ភាសាខ្មែរ

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ

ពីឆ្នាំ ២០០២ ដល់ ២០១៣

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth
pisethsok.wordpress.com
plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា
ប្រលងឯកសារ០១ សំរាប់ថ្នាក់ទី១២

លេខបន្ទប់.....
លេខតុ : .....

សម៉ោងប្រលង : ២៨ កុម្ភៈ ២០០២ មណ្ឌលប្រលង : .....

អនុវិស : នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន : .....
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....
ហត្ថលេខា : .....

លេខសំងាត់ .....

បេក្ខជនមិនត្រូវចុះស្លាកសំគាល់អ្វីឬមានសរសេរលើសន្លឹកប្រលងឡើយ។ សន្លឹកប្រលងណាដែលមានស្លាកសំគាល់និងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។
.....

គណិតវិទ្យា

យៈពេល : ២ម៉ោង៣០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

លេខសំងាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ : ១.បេក្ខជន*ត្រូវកូសខ្ទង់លើទំព័រទី២* ផ្នែកខាងលើដែលគេត្រូវកាត់ចេញ។
២.បេក្ខជនត្រូវសរសេរចំលើយនៃសំនួរបន្តនៅលើ*ទំព័រទី២ ទី៣ និងទី៤*។

I. (ពិន្ទុ 10) ក. គណនារួចសរសេរជារាង $a + ib$

$A = (7+2i)+(1-3i)$; $C = 3i(7-2i)$

$B = (5+i)-(2+10i)$; $D = (6+i)^2$ ។

ខ. គណនាលីមីតខាងក្រោម :

1. $\lim_{x\to 1}(x^3-2x^2+3x-3)$; 3. $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x}$

2. $\lim_{x\to 3}\frac{4x-5}{5x-1}$; 4. $\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$

II. (ពិន្ទុ 20)

ក. រកម៉ូឌុលនិង អាគុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $Z = 1+i$ និង $W = 1+i\sqrt{3}$ ។

ខ. សរសេរចំនួនកុំផ្លិចខាងក្រោមជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ :

$Z = 4(\sin\frac{\pi}{3}+i\cos\frac{\pi}{3})$; $W = 2\cos\frac{\pi}{3}-2i\sin\frac{\pi}{3}$ ។

III. (ពិន្ទុ 10) ; ក. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $1-2i$ ជារឫសនៃសមីការ $x^2-2x+5=0$ ។

ខ. ដោះស្រាយក្នុងសំនុំ $\mathbb{C}$ សមីការ $x^2+6x+13=0$ ។

V. (ពិន្ទុ 15)

រកចំនួនកុំផ្លិចដែលមានការេស្មើនឹងចំនួនកុំផ្លិចផ្ទាល់របស់វា ។

V. (ពិន្ទុ 10) មានអនុគមន៍ f កំនត់ដោយ $f(x) = x+2$ ។ តើ x យកតំលៃនៅលើចន្លោះណា ដើម្បីអោយបាន $|f(x)-4| < 0,001$?

ទំព័រទី១

www.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា

ប្រលងជាសាធារណៈ សញ្ញាប់ថ្នាក់ទី១២

លេខបន្ទប់.....

លេខតុ : .....

សម្រាប់ : ..... មណ្ឌលប្រលង : .....

ឈ្មោះ : ..... ឆ្នាំ២ ..... ២០០២

ឆ្នាំ២ ..... ២០០២

ថ្ងៃ ២០០២

ហត្ថលេខា : .....

លេខសំងាត់

•បេក្ខជនមិនត្រូវចុះសញ្ញាសំគាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រលងឡើយ។ សន្លឹកប្រលងណាដែលមានសញ្ញាសំគាល់នឹងត្រូវបានកាត់ទុកសូន្យ។

.....

មុខវិជ្ជា : គណិតវិទ្យា **យៈពេល : ២ម៉ោង៣០នាទី** **ពិន្ទុ : ១២៥**

លេខសំងាត់

VI. (ពិន្ទុ 15) ក.គណនាលីមីតនៃ $f(x)=\dfrac{x^3-3x^2+(m-1)x+3-3m}{x^2-2x-3}$ កាលណា x ខិតទៅជិត 1

ខ.គណនាលីមីតនៃ $g(x)=\dfrac{x\sin 2x}{1-\cos 2x}$ កាលណា x ខិតទៅជិត 0 ។

VII. (ពិន្ទុ 15)

ក. f ជាអនុគមន៍កំនត់ដោយ $\begin{cases} f(x)=(ax+1)^2; x<2 \\ f(x)=-ax; x\geq 2 \end{cases}$ ។

ចូរកំនត់តំលៃ a ដើម្បីអោយ f ជាអនុគមន៍ជាប់នៅត្រង់ $x=2$ ។

ខ. g ជាអនុគមន៍កំនត់ដោយ $g(x)=\dfrac{4004x}{\sin 2x}; x\neq 0$,។

h ជាអនុគមន៍មួយទៀតដែលកំនត់ដោយ $\begin{cases} h(x)=g(x); x\neq 0 \\ h(0)=m \end{cases}$ ។

កំនត់តំលៃ m ដើម្បីអោយ h ជាអនុគមន៍បន្ទាយតាមភាពជាប់នៃអនុគមន៍ g ត្រង់ $x=0$ ។

VIII.(ពិន្ទុ 15) $ABCD$ ជាចតុមុខមួយដែលមានទ្រនុងទាំង 6 ប៉ុនៗ គ្នា ។ A' ជាចំនោលកែងនៃ A' លើបង (BCD) ។ O ជាចំនុចមួយនៃ $[AA']$ ដែល $OA=OB=3.OA'=x\ (cm)$ ។

ក. ចូរគណនា $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$ ជាអនុគមន៍នៃ x ។

ខ. ចូរគណនា $\cos A\hat{O}B$ រួចទាញរក AB ជាអនុគមន៍នៃ x ។

IX.(ពិន្ទុ 15) នៅក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ គេអោយ 3 ចំនុច $A(2;2;2)$, $B(2;0;1)$ និង $C(0;-1;3)$ ។ (បេក្ខជន មិនចាប់សង់រូបទេ)

ក. គណនាកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{BC}$ ។

ខ. គណនាផលគុណស្កាលែ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$ រួចទាញថា ABC ជាត្រីកោណកែង ។ , ទំព័រទី១

www.pisethsok.wordpress.com

(3)

ឆមាសទី 1 : ២២-០២-២០០២

ចំលើយ និង អត្ថាធិប្បាយ

I. (10pt)

ក. (ពិន្ទុ 5) គណនារួចសរសេរជារាង $a+ib$:

$A = 7+2i+1-3i = 8-i$ (1 pt)

$B = 5+i-2-10i = 3-9i$ (1 pt)

$C = 21i-6i^2 = 6+21i$ (1 pt)

$D = 6^2+12i+i^2 = 35+12i$ (2 pt)

ខ. (ពិន្ទុ 5) គណនាលីមីត :

1/ $\lim\limits_{x\to 1}(x^3-2x^2+3x-3) = 1-2+3-3 = -1$ (1 pt)

2/ $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{4x-5}{5x-1} = \dfrac{4\times 3-5}{5\times 3-1} = \dfrac{7}{14} = \dfrac{1}{2}$ (1 pt)

3/ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}{x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$ (1 pt)

4/ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\sin\frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}\right)^2 = \dfrac{1}{2}$ (2 pt)

II. (20pt)

ក. (ពិន្ទុ 10) រកម៉ូឌុល និង អាគុយម៉ង់ :

$Z = 1+i$, $r = \sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$ (2 pt)

$\cos\alpha = \dfrac{a}{r} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}, \sin\alpha = \dfrac{b}{r} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (1 pt)

$\cos\alpha > 0$ និង $\sin\alpha > 0$ នាំអោយ α នៅក្នុងតាមារ៉ង់ I (1 pt)

ដូចនេះ: $\alpha = \dfrac{\pi}{4}+2k\pi, k\in\mathbb{Z}$ (1 pt)

របៀបទី 2 :

$Z = 1+i = \sqrt{2}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}+i.\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$ (2 pt)

$= \sqrt{2}(\cos\dfrac{\pi}{4}+i.\sin\dfrac{\pi}{4})$ (1 pt)

ដូចនេះ: ម៉ូឌុលគឺ $r = \sqrt{2}$ (1 pt)

អាគុយម៉ង់ គឺ $\alpha = \dfrac{\pi}{4}+2k\pi, k\in\mathbb{Z}$ (1 pt)

$W = 1+i\sqrt{3} = 2\left(\dfrac{1}{2}+i.\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (2 pt)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

$$= 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i.\sin\frac{\pi}{3}\right) \qquad (1\,pt)$$

ដូចនេះ ម៉ូឌុល គឺ $r = 2$ $\qquad (1\,pt)$

អាគុយម៉ង់ គឺ $\alpha = \frac{\pi}{3} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ $\qquad (1\,pt)$

ខ. (ពិន្ទុ 10) <u>សរសេរជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ :</u>

$$Z = 4\left(\sin\frac{\pi}{3} + i\cos\frac{\pi}{3}\right) = 4\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3}\right)\right] \qquad (2\,pt)$$

$$Z = 4\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) \qquad (3\,pt)$$

$$W = 2\cos\frac{\pi}{3} - 2i\sin\frac{\pi}{3} = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}\right) \qquad (2\,pt)$$

$$W = 2\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right] \qquad (3\,pt)$$

(0pt)

ក. (ពិន្ទុ 5) <u>ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា $1 - 2i$ ជាឫស នៃ $x^2 - 2x + 5 = 0$</u>

ក $1 - 2i$ ជំនួសក្នុងសមីការ : $(1 - 2i)^2 - 2(1 - 2i) + 5 = 0$ $\qquad (1\,pt)$

$$1 - 4i + 4i^2 - 2 + 4i + 5 = 0$$

$$0 = 0 \qquad (2\,pt)$$

ដូចនេះ $1 - 2i$ ជាឫសនៃសមីការ $\qquad (2\,pt)$

ខ. (ពិន្ទុ 5) <u>ដោះស្រាយសមីការក្នុង C</u>

$x^2 + 6x + 13 = 0$, $\Delta' = 9 - 13 = 4i^2$ $\qquad (1\,pt)$

$x_1 = -3 - 2i$ $\qquad (2\,pt)$

$x_2 = -3 + 2i$ $\qquad (2\,pt)$

<u>ទ្រឹស្តីបទ កុំផ្ទិច :</u>

ឯ $Z = a + ib,\ \overline{Z} = a - ib$ $\qquad (1\,pt)$

បាន $Z^2 = \overline{Z}$ $\qquad (1\,pt)$

$$(a + ib)^2 = a - ib$$

$$(a^2 - b^2) + 2abi = a - ib \qquad (1\,pt)$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = a, (1) \\ 2ab = -b, (2) \end{cases} \qquad (2\,pt)$$

។ $b(2a + 1) = 0,\ a = -\frac{1}{2}, b = 0$ $\qquad (2\,pt)$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

- ចំពោះ $a = -\frac{1}{2}$, (1) សរសេរជា $b^2 = a^2 - a = \frac{3}{4}$

$$b = \pm\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad (2\,pt)$$

- ចំពោះ $b = 0$, (1) សរសេរជា $a^2 - a = 0$

$$a = 0,\ a = 1 \qquad (2\,pt)$$

<u>ចំលើយ</u> : $Z_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ (1 pt)

$Z_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ (1 pt)

$Z_3 = 0$ (1 pt)

$Z_4 = 1$ (1 pt)

V. (10pt)

<u>រកតម្លៃ x</u> :

$$f(x) = x + 2$$

$$|f(x) - 4| < 0{,}001$$

$$|x + 2 - 4| < 0.001 \qquad (1\,pt)$$

$$|x - 2| < 0{,}001 \qquad (2\,pt)$$

$$-0{,}001 < x - 2 < 0.001 \qquad (2\,pt)$$

$$2 - 0{,}001 < x < 2 - 0{,}001 \qquad (2\,pt)$$

x យកតម្លៃចន្លោះលើចន្លោះ: $]\,1{,}999\,;\,2{,}001\,[$ (3 pt)

VI. (15pt)

ក. (ពិន្ទុ 8) <u>គណនាលីមីត</u> :

$$\lim_{x\to 1} f(x) = \frac{1 - 3 + m - 1 + 3 - 3m}{1 - 2 - 3} \qquad (3\,pt)$$

$$= \frac{-2m}{-4} \qquad (3\,pt)$$

$$= \frac{m}{2} \qquad (2\,pt)$$

<u>របៀបទី ២</u> : $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + (m-1)x + 3 - 3m}{x^2 - 2x - 3}$

$$= \frac{x^2(x-3) - m(x-3) - (x-3)}{(x+1)(x-3)} \qquad (2\,pt)$$

$$= \frac{(x-3)(x^2 + m - 1)}{(x+1)(x-3)} \qquad (2\,pt)$$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

$$= \frac{x^2 + m - 1}{x+1}, x \neq 3 \qquad (2\,pt)$$

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{m}{2} \qquad (2\,pt)$$

ខ. (ពិន្ទុ 7) គណនាលីមីត :

$$g(x) = \frac{x \sin 2x}{1 - \cos 2x} = \frac{x.2\sin x.\cos x}{2\sin^2 x} \qquad (3\,pt)$$

$$= \frac{x\cos x}{\sin x} = \frac{\cos x}{\frac{\sin x}{x}} \qquad (2\,pt)$$

$$\lim_{x \to 0} g(x) = \frac{\lim_{x \to 0} \cos x}{\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}} = \frac{1}{1} = 1 \qquad (2\,pt)$$

VII. (15pt)

ក. (ពិន្ទុ 8) កំណត់តម្លៃ a :

$$f(2) = -2a \qquad (1\,pt)$$

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} (ax+1)^2 = (2a+1)^2 \qquad (1\,pt)$$

$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} (-ax) = -2a \qquad (1\,pt)$$

f ជារនុមមន៍ជាប់ត្រង់ $x = 2$ កាលណា

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^+} f(x) = f(2) \qquad (2\,pt)$$

$$(2a+1)^2 = -2a \;,\; 4a^2 + 6a + 1 = 0 \qquad (1\,pt)$$

$$\Delta' = 9 - 4 = 5,\; a_1 = \frac{-3-\sqrt{5}}{4}, a_2 = \frac{-3+\sqrt{5}}{4} \qquad (2\,pt)$$

ខ. (ពិន្ទុ 7) កំណត់តម្លៃ m :

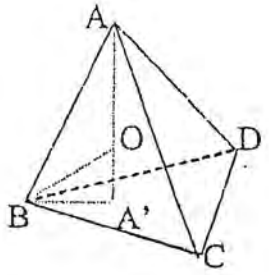
h ជាបន្ទាយតាមភាពជាប់នៃ g ត្រង់ $x = 0$ កាលណា $\begin{cases} h(x) = g(x), x \neq 0 \\ h(0) = \lim_{x \to 0} g(x) \end{cases}$ $(2\,pt)$

តែ $\lim_{x \to 0} g(x) = \lim_{x \to 0} \frac{4004x}{\sin 2x} = 2002\left(\lim_{x \to 0} \frac{2x}{\sin 2x}\right) = 2002$ $(3\,pt)$

ដូចនេះ $m = \lim_{x \to 0} g(x) = 2002$ $(2\,pt)$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

VIII. (15pt)



(2 pt)

ក. (ពិន្ទុ 6) <u>គណនា $\vec{OA}.\vec{OB}$</u> :

ដោយ $(AA') \perp (BCD)$ នោះ $(AA') \perp (BA')$ (2 pt)

យើងមាន : $\vec{OA}.\vec{OB} = \vec{OA}.\vec{OA'}$ (2 pt)

$$= -OA.OA' = -OA.\frac{1}{3}OA$$

$$\vec{OA}.\vec{OB} = -\frac{1}{3}x^2$$ (2 pt)

ខ. (ពិន្ទុ 7) <u>គណនា</u> $\cos A\hat{O}B$

$\vec{OA}.\vec{OB} = OA.OB.\cos A\hat{O}B$ នាំអោយ $\cos A\hat{O}B = \dfrac{\vec{OA}.\vec{OB}}{OA.OB}$ (2 pt)

$$\cos A\hat{O}B = \frac{-\frac{1}{3}x^2}{x.x} = -\frac{1}{3}$$ (1 pt)

<u>ទាញរក AB</u> :

ក្នុង ΔOAB : $AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2.OA.OB.\cos A\hat{O}B$ (2 pt)

$$= x^2 + x^2 - 2.x^2.\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{8x^2}{3}$$ (1 pt)

$$AB = \sqrt{\frac{8x^2}{3}} = \frac{2x\sqrt{6}}{3}(cm)$$ (1 pt)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

IX. (15pt)

ក. (ពិន្ទុ 8) គណនាកូអរដោនេនៃ $\vec{AB}$ និង $\vec{BC}$:

$A(2;2;2), B(2;0;1), C(0;-1;3)$

$\vec{AB}(2-2;0-2;1-2)$ ។ $\vec{AB}(0;-2;-1)$ (4 pt)

$\vec{BC}(0-2;-1-0;3-1)$ ។ $\vec{BC}(-2;-1;2)$ (4 pt)

ខ. (ពិន្ទុ 7) គណនា $\vec{AB}\cdot\vec{BC}$

$\vec{AB}\cdot\vec{BC}=(0)(-2)+(-2)(-1)+(-1)(2)=0$ (4 pt)

ដូចនេះ $\vec{AB}\perp\vec{BC}$

. នាំអោយត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ B ។ (3 pt)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

(1)

ក (II) ២០០

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា

ជ្រើសរើសមុខវិជ្ជាជាតិ ២ ថ្នាក់ទី១២

លេខបន្ទប់.....

លេខតុ : .....

សម័យប្រលង : ០៦ មិថុនា ២០០២ មណ្ឌលប្រលង : .....

អនុវិស :

នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន : .....

ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

លេខសំងាត់

*បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសំគាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រលងឡើយ។ សន្លឹកប្រលងណាដែលមានសញ្ញាសំគាល់នឹងត្រូវបានកាត់ទុសនៅ។

.....

មុខវិជ្ជា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ២ម៉ោង ៣០នាទី

លេខសំងាត់

ពិន្ទុសរុប

លក្ខខ្ណឌ : ១. បេក្ខជនត្រូវកត់ត្រាលេខនៅលើទំព័រទី២ ផ្នែកខាងលើដែលគេត្រូវកាត់ចេញ។

២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចំលើយនៃសំនួរបន្ត នៅលើទំព័រទី២និងទី៣។

I. (១០ពិន្ទុ)

សន្លឹកទី១

ក. រកដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម:

1. $y = \sin 2x + \cos 3x$

2. $y = 2e^{-x} + \ln x + x \quad , x > 0$

ខ. រកអាំងតេក្រាលខាងក្រោម:

1). $\int (3x^2 + 2x + 1)dx$

2). $\int (\sin x + \cos x)dx$

3). $\int 2xe^{x^2} dx$

II. (១០ពិន្ទុ) h ជាអនុគមន៍កំនត់ដោយ $h(x) = \frac{x^2}{x-1}$, $x \in \mathbb{R}$ និង $x \neq 1$ ។

ក. កំនត់រក a, b និង c ដើម្បីអោយ $h(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$ ចំពោះ $x \neq 1$ ។

ខ. ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) តំនាង h ។

III. (១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីតខាងក្រោម:

ក. $\lim_{x \to +\infty} \frac{3e^x + 1}{5e^x + 2}$

ខ. $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x-1}$

V. (២០ពិន្ទុ) ត្រីកោណកែងមួយមានអ៊ីប៉ូតេនុសប្រវែង 5 cm ហើយជ្រុងពីរទៀតមានប្រវែងប្រែប្រួល x និង y $(0 < x < 5 , 0 < y < 5)$ ។

ទំព័រទី១

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ក. គណនា y ជាអនុគមន៍នៃ x រួចគណនាផ្ទៃក្រឡា S នៃត្រីកោណនោះជាអនុគមន៍នៃ x ។

ខ. ទាញរកតម្លៃអតិបរមានៃ S ។

V. (១០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំនត់ដោយ $f(x)=\ell nx$ ដែល $x\in]0;+\infty[$ ។

ក. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចបង្ហាញថាចំពោះ $x\in[10;11]$ គេបាន $\frac{1}{11}\le f'(x)\le\frac{1}{10}$

ខ. ដោយប្រើសមភាពកំនើនមានកំនត់ ចូរទាញថា $\frac{1}{11}\le \ell n11-\ell n10\le\frac{1}{10}$ ។

រួចទាញបញ្ជាក់ថា $2,39\le \ell n11\le 2,40$ ដោយដឹងថា $\ell n10=2,30$ ។

VI. (៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំនត់ដោយ $f(x)=e^{1-x}$ ហើយ (C) ជាក្រាបនៃ f ។

ក. បញ្ជាក់ដែនកំនត់នៃ f រួចស្រាយបំភ្លឺថា f ជាអនុគមន៍ចុះលើ $\mathbb{R}$ ។

ខ. គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ រួច $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃ (C)។

គ. ចូរគូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

ឃ. កំនត់កូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វរវាងក្រាប (C) និងអ័ក្សអរដោនេ។ (គេអោយ $e=2,7$)

ង. សរសេរសមីការបន្ទាត់ (D) ដែលប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ $x=1$ ។

ច. ចូរសង់ក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (D) នៅក្នុងតំរុយអរតូនរមេតែមួយ។

VII. (១៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតំរុយអរតូនរម៉ាល់ $(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ដែលមានទិសដេរ៉ាវិជ្ជមាន គេអោយចំនុច A(1;-3;2) និងវ៉ិចទ័រ $\vec{w}$ (2;1;3) ។ (បេក្ខជនមិនចាច់ត្រូវរូបទេ)

ក. សរសេរសមីការបារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (D) ដែលកាត់តាម A និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{w}$ ។

ខ. រកកូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (D) និងប្លង់ (Q) ដែលមានសមីការ

$2x-y+5z+3=0$ ។

VIII. (២០ពិន្ទុ) នៅក្នុងតំរុយអរតូនរម៉ាល់ $(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ដែលមានទិសដេរ៉ាវិជ្ជមាន គេអោយវ៉ិចទ័រ $\vec{u}(1;2;3)$ និង $\vec{v}(2;2;-1)$ ។ (បេក្ខជនមិនចាច់ត្រូវរូបទេ)

ក. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{u}\times\vec{v}$ ។

ខ. រកសមីការប្លង់ (P)ដែលកាត់តាមចំនុច A(1;0;1) និងមានវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់ $\vec{n}=\vec{u}\times\vec{v}$

www.camtasia.com

អក្រាកំនែ

គណិតវិទ្យា

I. (១០ពិន្ទុ)

ក. (៤ពិន្ទុ) រកដេរីវេនៃអនុគមន៍ខាងក្រោម:

1). $y = \sin 2x + \cos 3x$, $y' = 2\cos 2x - 3\sin 3x$ (២ពិន្ទុ)

2). $y = 2e^{-x} + \ell nx + x$, $y' = -2e^{-x} + \frac{1}{x} + 1$ (២ពិន្ទុ)

ខ. (៦ពិន្ទុ) រកអាំងតេក្រាល:

1). $\int(3x^2 + 2x + 1)dx = x^3 + x^2 + x + c$ (២ពិន្ទុ)

2). $\int(\sin x + \cos x)dx = -\cos x + \sin x + c$ (២ពិន្ទុ)

3). $\int 2xe^{x^2}dx = \int e^{x^2}(x^2)'dx = e^{x^2} + c$ (២ពិន្ទុ)

II. (១០ពិន្ទុ)

ក. (៦ពិន្ទុ) <u>រក a, b, c</u>

$h(x) = \frac{x^2}{x-1}$

$$\begin{array}{l|l} x^2 & x-1 \\ \hline \underline{-x^2+x} & x+1 \\ 0+x & \\ \underline{-x+1} & \\ 0+1 & \end{array}$$ (២ពិន្ទុ)

$h(x) = x + 1 + \frac{1}{x-1}$ (១ពិន្ទុ)

$\boxed{a = 1, b = 1, c = 1}$ (៣ពិន្ទុ)

<u>របៀបទី២:</u> $h(x) = \frac{x^2}{x-1} = \frac{x^2-1+1}{x-1}$ (១ពិន្ទុ)

$= \frac{x^2-1}{x-1} + \frac{1}{x-1}$ (១ពិន្ទុ)

$= x + 1 + \frac{1}{x-1}$ (១ពិន្ទុ)

$\boxed{a = b = c = 1}$ (៣ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ខ. (៨ពិន្ទុ) <u>សម្រាយអាស៊ីមតូតទ្រេត:</u>

$h(x) = x + 1 + \frac{1}{x-1}$ (២ពិន្ទុ)

$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x-1} = 0$

ដូចនេះ: បន្ទាត់ $y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត។ (២ពិន្ទុ)

III. (១០ពិន្ទុ)

ក. (៥ពិន្ទុ) គណនា $\lim_{x\to+\infty} \frac{3e^x+1}{5e^x+2}$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{3e^x+1}{5e^x+2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x(3+\frac{1}{e^x})}{e^x(5+\frac{2}{e^x})}$$ (១ពិន្ទុ)

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{3+\frac{1}{e^x}}{5+\frac{2}{e^x}}$$ (១ពិន្ទុ)

$$= \frac{3}{5}$$ (២ពិន្ទុ)

ព្រោះ: $\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty,\ \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{e^x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2}{e^x} = 0$ (១ពិន្ទុ)

ខ. (៥ពិន្ទុ) គណនា $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x-1}$

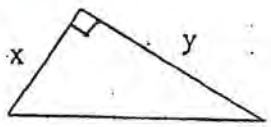
$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x-1} = \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{x}{x-1} \times \frac{\ln x}{x}\right)$$ (២ពិន្ទុ)

$$= \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{1}{1-\frac{1}{x}}\right) \times \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{\ln x}{x}\right)$$ (២ពិន្ទុ)

$$= 1 \times 0 = 0$$

$$= \boxed{0}$$ (១ពិន្ទុ)

IV. (២០ពិន្ទុ)



ក. (៨ពិន្ទុ) គណនា y ជាអនុគមន៍នៃ x

យើងបាន $x^2 + y^2 = 5^2$ (២ពិន្ទុ)

$y^2 = 25 - x^2$

$\boxed{y = \sqrt{25 - x^2}}$ (cm) (២ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

<u>គណនាផ្ទៃក្រឡា S</u>

$S = \frac{x \times y}{2}$ (២ពិន្ទុ)

$\boxed{S = \frac{1}{2}x\sqrt{25 - x^2}}$ (cm²) (២ពិន្ទុ)

ខ. (១២ពិន្ទុ) រកតំលៃអតិបរមានៃ S

$S = \frac{1}{2}x\sqrt{25 - x^2}$

យើងមាន: $S' = \frac{1}{2}(\sqrt{25 - x^2} + x.\frac{-2x}{2\sqrt{25 - x^2}})$

$S' = \frac{25 - 2x^2}{2\sqrt{25 - x^2}}$ (២ពិន្ទុ)

$S' = 0$ ត្រូវនឹង $25 - 2x^2 = 0$, $x = \frac{5}{\sqrt{2}}$ (១ពិន្ទុ)

ដោយ $2\sqrt{25 - x^2} > 0$ ចំពោះគ្រប់ $x \in]0;5[$

S' មានសញ្ញាដូចភាគយក $25 - 2x^2$ (១ពិន្ទុ)

តារាងអថេរភាពនៃ S :

x	0		$\frac{5}{\sqrt{2}}$		5
S'		+	0	-	
S		↗		↘	

(៣ពិន្ទុ)

S មានតំលៃអតិបរមា ចំពោះ $x = \frac{5}{\sqrt{2}}$ (២ពិន្ទុ)

យើងបាន $S = \frac{1}{2} \times \frac{5}{\sqrt{2}} \times \sqrt{25 - \frac{25}{2}}$

$= \frac{1}{2} \times \frac{5}{\sqrt{2}} \times \frac{5}{\sqrt{2}}$

$\boxed{S = \frac{25}{4} cm^2}$ (៣ពិន្ទុ)

V. (១០ពិន្ទុ)

ក. (៥ពិន្ទុ) <u>គណនា f'(x):</u>

$f(x) = \ln x$, $\boxed{f'(x) = \frac{1}{x}}$ (២ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

បង្ហាញថា $\frac{1}{11} \le f'(x) \le \frac{1}{10}$

$10 \le x \le 11$ (១ពិន្ទុ)

ដោយ $x > 0, \frac{1}{11} \le \frac{1}{x} \le \frac{1}{10}$ (១ពិន្ទុ)

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{11} \le f'(x) \le \frac{1}{10}}$ (១ពិន្ទុ)

ខ. (៥ពិន្ទុ) ទាញថា $\frac{1}{11} \le \ell n11 - \ell n10 \le \frac{1}{10}$

តាមវិសមភាពកំណើនមានកំនត់ ដោយយក $a = 10$ និង $b = 11$

យើងបាន $\frac{1}{11}(11-10) \le f(11) - f(10) \le \frac{1}{10}(11-10)$ (១ពិន្ទុ)

ដូចនេះ $\boxed{\frac{1}{11} \le \ell n11 - \ell n10 \le \frac{1}{10}}$ (១ពិន្ទុ)

ទាញថា $2,39 \le \ell n11 \le 2,40$

យើងបាន $\frac{1}{11} + \ell n10 \le \ell n11 \le \frac{1}{10} + \ell n10$ (១ពិន្ទុ)

ដោយ $\ell n10 = 2,30$ នោះ $0,09 + 2,30 \le \ell n11 \le 0,10 + 2,30$ (១ពិន្ទុ)

$\boxed{2,39 \le \ell n11 \le 2,40}$ (១ពិន្ទុ)

VI. (៣០ពិន្ទុ)

ក. (៥ពិន្ទុ) <u>រង្វង់កំនត់នៃ f</u>

$D = R$ (១ពិន្ទុ)

<u>ស្រាយបំភ្លឺថា f ចុះលើ R</u>

$f(x) = e^{1-x}$

$f'(x) = (1-x)' e^{1-x} = -e^{1-x}$ (២ពិន្ទុ)

ដោយ $e^{1-x} > 0$ ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$

នោះ $f'(x) < 0$ ចំពោះ គ្រប់ $x \in \mathbb{R}$ (១ពិន្ទុ)

ដូចនេះ f ចុះលើ $\mathbb{R}$ (១ពិន្ទុ)

ខ. (៨ពិន្ទុ) គណនា $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x \to -\infty} (1-x) = +\infty$ (១ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ដូចនេះ: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} e^{1-x} = +\infty$ (២ពិន្ទុ)

គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} (1-x) = -\infty$ (១ពិន្ទុ)

ដូចនេះ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{1-x} = 0$ (២ពិន្ទុ)

<u>សមីការអាស៊ីមតូតដេក</u>

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$, នោះ:

ខ្សែកោង (C) មានអាស៊ីមតូតដេកមួយគឺបន្ទាត់ $y = 0$ (២ពិន្ទុ)

ค. (៥ពិន្ទុ) <u>តារាងអថេរភាពនៃ f</u>

x	$-\infty$		$+\infty$
f'(x)		-	
f(x)	$+\infty$	↘	0

(៥ពិន្ទុ)

ឃ. (២ពិន្ទុ) <u>ក្បួនរដោនៃចំនុចប្រសព្វរវាង (C) និងអ័ក្សអរដោនេ:</u>

$f(x) = e^{1-x}$

បើ $x = 0$, $f(0) = e^1 = e = 27$

$\boxed{(x = 0\ ; y = 2,7)}$ (២ពិន្ទុ)

ង. (៥ពិន្ទុ) <u>សមីការបន្ទាត់ប៉ះ (D):</u>

ចំពោះ: $x = 1$, $f(1) = e^{1-1} = e^0 = 1$ (១ពិន្ទុ)

(D) ប៉ះ (C) ត្រង់ចំនុច (1 ; 1) មានសមីការរាង

$y = y_0'(x - 1) + 1$ (១ពិន្ទុ)

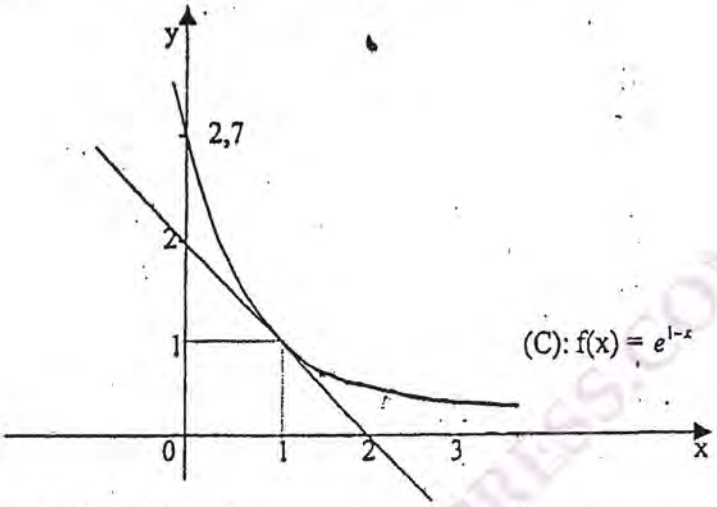
$y_0' = f'(1) = -e^0 = -1$ (១ពិន្ទុ)

ដូចនេះ: $\boxed{(D) : y = -x + 2}$ (២ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ខ. (៥ពិន្ទុ) <u>សង់ (C) និងបន្ទាត់ (D) :</u>



- ៤ ពិន្ទុ (ខ្សែកោង) (D): y = -x + 2
- ១ ពិន្ទុ (បន្ទាត់ (D))

VII. (១៥ពិន្ទុ)

ក. (៧ពិន្ទុ) <u>សមីការចាក់រ៉ែតនៃបន្ទាត់ (D):</u>

(D) មានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{w}$ (2 ; 1 ; 3) និងកាត់តាម A (1 ; -3 ; 2) មានសមីការចាក់រ៉ែត

$$\begin{cases} x = x_0 + at = 1 + 2t \\ y = y_0 + bt = -3 + t \\ z = z_0 + ct = 2 + 3t \end{cases}$$

$$\boxed{(D): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}}$$

(៧ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ខ. (៨ពិន្ទុ) ភ្លាមរវាងចំនុចប្រសព្វរវាង (D) និង (Q)

បើ $M(x, y, z)$ ជាប្រសព្វនៃ (D) និង (Q)

នោះ ភ្លាមរវាងរបស់ M ផ្ទៀងផ្ទាត់ប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \ ; \ y = -3 + t \ ; \ z = 2 + 3t \\ 2x - y + 5z + 3 = 0 \end{cases}$$ (១ពិន្ទុ)

យើងបាន:

$2(1 + 2t) - (-3 + t) + 5(2+3t) + 3 = 0$ (១ពិន្ទុ)

$18t + 18 = 0$

$t = -1$ (១ពិន្ទុ)

$$\begin{cases} x = 1 + 2(-1) = -1 \\ y = -3 - 1 = -4 \\ z = 2 + 3(-1) = -1 \end{cases}$$ (១ពិន្ទុ) (១ពិន្ទុ) (១ពិន្ទុ)

$M(-1 ; -4 ; -1)$ (២ពិន្ទុ)

VIII. (២០ពិន្ទុ)

ក. (១០ពិន្ទុ) គណនា $\vec{U} \times \vec{V}$:

$\vec{U}(1 ; 2 ; 3)$

$\vec{V}(2 ; 2 ; -1)$

$$\vec{U} \times \vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} \vec{k}$$ (៣ពិន្ទុ)

(៣ពិន្ទុ)

$$\boxed{\vec{U} \times \vec{V} = -8\vec{i} + 7\vec{j} - 2\vec{k}}$$

(៤ពិន្ទុ)

ខ. (១០ពិន្ទុ) រកសមីការប្លង់ (P)

- ប្លង់ (P) មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n} = \vec{U} \times \vec{V}$ មានសមីការរាង:

$-8x + 7y - 2z + d = 0$ (៣ពិន្ទុ)

- ប្លង់ (P) កាត់តាម $A(1 ; 0 ; 1)$, យើងបាន:

$-8 - 2 + d = 0$

$d = 10$ (៣ពិន្ទុ)

ដូចនេះសមីការប្លង់ (P) គឺ:

$$\boxed{-8x + 7y - 2z + 10 = 0}$$

(៤ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

<u>របៀបទី២:</u>

- យក $M(x, y, z)$

$$\overrightarrow{AM} = (x-1)\vec{i} + y\vec{j} + (z-1)\vec{k}$$ (៣ពិន្ទុ)

- M នៅក្នុងប្លង់ (P) ដែល $\overrightarrow{AM} \perp \vec{n}$

ដូចនេះ $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$

$$(x-1)(-8) + y(7) + (z-1)(-2) = 0$$ (៣ពិន្ទុ)

$$\boxed{-8x + 7y - 2z + 10 = 0}$$ (៥ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

19
BAC (III)
2002

(1)

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា

ប្រលងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិចំនេះទូទៅ ខែឧសភាឆ្នាំ២០០២

លេខបន្ទប់ : .....

លេខតុ : .....

សម្រាប់ប្រលង : ២២ កក្កដា ២០០២ មណ្ឌលប្រលង .....

- ចាត្តលេខាអនុវេ្ស : នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន : .....

ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

លេខសំងាត់

• បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសំគាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រលងឡើយ។ សន្លឹកប្រលងណាដែលមានសញ្ញាសំគាល់និងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។

.....

មុខវិជ្ជា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ២ម៉ោង៣០នាទី ពិន្ទុ ១២៥

លេខសំងាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ : ១. បេក្ខជនត្រូវគូសខ្វែងលើទំព័រទី២ ផ្នែកខាងលើដែលគេត្រូវកាត់ចេញ។
២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចំណើយនៃសំនួរបន្តនៅលើទំព័រទី២និងទី៣។

(៥ពិន្ទុ) : f ជាអនុគមន៍កំនត់ដោយ : $\begin{cases} f(x) = x - 2 + \dfrac{e}{\ln x} & \text{បើ } x > 0 \text{ និង } x \neq 1 \\ f(0) = m \end{cases}$

(3pts) $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -2$

(2pts) $m = -2$

គណនា $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ ។ ទាញរកតំលៃ m ដើម្បីអោយ f ជាអនុគមន៍ជាប់ខាងស្តាំត្រង់ $x = 0$ ។

(១០ពិន្ទុ) គណនា :

(1pts) ក. $A = (1+i)(2-i)$ ក. $C = \ln e^{x-2} + e^{\ln 2}$ (2pts)

(1pts) ខ. $B = \lim_{x \to 0} \dfrac{2 - \sqrt{x+4}}{x}$ ឃ. $D = \int (2x + \cos x)\,dx$ (2pts)

(១០ពិន្ទុ) ១. គេអោយ $z = 1 - i\sqrt{3}$ ។ ចូរសរសេរ z និង z^{2002} ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ។

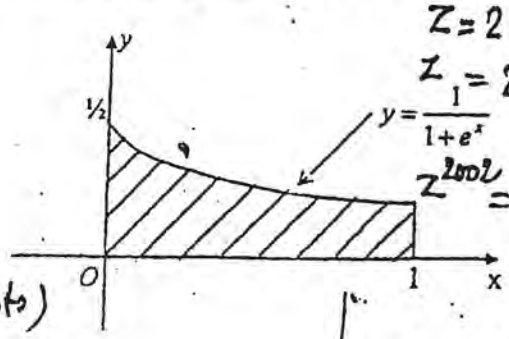
5pt ២. គេអោយ $u = x + iy$ និង $z_1 = a + ib$ ។ ចូរគណនា x និង y ជាអនុគមន៍

5pt នៃ a និង b បើគេមានថា $u = z_1^2 + iz_1 - \frac{1}{2}$ ។

(១០ពិន្ទុ) ១. កំនត់តំលៃនៃ α និង β ដែលចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x គេបាន :

$$\frac{1}{1+e^x} = \alpha + \frac{\beta e^x}{1+e^x}$$

6pt ២. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ដែលគូសឆ្លុះនៅក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ (xoy) ។



$\cos\alpha = \frac{1}{2}$, $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2pts)

$z = 2\left(\cos(-\frac{\pi}{3}) + i\sin(-\frac{\pi}{3})\right)$ (1pt)

$z_1 = 2\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

$z^{2002} = 2^{2002}\left[\cos(-\frac{2002\pi}{3}) + i\sin(-\frac{2002\pi}{3})\right]$ (1pt)

$\alpha + \beta = \dfrac{\alpha + (\alpha+\beta)e^x}{1+e^x}$ (2pts)

$\boxed{\begin{matrix} \alpha = 1 \\ \beta = -1 \end{matrix}}$ (2pts)

$\left(1 - \dfrac{e^x}{1+e^x}\right)dx$ (2pts)

$x - \ln(1+e^x)\Big]_0^1$ (2pts)

$+ \ln 2 - \ln(1+e)$ លទ្ធផល (2pts)

ទំព័រទី១

$u = (a+ib)^2 + i(a+ib) - \frac{1}{2}$

(3pts)

$\begin{cases} x = a^2 - b^2 - b - \frac{1}{2} \\ y = a + 2ab \end{cases}$ (2pts)

www.sok-piseth.wordpress.com

$r^2 - 3r + 1 = 0$ (1pt)

$r_1 = \frac{1}{2}$; $r_2 = 1$ (1pt)

$y = Ae^{\frac{1}{2}x} + Be^{x}$ (3pts)

V. (រាប់ ១៥) ១. ដោះស្រាយសមីការ $2y'' - 3y' + y = 0$ (E)

២. កំនត់ចំលើយ $g(x)$ មួយរបស់សមីការ (E) ដើម្បីអោយក្រាបតាងអនុគ

ប៉ះនឹងបន្ទាត់ (d) សមីការ $y = -\frac{1}{2}x$ នៅត្រង់ចំនុច $O(0;0)$ ។

VI. (ពិន្ទុ ៨០) ១. អនុគមន៍ h កំនត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ដោយ $h(x) = e^{2x} - 2x - 1$

(3pts) ហើយមានតារាងអថេរភាពដូចខាងក្រោម :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

ដោយប្រើតារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ h ចូរបញ្ជាក់ថា $e^{2x} \geq 2x + 1$ ចំពោះគ្រប់ចំ

២. f ជាអនុគមន៍កំនត់ដោយ $f(x) = (x+1)(e^{-2x} + 1)$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត

ក្រាប (C) ។

$\frac{e^{2x} - 2x - 1}{2x}$

(6pts) ក. គណនា $f'(x)$ និង $f'(0)$ ។ បញ្ជាក់ថាដេរីវេ $f'(x)$ និងអនុគមន៍ $h(x)$ មាន

ចំពោះគ្រប់ $x = 0$ ។

(6pts) ខ. គណនា $f(0)$; $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពរបស់អនុគ

(6pts) គ. បង្ហាញថា $f(x) = x + 1 + (\frac{x}{e^x})(\frac{1}{e^x}) + (\frac{1}{e^x})^2$ ។ បង្ហាញថាបន្ទាត់ (D) មានសមីក

$y = x + 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) នៅខាង $+\infty$ ។

(5pts) ឃ. សិក្សាទីតាំងរវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ (D) ។

(6pts) ង. បន្ទាត់ (Δ) មួយស្របនឹងបន្ទាត់ (D) ហើយប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ M ។ កំនត់កូអ

នៃចំនុច M និងសមីការនៃបន្ទាត់ (Δ) ។

(8pts) च. សង់បន្ទាត់ (D), (Δ) និងក្រាប (C) នៅក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ $(O, \vec{i}, \vec{j})$ តែម

(គេអោយ $e = 2,7$)

VII. (៣៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន គេអោយ

$A(3;0;1)$, $B(2;4;0)$ និង $C(0;3;3)$ ។ (បេក្ខជនមិនចាប់ក្លូរូបទេ)

$x = t$, $y = 4t$, $z = t$

(5pts) ក. គេសមីការចាក់រ៉ាម៉ែតនៃបន្ទាត់ (D) ដែលកាត់តាម O និងមានវ៉ិចទ័ប្រាប់ទិស $\vec{u}$ (

(10pts) ខ. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។ ទាញថាចំនុច A, B, C មិនត្រង់ជួ ។

(7pts) គ. គេសមីការប្លង់ (ABC) ដោយយកវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់ $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ ។

$S_{ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{227}$ (6pts) ឃ. គណនារៀងក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

(7pts) ង. គេកូអរដោនេ ចំនុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (D) និងប្លង់ (ABC) ។

PISETSOKSOPHEAPS.COM

អត្ថាតំរែង

គណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២

I. (៥ពិន្ទុ) គេលីមីត :

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}\left[x-2+\frac{e}{\ln x}\right] = \lim_{x\to 0^+}(x-2)+\frac{e}{\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x} = -2+0=-2$$ (១ពិន្ទុ)

ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x = -\infty$ (១ពិន្ទុ)

$$\boxed{\lim_{x\to 0^+} f(x) = -2}$$ (១ពិន្ទុ)

កំនត់តំលៃ m ដើម្បីអោយ f ជាអនុតរមន៍ជាប់ខាងស្តាំត្រង់ $x=0$:

ដើម្បីអោយ f ជាអនុតមន៍ជាប់ខាងស្តាំត្រង់ $x=0$ លុះត្រាតែ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$

តែ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -2$ ហើយ $f(0)=m$

ដូចនេះ f ជាប់ខាងស្តាំត្រង់ $x=0$ លុះត្រាតែ $\boxed{m=-2}$ ។ (២ពិន្ទុ)

II. (១០ពិន្ទុ) គណនា. :

ក. $A=(1+i)(2-i)$

$= 2-i+2i+1$

$A = 3+i$ (៣ពិន្ទុ)

ខ. $B=\lim\limits_{x\to 0}\frac{2-\sqrt{x+4}}{x} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{(2-\sqrt{x+4})(2+\sqrt{x+4})}{x(2+\sqrt{x+4})} = \lim\limits_{x\to 0}\frac{4-x-4}{x(2+\sqrt{x+4})}$

$= \lim\limits_{x\to 0}\frac{-1}{2+\sqrt{x+4}} = \frac{-1}{4}$

$B=-\frac{1}{4}$ (៣ពិន្ទុ)

គ. $C=\ln e^{x-2}+e^{\ln 2} = (x-2)\ln e - 2 = x-2+2 = x$ (២ពិន្ទុ)

$C=x$

ឃ. $D=\int(2x+\cos x)dx = \int 2x\,dx + \int\cos x\,dx = x^2+\sin x + C$,

ដែល C ជាចំនួនពិត។ (២ពិន្ទុ)

III. (១០ពិន្ទុ) ១. ទំរង់ត្រីកោណមាត្រនៃ z និង z' :

$|z| = |z'| = \sqrt{1-3} = 2$ (១ពិន្ទុ)

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$, $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ គេទាញបាន $\alpha = -\frac{\pi}{3}$ (២ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

$$\boxed{z = 2\left[\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right]}$$ (១ពិន្ទុ)

ដោយប្រើរូបមន្ត $z^n = |z|^n[\cos(n\alpha) + i\sin(n\alpha)]$ គេបាន :

$$\boxed{z^{2002} = 2^{2002}\left[\cos\left(-\frac{2002\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{2002\pi}{3}\right)\right]}$$ (១ពិន្ទុ)

២.គណនា $x \& y$:

ដោយ $z_1 = a + ib$ នោះ គេបាន :

$u = (a + ib)^2 + i(a + ib) - \frac{1}{2}$ (១ពិន្ទុ)

$= a^2 + (2ab)i + b^2i^2 + ai + bi^2 - \frac{1}{2}$ (១ពិន្ទុ)

$u = (a^2 - b^2 - b - \frac{1}{2}) + (2ab + a)i$ (១ពិន្ទុ)

តែ $u = x + yi$

ដូចនេះ

$$\boxed{x = a^2 - b^2 - b - \frac{1}{2}\ ; \quad y = a + 2ab}$$ (២ពិន្ទុ)

IV.(១០ពិន្ទុ) ១.រក α និង β :

$\frac{1}{1+e^x} = \frac{\alpha(1+e^x)+\beta e^x}{1+e^x} = \frac{\alpha+(\alpha+\beta)e^x}{1-e^x}$ ចំពោះគ្រប់ x ។ (៦ពិន្ទុ)

ដោយប្រភាគទាំងពីរមានភាគបែងដូចគ្នា នោះភាគយក ត្រូវតែដូចគ្នាដែរ។

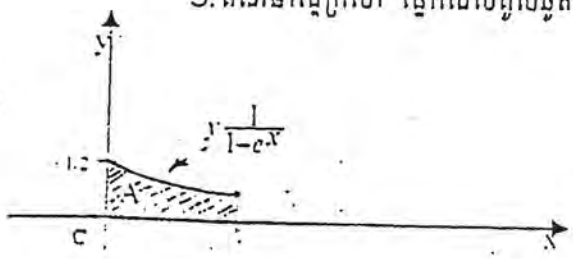
គេបាន :

$\alpha = 1$ ហើយ $\alpha + \beta = 0$

$\beta = -\alpha = -1$

ដូចនេះ $\boxed{\alpha = 1 : \beta = -1}$ (២ពិន្ទុ)

២.គណនាផ្ទៃក្រឡា ផ្នែកដែលកំណត់ :



WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

$$A=\int_0^1\left(\frac{1}{1+e^x}\right)dx=\int_0^1\left(1-\frac{e^x}{1+e^x}\right)dx$$ (២ពិន្ទុ)

តាង $t(x)=1+e^x$ នោះ $t'(x)=e^x$

$$A=\int_0^1\left[1-\frac{t'(x)}{t(x)}\right]dx=\left[x-\ln t(x)\right]_0^1=\left[x-\ln(1+e^x)\right]_0^1$$ (២ពិន្ទុ)

$=1-\ln(1+e)-(0-\ln 2)$

$A=1+\ln 2-\ln(1+e)$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) (២ពិន្ទុ)

V. (១៥ពិន្ទុ) ១. ដោះស្រាយសមីការ (E) :

5

(E) មានសមីការសំតាល់ : $2r^2-3r+1=0$ (១ពិន្ទុ)

$\Delta=9-8=1$; $r_1=\frac{3-1}{4}=\frac{1}{2}$: $r_2=\frac{3+1}{4}=1$ (១ពិន្ទុ)

(E) មានចំលើយ : $y=\lambda e^{\frac{1}{2}x}+\mu e^x$ (ដែល λ ; $\mu\in\mathbb{R}$) (៣ពិន្ទុ)

២. កំនត់ចំលើយពិសេស $g(x)$ របស់ (E) :

10

ដើម្បីអោយក្រាបតាង $g(x)$ ប៉ះនឹងបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y=-\frac{1}{2}x$ ត្រង់គល់ O

លុះត្រាតែ $g'(0)=-\frac{1}{2}$ និង $g(0)=0$ (៣ពិន្ទុ)

តែ $g'(x)=\frac{1}{2}\lambda e^{\frac{1}{2}x}+\mu e^x$ (១ពិន្ទុ)

$g'(0)=\frac{1}{2}\lambda e^0+\mu e^0=-\frac{1}{2}$ នាំ $\lambda=-2\mu-1$ (១ពិន្ទុ)

ម្យ៉ាងទៀត : $g(0)=\lambda e^0+\mu e^0=0$ (១ពិន្ទុ)

$\lambda=-\mu$ (១ពិន្ទុ)

ដោយធ្វើម ពីលើ λ គេបាន $-\mu=-2\mu-1$ នាំ $\mu=-1$: $\lambda=-(-1)=1$ (១ពិន្ទុ)

ដូចនេះ ចំលើយពិសេស $\boxed{g(x)=e^{\frac{1}{2}x}-e^x}$ (២ពិន្ទុ)

VI. (៤០ពិន្ទុ) ១. តាមតារាងអថេរភាព អនុគមន៍ h មានអប្បរមា ស្មើសូន្យ។ គេទាញបាន $h(x)\geq 0$ ចំពោះគ្រប់ x ។

ដូចនេះ $e^{2x}-2x-1\geq 0$ ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$

$e^{2x}\geq 2x+1$ ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ (៣ពិន្ទុ)

២. ក. គណនា $f'(x)$ និង $f'(0)$

$f'(x)=(e^{-2x}+1)+(x+1)(-2x)'(e^{-2x})$ (១ពិន្ទុ)

$=e^{-2x}+1-2(x+1)(e^{-2x})$

www.pisethsok.wordpress.com

$1-2xe^{-2x}-e^{-2x}$

$f'(0)=0$

$f''(0)=2$

$$=\frac{1}{e^{-2x}}-1-\frac{2(x+1)}{e^{2x}}=\frac{e^{2x}+1-2x-2}{e^{2x}}$$

$$f''(x)=\frac{1}{e^{2x}}(e^{2x}-2x-1)$$ (២ពិន្ទុ)

$$f''(0)=\frac{1}{e^{0}}(e^{0}-0-1)=0$$ (១ពិន្ទុ)

ដោយ $f''(x)=\frac{1}{e^{2x}}\times h(x)$ ហើយ $\frac{1}{e^{2x}}>0$ ចំពោះ គ្រប់ x ។

ដូចនេះ $f''(x)$ មានសញ្ញាដូច $h(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x\neq 0$ (២ពិន្ទុ)

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

ខ. គណនា :

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

* $f(0)=(0+1)(e^{0}+1)=2$ (១ពិន្ទុ)

* $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x+1)(e^{-2x}+1)=-\infty$

ព្រោះ $\lim_{x\to-\infty}(x+1)=-\infty$; $\lim_{t\to+\infty}(e^{t}+1)=+\infty$ ដែល $t=-2x$ (១ពិន្ទុ)

* $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+1)(e^{-2x}+1)=+\infty$ ។ ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}(x+1)=+\infty$

ហើយ $\lim_{t\to+\infty}(e^{-2x}+1)=\lim_{t\to+\infty}(e^{t}+1)=1$ ដែល $t=-2x$ (១ពិន្ទុ)

សំនង់តារាងអថេរភាព :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

(៣ពិន្ទុ)

គ. បង្ហាញថា :

$$f(x)=(x+1)(e^{-2x}+1)=x+1+(x+1)e^{-2x}$$

$$=x+1+\frac{x+1}{e^{2x}}=x+1+\left(\frac{x}{e^{x}}\right)\left(\frac{1}{e^{x}}\right)+\left(\frac{1}{e^{x}}\right)^{2}$$ (២ពិន្ទុ)

បង្ហាញថា បន្ទាត់ $(D): y=x+1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) :

$$f(x)=x+1+\left(\frac{x}{e^{x}}\right)\left(\frac{1}{e^{x}}\right)-\left(\frac{1}{e^{x}}\right)^{2}$$

ដោយ $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^{x}}\right)=0$; $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{e^{x}}\right)=0$

នោះ $$\lim_{x\to+\infty}\left[\left(\frac{x}{e^{x}}\right)\left(\frac{1}{e^{x}}\right)-\left(\frac{1}{e^{x}}\right)^{2}\right]=0$$ (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះ បន្ទាត់ (D) សមីការ $y=x+1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) នៅខាង $+\infty$ ។ (២ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

$$A=\int_0^1\left(\frac{1}{1+e^x}\right)dx=\int_0^1\left(1-\frac{e^x}{1+e^x}\right)dx$$ (២ពិន្ទុ)

តាង $t(x)=1+e^x$ នោះ $t'(x)=e^x$

$$A=\int_0^1\left[1-\frac{t'(x)}{t(x)}\right]dx=\left[x-\ln t(x)\right]_0^1=\left[x-\ln(1+e^x)\right]_0^1$$ (២ពិន្ទុ)

$=1-\ln(1+e)-(0-\ln 2)$

$A=1+\ln 2-\ln(1+e)$ (ឯកតាផ្ទៃក្រឡា) (២ពិន្ទុ)

V. (១៥ពិន្ទុ) ១. ដោះស្រាយសមីការ (E) :

5

(E) មានសមីការសំគាល់ : $2r^2-3r+1=0$ (១ពិន្ទុ)

$\Delta=9-8=1$; $r_1=\frac{3-1}{4}=\frac{1}{2}$: $r_2=\frac{3+1}{4}=1$ (១ពិន្ទុ)

(E) មានចំលើយ : $y=\lambda e^{\frac{1}{2}x}+\mu e^x$ (ដែល λ ; $\mu\in\mathbb{R}$) (៣ពិន្ទុ)

២. កំនត់ចំលើយពិសេស $g(x)$ របស់ (E) :

10

ដើម្បីអោយក្រាបតាង $g(x)$ ប៉ះនឹងបន្ទាត់ដែលមានសមីការ $y=-\frac{1}{2}x$ ត្រង់គល់ O

លុះត្រាតែ $g'(0)=-\frac{1}{2}$ និង $g(0)=0$ (៣ពិន្ទុ)

តែ $g'(x)=\frac{1}{2}\lambda e^{\frac{1}{2}x}+\mu e^x$ (១ពិន្ទុ)

$g'(0)=\frac{1}{2}\lambda e^0+\mu e^0=-\frac{1}{2}$ នាំ $\lambda=-2\mu-1$ (១ពិន្ទុ)

ម្យ៉ាងទៀត : $g(0)=\lambda e^0+\mu e^0=0$ (១ពិន្ទុ)

$\lambda=-\mu$ (១ពិន្ទុ)

ដោយធ្វើម តំលៃ λ គេបាន $-\mu=-2\mu-1$ នាំ $\mu=-1$: $\lambda=-(-1)=1$ (១ពិន្ទុ)

ដូចនេះ ចំលើយពិសេស $\boxed{g(x)=e^{\frac{1}{2}x}-e^x}$ (២ពិន្ទុ)

VI. (៥០ពិន្ទុ) ១. តាមតារាងអថេរភាព អនុគមន៍ h មានអប្បរមា ស្មើសូន្យ។ គេទាញបាន $h(x)\geq 0$ ចំពោះគ្រប់ x ។

3

ដូចនេះ $e^{2x}-2x-1\geq 0$ ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$

$e^{2x}\geq 2x+1$ ចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ (៣ពិន្ទុ)

២. ក. គណនា $f'(x)$ និង $f'(0)$

$f'(x)=(e^{-2x}+1)+(x+1)(-2x)'(e^{-2x})$ (១ពិន្ទុ)

$=e^{-2x}+1-2(x+1)(e^{-2x})$

www.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

$1-2xe^{-2x}-e^{-2x}$

$f'(0)=0$

$f''(0)=2$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

$$=\frac{1}{e^{2x}}-1-\frac{2(x+1)}{e^{2x}}=\frac{e^{2x}+1-2x-2}{e^{2x}}$$

$$f'(x)=\frac{1}{e^{2x}}(e^{2x}-2x-1)$$ (២ពិន្ទុ)

$$f'(0)=\frac{1}{e^{0}}(e^{0}-(0)-1)=0$$ (១ពិន្ទុ)

ដោយ $f'(x)=\frac{1}{e^{2x}}\times h(x)$ ហើយ $\frac{1}{e^{2x}}>0$ ចំពោះ គ្រប់ x ។

ដូចនេះ $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $h(x)$ ចំពោះគ្រប់ $x\neq 0$ (២ពិន្ទុ)

ខ. គណនា :

* $f(0)=(0+1)(e^{0}+1)=2$ (១ពិន្ទុ)

* $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x+1)(e^{-2x}+1)=-\infty$

ព្រោះ $\lim_{x\to-\infty}(x+1)=-\infty$: $\lim_{t\to+\infty}(e^{t}+1)=+\infty$ ដែល $t=-2x$ (១ពិន្ទុ)

* $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+1)(e^{-2x}+1)=+\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}(x+1)=+\infty$

ហើយ $\lim_{x\to+\infty}(e^{-2x}+1)=\lim_{t\to+\infty}(e^{t}+1)=1$ ដែល $t=-2x$ (១ពិន្ទុ)

* សំនង់តារាងអថេរភាព :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

(៣ពិន្ទុ)

គ. បង្ហាញថា :

$$f(x)=(x+1)(e^{-2x}+1)=x-1+(x+1)e^{-2x}$$
$$=x+1+\frac{x+1}{e^{2x}}=x+1+\left(\frac{x}{e^{x}}\right)\left(\frac{1}{e^{x}}\right)+\left(\frac{1}{e^{x}}\right)^{2}$$ (២ពិន្ទុ)

បង្ហាញថា បន្ទាត់ $(D): y=x+1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) :

$$f(x)=x-1+\left(\frac{x}{e^{x}}\right)\left(\frac{1}{e^{x}}\right)-\left(\frac{1}{e^{x}}\right)^{2}$$

ដោយ $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^{x}}\right)=0$: $\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{e^{x}}\right)=0$

នោះ $\lim_{x\to+\infty}\left[\left(\frac{x}{e^{x}}\right)\left(\frac{1}{e^{x}}\right)-\left(\frac{1}{e^{x}}\right)^{2}\right]=0$ (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះ បន្ទាត់ (D) សមីការ $y=x+1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) នៅខាង $+\infty$ ។ (២ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ឃ. សិក្សាទីតាំងរវាង (D) & (C) :

$f(x)-(x+1)=\frac{x-1}{e^{2x}}$ មានសញ្ញាតាម $x+1$ (ព្រោះ $e^{2x}>0$) (១ពិន្ទុ)

បើ $x-1=0$ នោះ $x=-1$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$	

(១ពិន្ទុ)

ចំពោះ : $x<-1$ នោះ $f(x)<x+1$ ហើយ (D) ស្ថិតនៅខាងលើ (C) (១ពិន្ទុ)

ចំពោះ : $x=-1$ នោះ $f(x)=x+1$ ហើយ (D) ជួប (C) ត្រង់ $(-1;0)$.(១ពិន្ទុ)

ចំពោះ : $x>-1$ នោះ $f(x)>x+1$ ហើយ (D) ស្ថិតនៅខាងក្រោម (C) (១ពិន្ទុ)

ង. កំនត់កូអរដោនេនៃចំនុច M :

តាង (x_o,y_o) ជាកូអរដោនេនៃចំនុច M ។

ដោយ (Δ) ប៉ះក្រាប (C) ត្រង់ $M(x_o,y_o)$ ហើយស្រប $(D): y=x+1$

នោះគេបាន : $f'(x_o)=1$ (១ពិន្ទុ)

$$\frac{1}{e^{2x_o}}(e^{2x_o}-2x_o-1)=1$$ (១ពិន្ទុ)

$$e^{2x_o}-2x_o-1=e^{2x_o}$$

$$-2x_o-1=0 \Rightarrow x_o=-\frac{1}{2}$$ (១ពិន្ទុ)

$x_o=-\frac{1}{2}$ នោះ $y_o=f(-\frac{1}{2})=(-\frac{1}{2}-1)(e+1)=\frac{e+1}{2}$ (១ពិន្ទុ)

ដូចនេះ: $M(-\frac{1}{2};\frac{e+1}{2})$ (១ពិន្ទុ)

សមីការនៃបន្ទាត់ (Δ): $y=(1)(x+\frac{1}{2})-\frac{e-1}{2}$

(Δ): $y=x+1+\frac{e}{2}$ (១ពិន្ទុ)

ច. សំនង់ (D) , (Δ) និង (C) :

គេមានតារាងតំលៃលេខ ដូចខាងក្រោម :

x	0	-1
$y=x+1$	1	0

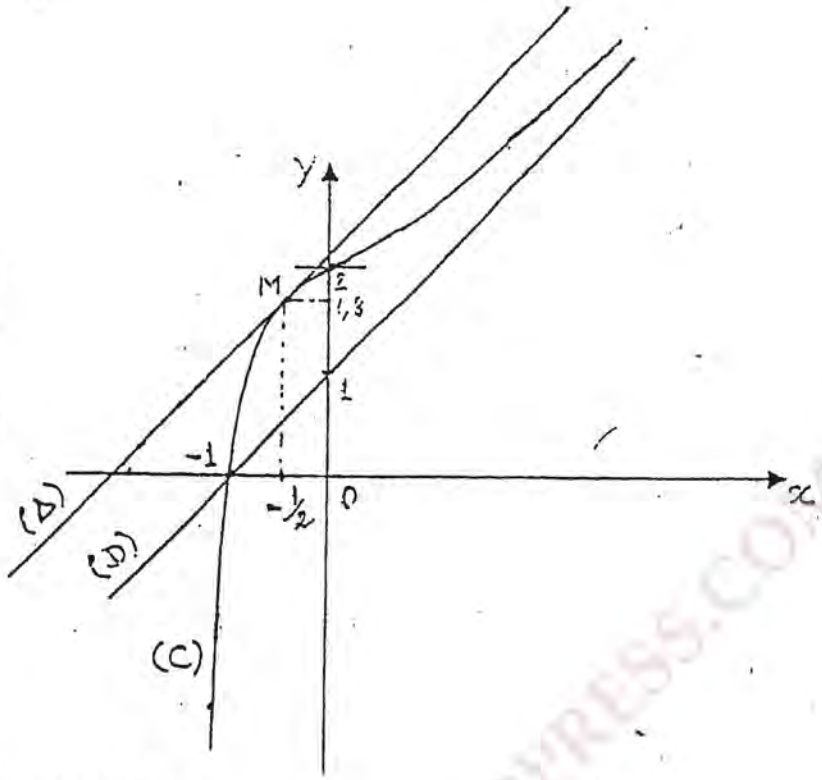
x	$-\frac{1}{2}$	0
$y=x+1+\frac{e}{2}$	$\frac{e+1}{2}$ ≈ 1.85	$1+\frac{e}{2}$ ≈ 2.35

x	-1	0
$f(x)$	0	2

(៣ពិន្ទុ)

រូប :

www.pisethsok.wordpress.com
ស៊ុន ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS



(៥ពិន្ទុ)

VII. (៣៥ពិន្ទុ)

(៥ពិន្ទុ) ក. <u>រកសមីការចាក់ម៉ែតនៃបន្ទាត់</u> (D) :

(D) កាត់តាម $O(0;0;0)$ និងមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\overrightarrow{U}(1;1;1)$

សមីការចាក់ម៉ែតនៃ (D) គឺ :

$$\begin{cases} x = x_0 + at = t \\ y = y_0 + bt = t \\ z = z_0 + ct = t \end{cases} \quad (D) \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$ (៥ពិន្ទុ)

(១០ពិន្ទុ) ខ. <u>គណនា</u> $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$:

$A(3;0;1)$; $B(2;4;0)$, $C(0;3;3)$

$\overrightarrow{AB}(2-3;4-0;0-1)$ ឬ $\overrightarrow{AB}(-1;4;-1)$ (២ពិន្ទុ)

$\overrightarrow{AC}(0-3;3-0;3-1)$ ឬ $\overrightarrow{AC}(-3;3;2)$ (២ពិន្ទុ)

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -3 & 3 \end{vmatrix} \vec{k}$$ (២ពិន្ទុ)

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = 11\vec{i} - 5\vec{j} + 9\vec{k}$$ (២ពិន្ទុ)

- ទាញថាចំនុច A, B, C មិនរត់ត្រង់គ្នា :

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = 11\vec{i} - 5\vec{j} + 9\vec{k} \neq \vec{0}$$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ដូចនេះវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{AC}$ មិនស្មើនៃគ្នា

យើងបាន ចំនុច A, B, C មិនត្រង់ត្រង់គ្នា (២ពិន្ទុ)

(៧ពិន្ទុ) គ. សមីការប្លង់ (ABC)

ប្លង់ (ABC) មានវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់ $\overrightarrow{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$. $\overrightarrow{n}(11;5;9)$

ប្លង់ (ABC) មានសមីការកង $11x + 5y + 9z + d = 0$ (២ពិន្ទុ)

ប្លង់កាត់តាម $A(3;0;1): 11\times 3 + 5\times 0 + 9\times 1 + d = 0$. $d = -42$ (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះសមីការប្លង់ (ABC) គឺ : $11x + 5y + 9z - 42 = 0$ (៣ពិន្ទុ)

(៦ពិន្ទុ) ឃ. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC

$S_{ABC} = \frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right\|$ (២ពិន្ទុ)

$= \frac{1}{2}\sqrt{11^2 + 5^2 + 9^2}$ (២ពិន្ទុ)

$S_{ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{227} \approx 7.5$ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា (២ពិន្ទុ)

(៧ពិន្ទុ) ង. ស្វែងរកចំនុចប្រសព្វរវាង (D) និងប្លង់ (ABC) :

ប្លង់ (ABC) : $11x + 5y + 9z - 42 = 0$

បន្ទាត់ (D) : $x = y = z = t$

បើ $M(x, y, z)$ ជាចំនុចរួមនៃ (D) និងប្លង់ (ABC)

នោះ x, y, z ផ្ទៀងផ្ទាត់ប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases} 11x + 5y + 9z - 42 = 0 \\ x = y = z = t \end{cases}$$ (២ពិន្ទុ)

យើងបាន $11t + 5t + 9t - 42 = 0$

$t = \frac{42}{25}$ (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះកូអរដោនេចំនុចប្រសព្វគឺ :

$(x = \frac{42}{25}\ ;\ y = \frac{42}{25}\ ;\ z = \frac{42}{25})$ (៣ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ដូចនេះវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{AC}$ មិនកូលីនេអ៊ីរ

- យើងបាន ចំនុច A, B, C មិនត្រង់ត្រាំ (២ពិន្ទុ)

(៧ពិន្ទុ) គ. សមីការប្លង់ (ABC)

ប្លង់ (ABC) មានវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់ $\overrightarrow{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{n}(11;5;9)$

ប្លង់ (ABC) មានសមីការរាង $11x + 5y + 9z + d = 0$ (២ពិន្ទុ)

ប្លង់កាត់តាម $A(3;0;1) : 11 \times 3 + 5 \times 0 + 9 \times 1 + d = 0$, $d = -42$ (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះសមីការប្លង់ (ABC) គឺ : $11x + 5y + 9z - 42 = 0$ (៣ពិន្ទុ)

(៦ពិន្ទុ) ឃ. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC

$S_{ABC} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\|$ (២ពិន្ទុ)

$= \frac{1}{2}\sqrt{11^2 + 5^2 + 9^2}$ (២ពិន្ទុ)

$S_{ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{227} \approx 7,5$ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា (២ពិន្ទុ)

(៧ពិន្ទុ) ង. ស្វែងរកនូវចំនុចប្រសព្វរវាង (D) និងប្លង់ (ABC) :

ប្លង់ (ABC) : $11x + 5y + 9z - 42 = 0$

បន្ទាត់ (D) : $x = y = z = t$

បើ $M(x, y, z)$ ជាចំនុចរួមនៃ (D) និងប្លង់ (ABC)

នោះ x, y, z ផ្ទៀងផ្ទាត់ប្រព័ន្ធសមីការ :

$$\begin{cases} 11x + 5y + 9z - 42 = 0 \\ x = y = z = t \end{cases}$$ (២ពិន្ទុ)

យើងបាន $11t + 5t + 9t - 42 = 0$

$t = \frac{42}{25}$ (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះស្វែងរកនូវចំនុចប្រសព្វគឺ :

$(x = \frac{42}{25} \; ; \; y = \frac{42}{25} \; ; \; z = \frac{42}{25})$ (៣ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

F.(I) 2003 (1)

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា (សន្លឹកធំ១) លេខបន្ទប់ : .....

