 3$$

តែ  $x = -3$  (មិនយក)

$$\text{ចំពោះ } x \Rightarrow y = x^3 = 3^3 = 27$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ  $\boxed{x = 3, y = 27}$

$$6. \begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ \log_2 x + \log_2 y = 2 \end{cases}$$

ប្រព័ន្ធសមីការមានន័យកាលណា  $x > 0, y > 0$

$$\text{សមមូល} \begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ \log_2 x + \log_2 y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + 2xy - 2xy = 17 \\ \log_2(x \cdot y) = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x+y)^2 - 2xy = 17 \\ xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+y) - 2 \times 4 = 17 \\ xy = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 15 \\ xy = 4 \end{cases}$$

នោះយើងបាន  $x, y$  ជាឫសរបស់សមីការ  $X^2 - 5X + 4 = 0$

បន្ទាប់ពីដោះស្រាយគេបាន:

$$X = \begin{cases} 1 \\ 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, y = 4 \\ x = 4, y = 1 \end{cases}$$

ដូចនេះ ប្រព័ន្ធសមីការមានគូចម្លើយ  $x = 1, y = 4$  ឬ  $x = 4, y = 1$



ក្រុមចល័តហាត់ប្រដៅស្រី

កំពុងរៀបចំបន្តទៀត សូមរង់ចាំ ...!!!