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ថ្នាក់ទី១២ លេខកៅ : .....

ដែនមន្ត្រីសាលាមធ្យមសិក្សា : សម្រាយប្រលង : ២៨ កុម្ភៈ ២០០៣ មណ្ឌលប្រលង : .....

..... នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន : .....

..... ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : ..... លេខសំងាត់

ហត្ថលេខា : .....

នេះមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសំគាល់អ្វីមួយផ្ទុយលើសន្លឹកប្រលងឡើយ។ សន្លឹកប្រលងណាដែលមានសញ្ញាសំគាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។

.....

មុខវិជ្ជា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ២ម៉ោង ៣០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥ លេខសំងាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ : ១. បេក្ខជនត្រូវកត់ត្រាលេខសំងាត់ខាងលើលើកន្ទាស់ដែលគេត្រូវកាត់ចេញ។
២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចំលើយនៃសំនួរបន្ត នៅលើទំព័រទី២ និងទី៣ និង នៅលើសន្លឹកទី២។ ទំព័រទី២ និងទី៣ ត្រូវកត់ចំណាត់ថ្នាក់ចុះទំព័រនីមួយៗជាពីរ។

(១០ពិន្ទុ) កំនត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីអោយ $(x-1)-(3-2y)i=\frac{3+2i}{2-i}$

(១៥ពិន្ទុ)

ក. បង្ហាញថា $\left[(\sqrt{3}+1)i\right]^2=-4-2\sqrt{3}$ ។

ខ. ដោះស្រាយសមីការ $(E): Z^2+(1+\sqrt{3})Z+2+\sqrt{3}=0$ ក្នុងសំនុំចំនួនកុំផ្លិច។

គ. សរសេរ៣ Z_1 និង Z_2 របស់សមីការ (E) ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ។

(១៥ពិន្ទុ) ចូរគណនាលីមីត:

ក. $\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\frac{4}{1-\sqrt{x}}-\frac{1}{1-x}\right)$

ខ. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sin 5x+x\sin 10x}{\sin 5x-x\sin 10x}\right)$

(១០ពិន្ទុ)

ក. គណនាដេរីវេនៃ $y=\cos(2003\sin\sqrt{x})$ ។

ខ. ប្រអប់មួយមានរាងជាប្រលេលីប៉ីបកែងដែលមានវិមាត្រ $x;y;3$ ហើយដែល $x+y=10$ ។ កំនត់ x និង y ដើម្បីអោយប្រអប់មានមានចំនួនបំផុត។

(៥ពិន្ទុ) $f(x)=x^3-3x^2-9x+1$

ក. បង្ហាញថាមានតំលៃ x_0 ដែល $0<x_0<1$ ហើយ $f(x_0)=0$ ។

ខ. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

ទំព័រទី១

www.facebook.com/TeacherSokPiseth
www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

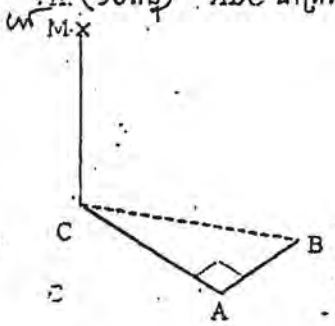
VI. (២០ពិន្ទុ) g ជាអនុគមន៍កំនត់ដោយ $g(x)=\dfrac{x^2-3x-4}{x-2}$ មានក្រាប (C) ។

ក. កំនត់ចំនួនពិត a,b,c ដើម្បីបាន $g(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-2}$ ចំពោះ $x\neq 2$ ។

ខ. កំនត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងទ្រេតនៃក្រាប (C) ។

គ. បង្ហាញថា ចំនុច $I(2;1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) ។

VII. (១០ពិន្ទុ) ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។ M ជាចំនុចមួយនៃលំហដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ $\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{CA}=0$ និង $\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{CB}=0$ ។



ក. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (MC) កែងនឹងប្លង់ (ABC) ។

ខ. ដោយប្រើ $\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{MA}$ ចូរគណនា $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB}$ ។ បញ្ជាក់ប្រភេទនៃ ΔABM ។

VIII. (២០ពិន្ទុ) ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ មួយ គេមានចំនុច $A(4;-2;0)$; $B(1;2;2)$; $C(2;-1;0)$ និង $D(2;-2;-1)$ ។

(បេក្ខជនមិនចាច់សង្ស័យបទ)

ក. កំនត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (d) ដែលកាត់តាម A ហើយមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\overrightarrow{CD}$ ។

ខ. កំនត់សមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាម B ហើយកែងបន្ទាត់ (CD) ។

គ. កំនត់ចម្ងាយរវាងចំនុចប្រសព្វរវាង (d) និង (P) ។

<u>ចំលើយ</u>

www.pisethsok.wordpress.com

3

អក្សរាកំណត់ គណិតវិទ្យា

I. (១០ពិន្ទុ) . កំនត់ x និង y :

$$(x-1)-(3-2y)i=\frac{(3+2i)(2+i)}{2^2-i^2}$$ (២ពិន្ទុ)

$$=\frac{6+3i+4i+2i^2}{5}$$ (២ពិន្ទុ)

$$(x-1)-(3-2y)i=\frac{4}{5}+\frac{7}{5}i$$ (២ពិន្ទុ)

គេបាន $\begin{cases} x-1=\frac{4}{5} \\ -3+2y=\frac{7}{5} \end{cases}$ (២ពិន្ទុ)

$$\boxed{\begin{cases} x=\frac{9}{5} \\ y=\frac{11}{5} \end{cases}}$$ (២ពិន្ទុ)

II. (១៥ពិន្ទុ)

ក. $[(\sqrt{3}+1)i]^2=(\sqrt{3}+1)^2i^2=(3+2\sqrt{3}+1)(-1)$ (១ពិន្ទុ)

$$\boxed{[(\sqrt{3}+1)i]^2=-4-2\sqrt{3}}$$ (១ពិន្ទុ)

ខ. ដោះស្រាយសមីការ :

$$\Delta=(\sqrt{3}+1)^2-4\times1\times(2+\sqrt{3})$$

$$=4+2\sqrt{3}-8-4\sqrt{3}=-4-2\sqrt{3}=[(\sqrt{3}+1)i]^2$$ (២ពិន្ទុ)

$$\boxed{Z_1=\frac{-1-\sqrt{3}-(\sqrt{3}+1)i}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}(-1-i)}$$ (២ពិន្ទុ)

$$\boxed{Z_2=\frac{-1+\sqrt{3}+(\sqrt{3}+1)i}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}(1+i)}$$ (២ពិន្ទុ)

គ. សរសេរ Z_1, Z_2 ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ :

$$Z_1=\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$ (២ពិន្ទុ)

$$\boxed{Z_1=\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\right)\left[\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right]}$$ (២ពិន្ទុ)

$$Z_2=\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$ (២ពិន្ទុ)

$$\boxed{Z_2=\left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\right)\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}$$ (១ពិន្ទុ)

www.pisethsok.wordpress.com

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

III. (១៥ពិន្ទុ)

ក.

$$\lim_{x\to 1^+}\left(\frac{4}{1-\sqrt{x}}-\frac{1}{1-x}\right)=\lim_{x\to 1^+}\left(\frac{4(1+\sqrt{x})}{1-x}-\frac{1}{1-x}\right)$$ (២ពិន្ទុ)

$$=\lim_{x\to 1^+}\left(\frac{3+4\sqrt{x}}{1-x}\right)$$ (២ពិន្ទុ)

$=-\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to 1^+}(3+4\sqrt{x})=7$

$\lim_{x\to 1^+}(1-x)=0^-$ (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះ: $\boxed{\lim_{x\to 1^+}\left(\frac{4}{1-\sqrt{x}}-\frac{1}{1-x}\right)=-\infty}$ (១ពិន្ទុ)

ខ.

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x+x\sin 10x}{\sin 5x-x\sin 10x}=\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x(1+2x\cos 5x)}{\sin 5x(1-2x\cos 5x)}$$ (៣ពិន្ទុ)

$$=\lim_{x\to 0}\frac{1+2x\cos 5x}{1-2x\cos 5x}$$ (២ពិន្ទុ)

$$=\frac{1+2\times 0\times\cos 0}{1-2\times 0\times\cos 0}=1$$ (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះ: $\boxed{\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin 5x+x\sin 10x}{\sin 5x-x\sin 10x}\right)=1}$ (១ពិន្ទុ)

IV. (២០ពិន្ទុ)

ក. $y=\cos(2003\sin\sqrt{x})$

$y'=-(2003\sin\sqrt{x})'\sin(2003\sin\sqrt{x})$ (៣ពិន្ទុ)

$=-2003(\sqrt{x})'\cos\sqrt{x}\ \sin(2003\sin\sqrt{x})$ (៣ពិន្ទុ)

$\boxed{y'=-\left(\frac{2003}{2\sqrt{x}}\right)(\cos\sqrt{x})\sin(2003\sin\sqrt{x})}$ (២ពិន្ទុ)

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x+x\sin 10x}{\sin 5x-x\sin 10x}=\lim_{x\to 0}\frac{x\left(\frac{\sin 5x}{x}+\sin 10x\right)}{x\left(\frac{\sin 5x}{x}-\sin 10x\right)}$$ (3ពិន្ទុ)

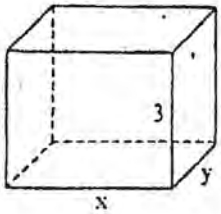
$$=\lim_{x\to 0}\frac{5\times\frac{\sin 5x}{5x}+\sin 10x}{5\times\frac{\sin 5x}{5x}-\sin 10x}$$ (2ពិន្ទុ)

$$=\frac{5+0}{5}=1$$ (3ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

12 ខ. គណនា x និង y



ប្រអប់មានមាន $V = x.y.3$ (២ពិន្ទុ)

តែ $x+y=10$ នោះ $y=10-x$ (១ពិន្ទុ)

គេបាន $V = 3x(10-x)$

$= 30x - 3x^2$ (២ពិន្ទុ)

$V' = 30 - 6x$ (២ពិន្ទុ)

$V' = 30 - 6x = 0$ នោះ $x = 5$ (១ពិន្ទុ)

x	0		5		10
V'		+	0	-	
V		↗	$V(5)$	↘	

(២ពិន្ទុ)

V មានតម្លៃចំបំផុត ចំពោះ $x = 5$
$y = 5$ (២ពិន្ទុ)

V. (១៥ពិន្ទុ)

ក. បង្ហាញថា មាន x_0 ដែល $0 < x_0 < 1$ ហើយ $f(x_0) = 0$

f ជាអនុគមន៍ជាប់ចំពោះគ្រប់ x (២ពិន្ទុ)

$f(o) = 0^3 - 3\times O^2 - 9\times 0 + 1 = 1$

$f(1) = 1^3 - 3\times 1^2 - 9\times 1 + 1 = -10$ (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះ មាន x_0 ដែល $0 < x_0 < 1$ ហើយ $f(x_0) = 0$ (២ពិន្ទុ)

ខ. គណនា $f'(x)$

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$ (២ពិន្ទុ)

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$ មានឫស $x_1 = -1;\ x_2 = 3$ (១ពិន្ទុ)

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+	

(២ពិន្ទុ) ៣

$f'(x) > 0$ ចំពោះ $x < -1$ ឬ $x > 3$
$f'(x) \leq 0$ ចំពោះ $-1 < x < 3$ (១ពិន្ទុ)

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f :

$f(-1) = 6$ $f(3) = -26$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	6	↘	-26	↗	$+\infty$

(៣ពិន្ទុ)

www.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

VI. (២០ពិន្ទុ)

(7) ក. កំនត់ចំនួនពិត a,b,c :

$$\begin{array}{l|l} x^2-3x-4 & x-2 \\ \hline -x^2+2x & x-1 \\ \hline 0 \; - \; x-4 & \\ \quad\quad x-2 & \\ \hline \quad\quad -6 & \end{array}$$ (៣ពិន្ទុ)

$g(x)=x-1+\frac{-6}{x-2}$ តែ $g(x)=ax+b+\frac{c}{x-2}$ (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះ $\boxed{a=1\,;\ b=-1\,;\ c=-6}$ (២ពិន្ទុ)

(7) ខ. កំនត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ :

$\lim\limits_{x\to 2}\left(x-1-\frac{6}{x-2}\right)=+\infty$ ព្រោះ $x-2\to 0^-$ (១ពិន្ទុ)

$(x<2)$

$\lim\limits_{x\to 2}\left(x-1-\frac{6}{x-2}\right)=-\infty$ ព្រោះ $x-2\to 0^+$ (១ពិន្ទុ)

$x>2$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់មានសមីការ } x=2 \text{ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប } (C)}$ (១ពិន្ទុ)

កំនត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត : $g(x)=x-1-\frac{6}{x-2}$

ដោយ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(-\frac{6}{x-2}\right)=0$ (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់មានសមីការ } y=x-1 \text{ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ } (C)}$ (២ពិន្ទុ)

គ. បង្ហាញថា ចំនុច $I(2;1)$ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប (C) :

រូបមន្តប្តូរតំរុយ $\begin{cases} x=X+2 \\ y=Y+1 \end{cases}$ (២ពិន្ទុ)

សមីការបង្រួម :

$Y+1=X+2-1-\frac{6}{x}$

$\therefore\ Y=X-\frac{6}{X}$ តាង $Y=F(X)$ (១ពិន្ទុ)

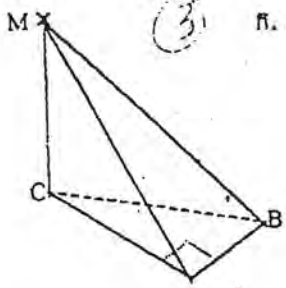
WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

$F(-X) = -X - \frac{6}{-X} = -(X - \frac{6}{X}) = -F(X)$ (២ពិន្ទុ)

F ជាអនុគមន៍សេសនៃ X ។ (១ពិន្ទុ)

ដូចនេះ: $\boxed{I(2;1) \text{ ជាផ្ចិតឆ្លុះនៃក្រាប } (C)}$

VII. (១០ពិន្ទុ)



ក. បង្ហាញថា $(MC)\perp(ABC)$

$\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{CA} = 0$

$\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{CB} = 0$

$\overrightarrow{CA}$ & $\overrightarrow{CB}$ ជាវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិសនៃប្លង់ (ABC)

ដូចនេះ: $\boxed{(MC)\perp(ABC)}$ (៣ពិន្ទុ)

ខ. គណនា $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB}$: (១ពិន្ទុ)

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CA}).\overrightarrow{AB}$ (១ពិន្ទុ)

$= \overrightarrow{MC}.\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}.\overrightarrow{AB}$

$= 0 + 0 = 0$ ព្រោះ $\overrightarrow{MC}\perp\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CA}\perp\overrightarrow{AB}$ (២ពិន្ទុ)

$\boxed{\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB} = 0}$ (១ពិន្ទុ)

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB} = 0$ នោះ $\overrightarrow{MA}\perp\overrightarrow{AB}$ (១ពិន្ទុ)

ដូចនេះ: $\boxed{\Delta ABM \text{ ជាត្រីកោណកែងត្រង់ } A}$ (១ពិន្ទុ)

VIII. (២០ពិន្ទុ)

ក. កំនត់សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (d):

$\overrightarrow{CD}\begin{vmatrix} 2-2=0 \\ -2+1=-1 \\ -1-0=-1 \end{vmatrix}$ $\overrightarrow{CD}(0;-1;-1)$ (២ពិន្ទុ)

បន្ទាត់ (d) មានសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត:

$$(d)\begin{cases} x = 4 \\ y = -2 - t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = -t \end{cases}$$ (៤ពិន្ទុ)

ខ. សមីការប្លង់ (P):

ដោយ $(P)\perp(CD)$ នោះ $\overrightarrow{CD}$ ជាវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់នៃប្លង់(P) ។ (២ពិន្ទុ)

តែ $\overrightarrow{CD}(0,-1,-1)$

www.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ត្រូវចំនុច $M(x,y,z)$ នៃប្លង់ (P) គេបាន $\overrightarrow{BM}\perp\overrightarrow{CD}$ ហើយ $\overrightarrow{BM}(x-1,\ y-2,\ z-2)$

ដូចនេះ ប្លង់ (P) មានសមីការ:

$0(x-1)+(-1)(y-2)+(-1)(z-2)=0$ (២ពិន្ទុ)

$(P): \underline{y+z-4=0}$ (២ពិន្ទុ)

ក. ភ្លាមរដោនេនៃប្រសព្វរវាង $(d)\&(P)$:

ភ្លាមរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វជាចំលើយនៃប្រព័ន្ធសមីការ:

$$(d):\begin{cases} x=4 & (1)\\ y=-2-t & (2)\\ z=-t & (3)\\ y+z-4=0 & (4)\end{cases}$$ (៣ពិន្ទុ)

(4) អាចសរសេរ: $-2-t-t-4=0$

$2t=-6$

$t=-3$ (២ពិន្ទុ)

(2): $y=-2-(-3)=1$ (១ពិន្ទុ)

(3): $z=-(-3)=3$ (១ពិន្ទុ)

ដូចនេះ $\underline{(d) \text{ ជួប } (P) \text{ ត្រង់ចំនុច } M_0(4;1;3)}$ (១ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឬា (សន្លឹកគណិ១) លេខបន្ទប់ : .....

ប្រលងឆមាសលើកទី២ ឆ្នាំទី១២ លេខតុ : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាមន្ត្រីអនុវេក្ស : សម្រាប់ប្រលង : ០៣ កក្កដា ២០០៣ មណ្ឌលប្រលង : .....

១..... នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន : .....

២..... ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

លេខសំងាត់

•បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសំគាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រលងឡើយ។ សន្លឹកប្រលងណាដែលមានសញ្ញាសំគាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។

.....

ចំណាត់ថ្នាក់ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

លេខសំងាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ : ១. បេក្ខជនត្រូវគូសខ្វែងលើទំព័រទី២ ផ្នែកខាងលើដែលគេត្រូវកាត់ចេញ។

២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចំលើយនៃសំនួរបន្តនៅលើទំព័រទី២និងទី៣។

I-(១០ពិន្ទុ) ១-កំនត់តំលៃ a និង b ដើម្បីអោយ $(2-i)$ ជារឫសនៃសមីការ $ax^2+bx-20=0$ ។

២-សរសេរ $Z=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3$ ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ ។

II-(១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីត : $A=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2e^x-x}{1+e^x}\right)$ និង $B=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1-\sqrt{1+\cos x}}{\frac{\pi}{2}-x}\right)$

III-(១០ពិន្ទុ)គណនាអាំងតេក្រាល $I=\int\left(\frac{1}{x}+\frac{4}{x^2}-\frac{5}{\sin^2 x}\right)dx$ និង $J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x\sin^4 x\,dx$ ។

IV-(១៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ g កំនត់ដោយ $g(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

១-គណនាដេរីវេទីមួយ $g'(x)$ និង ដេរីវេទីពីរ $g''(x)$ ។

២-កំនត់តំលៃ a,b,c បើ $g(0)=-1$; $g'(0)=0$ និង $g''(0)=3$ ។

V-(២០ពិន្ទុ) អង្កត់ប្រែប្រួល$[MN]$ មួយមានប្រវែងស្មើ $h(x)=\cos^2 x+\sin x$ ដែល $0<x<\frac{\pi}{2}$ ។

១-គណនាដេរីវេទីមួយ $h'(x)$ និង ដេរីវេទីពីរ $h''(x)$ ។

២-កំនត់ប្រវែងអតិបរមានៃអង្កត់ $[MN]$ ។

VI-(៣០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំនត់ដោយ $f(x)=1-x\ln x$ ហើយមានខ្សែកោង(C) ។

១-រកដែនកំនត់នៃអនុគមន៍ f ។គណនាលីមីត $\lim_{x\to0^+}f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ។

ចូរពន្យល់តើអនុគមន៍ f ជាប់ខាងស្តាំត្រង់ $x=0$ ឬទេ ?

២-បង្ហាញថា f មានតំលៃអតិបរមាត្រង់ $x=e^{-1}$ ហើយគណនា $f(e^{-1})$ ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣-គណនាតំលៃ $f(1)$ និង $f(2)$ ។សង់ខ្សែកោង(C) នៅក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ ។

(គេនឹងយក $e^{-1}=0,4$; $\ln 2=0,7$)

៤-គណនាក្ក្ងអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង(C) និងបន្ទាត់(D) មានសមីការ $y=1-x$ ។

www.pisethsok.wordpress.com

VII-(៣០ពិន្ទុ) ក្នុងតំរុយអវកាសណារម៉ាល់ មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ មួយ គេអោយចំនុច $A(1;1;0)$ និង $B(1;3;1)$ ។ (បេក្ខជនមិនចាំបាច់សង់រូបទេ)

១-គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ OAB ។

២-កំនត់សមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាមចំនុច A ហើយមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}=\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}$ ។

៣-គណនាវ៉ិចទ័រ $\vec{U}=\left(\dfrac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OA}}\right)\overrightarrow{OA}$ ជាអនុគមន៍នៃវ៉ិចទ័រ $\vec{i}$ និង $\vec{j}$ ។

គណនាវ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}-\vec{U}$ ជាអនុគមន៍នៃវ៉ិចទ័រ $\vec{i},\vec{j}$ និង $\vec{k}$ ។

ទាញរកកូអរដោនេនៃចំនុច C ។ បង្ហាញថាចំនុច C នៅក្នុងប្លង់ (P) ។

៤-គណនាចំងាយពីចំនុច C ទៅប្លង់ (Q) ដែលមានសមីការ $x+y+z\sqrt{2}+\sqrt{2}=0$ ។

<u>ចំលើយ</u>

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ប្រលងជជាសលើកដ៏ខ សំរាប់ថ្នាក់ដ៏១២

អត្រាកំណែ គណិតវិទ្យា

I. (១០ពិន្ទុ)

១- (៥ពិន្ទុ) កំណត់តម្លៃ a និង b :

ដោយ $a(2-i)^2 + b(2-i) - 20 = 0$ (១ពិន្ទុ)

$a(4-4i+i^2) + 2b - bi - 20 = 0$

$3a - 4ai + 2b - bi - 20 = 0$ (១ពិន្ទុ)

$(3a + 2b - 20) + (-4a - b)i = 0$

$\begin{cases} 3a + 2b - 20 = 0 & (1) \\ -4a - b = 0 & (2) \end{cases}$ (១ពិន្ទុ)

(2): $b = -4a$ (១ពិន្ទុ)

(1): $-5a = 20$ នាំ $\boxed{\begin{matrix} a = -4 \\ b = 16 \end{matrix}}$ (១ពិន្ទុ)

២- (៥ពិន្ទុ)

$1 + i = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$1 + i = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ (១ពិន្ទុ)

$1 - i = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$= \sqrt{2}\left[\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right]$ (១ពិន្ទុ)

$\frac{1+i}{1-i} = \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)\left[\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right)\right]$

$= \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}$

$\boxed{Z = \cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}}$ (២ពិន្ទុ)

II. (១០ពិន្ទុ)

១. សិស្សធ្វើតាមនាមម

② $Z = \frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i$

① $Z^3 = i^3 = -i = 0 - i$

② $Z^3 = \cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}$

នាំ $Z^3 = \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ (១ពិន្ទុ)

អណានា:

$A = \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x(2 - xe^{-x})}{e^x\left(\frac{1}{e^x} + 1\right)} = \lim_{x\to+\infty} \frac{2 - xe^{-x}}{1 + \frac{1}{e^x}} = 2$ (២ពិន្ទុ)

ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{e^x} = 0$, $\lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$ (នាំ $x \to +\infty$ នោះ $\frac{1}{e^x} \to 0$ និង $xe^{-x} \to 0$) (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះ $\boxed{A = 2}$ (១ពិន្ទុ)

$B = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{-\cos x}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\left(1 + \sqrt{1 + \cos x}\right)}$ នាំ $B = \lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{-\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\left(1 + \sqrt{\cos x}\right)}$ (២ពិន្ទុ)

$= -\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)}{\frac{\pi}{2} - x} \times \frac{1}{1 + \sqrt{\cos x}}$

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

តាង $t=\frac{\pi}{2}-x$ ហើយ $x=\frac{\pi}{2}-t$ ដែល $t\to 0$

$$B=\lim_{t\to 0}\left(\frac{\sin t}{t}\right)\cdot\lim_{t\to 0}\left(\frac{1}{1+\sqrt{1+\sin t}}\right)=\frac{1}{2}$$ (២ពិន្ទុ)

$$\boxed{B=\frac{1}{2}}$$ (១ពិន្ទុ)

III. (១០ពិន្ទុ) គណនា:

$$I=\int\frac{1}{x}dx+4\int\frac{1}{x^2}dx-5\int\frac{1}{\sin^2 x}dx$$ (២ពិន្ទុ)

$$\boxed{I=\ln|x|-\frac{4}{x}+5\cot x+c\ (c\in R)}$$ (៣ពិន្ទុ)

ឬ: $+C$ ឬ $+K$ ២២ (1)

$$J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin x)'\sin^4 x\,dx$$ (២ពិន្ទុ)

ឬ $J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^4 x\,d(\sin x)$

$$=\left[\frac{\sin^5 x}{5}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{1}{5}\left(\sin^5\frac{\pi}{2}-\sin^5 0\right)$$ (២ពិន្ទុ)

ឬ តាង $u=\sin x\to du=\cos x\,dx$

$$\boxed{J=\frac{1}{5}}$$ (១ពិន្ទុ)

ពេល $x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow u=1$

$x=0\Rightarrow u=0$

$\Rightarrow J=\int_0^1 u^4du=\frac{u^5}{5}\Big|_0^1=\frac{1}{5}$

IV. (១៥ពិន្ទុ)

១-(៧ពិន្ទុ) $\boxed{g'(x)=(2ax+b)e^x+(ax^2+bx+c)e^x}$ (៣ពិន្ទុ)

$$g''(x)=2ae^x+(2ax+b)e^x+(2ax+b)e^x+(ax^2+bx+c)e^x$$

$$\boxed{g''(x)=2ae^x+(4ax+2b)e^x+(ax^2+bx+c)e^x}$$ (៤ពិន្ទុ)

២-(៨ពិន្ទុ) កំណត់ a,b,c:

$$g(0)=(a.0^2+b.0+c)e^0=-1\ \text{ នោះ }\ c=-1$$ (២ពិន្ទុ)

$$g'(0)=(2a.0+b)e^0+(a.0^2+b.0+c)e^0=0$$

$$b+c=0\ \text{ នោះ }\ b=-c=1$$ (២ពិន្ទុ)

$$g''(0)=2ae^0+(4a\times 0+2b)e^0+(a.0^2+b.0+c)e^0=3$$

$$2a+2b+c=3\ \text{ នោះ }\ a=1$$ (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះ $\boxed{a=1\ ;\ b=1\ ;\ c=-1}$ (២ពិន្ទុ)

V. (២០ពិន្ទុ)

១- (៨ពិន្ទុ)

$$h'(x)=2\cos x(\cos x)'+\cos x$$

$$\boxed{h'(x)=-2\cos x\sin x+\cos x=-\sin 2x+\cos x}$$ (៤ពិន្ទុ)

$$\boxed{h''(x)=-2\cos 2x-\sin x}$$ (៤ពិន្ទុ)

២- (១២ពិន្ទុ) រកប្រវែង អតិបរិមានៃ $[MN]$:

$$h'(x)=-2\cos x\sin x+\cos x=0$$

$$\cos x(-2\sin x+1)=0$$ (២ពិន្ទុ)

www.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

40

$\cos x = 0$ នោះ $x = \pm\frac{\pi}{2} + k2\pi$ (លើសរាង) ព្រោះ $0 < x < \frac{\pi}{2}$ (១កន្ទុ)

$\sin x = \frac{1}{2}$ នោះ $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ (២កន្ទុ)

$x = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi$

តែ $0 < x < \frac{\pi}{2}$ នោះ $x = \frac{\pi}{6}$ (១កន្ទុ)

ចំពោះ $x = \frac{\pi}{6}$ នោះ $h''(\frac{\pi}{6}) = -2\cos\frac{\pi}{3} - \sin\frac{\pi}{6} = -\frac{3}{2} < 0$ (២កន្ទុ)

ដូចនេះ h មានអតិបរមាត្រង់ $x = \frac{\pi}{6}$ (១កន្ទុ)

$MN = h(\frac{\pi}{6}) = (\cos\frac{\pi}{6})^2 - \sin\frac{\pi}{6} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = \boxed{\frac{5}{4} \text{ ឯកតាប្លង់}}$ (២កន្ទុ)

VI. (៣០កន្ទុ)

១- (៨កន្ទុ) f មានទំយងចំពោះ $x > 0$: $\boxed{D_f =]0 ; +\infty[}$ (២កន្ទុ)

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1 - \lim_{x\to 0^+}(x\ln x) = 1 + \lim_{x\to 0^+}\left(\frac{\ln\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}\right)$ (១កន្ទុ)

$= 1 - \lim_{X\to+\infty}\frac{\ln X}{X}$ ដែល $X = \frac{1}{x}$ ហើយ $X \to +\infty$

$\boxed{\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1}$ (១កន្ទុ)

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1 - \lim_{x\to+\infty}(x\ln x) = \boxed{-\infty}$ (២កន្ទុ)

ពិនិត្យមើលថា តើ f ជាប់ខាងស្តាំប្រភេទ $x = 0$ ឬទេ?

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$ តែ f ក្នុងទំយងត្រង់ $x = 0$ (១កន្ទុ)

ដូចនេះ f មិនជាប់ខាងស្តាំត្រង់ $x = 0$ ទេ។ (១កន្ទុ)

$= 1 - 0$
$= 1$

+ សិស្សភាគច្រើនបានមានការ
ភ្ជាប់ទីតាំងត្រង់ $x=0$
ទៅនឹងតម្លៃ
ត្រង់ $x = 0$ ចេញ (២កន្ទុ)

+ ជាពិសេស សិស្សមិនគិតពីការ
ប្រើប្រាស់ លក្ខណៈ លីមីត
ដើម្បីដោះស្រាយ លីមីត

២-(១០កន្ទុ) បង្ហាញថា f មានអតិបរមាត្រង់ $x = e^{-1}$:

$f'(x) = -(x\ln x)' = -\ln x - 1$

$-\ln x - 1 < 0$ នោះ $\ln x > -1$

$x > e^{-1}$

$-\ln x - 1 = 0$ នោះ $\ln x = -1$

$x = e^{-1}$

$-\ln x - 1 > 0$ នោះ $\ln x < -1$

$x < e^{-1}$

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0		

(២កន្ទុ)

ដោយ $f'(e^{-1}) = 0$ ហើយ f' ផ្លាស់ប្តូរពីវិជ្ជមានមក - នោះ

នោះ $\boxed{f \text{ មានអតិបរមាត្រង់ } x = e^{-1}}$ (២កន្ទុ)

តម្លៃ $f(e^{-1}) = 1 - e^{-1}\ln e^{-1} = \boxed{1 + \frac{1}{e}}$ (២កន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

⑥ 41

សម្រាប់ថ្នាក់ -ម៉ា-ម៉ី ១២-ម៉ី

សង្កេតតារាងរបរភាពនៃ f :

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ 1	↗	$1+\frac{1}{e}$	↘	$-\infty$

តារាង ① ; តារាង ①

(២កំនុ)

៣- (៩កំនុ) គណនា $f(1)=1-1.\ln 1=1$ $\boxed{f(1)=1}$ (២កំនុ)

$f(2)=1-2.\ln 2=1-2.0,7$

$\boxed{f(2)=-0.4}$ (២កំនុ)

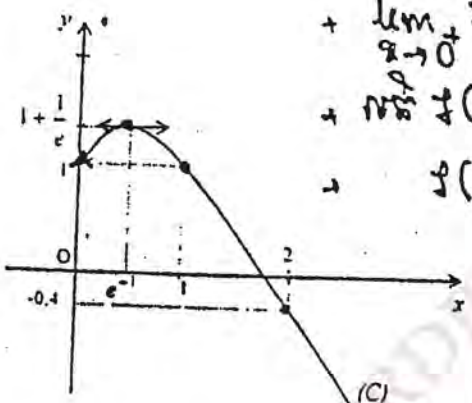
សង់ខ្សែកោង (C)

ចម្លើយ :

+ $\lim_{x\to 0^+} f(x)=1$ ⊗ + $f(1)=1$ ①

+ រកឃើញ $f(e^{-1})=1+\frac{1}{e}$ ①

+ $f(2)=-0,4$ ① (៥កំនុ)



① + ①

៤- (៣កំនុ) គណនាកូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វរវាង (D) និង (C)

សមីការរកចំណុច : $1-x\ln x=1-x$ (១កំនុ)

$x-x\ln x=0$

$x(1-\ln x)=0$

$1-\ln x=0$ ព្រោះ $x>0$

$x=e$

ចំនុចប្រសព្វរវាង (D) & (C) គឺ $\boxed{M_0(e\ ;\ 1-e)}$ (២កំនុ)

VII. (៣០កំនុ)

១- (៨កំនុ) គណនា $\vec{OA}\times\vec{OB}$

$\vec{OA}(1\ ;\ 1\ ;\ 0)$ និង $\vec{OB}(1\ ;\ 3\ ;\ 1)$ (២កំនុ)

$$\vec{OA}\times\vec{OB}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 3 & 1\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}1 & 1\\ 1 & 3\end{vmatrix}\vec{k}$$

$\vec{OA}\times\vec{OB}=\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ (៣កំនុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

42

ខ៖ លំហាត់ទី ១ ១ (1)

គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔOAB : $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}\sqrt{1^2+(-1)^2+2^2} = \boxed{\frac{\sqrt{6}}{2} \text{ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា}}$ (៣ពិន្ទុ)

២- (៦ពិន្ទុ) សមីការប្លង់ (P) កាត់តាម $A(1;1;0)$ និងមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}$:

$\vec{n} = \vec{OA} \times \vec{OB}\ (1,-1,2)$ + $\vec{n} = \vec{OA} \times \vec{OB}$ (2)

$(P): x - y + 2z + d = 0$ + $(P): a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$ (២ពិន្ទុ) (2)

$A \in (P)$ ទោះ $1-1+2\times 0+d=0$ + $(P): x-y+2z=0$ (2)

$d=0$ (២ពិន្ទុ)

$\boxed{(P): x-y+2z=0}$ (២ពិន្ទុ)

៣- (១៣ពិន្ទុ) គណនា $\vec{U} = \left(\frac{\vec{OA}\cdot\vec{OB}}{\vec{OA}\cdot\vec{OA}}\right)\vec{OA}$

$\vec{OA}\cdot\vec{OB} = 1\times 1+1\times 3+0\times 1 = 4$ (២ពិន្ទុ)

$\vec{OA}\cdot\vec{OA} = \vec{OA}^2 = 1^2+1^2+0^2 = 2$ (២ពិន្ទុ)

$\vec{OA} = \vec{i}+\vec{j}+0.\vec{k} = \vec{i}+\vec{j}$ (១ពិន្ទុ)

$\vec{U} = \left(\frac{4}{2}\right)\left(\vec{i}+\vec{j}\right) = 2\vec{i}+2\vec{j}$

$\boxed{\vec{U} = 2\vec{i}+2\vec{j}}$ (២ពិន្ទុ)

គណនា $\vec{OC} = \vec{OB} - \vec{U} = \vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}-\left(2\vec{i}+2\vec{j}\right)$

$\boxed{\vec{OC} = -\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}}$ (២ពិន្ទុ)

$\boxed{C(-1;1;1)}$ (២ពិន្ទុ)

បង្ហាញថា $C \in (P): x-y+2z=0$:

ដោយ $-1-1+2\times 1=0$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ (២ពិន្ទុ)

ដូចនេះ $\boxed{C \in (P)}$

៤- (៣ពិន្ទុ) គណនា $d(C,(Q))$:

$d(C,(Q)) = \frac{\left|-1+1+\sqrt{2}\times 1+\sqrt{2}\right|}{\sqrt{1^2+1^2+\sqrt{2}^2}} = \frac{\left|2\sqrt{2}\right|}{\sqrt{4}}$

$\boxed{d(C,(Q)) = \frac{\left|2\sqrt{2}\right|}{2} = \sqrt{2} \text{ (ឯកតាប្រវែង)}}$ (៣ពិន្ទុ)

C:\Users\Documents\51\Khmer\Math\Math_ms.doc

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

BAC (III) ① 43

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា ២០០៣ លេខបន្ទប់ : .....

ប្រលងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិថ្នាក់ទី១ លេខកុ : .....

ឆ្នាំទី និងឯកត្តជនជាតិ : សម្រាយប្រលង : ០៥ សីហា ២០០៣ មណ្ឌលប្រលង : .....

១..... នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន : .....

២..... ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : ..... លេខសំងាត់

ហត្ថលេខា : .....

*បេក្ខជនមិនត្រូវចុះសញ្ញាសំគាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រលងឡើយ។ សន្លឹកប្រលងណាដែលមានសញ្ញាសំគាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។

.....

ចំណងជើង : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១៥០ នាទី ពិន្ទុ : ១២៥ លេខសំងាត់

សេចក្តីណែនាំ : ១.បេក្ខជន*ត្រូវកត្តសម្គាល់ខ្លួនលើទំព័រទី២* ផ្នែកខាងលើដែលគេត្រូវកាត់ចេញ។

២.បេក្ខជនត្រូវសរសេរចំលើយបន្ត*នៅលើទំព័រទី២ និង ទី៣* ។

10 I. (ពិន្ទុ១០) គេអោយ $f(x)=\frac{e^x}{ax+b}$ ដែល a និង b ជាចំនួនពិត ។

5 ១. គណនា $f'(x)$ និង $f''(x)$ ។

5 ២. កំនត់រក a និង b ដើម្បីអោយអនុគមន៍ f មានអប្បបរមាស្មើ e ត្រង់ $x=1$ ។

15 II. (១៥ពិន្ទុ) គេអោយចំនួនកុំផ្លិច $Z=\frac{2(-1+i\sqrt{3})}{1+i\sqrt{3}}$

8 ១. សរសេរ Z ជាទំរង់ពិជគណិត រួចជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ ។

7 ២. សរសេរ $Z'=1+i$ ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ រួចទាញរកម្ទឬ និង អាគុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $\frac{Z'}{Z}$ ។

15 III. (១៥ពិន្ទុ) គេមានអនុគមន៍ f កំនត់ដោយ: $f(x)=\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}$

10 ១. សរសេរ $f(x)$ ជារាង $\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2}$ ដែល A, B និង C ជាចំនួនថេរត្រូវកំនត់ ។

5 ២. គណនា $\int\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}dx$

20 IV. (២០ពិន្ទុ) អនុគមន៍f កំនត់ចំពោះ $x>0$ ដោយ $y=f(x)=\frac{x+\ln x}{x}$ និងមានខ្សែកោង(C) ។

10 ១. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ។ បង្ហាញថា f មានតំលៃអតិបរមាមួយ ហើយគណនាតំលៃអតិបរមានោះ។

10 ២. គណនាលីមីត $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ។ កំនត់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរនិងដេកនៃ (C) ។

សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

15 V. (៣៥ពិន្ទុ)

10 ១. f ជាអនុគមន៍កំនត់លើ IR ដោយ $f(x)=(1-x)e^x-1$ ។ គណនា $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ អនុគមន៍ f (ដោយមិនចាំបាច់គណនាលីមីតត្រង់ $-\infty$ និងត្រង់ $+\infty$)។ ទាញរកសញ្ញានៃ $f(x)$ ។

25 ២. g ជាអនុគមន៍កំនត់លើ IR ដោយ $g(x)=(2-x)e^x+2-x$ ។

5 ក. គណនា $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ ។ គណនា $g'(x)$ ។ ដោយប្រើលទ្ធផលដែលបាននៅសំនួ១ ចូរសិក្សាសញ្ញានៃ $g'(x)$ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃ g ។

5 ខ. បង្ហាញថាខ្សែកោង (C) តាងអនុគមន៍g មានបន្ទាត់ (D): $y=2-x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត កាលណា x ខិតទៅ $-\infty$ ។ បញ្ជាក់ទីតាំងនៃខ្សែកោង (C) ធៀបនឹង (D) ។

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

5 គ. កំនត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងខ្សែកោង(C) ដែលស្របនឹង(D) ។

5 ឃ. រកកូអរដោនេនៃចំនុចរបត់របស់ខ្សែកោង (C) ។

5 ង. សង់ខ្សែកោង(C) ក្នុងតំរុយអរតូនរម៉ាល់$(O,\vec{i},\vec{j})$ ។ (ឯកតាលើអ័ក្សស្មើ 1 cm)។

30 VI. (៣០ពិន្ទុ)

3 ១. នៅក្នុងតំរុយអរតូនរម៉ាល់$(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន (ឯកតាលើអ័ក្សស្មើ 1 cm) ចូរដៅចំនុច $A(2;0;2)$, $B(1;2;0)$ និង $C(0;2;3)$ ។

4 ២. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់(L) ដែលកាត់តាម A ហើយស្របនឹង $\overrightarrow{BC}$ ។

5 ៣. គណនា $\|\overrightarrow{AB}\|$ និង $\|\overrightarrow{AC}\|$ ។ ប្រាប់ប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC ។

10 ៤. គណនា $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$ ។ ទាញថាចំនួច A, B, C មិនឋិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ។ រកសមីការប្លង់ (ABC) ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

8 ៥. រកមាឌនៃកេត្រាអែត OABC ។ ទាញរកចំងាយពី O ទៅប្លង់ (ABC) ។

<u>ចំលើយ</u>

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឬ៉ា
អត្ថាភ៌ណ៍ ១ : គណិតវិទ្យា (សម្រាប់ប្រលង : ០៥ ស៊ីហ្គា ២០០៣)

③ 45 Le 12.08.20

១. (ពិន្ទុ 10) $f(x) = \dfrac{e^x}{ax+b}$, $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$

ក/. (ពិន្ទុ 5) គណនា $f'(x)$ និង $f''(x)$

$$f'(x) = \frac{e^x(ax+b) - e^x(a)}{(ax+b)^2}$$ ពិន្ទុ ១

$$\boxed{f'(x) = \frac{e^x(ax+b-a)}{(ax+b)^2}}$$ ពិន្ទុ ១

គណនា $f''(x)$

$U = e^x(ax+b-a)$
$U' = e^x(ax+b-a) + e^x(a) = e^x(ax+b)$
$V = (ax+b)^2$, $V' = 2a(ax+b)$

$$f''(x) = \frac{U'V' - UV''}{V^2}$$

$$f''(x) = \frac{e^x(ax+b)(ax+b)^2 - e^x(ax+b-a)2a(ax+b)}{(ax+b)^4}$$ ពិន្ទុ ១

$$\boxed{f''(x) = \frac{e^x\left[a^2x^2 + 2a(b-a)x + 2a^2 - 2ab + b^2\right]}{(ax+b)^3}}$$ ពិន្ទុ ២

ខ/. (ពិន្ទុ 5) រក a និង b

f មានរង្វង់ប្រមាក្រង់ $A(1;e)$ កាលណា

$$\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f(1) = e \\ f''(1) > 0 \end{cases}$$ ពិន្ទុ ១

យើងបាន :

$$\begin{cases} eb = 0 \,,\, a+b \neq 0 \\ a+b = 1 \\ \dfrac{e(a^2+b^2)}{(a+b)^3} > 0 \end{cases}$$ ពិន្ទុ ១

យើងទាញ : $b = 0$, $a = 1$ ពិន្ទុ ១

$\dfrac{e(1^2+0^2)}{(1+0)^3} > 0$ ជាការពិត ពិន្ទុ ១

ដូចនេះ $\boxed{a = 1 \,,\, b = 0}$ ពិន្ទុ ១

២. (១៥ពិន្ទុ)

$$Z = \frac{2(-1+i\sqrt{3})}{1+i\sqrt{3}}$$

១. សរសេរ Z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ :

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

$$Z=\frac{2(-1+i\sqrt{3})}{1+i\sqrt{3}}=\frac{2(-1+i\sqrt{3})(1-i\sqrt{3})}{(1+i\sqrt{3})(1-i\sqrt{3})}=\frac{-2(1-i\sqrt{3})(1-i\sqrt{3})}{1^2-(i\sqrt{3})^2}=\frac{-2(1-i\sqrt{3})^2}{1-3i^2}$$ (2pts) + 1 = 3 pts

$$Z=\frac{-2(1-2\sqrt{3}i+3i^2)}{1+3}=\frac{-2(1-2\sqrt{3}i-3)}{4}=\frac{-2(-2-2\sqrt{3}i)}{4}=\frac{4(1+i\sqrt{3})}{4}=1+i\sqrt{3}$$ (2pt) = 2 pts

ដូចនេះគេបាន : $Z=1+i\sqrt{3}$

$$Z=1+i\sqrt{3}=2\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{2}\right)=2\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$ (2pts) + 1 = 3 pts

គេបាន : $Z=2\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

២. សរសេរ $Z'=1+i$ ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ :

$$Z'=1+i=\sqrt{2}\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)=\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+i\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$ (2pts)

គេបាន : $Z'=\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

ទាញរកម៉ូឌុល និង អាគុយម៉ង់នៃចំនួនកុំផ្លិច $\frac{Z'}{Z}$:

ម៉ូឌុល និង អាគុយម៉ង់នៃ Z' គឺ : $r'=\sqrt{2}$ និង $\theta'=\frac{\pi}{4}+2k'\pi, k\in Z$ (1pt)

ម៉ូឌុល និង អាគុយម៉ង់នៃ Z គឺ : $r=2$ និង $\theta=\frac{\pi}{3}+2k\pi, k\in Z$ (1pt)

ម៉ូឌុលនៃ $\frac{Z'}{Z}$ គឺ $r_1=\frac{r'}{r}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ (1pt)

អាគុយម៉ង់នៃ $\frac{Z'}{Z}$ គឺ : $\theta_1=\theta'-\theta=\left(\frac{\pi}{4}+2k'\pi\right)-\left(\frac{\pi}{3}+2k\pi\right)$ (1pt)

$$\theta_1=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{3}+2(k'-k)\pi=-\frac{\pi}{12}+2k_1\pi, k_1\in Z$$

$$\theta_1=-\frac{\pi}{12}+2k_1\pi, k_1\in Z$$ (1pt)

ជ. (១៥ពិន្ទុ)

១-គណនាតំលៃ A ; B និង C

យើងបាន:

$$f(x)=\frac{5x^2+20x+6}{x^3+2x^2+x}$$

ដែល $x^3+2x^2+x=x(x^2+2x+1)=x(x+1)^2$

គេបាន $f(x)=\frac{5x^2+20x+6}{x(x+1)^2}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2}$ (2pts)

$$=\frac{A(x+1)^2+Bx(x+1)+Cx}{x(x+1)^2}$$ (2pts)

នាំអោយ

$$5x^2+20x+6=A(x+1)^2+Bx(x+1)+Cx$$

$$5x^2+20x+6=Ax^2+2Ax+A+Bx^2+Bx+Cx$$

$$5x^2+20x+6=(A+B)x^2+(2A+B+C)x+A$$ (2pts)

គេបាន:
$$\begin{cases} A+B=5 \\ 2A+B+C=20 \\ A=6 \end{cases}$$ (1pts)

$A=6$ នាំអោយ $B=-1$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ក.) គណនា $\overline{AB}\times\overline{AC}$: (៨ពិន្ទុ)

$A(2;0;2)$ $\overline{AB}(-1;2;-2)$ (១ពិន្ទុ)

$B(1;2;0)$ $\overline{AC}(-2;2;1)$ (១ពិន្ទុ)

$C(0;2;3)$

$$\overline{AB}\times\overline{AC}=\begin{vmatrix}\bar{i} & \bar{j} & \bar{k}\\ -1 & 2 & -2\\ -2 & 2 & 1\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}2 & -2\\ 2 & 1\end{vmatrix}\bar{i}-\begin{vmatrix}-1 & -2\\ -2 & 1\end{vmatrix}\bar{j}+\begin{vmatrix}-1 & 2\\ -2 & 2\end{vmatrix}\bar{k}$$ (១ពិន្ទុ)

$\overline{AB}\times\overline{AC}=6\bar{i}+5\bar{j}+2\bar{k}$ (2 pts) (១ពិន្ទុ)

ទាញថា A, B, C មិនថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ

ដោយ $\overline{AB}\times\overline{AC}\neq\bar{0}$ $\overline{AB}$ និង $\overline{AC}$ មិនកូលីនេអ៊ែ ~~(1pt)~~

ដូចនេះចំនុច A, B, C មិនថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ (1pt) (១ពិន្ទុ)

សមីការប្លង់ (ABC) :

ប្លង់(ABC)កាត់តាម A និងមានវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់ $\bar{n}=\overline{AB}\times\overline{AC}$

សមីការប្លង់មានទំរង់ : $6x+5y+2z+d=0$ (១ពិន្ទុ)

ប្លង់កាត់តាម A : $6(2)+5(0)+2(2)+d=0$

$d=-16$ (១ពិន្ទុ)

សមីការប្លង់ (ABC) : $6x+5y+2z-16=0$ (3 pts) (១ពិន្ទុ)

ឃ.) (7pts) គណនា $\|\overline{AB}\|$ និង $\|\overline{AC}\|$: $\vec{AB}(-1;2;-2)$ (1pt); $\vec{AC}(-2;2;1)$ (1pts) (១ពិន្ទុ)

$\|\overline{AB}\|=\sqrt{(-1)^2+2^2+(-2)^2}=3$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$\|\overline{AC}\|=\sqrt{(-2)^2+2^2+1^2}=3$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

ប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC :

$AB=AC=3$ នាំអោយ ABC ជាត្រីកោណសមបាទ (1pt) (១ពិន្ទុ)

ក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC :

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\|\overline{AB}\times\overline{AC}\|$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$\|\overline{AB}\times\overline{AC}\|=\sqrt{6^2+5^2+2^2}=\sqrt{65}$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\sqrt{65}\,cm^2$ (2pt) (២ពិន្ទុ)

ង.) មានមាឌត្រីវ៉ែត OABC :

$V_{OABC}=\frac{1}{6}|(\overline{OA}\times\overline{OB}).\overline{OC}|$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$\overline{OA}(2;0;2);\overline{OB}(1;2;0);\overline{OC}(0;2;3)$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$$\overline{OA}\times\overline{OB}=\begin{vmatrix}0 & 2\\ 2 & 0\end{vmatrix}\bar{i}-\begin{vmatrix}2 & 2\\ 1 & 0\end{vmatrix}\bar{j}+\begin{vmatrix}2 & 0\\ 1 & 2\end{vmatrix}\bar{k}$$

$=-4\bar{i}+2\bar{j}+4\bar{k}$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$(\overline{OA}\times\overline{OB}).\overline{OC}=(-4)(0)+(2)(2)+(4)(3)=16$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

ដូចនេះ: $V_{OABC}=\frac{1}{6}\times16=\frac{8}{3}cm^3$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ព្រោះ $\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$, $\lim_{x\to 0^+} x = 0^+$

$\boxed{\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty}$ (2pts)

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(1+\frac{\ln x}{x}) = 1+0 = 1$

ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1}$ (2pts) ១ពិន្ទុ

កំនត់សមីការអាស៊ីមតូត:

ដោយ $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ គេបាន :

$\boxed{\text{បន្ទាត់មានសមីការ } x = 0 \text{ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ}(C)}$ (2pts) ២ពិន្ទុ

ដោយ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$ គេបាន :

$\boxed{\text{បន្ទាត់មានសមីការ } y = 1 \text{ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ}(C) \text{ នៅខាង} +\infty}$ (2pts) ២ពិន្ទុ

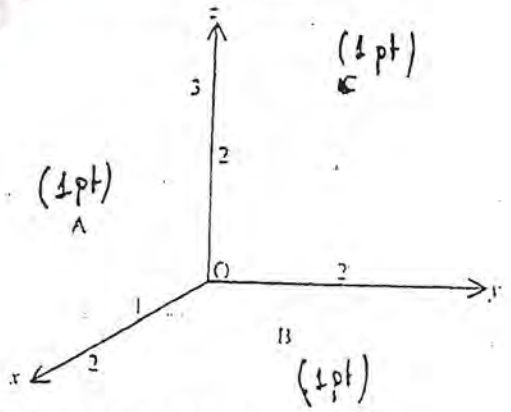
សង់តារាងអថេរភាពនៃ f

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$		$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$1,4$	↘	1

(2pts) ២ពិន្ទុ

ខ. (៣០ពិន្ទុ)

ក.) តាងចំនុច A(2;0;2), B(1;2;0) និង C(0;2;3) (៣ពិន្ទុ)



ខ.) សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (L) : (៤ពិន្ទុ)

$\overrightarrow{BC}(-1;0;3)$, $A(2;0;2)$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$$(L):\begin{cases} x = 2 - t & (1pt) \\ y = 0 & (1pt) \\ z = 2 + 3t & (1pt) \end{cases}$$ (3pt) (៣ពិន្ទុ)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក.) គណនា $\overline{AB}\times\overline{AC}$: (៨ពិន្ទុ)

$A(2;0;2)$ $\overline{AB}(-1;2;-2)$ (១ពិន្ទុ)

$B(1;2;0)$ $\overline{AC}(-2;2;1)$ (១ពិន្ទុ)

$C(0;2;3)$

$$\overline{AB}\times\overline{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -1 & 2 & -2\\ -2 & 2 & 1\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}2 & -2\\ 2 & 1\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}-1 & -2\\ -2 & 1\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}-1 & 2\\ -2 & 2\end{vmatrix}\vec{k}$$ (១ពិន្ទុ)

$\overline{AB}\times\overline{AC}=6\vec{i}+5\vec{j}+2\vec{k}$ (2 pts) (១ពិន្ទុ)

ទាញថា A, B, C មិនថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ

ដោយ $\overline{AB}\times\overline{AC}\neq\vec{0}$ $\overline{AB}$ និង $\overline{AC}$ មិនកូលីនេអ៊ែ ~~(1pt)~~

ដូចនេះចំនុច A, B, C មិនថិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ (1pt) (១ពិន្ទុ)

សមីការប្លង់ (ABC) :

ប្លង់(ABC)កាត់តាម A និងមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}=\overline{AB}\times\overline{AC}$

សមីការប្លង់មានរាង : $6x+5y+2z+d=0$ (១ពិន្ទុ)

ប្លង់កាត់តាម A : $6(2)+5(0)+2(2)+d=0$

$d=-16$ (១ពិន្ទុ)

សមីការប្លង់ (ABC) : $6x+5y+2z-16=0$ (3 pts) (១ពិន្ទុ)

ខ.) (7pts) គណនា $\|\overline{AB}\|$ និង $\|\overline{AC}\|$: $\vec{AB}(-1;2;-2)$ (1pt) ; $\vec{AC}(-2;2;1)$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$\|\overline{AB}\|=\sqrt{(-1)^2+2^2+(-2)^2}=3$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$\|\overline{AC}\|=\sqrt{(-2)^2+2^2+1^2}=3$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

ប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC :

$AB=AC=3$ នាំអោយ ABC ជាត្រីកោណសមបាទ (1pt) (១ពិន្ទុ)

ក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC :

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\|\overline{AB}\times\overline{AC}\|$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$\|\overline{AB}\times\overline{AC}\|=\sqrt{6^2+5^2+2^2}=\sqrt{65}$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\sqrt{65}cm^2$ (2pt) (២ពិន្ទុ)

គ.) មានមាឌត្រីវែត OABC :

$V_{OABC}=\frac{1}{6}\left|(\overline{OA}\times\overline{OB}).\overline{OC}\right|$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$\overline{OA}(2;0;2);\overline{OB}(1;2;0);\overline{OC}(0;2;3)$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$$\overline{OA}\times\overline{OB}=\begin{vmatrix}0 & 2\\ 2 & 0\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}2 & 2\\ 1 & 0\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}2 & 0\\ 1 & 2\end{vmatrix}\vec{k}$$

$=-4\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$(\overline{OA}\times\overline{OB}).\overline{OC}=(-4)(0)+(2)(2)+(4)(3)=16$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

ដូចនេះ $V_{OABC}=\frac{1}{6}\times16=\frac{8}{3}cm^3$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

WWW.PHEAKWONDERWORLD.COM

(8) 50

ទាញរកចំងាយពី O ទៅប្លង់ (ABC)

តាង h ជាចំងាយពី O ទៅប្លង់ (ABC)

$V_{OABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \times h$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$h = \frac{3V_{OABC}}{S_{ABC}}$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

$h = \frac{3 \times \frac{8}{3}}{\frac{1}{2}\sqrt{65}} = \frac{16}{\sqrt{65}} cm$ (1pt) (១ពិន្ទុ)

៥. (៣៥ពិន្ទុ) (3pts)

១. ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x; f$ មានដេរីវេ : $f'(x) = -xe^x$ ដោយ $e^x > 0$ ចំពោះគ្រប់ $x \in R$ $f'(x)$ មានសញ្ញា ដូច $-x$ (1 ។

- បើ $x = 0; f'(x) = 0$
- បើ $x < 0; f'(x) > 0$
- បើ $x > 0; f'(x) < 0$

តារាងអថេរភាព :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	0	↘	

(1pt) (1pt) (1pt)

តាមតារាងអថេរភាព f មានអតិបរមាស្មើនឹងសូន្យត្រង់ $x = 0$ ដូចនេះ $f(x) \le 0$ ចំពោះគ្រប់ $x \in R$ ។ (2pts)

២. ក.) គណនា $\lim_{x \to -\infty} g(x)$:

$$g(x) = (2-x)e^x + 2 - x = (2-x)(e^x + 1)$$

ដោយ $\lim_{x \to -\infty}(2-x) = -\infty$ និង $\lim_{x \to -\infty}(e^x + 1) = +\infty$

ដូចនេះគេទាញបាន $\lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$ ។ (1pt)

. គណនា $\lim_{x \to +\infty} g(x)$:

$$g(x) = (2-x)e^x + 2 - x = 2e^x - xe^x + 2 - x$$

តាង $x = -X; X = -x;$ បើ $x \to -\infty$ នោះ $X \to +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} xe^x = \lim_{X \to +\infty}(-Xe^X) = 0; \lim_{x \to +\infty} 2e^x = 0$ និង $\lim_{x \to +\infty}(2-x) = +\infty$

ដូចនេះគេទាញបាន $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ (1pt)

. គណនា $g'(x)$:

ចំពោះគ្រប់ $x \in R$ $g'(x) = (-1)e^x + (2-x)e^x - 1$

$g'(x) = (1-x)e^x - 1$ (1pts)

. សញ្ញានៃ $g'(x)$: $g'(x) = f(x)$; តាមសំនួរ១

$f(x) \le 0$ ចំពោះគ្រប់ $x \in R$ ។

ដូចនេះ $g'(x) \le 0$ ចំពោះគ្រប់ $x \in R$ ។ (1pt)

តារាងអថេរភាពនៃ g :

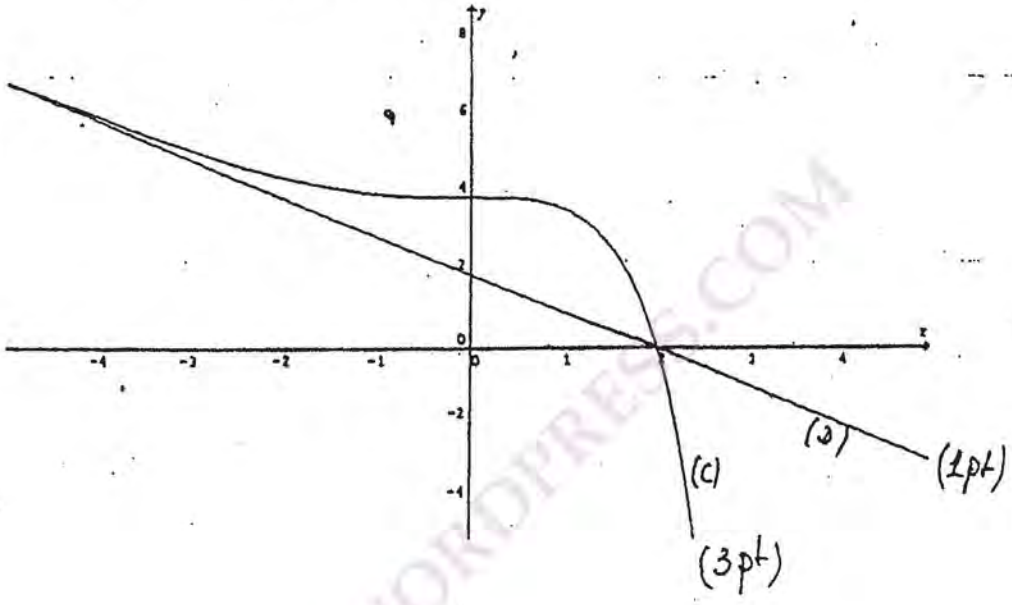
WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ង.) សង់ខ្សែកោង (C)

ចំនុចប្រសព្វនៃខ្សែកោង(C) និង អ័ក្សកូអរដោនេ :

x	2	0
g(x)	0	4

(1pt)



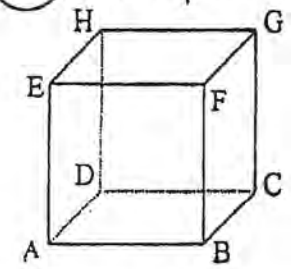
WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

(1)

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា
ម្រះនៅ១ ១ ១

ម 55 (4)

VI-(១៥ពិន្ទុ) ABCD.EFGH ជាគូបដែលមានទ្រនុងប្រវែង1cm ។



១-គណនាផលគុណស្កាឡែ $\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HD}$ ។

២-គណនាផលគុណស្កាឡែ $\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{DC}$ ដោយប្រើ $\overrightarrow{HA}=\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{DA}$ ។

៣-គណនាផលគុណស្កាឡែ $\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HC}$ ដោយប្រើ $\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{DC}$ ។

ទាញរកតម្លៃនៃ $\cos A\hat{H}C$ និង $A\hat{H}C$ ។

VII.(២០ពិន្ទុ) នៅក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន$(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ មួយ គេមានចំនុច $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$ និង $C(0;0;3)$ ។

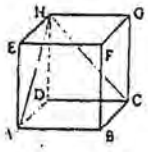
១. ចូរដៅចំនុច A;B និង C ។

២. កំនត់សមីការបារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់(D) ដែលកាត់តាមចំនុចA ហើយមានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស$\overrightarrow{BC}$ ។

៣. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{N}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$ ។ កំនត់សមីការនៃប្លង់(P) ដែលកាត់តាមចំនុចA ហើយមានវ៉ិចទ័ណរម៉ាល់ $\vec{N}$ ។

ចំលើយ

១៥ពិន្ទុ) ១-(៨ពិន្ទុ)គណនាផលគុណស្កាឡែ $\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HD}$



$\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HD}=|\overrightarrow{HA}|\times|\overrightarrow{HD}|\cos A\hat{H}D=|\overrightarrow{HA}|\times|\overrightarrow{HD}|\cos 45^\circ$

$=(\sqrt{2})(1)(\frac{\sqrt{2}}{2})=1$

$\boxed{\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HD}=1}$

របៀបទី២ : $\overrightarrow{HD}$ ជាចំនោលកែងនៃ $\overrightarrow{HA}$ មកលើ(HD)

$\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HD}=\overrightarrow{HD}\cdot\overrightarrow{HD}=(\overrightarrow{HD})^2=HD^2=1$

២-(៨ពិន្ទុ)គណនាផលគុណស្កាឡែ $\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{DC}$:

$\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{DC}=(\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{DA})\cdot\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{HD}\cdot\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{DC}=0+0$ ព្រោះ $HD\perp DC$; $DA\perp DC$

ដូចនេះ: $\boxed{\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{DC}=0}$

៣-(៦ពិន្ទុ) គណនាផលគុណស្កាឡែ $\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HC}$:

$\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HC}=\overrightarrow{HA}\cdot(\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{DC})=\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HD}+\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{DC}=1+0=1$

$\boxed{\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HC}=1}$

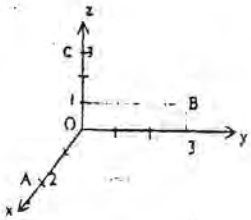
ទាញរក $\cos A\hat{H}C$:

$\cos A\hat{H}C=\frac{\overrightarrow{HA}\cdot\overrightarrow{HC}}{|\overrightarrow{AH}|\times|\overrightarrow{HC}|}$

$\boxed{\cos A\hat{H}C=\frac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{1}{2}}$

ដោយ $\cos A\hat{H}C=\frac{1}{2}$ នោះ $\boxed{A\hat{H}C=60^\circ}$

២០ពិន្ទុ) ១-(៣ពិន្ទុ)ដៅចំនុចA;B;C :



២-(៨ពិន្ទុ)សមីការបារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់(D) :

២ពិន្ទុ $A(2;0;0)$, $\overrightarrow{BC}(0-0;0-3;3-1)$ ឬ $\overrightarrow{BC}(0;-3;2)$

១ពិន្ទុ (D) មានសមីការបារ៉ាម៉ែត្រ : $\boxed{\begin{cases}x=2\\y=-3t\\z=2t\end{cases}\quad \text{ដែល } t\in\mathbb{R}}$

១ពិន្ទុ

២ពិន្ទុ ៣-(១២ពិន្ទុ)គណនា $\vec{N}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$

២ពិន្ទុ $\overrightarrow{AB}(0-2;3-0;1-0)$ ឬ $\overrightarrow{AB}(-2;3;1)$

$\overrightarrow{AC}(0-2;0-0;3-0)$ ឬ $\overrightarrow{AC}(-2;0;3)$

២ពិន្ទុ

២ពិន្ទុ $\vec{N}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\-2&3&1\\-2&0&3\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}3&1\\0&3\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}-2&1\\-2&3\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}-2&3\\-2&0\end{vmatrix}\vec{k}$

១ពិន្ទុ

$\boxed{\vec{N}=9\vec{i}+4\vec{j}+6\vec{k}}$

សមីការនៃប្លង់(P) :

ដោយ $A(2;0;0)\in(P)$ $\vec{N}(9;4;6)$ ជាវ៉ិចទ័ណរម៉ាល់នៃ(P) នោះ

២ពិន្ទុ ប្លង់(P) មានសមីការ : $ax+by+cz+d=0$

$(9)(x)+(4)(y)+(6)(z)+d=0$

២ពិន្ទុ $A(2;0;0)\in(P)$ នោះ $(9)(2)+(4)(0)+(6)(0)+d=0$ ឬ $d=-18$

១ពិន្ទុ ប្លង់(P) មានសមីការ : $\boxed{9x+4y+6z-18=0}$

១ពិន្ទុ

.....

.....

ពិន្ទុ .....

.....

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

យុទ្ធសាស្ត្រគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២

I-(១០ពិន្ទុ) $A=\lim_{x\to-1}\frac{(1+x)(\sqrt{x^2+3}+2)}{(\sqrt{x^2+3}-2)(\sqrt{x^2+3}+2)}=\lim_{x\to-1}\frac{(1+x)(\sqrt{x^2+3}+2)}{(x+1)(x-1)}$ ៣ពិន្ទុ

$=\lim_{x\to-1}\frac{\sqrt{x^2+3}+2}{x-1}=\frac{\sqrt{4}+2}{-1-1}=-2$ ២ពិន្ទុ

$\boxed{A=-2}$

$B=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2(1-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2})}{e^x(1+\frac{2}{e^x})e^x(1-\frac{1}{e^x})}=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^x}\right)^2\cdot\lim_{x\to+\infty}\frac{(1-\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2})}{(1+\frac{2}{e^x})(1-\frac{1}{e^x})}=0$ ៣ពិន្ទុ

ព្រោះ: $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}=\lim_{x\to+\infty}(xe^{-x})=0;\ \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x}=0;\ \lim_{x\to+\infty}\frac{2}{x^2}=0;\ \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x}=0$ ២ពិន្ទុ

$\boxed{B=0}$

II-(១០ពិន្ទុ)១-(៧ពិន្ទុ) $\lim_{x\to1}g(x)=\lim_{t\to0}\frac{\cos\left[\frac{\pi}{2}(1-t)\right]}{t}=\lim_{t\to0}\frac{\cos(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{2}t)}{t}$ ដែល $t=1-x$ ហើយ $x=1-t$ ៣ពិន្ទុ

$=\frac{\pi}{2}\lim_{t\to0}\frac{\sin\frac{\pi}{2}t}{\frac{\pi}{2}t}=\frac{\pi}{2}\lim_{X\to0}\frac{\sin X}{X}=\frac{\pi}{2}$ ដែល $X=\frac{\pi}{2}t;X\to0$ ៣ពិន្ទុ

$\boxed{\lim_{x\to1}g(x)=\frac{\pi}{2}}$ ១ពិន្ទុ

២-(៣ពិន្ទុ)អនុគមន៍ f ដែលជាបន្ទាយពាយអាចជាប់នៃអនុគមន៍ g នៅត្រង់ $x=1$ កំនត់ដោយ :

$$\boxed{\begin{cases} f(x)=g(x)=\frac{\cos\frac{\pi}{2}x}{1-x} & \text{ចំពោះ } x\neq1\\ f(1)=\frac{\pi}{2}\end{cases}}$$ ៣ពិន្ទុ

III-(២០ពិន្ទុ)១-(១០ពិន្ទុ)កំនត់ចំនួនពិត a និង b :

$z=\frac{u}{v}=\frac{(\sqrt{3}-i)(2+2\sqrt{3}i)}{2^2-(2\sqrt{3}i)^2}$ ២ពិន្ទុ

$=\frac{2\sqrt{3}+6i-2i-2\sqrt{3}i^2}{16}=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{4}i$ ២ពិន្ទុ

$a+bi=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{4}i$

ដូចនេះ: $\boxed{a=\frac{\sqrt{3}}{4}\ ;\ b=\frac{1}{4}}$ ១ពិន្ទុ

ឲ្យបញ្ជាក់ថា $u=4\bar{z}$:

$\bar{z}=\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{1}{4}i=\frac{\sqrt{3}-i}{4}=\frac{u}{4}$ ២ពិន្ទុ

ដូចនេះ: $\boxed{u=4\bar{z}}$ ១ពិន្ទុ

២-(១០ពិន្ទុ)សរសេរ z ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ :

$z=\frac{\sqrt{3}+i}{4}=\frac{2}{4}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\right)$ ២ពិន្ទុ

$=\frac{2}{4}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ ២ពិន្ទុ

$\boxed{z=\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)}$

រកើសការបង្ហាញ $\frac{\sqrt{3}+i}{4}$:

$\frac{\sqrt{3}+i}{4}=\frac{2}{4}\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)=\frac{2}{4}\left(\cos(\frac{\pi}{6}+k2\pi)+i\sin(\frac{\pi}{6}+k2\pi)\right)$ ២ពិន្ទុ

រកសការបង្ហាញ $\frac{\sqrt{3}+i}{4}$ ក៏ :

$w_k=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos(\frac{\pi}{12}+k\pi)+i\sin(\frac{\pi}{12}+k\pi)\right)$ ដែល $k=0;k=1$ ២ពិន្ទុ

$k=0$ គេបាន $\boxed{w_0=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)}$ ១ពិន្ទុ

$k=1$ គេបាន $w_1=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos(\frac{\pi}{12}+\pi)+i\sin(\frac{\pi}{12}+\pi)\right)=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos(\frac{13\pi}{12})+i\sin(\frac{13\pi}{12})\right)}$ ១ពិន្ទុ

IV-(២០ពិន្ទុ)១-(១២ពិន្ទុ)កំនត់សមីការបន្ទាត់(T) :

$y'=\frac{e^x(1-\sin x)-e^x(-\cos x)}{(1-\sin x)^2}$ ២ពិន្ទុ

$=\frac{e^x(1-\sin x+\cos x)}{(1-\sin x)^2}$ ២ពិន្ទុ

$y(0)=\frac{e^0}{1-\sin 0}=1$ ២ពិន្ទុ

$y'(0)=\frac{e^0(1-\sin 0+\cos 0)}{(1-\sin 0)^2}=2$ ២ពិន្ទុ

$(T):y-1=2(x-0)$ ២ពិន្ទុ

$\boxed{(T):y=2x+1}$ ២ពិន្ទុ

២-(៨ពិន្ទុ)កំនត់ក្រាហ្វអរិយាគនៃចំនុចប្រសព្វM :

សមីការអាប់ស៊ីស :$2x+1+\ln(x-1)=2x+1$ ៣ពិន្ទុ

$\ln(x-1)=0$

$x-1=1$ ២ពិន្ទុ

២ពិន្ទុ

១ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

V.(៣០ពិន្ទុ) ១. (ពិន្ទុ ៨) <u>គណនាលីមីត (១ពិន្ទុ)</u>

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{4x-4}{x^2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{4-\frac{4}{x}}{x} \quad , \quad x \neq 0$$ ១ពិន្ទុ

$$= 0$$ ១ពិន្ទុ

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{4x-4}{x^2} = \lim_{x\to-\infty} \frac{4-\frac{4}{x}}{x} \quad , \quad x \neq 0$$ ១ពិន្ទុ

$$= 0$$ ១ពិន្ទុ

$$\lim_{x\to0} g(x) = \lim_{x\to0} \frac{4x-4}{x^2} = -\infty$$ ១ពិន្ទុ

ព្រោះ $\lim_{x\to0}(4x-4) = -4$, $\lim_{x\to0}(x^2) = 0^+$ ១ពិន្ទុ

<u>ទាញរកអាស៊ីមតូតនៃ (C) (២ពិន្ទុ)</u>

ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty} g(x) = 0$, (C) មានអ៊ីកាស្យអាប់ស៊ីសជាអាស៊ីមតូតដេក ១ពិន្ទុ

ដោយ $\lim_{x\to0} g(x) = -\infty$, (C) មានអ៊ីកាស្យអរដោនេជាអាស៊ីមតូតឈរ ១ពិន្ទុ

២. (៧ពិន្ទុ) <u>តារាងអថេរភាពនៃ g</u>

ចំពោះ $a = 4$, $b = -4$ នោះ $f(x) = \frac{4x-4}{x^2} = g(x)$

ដូចនេះ $g'(x) = f'(x) = \frac{-4x+8}{x^3} = \frac{-4x^2+8x}{x^4}$ ២ពិន្ទុ

ដោយ $x^4 > 0$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 0$, $g'(x)$ មានសញ្ញាដូច $-4x^2+8x$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	
$g(x)$	0 ↘	$-\infty$	‖ $-\infty$	↗	1	↘	0

$$g(2) = \frac{(4)(2)-4}{2^2} = 1$$ ១ពិន្ទុ

៣.(៤ពិន្ទុ) <u>បង្ហាញថា (C)មានចំនុចរមមួយ</u>

$$g''(x) = f''(x) = \frac{2ax+6b}{x^4} = \frac{2(4)x+6(-4)}{x^4}$$

$$= \frac{8x-24}{x^4} = \frac{8(x-3)}{x^4}$$ ១ពិន្ទុ

$x^4 > 0$ គ្រប់ $x \neq 0$, $g''(x)$ មានសញ្ញាដូច $x-3$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$g''(x)$		$-$	0	$+$	

២ពិន្ទុ

គ្រប់ $x = 3$, $g''(x) = 0$ និងប្តូរសញ្ញា ១ពិន្ទុ

ដូចនេះ (C) មានចំនុចរមមួយ

$$x = 3 \ , \ g(3) = \frac{4(3)-4}{3^2} = \frac{8}{9}$$

ក្លាយអរដោនេចំនុចរមក : $\boxed{x = 3 \ , \ y = \frac{8}{9}}$ ១ពិន្ទុ

៤.(៤ពិន្ទុ) <u>គណនា $g(-4)$, $g(-2)$, $g(1)$, $g(4)$:</u>

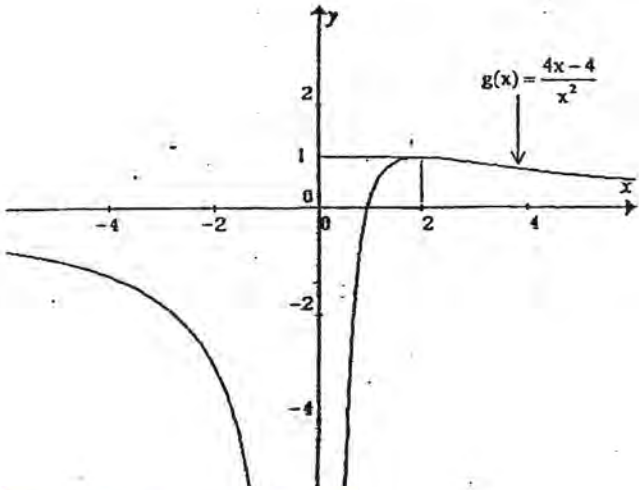
$g(-4) = \frac{-5}{4}$ ១ពិន្ទុ

$g(-2) = -3$ ១ពិន្ទុ

$g(1) = 0$ ១ពិន្ទុ

$g(4) = \frac{3}{4}$ ១ពិន្ទុ

៥.(១ពិន្ទុ) <u>សង់ខ្សែកោង (C) :</u>



WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

F (II).2004 (1) 56

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា
ប្រលងឆមាសលើកទី២ ថ្នាក់ទី១២
ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុវេក្ষ :
១.....
២.....

លេខបន្ទប់.....
លេខតុ : .....
សម្ព័យប្រលង : ២១ មិថុនា ២០០៤ មណ្ឌលប្រលង : .....
នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន : .....
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....
ហត្ថលេខា : .....

លេខសំងាត់

*បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសំគាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រលងឡើយ។ សន្លឹកប្រលងណាដែលមានសញ្ញាសំគាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។

.....

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ២ម៉ោង ៣០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

ពិន្ទុសរុប

លេខសំងាត់

សេចក្តីណែនាំ : ១. បេក្ខជន*ត្រូវកត់ត្រាលេខកូដ*លើ*ទំព័រទី២* ផ្នែកខាងលើដែលគេត្រូវកាត់ចេញ។
២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចំលើយនៃសំនួរបន្តនៅលើ*ទំព័រទី២និងទី៣*។

I.(១០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ $g(x)=ax+1+b\ln x$ ហើយមានក្រាប(H) ។ បន្ទាត់(D) មានសមីការ $y=x-1$ ។
កំនត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីអោយបន្ទាត់(D) ប៉ះនឹងក្រាប(H) ត្រង់ចំនុច $A(1;0)$ ។

II. (ពិន្ទុ១០) ចតុកោណកែងមួយមានផ្ទៃក្រឡា $2500\ m^2$ ។ រកប្រវែងជ្រុងដើម្បីអោយចតុកោណកែងមានបរិមាត្រតូចបំផុត។

III. (ពិន្ទុ១៥) គេអោយចំនួនកុំផ្លិច $Z=(\sqrt{3}-1)+i(\sqrt{3}+1)$ ។

១. សរសេរ Z^2 ជាទំរង់ពិជគណិត។

២. សរសេរ Z^2 ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ រួចទាញរកម៉ូឌុលនិងអាគុយម៉ង់នៃ Z ។

៣. ទាញពីសំនួរខាងលើតំលៃប្រាកដនៃ $\cos\frac{5\pi}{12}$ និង $\sin\frac{5\pi}{12}$ ។

IV- (ពិន្ទុ១៥) ១. ដោះស្រាយសមីការ $g''(x)-5g'(x)+6g(x)=0$ (E)

២. កំនត់ចំលើយ $g(x)$ មួយនៃសមីការ (E) ដែល $g(0)=0$ និង $g'(0)=1$ ។

V.(១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល : $I=\int\left(\frac{2003}{\sqrt{x}}-\frac{2004e^x}{2+e^x}\right)dx$ និង $J=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}(\tan x+\cot x)^2\,dx$

VI.(២៥ពិន្ទុ) ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ មួយ គេមានចំនុច $A(1;0;0)$ $B(0;2;0)$ និង $C(0;0;3)$ ។

១. សង់ចតុមុខOABC ។

២. កំនត់ភ្លអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{N}=\vec{AB}\times\vec{AC}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណABC ។

៣. បង្ហាញថាប្លង់(ABC) មានសមីការ $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$ ។

៤. គណនា $(\vec{OA}\times\vec{OB})\cdot\vec{OC}$ ។ ទាញរកម�នៃចតុមុខ OABC ។

VII. (ពិន្ទុ៣៥)

១. f ជាអនុគមន៍ដែលកំនត់ក្នុងសំនុំចំនួនពិតដោយ $f(x)=ax+b-e^x$ ។

ក. បង្ហាញថាគ្រប់ចំនួនពិត a និង b , $a\neq 0$ ខ្សែកោងតំនាង f មានអាស៊ីមតូតទ្រេតមួយ។

ខ. កំនត់ a និង b ដើម្បីអោយ f មានអតិបរមាស្មើ -1 ចំពោះ $x=0$ ។

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

57

២. g ជាអនុគមន៍ដែលកំនត់ក្នុងសំនុំចំនួនពិតដោយ $g(x) = x - e^x$ ។

ក. រកលីមីត $\lim_{x\to+\infty} g(x)$, $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ ។

ខ. គណនាដេរីវេ $g'(x)$ ។ សិក្សាសញ្ញានៃ $g'(x)$ ។ គូសតារាងអថេរភាពនៃ g ។

គ. គណនា $g(-1)$ និង $g(1)$ ។ សង់ក្រាប (C) នៃ g នៅក្នុងតំរុយអរតូនរមាល់ ដោយយក 1 ឯកតានៅលើអ័ក្សស្មើ 2 cm ។ (គេអោយ $e^{-1} = 0,36$)។

ឃ. រកក្រឡាផ្ទៃនៃផ្នែកប្លង់នៅចន្លោះខ្សែកោង(C) និងអ័ក្សអាប់ស៊ីស ដែលត្រូវនឹង $-1 \le x \le 1$ ។

ចំលើយ

www.pisethsok.wordpress.com

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

③ ①

អត្រាកំណែគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២ប្រលងឆមាសលើកទី២

(សម្រាយប្រលង : ២១_៦_០៤)

I-(១០ពិន្ទុ)កំនត់a និង b :

គេបាន $A(1;0) \in (H)$ ហើយ $0 = a(1) + 1 + b\ln(1)$ ២ពិន្ទុ

$\boxed{a = -1}$ ១ពិន្ទុ

គេមាន $g'(x) = a + \frac{b}{x}$ ២ពិន្ទុ

$g'(1) = 1$ ២ពិន្ទុ

តែ $g'(1) = a + \frac{b}{1} = a + b = 1$ ២ពិន្ទុ

$b = 1 - a = 2$ ។ $\boxed{b = 2}$ ១ពិន្ទុ

II- (ពិន្ទុ ១០)<u>គណនាប្រវែងជ្រុងនៃចតុកោណកែង</u> :

តាង x និង y ជារង្វាស់ជ្រុងនៃចតុកោណកែង ពិន្ទុ ១

$x > 0, y > 0$ ពិន្ទុ ១

ផ្ទៃក្រឡាចតុកោណកែង : $xy = 2500$ ពិន្ទុ ១

$y = \frac{2500}{x}$ ពិន្ទុ ១

បរិមាត្រចតុកោណកែង : $P = 2(x + y)$ ពិន្ទុ ១

$P = 2\left(x + \frac{2500}{x}\right)$ ពិន្ទុ ១

ដើរវេ : $P' = 2\left(1 - \frac{2500}{x^2}\right)$ ពិន្ទុ ១

$x^2 > 0$ ចំពោះគ្រប់ x , P' មានសញ្ញាដូច $x^2 - 2500$

<u>តារាងអថេរភាព :</u>

x	0		50		
P'		−	0	+	
P		↘	P(50)	↗	

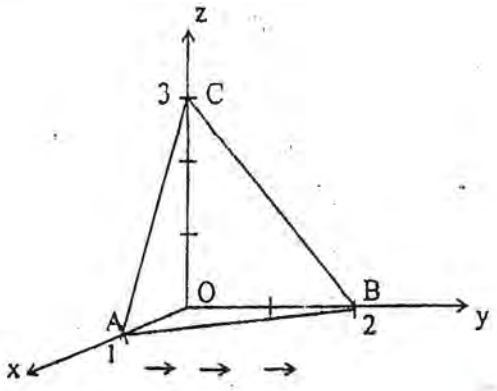
ពិន្ទុ ១ ពិន្ទុ ១ ពិន្ទុ ១ ពិន្ទុ ១

P មានតំលៃអតិបរមាក្រិត $x = 50$

$y = \frac{2500}{x} = \frac{2500}{50} = 50$ ពិន្ទុ ១

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

VI-(២៥ពិន្ទុ)១-(៣ពិន្ទុ)សង់ចតុមុខOABC :



៣ពិន្ទុ

២-(៨ពិន្ទុ) កំនត់ក្រុមអរគោនៃវ៉ិចទ័រ $N = AB \times AC$:

$\overrightarrow{AB}(1-0;0-2;0-0)$ ឬ $\overrightarrow{AB}(1;-2;0)$ ១ពិន្ទុ

$\overrightarrow{AC}(0-1;0-0;3-0)$ ឬ $\overrightarrow{AC}(-1;0;3)$ ១ពិន្ទុ

$$\overrightarrow{N} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\overrightarrow{N} = \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}\vec{k}$$ ២ពិន្ទុ

$\overrightarrow{N} = -6\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$ ១ពិន្ទុ

$\boxed{\overrightarrow{N}(-6;-3;-2)}$ ១ពិន្ទុ

គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណABC :

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{N}\| = \frac{1}{2}\sqrt{36+9+4} = \boxed{3,5 \text{ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា}}$ ២ពិន្ទុ

៣-(៦ពិន្ទុ)បង្ហាញថាប្លង់(ABC) មានសមីការ $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$:

$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{N}\perp\overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{N}\perp\overrightarrow{AC}\end{array}\right\}$ នោះ $\overrightarrow{N}\perp(ABC)$ គឺ $\overrightarrow{N}$ ជាវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់នៃប្លង់(ABC) ។ ១ពិន្ទុ

$(ABC): -6x-3y-2z+d=0$ ១ពិន្ទុ

$A(1;0;0) \in (ABC): -6(1)-3(0)-2(0)+d=0$ ហើយ $d=6$ ១ពិន្ទុ

$(ABC): -6x-3y-2z+6=0$ ១ពិន្ទុ

ហើយ $\boxed{(ABC): \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1}$ ២ពិន្ទុ

៤-(៨ពិន្ទុ)គណនា $(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OC}$

$\overrightarrow{OA}(1;0;0)$

$\overrightarrow{OB}(0;2;0)$ ២ពិន្ទុ

WWW.PHEAKDEY.WORDPRESS.COM

ដូចនេះ: $\boxed{x = y = 50\text{ m}}$ ពិន្ទុ 1

-(ពិន្ទុ ១៥)

១- (ពិន្ទុ ៣) <u>សរសេរ Z^2 ជាទំរង់ពិជគណិត</u>

$$Z^2 = \left[\left(\sqrt{3}-1\right)+i\left(\sqrt{3}+1\right)\right]^2$$

$$= (\sqrt{3}-1)^2 + 2i(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1) + i^2(\sqrt{3}+1)^2$$ ពិន្ទុ 1

$$= 3-2\sqrt{3}+1+2i(3-1)-(3+2\sqrt{3}+1)$$ ពិន្ទុ 1

$$\boxed{Z^2 = -4\sqrt{3}+4i}$$ ពិន្ទុ 1

២- (ពិន្ទុ ៦) <u>សរសេរ Z^2 ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ</u>

$$Z^2 = 8\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}\right)$$ ពិន្ទុ 1

$$= 8\left(-\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$$ ពិន្ទុ 1

$$= 8\left[\cos\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)\right]$$ ពិន្ទុ 1

$$\boxed{Z^2 = 8\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)}$$ ពិន្ទុ 1

ម៉ូឌុល : $|Z| = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ពិន្ទុ 1

អាគុយម៉ង់ : $\alpha = \frac{5\pi}{6\times 2}+2k\pi = \frac{5\pi}{12}+2k\pi,\ k\in Z$ ពិន្ទុ 1

៣- (ពិន្ទុ ៦) <u>កំណត់ប្រាកដរបស់ $\cos\frac{5\pi}{12}$ និង $\sin\frac{5\pi}{12}$</u>

$$Z = \sqrt{3}-1+i(\sqrt{3}+1)$$

ម្យ៉ាងទៀត :

$$Z = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$$ ពិន្ទុ 1

$$= 2\sqrt{2}\cos\frac{5\pi}{12}+i.2\sqrt{2}\sin\frac{5\pi}{12}$$ ពិន្ទុ 1

យើងទាញ :

$$2\sqrt{2}\cos\frac{5\pi}{12} = \sqrt{3}-1$$ ពិន្ទុ 1

$$\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$$ ពិន្ទុ 1

$$2\sqrt{2}\sin\frac{5\pi}{12} = \sqrt{3}+1$$ ពិន្ទុ 1

$$\sin\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$ ពិន្ទុ 1

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

IV-(១៥ពិន្ទុ)១-(៦ពិន្ទុ)ដោះស្រាយសមីការ:

សមីការសំគាល់ $r^2 - 5r + 6 = 0$ ២ពិន្ទុ

$\Delta = 1$

$r_1 = 2 ; r_2 = 3$ ២ពិន្ទុ

(E) មានចំលើយទូទៅ $\boxed{g(x) = Ae^{2x} + Be^{3x} \quad ; A ; B \in \mathbb{R}}$ ២ពិន្ទុ

២-(៩ពិន្ទុ)កំនត់ចំលើយពិសេស :

$g(0) = Ae^0 + Be^0 = 0$

$A + B = 0 \qquad (1)$ ២ពិន្ទុ

$g'(x) = 2Ae^{2x} + 3Be^{3x}$ ២ពិន្ទុ

$g'(0) = 2Ae^0 + 3Be^0 = 1$

$2A + 3B = 1 \qquad (2)$ ២ពិន្ទុ

$$\begin{cases} A + B = 0 & (1) \\ 2A + 3B = 1 & (2) \end{cases}$$

$A = -1$ ១ពិន្ទុ

$B = 1$ ១ពិន្ទុ

$\boxed{g(x) = -e^{2x} + e^{3x}}$ ១ពិន្ទុ

V-(១៥ពិន្ទុ)

(៦ពិន្ទុ) $I = 2003\int \frac{dx}{\sqrt{x}} - 2004\int \frac{e^x}{2+e^x}dx$ ២ពិន្ទុ

$= 2003\int \frac{dx}{\sqrt{x}} - 2004\int \frac{(2+e^x)'}{2+e^x}dx$ ២ពិន្ទុ

$\boxed{I = 4006\sqrt{x} - 2004\ln(2+e^x) + C \quad (C \in \mathbb{R})}$ ២ពិន្ទុ

(៩ពិន្ទុ) $J = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (\tan^2 x + 2\tan x \cot x + \cot^2 x)\,dx$ ២ពិន្ទុ

$= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (\tan^2 x + 2 + \cot^2 x)\,dx$ ១ពិន្ទុ

$= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2 x)\,dx + \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cot^2 x)\,dx$ ២ពិន្ទុ

$= [\tan x - \cot x]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}$ ២ពិន្ទុ

$= (\tan\frac{\pi}{4} - \cot\frac{\pi}{4}) - (\tan\frac{\pi}{6} - \cot\frac{\pi}{6})$ ១ពិន្ទុ

$\boxed{J = \frac{2\sqrt{3}}{3}}$ ១ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

$\overrightarrow{OC}(0;0;3)$

$$\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}0 & 0\\ 2 & 0\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 2\end{vmatrix}\vec{k}$$ ២ពិន្ទុ

$\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=0\cdot\vec{i}-0\cdot\vec{j}+2\vec{k}$ ហើយ $\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}(0;0;2)$

$(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OC}=(0)(0)+(0)(0)+(2)(3)=6$ ២ពិន្ទុ

ម�នៃចតុមុខOABC:

$V=\frac{1}{6}|(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OC}|$

$\boxed{V=\frac{1}{6}(6)=1 \text{ ឯកតាមាន}}$ ២ពិន្ទុ

VII- (ពិន្ទុ ៣៥)

1/- (ពិន្ទុ ១៣)

ក- (ពិន្ទុ ៣) <u>បង្ហាញថាខ្សែកោងតំនាង f មានអាស៊ីមប្តូតទ្រេតមួយ</u>

$f(x)=ax+b-e^x$

ដោយ $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$ ពិន្ទុ 1

ខ្សែកោងតំនាង f មានអាស៊ីមប្តូតទ្រេតមួយ ពិន្ទុ 1

សមីការអាស៊ីមប្តូតទ្រេត : $y=ax+b$ បើ $a\neq0$ ពិន្ទុ 1

ខ- (ពិន្ទុ ១០) <u>កំនត់ a និង b</u>:

$f'(x)=a-e^x$ ពិន្ទុ 1

$f''(x)=-e^x$ ពិន្ទុ 1

f មានអតិបរមាស្មើ -1 ចំពោះ $x=0$ កាលណា

$$\begin{cases}f(0)=-1\\ f'(0)=0\\ f''(0)<0\end{cases}$$ ពិន្ទុ 1 ពិន្ទុ 1 ពិន្ទុ 1

យើងបាន :

$$\begin{cases}b-1=-1\\ a-1=0\\ -e^0<0\end{cases}$$ ពិន្ទុ 1

$b-1=-1$ នាំអោយបាន $b=0$ ពិន្ទុ 1

$a-1=0$ នាំអោយបាន $a=1$ ពិន្ទុ 1

$-e^0<0$ ពីរ $-1<0$ ជឿងផ្ទាត់ជានិច្ច ពិន្ទុ 1

ដូចនេះ $\boxed{a=1\ ,\ b=0}$ ពិន្ទុ 1

2/- (ពិន្ទុ ២២)

ក- (ពិន្ទុ ៤) <u>រកលីមីត</u>

$\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x-e^x)=\lim\limits_{x\to+\infty}[e^x(xe^{-x}-1)]=-\infty$ ពិន្ទុ 1

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$ និង $\lim_{x\to+\infty} e^{x} = +\infty$ ពិន្ទុ 1

$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} (x - e^{x}) = -\infty$ ពិន្ទុ 1

ព្រោះ $\lim_{x\to-\infty} e^{x} = 0$ ពិន្ទុ 1

ខ- (ពិន្ទុ ៨) <u>គណនាដេរីវេ $g'(x)$</u>

$g(x) = x - e^{x}$

$g'(x) = 1 - e^{x}$ ពិន្ទុ 1

<u>សញ្ញានៃ $g'(x)$</u>

$g'(x) = 1 - e^{x} = 0$, $e^{x} = 1$, $x = 0$ ពិន្ទុ 1

$g'(x) > 0$, $1 - e^{x} > 0$, $e^{x} < 1$, $x < 0$ ពិន្ទុ 1

$g'(x) < 0$, $1 - e^{x} < 0$, $e^{x} > 1$, $x > 0$ ពិន្ទុ 1

<u>តារាងអថេរភាព</u>

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$

ពិន្ទុ 3

ក្រោម $x = 0$, g មានអតិបរមាស្មើ $g(0) = 0 - e^{0} = -1$ ពិន្ទុ 1

គ- (ពិន្ទុ ៦) <u>គណនា $g(-1)$ និង $g(1)$</u>

$g(-1) = -1 - e^{-1} = -1 - 0,36 = -1,36$ ពិន្ទុ 1

$g(1) = 1 - e^{1} = -1,71$ ពិន្ទុ 1

<u>សង់ក្រាប (C)</u>

ចំពោះ $a = 1$ និង $b = 0$, $f(x) = x - e^{x} = g(x)$

ដូចនេះ (C) មានបន្ទាត់ $y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត ពិន្ទុ 1

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា

ប្រលងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិចំនេះទូទៅ និងបំណិនវិជ្ជា

(1)

លេខបន្ទប់ : 64

លេខតុ : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុក្ស :

១.....

២.....

សម្ព័យប្រលង : ០៦ សីហា ២០០៤

មណ្ឌលប្រលង : .....

នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន : .....

ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

លេខសំងាត់

* បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសំគាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រលងឡើយ។ សន្លឹកប្រលងណាដែលមានសញ្ញាសំគាល់និងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។

.....

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១៥០ នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

លេខសំងាត់

សេចក្ដីណែនាំ : ១. បេក្ខជន*ត្រូវកត្ត្រាលេខ*ខ្ទង*លើទំព័រទី២* ផ្នែកខាងលើដែលគេត្រូវកាត់ចេញ ។

២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចំលើយនៃសំនួរបន្ទនៅលើ*ទំព័រទី២ និង ទី៣* ។

.(១០ពិន្ទុ) កំនត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីអោយអនុគមន៍ $y=\frac{ax^2+bx}{x^2+1}$ មានបរមាតែមួយតត់ និងខ្សែកោងនៃអនុគមន៍នោះមានបន្ទាត់ $y=2$ ជាអាស៊ីមតូតដេក។

I.(១០ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $y''+4y=0$ បើ $y(0)=1, y'(0)=-1$ ។

II.(១០ពិន្ទុ) រកកំពូល S និងកំនុំ F របស់ចាក់ប៉ូល $x^2-4x-12y+16=0$ ។

V.(១០ពិន្ទុ) គេចង់ជ្រើសរើសយកសិស្ស 3 នាក់ក្នុងចំនោមសិស្ស 10នាក់ ដែលក្នុងនោះមានសិស្សប្រុស 6នាក់ និងសិស្សស្រី 4នាក់។ រកប្រូបាបដែលគេជ្រើសរើសបានសិស្សប្រុស 2នាក់ និងសិស្សស្រី 1នាក់ ។

.(១៥ពិន្ទុ) 1. កំនត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីអោយ $2xi-y=\frac{(3-2i)(1+i)}{i(1+2i)}$ ។

2. គេអោយ $Z=\cos\frac{2\pi}{9}+i\sin\frac{2\pi}{9}$ ។ បង្ហាញว่า $(1+Z)^3$ ជាចំរៅត្រីកោណមាត្រ ។

ប្រលងសញ្ញាបត្រ
មធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ

I. (១៥ពិន្ទុ) គេអោយ $g(x)=\frac{x^2+x-6}{x^2-2x-3}$ ។

1. កំនត់ចំនួនពិត m ; n និង p ដើម្បីអោយបាន $g(x)=m+\frac{n}{x+1}+\frac{p}{x-3}$ ចំពោះគ្រប់ $x\in]-1;3[$ ។

2. គណនា $I=\int_0^2 g(x)dx$ ។

II. (២៥ពិន្ទុ) ក្នុងលំហប្រដាប់ដោយតំរុយអរ្ថូនរម៉ាល់ $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេអោយចំនុច $A(3;2;0)$ និង $K(0;-1;3)$ ។

1. រកសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាម A ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (AK) ។

2. គេអោយចំនុច $B(5;0;0)$, $C(0;5;0)$ និង $D(0;0;-5)$ ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា ចំនុច B , C និង D ជាចំនុចរបស់ប្លង់ (P) ។

3. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ BCD ។

4. គណនាប្រវែង AK រួចទាញរកមាឌនៃតេត្រាអែដ KBCD ។

III. (៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំនត់ចំពោះ $x>0$ ដោយ $f(x)=1+2\left(\frac{\ln x}{x}\right)$ ហើយមានក្រាប (C) ។

1. គណនា $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ ។ កំនត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃក្រាប (C) ។

www.PSTTC.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

2. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

3. កំនត់ក្បួនអរគោនៃចំនុចប្រសព្ធ A រវាងក្រាប(C) និង បន្ទាត់ (D): $y=1$ ។ កំនត់សមីការបន្ទាត់(L) ដែលប៉ះក្រាប(C) ត្រង់ A ។

4. គណនា $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ។ សង់បន្ទាត់(L) អាស៊ីមតូត និង ក្រាប(C) នៅក្នុងតំរុយតែមួយ ។

(គេយក $e=2,7$; $\frac{2}{e}=0,7$; $\ln 2=0,7$)

ចំលើយ

) (10pts) $\begin{cases} a=2 & (4pts) \\ b=0 & (6pts) \end{cases}$

) (10pts)

$r=\pm 2i$ (2pts)

$y = A\cos 2x + B\sin 2x$ (1pt)

$A;B \in \mathbb{R}$ (1pt)

$y = \cos 2x - \frac{1}{2}\sin 2x$ (6pts)

) (10pts)

$(x-2)^2 = 12(y-1)$ (5pts)

$\left.\begin{array}{l} S(2;1) \\ F(2;4) \end{array}\right\}$ (5pts)

) (10pts)

$n(S) = 120$ (2pts)

$n(A) = 60$ (6pts)

$P(A) = 0,5$ (2pts)

) (15pts)

) $-y+2xi = -\frac{9}{5}+\frac{7i}{5}$ (5pts)

$x=-\frac{7}{10}$; $y=\frac{9}{5}$ (4pts)

) $(1+i)^4 = \left[2\cos\frac{\pi}{9}\left(\cos\frac{\pi}{9}+i\sin\frac{\pi}{9}\right)\right]^4$ (4pts)

$= 16\cos^4\frac{\pi}{9}\left(\cos\frac{4\pi}{9}+i\sin\frac{4\pi}{9}\right)$ (2pts)

(VI) (15pts)

① $\begin{cases} m=1 \\ -2m+n+p=1 \\ -3m-3n+p=-6 \end{cases}$ (6pts)

$m=1$; $n=\frac{3}{2}$; $p=\frac{3}{2}$ (3pts)

② $I=2$ (6pts)

(VII) (25pts)

① $(P): -3x-3y+3z+15=0$ (5pts)
$y(P): x+y+z-5=0$

② (5pts)

③ $S_{BCD} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$ ឯកតាក្រឡា (10 ពិន្ទុ)

④ $\begin{cases} AK = 3\sqrt{3} \text{ ឯកតាប្រវែង} & (2pts) \\ V = \frac{75}{2} \text{ ឯកតាមាឌ} & (3pts) \end{cases}$

(VIII) (30pts)

① (8pts) $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ (2pts)

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = 1$ (2pts)

$x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ (2pts)

$y=1$ ជាអាស៊ីមតូតដេក (2pts)

② (9pts) $f'(x) = \frac{2(1-\ln x)}{x^2}$ (2pts)

$f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $1-\ln x$ (1pt.)

WWW.PISETHSOK.COM

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា

ប្រលងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិចំនេះទូទៅ និង បំពេញវិជ្ជា

សម្ព័យប្រលង : ០៦ សីហា ២០០៤

អត្រាកំណត់គណិតវិទ្យា

I. (ពិន្ទុ ១០)

រក a និង b

$$\lim_{x\to\pm\infty} y = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{ax^2+bx}{x^2+1}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2\left(a+\frac{b}{x}\right)}{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}$$ ១ពិន្ទុ

$$= a$$ ១ពិន្ទុ

ក្រាបនៃអនុគមន៍មានបន្ទាត់ $y=2$ ជាអាស៊ីមតូតដេក

ដូចនេះ

$$\boxed{a=2}$$ ២ពិន្ទុ

យើងបាន : $y = \frac{2x^2+bx}{x^2+1}$ ១ពិន្ទុ

$$y' = \frac{(2x^2+bx)'(x^2+1)-(2x^2+bx)(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}$$ ១ពិន្ទុ

$$= \frac{(4x+b)(x^2+1)-(2x^2+bx)(2x)}{(x^2+1)^2}$$ ១ពិន្ទុ

$$= \frac{-bx^2+4x+b}{(x^2+1)^2}$$ ១ពិន្ទុ

y មានបរមាតែមួយគត់បើ y' មានឫសតែ១គត់ ១ពិន្ទុ

ដូចនេះត្រូវអោយ $\boxed{b=0}$ ១ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

II. (១០ពិន្ទុ)

រកចំលើយនៃសមីការ $y''+4y=0$

សមីការសំគាល់ $r^2+4=0$ សមមូល $r^2=-4$ សមមូល $r=\pm 2i$ ២ពិន្ទុ

គេបានចំលើយទូទៅនៃសមីការ $y=A\cos 2x+B\sin 2x$ ដែល $A\in R$; $B\in R$ ២ពិន្ទុ

~~២ពិន្ទុ~~

ដោយ $\begin{cases} y(0)=A\cos 0+B\sin 0=1 \\ y'(0)=-2A\sin 0+2B\cos 0=-1 \end{cases}$ ២ពិន្ទុ

សមមូល $\begin{cases} A=1 \\ B=-\frac{1}{2} \end{cases}$ ២ពិន្ទុ

ដូចនេះចំលើយនៃសមីការគឺ $\boxed{y=\cos 2x-\frac{1}{2}\sin 2x}$ ២ពិន្ទុ

III. (១០ពិន្ទុ)

រកកំពូល S និងកំនុំ F នៃចាក់ភ្លូល

$x^2-4x-12y+16=0$

សមមូល $x^2-4x+4-12y+12=0$ ១ពិន្ទុ

សមមូល $(x-2)^2-12(y-1)=0$ ១ពិន្ទុ

សមមូល $(x-2)^2=12(y-1)$ ១ពិន្ទុ

ទំរង់ស្តង់ដានៃសមីការចាក់ភ្លូលនេះគឺ: $(x-h)^2=4p(y-k)$ ២ពិន្ទុ

គេទាញបាន

$h=2, k=1$ ដោយ $S(h;k)$ នោះ $S(2;1)$ ២ពិន្ទុ

$4p=12$ ឬ $p=3$ ដោយ $F(h;k+p)$ នោះ $F(2;4)$ ២ពិន្ទុ

ដូចនេះ $\boxed{S(2;1) \text{ និង } F(2;4)}$ ១ពិន្ទុ

IV. (ពិន្ទុ ១០)

<u>រកប្រូបាបជ្រើសរើសបានប្រុស២និងស្រី១</u>

- ចំនួនករណីអាច :

  យក 3 ក្នុង 10 ជាបន្សំ $C(10;3)=\frac{10\times 9\times 8}{3\times 2\times 1}=120$ ២ពិន្ទុ

- ចំនួនករណីជ្រើសរើសបានប្រុស 2 នាក់ :

  $C(6;2)=\frac{6\times 5}{2}=15$ ២ពិន្ទុ

- ចំនួនករណីជ្រើសរើសបានស្រី 1 នាក់ :

  $C(4;1)=4$ ២ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

- ចំនួនករណីជ្រើសរើសបានប្រុស 2 នាក់និងស្រី 1 នាក់ :

$C(6;2) \times C(4;1) = 15 \times 4 = 60$ ២ពិន្ទុ

- ប្រូបាបជ្រើសរើសបានប្រុស 2 និងស្រី 1 :

$P(\text{ ប2និងស1 }) = \frac{60}{120} = 0,5$ ២ពិន្ទុ

V. (១៥ពិន្ទុ)១. (៩ពិន្ទុ) កំនត់ចំនួនពិត x និង y :

$2xi - y = \frac{3+3i-2i-2i^2}{i-2}$ ២ពិន្ទុ

$= \frac{5+i}{-2+i}$ ១ពិន្ទុ

$= \frac{(5+i)(-2-i)}{(-2)^2-i^2}$ ១ពិន្ទុ

$-y+2xi = \frac{-9}{5} + \frac{-7i}{5}$ ១ពិន្ទុ

$\begin{cases} -y = -\frac{9}{5} \\ 2x = -\frac{7}{5} \end{cases}$ ១ពិន្ទុ

១ពិន្ទុ

$\boxed{\begin{cases} y = \frac{9}{5} \\ x = -\frac{7}{10} \end{cases}}$ ២ពិន្ទុ

ខ-(៦ពិន្ទុ) សរសេរ $(1+Z)^4$ ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ :

$(1+Z)^4 = \left(1+\cos\frac{2\pi}{9} + i\sin\frac{2\pi}{9}\right)^4 = \left(2\cos^2\frac{\pi}{9} + i2\cos\frac{\pi}{9}\sin\frac{\pi}{9}\right)^4$ ២ពិន្ទុ

$= \left[2\cos\frac{\pi}{9}\left(\cos\frac{\pi}{9} + i\sin\frac{\pi}{9}\right)\right]^4$ ២ពិន្ទុ

$\boxed{(1+Z)^4 = 16\cos^4\frac{\pi}{9}\left(\cos\frac{4\pi}{9} + i\sin\frac{4\pi}{9}\right)}$ ២ពិន្ទុ

VI. (១៥ពិន្ទុ)១-(៩ពិន្ទុ)កំនត់ចំនួនពិត m ; n និង p :

$g(x) = \frac{m(x^2-2x-3)+n(x-3)+p(x+1)}{x^2-2x-3}$ ១ពិន្ទុ

ចំពោះគ្រប់ $x \in]-1;3[$

$g(x) = \frac{mx^2+(-2m+n+p)x+(-3m-3n+p)}{x^2-2x-3}$ ២ពិន្ទុ

តែ $g(x) = \frac{x^2+x-6}{x^2-2x-3}$

គេបាន $\begin{cases} m = 1 & \text{ ១ពិន្ទុ} \\ -2m+n+p = 1 & (1) \text{ ១ពិន្ទុ} \\ -3m-3n+p = -6 & (2) \text{ ១ពិន្ទុ} \end{cases}$

www.pisethsok.wordpress.com

$(1): p = 3 - n$ ១ពិន្ទុ

$(2): n = \frac{3}{2}$ ១ពិន្ទុ

$p = \frac{3}{2}$ ១ពិន្ទុ

$\boxed{m = 1 ; n = \frac{3}{2} ; p = \frac{3}{2}}$

២.(៦ពិន្ទុ) $I = \int_0^2 \left[1 + \frac{3}{2(x+1)} + \frac{3}{2(x-3)}\right]dx$ ១ពិន្ទុ

$= \int_0^2 \left[1 + \frac{3(x+1)'}{2(x+1)} + \frac{3(x-3)'}{2(x-3)}\right]dx$ ២ពិន្ទុ

$= \left[x + \frac{3}{2}\ln|x+1| + \frac{3}{2}\ln|x-3|\right]_0^2$ ២ពិន្ទុ

$\boxed{I = 2}$ ១ពិន្ទុ

VII. (ពិន្ទុ២៥)

1. (ពិន្ទុ ៥) <u>សមីការប្លង់ (P)</u>

$\overrightarrow{AK}(0-3 ; -1-2 ; 3-0)$

$\overrightarrow{AK}(-3 ; -3 ; 3)$ ១ពិន្ទុ

ប្លង់ (P)មានវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់ $\overrightarrow{AK}$

(P) មានសមីការ : $-3x - 3y + 3z + d = 0$ ១ពិន្ទុ

(P) កាត់តាម $A(3 ; 2 ; 0) : -3(3) - 3(2) + 3(0) + d = 0$

$d = 15$ ១ពិន្ទុ

$\boxed{(P) : -3x - 3y + 3z + 15 = 0 \quad (\text{ ឬ } (P) : -x - y + z + 5 = 0)}$ ២ពិន្ទុ

2. (ពិន្ទុ ៥) <u>ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា B , C , D ជាចំនុចរបស់ប្លង់ (P)</u>

$B(5 ; 0 ; 0) : -5 - 0 + 0 + 5 = 0$

$0 = 0$ ១ពិន្ទុ

$C(0 ; 5 ; 0) : -0 - 5 + 0 + 5 = 0$

$0 = 0$ ១ពិន្ទុ

$D(0 ; 0 ; -5) : -0 - 0 - 5 + 5 = 0$

$0 = 0$ ១ពិន្ទុ

ដូចនេះចំនុច B , C ,Dជាចំនុចរបស់ប្លង់ (P) ២ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

VIII-(៣០ពិន្ទុ) 1. (៨ពិន្ទុ)គណនា $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ & $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}\left[1+2(\frac{\ln x}{x})\right] = -\infty$ ១ពិន្ទុ

ព្រោះ $\lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty$ & $\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{x} = -\infty$ ១ពិន្ទុ

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty}\left[1+2(\frac{\ln x}{x})\right]$

$= 1+2\lim_{x\to +\infty}(\frac{\ln x}{x}) = 1$ ១ពិន្ទុ

ព្រោះ $\lim_{x\to +\infty}(\frac{\ln x}{x}) = 0$ ១ពិន្ទុ

កំនត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរនិងផេកនៃក្រាប(C) :

$y = f(x) = 1+2\left(\frac{\ln x}{x}\right)$

ដោយ $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ (សំរាយបញ្ជាក់ខាងលើ) ១ពិន្ទុ

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់មានសមីការ } x=0 \text{ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ}(C)}$ ១ពិន្ទុ

ដោយ $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 1$ (សំរាយបញ្ជាក់ខាងលើ) ១ពិន្ទុ

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់មានសមីការ } y=1 \text{ ជាអាស៊ីមតូតផេកនៃ}(C)}$ ១ពិន្ទុ

2. (៩ពិន្ទុ)

គណនា $f'(x)$:

$f'(x) = 2\left[\frac{(\ln x)'x - \ln x(x)'}{x^2}\right]$ ១ពិន្ទុ

$\boxed{f'(x) = 2(\frac{1-\ln x}{x^2})}$ ចំពោះ $x>0$ ១ពិន្ទុ

$f'(x)$ មានសញ្ញាដូចសញ្ញានៃ$(1-\ln x)$ ចំពោះ$x>0$ ។ ១ពិន្ទុ

$1-\ln x<0$ គេបាន $\ln x>1$ ហើយ $x>e$

$f'(x)<0$ ចំពោះ $x>e$ ១ពិន្ទុ

$1-\ln x=0$ គេបាន $\ln x=1$ ហើយ $x=e$

$f'(x)=0$ ចំពោះ $x=e$ ១ពិន្ទុ

$1-\ln x>0$ គេបាន $\ln x<1$ ហើយ $0<x<e$

$f'(x)>0$ ចំពោះ $0<x<e$ ១ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

3. (ពិន្ទុ ១០) <u>គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ BCD</u>

$$S_{BCD} = \frac{1}{2}\left\|\vec{BC}\times\vec{BD}\right\|$$ ១ពិន្ទុ

$\vec{BC}(0-5;5-0;0-0)$, $\vec{BC}(-5;5;0)$ ១ពិន្ទុ

$\vec{BD}(0-5;0-0;-5-0)$, $\vec{BD}(-5;0;-5)$ ១ពិន្ទុ

$$\vec{BC}\times\vec{BD} = \begin{vmatrix}5 & 0\\ 0 & -5\end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix}-5 & 0\\ -5 & -5\end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix}-5 & 5\\ -5 & 0\end{vmatrix}\vec{k}$$ ២ពិន្ទុ

$$= -25\vec{i} - 25\vec{j} + 25\vec{k}$$ ២ពិន្ទុ

$$\left\|\vec{BC}\times\vec{BD}\right\| = \sqrt{(-25)^2 + (-25)^2 + (25)^2} = 25\sqrt{3}$$ ១ពិន្ទុ

$$S_{BCD} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$$ ១ពិន្ទុ

$$\boxed{S_{BCD} = \frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា}}$$ ១ពិន្ទុ

4. (ពិន្ទុ ៥) <u>គណនា AK</u>

$\vec{AK}(-3;-3;3)$

$$AK = \left\|\vec{AK}\right\| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 3^2}$$ ១ពិន្ទុ

$$AK = 3\sqrt{3}$$ ១ពិន្ទុ

<u>ទាញរកមានតម្លៃនៃមាឌ KBCD</u>

[AK] កែងនឹងប្លង់ (P)នាំអោយ [AK]ជាកំពស់

មានតម្លៃនៃមាឌ KBCD :

$$V_{KBCD} = \frac{1}{3}AK\times S_{BCD}$$ ១ពិន្ទុ

$$= \frac{1}{3}\times 3\sqrt{3}\times\frac{25\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{75}{2}$$ ១ពិន្ទុ

$$\boxed{V_{KBCD} = \frac{75}{2} \text{ ឯកតាមាឌ}}$$ ១ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

សង់ពាក្យអថេរភាពនៃ f :

$f(e) = 1 + \frac{2}{e} = 1,7$

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	0	-	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	1,7	↘	1

ពិន្ទុ

3. (ខពិន្ទុ)

កំនត់ក្រូអរដោនេនៃចំនុចប្រសក្រូA :

សមីការអាប់ស៊ីស $: 1 + 2\left(\frac{\ln x}{x}\right) = 1$ ១ពិន្ទុ

$\ln x = 0$ ១ពិន្ទុ

$x = 1 \; ; \; y = 1$

ដូចនេះ $\boxed{A(1\,;1)}$ ១ពិន្ទុ

សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះ (L):

$f'(1) = \frac{2(1-\ln 1)}{1^2} = 2$ ១ពិន្ទុ

$(L): y - 1 = 2(x-1)$ ១ពិន្ទុ

$\boxed{(L): y = 2x - 1}$ ១ពិន្ទុ

4. (៧ពិន្ទុ)

គណនា $f(\frac{1}{2}) = 1 - 4\ln 2 = -1,8$

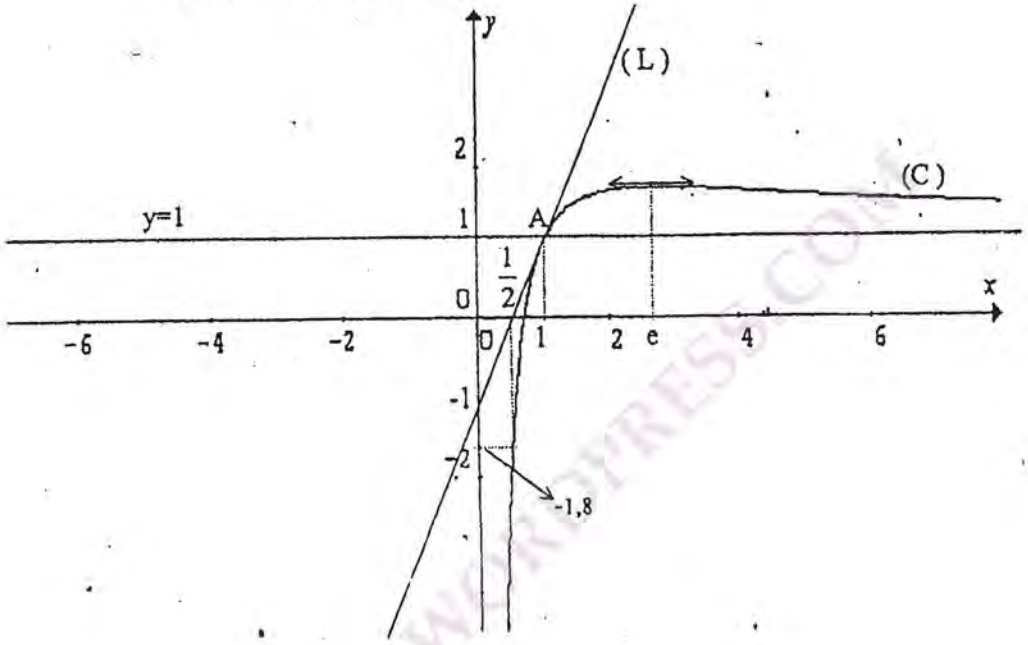
១ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

១ពិន្ទ

សង់បន្ទាត់ប៉ះ(L) អាស៊ីមតូត និងខ្សែកោង(C) :

x	0	1
y =2x-1	-1	1



WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា (1) លេខបន្ទប់ : ២៤

ប្រលងឆមាសលើកទី១ ថ្នាក់ទី១២ លេខតុ : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុកា : សម្រាប់ប្រលង : ០៣ មីនា ២០០៥ បណ្ណលម្អិត : .....

១..... នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន : .....

២..... ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

លេខសំងាត់ ...

* បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសំគាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រលងឡើយ។ សន្លឹកប្រលងណាដែលមានសញ្ញាសំគាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។

.....

លេខសំងាត់

ពិណ្ណាសា : គណិតវិទ្យា យេះពេល : ១២០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ : ១. បេក្ខជន*ត្រូវឆ្លងខ្ទង់លើទំព័រទី២* ផ្នែកខាងលើដែលគេត្រូវកាត់ចេញ។

២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចម្លើយនៃសំណួរបន្ត*នៅលើទំព័រទី២ និងទី៣* ។

I.(១០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំនត់ដោយ $f(x)=\frac{1-\cos 2x}{x^2}$ ចំពោះ $x\neq 0$ ហើយ $f(0)=\ln(m-1)$ ។

គណនា $\lim_{x\to 0} f(x)$ ។ កំនត់តំលៃ m ដើម្បីអោយ f ជាអនុគមន៍ជាប់នៅត្រង់ $x=0$ ។

II.(១៥ពិន្ទុ) ១.(៥ពិន្ទុ) កំនត់សមីការនៃបន្ទាត់(L) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង(H) តាង $y=x\ln x-1$ នៅត្រង់ចំនុច $A(1;-1)$ ។

២.(៦ពិន្ទុ) កំនត់ក្រមអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្ធ B រវាងបន្ទាត់(L) និងខ្សែកោង(K) តាង $y=x+e^x-3$ ។

III. (២០ពិន្ទុ) Z និង W ជាចំនួនកុំផ្លិចដែល $Z=-2+2\sqrt{3}i$ និង $W=x(x-i)+y(y+i)$ ដែល $x;y\in\mathbb{R}$ ។

១.(៥ពិន្ទុ) សរសេរ Z ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ ។

២.(៥ពិន្ទុ) សរសេរ Z^3 ជារាង $a+bi$ ។

៣.(១០ពិន្ទុ) គណនា x និង y បើ $W=Z^3$ ។

IV.(២០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ g កំនត់ដោយ $g(x)=xe^{-x}-ae^{-x}$ ហើយមានក្រាប(C) និង a ជាចំនួនថេរ ។

១.(៥ពិន្ទុ) គណនា $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ ។ កំនត់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប(C) កាលណា $x\to+\infty$ ។

២.(១៥ពិន្ទុ) គណនាដេរីវេទីមួយ $g'(x)$ និងដេរីវេទីពីរ $g''(x)$ ។

កំនត់ចំនួនពិត a ដើម្បីអោយអនុគមន៍ g មានអតិបរមាត្រង់ $x=1$ ។

V. (៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំនត់ដោយ $f(x)=\frac{x^2+6x}{2(x^2-2x+2)}$, (C)ជាក្រាបនៃ f នៅក្នុងតំរុយអរតូនរម៉ាល់ $(O;\vec{i},\vec{j})$ ។

១.(១ពិន្ទុ) បញ្ជាក់ថា f កំនត់បានចំពោះគ្រប់ $x\in\mathbb{R}$ ។

២.(៣ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃ f កាលណា x ខិតទៅ $+\infty,-\infty$ រួចទាញថា (C) មានអាស៊ីមតូតមួយ ដោយបញ្ជាក់សមីការនៃអាស៊ីមតូតនោះ ។

៣.(១០ពិន្ទុ) គណនា $f'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ ទាញថា f មានអតិបរមាមួយនិងអប្បបរមាមួយ រួចគណនាតំលៃបរមាទាំងនោះ ។

៤.(៣ពិន្ទុ) គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

៥.(១ពិន្ទុ) គណនាកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង(C)និងអ័ក្សទាំងពីរនៃតំរុយ និងចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោងនិងអាស៊ីមតូតដេក ។

៦.(៧ពិន្ទុ) គណនា f(2) និង f(3) ។ សង់ (C) ។

VI. (៣០ពិន្ទុ) នៅក្នុងតំរុយអរតូនរម៉ាល់ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន$(0;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ គេអោយចំនុច A(1;1;0), B(0;2;2) និង C(1;-2;3) ។

១.(៧ពិន្ទុ) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ$\vec{AB}\times\vec{AC}$ រួចទាញថាចំណុច A,B,C មិនឋិតនៅលើបន្ទាត់តែមួយ ។

២.(៥ពិន្ទុ) រកសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាមចំណុច A,B និង C ។

៣.(១១ពិន្ទុ) រកសមីការម៉ាត្រីម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (L)ដែលកាត់តាមចំណុច D(1;-2;0) ហើយកែងនឹង ប្លង់(P) រួចរកកូអរដោនេនៃចំណុច M ប្រសព្វរវាងប្លង់ (P)និងបន្ទាត់ (L) ។

៤.(៧ពិន្ទុ) រកសមីការស្ហ្វែរដែលកាត់តាមចំណុច A,B,C និង D ។

<u>ចម្លើយ</u>

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

③ (1) 76

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា

ប្រលងឆមាសលើកទី១ ថ្នាក់ទី១២

សម៉ោងប្រលង : ១៨ មីនា ២០០៥

អត្រាកំណត់គណិតវិទ្យា

I.

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{x^2}$$

$$= 2\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$$ ៣ពិន្ទុ

$$\boxed{\lim_{x\to 0} f(x) = 2}$$ ២ពិន្ទុ

f ជាអនុគមន៍ជាប់ក្រង់ $x = 0$ លុះត្រាតែ $\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$ ២ពិន្ទុ

លុះត្រាតែ $2 = \ln(m-1)$

លុះត្រាតែ $m - 1 = e^2$

ដូចនេះ: $\boxed{m = e^2 + 1}$ ៣ពិន្ទុ

II. ១. កំនត់សមីការបន្ទាត់ប៉ះ(L) :

$(L): y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0)$ ១ពិន្ទុ

$(L): y + 1 = y'(1)(x - 1)$ ២ពិន្ទុ

តែ $y' = \ln x + 1$ ២ពិន្ទុ

$y'(1) = \ln 1 + 1 = 1$ ២ពិន្ទុ

ដូចនេះ: $\boxed{(L): y = x - 2}$ ២ពិន្ទុ

២. កំនត់កូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្ធB :

សមីការអាប់ស៊ីស : $x + e^x - 3 = x - 2$ ២ពិន្ទុ

$e^x = 1$

$x = 0$ ២ពិន្ទុ

$y = 0 - 2 = -2$

ដូចនេះ: $\boxed{B(0\ ;-2)}$ ២ពិន្ទុ

III.

១. សរសេរZ ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ

$Z = -2 + 2\sqrt{3}i$ ១ពិន្ទុ

$= 4(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)$ ២ពិន្ទុ

$= 4(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3})$ ២ពិន្ទុ

www.pisethsok.wordpress.com

អ្នកនេះ: $\boxed{Z = 4(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3})}$

២. សរសេរ Z^3 ជាទម្រង់ $a+bi$

$Z^3 = 4^3(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3})^3$ ១ពិន្ទុ

$= 64(\cos 2\pi + i\sin 2\pi)$ ២ពិន្ទុ

$= 64(1 + i.0) = 64 + 0.i$ ២ពិន្ទុ

អ្នកនេះ: $\boxed{Z^3 = 64 + 0.i}$

៣. គណនា x និង y បើ $W = Z^3$

$W = Z^3$

សមមូល $x(x-i) + y(y+i) = 64 + 0.i$ ១ពិន្ទុ

សមមូល $(x^2 + y^2) + (y-x)i = 64 + 0.i$ ១ពិន្ទុ

សមមូល $\begin{cases} x^2 + y^2 = 64 & (1) \\ y - x = 0 & (2) \end{cases}$ ២ពិន្ទុ

$(2): y = x$ យកតម្លៃ y ទៅជំនួសក្នុង(1) ១ពិន្ទុ

$x^2 + x^2 = 64$ ១ពិន្ទុ

សមមូល $2x^2 = 64$ ។ $x^2 = 32$ ១ពិន្ទុ

នាំអោយ $x = \pm 4\sqrt{2}$ ២ពិន្ទុ

អ្នកនេះ: $\boxed{x = y = \pm 4\sqrt{2}}$ ១ពិន្ទុ

IV. ១. គណនា $\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty}(xe^{-x} - ae^{-x})$

$= \lim_{x\to+\infty} xe^{-x} - \lim_{x\to+\infty}\frac{a}{e^x}$ ១ពិន្ទុ

ដោយ $\lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = 0$; $\lim_{x\to+\infty}\frac{a}{e^x} = 0$

អ្នកនេះ: $\boxed{\lim_{x\to+\infty} g(x) = 0}$ ២ពិន្ទុ

កំនត់សមីការអាស៊ីមតូតដេក :

ដោយ $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 0$

នោះ: $\boxed{\text{បន្ទាត់មានសមីការ } y = 0 \text{ ជាអាស៊ីមតូតដេកនៃ}(C) \text{ កាលណា } x \to +\infty}$ ២ពិន្ទុ

២. គណនាដេរីវេទីមួយ $g'(x)$ និងដេរីវេទីពីរ $g''(x)$:

$g(x) = e^{-x}(x-a)$

$g'(x) = (-x)'e^{-x}(x-a) + e^{-x}(x-a)'$ ២ពិន្ទុ

$\boxed{g'(x) = e^{-x}(-x+a+1)}$ ២ពិន្ទុ

$g''(x) = (-x)'e^{-x}(-x+a+1) + e^{-x}(-x+a+1)'$ ១ពិន្ទុ

$\boxed{g''(x) = e^{-x}(x-a-2)}$ ២ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

កំនត់តំលៃa :

g មានអតីបរមាត្រង់x = 1 លុះត្រាតែ $\begin{cases} g'(1)=0 \\ g''(1)<0 \end{cases}$ (1) ២ពិន្ទុ

តែ $g'(1)=e^{-1}(-1+a+1)=ae^{-1}$ ១ពិន្ទុ

$g''(1)=e^{-1}(1-a-2)=(-a-1)e^{-1}$ ១ពិន្ទុ

តាម(1)គេបាន : $\begin{cases} ae^{-1}=0 \\ (-a-1)e^{-1}<0 \end{cases}$ ។ $\begin{cases} a=0 \\ a>-1 \end{cases}$ ២ពិន្ទុ

ដូចនេះ $\boxed{a=0}$ ២ពិន្ទុ

១. <u>បញ្ជាក់ថា f កំនត់បានចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$</u>

x^2-2x+2 មានឌីសគ្រីមីណង់ $\Delta=4-8=-4<0$; $\Delta'=-1<0$

ដូចនេះ គ្រប់$x \in \mathbb{R}$, $x^2-2x+2>0$

f កំនត់បានចំពោះគ្រប់$x \in \mathbb{R}$ ១ពិន្ទុ

២. <u>គណនាលីមីត</u>

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x^2}{2x^2}=\frac{1}{2}$ ១ពិន្ទុ

ដូចនេះ (C)មានអាស៊ីមតូតដេកមួយ ១ពិន្ទុ

គឺបន្ទាត់ $y=\frac{1}{2}$ ១ពិន្ទុ

៣. <u>គណនា$f'(x)$</u>

$f'(x)=\frac{(x^2+6x)'(x^2-2x+2)-(x^2+6x)(x^2-2x+2)'}{2(x^2-2x+2)^2}$ ១ពិន្ទុ

$f'(x)=\frac{-8x^2+4x+12}{2(x^2-2x+2)^2}$ ២ពិន្ទុ

$=\frac{2(-2x^2+x+3)}{(x^2-2x+2)^2}$ ១ពិន្ទុ

<u>សញ្ញានៃ $f'(x)$</u>

ដោយ $(x^2-2x+2)^2>0$ ចំពោះគ្រប់ $x \in \mathbb{R}$, ១ដោះ

$f'(x)$ មានសញ្ញាដូច $-2x^2+x+3$ ។ ១ពិន្ទុ

$-2x^2+x+3=0$ នាំអោយ $x_1=-1$, $x_2=\frac{3}{2}$ ១ពិន្ទុ

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

១ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

(6) ១ញ្ញត្តិថាតើមានអតិបរមា១និងអប្បបរមា១ (4) 79

ក្រង់ $x=-1$, $f(x)=0$ និង $f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី $-$ ទៅ $+$.

ដូចនេះ f មានអប្បបរមាមួយ ។ ១ពិ

ក្រង់ $x=\frac{3}{2}$, $f(x)=0$ និង $f'(x)$ ប្តូរសញ្ញាពី $+$ ទៅ $-$

ដូចនេះ f មានអតិបរមាមួយ ។ ១ពិ

• តម្លៃបរមា

អតិបរមា : $f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{2}$ ១ពិន្ទុ

អប្បបរមា : $f(-1)=\frac{-1}{2}$ ១ពិន្ទុ

៤. តារាងអថេរភាព

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$	(1)
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$		(1)
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	↘	$\frac{-1}{2}$	↗	$\frac{9}{2}$	↘	$\frac{1}{2}$	(1)

៣ពិន្ទុ

៥. ស្វែងរកនូវចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) និងអ័ក្ស

$$y=\frac{x^2+6x}{2(x^2-2x+2)}$$

$y=0$, $x^2+6x=0$

$x=0$, $x=-6$ ១ពិន្ទុ

x	0	-6
y	0	0

២ពិន្ទុ

ចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតដេក

$\frac{x^2+6x}{2(x^2-2x+2)}=\frac{1}{2}$, $x=\frac{1}{4}$ → (1) ២ពិន្ទុ

→ (1)

$(x=\frac{1}{4}, y=\frac{1}{2})$ ១ពិន្ទុ

៦. គណនា $f(2)$ និង $f(3)$

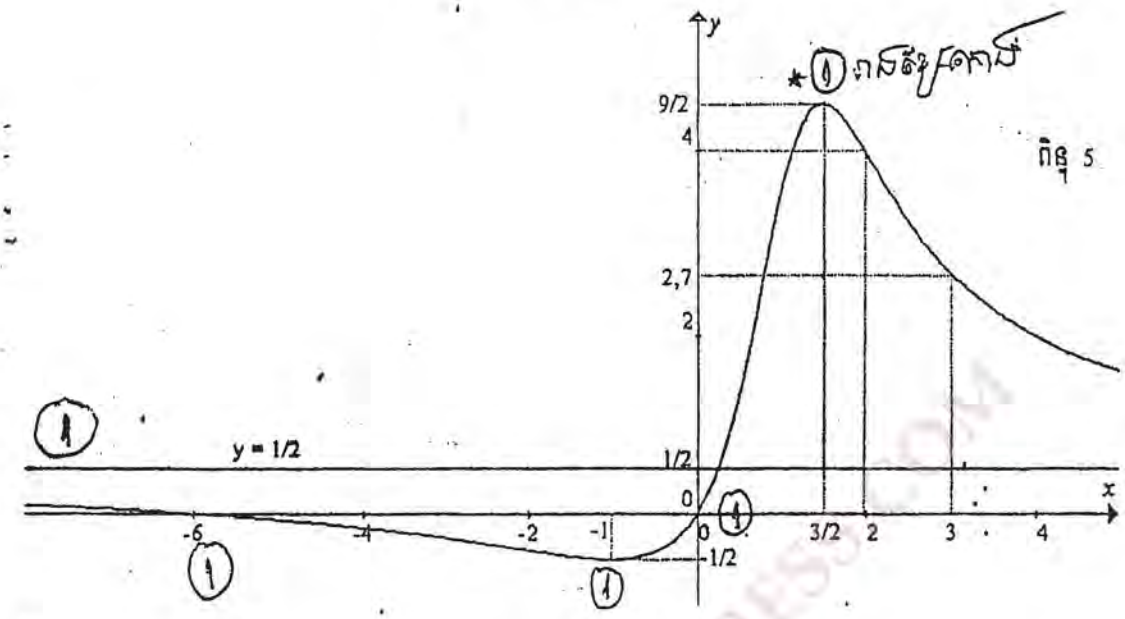
$$f(2)=\frac{4+12}{2(4-4+2)}=4$$ ១ពិន្ទុ

$$f(3)=\frac{9+18}{2(9-6+2)}=\frac{27}{10}=2,7$$ ១ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

(7) 80

<u>សង់ (C)</u> (5)



ពិន្ទុ 5

VI.

១. <u>គណនា $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$</u>

$A(1;1;0)$, $B(0;2;2)$, $C(1;-2;3)$

$\overrightarrow{AB}(-1;1;2)$ ពិន្ទុ 1

$\overrightarrow{AC}(0;-3;3)$ ពិន្ទុ 1

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -1 & 1 & 2\\ 0 & -3 & 3\end{vmatrix}$$ ពិន្ទុ 1

$$=\begin{vmatrix}1 & 2\\ -3 & 3\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}-1 & 2\\ 0 & 3\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}-1 & 1\\ 0 & -3\end{vmatrix}\vec{k}$$ ពិន្ទុ 1

$$=(3+6)\vec{i}-(-3-0)\vec{j}+(3-0)\vec{k}$$ ពិន្ទុ 1

$$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=9\vec{i}+3\vec{j}+3\vec{k}$$ ពិន្ទុ 1

<u>ទាញថាចំណុច A,B,C មិនស្ថិតលើបន្ទាត់តែមួយ</u>

ដោយ $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\neq\vec{0}$

ដូចនេះ $\overrightarrow{AB}$ និង $\overrightarrow{AC}$ មិនកូលីនេអ៊ែ

ហេតុនេះ ចំណុច A,B,C មិនស្ថិតលើបន្ទាត់តែមួយ ។ ពិន្ទុ 1

២ <u>សមីការប្លង់ (P)</u>

ដោយចំណុច A,B,C មិនស្ថិតក្រោមខ្នាត នោះមានប្លង់ (P) តែមួយកាត់ដែលកាត់តាមចំណុច A,B,C

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

8 6 81

ឬធ (P)ម៉ានវ៉ិចទ័រនេរម៉ាល់ $\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC}$ ពិន្ទុ ១

ដូចនេះ $\vec{n}(9;3;3)$

(P): $9x + 3y + 3z + d = 0$ ពិន្ទុ ១

(P) កាត់តាម A: $9 + 3 + 0 + d = 0$

$d = -12$ ពិន្ទុ ១

(P): $9x + 3y + 3z - 12 = 0$ ពិន្ទុ ១

(P): $3x + y + z - 4 = 0$ ពិន្ទុ ១

ញ. <u>សមីការញ៉ាក់ម៉ែតនៃបន្ទាត់(L)</u>

(L) ⊥ (P) នាំអោយ (L) // $\vec{n}(9;3;3)$ ១ពិន្ទុ

(L) កាត់តាម D(1 ; -2 ; 0) ១ពិន្ទុ

សមីការញ៉ាក់ម៉ែតនៃបន្ទាត់ (L) គឺ :

$$(L)\begin{cases} x = 1 + 9t & (1) \\ y = -2 + 3t & (1) \\ z = 3t, \ t \in \mathbb{R} & (1) \end{cases}$$ ៣ពិន្ទុ

<u>កូអរដោនេ នៃចំណុចប្រសព្ធ M</u>

$$\begin{cases} 3x + y + z - 4 = 0 \\ x = 1 + 9t \\ y = -2 + 3t \\ z = 3t \end{cases}$$ ១ពិន្ទុ

យើងបាន:

$3(1 + 9t) + (-2 + 3t) + 3t - 4 = 0$

$t = \frac{1}{11}$ ១ពិន្ទុ

$x = 1 + \frac{9}{11} = \frac{20}{11}$ ១ពិន្ទុ

$y = -2 + \frac{3}{11} = \frac{-19}{11}$ ១ពិន្ទុ

$z = \frac{3}{11}$ ១ពិន្ទុ

ដូចនេះ $M(\frac{20}{11}; \frac{-19}{11}; \frac{3}{11})$ ១ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOKWORDPRESS.COM

៤. <u>សមីការស្ទែ</u>

សមីការទូទៅនៃស្ទែគឺ :

$$x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$$ ១ពិន្ទុ

ស្ទែកាត់តាមចំណុច A , B , C , D :

$$\begin{cases} 1+1+0-2a-2b-2c\times 0+d=0 \\ 0+4+4-2a\times 0-2b\times 2-2c\times 2+d=0 \\ 1+4+9-2a-2b(-2)-2c(3)+d=0 \\ 1+4+0-2a-2b(-2)-2c(0)+d=0 \end{cases}$$ ១ពិន្ទុ

$$\begin{cases} 2-2a-2b+d=0 & (1) \\ 8-4b-4c+d=0 & (2) \\ 14-2a+4b-6c+d=0 & (3) \\ 5-2a+4b+d=0 & (4) \end{cases}$$

$(4)-(1): 3+6b=0 \ , \ b=\frac{-1}{2}$ ១ពិន្ទុ

$(3)-(4): 9-6c=0 \ , \ c=\frac{3}{2}$ ១ពិន្ទុ

$(2): 8-4\left(\frac{-1}{2}\right)-4\left(\frac{3}{2}\right)+d=0 \ , \ d=-4$ ១ពិន្ទុ

$(1): 2-2a-2\left(\frac{-1}{2}\right)-4=0 \ , \ a=\frac{-1}{2}$ ១ពិន្ទុ

ដូចនេះសមីការស្ទែគឺ :

$$x^2+y^2+z^2-2\left(\frac{-1}{2}\right)x-2\left(\frac{-1}{2}\right)y-2\left(\frac{3}{2}\right)z-4=0$$

$$x^2+y^2+z^2+x+y-3z-4=0$$ ១ពិន្ទុ

* <u>លេខ២ខ</u>:

$A(1;1;0)$, $B(0;2;2)$; $C(1;-2;3)$; $D(1;-1;0)$

- រកសមីការប្លង់ (Q) ១ជង្វាក់ទីរង [AB]

$\vec{AB}(-1;1;2)$, I កណ្តាល [AB] $\Rightarrow I\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};1\right)$

$(Q): -(x-\frac{1}{2})+y-\frac{1}{3}+2(z-1)=0$

$-x+y+2z-3=0 \quad (1)$

រកសមីការប្លង់ (R) ១ជង្វាក់ទីរង [AC] : $(R): -y+z-2=0 \quad (2)$

រកសមីការប្លង់ (S) ១ជង្វាក់ទីរង [AD] : $(S): y=-\frac{1}{2} \quad (3)$

WWW.PISETHSOK(WORD)PRESS.COM

(8) (10)

ដោះស្រាយ ប្រព័ន្ធសមីការ $\begin{cases} (1) \\ (2) \\ (3) \end{cases}$

គេបាន: $x = -\frac{1}{2}$; $y = -\frac{1}{2}$; $z = \frac{3}{2}$

+ តាមក្បួន $R^2 = IA^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}$

+ សមីការក្រាហ្វ: $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 + \left(z-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{4}$

$$x^2 + y^2 + z^2 + x + y - 3z - 4 = 0$$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

* បេក្ខជនមនត្រូវទុកសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវចាត់ទុកមិនមានតម្លៃ។

ថ្ងៃ ... ខែ ... ឆ្នាំ ...

លេខសំងាត់

ឯកសារ : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១២០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជន*ត្រូវកត់ត្រាខ្លឹមលើទំព័រទី២* ផ្នែកខាងលើដែលត្រូវកាត់ចេញ ។

២. បេក្ខជនត្រូវសរសេរចម្លើយនៃសំណួរបន្តនៅលើ*ទំព័រទី២ និងទី៣* ។

៣. បេក្ខជនត្រូវកត់ត្រាតាមបណ្ណរចំណាត់ថ្នាក់ណាស*ទំព័រទី២ និងទី៣*សំរាប់សរសេរចម្លើយនៃសំណួរបន្ត ។

I. (១០ពិន្ទុ) កំណត់ក្រុមរង្វង់នៃកំពូល កំណុំ និងសមីការបន្ទាត់ត្រាប់ទិសរបស់ចាក់ប៉ូល $(P): y^2+y+4x-\frac{15}{4}=0$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ g កំណត់ដោយ $g(x)=ax+a+\frac{b}{x+2}$ ចំពោះ $x\neq -2$ ហើយមានក្រាប (H) ។

១. កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ g មានអប្បបរមា $g(0)=2$ ។

២. កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប(H) ចំពោះតំលៃ a និង b ក្នុងសំណួរទី១។

III. (១៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{e^{2x}+e^x+1}{(1+e^x)^2}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

១. កំណត់ចំនួនពិត A និង B ដើម្បីឲ្យ $f(x)=A+\frac{Be^x}{(1+e^x)^2}$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

២. គណនាអាំងតេក្រាលកំណត់ $J=\int_0^1 f(x)dx$ ។

IV. (២០ពិន្ទុ) ១. ដោះស្រាយសមីការ $(E): y''+4y=0$ (តាង y_1 ជាចម្លើយនៃ (E))

២. រកចម្លើយនៃសមីការ (E) ដោយដឹងថា $y(0)=1$ និង $y'(0)=4$ ។

៣. កំណត់ a និង b ដើម្បីឲ្យ$f(x)=ax+b$ ជាចម្លើយនៃសមីការ $(F): y''+4y=x-1$ ។

៤. បង្ហាញថា បើ f(x) ជាចម្លើយនៃ (F) នោះ $y_1+f(x)$ ជាចម្លើយនៃ (F) ។

V. (៣០ពិន្ទុ) គេឲ្យ $y=f(x)=x\ln x-x+1$, x ជាចំនួនពិតវិជ្ជមាន ។

១. រកលីមីត $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ រួចសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ គណនាតំលៃបរមានៃ f ។

៣. គូសតារាងអថេរភាពនៃ f ។

៤. គណនា f(2) ។ រក x បើ $f(x)=1$ ។ (គេឲ្យ $\ln 2=0,69$)

៥. សង់ក្រាបនៃ f នៅក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន$(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ មួយ គេមានចំនុច $A(1;0;1)$, $B(-1;1;2)$, $C(-1;1;0)$ និង $D(2;-1;-2)$ ។

១. កំណត់ក្រុមរង្វង់នៃ $\vec{BA}\times\vec{BC}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

២. កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។ បង្ហាញថា $D\notin(ABC)$ ។

៣. គណនា$(\vec{BA}\times\vec{BC})\cdot\vec{BD}$ ។ ទាញរកមាឌនៃតេត្រាអែត ABCD ។

ចម្លើយ

www.PisethSok.wordpress.com

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

មេរៀនកំណែ តេស្តឆមាស ថ្នាក់ទី12 . ប្រធានបទលេខ២.

(21-06-2005)

②

I៖ (10) **កំណត់រកកូអរដោណេ កំពូល អង្កត់ផ្ចិត និង សមីការ បន្ទាត់ក្រាបនិងតំណាងក្រាហ្ វិចនៃ**

$(P): y^2+y-4x-\frac{15}{4}=0$

$y^2+2y\cdot\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2=-4x+\frac{15}{4}+\frac{1}{4}$ ①

$(y+\frac{1}{2})^2=-4x+4$ ①

$(y+\frac{1}{2})^2=-4(x-1)$ ①

គេបាន: $k=-\frac{1}{2}$; $p=-1$; $h=1$ ①

• កំពូល $S(h;k)$ គឺ $\boxed{S(1;-\frac{1}{2})}$ ②

• កំណុំ $F(h+p;k)$ គឺ $\boxed{F(0;-\frac{1}{2})}$ ②

• ប.ក្រាហ្ វិច $\boxed{x=h-p=2}$ ②

II៖ (11) **1- កំណត់ជំនួសតាម a និង b**

ដើម្បី អោយ g ជានិរន្តរភាពរមា $g(0)=2$

លុះត្រាតែ: $\begin{cases} g(0)=2 & (1) \\ g'(0)=0 & (2) \\ g''(0)>0 & (3) \end{cases}$ ③

• $g'(x)=a-\frac{b}{(x+2)^2}$ ①

• $g''(x)=\frac{2b}{(x+2)^3}$ ①

$(1)\Rightarrow a+\frac{b}{2}=2\Rightarrow 2a+b=4$ (4) ①

$(2)\Rightarrow a-\frac{b}{4}=0\Rightarrow 4a-b=0$ (5) ①

យក $(4)+(5)\Rightarrow 6a=4\Rightarrow a=\frac{2}{3}$ ①

$(4)\Rightarrow b=4-2(\frac{2}{3})=\frac{8}{3}$ ①

• ផ្ទៀងផ្ទាត់: (3) , $2\cdot\frac{8}{3}\cdot\frac{1}{8}=\frac{2}{3}>0$ ពិត ①

ដូចនេះ $\boxed{a=\frac{2}{3}\ ;\ b=\frac{8}{3}}$ ①

2- កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតក្រេចតំណាងក្រាហ្ (H) (4)

• ជំនួស $a=\frac{2}{3}$; $b=\frac{8}{3}$, គេបាន:

$(H): g(x)=\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}+\frac{8}{3x+6}$ ①

ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{8}{3x+6}=0$ ②

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់ } y=\frac{2}{3}x+\frac{2}{3} \text{ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតតំណាងក្រាហ្ (H)}}$ ①

III៖ (6) **1- កំណត់ជំនួសតាម A និង B:**

ចាត់ $f(x)=\frac{e^{2x}+e^x+1}{(1+e^x)^2}$

$=\frac{(e^x)^2+2e^x+1}{(e^x+1)^2}-\frac{e^x}{(e^x+1)^2}$ ②

$=1-\frac{e^x}{(1+e^x)^2}$ ②

• ដើម្បី ឲ្យ $f(x)=A+\frac{Be^x}{(1+e^x)^2}$ ជាចម្លើយ.

គ្រាន់ជំនួសតាម x លុះត្រាតែ:

$\boxed{A=1\ ;\ B=-1}$ ②

2- គណនា $J=\int_0^1 f(x)dx$ (5)

$J=\int_0^1\left(1-\frac{e^x}{(1+e^x)^2}\right)dx$ ①

$=\int_0^1 dx-\int_0^1\frac{(1+e^x)'}{(1+e^x)^2}dx$ ②

$=\left[x+\frac{1}{1+e^x}\right]_0^1$ ②

$=\left(1+\frac{1}{1+e}\right)-\left(0+\frac{1}{1+1}\right)$ ①

$=\frac{e+2}{1+e}-\frac{1}{2}$ ①

$=\frac{2e+4-1-e}{2(1+e)}$ ①

ដូចនេះ $\boxed{J=\frac{e+3}{2(e+1)}}$ ①

IV៖ (5) **1- ដោះស្រាយសមីការ** $(E): y''+4y=0$

• សមីការសំគាល់: $r^2+4=0$ ①

រឿង $r_1=0+2i$; $r_2=0-2i$ ②

www.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ដូច្នេះ ចម្លើយទូទៅ:

$y_1 = A\cos 2x + B\sin 2x$; $(A;B\in\mathbb{R})$ (2)

ក្រុមចំលើយនៃសមីការ (E)

ដោយដឹងថា $y(0)=1$; $y'(0)=4$

$y = A\cos 2x + B\sin 2x$

$y' = -2A\sin 2x + 2B\cos 2x$ (1)

 យើងមាន:

$\begin{cases} y(0)=1 \\ y'(0)=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 1 \\ 2B = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=2 \end{cases}$ (3)

នៅ: $y = \cos 2x + 2\sin 2x$ (1)

 កំណត់ a និង b

បើ $f(x) = ax+b \Rightarrow f'(x) = a \Rightarrow f''(x)=0$ (1)

ដើម្បីឲ្យ $f(x)$ ជាចំលើយនៃសមីការ

(): $y''+4y = x-1$ លុះត្រាតែ

$f''(x)+4f(x) = x-1$ គ្រប់ $\forall x$

$0+4(ax+b) = x-1$: —"— (1)

$4ax+4b = x-1$: —"—

យើងមាន: $\begin{cases} 4a = 1 \\ 4b = -1 \end{cases}$ (1)

នៅ: $a = \frac{1}{4}$; $b = -\frac{1}{4}$ (2)

បង្ហាញថា $y_1 + f(x)$ ជាចំលើយនៃ (F)

y_1 ជាចំលើយនៃសមីការ (E)

$y_1'' + 4y_1 = 0$ តាម (1) (1)

$f(x)$ ជាចំលើយនៃសមីការ (F)

$f''(x) + 4f(x) = x-1$ តាម (2) (1)

យក (1) + (2) គេបាន

$(y_1 + f''(x)) + 4(y_1 + f(x)) = x-1$ តាម (1)

$(y_1 + f(x))'' + 4(y_1 + f(x)) = x-1$ តាម (1)

នៅ: $y_1 + f(x)$ ជាចំលើយនៃ (F) (1)

V. គេមាន $f(x) = x\ln x - x + 1$; $D_f =]0,+$

1- រកលីមីត:

(6)

• $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}(x\ln x - x + 1)$

តាង $t = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{t} = t^{-1}$; $t\to+\infty$

គេបាន: $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{t\to+\infty}\left(\frac{-\ln t}{t} - \frac{1}{t} + 1\right) = \boxed{1}$

(ព្រោះ: $\lim_{t\to+\infty}\frac{\ln t}{t} = 0$; $\lim_{t\to+\infty}\frac{1}{t} = 0$) (1)

• $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x(\ln x - 1 + \frac{1}{x}) = \boxed{+\infty}$

(ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}\ln x = +\infty$; $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x} = 0$) (1)

2- រកណាដេរីវេ:

(6)

$f'(x) = (x\ln x - x + 1)' = \ln x + x\cdot\frac{1}{x} - 1 = \boxed{\ln x}$

⊕ សិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x) = \ln x$; $x>0$

• $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (1)

• $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \ln x < 0 \Leftrightarrow x < 1$ (1)

• $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ (1)

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	

⊕ តម្លៃសម្រួលបរមា:

$f(1) = 1\cdot\ln 1 - 1 + 1 = \boxed{0}$ (1)

3- តារាងសង្ខេបអាចនៃ f

(6)

x	0		1		$+\infty$	(2)
$f'(x)$		−	0	+		(2)
$f(x)$	1	↘	0	↗	$+\infty$	(2)

4- គណនា $f(2)$

(6)

$f(2) = 2\cdot\ln 2 - 2 + 1$

$= 2\cdot(0,69) - 1 = 1,38 - 1$

$= \boxed{0,38}$ (2)

⊕ រក x ដើម្បី $f(x) = 1$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

$f(x) = 1 \; ; \; (x>0)$

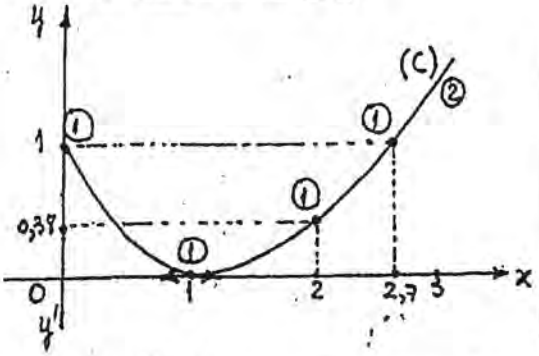
$x\ln x - x + 1 = 1$ (1)

$x(\ln x - 1) = 0$ (1)

$\ln x = 1$ (1)

ដូចនេះ $\boxed{x = e}$ (1)

- សង់ក្រាប (C) នៃអនុគមន៍ f



$A(1;0;1)$; $B(-1;1;2)$; $C(-1;1;0)$

$D(2;-1;-2)$

រកនិងកូអរដោណេនៃ $\vec{BA}\times\vec{BC}$

$\vec{BA}(x_A-x_B ; y_A-y_B ; z_A-z_B) \Rightarrow \vec{BA}(2;-1;-1)$ (1)

$\vec{BC}(x_C-x_B ; y_C-y_B ; z_C-z_B) \Rightarrow \vec{BC}(0;0;-2)$ (1)

$\vec{BA}\times\vec{BC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}$

$\begin{matrix} -1 & -1 \\ 0 & -2 \end{matrix}\Big| \; \vec{i} - \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}\vec{k}$

$2\vec{i} + 4\vec{j} + 0\vec{k}$ (4)

ឧ: $\boxed{\vec{BA}\times\vec{BC}\,(2;4;0)}$ (2)

រកលាតត្រមាណនៃត្រីកោណ ABC

$S = \frac{1}{2}\|\vec{BA}\times\vec{BC}\|$ (2)

$= \frac{1}{2}\sqrt{4+16+0} = \frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{5}$ (1)

ឧ: $\boxed{S_{ABC} = \sqrt{5}\text{ ឯកតាក្រឡា}}$ (1)

2- រកនិងសមីការប្លង់ (ABC)

(12)

ប្លង់ (ABC) មានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល $\vec{n} = \vec{BA}\times\vec{BC}$ (3)

គឺ $\vec{n}(2;4;0)$

គេបាន: $(ABC): 2(x-x_A)+4(y-y_A)+0(z-z_A)=0$ (3) (2)

$: 2(x-1)+4(y-0)+0=0$ (1)

$: 2x-2+4y=0$ (1)

ដូចនេះ $\boxed{(ABC): x+2y-1=0}$ (1)

⊕ បង្ហាញថា $D \notin (ABC)$:

- យកកូអរដោណេចំណុច D ជួសក្នុងសមីការប្លង់(ABC)

គេបាន $x_D + 2y_D - 1 = 0$

$2 + 2(-1) - 1 = 0$ (1)

$-1 = 0$ មិនពិត (1)

ដូចនេះ $\boxed{D \notin (ABC)}$ (1)

3- រកលាន $(\vec{BA}\times\vec{BC})\cdot\vec{BD}$

(11)

- $\vec{BD}(x_D-x_B ; y_D-y_B ; z_D-z_B) \Rightarrow \vec{BD}(3;-2;-4)$ (2)
- $\vec{BA}\times\vec{BC}\,(2;4;0)$

គេបាន $(\vec{BA}\times\vec{BC})\cdot\vec{BD} = 2(3)+4(-2)+0(-4)$ (3)

$= 6-8-0$

$= \boxed{-2}$ (2)

⊕ គណនាកម្រិតនៃចតុមុខ ABCD

$V = \frac{1}{6}\left|(\vec{BA}\times\vec{BC})\cdot\vec{BD}\right|$ (2)

$= \frac{1}{6}|-2| = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ (1)

ដូចនេះ $\boxed{V = \frac{1}{3}\text{ ឯកតាមាឌ}}$ (1)

23.06.2005

ឆ្នាំ ២.ឃ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា (1) លេខបន្ទប់ : .....

ប្រលងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិចំណេះទូទៅ និងបំណិនវិជ្ជា លេខតុ : .....

ឆ្នាំ និងមុខវិជ្ជាអនុវត្ត : សមិយប្រឡង : ៨ សីហា ២០០៥ មណ្ឌលប្រឡង : .....

..... នាមត្រកូល និង នាមខ្លួន : .....

..... ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : ..... អក្សរសម្ងាត់

អ្នកជនមិនត្រូវចុះសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

ឆ្នាំសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្ងាត់

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង្ក្រងសន្លឹកនេះជាពីរ រួចតួសខ្ទែងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវគេកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងតួសខ្ទែងនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវតួសបន្ទាត់បណ្ឌរចំ៣ក់កណ្តាលទំព័រទី២ និង ទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

(១០ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិចពីរ $Z_1 = \dfrac{2\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)^2}{1+i\sqrt{3}}$ និង $Z_2 = (1-i)x + (1-y)(1+i)$ ។

១. សរសេរ Z_1 ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ ហើយសរសេរជាទំរង់ពិជគណិត ។

២. កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឱ្យបាន $2\overline{Z_1} - (Z_2 + y - 1) = 0$ ($\overline{Z_1}$ ជាចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់នៃ Z_1)។

(១៥ពិន្ទុ) ១. ដោះស្រាយសមីការ $(E): y'' + 5y' + 6y = 0$ ។

២. កំណត់ចំម្លើយមួយនៃសមីការ (E) បើគេដឹងថាបន្ទាត់ $(D): y = x - 1$ ប៉ះក្រាបនៃចម្លើយត្រង់ $x = 0$ ។

I. (១៥ពិន្ទុ) ប្រធានវិញ្ញាសាគណិតវិទ្យានៃការប្រឡងមួយ មានលំហាត់ពីជគណិត 6 និង លំហាត់ធរណីមាត្រ 4 ។ បេក្ខជនម្នាក់ៗត្រូវធ្វើលំហាត់ 2 ក្នុងចំណោមលំហាត់ទាំង 10 នេះ ទៅតាមការជ្រើសរើសរបស់ខ្លួន ។

១. រកចំនួនករណីអាច ។

២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ដូចតទៅ :

A: សិស្ស X ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតទាំងពីរ ។

B: សិស្ស Y ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ធរណីមាត្រទាំងពីរ ។

C: សិស្ស Z ម្នាក់ជ្រើសរើសយកលំហាត់ពីជគណិតមួយ និង លំហាត់ធរណីមាត្រមួយ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យអនុគមន៍ $f(x) = \dfrac{3x^2 - 5x - 2}{x(x-1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 0 ; x \neq 1$ ។

១. កំណត់ចំនួនពិត a ; b និង c ដើម្បីឱ្យបាន $f(x) = \dfrac{a}{x} + \dfrac{b}{x-1} + \dfrac{c}{(x-1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 0 ; x \neq 1$ ។

២. គណនា $I = \int_2^3 f(x)dx$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យ $f(x) = e^x$ និង $g(x) = \ln(x+1) + 1$ ។

១. ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាខ្សែកោង $(C_1): y = f(x)$ និង $(C_2): y = g(x)$ មានចំណុចរួម $A(0;1)$ ។

២. គណនា $f'(0)$ និង $g'(0)$ រួចទាញថា (C_1) និង (C_2) ប៉ះគ្នាត្រង់ A ។

៣. សរសេរសមីការបន្ទាត់ប៉ះរួមរវាង (C_1) និង (C_2) ។

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

VI. (២០ពិន្ទុ)៖ នៅក្នុងលំហប្រធាប់ដោយតំរុយអរតូនរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេឲ្យចំណុច $A(0;2;2)$ និង បន្ទាត់ (D) ដែលមានសមីការពារ៉ាម៉ែត

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=2-t\,;\ t\in\mathbb{R} \end{cases}$$

១. បង្ហាញថាប្លង់ $(P): x-y-z+4=0$ កាត់តាម A ហើយកែងនឹងបន្ទាត់ (D) ។

២. ប្លង់ (P) កាត់អ័ក្ស $\overrightarrow{OX}$ ត្រង់ M , $\overrightarrow{OY}$ ត្រង់ N និង $\overrightarrow{OZ}$ ត្រង់ P ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច M , N រួចសង់ចំណុច A , M , N , P នៅក្នុងតំរុយ $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ។

៣. បង្ហាញថាត្រីកោណ MNP ជាត្រីកោណសមមាណ ។

៤. គណនា $\overrightarrow{MP}\times\overrightarrow{MN}$ រួចទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ MNP ។

VII. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x>0$ ដោយ $f(x)=2\left(1-\frac{\ln x}{x}\right)$ ហើយមានក្រាប (C) ។

១. គណនា $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C)

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ កំណត់តំលៃបរមានៃ f ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f

៣. កំណត់កូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្ធ M រវាងក្រាប (C) និង អាស៊ីមតូតដេករបស់វា ។ កំណត់សមីការបន្ទាត់ (L) ដែលប៉ះក្រាប (C) ត្រង់ M ។

៤. សង់បន្ទាត់ (L) និងក្រាប (C) នៅក្នុងតំរុយតែមួយ (យក $e=2,7$; $\frac{2}{e}=0,7$) ។

៥. កំណត់តំលៃនៃចំនួនពិត k ដោយប្រើក្រាប (C) ដើម្បីឲ្យសមីការ $2\left(1-\frac{\ln x}{x}\right)=k$ មានបួស ។

គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់ដែលកំណត់ដោយក្រាប (C) អ័ក្ស $(x'Ox)$ បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$ ។

ចម្លើយ

③ ២០

ប្រលងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ

សម័យប្រលង ថ្ងៃទី ០៨ សីហា ២០០៥

អត្ថាធិប្បាយ គណិតវិទ្យា

(១០ពិន្ទុ) ១_ សរសេរ Z_1 ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ ហើយជាទំរង់ពិជគណិត :

$$Z_1 = \frac{2\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)^2}{1+i\sqrt{3}} = \frac{\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}}{\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}}$$ ២ពិន្ទុ

$$\boxed{Z_1 = \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)}$$ ២ពិន្ទុ

$$\boxed{Z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i}$$ ១ពិន្ទុ

២_ កំណត់ចំនួនពិត x និង y ដើម្បីអោយបាន $2\overline{Z}_1-(Z_2+y-1)=0$:

$2\overline{Z}_1-(Z_2+y-1)=0$

$\sqrt{3}+i-x+xi-1-i+y+yi-y+1=0$

$(\sqrt{3}-x)+(x+y)i=0$ ២ពិន្ទុ

គេទាញបាន $\begin{cases}\sqrt{3}-x=0\\ x+y=0\end{cases}$ ១ពិន្ទុ

$$\boxed{\begin{cases}x=\sqrt{3}\\ y=-\sqrt{3}\end{cases}}$$ ២ពិន្ទុ

]ន : អនុគមន៍អិចស្ប៉ូណង់ស្យែល ប្លុម : B_4 រយៈពេល : ១២ នាទី

១៥ពិន្ទុ)

សមីការសំគាល់ : $r^2+5r+6=0$ ២ពិន្ទុ

$\Delta = 25-24=1$

$r_1=-2$; $r_2=-3$ ២ពិន្ទុ

ចំលើយទូទៅ $y=Ae^{-2x}+Be^{-3x}$ ដែល A & B ជាចំនួនពិត ២ពិន្ទុ

ដោយបន្ទាត់ $y=x-1$ ប៉ះក្រាបនៃចំលើយត្រង់ $x=0$ នោះ $y(0)=0-1=-1$ & $y'(0)=1$ ។

គេបាន : $y(0)=Ae^0+Be^0=-1$ ២ពិន្ទុ

$A+B=-1$ (1)

ម្យ៉ាងទៀត $y'=-2Ae^{-2x}-3Be^{-3x}$ ២ពិន្ទុ

$y'(0)=-2Ae^0-3Be^0=1$

$-2A-3B=1$ (2) ២ពិន្ទុ

(1) : $B=-1-A$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

(2): $-2A-3(-1-A)=1$ ④ 91

$A=-2$ ១ពិន្ទុ

$B=-1-(-2)=1$ ១ពិន្ទុ

ដូចនេះ: $\boxed{y=-2e^{-2x}+e^{-3x}}$ ១ពិន្ទុ

III- (១៥ពិន្ទុ)

ក- (ពិន្ទុ ៣) <u>ចំនួនករណីអាច</u>

$n(S)=C(10;2)$ ពិន្ទុ 1

$=\frac{10\times 9}{2\times 1}$ ពិន្ទុ 1

$=45$ ពិន្ទុ 1

ខ- (ពិន្ទុ ១២) <u>ប្រូបាបនៃA</u>

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{C(6;2)}{45}$ ពិន្ទុ 1

$=\frac{6\times 5}{2\times 45}$ ពិន្ទុ 1

$=\frac{1}{3}$ ពិន្ទុ 2

<u>ប្រូបាបនៃB</u>

$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{C(4;2)}{45}$ ពិន្ទុ 1

$=\frac{4\times 3}{2\times 45}$ ពិន្ទុ 1

$=\frac{2}{15}$ ពិន្ទុ 2

<u>ប្រូបាបនៃC</u>

$P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{C(6;1)\times C(4;1)}{45}$ ពិន្ទុ 1

$=\frac{6\times 4}{45}$ ពិន្ទុ 1

$=\frac{8}{15}$ ពិន្ទុ 2

IV. (១៥ពិន្ទុ)

⑧ ១. កំណត់ចំនួនពិត a ; b និង c :

$f(x)=\frac{a}{x}+\frac{b}{x-1}+\frac{c}{(x-1)^2}=\frac{a(x-1)^2+bx(x-1)+cx}{x(x-1)^2}$

$\frac{3x^2-5x-2}{x(x-1)^2}=\frac{(a+b)x^2+(-2a-b+c)x+a}{x(x-1)^2}$ 3 ពិន្ទុ

គេទាញបាន :

ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

(5)

$$\begin{cases} a+b=3 & (1) \\ -2a-b+c=-5 & (2) \\ a=-2 \end{cases}$$

(1) : $b=3-a=5$

(2) : $c=-5+2(-2)+5=-4$

ដូចនេះ $\boxed{a=-2\ ;\ b=5\ ;\ c=-4}$

(7) ២. គណនា $I=\int_2^3 f(x)dx$:

$$I=\int_2^3 f(x)dx=\int_2^3\left[\frac{-2}{x}+\frac{5}{x-1}+\frac{-4}{(x-1)^2}\right]dx$$

$$=-2\int_2^3\frac{1}{x}dx+5\int_2^3\frac{(x-1)'}{x-1}dx-4\int_2^3\frac{(x-1)'}{(x-1)^2}dx$$

$$=\left[-2\ell nx+5\ell n(x-1)+\frac{4}{x-1}\right]_2^3$$ ព្រោះ $2\le x\le 3\ ;\ 1\le x-1\le 2$ ២ពិន្ទុ

$$=(-2\ell n3+5\ell n2+2)-(-2\ell n2+5\ell n1+4)$$

$$\boxed{I=7\ell n2-2\ell n3-2}$$ ២ពិន្ទុ

V. (១៥ពិន្ទុ)

១. (ពិន្ទុ ៥) <u>ផ្ទៀងផ្ទាត់ថា (C_1) និង (C_2) មានចំនុចរួម $A(0;1)$</u>

$(C_1): y=e^x$, $(C_2): y=\ln(x+1)+1$

យកកូអរដោនេ A ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការនៃ (C_1) និង (C_2) :

$f(0)=e^0=1$ ពិន្ទុ 1

$A\in(C_1)$ ពិន្ទុ 1

$g(0)=\ln(0+1)+1=1$ ពិន្ទុ 1

$A\in(C_2)$ ពិន្ទុ 1

ដូចនេះ (C_1) និង (C_2) មានចំនុចរួម A ។ ពិន្ទុ 1

២. (ពិន្ទុ ៧) <u>គណនា $f'(0)$ និង $g'(0)$</u>

$f'(x)=e^x$ ពិន្ទុ 1

$f'(0)=e^0=1$ ពិន្ទុ 1

$g'(x)=\frac{(x+1)'}{x+1}=\frac{1}{x+1}$ ពិន្ទុ 1

$g'(0)=1$ ពិន្ទុ 1

<u>ទាញថា (C_1) និង (C_2) ប៉ះគ្នាត្រង់ A</u>

$f'(0)=g'(0)=1$ ពិន្ទុ 1

(C_1) និង (C_2) មានចំនុចរួម A ពិន្ទុ 1

ដូចនេះ (C_1) និង (C_2) ប៉ះគ្នាត្រង់ A ។ ពិន្ទុ 1

៣. (ពិន្ទុ ៣) <u>សមីការបន្ទាត់ប៉ះរួមត្រង់ A</u>

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

$y - y_0 = y'_0(x - x_0)$

$y - 1 = 1(x - 0)$ ពិន្ទុ 1

$y = x + 1$ ពិន្ទុ 1

VI. (២០ពិន្ទុ)

ក- (ពិន្ទុ ៤) <u>បង្ហាញថា (P) កាត់តាម A និង (P)⊥(D)</u>

$(P): x - y - z + 4 = 0$, $A(0;2;2)$

យើងបាន $0 - 2 - 2 + 4 = 0$

$0 = 0$ ជ្រៀងផ្ទាត់

ដូចនេះ $A \in (P)$ ពិន្ទុ 1

$$(D): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

$(D) // \vec{U}(1;-1;-1)$ ពិន្ទុ 1

$(P) \perp \vec{n}(1;-1;-1)$ ពិន្ទុ 1

ដោយ $\vec{U} = \vec{n}$

ដូចនេះ $(P) \perp \vec{n}$ នាំអោយ $(P) \perp \vec{U}$

យើងបាន $(P) \perp (D)$ ពិន្ទុ 1

ខ- (ពិន្ទុ ៦) <u>ស្វែងរកនូវចំនុច M , N និង P</u>

- $M \in \vec{ox}$ នាំអោយ $y = z = 0$

ជំនួសក្នុងសមីការ $(P): x = -4$

ដូចនេះ $M(-4;0;0)$ ពិន្ទុ 1

- $N \in \vec{oy}$ នាំអោយ $x = z = 0$

ជំនួសក្នុងសមីការ $(P): y = 4$

ដូចនេះ $N(0;4;0)$ ពិន្ទុ 1

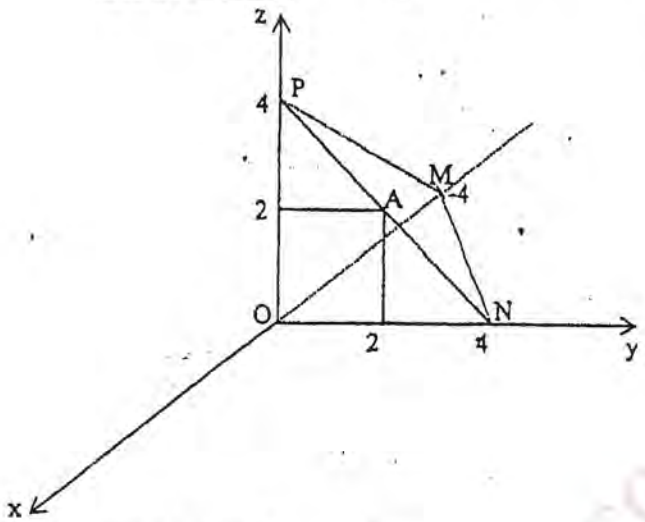
- $P \in \vec{oz}$ នាំអោយ $x = y = 0$

ជំនួសក្នុងសមីការ $(P): z = 4$

ដូចនេះ $P(0;0;4)$ ពិន្ទុ 1

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

<u>សង់ A, M, N, P</u>



ពិន្ទុ 3

គ- (ពិន្ទុ ៤) <u>បង្ហាញថា MNP ជាត្រីកោណសមមុម</u>

$M(-4;0;0)$, $N(0;4;0)$, $P(0;0;4)$

$MN=\sqrt{(-4-0)^2+(0-4)^2+(0-0)^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$ ពិន្ទុ 1

$MP=\sqrt{(0+4)^2+(0-0)^2+(4-0)^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$ ពិន្ទុ 1

$NP=\sqrt{(0-0)^2+(0-4)^2+(4-0)^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$ ពិន្ទុ 1

ដូចនេះ $MN=MP=NP$ នាំអោយ MNP ជាត្រីកោណសមមុម ពិន្ទុ 1

ឃ- (ពិន្ទុ ៦) <u>គណនា $\overrightarrow{MP}\times\overrightarrow{MN}$</u> ។

$\overrightarrow{MP}(0+4;0-0;4-0)$, $\overrightarrow{MP}(4;0;4)$ ពិន្ទុ 1

$\overrightarrow{MN}(0+4;4-0;0-0)$, $\overrightarrow{MN}(4;4;0)$ ពិន្ទុ 1

$$\overrightarrow{MP}\times\overrightarrow{MN}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 4 & 0 & 4\\ 4 & 4 & 0\end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix}0 & 4\\ 4 & 0\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}4 & 4\\ 4 & 0\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}4 & 0\\ 4 & 4\end{vmatrix}\vec{k}$$ ពិន្ទុ 1

$\overrightarrow{MP}\times\overrightarrow{MN}=-16\vec{i}+16\vec{j}+16\vec{k}$ ពិន្ទុ 1

<u>ទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណMNP</u>

$S=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MP}\times\overrightarrow{MN}\right\|$ ពិន្ទុ 1

$=\frac{1}{2}\sqrt{16^2+16^2+16^2}=\frac{1}{2}\times16\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

$S=8\sqrt{3}$ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា ពិន្ទុ 1

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

VII. (៣៥ពិន្ទុ)

១-គណនា $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x\to +\infty} f(x)$:

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = 2\lim_{x\to 0^+}\left(1-\frac{\ell nx}{x}\right) = +\infty$ ព្រោះ $\lim_{x\to 0^+} \ell nx = -\infty$ ហើយ $\lim_{x\to 0^+}\frac{\ell nx}{x} = -\infty$

ដូចនេះ $\boxed{\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty}$ ១ពិន្ទុ

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = 2\lim_{x\to +\infty}\left(1-\frac{\ell nx}{x}\right) = 2$ ព្រោះ $\lim_{x\to +\infty}\frac{\ell nx}{x} = 0$

ដូចនេះ $\boxed{\lim_{x\to +\infty} f(x) = 2}$ ១ពិន្ទុ

កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតផេកនៃក្រាប(C) :

ដោយ $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ នោះ $\boxed{\text{បន្ទាត់មានសមីការ } x=0 \text{ អាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប(C)}}$ ១ពិន្ទុ

ដោយ $\lim_{x\to +\infty} f(x) = 2$ នោះ $\boxed{\text{បន្ទាត់មានសមីការ } y=2 \text{ អាស៊ីមតូតផេកនៃក្រាប(C)}}$ ១ពិន្ទុ

២-គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$:

$f'(x) = 2\left(\frac{\ell nx-1}{x^2}\right)$ មានសញ្ញាតាម $\ell nx-1$ ចំពោះ $x>0$ ២ពិន្ទុ

បើ $\ell nx-1<0$ គេបាន $\ell nx<\ell ne$ ហើយ $0<x<e$ គឺ $f'(x)<0$ ចំពោះ $0<x<e$ ១ពិន្ទុ

បើ $\ell nx-1=0$ គេបាន $\ell nx=\ell ne$ ហើយ $x=e$ គឺ $f'(x)=0$ ចំពោះ $x=e$ ១ពិន្ទុ

បើ $\ell nx-1>0$ គេបាន $\ell nx>\ell ne$ ហើយ $x>e$ គឺ $f'(x)>0$ ចំពោះ $x>e$ ១ពិន្ទុ

កំណត់តម្លៃបរមានៃ f :

f មានអប្បបរមា $f(e) = 2\left(1-\frac{\ell ne}{e}\right) = \boxed{2-\frac{2}{e}=1,3}$ ២ពិន្ទុ

សង់តារាងអថេរភាពនៃ f :

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$1,3$	↗	2

៣ពិន្ទុ

៣-កំណត់កូអរដោនេនៃចំនុចប្រសព្វ M រវាងក្រាប(C) និងអាស៊ីមតូតផេក :

សមីការអាប់ស៊ីស : $2\left(1-\frac{\ell nx}{x}\right)=2$ ១ពិន្ទុ

$\ell nx = 0$

$x = 1$

ដូចនេះ $\boxed{M(1\,;2)}$ ២ពិន្ទុ

កំណត់សមីការបន្ទាត់(L) ដែលប៉ះក្រាប(C) ត្រង់ M(1 ; 2) :

$f'(1) = 2\left(\frac{\ell n1-1}{1^2}\right) = -2$ ១ពិន្ទុ

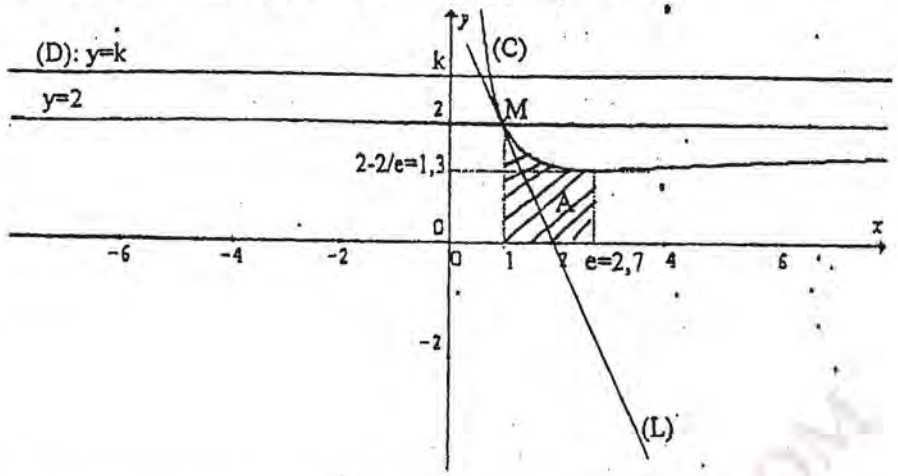
(L): $y-2=(-2)(x-1)$ ឬ $\boxed{(L):\ y=-2x+4}$ ២ពិន្ទុ

៤-សង់បន្ទាត់(L) និងក្រាប(C) នៅក្នុងតំរុយតែមួយ (យក $e=2,7$; $\frac{2}{e}=0,7$) :

$-2x+y=0$ ១ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ចំពោះ: (C): $x=1\,;\,y=2$ $x=e=2,7\,;\,y=1,3$



៤ពិន្ទុ

៥. . កំណត់តំលៃនៃចំនួនពិត k ដោយប្រើក្រាប (C) ដើម្បីអោយសមីការ $2\left(1-\frac{\ell nx}{x}\right)=k$ មានឫស :

$2\left(1-\frac{\ell nx}{x}\right)=k$ ជាសមីការអាប់ស៊ីសនៃចំនុចប្រសព្វរវាង (C) និងបន្ទាត់ចល័ត (D): $y=k$ ។ ១ពិន្ទុ

តាមក្រាភិច បន្ទាត់ (D) ជួបនៅខ្សែកោង (C) កាលណា $k\geq 2-\frac{2}{e}$ ។

ដូចនេះ: សមីការមានឫសកាលណា $\boxed{k\geq 2-\frac{2}{e}}$ ២ពិន្ទុ

គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកប្លង់នៃលក់ណត់ដោយក្រាប (C) អ័ក្ស (x'Ox) បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$:

$A=\int_1^e 2\left(1-\frac{\ell nx}{x}\right)dx$ ១ពិន្ទុ

$=2\int_1^e \left(1-(\ell nx)'\ell nx\right)dx$

$=2\left[x-\frac{1}{2}\ell n^2x\right]_1^e$ ២ពិន្ទុ

$=2\left[e-\frac{1}{2}\ell n^2e-1+\frac{1}{2}\ell n^21\right]$ ២ពិន្ទុ

ដូចនេះ: $\boxed{A=2e-3 \text{ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា}}$ ២ពិន្ទុ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

97

ថ្ងៃទី: 17. 02. 2006

ម៉ោងរៀន : ១ម៉ោងកន្លះ ពេលវេលា : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

សេចក្ដីណែនាំ : ប្រលងឯកសារសិស្សទី១ : ២៧-02-2006

ឈ្មោះសិស្ស

ពិន្ទុសរុប

១. បេក្ខជនត្រូវបង់ក្រដាសនេះជាពីរ រួចភ្ជាប់ផ្នែកខាងលើនៃចំណុចទី២ ឱ្យប៉ុនប្រមាណលើនៃចំណុចទី១ ដែលនឹងត្រូវគេកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងភ្ជាប់ទាំងនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវភ្ជាប់ជាខ្នាត់បណ្ណរចំពាក់កណ្ដាលចំណុចទី២ និង ចំណុចទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

I.(១៥ពិន្ទុ) ១. (៦ពិន្ទុ) គេឲ្យ $Z=a+bi$ ដែល a និង b ជាចំនួនពិតខុសពីសូន្យ ។ សរសេរ $A=\frac{Z|Z|^2}{\bar{Z}}$ ជាទម្រង់ពីជគណិត ។

២. (៩ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំនុំ C: $x^2-2\sqrt{3}x+4=0$ ។ សរសេរបូស $x_1 ; x_2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

II.(១៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)}{2-x}$ ចំពោះ $x\neq 2$ ។

១. (៩ពិន្ទុ) គណនា $\lim_{x\to 2} f(x)$

២. (៦ពិន្ទុ) កំណត់អនុគមន៍ g ដែលជាបន្ទាយតាមភាពជាប់នៃអនុគមន៍ f នៅត្រង់ $x=2$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ដោយ $f(x)=(x-1)^2+1$ ។

១. (៥ពិន្ទុ) សង់ចាក់ប៉ូល (P) ដែលជាក្រាបនៃ f នៅក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ ។

២. (៥ពិន្ទុ) A_1 និង A_2 ជាពីរចំណុចនៃចាក់ប៉ូល (P) ដែលមានអាប់ស៊ីសរៀងគ្នា a_1 និង a_2 ។ បង្ហាញថា ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត a_1 និង a_2 គេបាន $\frac{f(a_2)-f(a_1)}{a_2-a_1}=f'\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)$ ។

៣. (៥ពិន្ទុ) ចូរបកស្រាយសមភាព $\frac{f(a_2)-f(a_1)}{a_2-a_1}=f'\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)$ តាមបែបធរណីមាត្រ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) អនុវត្តលើមីតខាងក្រោម :

១. (៨ពិន្ទុ) $\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-e^{-2x}}{\sin 2x}$ ។

២. (៧ពិន្ទុ) $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n+5}$ ។

V. (ញ១ពិន្ទុ) ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ មួយ គេមានចំណុច $A(2;0;1)$; $B(0;1;3)$ និង $C(1;2;0)$ ។

១. (៤ពិន្ទុ) ដៅចំណុច A ; B និង C ។

២. (១២ពិន្ទុ) គណនាផលគុណវិចម៉ា $\vec{n}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}$ និង ផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

៣. (៦ពិន្ទុ) កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ដែលកាត់តាម A ហើយមានវិចម៉ាណរម៉ាល់ $\vec{n}$ ។

៤. (៨ពិន្ទុ) គណនា $(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AO}$ ។ គណនាមាឌនៃតេត្រាអែត OABC ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់លើសំណុំចំនួនពិតដោយ $f(x)=xe^{-x}+1$ ។ (C) ជាក្រាបនៃ f នៅក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ ។

១. (៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃ f កាលណា x ខិតទៅ $+\infty, -\infty$ ។ ទាញរកអាស៊ីមតូតនៃ (C) ។

២. (១០ពិន្ទុ) បង្ហាញថា f មានអតិបរមាមួយ ។ គណនាកំណើនអតិបរមានោះ ។ តារាងអថេរភាពនៃ f ។ គេឲ្យ $e^{-1}=0,36$ ។

៣. (១០ពិន្ទុ) គណនា f(x) ចំពោះ $x\in\{-1;0;2;6\}$ ។ គេឲ្យ $e=2,71$; $e^{-2}=0,13$; $e^{-6}=0,002$ ។ សង់ (C) ។

៤. (៥ពិន្ទុ) រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះ (C) ត្រង់ចំណុចអាប់ស៊ីស 0 ។ សង់បន្ទាត់ប៉ះនេះនៅក្នុងតំរុយតែមួយជាមួយ (C) ។

៥. (៥ពិន្ទុ) សិក្សាតាមក្រាហ ចំនួនបូសនៃសមីការ $xe^{-x}-x-m+1=0$ ។

www.facebook.com/pisethsok
www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

អ្នកគណិត គណិតវិទ្យា.

ប្រលងឆមាសលើកទី1 : 27. កុម្ภะ. 2006

I១. ស្វែងរកលេខ A ដែលមានទម្រង់គណិត:

- $z = a+bi$; $(a;b \in \mathbb{R}^*)$

$\bar{z} = a-bi$

$|z| = \sqrt{a^2+b^2} \Rightarrow |z|^2 = a^2+b^2$

គេបាន: $A = \dfrac{z|z|^2}{\bar{z}} = \dfrac{(a+bi)(a^2+b^2)}{a-bi}$

$= \dfrac{(a+bi)^2\cdot(a^2+b^2)}{(a-bi)\cdot(a+bi)}$

$= \dfrac{(a^2+2abi-b^2)\cdot(a^2+b^2)}{a^2+b^2}$

ដូច. $\boxed{A = (a^2-b^2)+2abi}$

២.) ដោះស្រាយសមីការក្នុងសំនុំ $\mathbb{C}$:

$x^2-2\sqrt{3}x+4=0$

$\Delta' = 3-4 = -1 = i^2$

រឺ $\boxed{x_1 = \sqrt{3}+i \ ; \ x_2 = \bar{x}_1 = \sqrt{3}-i}$

- សរសេរ រឺ x_1 ; x_2 ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ

- $x_1 = \sqrt{3}+i$; $|x_1| = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$

គេបាន: $x_1 = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+i\cdot\frac{1}{2}\right)$

ដូច. $\boxed{\begin{array}{l} x_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right) \\ x_2 = \bar{x}_1 = 2\left[\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right] \end{array}}$

$f(x) = \dfrac{\cos(\frac{\pi}{4}x)}{2-x}$, ចំពោះ $x \neq 2$

1.) គណនា $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\cos(\frac{\pi}{4}x)}{2-x}$ (ទម្រង់ $\frac{0}{0}$)

តាង $t = 2-x$; $x = 2-t$; $t \to 0$

គេបាន $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\cos(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}t)}{t}$

$= \lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\sin(\frac{\pi}{4}t)}{t}$

$= \lim\limits_{t\to 0} \dfrac{\sin(\frac{\pi}{4}t)}{(\frac{\pi}{4}t)} \times \dfrac{\pi}{4} = 1 \times \dfrac{\pi}{4}$

ដូច. $\boxed{\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \dfrac{\pi}{4}}$

2.) កំណត់អនុគមន៍ g:

g ជាបន្ទាយតាមរយៈការតាមដានអនុគមន៍ f ត្រង់ x

គេបាន: $\begin{cases} g(x) = f(x) & \text{បើ } x \neq 2 \\ g(2) = \lim\limits_{x\to 2} f(x) \end{cases}$

ដូច. $\boxed{\begin{cases} g(x) = \dfrac{\cos(\frac{\pi}{4}x)}{2-x} & \text{បើ } x \neq 2 \\ g(2) = \dfrac{\pi}{4} \end{cases}}$

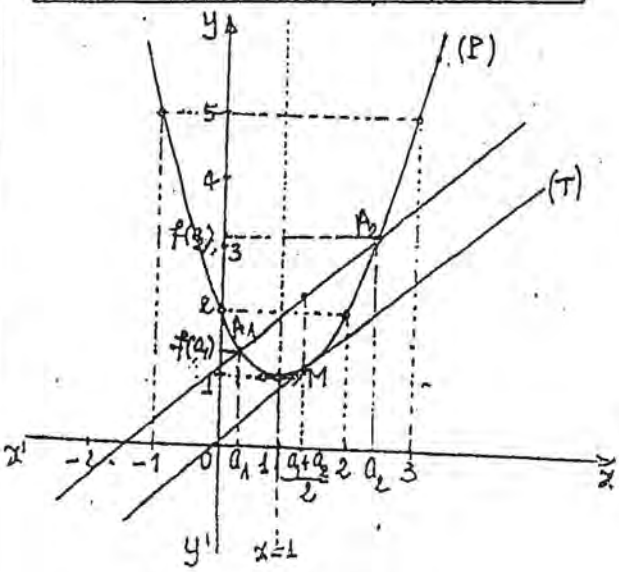
III: (P): $f(x) = (x-1)^2+1 = x^2-2x+2$

1.) សង់ក្រាហ្វ (P):

- កំពូល: $S \left| \begin{array}{l} x = \frac{-b}{2a} = 1 \\ y = f(1) = 1 \end{array} \right.$

- អក្ស: $x = \frac{-b}{2a} = 1$

x	2	3
$f(x) = (x-1)^2+1$	2	5



WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

2.) ប្រៀបធៀប: $\frac{f(a_2)-f(a_1)}{a_2-a_1} = f'\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)$

យក $f(x) = (x-1)^2+1$

$f'(x) = 2(x-1)$

• យើងមាន $\forall a_1, a_2 \in \mathbb{R}$

គេបាន: $\frac{f(a_2)-f(a_1)}{a_2-a_1} = \frac{(a_2-1)^2+1-(a_1-1)^2-1}{a_2-a_1}$

$= \frac{(a_2-a_1)(a_2+a_1-2)}{a_2-a_1}$

$= a_1+a_2-2 \quad (1)$

• $f'\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right) = 2\left(\frac{a_1+a_2}{2}-1\right)$

$= a_1+a_2-2 \quad (2)$

ដោយ (1) និង (2) គេបាន:

$$\boxed{\frac{f(a_2)-f(a_1)}{a_2-a_1} = f'\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right), \forall a_1; a_2 \in \mathbb{R}}$$

•) បកស្រាយន័យធរណីមាត្រនៃលទ្ធភាពខាងលើ

• $\frac{f(a_2)-f(a_1)}{a_2-a_1}$: តាងមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ (A_1A_2) ។

• $f'\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)$: តាងមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះ (T) លាងនឹងក្រាហ្វបួល (P) ក្នុងចំនុច M ដែលមានអាប់ស៊ីស $x_0 = \frac{a_1+a_2}{2}$ ។

• ដោយសារ $\frac{f(a_2)-f(a_1)}{a_2-a_1} = f'\left(\frac{a_1+a_2}{2}\right)$

មានន័យថា $(A_1A_2) // (T)$ ។

IV: គណនាលីមីត:

1.) $\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-e^{-2x}}{\sin 2x}$ (រាង $\frac{0}{0}$)

$= \lim_{x\to 0} \frac{\frac{e^{2x}-e^{-2x}}{2x}}{\frac{\sin 2x}{2x}}$

$= \frac{\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^{2x}-1}{2x} + \frac{1-e^{-2x}}{2x}\right)}{\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{2x}}$

$= \lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}-1}{2x} + \lim_{x\to 0}\frac{e^{-2x}-1}{-2x}$

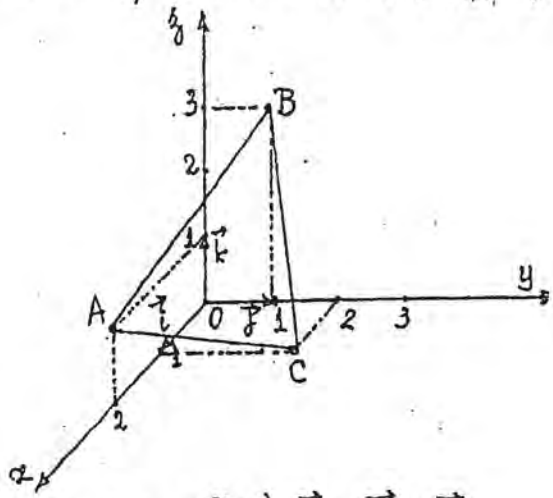
$= 1+1 = \boxed{2}$

2.) $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n+5}$

$= \lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n \times \lim_{n\to+\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^5$

$= e \times 1^5 = \boxed{e}$

V: 1.) គេមានចំនុច $A(2;0;1)$; $B(0;1;3)$; $C(1$



2.) គណនាផលគុណវեក្ទរ $\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC}$

• $\vec{AB}(x_B-x_A; y_B-y_A; z_B-z_A) \Rightarrow \vec{AB}(-2;1;2)$

• $\vec{AC}(x_C-x_A; y_C-y_A; z_C-z_A) \Rightarrow \vec{AC}(-1;2;-1)$

គេបាន:

$\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$

www.PISETHSOKWORDPRESS.COM

$\vec{n} = (-1-4)\vec{i} - (2+2)\vec{j} + (-4+1)\vec{k}$

$\boxed{\vec{n} = -5\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k}}$

• <u>គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ABC</u>:

$S_{ABC} = \frac{1}{2}\|\vec{AB} \times \vec{AC}\|$

$= \frac{1}{2}\sqrt{25+16+9}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{50}$

ឬ $\boxed{S_{ABC} = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ ឯកតាផ្ទៃក្រឡា}}$

3.) <u>កំណត់សមីការប្លង់ (ABC)</u>:

• ប្លង់ (ABC) កាត់តាម $A(2;0;1)$ ហើយមានវ៉ិចទ័រ $\vec{n}(-5;-4;-3)$

នោះមាន:

$(ABC): -5(x-2) - 4(y-0) - 3(z-1) = 0$

$-5x + 10 - 4y - 3z + 3 = 0$

$-5x - 4y - 3z + 13 = 0$

ឬ $\boxed{(ABC): 5x + 4y + 3z - 13 = 0}$

4.) <u>គណនា $(\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot \vec{AO}$</u>

• $\vec{AB} \times \vec{AC} = -5\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k}$

• $\vec{AO} = -2\vec{i} + 0\vec{j} - 1\vec{k}$

នោះមាន: $(\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot \vec{AO} = (-5)(-2) + (-4)\cdot 0 + (-3)(-1)$

$= 10 + 0 + 3$

ឬ $\boxed{(\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot \vec{AO} = 13}$

• <u>គណនាមាឌនៃក្រាស់រាង OABC</u>:

$V = \frac{1}{6}|(\vec{AB} \times \vec{AC}) \cdot \vec{AO}|$

$= \frac{1}{6}|13|$

ឬ $\boxed{V = \frac{13}{6} \text{ ឯកតាមាឌ}}$

VI: $(C): f(x) = xe^{-x} + 1$; $D_f = \mathbb{R}$

1.) <u>គណនាលីមីត</u>:

• $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(xe^{-x} + 1)$

$= \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^x} + 1\right) = \boxed{1}$

$\left(\text{ព្រោះ } \lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x} = 0\right)$

• $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(xe^{-x} + 1) = \boxed{-\infty}$

$\left(\text{ព្រោះ } \lim_{x\to-\infty} xe^{-x} = -\infty\right)$

• ដោយ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$ នោះបន្ទាត់ $y=1$ ជាអាស៊ីមតូតដេរីវេក្រាប (C) នៅ $+\infty$

2.) <u>ស្វ្រាញដេរីវេ f ជាបន្តរកំណត់លើ $\mathbb{R}$</u>:

• ដេរីវេទី 1: $f'(x) = 1 \cdot e^{-x} - 1e^{-x} \cdot x + 0$

$= (1-x)e^{-x}$

• សញ្ញាដេរីវេផ្ទុក $(1-x)$ ព្រោះ $e^{-x} > 0, \forall x$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	

• ក្នុងករណី $x = 1$ នោះ $f'(x) = 0$ ហើយប្តូរសញ្ញាពី (+) មក (−) ។

ឬ $\boxed{\text{អនុ. f ជាតិបរិយាកាសមួយ}}$

• <u>គណនាអំណះតម្លៃតិចជាង</u>:

$f(1) = 1 \cdot e^{-1} + 1 = 0,36 + 1 = \boxed{1,36}$

• <u>តារាងអថេរភាពនៃ f</u>

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$1,36$	$\searrow$	1

3.) <u>គណនា $f(x)$ ចំពោះ $x \in \{-1;0;2;6\}$</u>

• $f(-1) = -1e + 1 = -2,71 + 1 = \boxed{-1,71}$

• $f(0) = 0 + 1 = \boxed{1}$

• $f(2) = 2e^{-2} + 1 = 2 \cdot 0,13 + 1 = \boxed{1,26}$

• $f(6) = 6 \cdot e^{-6} + 1 = 6 \cdot 0,002 + 1 = \boxed{1,012}$

www.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

·) រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនៅនិងក្រាប (C) ត្រង់ $x_0=0$

$(T): y-y_0 = f'(x_0)(x-x_0)$

ដោយ $x_0 = 0$

$y_0 = f(0) = 1$

$f'(x_0) = f'(0) = (1-0)e^{-0} = 1$

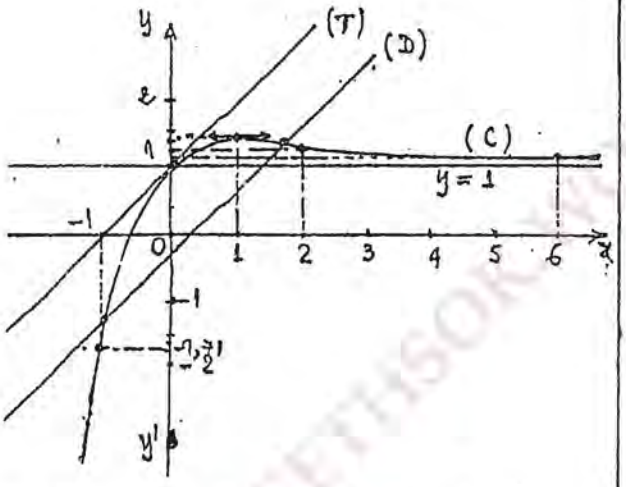
ដូចនេះ: $(T): y-1 = 1(x-0)$

ឬ $\boxed{(T): y = x+1}$

· សង់ (T) និង (C)

(T):

x	0	-1
$y=x+1$	1	0



) សិក្សាតាមក្រាហ្វិច ចំនួនឫសនៃសមីការ

$xe^{-x} - x - m + 1 = 0$

$xe^{-x} + 1 = x + m \quad (1)$

សមីការ (1) អាចជាសមីការរកចំណុចប្រសព្វរវាងក្រាប (C) និងបន្ទាត់ចល័ត

$(D): y = x + m$ ។

· បន្ទាត់ (D) ស្រេតស្របនឹង (T)

ព្រោះ លេខជម្រាណ្យាប់ទិសរបស់វាស្មើគ្នា

· តាមក្រាហ្វិច. ដូចខាង:

m	ចំនួនឫសនៃសមីការ (1)
$-\infty$	ស. (1) មានឫសតែមួយគត់
1	ស. (1) មានឫសពីរ $x_1 = x_2 = 0$
$+\infty$	ស. (1) គ្មានឫស

ប្រធានកំណត់

ឌីណា

ណារ.ឃ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា

ប្រឡងឆមាសលើកទី២ ថ្នាក់ទី១២

លេខបន្ទប់ : .....

លេខតុ : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុវេក្ខ : .....

សម្រាយប្រឡង : ២២ មិថុនា ២០០៦

ម៉ោងប្រឡងចេញ : .....

នាមត្រកូល និង នាមខ្លួន : .....

ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់

* បេក្ខជនមិនត្រូវចុះសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា ម៉ោងសរសេរ : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្ងាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង្ក្រងវាសនេះជាពីរ រួចគូសខ្សែងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវគេកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងគូសខ្សែងនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវគូសបន្ទាត់បណ្តោរចំណាក់កណ្តាលទំព័រទី២ និង ទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

I. (១០ពិន្ទុ) ១. (៥ពិន្ទុ) កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីអោយ $(2-3i)$ ជារឫសនៃសមីការ $x^2+ax+b=0$ ។

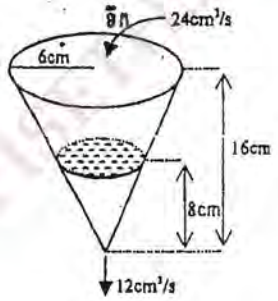
២. (៥ពិន្ទុ) កំណត់ម៉ូឌុល និងអាគុយម៉ង់នៃ $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^{10}$

II. (១០ពិន្ទុ) គេអោយអនុគមន៍ $y=\frac{2x+5}{(x+2)(x+3)}$, $x\neq-2$, $x\neq-3$ ។

ក. (៥ពិន្ទុ) សរសេរអនុគមន៍ជាទម្រង់ $y=\frac{a}{x+2}+\frac{b}{x+3}$, a និង b ជាចំនួនដែលត្រូវរក ។

ខ. (៥ពិន្ទុ) គណនាដេរីវេ y' , y'', y''' និង $y^{(4)}$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) ឡាវមួយមានរាងជាកោន មានកំពូលចុះក្រោម មានកាំបាត 6cm និងកំពស់ 16cm ។



គេចាក់ទឹកចូលក្នុងឡាវដោយអត្រាថេរ $24cm^3/s$ ហើយទឹកហូរចេញតាមកំពូលកោនដោយអត្រាថេរ $12cm^3/s$ ។

រកអត្រាបំរែបំរួលនៃកំពស់ទឹកក្នុងឡាវ បើទឹកក្នុងឡាវមានកំពស់ 8cm ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានថ្នាំគីណាល់ចំនួន 7 គ្រាប់ និងថ្នាំអាស្ពីរីនចំនួន 5 គ្រាប់។ គេចាប់យកថ្នាំ4 គ្រាប់ចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ ។

១. (៨ពិន្ទុ) រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានថ្នាំគីណាល់ទាំង 4 គ្រាប់។

២. (៧ពិន្ទុ) រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានថ្នាំអាស្ពីរីនយ៉ាងតិច 1 គ្រាប់។

V. (២០ពិន្ទុ) ១. (១០ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល : $I=\int\left(\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}+\frac{4}{\sin^2 x}+\frac{5}{\cos^2 x}-\frac{6}{e^x}\right)dx$

២. (១០ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល : $J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos x+\sin^2 x)\sin x\,dx$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

VI. (២៥ពិន្ទុ) ក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ មួយ គេមានចំនុច $A(1;0;-2)$ $B(0;2;0)$ និង $C(0;0;3)$ ។

១. (៥ពិន្ទុ) កំណត់ភ្លូអរដោនេនៃវិចទ័រ $\vec{N}=\vec{AB}\times\vec{AC}$ ។

២. (១០ពិន្ទុ) កំណត់សមីការប្លង់ (ABC) ។ កំណត់ចំងាយពីគល់O មកប្លង់ (ABC) ។

៣. (១០ពិន្ទុ) កំណត់សមីការស្ហ៊ូ (S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត$[AB]$ ។
កំណត់សមីការប្លង់ (P) ដែលប៉ះស្ហ៊ូ (S) ត្រង់ចំនុច $A(1;0;-2)$ ។

VII. (៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x>0$ ដោយ $y=f(x)=\dfrac{x^2+\ell nx}{x^2}$ ហើយមានខ្សែកោង(C) ។

១. (១០ពិន្ទុ) គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ។ កំនត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃ(C) ។

២. (១០ពិន្ទុ) បង្ហាញថា f មានតំលៃអតិបរមាត្រង់ $x=\sqrt{e}$ ហើយគណនា $f(\sqrt{e})$ ។
សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣. (១០ពិន្ទុ) កំណត់ភ្លូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងខ្សែកោង (C) និងអាស៊ីមតូតដេក។
គណនា $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$ ហើយសង់ខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។
(គេនិងយក $e=2,7$; $\sqrt{e}=1,7$; $\ell n2=0,7$)

<u>ចម្លើយ</u>

www.pisethsok.wordpress.com

លទ្ធផលប្រឡង សញ្ញាប្រាក់ថ្នាក់ទី12 ប្រលងឆមាសទី2
(22-06-2006)

(10) 1-(3): កំណត់ចំនួនពិត a និង b

ដោយមាន $(2-3i)$ ជាឫសនៃសមីការ $x^2+ax+b=0$

លុះត្រាតែ $(2-3i)^2+a(2-3i)+b=0$ ឬ

$$4-12i-9+2a-3ai+b=0$$

$$(2a+b-5)-3(a+4)i=0$$

គេបាន: $\begin{cases} 4+a=0 & (1) \\ 2a+b-5=0 & (2) \end{cases}$

$(1) \Rightarrow a=-4$

$(2) \Rightarrow b=5-2a=13$

ដូច. $\boxed{a=-4\ ;\ b=13}$

* វិធីប្រៀបទី1:

a និង b ជាចំនួនពិត ហើយ $(2-3i)$ ជាឫសមួយ នៃសមីការ $x^2+ax+b=0$ គេបានว่าឫសមួយទៀតគឺ $(2+3i)$ ។

គេបាន: $S=(2-3i)+(2+3i)=4$

$P=(2-3i)\cdot(2+3i)=13$

សមីការ $x^2-Sx+P=0$ (ជំនួស)

$$x^2-4x+13=0$$

ដូច. $\boxed{a=-4\ ;\ b=13}$

* វិធីប្រៀបទី2:

a និង b ជាចំនួនពិត ហើយ $(2-3i)$ ជាឫសមួយនៃសមីការ $x^2+ax+b=0$ គេបានว่าឫសមួយទៀតគឺ $(2+3i)$ ។

សមីការ $[x-(2-3i)]\cdot[x-(2+3i)]=0$

$x^2-(2+3i)x-(2-3i)x+(2-3i)\cdot(2+3i)=0$

$x^2-(2+3i+2-3i)x+4+9=0$

$x^2-4x+13=0$

ដូច. $\boxed{a=-4\ ;\ b=13}$

2-(5). រកតម្លៃពិត និង អាគុយម៉ង់នៃ $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^{11}$

$$\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^{10}=\left[\frac{2\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}\right]^{10}$$

$$=\sqrt{2}^{10}\cdot\left[\frac{\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}}\right]^{10}$$

$$=2^5\cdot\left[\cos\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{4}\right)\right]^{10}$$

$$=32\cdot\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)^{10}$$

$$=32\cdot\left(\cos\frac{10\pi}{12}+i\sin\frac{10\pi}{12}\right)\ (\text{ម៉ាត់})$$

$$=32\cdot\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$$

ដូច. • តម្លៃពិតស្មើនឹង 32

• អាគុយម៉ង់ $\alpha=\frac{5\pi}{6}+2k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$

II: (10) ក-(5) សរសេរលេខនព្វ.អាកាស $y=\frac{a}{x+2}+\frac{b}{x+3}$

$$y=\frac{2x+5}{(x+2)(x+3)}\ ;\ x\neq-2\ ;\ x\neq-3$$

$$=\frac{(x+3)+(x+2)}{(x+2)\cdot(x+3)}$$

$$=\frac{x+3}{(x+2)(x+3)}+\frac{x+2}{(x+2)(x+3)}$$

ដូច. $\boxed{y=\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+3}\ ;\ a=b=1}$

ខ-(5) រកលក្ខណៈទី2:

ចាត $y=(x+2)^{-1}+(x+3)^{-1}$

គេបាន:

$$y'=-(x+2)^{-2}-(x+3)^{-2}=\frac{-1}{(x+2)^2}+\frac{-1}{(x+3)^2}$$

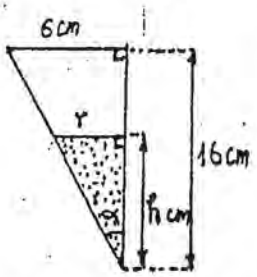
$$y''=2(x+2)^{-3}+2(x+3)^{-3}=\frac{2}{(x+2)^3}+\frac{2}{(x+3)^3}$$

$$y'''=-6(x+2)^{-4}-6(x+3)^{-4}=\frac{-6}{(x+2)^4}+\frac{-6}{(x+3)^4}$$

$$y^{(4)}=24(x+2)^{-5}+24(x+3)^{-5}=\frac{24}{\ }+\frac{24}{\ }$$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

III. (15)



តាង $V(cm^3)$ គឺជាមាឌទឹកក្នុងស្រមោចក្នុងរយៈពេល $t(s)$
$h(cm)$ គឺជាកម្ពស់ទឹកក្នុងស្រមោចក្នុងរយៈពេល $t(s)$

+ រកតម្លៃ $\frac{dh}{dt}$:

. យើងមាន $\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} \times \frac{dh}{dt}$ (1)

លក្ខណៈកម្ម: $\frac{dV}{dt} = 24-12 = 12\ cm^3/s$

- យក r ជាប្រវែងកាំនៃផ្ទៃទឹកពេលចាក់ថ្នាំ:

យើងមាន $\tan\alpha = \frac{6}{16} = \frac{r}{h} \Rightarrow r = \frac{3h}{8}$

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{9h^2}{64} \cdot h$

$= \frac{3\pi}{64} \cdot h^3$

នោះ $\frac{dV}{dh} = V'(h) = \frac{9\pi}{64}h^2 = \frac{9\pi}{64} \cdot 8^2 = 9\pi$

(1) $\Rightarrow 9\pi \times \frac{dh}{dt} = 12$

$\frac{dh}{dt} = \frac{4}{3\pi} = \frac{4}{3 \cdot 3{,}14} = 0{,}42\ cm/s$

ដូច. $\boxed{\text{កំពស់ទឹកក្នុងស្រមោចកើនឡើងដោយអត្រា } 0{,}42\ cm/s}$

IV. (15)

$\boxed{\begin{array}{l} \cdot \text{ដុតណាស់ 7 គ្រាប់} \\ \cdot \text{ពណ្ណរាយ 5 គ្រាប់} \end{array} \Big\} \text{សរុប 12 គ្រាប់}}$

- ជ្រើសរើសបានចំនួន 12 គ្រាប់, យកយក 4 គ្រាប់ដោយមិនដាក់, យើងមានចំនួនសំណុំដូចគ្នា:

$n(S) = C(12;4) = \frac{12!}{8! \cdot 4!} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$

$= 495$

ក- តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍យកបានចំនួនដុតណាស់ទាំង 4 គ្រាប់.

យើងមានចំនួនសំណុំ គ្រប់ដូច:

$n(A) = C(7;4) = \frac{7!}{3! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1}$

$= 35$

ដូ. $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{35}{495} = \boxed{\frac{7}{99} = 0{,}0707}$

ខ- តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍យកបានចំនួនពណ្ណរាយ យ៉ាងតិចមួយគ្រាប់:

ចាងនឹងថា B ជាកាកាត់ នៃ A

យើងមាន $P(B) = P(A') = 1 - P(A)$

$= 1 - \frac{7}{99} = \boxed{\frac{92}{99} = 0{,}9292}$

V. (20) 1- (10) គណនាអាំងតេក្រាល:

$I = \int\left(\frac{2}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{4}{\sin^2 x} + \frac{5}{\cos^2 x} - \frac{6}{e^x}\right)dx$

$= 2\int\frac{dx}{x} + 3\int x^{-2}dx - 4\int(\cot x)'dx + 5\int(\tan x)'dx + 6\int(e^{-x})'$

$\boxed{I = 2\ln|x| - \frac{3}{x} + 4\cot x + 5\tan x + \frac{6}{e^x} + C}$

2- (10) គណនាអាំងតេក្រាល:

$J = \int_0^{\frac{\pi}{2}}(\cos x + \sin^2 x) \cdot \sin x\, dx$

$= \int_0^{\frac{\pi}{2}}(-\cos x + 1 - \cos^2 x) \cdot \sin x\, dx$

$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos x \cdot (\cos x)'dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\, dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2 x \cdot (\cos x)'dx$

$= -\frac{1}{2}\left[\cos^2 x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \left[\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{3}\left[\cos^3 x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$

$= -\frac{1}{2}\left(\cos^2\frac{\pi}{2} - \cos^2 0\right) - \left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos 0\right) + \frac{1}{3}\left(\cos^3\frac{\pi}{2} - \cos^3 0\right)$

$= -\frac{1}{2}(0-1) - (0-1) + \frac{1}{3}(0-1)$

$= \frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{3} = \frac{3+6-2}{6} = \boxed{\frac{7}{6}}$

VI. (25) យើងមាន $A(1;0;-2)$; $B(0;2;0)$ និង $C(0;0;3)$

1- (5) កំណត់ក្រឡាដេរីវេ $\vec{N} = \vec{AB} \times \vec{AC}$

. $\vec{AB}(x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) \Rightarrow \vec{AB}(-1;2;2)$

. $\vec{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A; z_C - z_A) \Rightarrow \vec{AC}(-1;0;5)$

SOK PISETH WORDPRESS.COM

$\vec{N} = \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 5 \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 5 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}\vec{k}$

$= (10-0)\vec{i} - (-5+2)\vec{j} + (0+2)\vec{k}$

$= 10\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$

ដូច $\boxed{\vec{N}(10;3;2)}$

2- (10) <u>កំណត់សមីការប្លង់ (ABC)</u>

ប្លង់ (ABC) ឆ្លងតាម $C(0;0;3)$ ហើយមានវ៉ិចទ័រណរ៉ាម៉ាល់ $\vec{N}(10;3;2)$, គេបាន

$(ABC): 10(x-0)+3(y-0)+2(z-3)=0$

$\boxed{(ABC): 10x+3y+2z-6=0}$

+ <u>កំណត់ចំងាយពី $O(0;0;0)$ មកប្លង់ (ABC)</u>

$d(O;(ABC)) = \dfrac{|10x_0+3y_0+2z_0-6|}{\sqrt{100+9+4}} = \dfrac{|0+0+0-6|}{\sqrt{113}} = \dfrac{6\sqrt{113}}{113}$

ដូច $\boxed{d(O;(ABC)) = \dfrac{6\sqrt{113}}{113} \text{ ឯកតាប្លង់}}$

4 3- (10) <u>កំណត់សមីការស្ហ្វែ (S)</u>:

ស្ហ្វែ (S) មានអង្កត់ផ្ចិត [AB] មានផ្ចិត I គឺជាកណ្តាល [AB], គេបាន

$\begin{cases} x_I = \frac{1}{2}(x_A+x_B) = \frac{1}{2}(1+0) = \frac{1}{2} \\ y_I = \frac{1}{2}(y_A+y_B) = \frac{1}{2}(0+2) = 1 \\ z_I = \frac{1}{2}(z_A+z_B) = \frac{1}{2}(-2+0) = -1 \end{cases}$

កាំស្ហ្វែ $r = IB = \sqrt{(x_B-x_I)^2+(y_B-y_I)^2+(z_B-z_I)^2}$

$r^2 = (0-\frac{1}{2})^2+(2-1)^2+(0+1)^2$

$= \frac{1}{4}+1+1 = \frac{9}{4}$

សមីការ $(S): (x-x_I)^2+(y-y_I)^2+(z-z_I)^2 = r^2$

ដូច $\boxed{(S): (x-\frac{1}{2})^2+(y-1)^2+(z+1)^2 = \frac{9}{4}}$

+ <u>កំណត់សមីការប្លង់ (P)</u>:

ប្លង់ (P) ប៉ះនឹងស្ហ្វែ (S) ត្រង់ A គេបាន ប្លង់ (P) ត្រូវកាត់តាម $A(1;0;-2)$ ហើយមានណរ៉ាម៉ាល់ $\vec{AB}(-1;2;2)$, គេបាន:

$(P): -1(x-1)+2(y-0)+2(z+2)=0$

$-x+1+2y+2z+4=0$

$-x+2y+2z+5=0$

ដូច $\boxed{(P): x-2y-2z-5=0}$

<u>VII</u>. $(C): y = f(x) = \dfrac{x^2+\ln x}{x^2}$; $x>0$

1- (10) <u>សិក្សាលីមីត</u>:

⊕ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+\ln x}{x^2}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{\ln x}{x^2}\right) = \boxed{1}$

(ព្រោះ $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^2}=0$)

⊕ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{x^2+\ln x}{x^2} = \boxed{-\infty}$

(ព្រោះ $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x = -\infty$)

⊕ <u>កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងផ្ដេក (C)</u>:

· ដោយ $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ គេបានបន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

· ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$ គេបានបន្ទាត់ $y=1$ ជាអាស៊ីមតូតផ្ដេកនៃក្រាប (C) ។

2- (10) <u>បង្ហាញថា f មានអាំងតេរ៉ាលមានលក្ខណៈ $x=\sqrt{e}$</u>

- ដោយតាមនិយាម: $f'(x) = \left(1+\dfrac{\ln x}{x^2}\right)'$

$= 0 + \dfrac{\frac{1}{x}x^2 - 2x\ln x}{x^4}$

$= \dfrac{x-2x\ln x}{x^4}$

$= \dfrac{1-2\ln x}{x^3}$

$f(5) = 5\cdot 0{,}13+1 = \boxed{1{,}26}$

· $f(6) = 6\cdot e^{-6}+1 = 6\cdot 0{,}002+1 = \boxed{1{,}012}$

www.facebook.com/TeacherSokPiseth
ស៊ុន ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

- សញ្ញា $f'(x)$ គឺជា $(1-2\ln x)$ ព្រោះ $x^3>0$ ។

ដោយមាន

- $1-2\ln x=0 \Leftrightarrow \ln x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=e^{\frac{1}{2}}=\sqrt{e}$
- $1-2\ln x>0 \Leftrightarrow \ln x<\frac{1}{2} \Leftrightarrow x<\sqrt{e}$
- $1-2\ln x<0 \Leftrightarrow \ln x>\frac{1}{2} \Leftrightarrow x>\sqrt{e}$

x	0		$\sqrt{e}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	

ព្រោះ $x=\sqrt{e}$ នោះ $f'(x)=0$ បើយើងដាក់សញ្ញា នៅ (+) នៅ (−) ។

ដូច $\boxed{\text{អនុ. } f \text{ មានអតិបរមាត្រង់ចំណុច } x=\sqrt{e}}$

⊕ គណនា $f(\sqrt{e}) = 1+\frac{\ln e^{\frac{1}{2}}}{(\sqrt{e})^2} = 1+\frac{1}{2e}$

ដូច $\boxed{f(\sqrt{e}) = 1+\frac{1}{2e} = 1,18}$

⊕ តារាងអថេរភាពនៃ f :

x	0		$\sqrt{e}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$1,18$	↘	1

3- (1.0) កំណត់ក្រាហ្វ ដោយនិចិ្ចតបន្ទាត់ (C) និងកាត់ជាមួយអ័ក្ស:

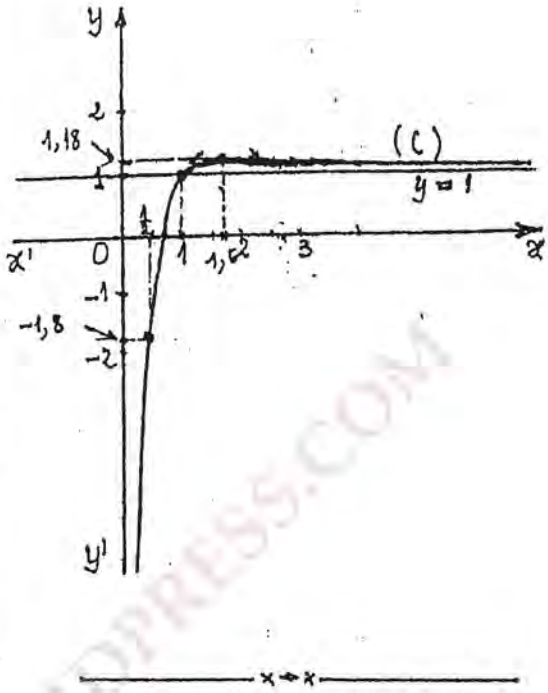
- ចម្លើយ ការកាត់ជាមួយ ចំណុច ២១ :

$$\frac{x^2+\ln x}{x^2}=1$$
$$x^2+\ln x = x^2$$
$$\ln x = 0$$
$$x = 1$$

ដូច $\boxed{(C) \text{ កាត់អ័ក្ស } x'x \text{ ត្រង់ចំណុច } (1;1)}$

⊕ គណនា $f(\frac{1}{2}) = 1+\frac{\ln 2^{-1}}{\frac{1}{4}} = 1-4\ln 2$

$= \boxed{-1,8}$



WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

107

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា

ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិចំណេះទូទៅ និងបំណាច់ជ្រើស

(1)

លេខបន្ទប់ : 03

លេខតុ : 1678

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុកា : សម្រាប់ប្រឡង : ៧ សីហា ២០០៦

មណ្ឌលប្រឡង : .....

..... នាមត្រកូល និង នាមខ្លួន : .....

..... ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្គាត់

* បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

ឃ្លាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្គាត់

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង្ក្រាសនេះជាពីរ ។ ចម្លងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវគេកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងចម្លងនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវធ្វើសរសេរបន្ទាត់បញ្ឈរចំពាក់កណ្តាលទំព័រទី២ និង ទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

(១០ពិន្ទុ) ១. (៤ពិន្ទុ) កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ $x_1 = 1 + i\sqrt{3}$ ជាបឬសមួយនៃសមីការ $x^2 + ax + b = 0$ ។

២. (៦ពិន្ទុ) រកបឬស x_2 មួយទៀតនៃសមីការ ។ សរសេរ $Z = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

(១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីត : ១. (៥ពិន្ទុ) $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x + e^x - 1}{x^2 + x}$ ២. (៥ពិន្ទុ) $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x + 2}{x + 1}$ ។

I. (១០ពិន្ទុ) គេប្រើលេខពី 0 ដល់ 9 ដើម្បីសរសេរចំនួនដែលមានលេខ 4 ខ្ទង់ ដោយខ្ទង់ដើមដំបូងមិនប្រើលេខ 0 ទេ ។

១. (៤ពិន្ទុ) តើគេអាចសរសេរបានប៉ុន្មានចំនួនគត់ជាតាមរបៀបខាងលើនេះ ?

២. (៤ពិន្ទុ) តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខស្មើ 4 ខ្ទង់ខុសៗគ្នា ?

៣. (២ពិន្ទុ) តើមានប៉ុន្មានចំនួនដែលមានលេខតិចជាង 4 ខ្ទង់ជួចគ្នា ?

(១៥ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $y'' - 2y' + 5y = 0$ ដោយដឹងថា $y(0) = -1$ និង $y'(0) = 1$ ។

(១៥ពិន្ទុ) ១. (៧ពិន្ទុ) កំណត់ចំនួនពិត a ; b និង c ដើម្បីឱ្យ $\frac{2x+1}{x^2(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x+1}$ ចំពោះគ្រប់ x ដែល $x \neq 0$; $x \neq -1$ ។

២. (៨ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int_1^2 \left(\frac{2x+1}{x^2(x+1)}\right) dx$ ។

(៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = 1 - \frac{\ln x}{x^3}$ ហើយមានខ្សែកោង (C) ។

១. (៦ពិន្ទុ) គណនា $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ ។ កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងផេកនៃ(C) ។

២. (៨ពិន្ទុ) បង្ហាញថា f មានតម្លៃអប្បបរមាត្រង់ $x = \sqrt[3]{e}$ ។ គណនា $f(\sqrt[3]{e})$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣. (៦ពិន្ទុ) កំណត់កូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ M រវាងខ្សែកោង (C) និង អាស៊ីមតូតផេក ។
សរសេរសមីការបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះខ្សែកោង (C) ត្រង់ចំណុច M ។

៤. (១០ពិន្ទុ) សង់បន្ទាត់(T) និងខ្សែកោង(C) នៅក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល់មួយ ។ ($e = 2,7$; $\sqrt[3]{e} = 1,4$; $\frac{1}{3e} = 0,12$)
កំណត់តម្លៃk ដើម្បីឱ្យវិសមីការ $1 - \frac{\ln x}{x^3} > k$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ដោយប្រើខ្សែកោង(C) ។

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

VII. (៣៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតំរុយអរតូណរម៉ាល $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ គេឲ្យចំណុច $A(1;0;1)$ និង វិចទ័រ $\vec{AB}(-1;2;1)$ ។

១. (៨ពិន្ទុ) គណនាកូអរដោនេចំណុច B ។ រកសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាម A ហើយកែងនឹង $\vec{AB}$ ។

២. (៩ពិន្ទុ) គេឲ្យចំណុច $C(2;1;0)$ និង $D(1;3;1)$ ។ រកកូអរដោនេវិចទ័រ $\vec{AC}$ និង $\vec{CD}$ ។

គណនា $\vec{AB}.\vec{AC}$ រួចបង្ហាញថា ABDC ជាចតុកោណកែង ។

៣. (៩ពិន្ទុ) គណនា $\vec{AB}\times\vec{AC}$ ។ ទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃចតុកោណ ABDC ។

៤. (៩ពិន្ទុ) រកមាឌចតុមុខ OABC ។ ទាញរកចម្ងាយពី O ទៅប្លង់ (ABC) ។

ចម្លើយ

www.pisethsok.wordpress.com

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

(90p) អ្នកកំរិត កំណត់ ១១/០២/០៦

1- រក a;b :

បើ $x_1 = 1+i\sqrt{3}$ គឺជាឫសនៃសមីការ. $x^2+ax+b=0$

$(1+i\sqrt{3})^2+a(1+i\sqrt{3})+b=0$ 1p

$1-3+2\sqrt{3}i+a+a\sqrt{3}i+b=0$

$(-2+a+b)+(2\sqrt{3}+a\sqrt{3})i=0$

1p $\begin{cases} a+b=2 \\ (2+a)\sqrt{3}=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a+b=2 \\ a=-2 \end{cases}$

$\boxed{\text{ចម្លើយ: } a=-2;\ b=4}$ 2p

- រកឫស x_2 ផ្សេងទៀត -

$x^2-2x+4=0$

យក $\Delta' = 1-4=-3$

យក $x = 1 \pm i\sqrt{3}$

ដោយ $x_1 = 1+i\sqrt{3} \Rightarrow \boxed{x_2 = 1-i\sqrt{3}}$ 0.5p

សរសេរ: $Z=\left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{2} = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}\right)^{2}$ 0.5p

$= \frac{2^2\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2^2\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})^2}{(\cos\frac{\pi}{3}-i\sin\frac{\pi}{3})^2}$ 0.5p

$= \frac{\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}}{\cos(-\frac{2\pi}{3})+i\sin(-\frac{2\pi}{3})}$

$= \cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}$

1. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin x+e^x-1}{x^2+x}$ រាង $\frac{0}{0}$

$= \lim_{x\to 0} \frac{x\left(\frac{\sin x}{x}+\frac{e^x-1}{x}\right)}{x(x+1)}$ 0.5p

$= \lim_{x\to 0} \frac{\frac{\sin x}{x}+\frac{e^x-1}{x}}{x+1}$ 1p

$\text{ឬ}= \frac{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}+\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{x}}{\lim_{x\to 0}(x+1)} = \frac{1+1}{1+0} = \boxed{2}$

$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x+2}{x+1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(\frac{\ln x}{x}+\frac{2}{x}\right)}{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}$ 0.5p

$\text{ឬ}= \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{\ln x}{x}+\frac{2}{x}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{0+0}{1+0} = \boxed{0}$ 1p

III (4) ១- ចំនួនបៃតងខុសគ្នា បានចំនួន :

ឡូតីទី1. បានបៃ $m_1 = 9$ ពណ្ណ
ឡូតីទី2 បានបៃ $m_2 = 10$ ពណ្ណ
ឡូតីទី3 បានបៃ $m_3 = 10$ ពណ្ណ
ឡូតីទី4 បានបៃ $m_4 = 10$ ពណ្ណ
1p

តាមច្បាប់គុណ ក្នុងប៉ារ៉ាម៉ែត្រ

ចម្លើយ $N = m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \cdot m_4 = 9.10.10.10$
$= \underline{9000}$ ចំណាំ

(4) ២.
ឡូតីទី1. មាន $m_1 = 9$ ពណ្ណ
ឡូតីទី2. មាន $m_2 = 9$ ពណ្ណ
ឡូតីទី3 មាន $m_3 = 8$ ពណ្ណ
ឡូតីទី4. មាន $m_4 = 7$ ពណ្ណ
1p

តាមគុណ ក្នុងប៉ារ៉ាម៉ែត្រ

$N = m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \cdot m_4 = 9\times9\times8\times7$
$= \underline{4536}$ ចំណាំ 0.5p

(4) ៣. 4 លេខ ដែលមានលេខ ១ :

ខ្ទង់ទី1. លេខ១ $\Rightarrow m_1 = 1$ ១ជម្រើស
ខ្ទង់ទី2. លេខ២ $\Rightarrow m_2 = 2$ ២ជម្រើស
ខ្ទង់ទី3 : លេខ3 $\Rightarrow m_3 = 1$ ១ជម្រើស
. . . . . .
ខ្ទង់ទី9 លេខ9 $\Rightarrow m_9 = 1$ ១ជម្រើស

$N = 9$ ១ជម្រើស.

(- លេខ០ដ្ឋ ១ជម្រើស ១ លានកន្លះ.)

(15) IV - ១. ដោះស្រាយសមីការ

$y''-2y'+5y=0$ (I)

- សមីការសម្គាល់ $r^2-2r+5=0$ (E)

ដោយមាន $r_1 = 1+2i$; $r_2 = 1-2i$ 0.5p

- ដំណោះស្រាយ

$y=(A\cos\beta x+B\sin\beta x)e^{\alpha x}$ 1p

$y=(A\cos 2x+B\sin 2x)e^{x}$; $A;B\in\mathbb{R}$ 0.5p

- ១២. លក្ខខណ្ឌ :

$y(0)=-1$

$(A\cos 0+B\sin 0)e^0=-1$ 1p

WWW.PAGEFLEK.COM

$\Rightarrow A = -1$ 1p

$y' = (A\cos 2x + B\sin 2x)e^{x}$ 1p

$= (-2A\sin 2x + 2B\cos 2x)e^{x} + e^{x}(A\cos 2x + B\sin 2x)$ 2p

→ { លើសពីនេះ លេខ១ និងលេខ២ ... 3p }

តាម(លេខ២) : លទ្ធផល

$y'(0) = 1$

$2B + A = 1 \Rightarrow B = 1$ 1p

ដូចនេះ : $y = (-\cos 2x + \sin 2x)e^{x}$ 2p

I - (7) 1/ រក a, b :

$\frac{2x+1}{x^2(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2} + \frac{c}{x+1}$

$= \frac{(a+c)x^2 + (a+b)x + b}{x^2(x+1)}$ 3p

លទ្ធផល : $\begin{cases} a + c = 0 \\ a + b = 2 \\ b = 1 \end{cases}$ 1p

$\boxed{a = 1;\ b = 1;\ c = -1}$ 3p

2/ គណនា : $I = \int_1^2 \frac{2x+1}{x^2(x+1)}\,dx$

$= \int_1^2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x+1}\right)dx$

$= \left(\ln|x| - \frac{1}{x} - \ln|x+1|\right)_1^2$

$= (\ln 2 - \frac{1}{2} - \ln 3) - (\ln 1 - 1 - \ln 2)$

$= \ln 4 - \ln 3 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \ln\frac{4}{3}$

II - ចម្លើយ : (3.5)

(1) 1/ - ដែនកំណត់ :

2p + $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(1 - \frac{\ln x}{x^3}\right) = -1$

2p + $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}\left(1 - \frac{\ln x}{x^3}\right) = +\infty$

+ អាស៊ីមតូត :

លទ្ធផល $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$

1p តាង : $y = 1$ គឺជាអាស៊ីមតូតផ្ដេក

លទ្ធផល $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$

1p តាង : $x = 0$ គឺជាអាស៊ីមតូតឈរ

2/ (8) បង្ហាញ ការកើនបាន : (តាម $x = \sqrt[3]{e}$)

$f'(x) = \frac{3\ln x - 1}{x^4}$ 2p

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\ln x - 1 = 0$

$\ln x = \frac{1}{3}$

$x = e^{1/3} = \sqrt[3]{e}$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > e^{1/3} = \sqrt[3]{e}$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x < e^{1/3} = \sqrt[3]{e}$

x	0		$\sqrt[3]{e}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

ដូចនេះ : $f(x)$ លើកការកើនបានតាមតម្លៃ $x = \sqrt[3]{e}$

- តម្លៃ $f(\sqrt[3]{e})$:

$f(\sqrt[3]{e}) = 1 - \frac{1}{3e} = 0,88$

- តារាងអថេរភាព :

x	0		$\sqrt[3]{e}$		$+\infty$
y'	‖	$-$	0	$+$	
y	‖ $+\infty$	↘	$1 - \frac{1}{3e}$	↗	1

1p

3/ (6) ១) ក្រាហ្វបានតាមតម្លៃ M ដែលមានកូអរដោនេ (C) និង (D)

$\begin{cases} y = 1 \\ y = 1 - \frac{3\ln x}{x^3} \end{cases}$ 2p

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

$\boxed{M(1,1)}$ 1p

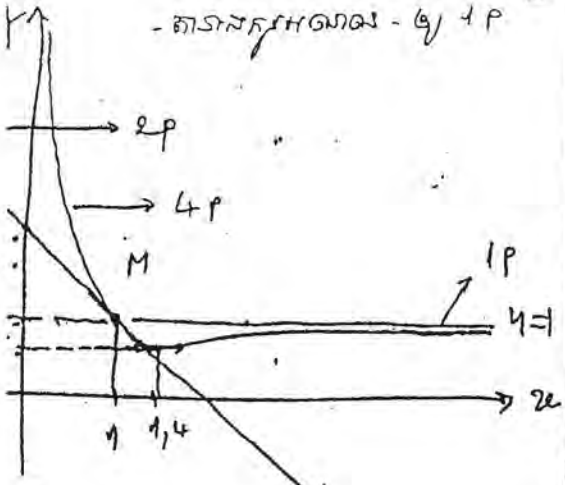
- សមីការតង់សង់ $M(1,1)$

$y = f'(x_M)(x - x_M) + y_M$ 1p

លទ្ធផល $f'(x_M) = f'(1) = -1$

www.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

- តារាងកម្រិតលោត - ១ 1p



រកតម្លៃ k

ដោយ: $1-\frac{\ln x}{x^3} > k$ (T)

ជាមួយ (C) និង $y=k$

ត្រូវមាន:

ចម្លើយ $k < 1-\frac{1}{3e}$

$k < 0,88$: 2p

លំហាត់ទី ២.

A. រកកូអរដោណេ B

$\overrightarrow{AB}\begin{cases} x_B-1=-1 \\ y_B-0=2 \\ z_B-1=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B=0 \\ y_B=2 \\ z_B=2 \end{cases}$ 2p

$\boxed{\text{ចម្លើយ: } B(0,2;2)}$ 2p

- រកសមីការប្លង់ (P)

$(P): -(x-1)+2(y-0)+z-2=0$ 2p

$\boxed{-x+2y+z-2=0}$ 2p

- រកកូអរដោណេ $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{CD}$

3p $\overrightarrow{AC}(1,1,-1)$; $\overrightarrow{CD}(-1,2,1)$ 2p

- គណនា $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

2p $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=(-1)(1)+2(1)+(-1)(1)=0$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \Longrightarrow \overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}$

2p $\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC}\\ \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}\end{array}\right\} \Longrightarrow$ ABDC គឺជាចតុកោណកែង

(១) 3. គណនា $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -1 & 2 & 1\\ 1 & 1 & -1\end{vmatrix}$ 4p

$=-3\vec{i}+0\vec{j}-3\vec{k}$ 1p

$S(ABCD)=2S_{ABC}$ 1p

$=2\,\frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\|$

$=\sqrt{(-3)^2+0^2+(-3)^2}=\sqrt{18}$

$=3\sqrt{2}$ ឯកតាក្រឡា 3p

(១) 4- រកបរិមាណតម្រង់ OABC

$V(OABC)=\frac{1}{6}\left|(\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC})\cdot\overrightarrow{AO}\right|$ 3p

ដោយ $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}(-3;0,-3)$

$\overrightarrow{AO}(-1,0,-1)$

2p នាំឲ្យ $V(OABC)=\frac{1}{6}(3+3)=1$ ឯកតាមាឌ

2p ២ដងមាឌ. $V_{តម្រង់}=\frac{1}{3}S_{(ABC)}\cdot h$

1p → $h=\frac{3V}{S_{ABC}}$

... តែ $S(ABC)=\frac{1}{2}\|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\|$

$=\frac{\sqrt{9+9}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$h=\frac{3\times1}{\frac{3\sqrt{2}}{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

$\boxed{h=\sqrt{2}}$ 1p

ចំណាំ ៖ ២ និង 13 សិស្ស ខ្ញុំចង់ ... ...

PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា
ប្រឡងនៃមហាវិទ្យាល័យ ថ្នាក់ទី១២

(1)

លេខបន្ទប់ : .....
លេខតុ : .....
មណ្ឌលប្រឡង : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុវេក្ខ :
១. .....
២. .....

សម្រាយប្រឡង : ២២ មីនា ២០០៧

នាមត្រកូល និងនាមខ្លួន : .....
ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : .....
ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្គាត់*

* បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់និងត្រូវចាត់ទុកជាមោឃៈ ។

មុខវិជ្ជា : គណិតវិទ្យា ម៉ោងប្រឡង : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្គាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង្ក្រាសនេះជាពីរ រួចទុកទ្រនាបផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រមាណបីផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវគេកាត់ចេញ ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងទុកសម្រាប់ផ្នែកនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវទុកសរសេរចម្លើយចំពោះសំណួរទាំងអស់ លើទំព័រ២ និង ទំព័រ៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយ ។

I. (១០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\frac{\sin^2 3x}{x^2}$ ចំពោះ $x\neq 0$ ហើយ $f(0)=a^2+4a+9$ ដែល a ជាចំនួនពិត ។
គណនា $\lim_{x\to 0} f(x)$ ។ កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឲ្យ f ជាអនុគមន៍ជាប់នៅត្រង់ $x=0$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ និង $W=-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ។

១.(៦ពិន្ទុ) បង្ហាញថា $Z^2=W$ រួចគណនា Z^2+Z+1 ។

២.(៦ពិន្ទុ) គណនា $A=Z^2+Z+i$ ។ សរសេរ A ជាទំរង់ត្រីកោណមាត្រ ។

៣.(៣ពិន្ទុ) បង្ហាញថា A^{30} ជាចំនួនពិត ។

III. (១៥ពិន្ទុ)

១. (៧ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ: $f(x)=a\ln x+bx^2+x+2$ ។ កំណត់តម្លៃ a និង b ដោយដឹងថា អនុគមន៍ f មានបរមាត្រង់ $x_1=1$ និង $x_2=2$ ។

២. (៨ពិន្ទុ) ដោះស្រាយវិសមីការ: $h'(x)<g'(x)$ ដោយដឹងថា $h(x)=e^{2x}+3x$ និង $g(x)=10e^x-5x+15$ ។

IV. (២០ពិន្ទុ) ABCD ជាចតុកោណកែងមួយដែលមាន $AB=3\text{ cm}$ និង $BC=4\text{ cm}$ ។ $M\in[AB]$; $N\in[BC]$; $P\in[CD]$; $Q\in[DA]$ ដែល $AM=BN=CP=DQ=x$ ។

១.(១០ពិន្ទុ) គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔAMQ ; ΔBMN ; ΔCNP ; ΔDPQ និង $MNPQ$ ជាអនុគមន៍នៃ x ។

២.(១០ពិន្ទុ) កំណត់តម្លៃ x ដើម្បីឲ្យ $MNPQ$ មានផ្ទៃក្រឡាតូចបំផុត ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានោះ ។

V. (៣០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $y=f(x)=x+2+\frac{4}{x-1}$ និងមានខ្សែកោង (C) ។

១.(១៨ពិន្ទុ) រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។ គណនា និងសិក្សាសញ្ញានៃដេរីវេ $f'(x)$ ។
បង្ហាញថា f មានតម្លៃអតិបរមាមួយ និងអប្បបរមាមួយ ហើយគណនាតម្លៃទាំងនោះ ។

២.(៥ពិន្ទុ) កំណត់សមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ និងទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

៣.(៤ពិន្ទុ) សិក្សាទីតាំងរវាងអាស៊ីមតូតទ្រេត និងខ្សែកោង (C) ។

៤.(៣ពិន្ទុ) សង់ពាក្យអវេចារកាតនៃអនុគមន៍ f និង សង់ខ្សែកោង (C) ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតំរុយអរតូនរម៉ាល់ដែលមានទិសវេចិត្តមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ គេឲ្យចំណុច $A(2;0;1)$, $B(0;1;3)$ និង $C(0;3;2)$ ។

១.(១០ពិន្ទុ) គណនាកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{AB}$ និង $\vec{BC}$ ។ បង្ហាញថា វ៉ិចទ័រ $\vec{AB}$ និង $\vec{BC}$ ជាវ៉ិចទ័រអរតូណាល់ ។

២.(៥ពិន្ទុ) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{AB}\times\vec{BC}$ ។

៣.(៥ពិន្ទុ) រកសមីការថ្នាក់ម៉ែតានៃបន្ទាត់ (D) ដែលកាត់តាម C ហើយស្របនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{AB}$ ។

៤.(៥ពិន្ទុ) រកសមីការប្លង់ (P) ដែលកាត់តាម A និងមានវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់ $\vec{BC}$ ។

៥.(១០ពិន្ទុ) រកសមីការស្ហ្វែ (S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត [AC] ។ ផ្ទៀងផ្ទាត់ថាចំណុច B ជាចំណុចរបស់ស្ហ្វែ (S)។

ចម្លើយ

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

② អត្ថន័យ វិញ្ញាសា គណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី 12
ប្រឡងដាច់ដោយឡែកលើកទី1 : 22 . មីនា 2007

I: (10ពិន្ទុ) : គណនា $\lim_{x\to 0} f(x)$

. $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 3x}{x^2}$

$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{\sin 3x}{3x}\cdot 3\right)^2$

$= (1\cdot 3)^2 = \boxed{9}$ ⑤

. កំណត់តម្លៃ a

ដើម្បីអោយ f បានជាប់ត្រង់ $x=0$ លុះត្រាតែ

$\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$

$9 = a^2+4a+9$

$a(a+4) = 0$

ដូចនេះ $\boxed{a \in \{0;-4\}}$ ⑤

II: (15ពិន្ទុ): 1- បង្ហាញว่า $z^2 = w$

មាន $z = -\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$; $w = -\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$

នោះបាន $(2z)^2 = (-1+i\sqrt{3})^2$

$4z^2 = 1-2i\sqrt{3}-3$

$= -2-2i\sqrt{3}$

$z^2 = -\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$

ដូចនេះ $\boxed{z^2 = w}$ ③

. គណនា: z^2+z+1

. $z^2+z+1 = \left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+1$

$\boxed{z^2+z+1 = 0 = 0+0i}$ ③

2- គណនា $A = z^2+z+i$

$A = z^2+z+i = \left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+i$

ដូចនេះ $\boxed{A = -1+i}$ ③

. សរសេរ A ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

$A = -1+i$, $|A| = \sqrt{2}$

នោះមាន $A = \sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$= \sqrt{2}\left(-\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$

$= \sqrt{2}\left[\cos\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\pi-\frac{\pi}{4}\right)\right]$

ដូចនេះ $\boxed{A = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}$ ③

3- បង្ហាញว่า A^{20} ជាចំនួនពិត

$A^{20} = (\sqrt{2})^{20}\cdot\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)^{20}$

$= 2^{10}\cdot(\cos 15\pi+i\sin 15\pi)$ (ម៉ាស៊ីន)

$= 2^{10}\cdot(-\cos 0-i\sin 0)$

$= 2^{10}\cdot(-1-i\cdot 0)$

ដូចនេះ $\boxed{A^{20} = -2^{10} \text{ ជាចំនួនពិត}}$ ③

III: (15ពិន្ទុ): 1- កំណត់តម្លៃ a និង b

អនុ. $f(x) = a\ln x+bx^2+x+2$

. ដេរីវេ: $f'(x) = a\cdot\frac{1}{x}+2bx+1$ ②

. អនុ. f មានបរមាត្រង់ $x_1 = 1$ និង $x_2 = 2$

លុះត្រាតែ. $\begin{cases} f'(1) = 0 \\ f'(2) = 0 \end{cases}$ ②

$\begin{cases} a+2b+1 = 0 \\ \frac{a}{2}+4b+1 = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} a+2b+1 = 0 \\ a+8b+2 = 0 \end{cases}$ −

$6b = -1$

$b = -\frac{1}{6}$

$a = -1-2b = -1+\frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$

ដូចនេះ $\boxed{a = -\frac{2}{3} ; b = -\frac{1}{6}}$ ③

www.pisethsok.wordpress.com

(3)

2- ដោះស្រាយវិសមីការ $h'(x) < g'(x)$

- $h(x) = e^{2x} + 3x$; $g(x) = 10e^{x} - 5x + 15$
- ដេរីវេ : $h'(x) = 2e^{2x} + 3$ (1)

  $g'(x) = 10e^{x} - 5$ (1)
- វិសមីការ : $2e^{2x} + 3 < 10e^{x} - 5$

  $2(e^{x})^2 - 10e^{x} + 8 < 0$ (1) (2)
- តាង $t = e^{x}$; $t > 0$

(1) $\Rightarrow 2t^2 - 10t + 8 < 0$ (ទៅសញ្ញា)

t	0		1		4		$+\infty$
$2t^2-10t+8<0$		+	0	−	0	+	

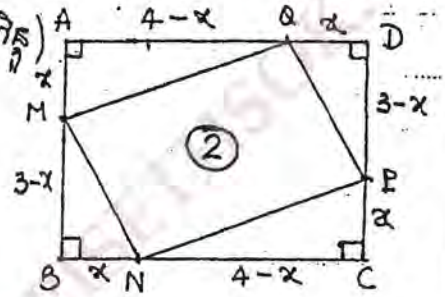
ចម្លើយ $1 < t < 4$

$1 < e^{x} < 4$ (2)

$\ln 1 < \ln e^{x} < \ln 4$

ដូចនេះ $\boxed{0 < x < \ln 4}$ (2)

IV- (20ពិន្ទុ)



1- គណនា S_{AMQ} :

- ΔAMQ ខាងក្រាស់ A និង $AM = x$; $AQ = 4-x$

ចម្លើយ : $\boxed{S_{AMQ} = \frac{1}{2}x.(4-x)}$ (2)

គណនា : S_{BMN} :

- ΔBMN ខាងក្រាស់ B និង $BN = x$; $BM = 3-x$

ចម្លើយ : $\boxed{S_{BMN} = \frac{1}{2}.x.(3-x)}$ (2)

: គណនា S_{CNP} :

- ΔCNP ខាងក្រាស់ C និង $CP = x$; $CN = 4-x$

ចម្លើយ : $\boxed{S_{CNP} = \frac{1}{2}x.(4-x)}$ (2)

- គណនា S_{DPQ} :
- ΔDPQ ខាងក្រាស់ D និង $DQ = x$; $DP = 3-x$

ចម្លើយ $\boxed{S_{DPQ} = \frac{1}{2}.x.(3-x)}$ (2)

- គណនា S_{MNPQ}

$S_{MNPQ} = S_{ABCD} - (S_{AMQ} + S_{BMN} + S_{CNP} + S_{DPQ})$

$= 3.4 - [x(4-x) + x(3-x)]$

$= 12 - (4x - x^2 + 3x - x^2)$

$\boxed{S_{MNPQ} = 2x^2 - 7x + 12}$ (2)

2- រកតម្លៃ x

- តាង $S(x) = S_{MNPQ} = 2x^2 - 7x + 12$
- លក្ខខណ្ឌ : $0 < x < 3$ (1)
- ដេរីវេទី១ : $S'(x) = 4x - 7$ (2)
- ចម្លើយ : $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{7}{4}$ (1)
- ដេរីវេទី២ : $S''(x) = 4 > 0$ (1)

ដូចនេះ : $\boxed{S_{MNPQ} \text{ ក្លាយជាតូចបំផុតក្រោម } x = \frac{7}{4}\text{cm}}$ (1)

- ក្រោម $x = \frac{7}{4}$ ចម្លើយ

$S_{MNPQ} = 2.\frac{49}{16} - 7.\frac{7}{4} + 12$

$= \frac{49}{8} - \frac{49}{4} + 12$

ដូចនេះ : $\boxed{S_{MNPQ} = \frac{47}{8}\text{cm}^2}$ (2)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

(4)

(30ពិន្ទុ) : $(C): y = f(x) = x+2+\frac{4}{x-1}$

1- រកដែនកំណត់នៃអនុ. f

អនុ. f មានន័យលុះត្រាតែ $x-1\neq 0$

$x\neq 1$

ដូចនេះ $\boxed{D_f = \mathbb{R}-\{1\}}$ (2)

- គណនា $f'(x) = 1+\frac{-4}{(x-1)^2}$

$$\boxed{f'(x) = \frac{(x-1)^2-4}{(x-1)^2}}$$ (4)

- សញ្ញានៃ $f'(x)$ អាស្រ័យ $(x-1)^2-4$ ព្រោះ $(x-1)^2>0$, $\forall x\in D_f$ ។

គេបាន : $(x-1)^2-4=0$

$(x-1-2)(x-1+2)=0$

$(x-3)(x+1)=0$

$x=3$ ឬ $x=-1$

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

(4)

- ត្រង់ $x=-1$ នោះ $f'(x)=0$ ហើយប្តូរសញ្ញាពី $(+)$ ទៅ $(-)$ ។
- ត្រង់ $x=3$ នោះ $f'(x)=0$ ហើយប្តូរ សញ្ញាពី $(-)$ ទៅ $(+)$ ។ (2)

ដូចនេះ f មានអតិបរមាមួយត្រង់ $x=-1$ និងអប្បបរមាមួយត្រង់ $x=3$

- តម្លៃសរុបនៃ : $f(-1) = -1+2+\frac{4}{(-1-1)} = \boxed{-1}$
- តម្លៃសរុប : $f(3) = 3+2+\frac{4}{3-1} = \boxed{7}$ (2)

2- កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងទេរ៉ូតេ

$(C): f(x) = x+2+\frac{4}{x-1}$

ដោយ . $\lim_{x\to 1}\left(x+2+\frac{4}{x-1}\right) = \begin{cases}-\infty & \text{ប្រសិន } x\to 1^-\\ +\infty & \text{ប្រសិន } x\to 1^+\end{cases}$

-(3)-

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់ } x=1 \text{ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ } (C)}$ (2)

. ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{4}{x-1} = 0$

ដូចនេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់ } y = x+2 \text{ ជាអាស៊ីមតូតទេតនៃ } (C)}$ (3)

3- ទីតាំងរវាងអាស៊ីមតូតទេតនិងក្រាប (C)

$(C): y = x+2+\frac{4}{x-1}$

$(D): y = x+2$: អាស៊ីមតូតទេត

គេបាន $y_C - y_D = \frac{4}{x-1}$ (2)

+ បើ $x<1 \Rightarrow y_C - y_D < 0$

ដូចនេះ (C) នៅក្រោម (D) ។ (1)

+ បើ $x>1 \Rightarrow y_C - y_D > 0$

ដូចនេះ (C) នៅលើ (D) ។ (1)

4- តារាងបន្សំនៃ f

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	7	↗	$+\infty$

(3)

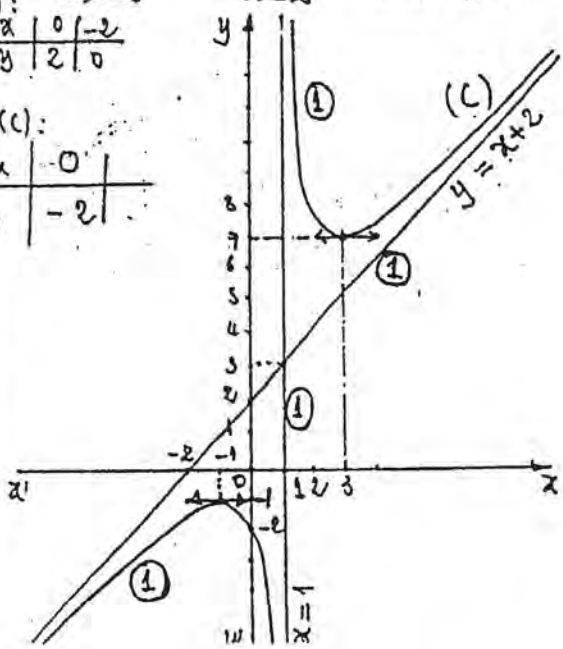
- $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty}\left(x+2+\frac{4}{x-1}\right) = \begin{cases}-\infty & \text{ប្រសិន } x\to-\infty\\ +\infty & \text{ប្រសិន } x\to+\infty\end{cases}$

(D):

x	0	-2
y	2	0

(C):

x	0
y	-2



www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

VI: (35ពិន្ទុ)

$A(2;0;1)$; $B(0;1;3)$; $C(0;3;2)$

1- គណនាកូអរដោនេនៃវិចទ័រ $\vec{AB}$ និង $\vec{BC}$

- $\vec{AB}(0-2;1-0;3-1) \Rightarrow \vec{AB}(-2;1;2)$ (3)
- $\vec{BC}(0-0;3-1;2-3) \Rightarrow \vec{BC}(0;2;-1)$ (3)

+ បង្ហាញថា: $\vec{AB} \perp \vec{BC}$

$\vec{AB}\cdot\vec{BC} = (-2)\cdot 0 + 1\cdot 2 + 2\cdot(-1)$
$= 0 + 2 - 2 = 0$

ដូចនេះ: $\boxed{\vec{AB} \perp \vec{BC}}$ (4)

2- គណនា $\vec{AB}\times\vec{BC}$

$$\vec{AB}\times\vec{BC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix} \quad (1)$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}\vec{k} \quad (2)$$

$$= (-1-4)\vec{i} - (2-0)\vec{j} + (-4-0)\vec{k} \quad (1)$$

ដូចនេះ: $\boxed{\vec{AB}\times\vec{BC} = -5\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}}$ (1)

3- រកសមីការប្រាកដនៃបន្ទាត់ (D)

បន្ទាត់ (D) កាត់តាម C ហើយស្របនឹងវិចទ័រ $\vec{AB}$:

$$(D): \begin{cases} x = x_C + at \\ y = y_C + bt \\ z = z_C + ct \end{cases} \quad (2)$$

$$\boxed{(D): \begin{cases} x = -2t \\ y = 3 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} ; (t \in \mathbb{R})} \quad (3)$$

4- រកសមីការប្លង់ (P):

ប្លង់ (P) កាត់តាម A ហើយមានវិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{BC}$:

$(P): a(x-x_A) + b(y-y_A) + c(z-z_A) = 0$ (2)

$0(x-2) + 2(y-0) - 1(z-1) = 0$ (2)

ដូចនេះ: $\boxed{(P): 2y - z + 1 = 0}$ (1)

5- រកសមីការស្ហ៊ីត (S)

ស្ហ៊ីត (S) មានអង្កត់ផ្ចិត [AC] ដូច្នេះមានផ្ចិត I នៅកណ្តាល [AC] ។ (1)

គេបាន:

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{2+0}{2} = 1 \\ y_I = \dfrac{0+3}{2} = \dfrac{3}{2} \\ z_I = \dfrac{1+2}{2} = \dfrac{3}{2} \end{cases} \quad (2)$$

- កាំស្ហ៊ីត $r = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{\sqrt{(0-2)^2+(3-0)^2+(2-1)^2}}{2}$

$= \dfrac{\sqrt{14}}{2} \Rightarrow r^2 = \dfrac{14}{4} = \dfrac{7}{2}$ (2)

- សមីការស្ហ៊ីត:

$(S): (x-x_I)^2 + (y-y_I)^2 + (z-z_I)^2 = r^2$ (2)

$\boxed{(S): (x-1)^2 + (y-\frac{3}{2})^2 + (z-\frac{3}{2})^2 = \frac{7}{2}}$ (1)

+ ជជែកផ្ទាត់ថា $B \in (S)$

- យកកូអរដោនេចំណុច B ដូសក្នុងសមីការស្ហ៊ីត (S) គេបាន:

$(0-1)^2 + (1-\frac{3}{2})^2 + (3-\frac{3}{2})^2 = \frac{7}{2}$

$1 + \frac{1}{4} + \frac{9}{4} = \frac{7}{2}$

$\frac{7}{2} = \frac{7}{2}$ ជាការ

ដូចនេះ: $\boxed{B \in (S)}$ (2)

ភ្នំពេញ, ថ្ងៃទី 24-03.2007

ប្រធានកំណែ

ណារ-ឫ

www.pisethsok.wordpress.com

ស៊ុន ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា (1) លេខបន្ទប់ : .....

ប្រឡងចុងមេរៀនលើកទី២ ថ្នាក់ទី១២ លេខតុ : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុកោ : សម្រាប់ប្រឡង : ២១ មិថុនា ២០០៧ ពណ្ណលប្រឡង : .....

..... នាមត្រកូល និង នামខ្លួន : .....

..... ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់

* បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវចាត់ទុកជាមោឃៈ ។

វិជ្ជាសា : គណិតវិទ្យា **រយៈពេល : ១៥០នាទី** **ពិន្ទុ : ១២៥**

អក្សរសម្ងាត់

សេចក្តីណែនាំ :

ពិន្ទុសរុប

១. បេក្ខជនត្រូវបង់ក្រដាសនេះជាពីរ រួចកត់ត្រាលេខកូដ លើផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឲ្យជាប់ជាមួយនឹងក្រដាសចម្លើយ ។ ដែលនឹងត្រូវគេកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងកត់ត្រាលេខកូដនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវកត់ត្រាលេខកូដ ចំណាត់ថ្នាក់ និងលេខតុ ចូលក្នុងតារាងដែលមានក្នុងទំព័រទី២ ។

I. (១០ពិន្ទុ) ១. (៣ពិន្ទុ) ចំនួនកុំផ្លិច Z មានម៉ូឌុលស្មើ 2 និងអាគុយមង់ស្មើ $\frac{\pi}{3}$ ។ សរសេរ Z ជាទម្រង់ពិជគណិត $a+ib$ ដែល a និង b ជាចំនួនពិត ។

២. (៤ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $Y=2(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3})$ ។ គណនា $Z\times Y$ ដោយឲ្យលទ្ធផលជាទម្រង់ពិជគណិត ។

៣. (៣ពិន្ទុ) បង្ហាញថា $\overline{Y}=Z$ ។

II. (១០ពិន្ទុ) យ៉ាប៉ូល (P) មានសមីការទូទៅ $y^2-4x-4y+12=0$ ។

១. (៥ពិន្ទុ) សរសេរសមីការនៃ (P) ជាទម្រង់ស្តង់ដា ។ កំណត់រកកូអរដោនេនៃកំពូល S និង កំណុំ F នៃ (P) រួចរកសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិស (Δ) ។

២. (៥ពិន្ទុ) គណនា y ចំពោះ $x=3$ ។ សង់យ៉ាប៉ូល (P) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O;\vec{i};\vec{j})$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) ១. (៧ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $y''+2y'+2y=0$ (E) ។

២. (៨ពិន្ទុ) រកចម្លើយមួយនៃ (E) ដោយដឹងថា $y(0)=1$ និង $y'(0)=-1$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) ១. (៨ពិន្ទុ) គណនាលីមីត $\lim_{x\to 0}(\frac{e^x}{x}-\frac{1}{x}+\frac{\sin 2x}{x})$ និង $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x+1}$ ។

២. (៧ពិន្ទុ) គណនា $xy+x^2y'$ ដោយដឹងថា $y=\frac{e^x-\ln x}{x}$ ។

V. (១៥ពិន្ទុ) ថ្នាក់រៀនមួយមានសិស្ស 50នាក់ ។ ក្នុងការធ្វើសម្គាសសិស្សទាំង 50នាក់ គេដឹងថានៅក្នុងថ្នាក់រៀននេះមានសិស្ស 30 នាក់ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា សិស្ស 25នាក់ចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា និង សិស្ស 15នាក់ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា និងរូបវិទ្យា ។

រកចំនួនសិស្សដែល :

១. (៧ពិន្ទុ) ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា ឬ រូបវិទ្យា ។

២. (៤ពិន្ទុ) មិនចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា និង មិនចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា ។

៣. (៤ពិន្ទុ) ចូលចិត្តរៀនគណិតវិទ្យា តែមិនចូលចិត្តរៀនរូបវិទ្យា ។

www.PisethSok.WordPress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

VI. (៣០ពិន្ទុ) ចំណុច $A(1;1;1)$, $B(2;0;3)$, $C(-1;2;0)$ និង $D(2;4;2)$ ស្ថិតនៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល ទិសដៅវិជ្ជមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ មួយ ។

១. (៨ពិន្ទុ) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{N} = \vec{AB} \times \vec{AC}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។

២.(១០ពិន្ទុ) រកសមីការប្លង់(ABC) ។ រកសមីការចាក់ម៉ែតនៃបន្ទាត់(L) ដែលកាត់តាមចំណុចD ហើយនឹងប្លង់(ABC) ។

៣.(១២ពិន្ទុ) គណនា $\vec{AB}\cdot\vec{AD}$ និង $\vec{AC}\cdot\vec{AD}$ ។ ទាញថា [DA] ជាកម្ពស់នៃតេត្រាអែត ABCD ។ គណនាប្រវែង DA ។ គណនាមាឌនៃតេត្រាអែត ABCD ។

VII. (៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x > 0$ ដោយ $y = f(x) = x + \frac{1+\ell nx}{x}$ ហើយមានខ្សែកោង(C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល $(O,\vec{i},\vec{j})$ ដែលមានឯកតា 2cm ។

១. (៦ពិន្ទុ) គណនា $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃខ្សែកោង(C) ។

២. (៧ពិន្ទុ) គណនា $f'(x)$ ហើយសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ដោយដឹងថា $x^2 - \ell nx > 0$ ចំពោះ $x > 0$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣. (៨ពិន្ទុ) បង្ហាញថាបន្ទាត់ $(L): y = x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង(C) ។ សិក្សាទីតាំងរវាង (L) និង(C) ។

៤. (៩ពិន្ទុ) បន្ទាត់(D) ប៉ះខ្សែកោង(C) ត្រង់ចំណុចM ហើយ(D) ស្របនឹង(L) ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច M គណនា $f(2)$ ។ សង់ (L) ; (D) និង(C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

(គេយក $\frac{1}{e} = 0,36$; $\ell n2 = 0,7$)។

ចម្លើយ

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

មាតិកាកំណែនៃសិក្ខាកម្មប្រលងឆមាសទី2

សម្រាយប្រចាំថ្ងៃ 21-06-2007

10 ពិន្ទុ. I 1. (3ពិន្ទុ) សរសេរ z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ.

ដំណោះស្រាយ:

យើងមានកំណត់ z មានម៉ូឌុលស្មើ 2 និងមុំ-ការគោលស្មើ $\frac{\pi}{3}$, នោះ:

(1) $z = 2(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$

(1) $= 2(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$

(1) $\boxed{z = 1 + i\sqrt{3}}$

2. (4ពិន្ទុ) គណនា $z \times Y$ រួចសរសេរ.

យោងយកលទ្ធផលជាមុនដំណោះស្រាយ:

មាន $z = 2(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$

$Y = 2(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3})$

(1) នោះ: $z \times Y = 4(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3})$

$= 4[\cos(\frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3} + \frac{5\pi}{3})]$

(1) $= 4(\cos\frac{6\pi}{3} + i\sin\frac{6\pi}{3})$

(1) $= 4(\cos 2\pi + i\sin 2\pi)$

(1) $= 4(1 + 0i)$

(1) $\boxed{z = 4 + i.0}$

3. (3ពិន្ទុ) សរសេរ $\bar{Y} = z$:

មាន $Y = 2(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3})$

(1) $\bar{Y} = 2[\cos(-\frac{5\pi}{3}) + i\sin(-\frac{5\pi}{3})]$

(1) $= 2[\cos(2\pi - \frac{5\pi}{3}) + i\sin(2\pi - \frac{5\pi}{3})]$

$= 2[\cos(\frac{6\pi - 5\pi}{3}) + i\sin(\frac{6\pi - 5\pi}{3})]$

$= 2(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$

(1) ដូចនេះ $\boxed{\bar{Y} = z}$

10 ពិន្ទុ. II. (P): $y^2 - 4x - 4y + 12 = 0$

1. (5ពិន្ទុ) សរសេរ (P) ជាទម្រង់ស្តង់ដារ:

(P): $y^2 - 4x - 4y + 12 = 0$

$y^2 - 4y = 4x - 12$

(1) $y^2 - 4y + 2^2 = 4x - 12 + 2^2$

$(y-2)^2 = 4x - 8$

$(y-2)^2 = 4(x-2)$

(1) ដូចនេះ: $\boxed{(P): (y-2)^2 = 4.1(x-2)}$ $(p=1)$

កំណត់ក្បាលរង្វាស់ចំណុច S និងចំនុច F នៃ (P)

មាន (P): $(y-2)^2 = 4.1(x-2)$

ទម្រង់ស្តង់ដារ (P): $(y-k)^2 = 4p(x-h)$

នោះ: $\begin{cases} p = 1 \\ k = 2 \\ h = 2 \end{cases}$

ចាប់ពីមួយ នេះមានកន្លែងស្នូលណា ?

នោះ:

• ចំណុច $S(h;k)$

(1) ដូចនេះ: $\boxed{S(2;2)}$

• ចំនុច F $\begin{cases} x = h + p = 2 + 1 = 3 \\ y = k = 2 \end{cases}$

(1) ដូចនេះ: $\boxed{F(3;2)}$

+ សមីការបន្ទាត់ដឹកនាំ (Δ) នៃ (P):

សមីការបន្ទាត់ (Δ): $x = h - p = 2 - 1 = 1$

(1) ដូចនេះ: $\boxed{(\Delta): x = 1}$

2. (5ពិន្ទុ) គណនា y ចំពោះ $x = 3$:

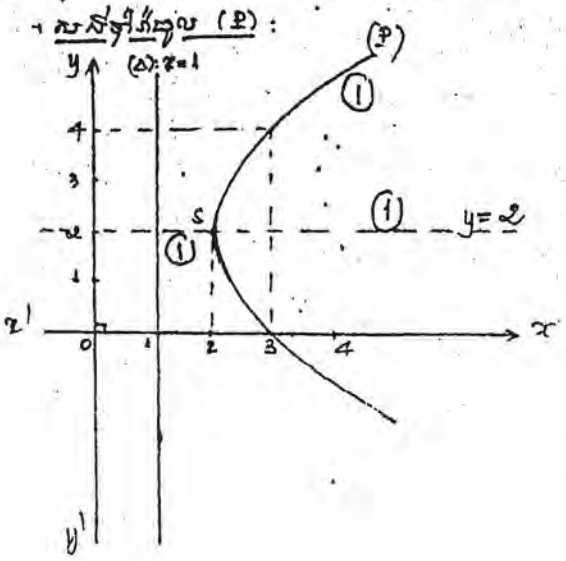
$(y-2)^2 = 4(3-2) = 4 = 2^2$

នោះ: $y - 2 = 2$ ឬ $y - 2 = -2$

$y = 4$ ឬ $y = 0$

(2) ដូចនេះ: $\boxed{\text{ចំពោះ } x = 3 \text{ យើង } y = 0 \text{ ឬ } y = 4.}$

+ សន្លឹកចាប់ចុល (P):



www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

15 ពិន្ទុ. III. 1 (7 ពិន្ទុ)

ដោះស្រាយសមីការ : $y'' + 2y' + 2y = 0$ (E)

(2) . សមីការសំគាល់ : $r^2 + 2r + 2 = 0$

$\Delta' = b'^2 - ac = 1 - 2 = -1 = i^2$

(2) ទាញ $r_{1,2} = \frac{-b' \pm \sqrt{\Delta'}}{a} = -1 \pm i$; $\begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 1 \end{cases}$

(1) ចំលើយទូទៅ : $y = (A\cos\beta x + B\sin\beta x)e^{\alpha x}$

(2) ដូចនេះ : $\boxed{y = (A\cos x + B\sin x)e^{-x} ; (A, B \in \mathbb{R})}$

2 (3 ពិន្ទុ) រកចំលើយជាក់លាក់ (E) :

យោងតាមលក្ខខ័ណ្ឌ $y(0) = 1$ និង $y'(0) = -1$

យើង $y = (A\cos x + B\sin x)e^{-x}$

(3) - យើងមាន $y' = (A\cos x + B\sin x)'e^{-x} + (e^{-x})'(A\cos x + B\sin x)$

$= (-A\sin x + B\cos x)e^{-x} - e^{-x}(A\cos x + B\sin x)$

យោងតាម $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$; $\begin{cases} \sin 0 = 0 \\ \cos 0 = 1 \\ e^0 = 1 \end{cases}$

(2) យើងបាន : $\begin{cases} (A+0).1 = 1 & (1) \\ (0+B).1 - 1.(A+0) = -1 & (2) \end{cases}$

(1) . (1) : $A = 1$

. (2) : $B - A = -1$

(1) $B = A - 1 = 1 - 1 = 0$

(1) ដូចនេះ : $\boxed{y = (\cos x).e^{-x}}$

(15 ពិន្ទុ) IV. 1. (8 ពិន្ទុ) គណនាលីមីត :

. $\lim_{x \to 0} \left(\frac{e^x}{x} - \frac{1}{x} + \frac{\sin 2x}{x}\right)$

(1) $= \lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} + \lim_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{x}$

(1) + (1) $= \lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} + \lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin 2x}{2x} . 2\right)$

(1) $= 1 + (1.2) = \boxed{3}$

. $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x+1}$ (រកមើលកន្លែង $\frac{\infty}{\infty}$)

(1) $= \lim_{x \to +\infty} \frac{x\left(\frac{\ln x}{x}\right)}{x\left(1 + \frac{1}{x}\right)}$

(1) + (1) $= \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{\ln x}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = \boxed{0}$

(1) (ចំណាំ : $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ និង $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$)

2) (7 ពិន្ទុ) គណនា $xy + x^2y'$:

. កំណត់ចាប់ $y = \frac{e^x - \ln x}{x}$; $x > 0$

(4) យើងមាន : $y' = \frac{(e^x - \ln x)'.x - (x)'(e^x - \ln x)}{x^2}$

$= \frac{\left(e^x - \frac{1}{x}\right).x - (e^x - \ln x)}{x^2}$

$= \frac{xe^x - 1 - e^x + \ln x}{x^2}$

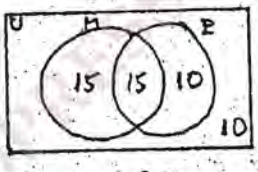
(1) យើងបាន : $xy + x^2y' = x\left(\frac{e^x - \ln x}{x}\right) + x^2\left(\frac{xe^x - 1 - e^x + \ln x}{x^2}\right)$

$= e^x - \ln x + xe^x - 1 - e^x + \ln x$

$= xe^x - 1$

(2) ដូចនេះ : $\boxed{xy + x^2y' = xe^x - 1}$

(15 ពិន្ទុ) V.



(1) តាង M ជាសំណុំសិស្សចូលចិត្តលេងណាត់តាវ

(1) P ជាសំណុំសិស្សចូលចិត្តលេងបាល់ទាត់

U ជាសំណុំសកល

(1) តាមលក្ខខ័ណ្ឌ យើងមាន : $n(M) = 30$; $n(P) = 25$

$n(M \cap P) = 15$

$n(U) = 50$

1. (7 ពិន្ទុ) :

រកចំនួនសិស្សចូលចិត្តលេងណាត់តាវ ឬបាល់ទាត់

យើងរកគណនា $n(M \cup P)$:

(2) . $n(M \cup P) = n(M) + n(P) - n(M \cap P)$

(1) $= 30 + 25 - 15$

(1) $= 40$

(1) ដូចនេះ : $\boxed{n(M \cup P) = 40 \text{ នាក់}}$

2. (4 ពិន្ទុ) : រកចំនួនសិស្សមិនចូលចិត្ត

លេងណាត់តាវ និងមិនចូលចិត្តលេងបាល់ទាត់ :

(4) តាង A ជាសំណុំសិស្សមិនចូលចិត្តលេងទាំងពីរ

យើងបានតាមរូបភាព

យើងមាន : $n(A) = n(U) - n(M \cup P)$

$= 50 - 40 = 10$

ដូចនេះ : $\boxed{n(A) = 10 \text{ នាក់}}$

3. (4 ពិន្ទុ) : រកចំនួនសិស្សចូលចិត្តលេងណាត់តាវ

តែមិនចូលចិត្តលេងបាល់ទាត់ :

(4) . យើងរកគណនា $n(M) - n(M \cap P)$:

$n(M) - n(M \cap P) = 30 - 15 = 15$

ដូចនេះ : $\boxed{n(M) - n(M \cap P) = 15 \text{ នាក់}}$

www.facebook.com/TeacherSokPiseth
www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក) VI $A(1;1;1)$; $B(2;0;3)$; $C(-1;2;0)$ និង $D(2;4;2)$

(8 ពិន្ទុ) គណនាវិចទ័រ $\vec{N} = \vec{AB}\times\vec{AC}$:

. $\vec{AB}(2-1;0-1;3-1) \Rightarrow \vec{AB}(1;-1;2)$

. $\vec{AC}(-1-1;2-1;0-1) \Rightarrow \vec{AC}(-2;1;-1)$

ឥឡូវ :

$$\vec{N} = \vec{AB}\times\vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}\vec{k}$$

$$= (1-2)\vec{i} - (-1+4)\vec{j} + (1-2)\vec{k}$$

$$= -1\vec{i} - 3\vec{j} - 1\vec{k}$$

ដូច. $\boxed{\vec{N} = -\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}}$

+ គណនាក្រឡាចុះនៃ $\triangle ABC$:

រូបមន្ត : $S_{ABC} = \frac{1}{2}\|\vec{AB}\times\vec{AC}\|$

ឥឡូវ : $S_{ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{(-1)^2+(-3)^2+(-1)^2}$

$= \frac{1}{2}\sqrt{1+9+1} = \frac{1}{2}\sqrt{11}$

ដូចនេះ : $\boxed{S_{ABC} = \frac{\sqrt{11}}{2} \text{ ឯកតាក្រឡាចុះ}}$

(10 ពិន្ទុ) សមីការប្លង់ (ABC) :

. ប្លង់ (ABC) កាត់តាម $A(1;1;1)$ ជាមួយនឹងវេក្ទរណរ $\vec{N}(-1;-3;-1)$

. រូបមន្ត (ABC) : $a(x-x_A)+b(y-y_A)+c(z-z_A)=0$

ឥឡូវ (ABC) : $-1(x-1)-3(y-1)-1(z-1)=0$

$-x+1-3y+3-z+1=0$

$-x-3y-z+5=0$

ដូចនេះ : $\boxed{(ABC) : x+3y+z-5=0}$

+ រកសមីការប្រព័ន្ធនៃបន្ទាត់ (L) :

បន្ទាត់ (L) កាត់តាមចំណុច $D(2;4;2)$ ជាមួយនឹងវេក្ទរណរនៃប្លង់ (ABC) គឺ (L) មានវិចទ័រ $\vec{N}(-1;-3;-1)$

តម្រូវការ : $(L) : \begin{cases} x = x_D + at \\ y = y_D + bt \\ z = z_D + ct \end{cases} ; (t\in R)$

ដូចនេះ : $\boxed{(L) : \begin{cases} x = 2-t \\ y = 4-3t \\ z = 2-t \end{cases} ; t\in R}$

3. (12 ពិន្ទុ) គណនា $\vec{AB}\cdot\vec{AD}$ និង $\vec{AC}\cdot\vec{AD}$: 1 22

ដោយ $\vec{AB}(1;-1;2)$; $\vec{AC}(-2;1;-1)$

(1) $\vec{AD}(2-1;4-1;2-1) \Rightarrow \vec{AD}(1;3;1)$

ឥឡូវ : $\vec{AB}\cdot\vec{AD} = 1.1+(-1).1+2.1 = 1-3+2=0$

(1) ដូចនេះ : $\boxed{\vec{AB}\cdot\vec{AD}=0}$

$\vec{AC}\cdot\vec{AD} = (-2).1+1.3+(-1).1$

$= -2+3-1 = 0$

(1) ដូចនេះ : $\boxed{\vec{AC}\cdot\vec{AD}=0}$

+ បញ្ជាក់ (AD) ជាកំពស់ផ្ចិតនៃ $ABCD$:

តាមលក្ខណៈសញ្ញាណ៣ យើង :

(3) $\begin{cases} \vec{AB}\cdot\vec{AD}=0 \\ \vec{AC}\cdot\vec{AD}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{AD}\perp\vec{AB} \\ \vec{AD}\perp\vec{AC} \end{cases}$

$\Rightarrow \vec{AD}\perp(ABC)$

ដូចនេះ : $\boxed{(AD) \text{ ជាកំពស់ផ្ចិតនៃ } ABCD}$

+ គណនាប្រវែង DA :

$DA = \|\vec{DA}\|$

ដោយ $\vec{DA} = -\vec{AD} = -1\vec{i}-3\vec{j}-1\vec{k}$

(3) ឥឡូវ : $DA = \sqrt{(-1)^2+(-3)^2+(-1)^2}$

$= \sqrt{1+9+1} = \sqrt{11}$

ដូចនេះ : $\boxed{DA = \sqrt{11} \text{ ឯកតាប្រវែង}}$

+ គណនាមាឌនៃផ្ចិត $ABCD$:

តាមរូបមន្ត : $V_{ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABC}\cdot DA$

$= \frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{11}}{2}\cdot\sqrt{11}$

(3) $= \frac{11}{6}$

ដូចនេះ : $\boxed{V_{ABCD} = \frac{11}{6} \text{ ឯកតាមាឌ}}$

(30 ពិន្ទុ) VII $(C) : f(x) = x + \frac{1+\ln x}{x}$; $x>0$

1. (6 ពិន្ទុ) : គណនាលីមីត :

. $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(x + \frac{1+\ln x}{x}\right)$

(1) $= \lim_{x\to+\infty}\left(x + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}\right) = \boxed{+\infty}$

(1) (ព្រោះ : $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x} = 0$ និង $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x} = 0$)

(1) . $\lim_{x\to0^+} f(x) = \lim_{x\to0^+}\left(x + \frac{1+\ln x}{x}\right) = \boxed{-\infty}$

(1) (ព្រោះ : $\lim \frac{1+\ln x}{x} = -\infty$)

+ សន្និដ្ឋានកាត់ផ្ចិតតួលេខ (C) :

(1) ដោយ $\lim_{x\to0^+} f(x) = -\infty$

(1) ដូ. $\boxed{\text{ឃ្លាត់ } x=0 \text{ ជាកាត់ផ្ចិតតួលេខ } (C)}$

www.facebook.com/pisethsok.wordpress.com
ស៊ុន ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

2) (7ពិន្ទុ) គណនា $f'(x)$;

(2) $f'(x) = (x)' + \dfrac{(1+\ln x)'\cdot x - (x)'(1+\ln x)}{x^2}$

$= 1 + \dfrac{(\frac{1}{x})\cdot x - (1+\ln x)}{x^2}$

$= 1 + \dfrac{1 - 1 - \ln x}{x^2}$

ដូចនេះ: $\boxed{f'(x) = \dfrac{x^2 - \ln x}{x^2}}$

(2) + ដើម្បីស្រាយថា $f(x)$ កើនលើសំណុំ $x^2 - \ln x > 0$; ចំពោះ $x > 0$:

$f'(x) = \dfrac{x^2 - \ln x}{x^2} > 0$; ចំពោះ $x > 0$

ដូចនេះ: $\boxed{f'(x) > 0 \text{ ; ចំពោះ } x > 0}$

+ តារាងអថេរភាព f :

(1) (1) (1)

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

3. (8ពិន្ទុ) បង្ហាញថា បន្ទាត់ $(L): y = x$ គឺជាអាស៊ីមតូតទេរមួយនៃក្រាហ្ស (C) :

តាង $g(x) = f(x) - x = \dfrac{1+\ln x}{x}$; $x > 0$

(2) គេបាន: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - x] = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1+\ln x}{x}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x} + \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x}$

$= 0 + 0 = 0$

ដូចនេះ: $\boxed{\text{បន្ទាត់ } (L): y = x \text{ គឺជាអាស៊ីមតូតទេរ នៃ } (C) \text{ កាលដែល } x \to +\infty}$

+ ដើម្បីដឹងថាតម្លៃ (L) និង (C) :

$(C): y = x + \dfrac{1+\ln x}{x}$

$(L): y = x$

គេបាន: $y_C - y_D = g(x) = \dfrac{1+\ln x}{x}$; $(x > 0)$

សញ្ញានៃ $g(x)$ គឺ $(1+\ln x)$ (ចំពោះ $x > 0$)

គេបាន:

(1) $1 + \ln x = 0 \Leftrightarrow \ln x = -1 \Leftrightarrow x = e^{-1}$

(1) $1 + \ln x > 0 \Leftrightarrow \ln x > -1 \Leftrightarrow x > e^{-1}$

(1) $1 + \ln x < 0 \Leftrightarrow \ln x < -1 \Leftrightarrow x < e^{-1}$

x	0		e^{-1}		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	
ទីតាំង	‖	(C) លើសពី (L)	(C) ជាប់ (L)	(C) លើសពីលើ (L)	

(1) (1) (1)

4. (3ពិន្ទុ) រកកូអរដោនេចំណុច M :

- បន្ទាត់ (D) ប៉ះ (C) ត្រង់ M គេបាន
មេគុណទិសរបស់បន្ទាត់ (D) គឺ: $a = f'(x_M)$ (1)
- ដោយ $(D) // (L)$ ដែល $(L): y = 1x$
នោះគេបានមេគុណទិសរបស់ (D) គឺ $a = 1$ (2)

(1) តាម (1) និង (2) យើង $f'(x_M) = 1$

គេបាន $\dfrac{x_M^2 - \ln x_M}{x_M^2} = 1$

$x_M^2 - \ln x_M = x_M^2$

$\ln x_M = 0$

(1) $x_M = e^0 = 1$

ដោយ $y_M = f(x_M) = x_M + \dfrac{1+\ln x_M}{x_M}$

$= 1 + \dfrac{1+\ln 1}{1}$

$= 1 + \dfrac{1+0}{1} = 2$

(1) ដូចនេះ: $\boxed{M(1;2)}$

(1) + គណនា $f(2)$:

$f(2) = 2 + \dfrac{1+\ln 2}{2}$

$= 2 + \dfrac{1+0,7}{2}$

$= 2 + 0,85$

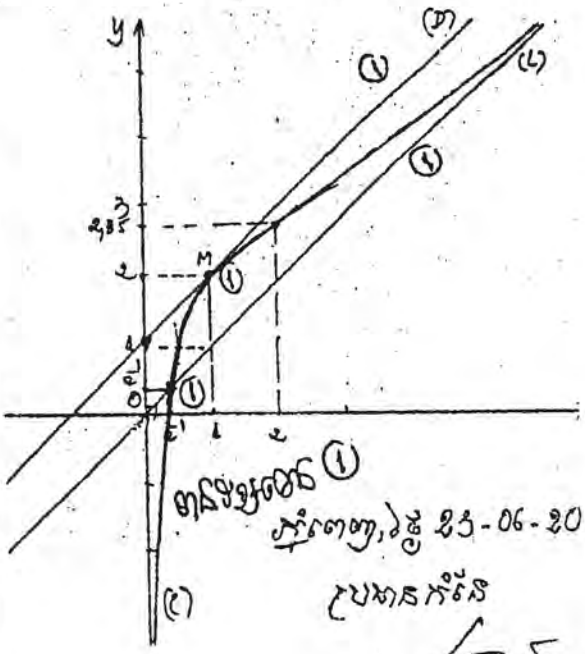
ដូច $\boxed{f(2) = 2,85}$

+ ដើម្បីគូសក្រាហ្ស (L) , (D) និង (C) ស្មើនឹងការកត់សំគាល់ $(0,\bar{1},\bar{1})$ ដែលមានដដែលៗ 2cm :

• (L) :

x	0	1
y	0	1

• (D) ឆ្លងតាម M ស្រមៃស្របនឹង (L)



(4)

ភ្នំពេញ, ថ្ងៃ 23-06-20

ប្រធានកំណែ

www.sok-piseth.com

124

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា

ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិចំណេះទូលៅ និងបំណិនវិជ្ជា

(1)

លេខបន្ទប់ : M8

លេខតុ : 1552

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាមន្ត្រីឧកញ្ញ : សម៉ោងប្រឡង : ៦ សីហា ២០០៧

មណ្ឌលប្រឡង : ...

១. ..... នាមត្រកូល និង នាមខ្លួន : .....

២. ..... ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់

* បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

ចំណាស : គណិតវិទ្យា ម៉ោងពេល : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្ងាត់

សេចក្ដីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង់ក្រដាសនេះជាពីរ រួចភ្ជាប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យជុំនឹងប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវគេកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងភ្ជាប់ខ្សែនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវធ្វើសរុបនូវចំណាត់ថ្នាក់ចម្លើយ ទំព័រទី២ និង ទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

I. (១០ពិន្ទុ) គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $A=(\sqrt{3}-1)+i(\sqrt{3}+1)$ និង $B=\frac{x+iy}{1+i}$ ដែល $x;y$ ជាចំនួនពិត ។

១. សរសេរ A^2 ជាទម្រង់ពីជគណិត ហើយជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

២. សរសេរ B ជាទម្រង់ពីជគណិត ។ រក x និង y ដោយដឹងថា $2\overline{B}-A^2=0$ ($\overline{B}$ ជាចំនួនកុំផ្លិចផ្ទាស់នៃ B) ។

II.(១៥ពិន្ទុ) យើងមានសមីការ (E) : $y'-y\ln 3=0$ ។

១. រកសំណុំចម្លើយនៃ (E) ។

២. កំណត់ f ដែលជាចម្លើយនៃ (E) ដោយដឹងថា $f(1)=2$ ។

៣. បង្ហាញថា $g(x)=3^{x-1}$ ជាចម្លើយនៃ (E) ។ (សម្គាល់: $U(x)=a^x$ នោះ $U'(x)=a^x\ln a$)

III.(១៥ពិន្ទុ) ១. កំណត់ចំនួនពិត a ; b និង c ដើម្បីឱ្យបាន $\frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2(x+2)}=\frac{a}{x-1}+\frac{b}{(x-1)^2}+\frac{c}{x+2}$ ចំពោះគ្រប់ x ដែល $x\neq -2; x\neq 1$ ។

២. គណនាអាំងតេក្រាល : $I=\int_{-1}^{0}\left(\frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2(x+2)}\right)dx$ ។

IV.(១៥ពិន្ទុ) ១. គណនាលីមីត $\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x\ln x+1}{x^2}$, $x>0$ ។

២. គណនាដេរីវេនៃ $y=e^x\ln(x+1)$, $x>1$ ។ ចាញ់រកក្រាហ្ វ៉ាន់ $f(x)=e^x\ln(x+1)+\frac{e^x+1}{x+1}$ ដោយដឹងថាក្រាហ្ វ៉ាន់នោះស្មើ 1 ចំពោះ $x=0$ ។

V.(៣៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(0;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ គេឱ្យចំណុច $S(0;0;3)$ និងវ៉ិចទ័រ $\vec{U}(1;1;1)$ ។

១. រកសមីការជាកាំម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (D) ដែលកាត់តាមចំណុច S ហើយស្របនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{U}$ ។

២. $M(x;y;z)$ ជាចំណុចមួយនៅក្នុងតម្រុយ $(0;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ។ គណនាផលគុណស្កាឡែ $\vec{U}.\vec{SM}$ ។ កំណត់រកសមីការមួយដែលជាប់ទាក់ទងនឹង x, y, z ដើម្បីឱ្យវ៉ិចទ័រ $\vec{SM}$ អាចកាត់ជាមួយ $\vec{U}$ ។ តើសំណុំចំណុច M ជាអ្វី ?

៣. គេឱ្យចំណុច $A(3;0;0)$ និង $B(0;3;0)$ ។ បង្ហាញថាត្រីកោណ SAB ជាត្រីកោណសមមាត្រ ។

៤. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{SA}\times\vec{SB}$ ។ ចាញ់រកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ SAB ។

៥. រកសមីការស្វ៊ីដែលមានផ្ចិត O ហើយកាត់តាមចំណុច S, A និង B ។

www.pisethsok.wordpress.com

VI.(៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x \in D =]-\infty\,;0[\cup]1\,;+\infty[$ ដោយ $y = f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$ ខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មួយ ។

១. គណនា $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ និង $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរទាំងពីរនៃ(

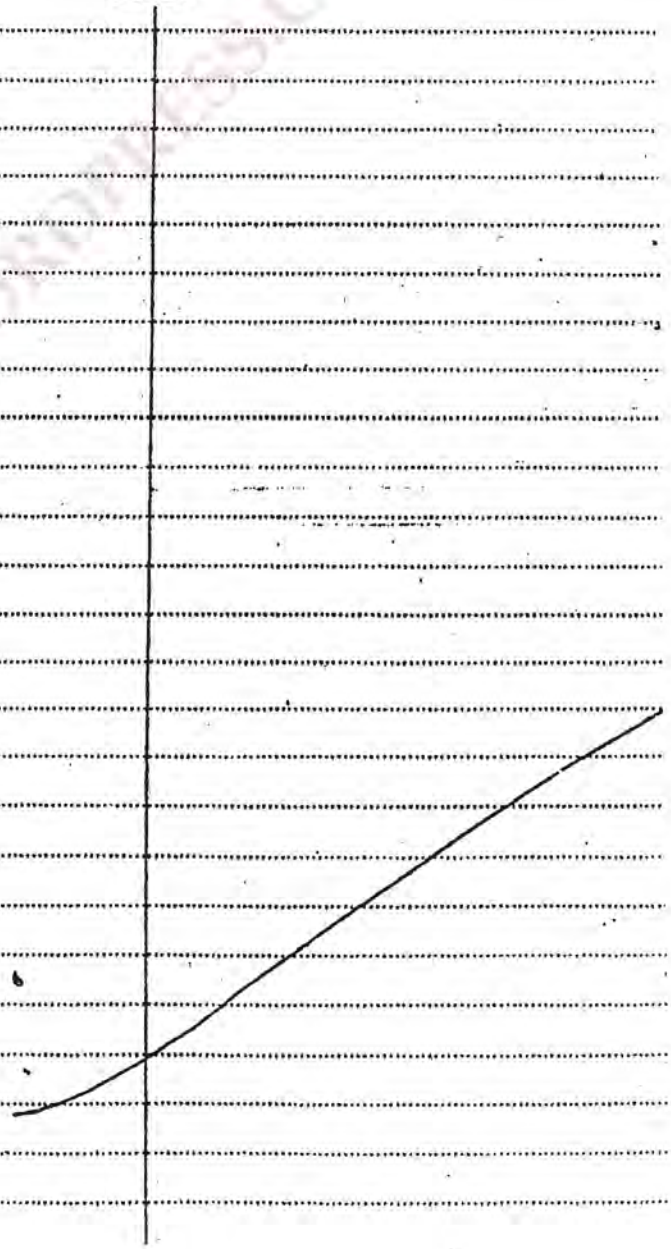
២. គណនា និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ បើគេដឹងថា $x(x-1)>0$ ចំពោះគ្រប់ $x \in D$ ។
គណនាតម្លៃអប្បបរមា និងអតិបរមានៃ f ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (L): $y = -\frac{x}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃខ្សែកោង (C) ។

៤. សង់អាស៊ីមតូតទាំងអស់ និងខ្សែកោង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មួយ ។
(គេយក $\ln 2 = 0,7$; $\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2 = -0,7$)
រកតម្លៃ a ដើម្បីឲ្យសមីការ $-\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right) = a$ មានបួសអវិជ្ជមានពីរផ្សេងគ្នា ដោយប្រើខ្សែកោង (C)

<u>ចម្លើយ</u>

$y = 7 - ay = x - 2\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$



WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

③

ការណែនាំ លម្អិត

ថ្នាក់ គណិត ពិន្ទុ ⑤.

គ្រោងកំណត់ គណិតវិទ្យា.

ស.ម.ប លេខ ២ ១/០៨/០7

I (3pts) 1) សរសេរ A^2 ជាទ្រ.ស្មុគ្ម ។

1) $A = (\sqrt{3}-1) + i(\sqrt{3}+1)$

$A^2 = (\sqrt{3}-1)^2 + 2(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)i - (\sqrt{3}+1)^2$ (1pt)

$= 4 - 2\sqrt{3} + 4i - 4 - 2\sqrt{3}$.

$A^2 = -4\sqrt{3} + 4i$. (2pts)

$A^2 = 8\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$

$A^2 = 8\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$ (2pts)

2) សរសេរ B ជាទ្រ.ស្មុគ្ម.

$B = \frac{x+iy}{1+i} = \frac{(x+iy)(1-i)}{1-i^2}$ (1pt)

$\boxed{B = \left(\frac{x+y}{2}\right) + \left(\frac{y-x}{2}\right)i}$ (1pt)

រក $x ; y$ ដោយដឹងថា $2B - A^2 = 0$

$B - A = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{x+y}{2} - \frac{y-x}{2}i\right) + 4\sqrt{3} - 4i = 0$ (1pt)

$\Leftrightarrow (x+y) - (y-x)i + 4\sqrt{3} - 4i = 0$

$\Leftrightarrow (x+y+4\sqrt{3}) + (x-y-4)i = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y+4\sqrt{3} = 0 \\ x-y-4 = 0 \end{cases}$ (1pt)

$2x + 4\sqrt{3} - 4 = 0$

$2x = 4 - 4\sqrt{3}$.

$x = 2 - 2\sqrt{3}$.

ចុះ $y = x - 4$:

$y = 2 - 2\sqrt{3} - 4$

$y = -2 - 2\sqrt{3}$

$x = 2 - 2\sqrt{3}$; $y = -2 - 2\sqrt{3}$ (1pt)

II (15pts) $(E) : y' - y\ln 3 = 0$

⑤ 1. ដោះស្រាយសមីការ (E) : $y = ke^{x\ln 3}$; $k \in \mathbb{R}$, $a = \ln 3$

ឬ $y = ke^{x\ln 3} = k3^x$. (5pts)

⑤ 2. កំណត់ f ជាដំណោះស្រាយ (E) ដោយ $f(1) = 2$

$f(x) = k3^x$.

$f(1) = k \cdot 3 = 2$; $k = \frac{2}{3}$ (3pts)

ដូចនេះ $f(x) = \frac{2}{3} \cdot 3^x$ ឬ $2 \cdot 3^{x-1}$ (2pts)

⑤ 3. បង្ហាញว่า $g(x) = 3^{x-1}$ ជាចម្លើយ (E)

យើងមាន តាមរូប $u = a^x$; $u' = a^x \ln a$.

ដូចនេះ $g(x) = 3^{x-1}$; $g'(x) = 3^{x-1}\ln 3$ (2pts)

យ.ប. $g(x) = 3^{x-1}$ ជាដំណោះស្រាយ (E) ព្រោះ

$g(x)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ (E) ; $g'(x) - g(x)\ln 3 = 0$ (2pts)

$3^{x-1}\ln 3 - 3^{x-1}\ln 3 = 0$

ដូចនេះ $g(x) = 3^{x-1}$ ជាចម្លើយ (E) (1pt)

III (15pts) 1. $\frac{x^2-2x-2}{(x-1)^2(x+2)} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2} + \frac{c}{x+2}$

⑧

$= \frac{a(x-1)(x+2) + b(x+2) + c(x-1)^2}{(x-1)^2(x+2)}$ (2pts)

$= \frac{(a+c)x^2 + (a+b-2c)x - 2a + 2b + c}{(x-1)^2(x+2)}$ (1pt)

ការណែនាំ :

$x^2 - 2x - 2 = (a+c)x^2 + (a+b-2c)x - 2a + 2b + c$

ដោយ $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1 ; -2\}$ គេបាន

$\begin{cases} a + c = 1 & (1) \\ a + b - 2c = -2 & (2) \\ -2a + 2b + c = -2 & (3) \end{cases}$ (2pts)

WWW.PISETHSOK.COM

④

$a = \frac{1}{3}$; $b = -1$; $c = \frac{2}{3}$ (3pts)

2. $f(x) = \frac{1}{3(x-1)} + \frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{3(x+2)}$

$\int_0^1 f(x)dx = \left[\frac{1}{3}\ln|x-1| + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{3}\ln|x+2|\right]_0^1$ (4pts)

$= \frac{1}{3}\ln 1 - 1 + \frac{2}{3}\ln 2 - \left(\frac{1}{3}\ln 2 - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}\ln 1\right)$

$= -1 + \frac{2}{3}\ln 2 - \frac{1}{3}\ln 2 + \frac{1}{2}$

$= -\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\ln 2$ (3pts)

(15pts) 1. គណនា $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x \ln x + 1}{x^2}$ $(x>0)$

⑤ $= \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{e^x}{x^2}\ln x + \frac{1}{x^2}\right) = +\infty$ (3pts)

(ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^2}\left(\ln x + \frac{1}{e^x}\right) = +\infty$)

ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x^2} = +\infty$; $\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$; $\lim_{x\to+\infty} \frac{1}{e^x} = 0$

ដូច: $\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x \ln x + 1}{x^2} = +\infty$ (2pts)

(10) 2. គណនាដេរីវេ : $y = e^x \ln(x+1)$ $x>1$

$y' = (e^x)'\ln(x+1) + [\ln(x+1)]' e^x$ (2pts)

$= e^x \ln(x+1) + \frac{e^x}{x+1}$

ដូច: $y' = e^x \ln(x+1) + \frac{e^x}{x+1}$ (3pts)

តាម g ជា ព្រីមីទីវ នៃ f.

$g(x) = \int f(x)dx = \int \left(e^x \ln(x+1) + \frac{e^x+1}{x+1}\right)dx$

$= \int \left[\left[e^x \ln(x+1) + \frac{e^x}{x+1}\right] + \frac{1}{x+1}\right]dx$ (2pts) (7)

$= e^x \ln|x+1| + \ln|x+1| + C$ (1pt)

យើងមាន $g(0) = 1$.

$g(0) = e^0 \ln(0+1) + \ln(0+1) + C = 1$

$C = 1$ (1pt)

ដូច $g(x) = e^x \ln(x+1) + \ln(x+1) + 1$ $(x>1)$ (1pt)

(13pts) (6) 1. រក សមីការ ផ្ទាល់ដែន នៃចលនា (D) ដែលកាត់ A និង B (3pts)

(D) : $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 3+t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ (3pts)

2. គណនា $\vec{u}\cdot\vec{SM}$

(4) $\vec{u}(1;1;1)$; $\vec{SM}(x;y;z-3)$ (1pt)

(7) $\vec{u}\cdot\vec{SM} = x+y+z-3$ (2pts)

ដើម្បី $\vec{u} \perp \vec{SM}$ នោះ $\vec{u}\cdot\vec{SM} = 0$ (1pt)

ដូច $x+y+z-3 = 0$ (1pt)

ដូច្នេះ M គឺជាចំណុចនៅលើផ្ទៃ

$x+y+z-3 = 0$ (2pts)

3. បង្ហាញ ΔSAB សមមុខ.

(7) $\vec{SA}(3;0;-3)$ $SA = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$ (2pts)

$\vec{SB}(0;3;-3)$ $SB = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$ (2pts)

$\vec{AB}(-3;3;0)$ $AB = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$ (2pts)

ដូច: ΔSAB សមមុខ (1pt)

(8) 4. គណនា $\vec{SA}\times\vec{SB}$

$\vec{SA}\times\vec{SB} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 0 & -3 \\ 0 & 3 & -3 \end{vmatrix}$ (2pts)

$= \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ 3 & -3 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 0 & -3 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}\vec{k}$ (2pts)

$= 9\vec{i} + 9\vec{j} + 9\vec{k}$ (1pt)

ក្រឡាផ្ទៃ ΔSAB

$S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2}\|\vec{SA}\times\vec{SB}\| = \frac{1}{2}\sqrt{9^2+9^2+9^2} = \frac{9}{2}\sqrt{3}$

$S = \frac{9}{2}\sqrt{3}$ ឯកតាក្រឡា (3pts)

5. រក សមីការ ផ្ទៃ ក្នុងមជ្ឈដ្ឋ O ដែលកាត់ S ; A ; B

(7) $x^2+y^2+z^2 = R^2$ (2pts)

(ដោយសារ S ; A ; B ជាកូអរដោនេ ស.អ.)

$R = OS = OA = OB$.

$\vec{OS}(0;0;3)$; $R = \sqrt{9} = 3$

$x^2+y^2+z^2 = 9$ (3pts)

$A(3;0;0) \Rightarrow 9 = 9$ យក

$B(0;3;0) \Rightarrow 9 = 9$ យក

ដូច: សមីការ ផ្ទៃ : $x^2+y^2+z^2 = 9$.

www.pisethsok.wordpress.com

(5 pts)

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\left[-\frac{x}{2}+\ln\left(1-\frac{1}{x}\right)\right]=+\infty$ (2pts)

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ (2pts)

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ (1pt) $\Rightarrow x=0$ ជាអាស៊ីមតូត (1pt)

$\lim_{x\to 1^+} f(x) = -\infty$ (1pt) $\Rightarrow x=1$ ជាអាស៊ីមតូត (1pt)

រកបាន $f'(x)$ ដែលសញ្ញា $f'(x)$

$f'(x) = -\frac{1}{2}+\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x} = \frac{-x^2+x+2}{2x(x-1)}$ (5pts)

$f'(x)$ មានសញ្ញាតាម $-x^2+x+2$

(ចំណែក $x(x-1)>0$)

	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	‖	‖	$+$	0	$-$	

(3pts)

$f'(x)<0$ ខណៈ $x<-1$ ឬ $x>2$

$f'(x)>0$ ខណៈ $-1<x<0$ ឬ $1<x<2$

$f'(x)=0$ ខណៈ $x=-1$; $f(-1)=1,2$ អាស្យាតូត (2pts)

$f'(x)=0$ ខណៈ $x=2$; $f(2)=-1,7$ អាប្រាសូ (2pts)

តារាងអថេរភាព.

	$-\infty$		-1		0		1		2	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	‖	‖	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	↘	$1,2$	↗	$+\infty$	‖	$-\infty$	↗	$-1,7$	↘ $-\infty$

(3pts)

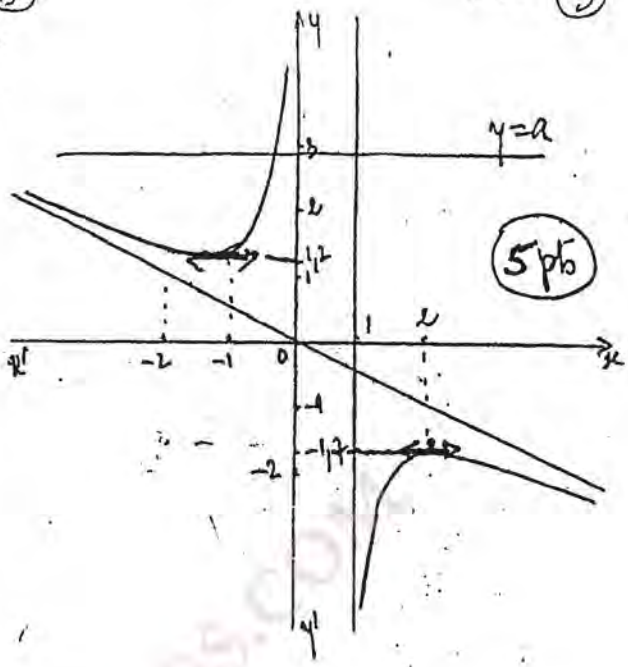
បង្ហាញว่า (L) ជាអាស៊ីមតូតចំណោម

ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty} \ln\left(1-\frac{1}{x}\right)=0 \Rightarrow (L)$.

ដោយការ $y=-\frac{x}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតចំណោម (5pts)

រវាង (L) និង (e)

x	0	-2
$y=-\frac{x}{2}$	0	1



(5pts)

ការគូសក្រាហ្វ ១ 1pt

ចំណុចសំខាន់ ១ 1pt

ក្នុងករណី a :

$-\frac{x}{2}+\ln\left(\frac{x-1}{x}\right)=a$ ជាសមីការកាត់ផ្លាកនៃ

ចន្លោះ (e) និង បន្ទាត់ $y=a$ ស្រប នឹងអ័ក្ស

$(x'x)$ (1pt)

តាមក្រាហ្វិច យើងបាន: $a\in]1,2;+\infty[$

(1pt)

ចូលរួមនៅ ១ ខ្ទ ១ 12 ស៊ីមនៅ ២០ម

ជាមួយអ្នកដឹកនាំ ក្នុងការ

ដោះស្រាយ!

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា

ប្រឡងបញ្ចប់វគ្គសិក្សាកម្រិត១ ថ្នាក់ទី១២

(1)

លេខបន្ទប់ : .....

លេខតុ : .....

លេខរៀង : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាមន្ត្រី : សម្រាប់ប្រឡង : ២៦ កុម្ភៈ ២០០៨

១. ..... នាមត្រកូល និង នាមខ្លួន : .....

២. ..... ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់

* បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវចាត់ទុកមិនមាន ។

ចិញ្ចាសា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្ងាត់

សេចក្តីណែនាំ :

ពិន្ទុសរុប

១. លេខមួយត្រូវបត់ក្រដាសនេះជាពីរ រួចទម្លាស់ខ្នែងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ះនឹងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវគេកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងទម្លាស់ខ្នែងនោះ ។

២. លេខមួយត្រូវទម្លាស់បណ្ណរចំនួនកំណត់ណាស់ទំព័រទី២ និង ទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

I. (១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីតខាងក្រោម :

$$A=\lim_{x\to 0}\frac{x-\sin 3x}{\sin 5x-2x} \quad ; \quad B=\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{x}}{x-3}$$

II. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z=a+ib$ និង $A=i(1+Z)$ ។

១.(៤ពិន្ទុ) គណនា A ជាអនុគមន៍នៃ a និង b។ដោយឱ្យលទ្ធផលជាទម្រង់ពីជគណិត ។

២.(៤ពិន្ទុ) កំណត់ a និង b ដើម្បីឱ្យបាន $A=Z$ ។

៣.(៧ពិន្ទុ) សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $W=-\frac{1}{2}+i\frac{1}{2}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ រួចគណនា W^4 ដោយឱ្យលទ្ធផលជាទម្រង់ពីជគណិត ។

III. (១៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់លើចន្លោះ $]0;+\infty[$ ដែល :

$$f(x)=\begin{cases} ax+b+\frac{\ln x}{x} & \text{ប្រសិន } x\geq 1 \ ; \ a;b\in\mathbb{R} \\ 3x+2 & \text{ប្រសិន } 0<x<1 \end{cases}$$

កំណត់តម្លៃ a និង b ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ $f(x)$ មានដេរីវេត្រង់ $x=1$ ។

IV. (២០ពិន្ទុ) ប្រអប់កាតប្រណាលីប៉ែតកែងមួយមានវិមាត្រ $x, 2x$ និង h គឺតជាម៉ែត្រហើយមានផ្ទៃក្រឡាទាំងអស់ $S=1m^2$ ។

១.(៨ពិន្ទុ) គណនា h ជាអនុគមន៍នៃ x ។

២.(១២ពិន្ទុ) គណនាមាន V នៃប្រអប់ជាអនុគមន៍នៃ x ។ រកតម្លៃ x ដើម្បីឱ្យប្រអប់មានមាឌធំបំផុត ។

V. (៣០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $y=f(x)=\frac{-x^2+2x+1}{x-1}$ និង មានខ្សែកោង(C) ។

១. (៥ពិន្ទុ) រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។ គណនា និង សិក្សាសញ្ញានៃដេរីវេ $f'(x)$ ។

២. (៦ពិន្ទុ) រកសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ និង ទ្រេតនៃខ្សែកោង(C) ។

៣.(១០ពិន្ទុ) សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និង សង់ខ្សែកោង(C) ។

៤. (៥ពិន្ទុ) ដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{-x^2+2x+1}{x-1}>1-x$ ដោយប្រើខ្សែកោង(C) ។

www.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

VI. (៣៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអវកាសណរ៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ មួយ គេមានចំណុច $A(2;0;0)$, ~~$B(2;3;$~~ $B(2;3;0)$ និង $C(0;0;2)$ ។

១. (៩ពិន្ទុ) ដៅចំណុច A;B និង C ។ រកសមីការស្វ៊ីតា(S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត [AC] ។

២.(១២ពិន្ទុ) គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{n}=\vec{AB}\times\vec{AC}$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា $A\notin(BC)$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

៣. (៨ពិន្ទុ) គណនាផលគុណស្កាឡែ $\vec{AB}\cdot\vec{AC}$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ។

៤.(១០ពិន្ទុ) រកសមីការនៃប្លង់(P) ដែលកាត់តាមចំណុច C ហើយមានវ៉ិចទ័រណរ៉ាល់ $\vec{n}$ ។
រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ H រវាងប្លង់ (P) និង បន្ទាត់(L) ដែលមានសមីការ : $\begin{cases} x=2t \\ y=1+3t \\ z=-t \end{cases}$
t ជាចំនួនពិត ។

<u>ចម្លើយ</u>

WWW.SETHROK-WORDPRESS.COM

លំហាត់កំណត់ គណិតវិទ្យា ប្រលងឆមាសលើកទី១ (1)

ថ្នាក់ទី12 (26-02-2008)

1.) (10ពិន្ទុ) គណនាលីមីត

$$A = \lim_{x\to 0} \frac{x - \sin 3x}{\sin 5x - 2x} \quad (\text{រាងមិ.ក.} \tfrac{0}{0})$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\frac{x - \sin 3x}{x}}{\frac{\sin 5x - 2x}{x}} \quad (\text{ចែកក.x}) \quad 2pt$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1 - \frac{\sin 3x}{3x}\cdot 3}{\frac{\sin 5x}{5x}\cdot 5 - 2} = \frac{1-3}{5-2} \quad 2pt$$

$$\boxed{A = \frac{-2}{3}} \quad 1pt$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{x}}{x-3} \quad (\text{រាងមិ.ក.} \tfrac{0}{0})$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{\sqrt[3]{3}^3 - \sqrt[3]{x}^3}{(x-3)(\sqrt[3]{3}^2 + \sqrt[3]{3}\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x}^2)} \quad 2pt$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{3-x}{-(3-x)(\sqrt[3]{3}^2 + \sqrt[3]{3}\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x}^2)} \quad 2pt$$

$$= \frac{1}{-(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{9})}$$

$$\boxed{B = \frac{-1}{3\cdot\sqrt[3]{9}}} \quad 1pt$$

(ពិន្ទុ) $z = a+bi$ និង $A = i(1+z)$

គណនា A រួចកំណត់តម្លៃនៃ a និង b

$$A = i(1+z)$$

$$= i(1+a+bi) \quad 2pt$$

$$= i + ai - b \quad 1pt$$

$$\boxed{A = -b + (1+a)i} \quad 1pt$$

2-) . កំណត់ a និង b ដើម្បីឲ្យ $A = z$

$$A = -b + (1+a)i$$

$$z = a + bi$$

$A = z$ នោះបាន $\begin{cases} a = -b \quad (1) & 1pt \\ 1+a = b \quad (2) & 1pt \end{cases}$

យក (1)+(2) $\Rightarrow 1 + 2a = 0$

$$a = -\frac{1}{2}$$

ដូច $\boxed{a = -\frac{1}{2} \text{ និង } b = \frac{1}{2}}$ 2pt

3.) . សរសេរ w រួចគណនាតាមលក្ខណៈ

$$W = -\frac{1}{2} + i\frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad 1pt$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right) \quad 1pt$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right)\right] \quad 1pt$$

ដូច $\boxed{W = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)}$ 1pt

គណនា w^4

$$W = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$$

$$W^4 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 \cdot \left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)^4$$

$$= \frac{4}{16}\cdot(\cos 3\pi + i\sin 3\pi) \quad 1pt$$

$$= \frac{1}{4}(-1 + i0) \quad 1pt$$

ដូច $\boxed{W^4 = -\frac{1}{4} + 0i}$ 1pt

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

(4)

ខ) ១០ពិន្ទុ) ១) ១០ពិន្ទុ) ១) ១០ពិន្ទុ) ១

(5)

$V = 2x^2 \times \frac{1-4x^2}{6x}$ (1pt)

ដូច $\boxed{V = \frac{1}{3}(x-4x^3)}$ (1pt)

- រកតម្លៃ x ដើម្បីកាលមាឌ V មានតម្លៃបានច្រើនបំផុត

$V = \frac{1}{3}(x-4x^3)$

- លក្ខខណ្ឌ: $x > 0$ (1pt)
- ដេរីវេ: $V' = \frac{1}{3}(1-12x^2)$ (2pt)

$= \frac{1}{3}(1-2\sqrt{3}x)(1+2\sqrt{3}x)$

- បើ $V' = 0 \Leftrightarrow 1-2\sqrt{3}x = 0$ ព្រោះ $1+2\sqrt{3}x > 0$

$x = \frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ (1pt)

- តារាងបន្តភាព

x	0		$\frac{\sqrt{3}}{6}$		$+\infty$
V'		$+$	0	$-$	
V		$\nearrow$	អតិ	$\searrow$	

(3pt)

គេបាន V អតិ. ត្រង់ $\boxed{x = \frac{\sqrt{3}}{6}\,m}$ (1pt)

V- (30ពិន្ទុ): $(C): f(x) = \frac{-x^2+2x+1}{x-1}$

1- រកដែនកំណត់នៃ f

(1pt) លុះ f មានន័យលុះត្រាតែ $x-1 \neq 0$

$x \neq 1$

(1pt) ដូច $\boxed{D_f = \mathbb{R} - \{1\}}$

+ គណនា $f'(x)$

(3)

$f'(x) = \frac{(-x^2+2x+1)'(x-1)-(x-1)'(-x^2+2x+1)}{(x-1)^2}$ (2pt)

$= \frac{(-2x+2)(x-1)-1(-x^2+2x+1)}{(x-1)^2}$ (1pt)

$= \frac{-2x^2+2x+2x-2+x^2-2x-1}{(x-1)^2}$

$\boxed{f'(x) = \frac{-x^2+2x-3}{(x-1)^2}}$ (1pt)

- សញ្ញានៃ $f'(x)$

$f'(x) = \frac{-x^2+2x-3}{(x-1)^2}$

សញ្ញានៃ $f'(x)$ យកតាម $(-x^2+2x-3)$ (1p

ព្រោះ $(x-1)^2 > 0$; $\forall x \in D_f$?

ព្រោះ $(-x^2+2x-3)$ មាន $\Delta' = 1-3 = -2$

$\begin{cases} \Delta' = -2 < 0 \\ a = -1 < 0 \end{cases} \Rightarrow -x^2+2x-3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (1pt)

ដូច $\boxed{f'(x) < 0 \; ; \forall x \in D_f}$ (1pt)

2. រកអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូត ទ្រេតនៃក្រាប (C):

ការធ្វើតាមដាន:

$$\begin{array}{r|l} -x^2+2x+1 & x-1 \\ \cline{2-2} x^2-x & -x+1 \\ \hline x+1 & \\ -x+1 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

(1pt)

គេបាន $f(x) = -x+1+\frac{2}{x-1}$ (1pt)

- $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}\left(-x+1+\frac{2}{x-1}\right) = -\infty$

ព្រោះ $\lim_{x\to 1^-}(-x+1) = 0^-$

- $\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+}\left(-x+1+\frac{2}{x-1}\right) = +\infty$

ព្រោះ $\lim_{x\to 1^+}(-x+1) = 0^+$

(1

(មិនចាំបាច់រកលីមីតស្តាំ-ឆ្វេក ក៏គួរបាន).

www.pisethsok.wordpress.com

(1pt)

ដ. $\boxed{\text{បន្ទាត់ } x=1 \text{ ជាអាស៊ីមតូតឈរ នៃក្រាប (C) ។}}$

(1pt)

· ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty}[f(x)-(-x+1)]=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{2}{x-1}=0$

ដ. $\boxed{\text{បន្ទាត់ } y=-x+1 \text{ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត នៃ ក្រាប (C) ។}}$ (1pt)

3- សង់តារាងសញ្ញានៃ f' (3pt)

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘		$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$-\infty$

· រកលីមីតចុងតាម

· $\lim_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim_{x\to\pm\infty}\left(-x+1+\frac{2}{x-1}\right)$ (1pt)

$=\begin{cases}+\infty & \text{បើ } x\to-\infty\\ -\infty & \text{បើ } x\to+\infty\end{cases}$

· សង់ខ្សែកោង (C)

· អាស៊ីមតូតឈរ $x=1$

· អាស៊ីមតូតទ្រេត $y=-x+1$ } $\Rightarrow y=0$

· តាង I ជាចំណុចប្រសព្វរវាងអាស៊ីមតូតគាំទាំ ។

ដ. $\boxed{I(1;0) \text{ ជាស្នូលនៃ } (C)}$

+ ចំនុចប្រសព្វជាមួយអក្ស:

· $(C)\cap(y'y)$: $x=0$

$y=f(0)=-1$

(4)

· $(C)\cap(x'x)$: $y=0$

$-x^2+2x+1=0$

$\Delta'=1+1=2$

រីឯ $\begin{cases}x_1=1+\sqrt{2}=2,41\\ x_2=1-\sqrt{2}=-0,41\end{cases}$

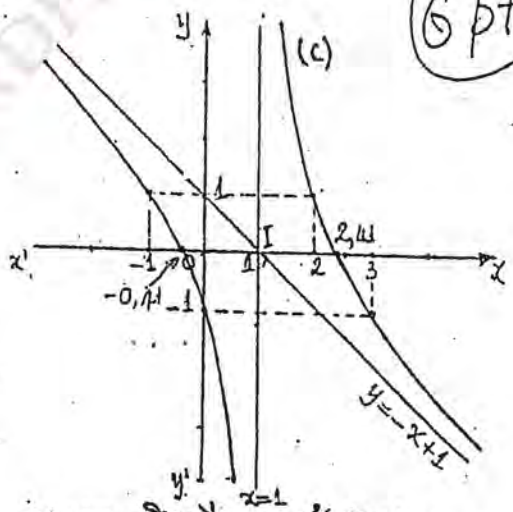
· តារាងតម្លៃ

x	-1	0	1	2	3
y	1	-1	‖	1	-1

· រកអាស៊ីមតូតទ្រេត

x	0	1
$y=-x+1$	1	0

(6pt)



4- ដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{-x^2+2x+1}{x-1}>1-x$

· ដោយប្រៀបធៀបក្រាប (C)

· $y=\frac{-x^2+2x+1}{x-1}$ ជាសមី. ខ្សែកោង (C)

· $y=1-x$ ជាសមី. អាស៊ីមតូតទ្រេត

តាមក្រាភិចធៀបបាន វិសមីការ

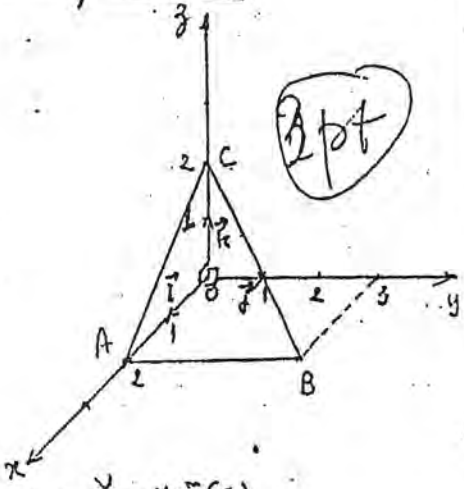
$\frac{-x^2+2x+1}{x-1}>1-x,\ \forall x\in D_f$ មាន (5p)

ដំណោះស្រាយ $\boxed{E=]1;+\infty[}$

WWW.PISETHSOKWORDPRESS.COM

VI: (3.5ពិន្ទុ) $A(2;0;0)$; $B(2;3;0)$; $C(0;0;2)$

1- ស្វែងរកចម្ងាយ A ; B ; C :



(2pt)

+ រកសមីការស្ফារ (S)

(1pt) រូបមន្ត (S) : $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

. ដោយសារស្ফារ (S) មានអង្កត់ផ្ចិត [AC]

លោះផ្ចិត I នៃស្ফារណាកណ្តាល [AC]

. គេបាន $\begin{cases} a = \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{2+0}{2} = 1 \\ b = \frac{y_A+y_C}{2} = \frac{0+0}{2} = 0 \\ c = \frac{z_A+z_C}{2} = \frac{0+2}{2} = 1 \end{cases}$ (2pt)

(2pt) . កាំស្ফារ $R = \frac{AC}{2}$

. $\vec{AC}(0-2;\ 0-0;\ 2-0) \Rightarrow \vec{AC}(-2;0;2)$

. $R = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{(-2)^2+0^2+2^2}}{2} = \sqrt{2}$

$\Rightarrow R^2 = 2$

(1pt) ឬ . $\boxed{(S) : (x-1)^2+(y-0)^2+(z-1)^2 = 2}$

2- គណនា $\vec{n} = \vec{AB}\times\vec{AC}$

. $\vec{AB}(2-2;\ 3-0;\ 0-0) \Rightarrow \vec{AB}(0;3;0)$ (1pt)

. $\vec{AC}(-2;0;2)$ (1pt)

$$\vec{n} = \vec{AB}\times\vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$ (1pt)

$$= \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 0 \end{vmatrix}\vec{k}$$

$$= (6-0)\vec{i} - (0+0)\vec{j} + (0+6)\vec{k}$$

ឬ . $\boxed{\vec{n} = 6\vec{i} - 0\vec{j} + 6\vec{k}}$ (1pt)

. ១ យើងមាន $A \notin (BC)$

ដោយ $\vec{AB}\times\vec{AC} = 6\vec{i} - 0\vec{j} + 6\vec{k} \neq \vec{0}$ (1p

$\Rightarrow \vec{AB} \not\parallel \vec{AC} \Rightarrow A; B; C$ មិនក្នុងបន្ទាត់ត្រង់

ឬ $\boxed{A \notin (BC)}$ (1pt)

. គណនាផ្ទៃក្រឡាត្រីកោណ ABC

$S_{ABC} = \frac{1}{2}\|\vec{AB}\times\vec{AC}\|$ (1pt)

$= \frac{1}{2}\sqrt{6^2+0^2+6^2}$ (1pt)

$= \frac{1}{2}\cdot 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

ឬ . $\boxed{S_{ABC} = 3\sqrt{2}\ \text{ឯកតាផ្ទៃក្រឡា}}$ (1pt

3- គណនាផលគុណស្កាលែរ $\vec{AB}\cdot\vec{AC}$

. $\vec{AB}(0;3;0)$; $\vec{AC}(-2;0;2)$ (1

$\vec{AB}\cdot\vec{AC} = 0\cdot(-2) + 3\cdot(0) + 0\cdot(2)$

$= 0 + 0 + 0$ (1pt)

ឬ . $\boxed{\vec{AB}\cdot\vec{AC} = 0}$

+ យើងមាន ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A

ដោយ $\vec{AB}\cdot\vec{AC} = 0 \Leftrightarrow \vec{AB}\perp\vec{AC}$ ត្រង់ A

ឬ . $\boxed{\text{ABC ជាត្រី. ឥតកែងត្រង់ A}}$ (1pt)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

4- រកសមីការប្លង់ (P)

- រូបមន្ត (P): $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

- ដោយ (P) កាត់តាម $C(0;0;2) \Rightarrow \begin{cases} x_0=0 \\ y_0=0 \\ z_0=2 \end{cases}$

- ដោយ (P) មានវેក្ទរណរមាល់ $\vec{n}(6;0;6) \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=0 \\ c=6 \end{cases}$ (2pt)

គេបាន (1pt)

$(P): 6(x-0)+0(y-0)+6(z-2)=0$

$6x+6(z-2)=0$

ដូច $\boxed{(P): x+z-2=0}$ (2pt)

+ រកកូអរដូណេចំនុច H

H ជាចំនុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (L) និង (P)

គេបាន $\begin{cases} x_H=2t & (1) \\ y_H=1+3t & (2) \\ z_H=-t & (3) \\ x_H+z_H-2=0 & (4) \end{cases}$ (1pt)

- យក (1) និង (3) យកទៅក្នុង (4)

$2t-t-2=0$

$t=2$ (1pt)

- យក $t=2$ យកទៅក្នុង (1);(2);(3)

$\begin{cases} x_H=4 \\ y_H=1+6=7 \\ z_H=-2 \end{cases}$ (2pt)

ដូច $\boxed{H(4;7;-2)}$ (1pt)

xx

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា

ប្រឡងបាក់ឌុបសិស្សថ្នាក់ទី១២

(1)

លេខបន្ទប់ : 137

លេខតុ : .....

មណ្ឌលប្រឡង : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុគ្រប : សម្រាប់ប្រឡង : ១៩ មិថុនា ២០០៨

១. ..... នាមត្រកូល និង នាមខ្លួន : .....

២. ..... ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្គាត់

* បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

ឆ្នាំសា : គណិតវិទ្យា ម៉ោងសរសេរ : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្គាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង្ក្រងសន្លឹកនេះជាពីរ រួចទួសខ្សែងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឲ្យជាប់ប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវគេកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងទួសខ្សែងនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវទួសបន្ទាត់បណ្ឌរចំពាក់កណ្តាលទំព័រទី២ និង ទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

(១០ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានបិចខៀវចំនួន7 គ្រាប់ និងបិចក្រហមចំនួន5 គ្រាប់ ។ គេចាប់យកបិច4 គ្រាប់ចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ ។

១. (៤ពិន្ទុ) រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានបិចខៀវទាំង4 គ្រាប់ ។

២.(៣ពិន្ទុ) រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានបិចខៀវចំនួន3 គ្រាប់ និងចាប់បានបិចក្រហមចំនួន1 គ្រាប់ ។

៣.(៣ពិន្ទុ) រកប្រូបាបដែលគេចាប់បានបិចក្រហមយ៉ាងតិច1 គ្រាប់ ។

(១៥ពិន្ទុ) Z ជាចំនួនកុំផ្លិចដែល $Z=\left(\sqrt{2}-i\sqrt{2}\right)\left(\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6}\right)$ ។

១.(៤ពិន្ទុ) សរសេរZ ជាទម្រង់ពីជគណិត ។

២.(៦ពិន្ទុ) សរសេរZ^2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

៣.(៥ពិន្ទុ) គណនា$\cos\frac{5\pi}{12}$ និង $\sin\frac{5\pi}{12}$ ។

I.(១៥ពិន្ទុ) ១.(៧ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការ $2y''-3y'+y=0$ (E) ។

២.(៨ពិន្ទុ) រកចម្លើយមួយនៃ(E) ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយនោះប៉ះនឹងបន្ទាត់ (D) : $y=2x+1$ ត្រង់ចំណុច$A(0;1)$ ។

II.(១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យ $y=\frac{e^x-1}{e^x+1}$ ដែល x ជាចំនួនពិត ។

១. (៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីតនៃ y កាលណា x ខិតទៅ$+\infty,-\infty$ ។

២.(១០ពិន្ទុ) គណនាឌីផេរង់ស្យែល dy រួចបង្ហាញថា $dy=\frac{1-y^2}{2}dx$ ។

III.(៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x>0$ ដោយ$y=f(x)=\frac{x^2-2x+\ln x}{x}$ ហើយមានខ្សែកោង(C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ដែលមានឯកតា 2cm ។

១.(១០ពិន្ទុ) រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ $y=f(x)=ax+b+\frac{\ln x}{x}$ ចំពោះ $x>0$ ។

គណនា $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ និង $\lim_{x\to0^+}f(x)$ ។

រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ(L_1) និងអាស៊ីមតូតទ្រេត(L_2) នៃខ្សែកោង(C) ។

WWW.PAPERCOMPUTER.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ខ. (៣ពិន្ទុ) គណនា $f'(x)$ ហើយសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ដោយដឹងថា $1+2ax>0$ ជំនួសនូវ $x>0$ ។
សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

 គ. (៤ពិន្ទុ) រកសមីការនៃបន្ទាត់ (L_1) ដែលប៉ះនឹងក្រាហ (C) ត្រង់ចំណុច $A(e;e-2+\frac{1}{e})$ ។
[illegible] (2) និងស្វែងរកកូអរដូណេនៃចំណុចប្រសព្ធ B រវាង (L_2) និង (C) ។

ឃ.(១០ពិន្ទុ) សង់ (L_1), [illegible] (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O;\vec{i},\vec{j})$ ។
(អោយ $e=2,7$; $\frac{1}{e}=0,36$; $\ln 2=0,7$) ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកកម្ពស់ដែលកំណត់ដោយខ្សែកោង (C)
បន្ទាត់ (L_1) និងបន្ទាត់មានសមីការ $x=e$ ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូនរម៉ាល់ដែលមានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ គេឲ្យប្លង់ពីរ $(P):3x+4y+6z-12=$
និង $(Q):x+y+z=0$ ។

១. (២ពិន្ទុ) រកសមីការប៉ារាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (D) ដែលជាប្រសព្ធរវាងប្លង់ (P) និង (Q) ដោយយក $z=t$ ជាប៉ារាម៉ែត
(t ជាចំនួនពិត) ។ [illegible] ទិសតម្រង់ $\vec{u}$ នៃបន្ទាត់ (D) ។

២.(៤ពិន្ទុ) តាង $\vec{p}$ ជាវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់នៃប្លង់ (P) និង $\vec{q}$ ជាវ៉ិចទ័រនរម៉ាល់នៃប្លង់ (Q) ។ [illegible] $\vec{p}\times$
បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រ $\vec{p}\times\vec{q}$ ស្រមើនឹងវ៉ិចទ័រ $\vec{u}$ ។

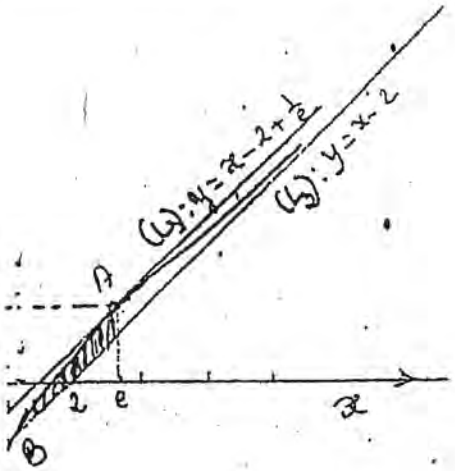
៣.(១៥ពិន្ទុ) យក A, B និង C ជាចំណុចប្រសព្ធរវាងប្លង់ (P) និងអ័ក្ស $\overrightarrow{ox},\overrightarrow{oy},\overrightarrow{oz}$ ។ ចូរស្រាយបញ្ជាក់ពីកូអរដោនេ
នៃចំណុច A, B និង C ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

៤. (២ពិន្ទុ) គណនាចម្ងាយ d ពីចំណុច O ទៅប្លង់ (P) ។ ចូរចាត់រកមាឌនៃចតុមុខ $OABC$ ។

ចម្លើយ

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក) ១) ១) ១



③

$(C): f(0) = x - 2 + \frac{\ln x}{x}$

> សរសេរសមីការប្លង់ផ្ទៃតង្កត់(D)

ការកំណត់ណ�នៃចំនុចប្រសព្វគឺកាត់លើយ

ចំនុចប្លង់ សមីការ : $\begin{cases} 3x+4y+6z-12=0 \\ x+y+z=0 \end{cases}$ ①

យក $z=t$ យើងមាន

$\begin{cases} x+4y=12-6t \\ x+y=-t \end{cases}$ $\left|\begin{matrix}1\\-4\end{matrix}\right.$ ①

$\begin{cases} x+4y=12-6t \\ 4x-4y=4t \end{cases}$

$-x=12-2t \Rightarrow x=-12+2t$ ①

$y=12-3t$ ①

ការតាងប៉ារ៉ាម៉ែត្របន្ទាត់(D) សរសេរ

$\boxed{\begin{aligned} x &= -12+2t \\ y &= 12-3t \\ z &= t \end{aligned} \quad , t\in R}$ ①

ក្រាបនៃ បន្ទាត់(D)គឺ ① $\boxed{\vec{u}(2;-3;1)}$

ស្វែងរក $\vec{p}\times\vec{q}$

$3x+4y+6z-12=0$ មានវ៉ិចទ័រក្រាបនៃ

$\vec{p}(3,4,6)$ ①

មានវ៉ិចទ័រក្រាបនៃ $\vec{q}(1;1;1)$ ①

$\times\vec{q} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ ①

$= \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}\vec{k}$ ②

$=(4-6)\vec{i}-(3-6)\vec{j}+(3-4)\vec{k}$

$\boxed{\vec{p}\times\vec{q} = -2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}}$ ①

យើងមាន $\vec{u}(2;-3;1)$

$(\vec{p}\times\vec{q})(-2;3;-1)$

ដោយ $\frac{2}{-2}=\frac{-3}{3}=\frac{1}{-1}$ នោះ $\vec{u}$ ប្រកបនឹង $\vec{p}\times\vec{q}$ ②

③ បើ(P)កាត់អ័ក្ষ Ox នោះ $y=z=0$ ដោយ

$3x=12 \rightarrow x=4$ $\boxed{A(4;0;0)}$ ②

បើ (P)កាត់អ័ក្ষ Oy នោះ $x=z=0$ ដោយ

$4y=12 \rightarrow y=3$ $\boxed{B(0,3;0)}$ ②

បើ(P)កាត់អ័ក្ষ Oz នោះ $x=y=0$ ដោយ

$6z-12=0 \rightarrow z=2$ $\boxed{C(0,0,2)}$ ②

ក្រលាដីរង្វង់ត្រីកោណ ABC គឺ $S_{ABC}=\frac{1}{2}\|\vec{AB}\times\vec{AC}\|$ ①

$\vec{AB}(-4;3;0)$ ① $\vec{AC}(-4;0;2)$ ①

$\vec{AB}\times\vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -4 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ ①

$= \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ -4 & 2 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ -4 & 0 \end{vmatrix}\vec{k}$ ①

$\vec{AB}\times\vec{AC} = 6\vec{i}+8\vec{j}+12\vec{k}$

$S_{ABC} = \frac{\sqrt{6^2+8^2+12^2}}{2} = \boxed{\sqrt{61} \text{ យកតារ៉ែការ៉ូ}}$ ③

④ ការគណនាចម្ងាយពីចំណុច(P)

$d(O,(P)) = \frac{|3.0+4.0+6.0-12|}{\sqrt{3^2+4^2+6^2}}$ ①

$\boxed{d(O,(P)) = \frac{12}{\sqrt{61}} \text{ យកតារ៉ែការ៉ូ}}$ ②

មាឌនៃត្រីកោណ OABC

$V_{OABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}\cdot d(O,(ABC))$ ①

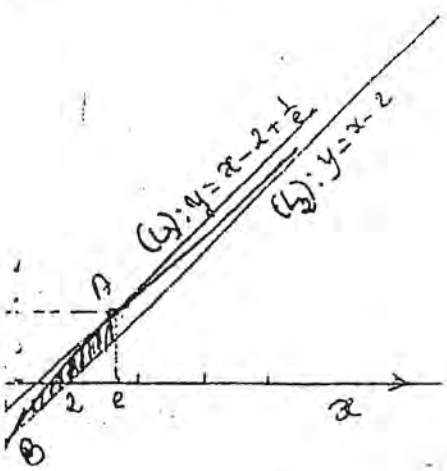
$V_{OABC} = \frac{1}{3}\cdot\sqrt{61}\cdot\frac{12}{\sqrt{61}} = \boxed{4 \text{ យកតាមាឌ}}$ ②

ភ្នំពេញ ថ្ងៃ ២១-06-08

ប្រធានកន្លែង

លីម ណារ៉ា

WWW.PISETSOK.WORDPRESS.COM



③

$(C): f(0) = 0 - 2 + \frac{\ln 0}{0}$

> សរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រ (D)

តម្រាយសមីការនៃចតុកោណកែងគឺកាត់លើយ

ដូច្នេះសមីការ : $\begin{cases} 3x+4y+6z-12=0 \\ x+y+z=0 \end{cases}$ ①

យក $z=t$ យើងបាន

$x+4y=12-6t$ | 1
$x+y=-t$ | -4 ①

$x+4y=12-6t$
$4x-4y=4t$

$-x=12-2t \rightarrow x=-12+2t$ ①

$y=12-3t$ ①

ការតាង"ប៉ារ៉ាម៉ែត្រ" នៃបន្ទាត់ (D) សរសេរ

$x=-12+2t$
$y=12-3t$
$z=t$, $t\in R$ ①

ក្នុងប៉ះទិស នៃបន្ទាត់ (D) គឺ $\vec{u}(2;-3;1)$ ①

ស្វែងរក $\vec{p}\times\vec{q}$

$3x+4y+6z-12=0$ មានវ៉ិចទ័រកាន់ប៉ះទិស

$\vec{p}(3,4,6)$ ①

មានវ៉ិចទ័រកាន់ប៉ះទិស $\vec{q}(1;1;1)$ ①

$\times\vec{q} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ ①

$= \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}\vec{k}$ ②

$=(4-6)\vec{i}-(3-6)\vec{j}+(3-4)\vec{k}$

$\boxed{\vec{p}\times\vec{q} = -2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}}$ ①

យើងមាន $\vec{u}(2;-3;1)$

$(\vec{p}\times\vec{q})(-2;3;-1)$

ដោយ $\frac{2}{-2}=\frac{-3}{3}=\frac{1}{-1}$ នោះ $\vec{u}$ ស្របនឹង $\vec{p}\times\vec{q}$ ②

③ បើ (P) កាត់អ័ក្ស Ox នោះ $y=z=0$ យើង

$3x=12 \rightarrow x=4$ $\boxed{A(4;0;0)}$ ②

បើ (P) កាត់អ័ក្ស Oy នោះ $x=z=0$ យើង

$4y=12 \rightarrow y=3$ $\boxed{B(0;3;0)}$ ②

បើ (P) កាត់អ័ក្ស Oz នោះ $x=y=0$ យើង

$6z-12=0 \rightarrow z=2$ $\boxed{C(0;0;2)}$ ②

ក្រលាដីត្រីកោណ ABC គឺ $S_{ABC}=\frac{1}{2}\|\vec{AB}\times\vec{AC}\|$ ①

$\vec{AB}(-4;3;0)$ ① $\vec{AC}(-4;0;2)$ ①

$\vec{AB}\times\vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -4 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & 2 \end{vmatrix}$ ①

$= \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ -4 & 2 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ -4 & 0 \end{vmatrix}\vec{k}$ ①

$\vec{AB}\times\vec{AC} = 6\vec{i}+8\vec{j}+12\vec{k}$

$S_{ABC} = \frac{\sqrt{6^2+8^2+12^2}}{2} = \boxed{\sqrt{61} \text{ យកតារ៉ែការ៉ូ}}$ ③

④ គណនាចម្ងាយចំណុច O ទៅ (P)

$d(O,(P)) = \frac{|3\cdot0+4\cdot0+6\cdot0-12|}{\sqrt{3^2+4^2+6^2}}$ ①

$\boxed{d(O,(P)) = \frac{12}{\sqrt{61}} \text{ យកតារ៉ែការ៉ូ}}$ ②

មាឌនៃត្រីកោណ OABC

$V_{OABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}\cdot d(O,(ABC))$ ①

$V_{OABC} = \frac{1}{3}\cdot\sqrt{61}\cdot\frac{12}{\sqrt{61}} = \boxed{4 \text{ យកគូបតារ៉ែ}}$ ②

ភ្នំពេញ ថ្ងៃ ១៤-06-08

ប្រធានមុខវិជ្ជា

លីម ពិសិដ្ឋ

www.pisethsok.wordpress.com

(6)

តាមការគណនាមាន

$$S = \int_1^e \left[\left(x - 2 + \frac{\ln x}{x}\right) - (x-2)\right] dx \quad (1)$$

$$= \int_1^e \ln x \cdot d(\ln x)$$

$$= \left[\frac{\ln^2 x}{2}\right]_1^e \quad (1)$$

$S = \frac{1}{2}$ ឯកតាក្រឡា (1)

$S = \frac{1}{2} \times 2cm \times 2cm$ (1)

$S = 2cm^2$ (1)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

143

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា

(1)

លេខបន្ទប់ : 25

ប្រឡងសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិចំណេះទូទៅ និងបច្ចេកទិដ្ឋា

លេខកូដ : 1489

ឆ្នាំ និងកាលបរិច្ឆេទអនុវត្ត : សម៉ោងប្រឡង : ៤ សីហា ២០០៨

អាណត្តិប្រឡង : ...ទី...ឆ្នាំ...

..... នាមត្រកូល និង នាមខ្លួន : .....

..... ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់

* បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

ក្លាសា : គណិតវិទ្យា ម៉ោងប្រឡង : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្ងាត់

សេចក្ដីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង់ក្រដាសនេះជាពីរ ត្រូចម្លងផ្នែកខាងលើនៃចំណុចទី២ ឱ្យប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃចំណុចទី១ ដែលនឹងត្រូវគេកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងចូលក្នុងនេះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវចូលបន្ទាត់បញ្ជរចំពាក់កណ្ដាលចំណុចទី២ និង ចំណុចទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

(១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $Z=x+iy$ និង $W=\cos\alpha+i\sin\alpha$ ដែល x និង y ជាចំនួនពិត ខុសពី 0 ហើយ α ជាចំនួនពិត ។

5 ១. កំណត់ទំនាក់ទំនងរវាង x និង y ដើម្បីឲ្យ $|Z|=|W|$ ។

5 ២. ក្នុងលក្ខខណ្ឌ $|Z|=|W|$ ចូរបង្ហាញថា $\frac{1}{Z}=\overline{Z}$ ។

5 ៣. គេ x និង y ត្រូវគេ α ដើម្បីឲ្យ $Z=1$, $W=1$ ។

(១៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O;\vec{i},\vec{j})$ គេឲ្យខ្សែកោង $(E):\frac{(x-4)^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ ។

1 ១. បញ្ជាក់ប្រភេទនៃខ្សែកោង (E) ត្រូវបញ្ជាក់ក្នុងអរគោនៃផ្ចិត កំណុំ កំពូល និងចំណុចប្រសព្វរវាង (E) និងអ័ក្សក្នុច ។

3 ២. សង់ (E) ។

I. (១៥ពិន្ទុ) ក្រូចក្នុង 20 ផ្លែដែលជាស់លក់មាន 16 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម និង 4 ផ្លែទៀតមានរសជាតិជូរ ។ អ្នកទិញម្នាក់ជ្រើសរើសយកក្រូច 3 ផ្លែដោយចៃដន្យ ។ រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ខាងក្រោមនេះ :

7 ១. A: ក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែជូរ ។

4 ២. B: ក្រូចទាំង 3 ផ្លែសុទ្ធតែផ្អែម ។

4 ៣. C: យ៉ាងតិចមានក្រូច 1 ផ្លែមានរសជាតិផ្អែម ។

J. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការឌីផេរង់ស្យែល $f''+2f'=0$ ។

5 ១. គេតាង $g=f'$ ។ បង្ហាញថា g ជាចម្លើយនៃសមីការ $g'+2g=0$ ។

5 ២. ដោះស្រាយសមីការ $g'+2g=0$ ត្រូវទាញរកចម្លើយនៃសមីការ $f''+2f'=0$ ។

5 ៣. ផ្ទៀងផ្ទាត់ចម្លើយនៅសំណួរ ២ ដោយដោះស្រាយសមីការ $f''+2f'=0$ តាមសមីការសម្គាល់ ។

K. (៣០ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ មួយគេមានចំណុច $A(-1;1;0)$; $B(2;0;1)$; $C(1;2;2)$; $D(0;1;-2)$ និង $M(x;y;z)$ ។

8 ១. រកទំនាក់ទំនងរវាង x ; y និង z ដើម្បីឲ្យ $\overrightarrow{AM}$ កែងនឹង $\overrightarrow{BM}$ ។ តើសំណុំចំណុចនៃចំណុច M ជាអ្វី ?

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

10 ខ. គណនា $\vec{n} = \vec{BC} \times \vec{BD}$ ។ រកចំនួនពិត m ដើម្បីឲ្យផ្ទៃក្រឡា S នៃ ΔBCD ផ្ទៀងផ្ទាត់សមីការ $S = \sqrt[3]{e^m}$ ។

7 គ. រកសមីការប្លង់ (BCD) ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្ធ N រវាងប្លង់(BCD) និងបន្ទាត់ (L) : $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ ។

5 ឃ. គណនាចម្ងាយពីចំណុច A ទៅប្លង់ (BCD) រួចទាញរកមាឌនៃកម្រាស់រាង ABCD ។

VI. (៣ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ដោយ $y = f(x) = -x - 2 + \frac{4e^x}{e^x+1}$ ហើយមានក្រាហ្វិចរាង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O;\vec{i};\vec{j})$ មួយដែលមានឯកតា 1cm ។

6 ១. គណនា $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាហ្វិចរាង (C) កាលណា $x \to -\infty$ ។

12 ២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយបង្ហាញថា $f'(x) \leq 0$ ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។

គណនា $f'(0)$; $f(0)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

9 គ. បង្ហាញថាគល់កូអរដោនេ O ជាចំណុចរបត់ និងជាផ្ចិតឆ្លុះរបស់ក្រាហ្វិចរាង (C) ។

8 ឃ. គណនា f(3) ហើយសង់ក្រាហ្វិចរាង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O;\vec{i};\vec{j})$ ។ (គេយក $e^3 = 20$)

ដោះស្រាយវិសមីការ $\frac{4e^x}{e^x+1} \geq x+2$ ដោយប្រើក្រាហ្វិចរាង (C) ។

ចម្លើយ

I. 1. $x^2 + y^2 = 1$ (5)

2. $\frac{1}{z} = \bar{z}$ (5)

3. $x = 2k\pi, (k \in \mathbb{Z})$ (5)

II. 1. លក្ខណៈ (3)

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (1), $b^2 = 9$ (1), $c = 4$ (1)

កំពូល $(0;0)$, $(8;0)$ (2)

ផ្តោត $(-1;0)$; $(9;0)$ (2) $(0;\pm\sqrt{7})$, $(4;-1)$, $(4;3)$ (2)

2. តារា (3)

III. 1. $n(\Omega) = 1140$ (3)

$n(A) = 4$ (2)

$P(A) = \frac{1}{285} = 0,0035$ (2)

2. $n(B) = 560$ (2)

$P(B) = \frac{28}{57} = 0,4912$ (2)

3. $P(C) = \frac{284}{285} = 0,99$ (4)

IV. 1. ផ្ទាំងសញ្ញា (5)

2. $f(x) = -\frac{1}{2}ke^{-2x} + B \ (k, B \in \mathbb{R})$ (3)

$g(x) = ke^{-2x}, k \in \mathbb{R}$ (2)

3. $r^2 + 2r = 0$ (2)

$y = Ae^{-2x} + B \ (A, B \in \mathbb{R})$ (3)

V. 1. $\vec{AM}(x+1; y-1; z)$ (2)

$\vec{BM}(x-2; y; z+1)$ (2)

$x^2 + y^2 - x - y - 6 = 0$ (2)

តំណាងចំណុច M រាងរង្វង់ (1)

2. $\vec{BC}(-1;2;1)$; $\vec{BD}(-2;1;-3)$ (2)

$\vec{BC} \times \vec{BD} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}$ (2)

$\vec{n} = -7\vec{i} - 5\vec{j} + 3\vec{k}$ (1)

$S_{BCD} = \frac{\sqrt{83}}{2}$ u. (3)

$m = \ln\frac{83\sqrt{83}}{8}$ (2)

3. ប្លង់ (1)

$(BCD): -7x - 5y + 3z + 11 = 0$ (2)

$N(-8;8;-9)$ (4)

4. ប្លង់ (1)

$d = \frac{13\sqrt{83}}{83}$ u. (2)

$V = \frac{13}{6}$ u (2)

www.facebook.com/pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
សាលាមធ្យមសិក្សាកម្ពុជាបារាំង

១ អនុវត្តកំណត់សាលាសិស្ស

I 1) ១) ១) ១

- ការកំណត់ចំនុចប្រសព្វវាង (BCD) និង (L)

(L): $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{1}=t$ (1p)

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=t \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$$

ក្នុងនាមជាចំនុចប្រសព្វវាងនឹងប្លង់ប្រសិនបើ

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-t \\ z=t \\ -7x-5y+3z+11=0 \end{cases}$$ (1p)

យើងបាន

$-7-7t+5+5t+3t+11=0$

$t=-9$ (1pt)

ចំនុចប្រសព្វ $N(-8;8;-9)$ (1p)

4) គណនាចំងាយពី A ទៅ (BCD)

(5pt) $d[A;(BCD)]=\frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ (1p)

$=\frac{|-7(0)-5-3\cdot0+11|}{\sqrt{(-7)^2+(5)^2+3^2}}$

$=\frac{13\sqrt{83}}{83}$ ឯកតាប្រវែង (2pt)

ឯកសារ ១ យ

$V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{BCD}\cdot d[A;(BCD)]$

$=\frac{13}{6}$ ឯកតាមាឌ (2pt)

III) 1) គណនាលីមីត

(6pt) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} -x-2+\frac{4e^x}{e^x+1}$ (2p)

$=+\infty$ (ដោយ: $\lim_{x\to-\infty}$

$=\lim_{x\to+\infty} -x-2+\frac{4e^x}{e^x(1+\frac{1}{e^x})}$

$=-\infty$ (ព្រោះ: $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x}=0$)

ដោយ $\lim_{x\to-\infty}\frac{4e^x}{e^x+1}=0 \Rightarrow$ បន្ទាត់ $y=-x-2$

ជាអាស៊ីមតូតចំនួនក្រឡាច(e) (2p)

2) គណនា $f'(x)$

(12pt) $f(x)=-x-2+\frac{4e^x}{e^x+1}$

$f'(x)=-1+\frac{4(e^x(e^x+1)-e^xe^x)}{(e^x+1)^2}$ (4pt)

$f'(x)=-\frac{(e^x-1)^2}{(e^x+1)^2}$

ដោយ $(e^x-1)^2\geq0$ $(e^x+1)^2>0$; $\forall x\in\mathbb{R}$

ដូច្នេះ $f'(x)\leq0$ ចំពោះ $\forall x\in\mathbb{R}$ (3pt)

គណនា $f'(0)=0$; $f(0)=0$ (1p) (1p)

តារាងបម្រែបម្រួល (1p)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↘	$-\infty$

(3pt)

3) ស/ច 0 ជាចំនុចរបត់

(9pt) $f''(x)=\frac{-[4e^x(e^x+1)^2-2e^x(e^x+1)4e^x]}{(e^x+1)^4}$

$f''(x)=\frac{-4e^x(e^x-1)}{(e^x+1)^3}$

ដោយ $(e^x+1)^3>0$; $e^x>0$ $\forall x\in\mathbb{R}$ (2pt)

$f''(x)$ មានសញ្ញាតាម $1-e^x$

បើ $1-e^x>0 \Leftrightarrow x<0$

ដ $1-e^x<0 \Leftrightarrow x>0$ (2pt)

- $f(x)$ ... ប្រសព្វ

យើងឃើញ សញ្ញាក្រាហ 0(0;0) ជាចំនុចរបត់

+ ស/ច 0 ជាចំណុចកណ្តាល

$f(-x)=-x-2+\frac{4e^{-x}}{e^{-x}+1}$ (2pt)

$=-x-2+\frac{4}{e^x+1}$

$f(-x)+f(x)=-x-2+\frac{4}{e^x+1}-x-2+\frac{4e^x}{e^x+1}$

$=\frac{-4(e^x+1)+4+4e^x}{e^x+1}=0$

ដោយ $f(-x)+f(x)=0$ នោះ 0(0;0) ជាចំណុចកណ្តាល (2pt)

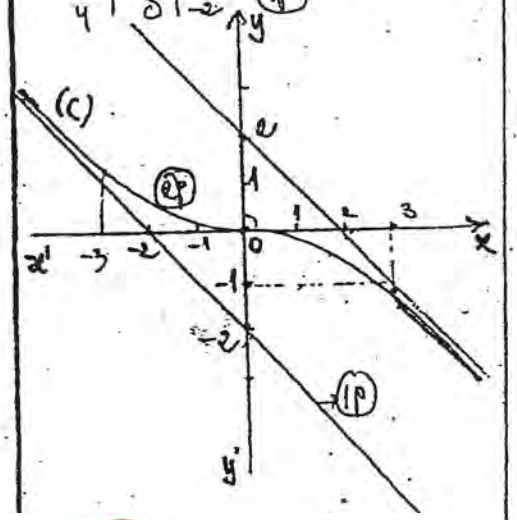
4) គណនា $f(3)$

(8pt) $f(3)=-3-2+\frac{4e^3}{e^3+1}=\boxed{-1,19}$ (1p)

សរសេរ $y=-x-2$

x	-2	0
y	0	-2

(1p)



$\frac{4e^x}{e^x+1}\geq x+2$

$\frac{4e^x}{e^x+1}\geq x+2 \Leftrightarrow -x-2+\frac{4e^x}{e^x+1}\geq0$

តាមក្រាបយើងឃើញថា ក្រាប(C)នៅលើបន្ទាត់ $x+2$ ពីរណា $x\leq0$ (3pt)

ភ្នំពេញ ថ្ងៃទី 10/8/08

ហត្ថលេខា អ្នកកាត់ក្រដាស

ឯកសារ

ឯកសារ ២ ក្រាហ ១ ១ ១ ១

ឯកសារ ១ យ

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth
pisethsok.wordpress.com
plus.google.com/+PisethSok_SPS

មុខវិជ្ជា : គណិតវិទ្យា រយៈពេល : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

សេចក្តីណែនាំ : (២ម៉ោង គណិតវិទ្យា ១, ២៩-០៥ ២០១៤) ឆ្នាំសិក្សាសម្រាប់

ពិន្ទុសរុប

១. បេក្ខជនត្រូវបង់ក្រដាសនេះជាពីរ រួចភ្ជាប់ខ្ទែងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រមាណផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងភ្ជាប់ខ្ទែងនោះ។

២. បេក្ខជនត្រូវភ្ជាប់បន្ទាត់បញ្ជរ ឱ្យចំពាក់កណ្តាលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត។

I. (១០ពិន្ទុ)

(5pt) ១. រកសមីការនៃបន្ទាត់ (L) ដែលប៉ះនឹងខ្សែកោង (H) តាង $y=1+\frac{\ln x}{x}$ នៅត្រង់ចំណុច $A(1;1)$ ។

(5pt) ២. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្ធ B រវាងបន្ទាត់ (L) និងខ្សែកោង (K) តាង $y=e^{3x}+x-e^{6}$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $Z=1-i$ និង $W=\sqrt{3}+i$ ។

(5pt) ១. គណនា ZW និង $\frac{Z}{W}$ ។

(10pt) ២. សរសេរ ZW និង $\frac{Z}{W}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីត :

(5pt) $A=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+\ln x}{3x^2-1}$, (5pt) $B=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3-e^x}{2e^x+3x+1}$, (5pt) $C=\lim_{x\to 0}\frac{(e^{-3x+2}-e^2)\sin(\pi x)}{4x^2}$

IV. (១៥ពិន្ទុ)

(5pt) ១. ចំពោះអនុគមន៍ $y=\cos x$ ចូរបង្ហាញថា $y+y'+y''+y'''=0$ ។

(5pt) ២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ នៃ $f(x)=\sin(\sin x)+\cos(\sin x)$ ។

(5pt) ៣. កំណត់តម្លៃធំបំផុតនៃ $S=6x-3x^2$ ។

V. (៣៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $y=f(x)=\frac{x^2-1}{(x+2)^2}$ និងមានខ្សែកោង(C) ។

(15pt) ១. រកដែនកំណត់នៃអនុគមន៍ f ។ រកសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ និងដេកនៃខ្សែកោង(C) ។

(10pt) ២. គណនា និងសិក្សាសញ្ញានៃដេរីវេ $f'(x)$ ។

(10pt) ៣. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និងសង់ខ្សែកោង(C) ។

(5pt) ៤. រកតម្លៃ a ដើម្បីឱ្យសមីការ $(a-1)x^2+4ax+4a+1=0$ មានឫស x_1 ; x_2 ដែល $-1\le x_1\le x_2\le 1$ ដោយប្រើខ្សែកោង(C) ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) គេឱ្យប្រលេឡូកម្រាស់ABCDEFGH ដែលមាន $\vec{DA}=\vec{i}$, $\vec{DC}=3\vec{j}$ និង $\vec{DH}=2\vec{k}$ ។ $(D;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ជាតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន ។

(10pt) ១. ចូរគូសរូបប្រលេឡូកម្រាស់ABCDEFGH ។ បញ្ជាក់កូអរដោនេចំណុច A, B, C, E, F, G និង H ។

(10pt) ២. គណនាផលគុណវិចន្ត $\vec{AC}\times\vec{AH}$ រួចទាញរកសមីការប្លង់ (ACH) ។

(5pt) ៣. d_1 ជាចម្ងាយពីចំណុច F ទៅប្លង់ (ACH) និង d_2 ជាចម្ងាយពីចំណុច D ទៅប្លង់ (ACH) ។ បង្ហាញថា $d_1=2d_2$ ។

(5pt) ៤. ប្រៀបធៀបមាន V_1 នៃចតុមុខ FACH និងមាន V_2 នៃចតុមុខ DACH ។

(5pt) ៥. គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ACH រួចគណនាមាន V_2 ។ ទាញរកមាន V_1 ។

ចម្លើយ

WWW.PHOTOCOPY-PRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

អត្ថន័យនៃគណិតវិទ្យា ត្រៀមប្រឡងសញ្ញាបត្រទី២: 23.03.09
ឆ្នាំសិក្សា 2008-2009

(5pt) I. 1. រកសមីការនៃបន្ទាត់ (L)
សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះ៖ សរសេរ

(1pt) $y - y_0 = y'_0(x - x_0)$

(1pt) $y = 1 + \frac{\ln x}{x} \Rightarrow y' = \frac{(\ln x)'x - \ln x \cdot x'}{x^2}$

(1pt) $y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}$

ដោយ $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 1 + \frac{\ln 1}{1} = 1$

(1pt) $y'_0 = \frac{1 - \ln 1}{1^2} = 1$

យើងមាន $y - 1 = 1(x - 1)$

(1pt) $\boxed{y = x}$

(5pt) 2. រកកូអរដោណេនៃចំណុចប្រសព្វ B
សមីការកាត់ផ្ទាល់នៃចំណុចប្រសព្វរវាង (L) និង (k) សរសេរ

(1pt) $e^{3x} + x - e^6 = x \Leftrightarrow e^{3x} = e^6 \Leftrightarrow 3x = 6$

(1pt) $\Rightarrow x = 2$ យើង $y = 2$

(1pt) $\boxed{B(2;2)}$

(5pt) II. 1. គណនា $Z.W$ និង $\frac{Z}{W}$

(2pt) $Z.W = (1-i)(\sqrt{3}+i)$

$\boxed{Z.W = (1+\sqrt{3}) + (1-\sqrt{3})i}$

(1pt) $\frac{Z}{W} = \frac{1-i}{\sqrt{3}+i} = \frac{(1-i)(\sqrt{3}-i)}{3-i^2}$

(2pt) $\boxed{\frac{Z}{W} = \frac{(\sqrt{3}-1)}{4} - \frac{\sqrt{3}+1}{4}i}$

(10pt) 2. សរសេរ Z W និង $\frac{Z}{W}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

(1pt) $Z = 1 - i = \sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$

(1pt) $\boxed{Z = \sqrt{2}\left[\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right]}$

(1pt) $W = \sqrt{3} + i = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)$

(1pt) $\boxed{W = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)}$

(2pt) $Z.W = 2\sqrt{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{4}\right)\right]$

(1pt) $\boxed{Z.W = 2\sqrt{2}\left[\cos\left(-\frac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{12}\right)\right]}$

(2pt) $\frac{Z}{W} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\left(-\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right)\right]$

(1pt) $\boxed{\frac{Z}{W} = \frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\left(-\frac{5\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{12}\right)\right]}$

III (5pt) $A = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + \ln x}{3x^2 - 1}$ រាង $\frac{\infty}{\infty}$

(2pt) $A = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2\left(1 + \frac{\ln x}{x^2}\right)}{x^2\left(3 - \frac{1}{x^2}\right)} = \frac{1+0}{3-0} = \boxed{\frac{1}{3}}$ (1p

(5pt) $B = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 - e^x}{2e^x + 3x + 1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x\left(\frac{x^3}{e^x} - 1\right)}{e^x\left(2 + \frac{3x}{e^x}\right)}$

(1pt) $\boxed{B = -\frac{1}{2}}$ ព្រោះ $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{e^x} = 0$ (1p

$\lim_{x \to +\infty} \frac{3x}{e^x} = 0$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{e^x}$

(5pt) $C = \lim_{x \to 0} \frac{(e^{-3x+2} - e^2)\sin \pi x}{4x^2}$ រាង $\frac{0}{0}$

(2pt) $C = \lim_{x \to 0} \frac{e^2(e^{-3x} - 1)}{4x} \cdot \frac{\sin \pi x}{x}$

(2pt) $C = \lim_{x \to 0} \frac{e^2}{4} \cdot \frac{e^{-3x} - 1}{-3x}(-3) \cdot \frac{\sin \pi x}{\pi x}$

$\boxed{C = \frac{-3\pi e^2}{4}}$ (1pt) ព្រោះ $\lim_{\substack{x \to 0 \\ -3x \to 0}} \frac{e^{-3x} - 1}{-3x} =$

$\lim_{\substack{x \to 0 \\ \pi x \to 0}} \frac{\sin \pi x}{\pi x} = 1$

(5pt) IV 1. បង្ហាញថា $y + y' + y'' + y''' = 0$

$y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x$ (1pt

$y'' = -\cos x$ (1pt) ; $y''' = \sin x$ (1pt)

ស្វែងរក: $y + y' + y'' + y''' = \cos x - \sin x - \cos x + \sin x$

$\boxed{y + y' + y'' + y''' = 0}$ (1pt)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

(5pt) 2. គណនា $f'(x)$

$f(x) = \sin(\sin x) + \cos(\sin x)$

(2pt) $f'(x) = (\sin x)'\cos(\sin x) - (\sin x)'\sin(\sin x)$

(2pt) $f'(x) = \cos x\cos(\sin x) - \cos x\sin(\sin x)$

(1pt) $\boxed{f'(x) = \cos x\,[\cos(\sin x) - \sin(\sin x)]}$

(5pt) 3. ការកំណត់តម្លៃអតិបរមារបស់ $S = 6x - 3x^2$

(2pt) $S' = 6 - 6x = 6(1-x)$

(2pt)

x	$-\infty$		1		$+\infty$
S'		$+$	0	$-$	
S		$\nearrow$		$\searrow$	

(1pt) តម្លៃអតិបរមារបស់ S គឺ $\boxed{S_{\max} = 3}$

(10pt) 1. រកដែនកំណត់នៃ f.

$f(x) = \dfrac{x^2-1}{(x+2)^2}$ ចាំបាច់ $(x+2)^2 \neq 0$

(2pt) $(x+2)^2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$

$\boxed{\mathcal{D} = \mathbb{R} - \{-2\}}$

(2pt) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^2}{x^2} = 1$

(2pt) $\Rightarrow$ បន្ទាត់ $y = 1$ ជាអាស៊ីមតូតដេក

(2pt) $\lim\limits_{x\to -2} f(x) = \dfrac{3}{\lim\limits_{x\to -2}(x+2)^2} = +\infty$

(2pt) $\Rightarrow$ បន្ទាត់ $x = -2$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ

(0pt) 2. គណនា និងសិក្សាសញ្ញារបស់ $f'(x)$

$f(x) = \dfrac{x^2-1}{(x+2)^2}$

(2pt) $\Rightarrow f'(x) = \dfrac{(x^2-1)'(x+2)^2 - (x^2-1)((x+2)^2)'}{(x+2)^4}$

$f'(x) = \dfrac{2x(x+2)^2 - 2(x+2)(x^2-1)}{(x+2)^4}$

(3)

(3pt) $f'(x) = \dfrac{2(x+2)(2x+1)}{(x+2)^4}$

$\forall x \in \mathcal{D} \Rightarrow (x+2)^4 > 0$ ពីព្រោះ

$f'(x)$ យកសញ្ញាតាម $(x+2)(2x+1)$

(5pt)

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty, -2[\cup]-\frac{1}{2}; +\infty[$

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-2; -\frac{1}{2}[$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

(10pt) 3. តារាងបម្រែបម្រួល

(3pt)

x	$-\infty$		-2		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{3}$	$\nearrow$	1

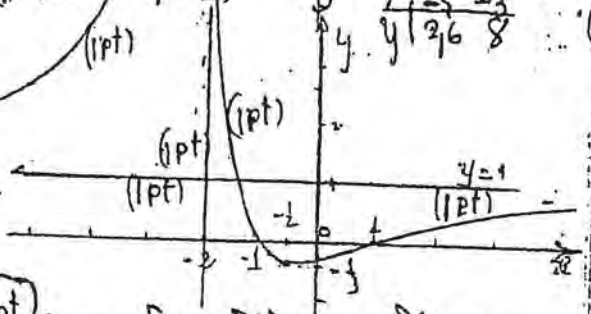
f មានតម្លៃតូចបំផុតមួយត្រង់ $x = -\frac{1}{2}$

(1pt) ចំណុច $f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{3}$

ឧទាហរណ៍

x	-7	-5	-3
y	$\frac{3}{6}$	8	

(1pt)



(5pt) 4) រកតម្លៃ a ដើម្បីឲ្យសមីការ $(a-1)x^2 + 4ax + 4a + 1 = 0$ មានឫសក្នុង $-1 \le x_1 \le x_2 \le 1$

$(a-1)x^2 + 4ax + 4a + 1 = 0$

$\Leftrightarrow a(x^2 + 4x + 4) = x^2 - 1$

(3pt) $\Leftrightarrow a = \dfrac{x^2-1}{(x+2)^2}$ សមីការអាចកើត

លុះក្នុងចុងចាប់ពី (C) និងបន្ទាត់ $y = a$

តាមក្រាហ្វិច យើងមើលឃើញថា បន្ទាត់ $y = a$

កាត់តាមកោង (C) ជាចំនួនចំណុច ២ សរុប

WWW.PISETHSEWORDPRESS.COM

$-1 \le x_1 \le x_2 \le 1$ ត្រូវ នោះ

(2pt) $a \in [-\frac{1}{3}; 0]$

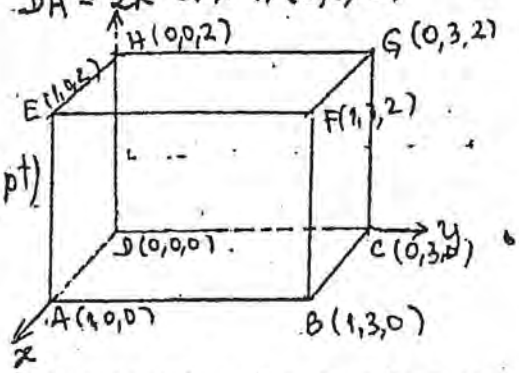
(10pt) VI 1. សម្គរ្ចមណ្ឌលនៃប្រាប់ដែន

ដោយ $\vec{DA} = \vec{i}$ នោះ $A(1,0,0)$

$\vec{DC} = 3\vec{j}$ នោះ $C(0;3,0)$

$\vec{DH} = 2\vec{k}$ នោះ $H(0,0,2)$

(3pt)



(7pt) $A(1,0,0)$; $B(1,3,0)$, $C(0,3,0)$; $E(1,0,2)$
$F(1,3,2)$; $G(0,3,2)$, $H(0,0,2)$

(10pt) 2. គណនា $\vec{AC} \times \vec{AH}$

$\vec{AC}(x_C - x_A; y_C - y_A; z_C - z_A)$

$\vec{AC}(-1,3,0)$, $\vec{AH}(-1,0,2)$

(5pt) $\vec{AC} \times \vec{AH} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}\vec{k}$

$\boxed{\vec{AC} \times \vec{AH} = 6\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}}$

(5pt) ទាញរកសមីការប្លង់ (ACH)

ប្លង់ (ACH) កាត់ចំណុច $A(1,0,0)$
និងមានវិចទ័រណរមាល $(\vec{AC} \times \vec{AH})(6,2,3)$
មានសមីការ $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$\Rightarrow 6(x-1)+2(y-0)+3(z-0)=0$

$\Rightarrow \boxed{6x+2y+3z-6=0}$

(4) (5pt)

3. បង្ហាញថា $d_1 = 2d_2$

$d_1 = d(F,(ACH)) = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

(2pt) $d_1 = \frac{|6\cdot1+2\cdot3+3\cdot2-6|}{\sqrt{6^2+2^2+3^2}} = \frac{12}{7}$

(2pt) $d_2 = d(D,(ACH)) = \frac{|6\cdot0+2\cdot0+3\cdot0-6|}{\sqrt{6^2+2^2+3^2}} =$

(1pt) ដូច្នេះ $\boxed{d_1 = 2d_2}$

(5pt) 4. គណនាមាឌ V_1 នៃ FACH និង V_2

(1pt) $V_1 = \frac{1}{3} S_{ACH} \cdot d_1$

(1pt) $V_2 = \frac{1}{3} S_{ACH} \cdot d_2$ ដែល $d_1 = 2d_2$

(2pt) $V_1 = \frac{1}{3} S_{ACH} \cdot 2d_2 = 2V_2$

(1pt) $\boxed{V_1 = 2V_2}$

5. គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ ACH, ១០

(5pt)

(1pt) $S_{ACH} = \frac{1}{2}\|\vec{AC} \times \vec{AH}\|$

(1pt) $= \frac{1}{2}\sqrt{6^2+2^2+3^2} = \boxed{\frac{7}{2} \text{ ឯកតាក្រឡា}}$

គណនា V_2 រាងចតុមុខ DACH

(1pt) $V_2 = \frac{1}{3} S_{ACH} \cdot d_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{6}{7} = 1$

(1pt) $\boxed{V_2 = 1 \text{ ឯកតាមាឌ}}$ ហើយ $V_1 = 2V_2$

(1pt) នោះ $\boxed{V_1 = 2 \text{ ឯកតាមាឌ}}$

ដោយសារតែ អ្នកគ្រូកាត់ចាស់
ដាច
ចេញ ដាច ក្រៅ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ម្រាប់ចនមាសថ្នាក់ទី១២ លើកទី២ (1) លេខតុ : 151

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុវេក្ខ : សម្រាប់ប្រឡង : ១៥ មិថុនា ២០០៩ មណ្ឌលប្រឡង : .....

១. ..... នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន : .....

២. ..... ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់

* បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសំគាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសំគាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

ចំណាត់ថ្នាក់ : គណិតវិទ្យា យោបល់ : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្ងាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបំពេញក្រដាសនេះជាពីរ ១ចម្លងខ្ទង់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើ ខ្ទង់ទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងចម្លងខ្ទង់នោះ។

២. បេក្ខជនត្រូវចម្លងបន្ទាត់បញ្ជា ឱ្យចំពាក់កណ្តាលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត។

I. (១៥ពិន្ទុ)

(5) ១. គេឱ្យអនុគមន៍ $y = e^{-x}\ln x$ ។ បង្ហាញថា $2009(y'+y)xe^{x} - 2010$ មានតម្លៃមិនប្រែប្រួលចំពោះគ្រប់ $x > 0$ ។

(5) ២. គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int\left(\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{2}{x+1} + e^{2009x}\right)dx$ និង $J = \int_0^{\pi}\frac{\sin x}{2+\cos x}dx$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ)

(7) ១. រកកូអរដោនេនៃកំពូល S កំនុំ F និងសមីការបន្ទាត់ត្រាប់ទិស(D) នៃពាក់កណ្តាល (P): $x^2 - 2x - 2y + 4 = 0$ ។

(7) ២. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង(P) និងអ័ក្សអរដោនេ ហើយសង់(P) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់xOy មួយ ។

III. (១៥ពិន្ទុ)

នៅក្នុងថង់មួយមានប៊ូលពណ៌ក្រហម 8 និងប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 6 ។ គេចាប់យកប៊ូល 5ព្រមគ្នាចេញពីថង់ ដោយចៃដន្យ ។

(5) ១. រកប្រូបាប ដែលគេចាប់បានប៊ូលទាំង 5 ពណ៌ក្រហមទាំងអស់ ។

(5) ២. រកប្រូបាប ដែលគេចាប់បានប៊ូល 3ពណ៌ក្រហម និងប៊ូល 2ពណ៌ខ្មៅ ។

(3) ៣. រកប្រូបាប ដែលគេចាប់បានប៊ូលពណ៌ខ្មៅ 1យ៉ាងតិច ។

IV. (១៥ពិន្ទុ)

(7) ១. ដោះស្រាយសមីការ $y'' - y' + \frac{1}{4}y = 0$ (E) ។

(8) ២. រកចម្លើយមួយនៃ(E) ដោយដឹងថាក្រាបនៃចម្លើយនោះកាត់តាមចំណុចM(0;4) ហើយប៉ះនឹងបន្ទាត់ដេកមួយត្រង់ចំណុច $x = 2$ ។

V. (៣០ពិន្ទុ)

ចំណុចA(1;2;−2) , B(2;3;−2) , C(0;3;−2) និង D(1;2;$-2+\sqrt{2}$) ស្ថិតនៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ មានទិសវេក្ទ័រមាន(O; $\vec{i}$; $\vec{j}$; $\vec{k}$) មួយ។

(4) ១. រៀបកំពូល A;B;C;D នៃតេត្រាអែត ABCD ។

(10) បង្ហាញថា AB = AC = AD ហើយបន្ទាត់(AB);(AC);(AD) កែងរវាងគ្នាពីរៗ។

(5) ២. បង្ហាញថា[AD] ជាកម្ពស់ចំពោះបាត ABC នៃតេត្រាអែត ABCD ហើយទាញរកមាឌនៃតេត្រាអែត ABCD ។

(6) ៣. គណនាផលគុណវ៉ិចទ័រ $\vec{N} = \vec{BC} \times \vec{BD}$ និងផ្ទៃក្រឡានៃ△BCD ។ រកសមីការប្លង់(BCD) ។

(5) ៤. រកសមីការថ្នាក់ម៉ែត្រនៃបន្ទាត់(L) ដែលកាត់តាម A ហើយកែងនឹងប្លង់(BCD) ត្រង់ចំណុច H ។ រកកូអរដោនេនៃ H ។

WWW.METHODKHMER.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

VI. (៣៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់លើចន្លោះក្រៅបណ្តូលនូវ x ដែល $x \neq 0$ ដោយ $y = f(x) = x \cdot \frac{e^x - 1}{x}$ ។ ចំណាយពាក្យ

នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O;\vec{i};\vec{j})$ មួយ ។

(8) ១. គណនា $\lim_{x \to 0} f(x)$; $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

(4) ២. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (L): $y = x$ និង (M): $y = x - 1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) នៅខាង $-\infty$ និង $+\infty$ ។

(10) ៣. គណនា $f'(x)$ ហើយបង្ហាញថា $f'(x) > 0$ ចំពោះ $x \neq 0$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

(8) ៤. គណនា $f(1)$ និង $f(-1)$ ហើយសង់បន្ទាត់ (L) ; (M) និងក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយ $(O;\vec{i};\vec{j})$ ។

(5) (គេយក $\frac{e}{e-1} = 1,6$; $\frac{1}{1-e} = -0,6$) ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកម្លង់ដែលកំណត់ដោយ ខ្សែកោង (C) បន្ទាត់ (M) និង បន្ទាត់ឈរមានសមីការ $x = 1$ និង $x = 2$ ។

ចម្លើយ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

១.ស

សញ្ជាតកម្មសាលាមធ្យមសិក្សា
លើកទី ២. ១៥-០៤-២០០៩

I) 1- បង្ហាញថា $2009(y'+y)xe^{x}-2010$ មានតម្លៃមិនអាស្រ័យលើ x

(5) $y=e^{-x}\ln x \Rightarrow y'=(e^{-x})'\ln x+e^{-x}(\ln x)'$

$y'=-e^{-x}\ln x+\frac{e^{-x}}{x}$ ដូចនេះ

$2009(y'+y)xe^{x}-2010=$

$2009(-e^{-x}\ln x+\frac{e^{-x}}{x}+e^{-x}\ln x)xe^{x}-2010$

$=2009(-x\ln x+1+x\ln x)-2010=-1$

$\boxed{2009(y'+y)xe^{x}-2010=-1}$ មានតម្លៃមិនអាស្រ័យ ចំពោះ $\forall x>0$

2- គណនា $I=\int\left(\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{2}{x+1}+e^{2009x}\right)dx$

(5) $\boxed{I=-\frac{1}{x-1}-2\ln|x+1|+\frac{1}{2009}e^{2009x}+C}$ $C\in\mathbb{R}$

$J=\int_0^{\pi}\frac{\sin x}{2+\cos x}dx=-\int_0^{\pi}\frac{d(2+\cos x)}{2+\cos x}$

$J=-\left[\ln|2+\cos x|\right]_0^{\pi}=-(\ln 1-\ln 3)$

(5) $\boxed{J=\ln 3}$

II) 1. រកកូអរដោនេធីតានៃកម្មវិធី S និងកំណុំ F

$x^2-2x-2y+4=0 \Leftrightarrow x^2-2x+1=2y-3$

$(x^2-2x+1)=2y-3$

(4) $(x-1)^2=2(y-\frac{3}{2})$; $h=1, k=\frac{3}{2}; p=\frac{1}{2}$

(1) តម្លៃ $S(h,k)\equiv S(1;\frac{3}{2})$

(1) កំណុំ $F(h,k+p)\equiv F(1;2)$

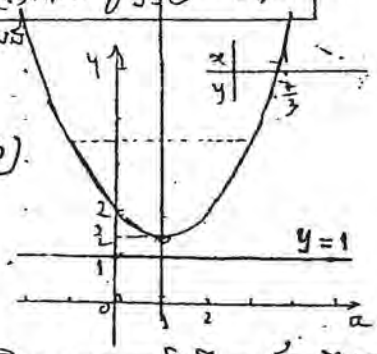
(1) ប្រវែងផ្ចិតបន្ទាត់ $y=k-p=1$

2. រកសមីការនៃសរសេរមានរាង

ចំពោះ (P) តាមអ័ក្ស $y'y$ យើង: $x=0$ យើងបាន

(2) $-2y+4=0 \Leftrightarrow y=2$

$\boxed{(P)\text{ កាត់អ័ក្ស } y'y \text{ ត្រង់ } (0,2)}$



(3)

III) 1- រកប្រូបាបដើម្បីឆ្នោតបាន A: ម្នាក់ៗ ១ចានបានពណ៌ក្រហម

ការកាត់: $C(14,5)=\frac{14!}{5!\,9!}$

$=\frac{14.13.12.11.10.9!}{5.4.3.2.1.9!}=14.13.11$

ការណ៍សរុប: $C(8,5)=\frac{8!}{5!\,3!}$

(5) $\frac{8.7.6.5!}{5!\,3.2}=8.7$

ដូចនេះ $P(A)=\frac{8.7}{14.13.11}=\boxed{\frac{4}{143}}$

2. រកប្រូបាបដើម្បី B: ១ចានមានក្រហម ២ និង ១ លឿង ២

ការណ៍សរុប: $C(8,3)\times C(6,2)$

$=\frac{8!}{3!\,5!}\cdot\frac{6!}{2!\,4!}=\frac{8.7.6.5!\,6.5.4!}{3.2.1\,2.1.4!}$

$=8.7.3.5$

(2) ដូចនេះ $P(B)=\frac{8.7.3.5}{14.13.11}=\boxed{\frac{60}{143}}$

3. រកប្រូបាបដើម្បីឆ្នោតបាន C: ១ចានមានពណ៌ទាំងបីគឺ

(5) ១ក្រហម ១ លឿង ១ បៃតង

ដូច្នេះការចាញ់ C គឺជាប្រូបាបកាត់ពីការ

យើងមាន $P(C)=1-P(A)=1-\frac{4}{143}$

$\boxed{P(C)=\frac{139}{143}}$

IV) 1. យើង: ដោះស្រាយសមីការ $y'-y'+\frac{1}{4}y=0$ (E)

(2) សមីការសម្គាល់សរសេរ: $r^2-r+\frac{1}{4}=0$

(2) $\Leftrightarrow (r-\frac{1}{2})^2=0$ សមីការមានឫសតែមួយ $r_1=r_2=\frac{1}{2}$

សមីការទូទៅនៃ សមីការ (E) ដែលមានរាងដូចខាងក្រោម

(3) $\boxed{y=(Ax+B)e^{r_1x}=(Ax+B)e^{\frac{1}{2}x}}$ $A,B\in\mathbb{R}$

2. រកចំណុចរបស់ក្រាហ្វ (E) ដែលឆ្លងកាត់ចំណុច M(0,4) ហើយមានជម្រាលស្មើ ០ នៅ $x=2$ យើងបាន $\begin{cases}y(0)=4 & (1)\\ y'(2)=0 & (1)\end{cases}$

$y(0)=B \Leftrightarrow B=4$

(1) $y'=(Ax+4)'e^{\frac{1}{2}x}+(Ax+4)(e^{\frac{1}{2}x})'$

(1) $y'=Ae^{\frac{1}{2}x}+\frac{1}{2}(Ax+4)e^{\frac{1}{2}x}$

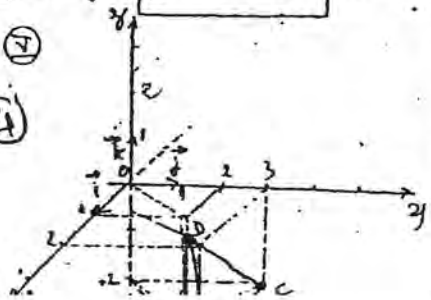
$y'(2)=Ae+\frac{1}{2}(2A+4)e$

$\Leftrightarrow 0=(A+A+2)e \Leftrightarrow A=-1$

(4) យើងបាន $\boxed{y=(-x+4)e^{\frac{1}{2}x}}$

V)

(4)



1- បង្ហាញ AB = AC = AD

$\vec{AB}(x_B-x_A; y_B-y_A; z_B-z_A)$

(1) $\vec{AB}(2-1,3-2,-2+2)$: $\vec{AB}(1,1,0)$

(1) $AB=\sqrt{1^2+1^2+0^2}=\sqrt{2}$ (1)

(1) $\vec{AC}(0-1,3-2,-2+2)$: $\vec{AC}(-1,1,0)$

(1) $AC=\sqrt{(-1)^2+1^2+0^2}=\sqrt{2}$ (2)

(1) $\vec{AD}(1-1;2-2;-2+\sqrt{2}+2)$

(1) $\vec{AD}(0,0,\sqrt{2}) \rightarrow AD=\sqrt{2}$ (3)

(1) (1),(2),(3) $\rightarrow$ $\boxed{AB=AC=AD}$

(1) $\vec{AB}.\vec{AC}=xx'+yy'+zz'$

$=1(-1)+1.1+0$

$\vec{AB}.\vec{AC}=0$ នោះ $(AB)\perp(AC)$

(1) $\vec{AB}.\vec{AD}=1.0+1.0+0.\sqrt{2}=0$

នោះ $(AB)\perp(AD)$

(1) $\vec{AC}.\vec{AD}=-1.0+1.0+0\sqrt{2}=0$ (10)

នោះ $(AC)\perp(AD)$

2. បង្ហាញថា [AD] កកាត់ជាកម្ពស់នៃតetraèdre

ចំណេះ $\left.\begin{matrix}(AD)\perp(AB)\\(AD)\perp(AC)\end{matrix}\right\} \rightarrow (AD)\perp(ABC)$

(2) ដូច្នេះ $\boxed{[AD]\text{ ជាកម្ពស់ចំណុចមូលដ្ឋាន } ABC}$

3. គណនាមាឌនៃ tetraèdre ABCD

(1) $V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABC}.AD$

(1) $S_{ABC}=\frac{1}{2}.AB.AC=\frac{1}{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2}=1$

(1) ដូច្នេះ $V_{ABCD}=\frac{1}{3}.1.\sqrt{2}=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{3}\text{ ឯកតាមាឌ}}$

3. គណនា $\vec{N}=\vec{BC}\times\vec{BD}$

$\vec{BC}(0-2,3-3,-2+2)$

www.sok-piseth.wordpress.com

$\vec{BD}(1-2, 2-3, -2+\sqrt{2}+2)$

(1) $\vec{BD}(-1, -1, \sqrt{2})$

(1) $\vec{BC}\times\vec{BD} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & \sqrt{2} \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -1 & \sqrt{2} \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -1 & \sqrt{2} \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}\vec{k}$

(1) $\boxed{\vec{n} = 0\vec{i} + 2\sqrt{2}\vec{j} + 2\vec{k}}$

ក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ BCD

$S_{BCD} = \frac{1}{2}\|\vec{BC}\times\vec{BD}\| = \frac{1}{2}\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}$

(1) $\boxed{S_{BCD} = \frac{1}{2}\sqrt{12} = \sqrt{3}}$ យក១ក្រឡាការ៉ូត

រកសមីការប្លង់ (BCD)

ប្លង់ (BCD) កាត់ចម្រៀង C(0, 3, -2) និងមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{N}(0; 2\sqrt{2}; 2)$ មានសមីការ

$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$0(x-0)+2\sqrt{2}(y-3)+2(z+2)=0$

(1) $\Leftrightarrow \boxed{\sqrt{2}y+z+2-3\sqrt{2}=0}$

4. រកសមីការក្នុងលំហនៃបន្ទាត់ (L)

ដែលបន្ទាត់ (L) កាត់នឹង (BCD) នោះ

បន្ទាត់ (L) មានវ៉ិចទ័រប្រៀបធៀប $\vec{N}$

សមីការប្រកបដោយប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (L) នឹងមានៗ

(1) ១យ A(1, 2, -2) និងមានវ៉ិចទ័រប្រៀបធៀប $\vec{N}$

(2) យើងមាន $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2+2\sqrt{2}t \\ z = -2+2t \end{cases}$ $t\in\mathbb{R}$

រកកូអរដោនេនៃចំណុច H

តាមការកំណត់នៃចំណុចប្រសព្ធ H រវាង (L) និង

- ប្លង់ (BCD) គឺអនុញ្ញាតឲ្យ

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2+2\sqrt{2}t \\ z = -2+2t \\ \sqrt{2}y+z+2-3\sqrt{2}=0 \end{cases}$ យើងបាន

$\sqrt{2}(2+2\sqrt{2}t)-2+2t+2-3\sqrt{2}=0$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{2}+4t+2t-3\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow 6t=\sqrt{2}$

$t=\frac{\sqrt{2}}{6}$ យើងបាន

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2+2\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{6} \\ z = -2+2\cdot\frac{\sqrt{2}}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = \frac{8}{3} \\ z = -2+\frac{\sqrt{2}}{3} \end{cases}$

(2) $\boxed{H\left(1; \frac{8}{3}; -2+\frac{\sqrt{2}}{3}\right)}$

(VI) 1. រកលីមីត ; $D_f = \mathbb{R}-\{0\}$

(2) $\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0}\left(x - \frac{e^x}{e^x-1}\right)$

$= -\frac{1}{\lim_{x\to 0}(e^x-1)} = \infty$ $\begin{cases} +\infty & \text{បើ } x\to 0^- \\ -\infty & \text{បើ } x\to 0^+ \end{cases}$

$x>0 \Leftrightarrow e^x>1$

(2) → បន្ទាត់ $x=0$ គឺអាសីមតូតបញ្ឈរ

(2) $\lim_{x\to -\infty} f(x) = \lim_{x\to -\infty}\left(x + \frac{e^x}{e^x-1}\right) = -\infty$

ព្រោះ $\lim_{x\to -\infty} e^x = 0$

(2) $\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty}\left(x + \frac{e^x}{e^x(1-\frac{1}{e^x})}\right) = +\infty$

ព្រោះ $\lim_{x\to +\infty} e^x = +\infty$

2. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (L) និង (M) គឺអាសីមតូត

ដែល $\lim_{x\to -\infty}(f(x)-x) = \lim_{x\to -\infty}\left[x - \frac{e^x}{e^x-1} - x\right]$

(2) $= 0$ នោះបន្ទាត់ (L): $y=x$

$= \lim_{x\to +\infty}\left(\frac{e^x-1-e^x}{e^x-1}\right) = 0$ នោះបន្ទាត់

(2) (M): $y = x-1$ គឺអាសីមតូតលក្ខណៈ នៃ (C) ត្រង់ $+\infty$

3. រកអនុគមន៍ $f'(x)$

$f(x) = x - \frac{e^x}{e^x-1}$

(1) $f'(x) = 1 - \frac{(e^x)'(e^x-1) - e^x(e^x-1)'}{(e^x-1)^2}$

(2) $f'(x) = 1 - \frac{e^x(e^x-1) - e^x\cdot e^x}{(e^x-1)^2}$

(2) $f'(x) = 1 - \left(\frac{e^{2x} - e^x - e^{2x}}{(e^x-1)^2}\right)$

(2) $\boxed{f'(x) = 1 + \frac{e^x}{(e^x-1)^2} > 0}$ ចំពោះ $\forall x\in D_f$

ព្រោះ $e^x>0$, $(e^x-1)^2>0$ ចំពោះ $x\neq 0$

សញ្ញានៃ $f'(x)$ មានដូចតារាង

(3)

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

4- តម្លៃ $f(1)$

(1) $f(1) = 1 - \frac{e^1}{e^1-1} = 1-1,6 = \boxed{-0,6}$

(1) $f(-1) = -1 - \frac{e^{-1}}{e^{-1}-1} = -1 - \frac{\frac{1}{e}}{1-e} = -1+0,6$

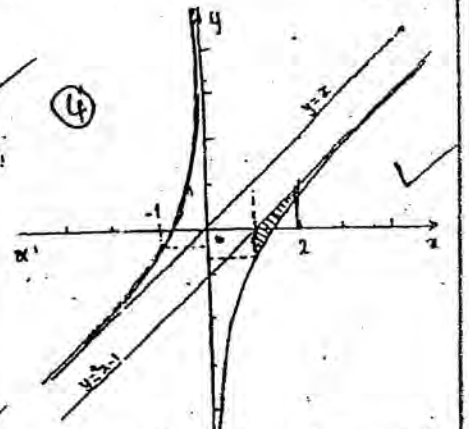
$\boxed{f(-1) = -0,4}$

(1) តារាង

x	0	1
$y=x$	0	1

(1) x | 0 | 1

(4)



(5) $\boxed{S = -1 + \ln(e+1)}$ យកតម្លៃជាម៉ែត្រ

ក្នុងចន្លោះ C ចន្លោះ 14 ឯកតា ២០១១

ប្រធានការិយាល័យ

ឈ្ម

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth
pisethsok.wordpress.com
plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា	លេខបន្ទប់ : ....12....
ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ទំនាក់ទុនៅ និងបំណែកនីតិ	លេខតុ : ....1229....
ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុគ្រិ :	សម្រាប់ប្រឡង : ២៧ កក្កដា ២០០៩
១.	នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន : .....
២.	ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....
	ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់

*បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសំគាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសំគាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

មុខវិជ្ជា : គណិតវិទ្យា	ម៉ោងប្រឡង : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្ងាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្ដីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង្ហាញការគិតរបស់ខ្លួនជាលាយលក្ខណ៍អក្សរ ។

២. បេក្ខជនត្រូវចូលបន្ទាត់បញ្ឈរ ឱ្យចំ៣ភាគណ្ឌលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

0 I. (១០ពិន្ទុ) សរសេរ $A=\frac{2(1+i)^2}{1-i\sqrt{3}}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ហើយជាទម្រង់ពិជគណិត ។

5 II. (១៥ពិន្ទុ) មេបញ្ជាការកងទ័ពការពារព្រំដែន បានបង្កើតចំនួនសម្ងាត់ដែលជាចំនួនគត់មានលេខបីខ្ទង់ ហើយលេខទាំងបីខ្ទង់នោះខុសៗគ្នា ដោយប្រើលេខក្នុងចំណោមលេខពី 1 ដល់ 9 ។

5 ១. តើមេបញ្ជាការអាចបង្កើតចំនួនសម្ងាត់បានទាំងអស់ប៉ុន្មានរៀបខុសៗគ្នា ។

10 ២. មេបញ្ជាការបានជ្រើសរើសយកចំនួនសម្ងាត់មួយដោយចៃដន្យ ដើម្បីប្រើការក្នុងពេលចេញធ្វើប្រតិបត្តិការស៊ើប ។ តម្រូវបាន់ត្រឹត្តិការណ៍នីមួយៗ : A:« ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់គូ » B:« ចំនួនសម្ងាត់ជាចំនួនគត់សេស » ។

5 III. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យសមីការនិស្សារ៉ង់ស្យែល (E): $y''-3y'+2y=2x+1$ ។

10 ១. ដោះស្រាយសមីការ (E_1): $y''-3y'+2y=0$ ។ កំណត់ចម្លើយ f នៃ (E_1) ដែល $f(0)=3$ និង $f'(0)=4$ ។

5 ២. កំណត់ចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ $g(x)=ax+b$ ជាចម្លើយនៃ (E) ។

5 IV. (១៥ពិន្ទុ)

10 ១. រកកូអរដោនេនៃផ្តិត កំពូល និងកំនុំនៃអេលីប(E): $4x^2+9y^2-8x+36y+4=0$ ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ ។

5 ២. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាង(E) និងអ័ក្សទាក់ទងនៃតម្រុយ ហើយសង់អេលីប (E) ដោយយក $\frac{4\sqrt{2}}{3}=1,9$ ។

5 V. (៣៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសវ៉ិចទ្ធមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ មួយ គេដោះចំណុច $A(2;2;0)$; $B(0;2;2)$ និង $C(1;0;1)$ ។

10 ១. រកសមីការស្ફែ (S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត [AB] ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វទាំងពីររវាងស្ফែ (S) និងបន្ទាត់ (d) ដែលមានសមីការពារ៉ាម៉ែត $x=1+t$; $y=2$ និង $z=1+t$ ដែល t ជាចំនួនពិត។

10 ២. រកកូអរដោនេនៃវ៉ិចទ័រដែលតុណ $\vec{n}=\vec{CA}\times\vec{CB}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC ។ រកសមីការប្លង់(ABC) ។

10 ៣. ប្លង់(ABC) ជួប(Ox) ត្រង់M និងជួប(Oz) ត្រង់N ។ រកកូអរដោនេនៃចំណុច M និងN ។

បង្ហាញថា $\vec{AB}=\vec{MN}$ និង $\vec{MA}\cdot\vec{MN}=0$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា ABNM ជាចតុកោណកែង ។

5 ៤. រកចម្ងាយពីចំណុច $D(0;2;0)$ ទៅប្លង់(ABC) ។ ទាញរកមាន់នៃគ្រោមែត DBCA ។

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

35 VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិតវិជ្ជមាន x ដោយ $y = f(x) = -x - \frac{4\ln x}{x}$ ហើយមានក្រាហ្ហ
នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O;\vec{i};\vec{j})$ មួយ ។

5 ១. គណនា $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ និង $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប (C) ។

8 ២. បង្ហាញថាបន្ទាត់ (L): $y = -x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប (C) ។ សិក្សាទីតាំងរវាង (C) និង (L) ។

12 ៣. បង្ហាញថាដេរីវេ $f'(x) < 0$ បើគេដឹងថា $x^2 + 4 - 4\ln x > 0$ ចំពោះ $x > 0$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ
បន្ទាត់ (D) ប៉ះនឹងក្រាប (C) ត្រង់ចំណុច A បើយកស្រេបនឹងបន្ទាត់ (L) ។ រកកូអរដោនេនៃ A និងសមីការ

10 ៤. សង់ (L);(D) និង (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O;\vec{i};\vec{j})$ ដោយយក $e = 2,7$; $\frac{4}{e} = 1,5$ ។
គេយក S(a) ជាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកម្រិតកំណត់ដោយក្រាប (C) និងអាស៊ីមតូតទ្រេត (L) នៃលក្ខខ័ណ្ឌ $1 \le x \le a$ ។
រកតម្លៃ a ដើម្បីឲ្យ $S(a) = 2$ ឯកតាក្រឡាផ្ទៃ ។

ចម្លើយ

I. (10)
1. $A = 2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$ (6)
$A = -\sqrt{3} + i$ (4)

II. (15)
1. 504 លេខ (5)
2. $P(A) = \frac{4}{9}$ (5)
$P(B) = \frac{5}{9}$ (5)

III. (15)
1. $y = Ae^{x} + Be^{2x}$; $A;B \in \mathbb{R}$ (5)
$f(x) = 2e^{x} + e^{2x}$ (5)
2. $a = 1$; $b = 2$ (5)

IV. (15)
1. $\frac{(x-1)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{4} = 1$, $c = \sqrt{5}$ (10)
$(1;-2);(-2;-2);(4;-2);(1\pm\sqrt{5};-2)$
2. $(0;-3,9);(0;-0,1);(1;0)$ (3)
ក្រាហ្ហ (2)

Ve (35)
1. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 2$ (7)
$k_1(2;2;2)$; $k_2(0;2;0)$ (3)
2. $\vec{n}_4(4;0;4)$ (5)
$S_{ABC} = 2\sqrt{2}$ ឯកតា (3)
$(ABC): x + z - 2 = 0$ (2)
3. $M(2;0;0)$ (1)
$N(0;0;2)$ (1)
$\vec{MN}(-2;0;2)$ (1)
$\vec{AB} = \vec{MN}$ (1)+(1)
$\vec{MA}\cdot\vec{MN} = 0$ (3)

4. $d(D;(ABC)) = \sqrt{2}$ ឯ. បរិមាណ
$V_{DBCA} = \frac{4}{3}$ ឯ. ម៉ាត្រ (2)

VI. (35)
1. $\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ (2)
$\lim_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$ (2)
$x = 0$ អាចជាសមីការ (1)
2. (L): $y = -x$ ជាអាស៊ីមតូត
$f(x) = f(x) - (-x)$

x	0		1		$+\infty$
$f(x)$	‖	$+$	0	$-$	

ទីតាំង (C) លើ (L) $(1;-1)$ (C) ក្រោម
3. $f'(x) = \frac{-(x^2+4-4\ln x)}{x^2} < 0$

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

$A(e;-e-\frac{4}{e})$ (3)
$(D): y = -x - \frac{4}{e}$ (1)
4. ការគណនាតំណាងក្រាហ្ហ (2)
សង់ក្រាហ្ហ (4)
$S(a) = 2\ln a$ ឯ. ម៉ាត្រ (1)
$a = e$ (2)

ចប់. ២០០ (2)

សុខ ពិសិទ្ធ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ថ្នាក់ - ១២

អង្គការកីឬកាតណិតវិទ្យាប្រចាំសប្តាហ៍ចុងក្រោយ ប្រលងសញ្ញាបត្រ ២៧-៧-២០១១

(10)

(10) I. សរសេរ A ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ បន្ទាប់មកទាញរកតម្លៃ

$A = \frac{2(1+i)^2}{1-i\sqrt{3}} = \frac{2(1+2i+i^2)}{1-i\sqrt{3}} = \frac{4i}{1-i\sqrt{3}}$ (1)

$A = \frac{4(0+i)}{2(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)} = \frac{2(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2})}{\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3})}$

$A = 2[\cos(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3})+i\sin(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3})]$ (1)

$\boxed{A = 2(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6})}$ (1)

បន្ទាប់ $A = 2(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i)$ (1)

$\boxed{A = -\sqrt{3}+i}$

(5) (15) II. ១. ត្រូវបានតម្លៃដែលអាចបង្កើតបាន

លេខមួយមានតួ 9 ១ខ្ទង់ (1)

លេខមួយមានតួ 8 ១ខ្ទង់ (1)

លេខមួយ ១ តួ ១ ១ (1)

តាមច្បាប់គុណ យើងបានចំនួនលេខអតិបរមាគឺ

១ × ៨ × ៧ = $\boxed{504 \text{ ខ្ទង់}}$ (2)

(10) ២. ស្វែងរកចំនួនលេខ A ដែលមានតម្លៃ

ចម្លើយ

ចំនួនតាមកំណត់

ជាពាក្យ ចំនួនលេខ ១ ១ ១ (1)

លេខមួយ ១ ១ ១ 8 ១ (1)

លេខមួយ ១ ១ ១ 7 ១ (1)

លេខមួយ ១ ១ ១ 4 ១ (1)

ដូច្នេះ ១ × ៨ × ៧ × ៤ = $\boxed{504 \text{ ១}}$ (2)

(10) ២. ស្វែងរកប្រូបាប៊ីលីតេ A ជាចំនួនសិស្ស

ចម្លើយ

ចំនួនករណីសរុប

ជាពាក្យ ចំនួនលេខ ១ ១ ១ (1)

លេខមួយ ១ ១ ១ 8 ១ (1)

លេខមួយ ១ ១ ១ 7 ១ (1)

លេខមួយ ១ ១ ១ 4 ១ (1)

យើងបានចំនួនលេខ ១ ១ ១

$4(x-2)+0(y-2)+4(z-0)=0$

$\Leftrightarrow \boxed{x+y-z=0}$ (1)

(10) 3. រកកូអរដោនេរនៃចំណុច M, N

ដើរយកប្លង់ (ABC) កាត់ ox នោះ $y=0, z=0$

យើងបាន $x=2$; $\boxed{M(2,0,0)}$ (1)

ដើរយកប្លង់ (ABC) កាត់ oz នោះ $x=0, y=0$

យើងមាន $z=2$ យើងបាន $\boxed{N(0,0,2)}$ (1)

បង្ហាញว่า $\vec{AB}=\vec{MN}$

$\vec{MN}(0-2;0-0,2-0) \rightarrow \vec{MN}(-2,0,2)$ (1)

យើង $\vec{AB}(-2,0,2)$ (1) ដូច្នេះ $\boxed{\vec{AB}=\vec{MN}}$ (1)

- បង្ហាញว่า $\vec{MA}\cdot\vec{MN}=0$ (1)

$\vec{MA}(2-2;2-0;0-0)$ នោះ $\vec{MA}(0,2,0)$

$\vec{MN}(-2,0,2)$

$\vec{MA}\cdot\vec{MN} = xx'+yy'+zz'$

$= -2\cdot 0+0+2\cdot 0=0$ (1)

$\boxed{\vec{MA}\cdot\vec{MN}=0}$ (1)

(1) ដោយ $\vec{AB}=\vec{MN}$ នោះ ABNM គឺជាប្លង់ប្រាប់

(1) យើង $\vec{MA}\cdot\vec{MN}=0$ នោះ ABNM ជាចតុកោណកែង

(5) 4. រកចម្ងាយពី D(0,2,0) ទៅប្លង់(ABC)

$d(D,(ABC)) = \dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ (1)

$= \dfrac{|1\cdot 0+0\cdot 2+1\cdot 0-2|}{\sqrt{1^2+0+1^2}} = \dfrac{2}{\sqrt{2}}$ (1)

$\boxed{d(D,(ABC))=\sqrt{2} \text{ ឯកតាប្រវែង}}$ (1)

គណនាបរិមាណតេត្រាអេដ្រុន DBCA (1)

$V_{DBCA} = \frac{1}{3}S_{ABC}\cdot d(D,(ABC)) = \frac{1}{3}2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}$

$\boxed{V_{DBCA}=\frac{4}{3} \text{ ឯកតាមាឌ}}$ (1)

(5) (II) 1. គណនា $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

(3.5)

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+}\left(-x-\frac{4}{x}\ln x\right) = +\infty$

$\boxed{\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty}$ (1) ព្រោះ: $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{4}{x}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(-x-4\frac{\ln x}{x}\right) = -\infty$

$\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty}$ ព្រោះ: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ (2)

2. បង្ហាញពីបន្ទាត់(L)ជាអាស៊ីមតូតចោទ (8)

យើង $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(-x)] = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(-4\frac{\ln x}{x}\right)=0$

នោះបន្ទាត់(L): $y=-x$ ជាអាស៊ីមតូតចោទ (2)

រវាងក្រាហ(C) នឹង $+\infty$

- សិក្សាទីតាំងរវាង(C)ធៀបនឹង(L)

តាង $P(x)=f(x)-(-x)=-4\frac{\ln x}{x}$

ដោយ $x>0$ នោះ $P(x)$ យកសញ្ញាតាម $-\ln x$

បើ $-\ln x>0 \Leftrightarrow \ln x<0 \Leftrightarrow \ln x<\ln 1$

$\Leftrightarrow 0<x<1$

បើ $-\ln x<0 \Leftrightarrow x>1$ (3)

បើ $-\ln x=0 \Leftrightarrow x=1$

x	0		1		$+\infty$
$P(x)$	‖	+	0	−	

បើ $x\in]0,1[$ នោះ(C)នៅខាងលើ(L)

បើ $x\in]1,+\infty[$ នោះ(C)នៅខាងក្រោម(L) (3)

(C) កាត់(L) ត្រង់ចំណុច $(1,-1)$

3. បញ្ជាក់ว่า $f'(x)<0$ ចំពោះ $\forall x>0$ (12)

$f(x) = -x-4\frac{\ln x}{x}$

$f'(x) = -1-4\left[\frac{(\ln x)'x-(\ln x)x'}{x^2}\right]$ (2)

$f'(x) = \frac{-(x^2+4-4\ln x)}{x^2}<0, \forall x>0$ (3)

ព្រោះ: $x^2+4-4\ln x>0$

តារាងអថេរភាព

x	0		$+\infty$
$f'(x)$	‖	−	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-\infty$

(3)

ករណីរកកូអរដោនេរនៃចំណុច A

យើងមានប្លង់(D)ប៉ះនឹងក្រាប(C)ត្រង់A លើសរ

ហើយប្លង់(D)ស្រប(L): $y=-x$ យើងបាន $f'(x)=-1$ (1)

$\Leftrightarrow \frac{-x^2-4+\ln x}{x^2}=-1$ (1)

$\Leftrightarrow -x^2-4+4\ln x=-x^2 \Leftrightarrow \ln x=1$

$\Leftrightarrow x=e$ ដោយ $y=-e-4\frac{\ln e}{e}=-e-\frac{4}{e}$

$\boxed{A(e;-e-\frac{4}{e})}$ (1)

សមីការនៃបន្ទាត់(D)ស្រប

$y-y_0=y_0'(x-x_0) \Leftrightarrow y-(-e-\frac{4}{e})=-(x-e)$

$\boxed{y=-x-\frac{4}{e}}$ (1)

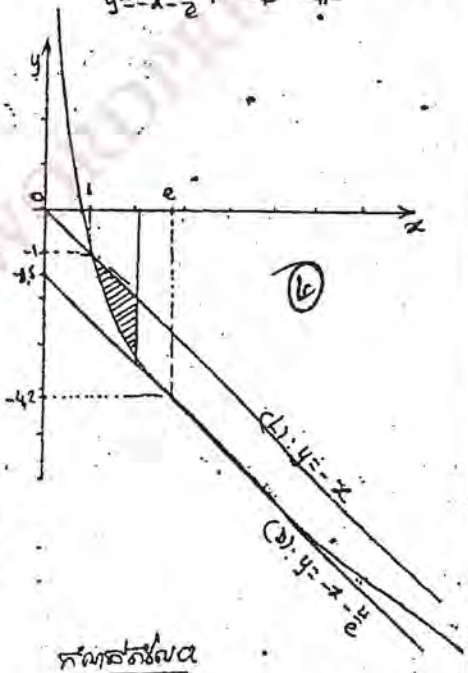
4. សង់ (10)

x	0	1
$y=-x$	0	-1

(1)

x	0	e
$y=-x-\frac{4}{e}$	-1,5	-4,2

(1)



(1c)

ករណីតម្លៃ a

$S(a) = \int_1^a\left(-x-\left(-x-4\frac{\ln x}{x}\right)\right)dx$

$= 4\int_1^a \ln x\, d(\ln x)$ (1)

$= \frac{4}{2}\left[\ln^2 x\right]_1^a = 2(\ln^2 a-\ln^2 1)$ (1)

$S(a)=2\ln^2 a$ ឯកតាក្រឡាក្រឡា

ដោយ $S(a)=2$ យើងបាន

$2\ln^2 a=2 \Leftrightarrow \ln^2 a=1 \Leftrightarrow \ln a=\pm 1$

បើ $\ln a=1 \Leftrightarrow a=e$

បើ $\ln a=-1 \Leftrightarrow a=e^{-1}=\frac{1}{e}<1$ មិនយក

ដូច្នេះ $\boxed{a=e \text{ គឺជាចម្លើយ}}$ (1)

ភ្នំពេញ ថ្ងៃទី០២.០៨.២០១៩

ខ្ញុំជាគ្រូ សុខ ពិសិទ្ធ

www.sok-piseth.wordpress.com
សុខ ពិសិទ្ធ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

$2(x-1)^2$

ដែលចង្អុលបង្ហាញពីរង្វង់(C) ដែលមានកាំ $y=k$ ។ ដើម្បីឲ្យ
ជាមណ្ឌលមិន លេចមានបាន លក្ខខណ្ឌការពិតនៃកាត
ផ្ទាល់ត្រូវតែសរសេរ $k<2$ និង $k\neq\frac{3}{2}$

VI 1. គណនា AH

$\vec{AH}(x_H-x_A, y_H-y_A, z_H-z_A)$

$\vec{AH}(-2,-3,4) \rightarrow AH=\sqrt{29}$ ឯកតាប្រវែង

សមីការស្វ៊ីត(S)

ក្នុងការដើរតួនាទី I គឺ

$x=\frac{x_A+x_H}{2}=\frac{3+1}{2}=2$

$y=\frac{y_A+y_H}{2}=\frac{2-1}{2}=\frac{1}{2}$

$z=\frac{z_A+z_H}{2}=\frac{-1+3}{2}=1$

$I(2,\frac{1}{2},1)$ កាំស្វ៊ី $R=\frac{\sqrt{29}}{2}$

សមីការស្វ៊ី(S) លក្ខណៈ

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

$\boxed{(x-2)^2+(y-\frac{1}{2})^2+(z-1)^2=\frac{29}{4}}$

2. រកសមីការប្លង់(P)

ដោយ(P) ប៉ះនឹងស្វ៊ី(S) ត្រង់ H នោះ
ប្លង់(P) ឆ្លងកាត់ H ដែលជាចំណុចរួមរវាងស្វ៊ី
សមីការប្លង់(P) ដែលកាត់តាម H(1,-1,3)
លក្ខណៈ

$a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$-2(x-1)-3(y+1)+4(z-3)=0$

$\boxed{-2x-3y+4z-13=0}$

C(4,-3,3) យើងបាន $-8+9+12-13=0$

$0=0$ ពិត នោះ $C\in(P)$

D(-1,-5,-1) យើងបាន $2+15-4-13=0$

$0=0$ ពិត នោះ $D\in(P)$

3. រកក្នុងការដើរតួនាទី $\vec{n}=\vec{BC}\times\vec{BD}$

$\vec{BC}(x_C-x_B, y_C-y_B, z_C-z_B)$

$\vec{BC}(10,-4,2)$

$\vec{BD}(5,-6,-2)$

$\vec{BC}\times\vec{BD}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 10 & -4 & 2\\ 5 & -6 & -2\end{vmatrix}$

$=\begin{vmatrix}-4 & 2\\ -6 & -2\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}10 & 2\\ 5 & -2\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}10 & -4\\ 5 & -6\end{vmatrix}\vec{k}$

$=20\vec{i}+30\vec{j}-40\vec{k}$

$\boxed{\vec{n}(20,30,-40)}$

 គណនាក្រឡាផ្ទៃត្រីកោណ BCD

$S_{BCD}=\frac{1}{2}\|\vec{BC}\times\vec{BD}\|$

$=\frac{1}{2}\sqrt{20^2+30^2+(-40)^2}=5\sqrt{29}$ ឯកតាផ្ទៃ

4. បង្ហាញថា [AH] ជាកំពស់នៃតេត្រាអេដ្រ ABCD

ដោយ $(AH)\perp(P)$ នោះ B, C, D ជាកម្មវិធីនៃ(P)

នោះ [AH] ជាកំពស់ នៃតេត្រាអេដ្រ ABCD

គណនាមាឌនៃតេត្រាអេដ្រ ABCD

$V_{ABCD}=\frac{1}{3}S_{BCD}\cdot AH=\frac{1}{3}\cdot 5\sqrt{29}\cdot\sqrt{29}$

$\boxed{V_{ABCD}=\frac{145}{3}}$ ឯកតាមាឌ

24. 3. 2010

www.sok-pisetH.wordpress.com

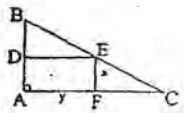
I. (១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីត : $A=\lim_{x\to+\infty}\frac{5-2x}{x+3\ln x}$ $B=\lim_{x\to 0}\frac{(2e^x-2)(1-\cos 2x)}{x^3}$

II. (១៥ពិន្ទុ) Z ជាចំនួនកុំផ្លិចដែល $Z=a+ib$ a ; b ជាចំនួនពិត ។

a. រកតម្លៃ a និង b ដោយដឹងថា $(a+ib)(1+i)=1+\sqrt{3}+i(1-\sqrt{3})$ ។ គណនា Z^4 បំពេញតម្លៃ a និង b ដែលបានឃើញ ។

b. សរសេរ $W=\frac{-8+i8\sqrt{3}}{-2+i2}$ ជាទម្រង់ពិជគណិត និង ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់ A ដែល AB = 5cm ; AC = 12cm ។
ADEF ជាចតុកោណកែង ដែលមានវិមាត្រ x និង y $(0<x<y)$ ។ (ដូចរូប)
គណនារង្វាស់ x និង y ដើម្បីឲ្យ ADEF មានផ្ទៃក្រឡាចំបំផុត ។



IV. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍ $y=\sin x+\sqrt{3}\cos x$ ។

a. រកចំនួនពិត x ដើម្បីឲ្យ $y'=0$ ។

b. គណនា $y+y''$ ។ រកចំនួនពិត m ដើម្បីឲ្យ $y+y''=\ln(m^2-4m+5)$ ។

V. (៣៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $y=f(x)=\frac{3x^2-4x}{2(x-1)^2}$ និងមានតំណាងក្រាফ(C) ។

a. រកសមីការនៃអាស៊ីមតូតបញ្ឈរ និងដេកនៃតំណាងក្រាফ(C) ។

b. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង្កេតពីអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

c. រកសមីការនៃបន្ទាត់(L) ដែលប៉ះតំណាងក្រាফ(C) ក្រាស់ជាប់ពួកអរគានេ O ។ សង្កេតបន្ទាត់(L) និងតំណាងក្រាফ(C) ។

d. រកតម្លៃ k ដោយប្រើតំណាងក្រាফ(C) ដើម្បីឲ្យសមីការ $3x^2-4x-2k(x-1)^2=0$ មានឫសពិតប្រាកដ ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ មួយ គេមានចំណុច $A(3;2;-1)$ និង $H(1;-1;3)$ ។

a. គណនា AH ហើយរកសមីការស្វ៊ី(S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត [AH] ។

b. រកសមីការនៃប្លង់(P) ដែលប៉ះស្វ៊ី(S) ត្រង់ H ។ តើប្លង់(P) កាត់តាមចំណុច $B(-6;1;1)$, $C(4;-3;3)$ និង $D(-1;-5;-1)$ ឬទេ ?

c. រកកូអរដោណេនៃវិចទ័រ $\vec{n}=\vec{BC}\times\vec{BD}$ ។ ទាញរកផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ BCD ។

d. បង្ហាញថា [AH] ជាកំពស់នៃតេត្រាអេដ្រ ABCD ។ ទាញរកមាឌនៃតេត្រាអេដ្រ ABCD ។

www.sok-pisetH.wordpress.com

លំហាត់ប្រលងឆ្នាំ ២០ ២២.០៣.២០២០

I គណនា

$\lim_{x\to+\infty} A = \lim_{x\to+\infty} \frac{5-2x}{x+3\sin x}$ រកឃើញកត្តិ $\frac{\infty}{\infty}$

$\lim_{x\to+\infty} A = \lim_{x\to+\infty} \frac{x(\frac{5}{x}-2)}{x(1+3\cdot\frac{\sin x}{x})} = \frac{0-2}{1+3\cdot 0}$

$\boxed{\lim_{x\to+\infty} A = -2}$

$\lim_{x\to 0} B = \lim_{x\to 0} \frac{(2e^x-2)(1-\cos 2x)}{x^3}$ រកឃើញ $\frac{0}{0}$

$= \lim_{x\to 0}\left[\frac{2(e^x-1)}{x}\cdot\frac{2\sin^2 x}{x^2}\right]$

$= 2\times 1\times 2\times 1 = 4$

$\boxed{\lim_{x\to 0} B = 4}$

II ១. រកតម្លៃ a និង b

$(a+ib)(1+i) = (a-b)+(a+b)i$

ដោយ $(a+ib)(1+i) = (1+\sqrt{3})+i(1-\sqrt{3})$

យើងបាន $(a-b)+(a+b)i = (1+\sqrt{3})+i(1-\sqrt{3})$

$\rightarrow \begin{cases} a-b = 1+\sqrt{3} \\ a+b = 1-\sqrt{3} \end{cases}$

$2a = 2 \Leftrightarrow a = 1$

យើងមាន $a+b = 1-\sqrt{3} \Leftrightarrow b = 1-\sqrt{3}-1 = -\sqrt{3}$

$\boxed{a = 1,\ b = -\sqrt{3}}$

យើងមាន $Z = 1-\sqrt{3}i$

គណនា Z^4

$Z = 1-\sqrt{3}i = 2(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i)$

$Z = 2[\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3})]$

$Z^4 = 2^4[\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3})]^4$

$Z^4 = 2^4[\cos(-\frac{4\pi}{3})+i\sin(-\frac{4\pi}{3})]$

$Z^4 = 2^4(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i) = 8(-1+\sqrt{3}i)$

$\boxed{Z^4 = -8+8\sqrt{3}i}$

2. សរសេរ W ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

$W = \frac{8(-1+\sqrt{3}i)}{2(-1+i)} = \frac{4(-1+\sqrt{3}i)(-1-i)}{1+1}$

$\boxed{W = 2[(1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})i]}$

$W = \frac{2^4[\cos(-\frac{4\pi}{3})+i\sin(-\frac{4\pi}{3})]}{2\sqrt{2}(-\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}i)}$

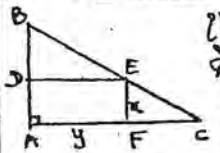
$W = \frac{2^4[\cos(-\frac{4\pi}{3})+i\sin(-\frac{4\pi}{3})]}{2\sqrt{2}[\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}]}$

$W = 4\sqrt{2}[\cos(-\frac{4\pi}{3}-\frac{3\pi}{4})+i\sin(-\frac{4\pi}{3}-\frac{3\pi}{4})]$

$W = 4\sqrt{2}[\cos(-\frac{25\pi}{12})+i\sin(-\frac{25\pi}{12})]$

$\boxed{W = 4\sqrt{2}[\cos(-\frac{\pi}{12})+i\sin(-\frac{\pi}{12})]}$

III គណនា x និង y.



ក្រឡាចំណុចចតុកោណកែង គឺ $S = xy$

ដោយត្រីកោណ BED និង BCA យើងមាន

BED, BCA $\rightarrow \frac{ED}{CA} = \frac{DB}{BA}$

$\Leftrightarrow \frac{y}{12} = \frac{5-x}{5} \Leftrightarrow y = \frac{12}{5}(5-x)$

យើងបាន $S = \frac{12}{5}(5-x)\cdot x = \frac{12}{5}(-x^2+5x)$

$S' = \frac{12}{5}(-2x+5)$

x	0		$\frac{5}{2}$		5
S'		+	0	−	
S		↗		↘	

ដូច្នេះ S អតិបរមាកើតពេល $x = \frac{5}{2}$ យើងបាន $y = 6$

IV 1. រកដំណោះស្រាយ x ដែល $y' = 0$

$y = \sin x + \sqrt{3}\cos x$

$y' = \cos x - \sqrt{3}\sin x$

$y' = \cos x - \frac{\sin\frac{\pi}{3}}{\cos\frac{\pi}{3}}\sin x = 2\cos(x+\frac{\pi}{3})$

$y' = 0 \Leftrightarrow \cos(x+\frac{\pi}{3}) = 0$

$x+\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2}+k\pi \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}}$

2. គណនា $y+y'$

$y'' = -\sin x - \sqrt{3}\cos x$

$y+y'' = \sin x+\sqrt{3}\cos x - \sin x - \sqrt{3}\cos x$

$\boxed{y+y'' = 0}$

កំណត់ m ដើម្បីឲ្យ $y+y'' = \ln(m^2-4m+5)$

យើងមាន $\ln(m^2-4m+5) = 0$ សមីការមានន័យលុះត្រា $m^2-4m+5>0$

$\Leftrightarrow m^2-4m+4+1>0 \Leftrightarrow (m-2)^2+1>0$

ចំពោះ $\forall m\in\mathbb{R}$ នោះ $D = \mathbb{R}$

$\ln(m^2-4m+5) = 0 \Leftrightarrow m^2-4m+5 = 1$

$\Leftrightarrow m^2-4m+4 = 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 = 0$

$\boxed{m = 2}$

V 1. រកដែនកំណត់ លីមីត និង ដេរីវេ

$f(x) = \frac{3x^2-4x}{2(x-1)^2}$ មានន័យ $D = \mathbb{R}-\{1\}$

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{3x^2}{2x^2} = \frac{3}{2}$

$\rightarrow$ បន្ទាត់ $y = \frac{3}{2}$ ជាអាស៊ីមតូតដេរីវេ

$\lim_{x\to 1} f(x) = \frac{3-4}{2\lim_{x\to 1}(x-1)^2} = -\infty$

$\rightarrow$ បន្ទាត់ $x = 1$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ

$f'(x) = \frac{3x-4x}{2(x-1)^2}$

$f'(x) = \frac{(6x-4)(x-1)^2-2(x-1)(3x^2-4x)}{2(x-1)^4}$

$f'(x) = \frac{2(x-1)[3x^2-3x-2x+2-3x^2+4x]}{2(x-1)^4}$

$f'(x) = \frac{(x-1)(-x+2)}{(x-1)^4}$

$\forall x\in D \rightarrow (x-1)^4>0$ នោះ $f'(x)$ ជាសញ្ញា $(x-1)(-x+2)$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		−	‖	+	0	−	
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	↘	$-\infty$ ‖ ∞	↗	2	↘	$\frac{3}{2}$

f មានអតិបរមាធំជាងគេ $x = 2$ យើងមាន

$f(2) = 2$

3. រកសមីការតង់សង់ (L)

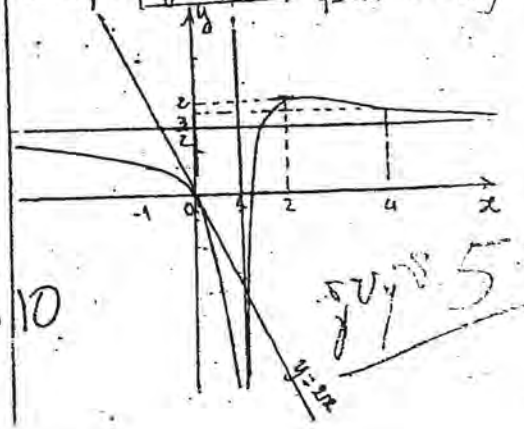
សមីការតង់សង់ៈ $y-y_0 = y'_0(x-x_0)$

$x_0 = 0 \rightarrow y_0 = 0$

$y'_0 = \frac{(0-1)(0+2)}{(0-1)^4} = -2$

យើងបាន $\boxed{y = -2x}$

x	0	1
$y=-2x$	0	−2



សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page
Facebook.com/TeacherSokPiseth
pisethsok.wordpress.com
plus.google.com/+PisethSok_SPS

. ១. តើ f ជាអនុគមន៍ឬ ឬ។សរ ? គណនា $\lim_{x\to 0} f(x)$, $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូត នៃក្រាប(C) ។

២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. បន្ទាត់ (L): $y=4$ ជួបក្រាប (C) ត្រង់ចំណុច A ។ រកកូអរដោនេនៃ A និងសមីការនៃបន្ទាត់ (T) ដែលប៉ះក្រាប (C) ត្រង់A ។

4. សង់បន្ទាត់ (L) និងក្រាប (C) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ $(O;\vec{i};\vec{j})$ ។ ទាញរកសំណុំបួនតម្លៃនៃសមីការ $\frac{e^x+1}{e^x-1} \le 4$ ដោយប្រើក្រាប ។

ចម្លើយ

១.	តម្រូវឯកសារ :	
២.	ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត :	អក្សរសម្ងាត់
	ម៉ោងសរសេរ :	

- សិស្សជនមិនត្រូវផ្ទៃសញ្ញាសម្ងាត់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងម្តើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្ងាត់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

ឆ្នាំសិក្សា : គណិតវិទ្យា ពេលវេលា : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្ងាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ :

១. សិស្សជនត្រូវបង្ក្រាសនេះជាពីរ ។ ត្រូវចម្លងខ្ទង្គមមានលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រមាណ ១ ១/២ ទំព័រ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរម្តើយនៅលើកន្លែងចម្លងទោះ ។

២. សិស្សជនត្រូវចម្លងបន្ទាត់ចល្លៃ ឱ្យចំកាត់ពណ្ណាលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរម្តើយបន្ត ។

I. (១៥ពិន្ទុ) យើងមានចំនួនកុំប្លិច $z_1=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ និង $z_2=-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ។

១. គណនាកន្សោម $A=1+z_1+z_1^2$ ។

២. សរសេរ z_1 និង z_2 ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ គណនា $z_1^{2010}+z_2^{2010}$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានក្រដាសប្រាក់5000 ៛ ចំនួន7 សន្លឹក និងក្រដាសប្រាក់10000 ៛ ចំនួន5 សន្លឹក។ គេហ្វូតយកក្រដាសប្រាក់ 4 សន្លឹកចេញពីប្រអប់ដោយចៃដន្យ។

១. រកប្រូបាបដែលគេហ្វូតបានក្រដាសប្រាក់5000 ៛ ទាំង4 សន្លឹក។

២. រកប្រូបាបដែលគេហ្វូតបានក្រដាសប្រាក់10000 ៛ យ៉ាងតិច1 សន្លឹក។

៣. រកប្រូបាបដែលគេហ្វូតបានក្រដាសប្រាក់5000 ៛ ចំនួន3 សន្លឹកពត់។

III. (១៥ពិន្ទុ) យើងមានអនុគមន៍ $f(x)=\frac{5x^2-14x+13}{(x+1)(x-3)^2}$ កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x\neq -1 ; x\neq 3$ ។

១. កំណត់តម្លៃA, B និង C ដើម្បីបាន $f(x)=\frac{A}{x+1}+\frac{B}{x-3}+\frac{C}{(x-3)^2}$ ។

២. គណនារំងាកគ្រាល $I=\int f(x)dx$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ)

១. ដោះស្រាយសមីការ $9y''+y=0$ (E) ។

២. រកចម្លើយ g មួយនៃ(E) ដោយដឹងថា $\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)dx=0$ និង $\int_0^{\pi} g(x)dx=3$ ។

V. (៣០ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ មានចំណុចA(3;1;4) , B(-1;2;5) និងC(5;-2;3) ។

១. រកសមីការប្លង់ P និងសមីការនៃបន្ទាត់(D) ដែលកាត់ជាមួយចំណុចC និងមានវ៉ិចទ័រណែនាំ $\vec{AB}$ ។

២. រកសមីការប្លង់ (P) ដែលមានវ៉ិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{AC}$ ហើយកាត់ជាមួយចំណុច B ។ រកសមីការស្ફែ(S) ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត [AB] ។

៣. គណនា $\vec{AB}\times\vec{AC}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។ M ជាចំណុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់ (D) និងប្លង់ (P) គណនា

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

អត្ថបទសិក្សា គណិតវិទ្យា ជុំលេខ២ លេខ២ ១៤ ម៉ោ ២០១០

I 1. គណនាតម្លៃ $A = 1 + z_1 + z_1^2$

$z_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \to z_1^2 = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$z_1^2 = \frac{1}{4} - i\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{4} = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

ផ្ទៀង: $A = 1 + z_1 + z_1^2$

$\Leftrightarrow A = 1 - \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$A = 0$

2. សរសេរ z_1, z_2 នូវទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

$z_1 = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}$

$z_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}$

$z_2 = \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

គណនា $z_1^{2010} + z_2^{2010}$

$z_1 = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3} \to z_1^{2010} = \left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)^{2010}$

$z_1^{2010} = \cos\frac{2010.2\pi}{3} + i\sin\frac{2010.2\pi}{3}$

$z_1^{2010} = \cos(670.2\pi) + i\sin(670.2\pi)$

$= \cos 0 + i\sin 0 = 1$

$z_2 = \left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right)^{2010}$

$z_2^{2010} = \left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right)^{2010}$

$= \cos\frac{2010.4\pi}{3} + i\sin\frac{2010.4\pi}{3}$

$= \cos(670.4\pi) + i\sin(670.4\pi)$

$= \cos 0 + i\sin 0 = 1$

ផ្ទៀង: $z_1^{2010} + z_2^{2010} = 2$

I 1. ការប្រកាសរៀងគ្នា. A: ឃុនបាន ក្រមសម្បុកាត់ 5000r + ១ដងៗ លេងមិន. ២!

ចំនួនការណីសរុប: $C(12,4) = \frac{12!}{4!8!} = 11.5.9$

ផ្ទៀង: $P(A) = \frac{7.5}{11.5.9} = \frac{7}{99}$

2. ការប្រកាសរៀងគ្នា. B: ឃុនបានក្រមសម្ប ២ក្រមមិនមានតម្លៃ ១០០០០r លើសពីមួយ ២ក្រមនិត.

ប្រៀបធៀ. ទុំលាយ B ជាមួយ A

ផ្ទៀង: $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{99} = \frac{92}{99}$

3. ការប្រកាសរៀងគ្នា. C: ឃុនបានក្រមដែ ១ក្រមៗ 5000r + ចំនួន 3 លានគ្រាប់

ចំនួនការណីសរុបនៃ C: $C(7,3) \times C(5,1) = \frac{7!}{3!4!} \times 5 = 7.5.5$

ចំនួនការណីសរុបនៃ C: $C(12,4) = 11.5.9$

ផ្ទៀង: $P(C) = \frac{7.5.5}{11.5.9} = \frac{35}{99}$

III 1. ការកំណត់ A, B, C

$f(x) = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-3} + \frac{C}{(x-3)^2}$

$\frac{5x^2-14x+13}{(x+1)(x-3)^2} = \frac{A(x-3)^2 + B(x-3)(x+1) + C(x+1)}{(x+1)(x-3)^2}$

ប្រៀបធៀបភាគយ៉ាងណាស្មើគ្នា

$5x^2 - 14x + 13 = A(x-3)^2 + B(x-3)(x+1) + C(x+1)$ ចំពោះ $\forall x \in \mathbb{R}$

បើ $x = -1$ យើងបាន $32 = 16A \to A = 2$

បើ $x = 3$ យើងបាន $16 = 4C \to C = 4$

បើ $x = 0$ យើងបាន $13 = 9A - 3B + C \to B = 3$

លើសនេះ $f(x) = \frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-3} + \frac{4}{(x-3)^2}$

2. គណនា $I = \int f(x)dx$

$I = \int\left(\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-3} + \frac{4}{(x-3)^2}\right)dx$

$I = \int\frac{2d(x+1)}{x+1} + 3\int\frac{d(x-3)}{x-3} + 4\int\frac{d(x-3)}{(x-3)^2}$

$= 2\ln|x+1| + 3\ln|x-3| - \frac{4}{x-3} + C, x \neq 3$

IV 1. លីនេអ៊ីរាយសមីការ $9y'' + y = 0$ (E)

សមីការសម្គាល់សារធាតុ $9r^2 + 1 = 0$

$r^2 = -\frac{1}{9} = \frac{1}{9}i^2 \to r = \pm\frac{1}{3}i$

អាំងតេក្រាលទូទៅរបស់សមីការដើមគឺ

សរសេរ $y = (A\cos\alpha x + B\sin\alpha x)e^{\beta x}$

$y = A\cos\frac{x}{3} + B\sin\frac{x}{3}$, $A, B \in \mathbb{R}$

2. ការកំណត់ g ដែលផ្ទៀង (E)

$\int_0^{\pi} g(x)dx = 0 \Leftrightarrow \int_0^{\pi}\left(A\cos\frac{x}{3} + B\sin\frac{x}{3}\right)dx = 0$

$\Leftrightarrow \left[3A\sin\frac{x}{3} - 3B\cos\frac{x}{3}\right]_0^{\pi} = 0 \Leftrightarrow$

$3A\sin\frac{\pi}{6} - 3B\cos\frac{\pi}{6} - (0 - 3B) = 0$

$\Leftrightarrow 3A.\frac{1}{2} - 3B\frac{\sqrt{3}}{2} + 3B = 0$

$\Leftrightarrow 3A - (3\sqrt{3} - 6)B = 0$ (1)

$\int_0^{\pi} g(x)dx = 3 \Leftrightarrow \int_0^{\pi}\left(A\cos\frac{x}{3} + B\sin\frac{x}{3}\right)dx = 3$

$\Leftrightarrow \left[3A\sin\frac{x}{3} - 3B\cos\frac{x}{3}\right]_0^{\pi} = 3$

$\Leftrightarrow 3A\sin\frac{\pi}{3} - 3B\cos\frac{\pi}{3} - (0 - 3B) = 3$

$\Leftrightarrow 3A\frac{\sqrt{3}}{2} - 3B.\frac{1}{2} + 3B = 3$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{3}A + 3B = 6$ (2)

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ

(1) $3A - (3\sqrt{3} - 6)B = 0$

(2) $-3A + 3\sqrt{3}B = 6$

$(-4\sqrt{3} + 6)B = -2\sqrt{3} \Leftrightarrow B = \frac{-2\sqrt{3}}{2(3 - 2\sqrt{3})}$

$B = \frac{-\sqrt{3}(3 + 2\sqr�{3})}{9 - 12} = \sqrt{3} + 2$

លើសនេះបាន $g(x) = -\cos\frac{x}{3} + (\sqrt{3} + 2)\sin\frac{x}{3}$

V (1P) ១. ការសរសេរសមីការប៉ារាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់

$\vec{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$

$\vec{AB}(-1-3, 2-1, 5-4)$. $\vec{AB}(-4, 1, 1)$

សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ (D) ដែលកាត់តាមចំណុច C (5,-2,3) និងមានវ៉ិចទ័រណែនាំ $\vec{AB}(-4,1,1)$ គឺមាន

$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - 4t \\ y = -2 + t \\ z = 3 + t, t \in \mathbb{R} \end{cases}$

សមីការក្នុងសមាសមាន

$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b} = \frac{z - z_0}{c}$

$\frac{x-5}{-4} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$

(1P) ២. ការសរសេរសមីការ (P)

$\vec{AC}(5-3, -2-1, 3-4)$

$\vec{AC}(2, -3, -1)$

សមីការ (P) ដែលកាត់តាមចំណុច B(-1,2,5) និងមានវ៉ិចទ័រកាតាមាន $\vec{AC}(2,-3,-1)$ គឺមាន

$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

$2(x+1) - 3(y-2) - (z-5) = 0$

$\Leftrightarrow 2x - 3y - z + 13 = 0$

ការសរសេរសមីការ (S)

ក្នុងរង្វង់ដែលមានកាំ I

$x = \frac{x_A + x_B}{2} = 1$

$y = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3}{2}$ $\quad I(1, \frac{3}{2}, \frac{9}{2})$

$z = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{9}{2}$

កាំ $R = \frac{AB}{2}$, $\vec{AB}(-4,1,1)$

$AB = \sqrt{(-4)^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{18} \to R = \frac{\sqrt{18}}{2}$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

$(x-1)^2+(y-\frac{3}{2})^2+(z-\frac{9}{2})^2=\frac{9}{2}$

3. គណនា $\vec{AB}\times\vec{AC}$ (10)

$\vec{AB}\times\vec{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ -4 & 1 & 1\\ 2 & -3 & -1\end{vmatrix}$

$=\begin{vmatrix}1 & 1\\ -3 & -1\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}-4 & 1\\ 2 & -1\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}-4 & 1\\ 2 & -3\end{vmatrix}\vec{k}$

$=2\vec{i}-2\vec{j}+10\vec{k}$

គណនាក្រឡាត្រីកោណ ABC

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\|\vec{AB}\times\vec{AC}\|$

$=\frac{1}{2}\sqrt{2^2+(-2)^2+10^2}=3\sqrt{3}$ យក្រឡា

ករណីកណ្តាលនៃត្រីកោណ

ស្វែងរកនៃ M ដែលកាត់ដោយ P ស្ថិតនៅ

លក្ខណៈ $\begin{cases}x=5-4t\\ y=-2+t\\ z=3+t\\ 2x-3y-z+13=0 \quad (1)\end{cases}$

យក x, y, z ជំនួសក្នុង (1) យើងបាន

$2(5-4t)-3(-2+t)-(3+t)+13=0$

$\Leftrightarrow 11t=26 \Leftrightarrow t=\frac{13}{6}$

ដូច្នេះកូអរដោនេនៃចំណុច M គឺ $\begin{cases}x=-\frac{11}{3}\\ y=\frac{5}{6}\\ z=\frac{31}{6}\end{cases}$

$M(-\frac{11}{3},\frac{5}{6},\frac{31}{6})$

VI (10) តើ f មានកន្លែងកំណត់ឬអត់?

(10) $f(x)=\frac{e^x+1}{e^x-1}$ ដែន $D=\mathbb{R}-\{0\}$ (1)

$\forall x\in D \to -x\in D$

(ក្រ 2)(ចម្លើយ)

$f(-x)=\frac{e^{-x}+1}{-(e^x-1)}=-f(x)$ ជាអនុគមន៍សេស

1) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{e^x+1}{e^x-1}=\frac{0+1}{0-1}=-1$

→ បន្ទាត់ $y=-1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកចាប់ $-\infty$

2) $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x(1+\frac{1}{e^x})}{e^x(1-\frac{1}{e^x})}=\frac{1+0}{1-0}=1$

→ បន្ទាត់ $y=1$ ជាអាស៊ីមតូតដេកចាប់ $+\infty$

3) $\lim_{x\to0^-}f(x)=\frac{2}{\lim_{x\to0^-}(e^x-1)}=-\infty$

$\lim_{x\to0^+}f(x)=\frac{2}{\lim_{x\to0^+}(e^x-1)}=+\infty$

→ បន្ទាត់ $x=0$ ជាអាស៊ីមតូតបញ្ឈរ.

(10) 2. គណនា $f'(x)$ ស្វែងរក (លេខ 2)

$f(x)=\frac{e^x+1}{e^x-1}$

$f'(x)=\frac{(e^x+1)'(e^x-1)-(e^x+1)(e^x-1)'}{(e^x-1)^2}$

$f'(x)=\frac{e^x(e^x-1)-(e^x+1)e^x}{(e^x-1)^2}$ (3)

$f'(x)=\frac{-2e^x}{(e^x-1)^2}<0, \forall x\in D$

→ f មានកន្លែងចុះ ជុំវិញ $\frac{1}{2}$ លើសពីចន្លោះ

ជ

x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'(x)		−	‖	−	
f(x)	-1	↘	‖	↘	1

(3)

3. ករណីកណ្តាលនៃ A (10)

$e^x+1=4e^x-4 \Leftrightarrow 3e^x=5 \Leftrightarrow x=\ln\frac{5}{3}$ (3)

$A(\ln\frac{5}{3},4)$

សមីការបន្ទាត់ប៉ះ (T) $\ln\frac{5}{3}$

$x_0=\ln\frac{5}{3}$; $y_0=4$, $y_0'=\frac{-2e^{\ln\frac{5}{3}}}{(e^{\ln\frac{5}{3}}-1)^2}$

$y_0'=\frac{-2\cdot\frac{5}{3}}{(\frac{5}{3}-1)^2}=-\frac{15}{2}$

សមីការនៃបន្ទាត់ប៉ះ៖ សរសេរ,

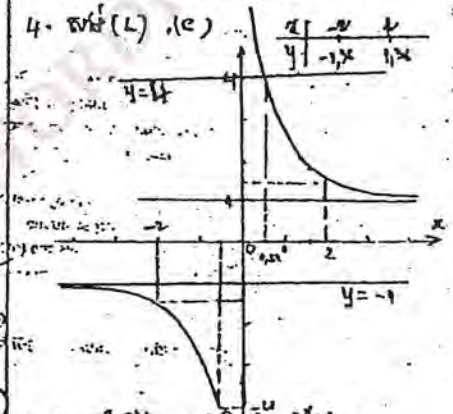
$y-y_0=y_0'(x-x_0)$

$y-4=-\frac{15}{2}(x-\ln\frac{5}{3})$ (2)

$\Leftrightarrow y=-\frac{15}{2}x+\frac{15}{2}\ln\frac{5}{3}+4$

4. សង់ (L), (C)

x	-2	4
y	$-1,x$	$1,x$



(ក្រ 5)

ចាញ់ការសិក្សាសេចក្តីប្រមាណ. $\frac{e^x+1}{e^x-1}\le4$

យើងក្រាបជួរដេរ(C) ទៅលើ

បន្ទាត់ $y=4$ ក្នុងវិសម $x\in]-\infty,0[\cup[\ln\frac{5}{3},+\infty[$

ប្រធានក្រុមការងារ

ជ

(5)

WWW.PETHSOK.WORDPRESS.COM

ជំពូក ១. គណនា $f'(x)$ ។ គេតម្លៃមធ្យមនៃ f ។ គេសមីការអាស៊ីមតូតនៃ (C)។ គណនាលីមីតនៃ f កាលណា x ខិតទៅ $+\infty, -\infty$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៅ ។

ចម្លើយ b. គេសមីការបន្ទាត់ប៉ះនិងតម្លៃភាគ (C) ត្រង់ $x_0 = 1$ ។ គណនាកូអរដោណេនៃចំណុចប្រសព្ធ A រវាងសមីការបន្ទាត់ប៉ះ និងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ (C) ។

(ជម្រើស) c. សង់តម្លៃភាគ (C) សមីការបន្ទាត់ប៉ះនៃ (C) និងអាស៊ីមតូត ក្នុងតម្រុយអនុគមន៍លក់ដាច់នៃចម្លើយ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡាចំណែកចោលដែលកំណត់ដោយ តម្លៃភាគ (C) អ័ក្សអាប់ស៊ីស និងបន្ទាត់ $x=1; x=2$ ។

ii. ស្រាយតាមអថេរភាពខាងក្នុ

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	‖	−	0	+	
$f(x)$		↗		↘	‖	↘		↗	

2. ការសរសេរសមីការ ... (C) ... $x_0 = 1$

សមីការ ... : $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$x_0 = 1$, $f'(1) = \frac{3}{9}$, $f(1) = \frac{25}{9}$

$\Rightarrow (T): y = \frac{5}{9}x + \frac{25}{9}$ ។

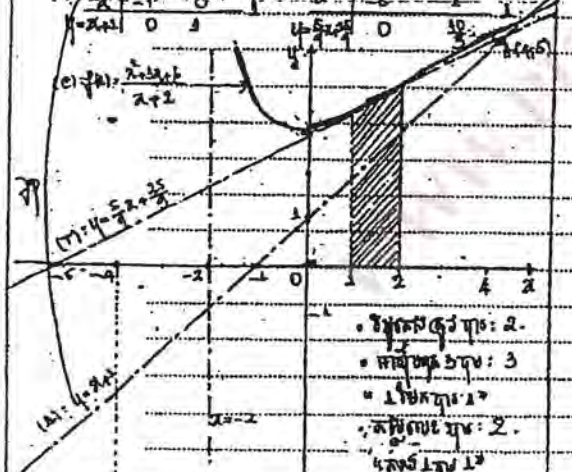
ii. ... ...

... $(T): y = \frac{5}{9}x + \frac{25}{9}$ ... $x+1 = \frac{5}{9}x + \frac{25}{9}$ ... $x = 4$ ... $y = 5$ ... $A(4;5)$ 1

3. ... (C) ... (T) ... ... (Δ)

តារាងតម្លៃ

x	-1	0	1	x	-5	-4	-1	1
$y=x+1$	0	1		$y=\frac{5}{9}x+\frac{25}{9}$	0	$\frac{10}{9}$		



• ... : 2.
• ... : 3
• ... : 1
• ... : 2.
• ... : 1

iii. ... (C) ... $x=1, x=2$

$S = \int_1^2 f(x)dx$

$= \int_1^2 \left(x+1+\frac{4}{x+2}\right)dx$ 1

$= \left[\frac{1}{2}x^2 + x + 4\ln|x+2|\right]_1^2$ 1

$= 2+2+4\ln 4 - \left(\frac{1}{2}+1+4\ln 3\right)$

$= \frac{5}{2} + 4\ln 4 - 4\ln 3$

$S = \left(\frac{5}{2} + 4\ln\frac{4}{3}\right)$ ... 1.

(... ... 1.)

ថ្ងៃ ... ... 2010.

ប្រធានជុំ ... ១០

ក្រុម ... ...

ឯកសារ ... : ... : ... ១

ម៉ោង : ... : ... ២០១០ ... : ... ១

ឈ្មោះ : ... : ... ១

ចម្លើយ : ... ១

MATHIO

ក្រុមកំណែ១០

ពិន្ទុ : ... ១

ចុះហត្ថលេខា : ...

ចុះហត្ថលេខា : ...

ពិន្ទុសរុប : ...

ចំណាត់ថ្នាក់ : ...

ចុះហត្ថលេខា : ...

ចុះហត្ថលេខា : ...

ចុះហត្ថលេខា

$$A=\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{\sqrt{2\cos x}-1}{2\cos 2x+1}\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{2\cos x-1}{2\left[2(2\cos^2 x-1)+1\right](\sqrt{2\cos x}+1)}$$

$$=\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\frac{(2\cos x-1)}{(2\cos x-1)(2\cos x+1)(\sqrt{2\cos x}+1)}=\frac{1}{(1+1)(1+1)}$$

$$\boxed{A=\frac{1}{4}}$$

$$B=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{(a+x)^3}-\frac{1}{a^3}}{x}\left(\frac{0}{0}\right)=\lim_{x\to 0}\frac{a^3-(a+x)^3}{xa^3(a+x)^3}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{(a-a-x)\left[a^2+a.(a+x)+(a+x)^2\right]}{xa^3(a+x)^3}$$

$$B=\frac{-(a^2+a^2+a^2)}{a^3.a^3}=\boxed{-\frac{3}{a^4}}$$

II. (1.5ចំណុច). 1. ដោះស្រាយសមីការ (1).

$z^2-2\sqrt{3}z+4=0$ (1) មាន: $\Delta'=2-4=-2=2i^2$

(1) មានឫស: $z_1=\sqrt{3}-i\sqrt{2}$; $z_2=\sqrt{3}+i\sqrt{2}$

- តាង z_1 ជារាងត្រីកោណ និងប្រើរូបមន្ត (2)

$z_1=\sqrt{3}-i\sqrt{2}=2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}\right]=2\left[\cos(-\frac{\pi}{4})+i(-\frac{\pi}{4})\right]$

ផ្ទាល់: ម៉ូឌុល: $r_1=|z_1|=2$; អាគ្យומេន $\theta_1=-\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

$z_2=\sqrt{3}+i\sqrt{2}=2\left[\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right]=2\left[\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right]$

(ការសរសេរ $k\in\mathbb{Z}$ ជាមួយ 2.3.4 ក៏ត្រូវ)

ផ្ទាល់: ម៉ូឌុល: $r_2=|z_2|=2$; អាគ្យומេន $\theta_2=\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

2. សរសេរ $w=\left(\frac{\sqrt{3}+i\sqrt{2}}{\sqrt{3}-i\sqrt{2}}\right)^2$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

$$w=\left(\frac{\sqrt{3}+i\sqrt{2}}{\sqrt{3}-i\sqrt{2}}\right)^2=\frac{2^2\left[\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right]^2}{2^2\left[\cos(-\frac{\pi}{4})+i\sin(-\frac{\pi}{4})\right]^2}$$

$$=\frac{\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}}{\cos(-\frac{\pi}{2})+i\sin(-\frac{\pi}{2})}=\cos(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2})+i\sin(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2})$$

$$\boxed{w=\cos\pi+i\sin\pi}$$

III. (1.5ចំណុច). 1. ដោះស្រាយសមីការ (α).

សមីការ: $y''-6y'+8y=0$ (α)

សមីការ លក្ខណៈ: $r^2-6r+8=0$

អាចមានឫស: $r_1=2$; $r_2=4$

$\Rightarrow y=Ae^{2x}+Be^{4x}$ ដែល: $A;B\in\mathbb{R}$ (ដោយ $A;B\in\mathbb{R}$ ជាកត្តាថេរ)

2. រកអនុគមន៍ g.

ដោយ (ក្រាហ្ វ) ប៉ះ: នឹងបណ្តាក់ បើកត្រង់ B(0;-1)

គេមាន: $\begin{cases} g(0)=-1 & \text{ចម្លើយ 1} \\ g'(0)=0 & \text{ចម្លើយ 1}\end{cases}$

$g(0)=-1 \Leftrightarrow A+B=-1$ (1) ចម្លើយ 1

$g(x)=Ae^{2x}+Be^{4x} \Rightarrow g'(x)=2Ae^{2x}+4Be^{4x}$ ចម្លើយ 1

$g'(0)=0 \Leftrightarrow 2A+4B=0$ ឬ $A+2B=0$ (2) ចម្លើយ 1

យក (2)-(1) ជាលទ្ធផល: $B=1$. ចម្លើយ 1

(1): $A=-1-B=-1-1=-2$ ចម្លើយ 1

ដូចនេះ: អនុ. $g(x)=-2e^{2x}+e^{4x}$ ចម្លើយ 1

IV. (1.5ចំណុច). ទាញរកចម្លើយនៃសមីការ 3" និង 5"

1. រកចំនួនលទ្ធភាពនៃការឈរជួរគ្នារបស់ ១ ២ ៣ ៤ ៥ ៦ ៧ ៨

ចំនួនលទ្ធភាពដែលបានមកពីការតម្រៀប ១ ២ ៣ ៤ ៥ ៦ ៧ ៨ គឺជា: $P_8=8!=1.2.3.4.5.6.7.8=40320$ លទ្ធភាព

2. រកប្រូបាប ១ ២ ៣ ៤ ១ ២ ៣ ៤

A" ទាញរកលេខ ១ ២ ៣ ៤ ១ ២ ៣ ៤ ជាមួយ"

ចំនួនករណីសរុប:

$n(A)=C(5;1)+2(4;4)=5\times 7!$

- ចំនួនករណីអាច: $n(S)=8!$

ដូចនេះ: ប្រូបាប ១ ២ ១ ២ . A គឺ

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{5\times 7!}{8!}=\frac{5\times 7!}{8\times 7!}=\boxed{\frac{5}{8}=0,625}$$

B" ទាញរកប្រូបាប ១ ២ ១ ២ ១ ២ ១ ២ "

ចំនួនករណីសរុប.

$n(B)=6!\times 3!$

ចំនួនករណីអាច: $n(S)=8!$

V. (3.5ចំណុច). $A(-1;2;1)$; $B(1;-6;-1)$; $C(2;-2;2)$

1. គណនា. $\vec{n}=\vec{AB}\times\vec{AC}$

គេមាន:

$\vec{AB}(2;-8;-2)$; $\vec{AC}(3;0;1)$

យើងមានរូបមន:

$$\vec{AB}\times\vec{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2 & -8 & -2\\ 3 & 0 & 1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}-8 & -2\\ 0 & 1\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}2 & -2\\ 3 & 1\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}2 & -8\\ 3 & 0\end{vmatrix}\vec{k}$$

$\vec{AB}\times\vec{AC}=-8\vec{i}-8\vec{j}+24\vec{k}$

- រកសមីការនៃប្លង់ (P).

ប្លង់ (P) កាត់តាម C(2;2;2) ដែលមានវេក្ទ័រ

$\vec{n}(-8;-8;24)$ មានសមីការ:

(P): $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

$-8(x-2)-8(y-2)+24(z-2)=0$

(P): $x+y-3z+2=0$

- សរសេរសមីការប្រាប់ផ្ចិត I ០(d)

ប្រាប់ (d) កាត់តាម J(-2;0;0) ដែលមានវេក្ទ័រ

$\vec{u}(3;0;1)$ ដូចនេះ:

$$\begin{cases}x=x_J+at\\ y=y_J+bt\\ z=z_J+ct\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-2+3t\\ y=0\\ z=t\end{cases};\ t\in\mathbb{R}.$$

2. កំណត់កូអរដោនេផ្ចិត I, និងកាំ r នៃស្ហ (S)

(S): $x^2+y^2+z^2-2y+2z-2=0$

$x^2+(y^2-2y+1)-1+(z^2+2z+1)-1=2$

$(x-0)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4=2^2$

ដូចនេះ: ផ្ចិត I(0;1;-1) , កាំ r=2

- រកកូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាង (S) និង (d)

កូអរដោនេចំណុចប្រសព្វរវាងចម្លើយ E ប្រព័ន្ធសមីការ:

$$\begin{cases}x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=4 & (1)\\ x=-2+3t;\ y=0;\ z=t & (2)\end{cases}$$

- បើ $t_1=\frac{1}{10}(5-\sqrt{5})$ ជំនួសក្នុង:

$x_1=\frac{1}{10}(-5-3\sqrt{5})$; $y_1=0$; $z_1=\frac{1}{10}(5-\sqrt{5})$

- បើ $t_2=\frac{1}{10}(5+\sqrt{5})$ ជំនួសក្នុង:

$x_2=\frac{1}{10}(-5+3\sqrt{5})$; $y_2=0$; $z_2=\frac{1}{10}(5+\sqrt{5})$.

3. គណនា ក្រឡាផ្ទៃ ΔABC

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\|\vec{AB}\times\vec{AC}\|=\frac{1}{2}\sqrt{(-8)^2+(-8)^2+24^2}=4\sqrt{11}$ យក

- គណនាចម្ងាយពី D(0;1;-1) ទៅ (P)

$$d(D;(P))=\frac{|ax_D+by_D+cz_D+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\frac{|1.0+1.1+(-3)(-1)+2|}{\sqrt{1^2+1^2+(-3)^2}}$$

$d(D;(P))=\frac{6\sqrt{11}}{11}$ យកលទ្ធផល (ក្រាហ្ វ ១)

VI. (3.5ចំណុច). (C). $y=f(x)=\frac{x^2+3x+6}{x+2}$; $x\neq -2$

1. គណនា $f'(x)$.

$f(x)=\frac{x^2+3x+6}{x+2}=x+1+\frac{4}{x+2}$; $D_f=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

$f'(x)=1-\frac{4}{(x+2)^2}=\frac{x(x+4)}{(x+2)^2}$

- តារាងបន្តរភាពនៃ f'

$\forall x\in D_f$; $(x+2)^2>0$ ដោយ $f'(x)$ ដូចសញ្ញានៃ $x(x+4)$

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	‖	−	0	+	

ករណី: f មានអតិបរមាមូលដ្ឋាន $(x=-4;\ f(-4)=-5)$

និងមានអប្បរមាមូលដ្ឋាន $(x=0;\ f(0)=3)$

- រកលីមីតរកព្រំដែនចុងនៃ D(C).

$\lim_{x\to -2^-} f(x)=\lim_{x\to -2^-}(x+1+\frac{4}{x+2})=-1+\frac{4}{0^-}=-\infty$

$\lim_{x\to -2^+} f(x)=\lim_{x\to -2^+}(x+1+\frac{4}{x+2})=-1+\frac{4}{0^+}=+\infty$

ដោយ $x=-2$ ជាអាស៊ីមតូត ឈរ នៃ D(C).

ម្យ៉ាងទៀត: $f(x)=x+1+\frac{4}{x+2}$ ដោយ $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{4}{x+2}=0$

ដោយ (Δ). $y=x+1$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេត នៃ D(C)

- គណនាលីមីតនៅ $x\to+\infty$; $-\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(\frac{x^2}{x})=+\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(\frac{x^2}{x})=-\infty$

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា 169 លេខមន្ទីរ : .....

ប្រឡងនិងវាយតម្លៃសញ្ញាប័ត្រជាន់ខ្ពស់ លើកទី១ លេខតុ : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុកុ្ម : សម្រាប់ប្រឡង : ២១ មីនា ២០១១ មណ្ឌលប្រឡង : .....

១. ..... នាមត្រកូល និងនាមខ្លួន : .....

២. ..... ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់

*បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវចាត់ពិន្ទុសូន្យ ។

អក្សរសម្ងាត់

ចំណាត់ថ្នាក់ : គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ) យៈពេល : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

ពិន្ទុសរុប 125

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង់ក្រដាសនេះជាពីរ ។ ចម្លងខ្ទែងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងចម្លងខ្ទែងនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវចូលបន្ទាត់ជាមុន ។ ចាត់ពីកណ្តាលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

I. (១០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x\sin x+x^2}{x^3-\sin^2 x}$ ចំពោះ $x\neq 0$ ហើយ $f(0)=\ln(\sqrt{a})$ ។

10 កំណត់តម្លៃ a ដើម្បីឱ្យ f ជាអនុគមន៍ជាប់នៅត្រង់ $x=0$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ)

8 ១. គេឱ្យ $g(x)=\dfrac{3x^2-10x-5}{(x-1)^2(x+2)}$ ។ រក a,b ដើម្បីឱ្យ $g(x)=\dfrac{a}{x+2}+\dfrac{b}{(x-1)^2}$ ចំពោះ $x\neq -2, x\neq 1$ ។

7 ២. គណនា $I(x)=\int g(x)dx$ ដោយដឹងថា $I(0)=-4$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ)

8 ១. កំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ d ដែលប៉ះនឹងក្រាប C_1 នៃ $y=1-x\ln x$ នៅត្រង់ចំណុច $M(1,1)$ ។

7 ២. កំណត់ភូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វ N រវាងបន្ទាត់ d និងក្រាប C_2 នៃ $y=e^x+1-x$ ។

IV. (២៥ពិន្ទុ)

13 ១. រកភូអរដោនេនៃកំពូល កំនុំ និងសមីការបន្ទាត់ប្រាប់ទិសនៃប៉ារ៉ាបូល $P: 2y^2+8y+3x-4=0$ ។

6 ២. រកភូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងប៉ារ៉ាបូល P និងបន្ទាត់មានសមីការ $x=-2$ ។

6 ៣. សង់ប៉ារ៉ាបូល P ។

V. (២៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ h កំណត់ដោយ $h(x)=(x+m)e^{-x}$ ហើយមានក្រាប H និង m ជាចំនួនថេរ ។

6 ១. កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប H កាលណា $x\to+\infty$ ។

10 ២. គណនាដេរីវេទីមួយ $h'(x)$ និងដេរីវេទីពីរ $h''(x)$ ។

9 ៣. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យអនុគមន៍ h មានអតិបរមាត្រង់ $x=0$ ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ $x\neq 1$ ដោយ $y=f(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ និងមានក្រាប C ។

8 ១. រកចំនួនពិត a,b,c ដើម្បីឱ្យ $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$ ចំពោះគ្រប់ $x\neq 1$ ។

5 ២. រកតម្លៃអតិបរមា និងអប្បបរមានៃ f ។

13 ៣. រកសមីការនៃអាស៊ីមតូតឈរ និងទ្រេតនៃក្រាប C ។ សិក្សាទីតាំងរវាងអាស៊ីមតូតទ្រេត និងក្រាប C ។

9 ៤. សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f និង សង់ក្រាប C ។

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ប្រឡងចាស់លើកទី១ : ២៨ មីនា ២០១១

ចម្លើយ

		ពិន្ទុ
I. (10 ពិន្ទុ):		10
. កំណត់តម្លៃ a :		
បើយើងមាន f រាប់ត្រង់ $x=0$ លុះត្រាតែ:		
$f(0) = \lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{x\sin x + x^2}{x^3 - \sin^2 x}$		2
$\Rightarrow \ln(\sqrt{a}) = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{x\sin x}{x^2} + \frac{x^2}{x^2}}{\frac{x^3}{x^2} - \frac{\sin^2 x}{x^2}}$ (ចែកនិងមាន)		2
$= \lim_{x\to 0} \frac{\left(\frac{\sin x}{x}\right) + 1}{x - \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2} = \frac{1+1}{0-1} = -2$		2
$\Rightarrow \ln(\sqrt{a}) = -2$		
$\sqrt{a} = e^{-2}$		2
ដូច $\boxed{a = e^{-4}}$		2
II. (15 ពិន្ទុ)		15
(8) 1- រក a និង b		
. អនុ. $g(x) = \frac{3x^2-10x-5}{(x-1)^2(x+2)}$, $\begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 1 \end{cases}$		
. $g(x) = \frac{a}{x+2} + \frac{b}{(x-1)^2}$		
$= \frac{a(x^2-2x+1) + b(x+2)}{(x+2)(x-1)^2}$		1
$= \frac{ax^2 - (2a-b)x + (a+2b)}{(x+2)(x-1)^2}$		2
$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 & (1) \\ 2a - b = 10 & (2) \\ a + 2b = -5 & (3) \end{cases}$		3
. យក (1) ជួសក្នុង (2) $\Rightarrow b = 6-10 = -4$		1
. ជួសវិញក្នុង (3) $\Rightarrow a = -5$ ពិត		1

2. គណនា $I(x) = \int f(x)\,dx$, $x \in D_f$

(7)

$$I(x) = \int \left[\frac{3}{x+2} + \frac{-4}{(x-1)^2}\right] dx$$

$$= \int \left[3 \cdot \frac{(x+2)'}{x+2} - 4 \cdot \frac{(x-1)'}{(x-1)^2}\right] dx \qquad 2$$

$$= 3\ln|x+2| + \frac{4}{x-1} + C,\ C \in \mathbb{R} \qquad 2$$

. ដោយ $I(0) = -4$

$$\Rightarrow 3\ln 2 - 4 + C = -4$$

$$\Rightarrow C = -3\ln 2 \qquad 2$$

ដូច $\boxed{I(x) = 3\ln|x+2| + \frac{4}{x-1} - 3\ln 2}$ 1

III. (15 ពិន្ទុ):		15
(8) 1- កំណត់សមីការនៃបន្ទាត់ d		
$C_1 : y = 1 - x\ln x$, $x > 0$		
$y' = 0 - (\ln x + \frac{1}{x} \cdot x) = -\ln x - 1$		3
. រូបមន្ត សមីការបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ $M(1,1)$		2
$d : y = y'_0(x - x_0) + y_0$ (1)		
. ដោយ $x_0 = y_0 = 1$, $y'_0 = -1$		
(1) $\Rightarrow d : y = -1(x-1) + 1$		2
ដូច $\boxed{d : y = -x + 2}$		1
(7) 2- កំណត់កូអរដោណេចំណុច N :		
. សមីការរវាងចំណុចប្រសព្វរវាង d និង C_2 :		
$e^x + 1 - x = -x + 2$		2
$e^x = 1 \Rightarrow x = 0$		2
និង $y = -0 + 2 = 2$		2
ដូច $\boxed{N(0, 2)}$		1
IV. (25 ពិន្ទុ)		25
(13) 1- រកកូអរដោណេនៃ កញ្ចូល កំណូ និងសមីការ		

$$y^2 + 2y \cdot 2 + 2^2 = -\frac{3}{2}x + 2 + 4 \qquad 2$$

$$(y+2)^2 = -\frac{3}{2}x + 6 \qquad 2$$

$$(y+2)^2 = -\frac{3}{2}(x-4) \text{ : រាងប្រាកដ} \qquad 2$$

សមី. ស្តង់ដា $(y-k)^2 = 4P(x-h)$

$$\begin{cases} h = 4 , k = -2 & 2 \\ 4P = -\frac{3}{2} \Rightarrow P = -\frac{3}{8} & 1 \end{cases}$$

. កញ្ចូល $V(h,k) \Rightarrow V(4, -2)$ 1

. កំណូ $F(h+p, k) \Rightarrow F(\frac{29}{8}, -2)$ 1

. សមី. បន្ទាត់ត្រង់ដែល: $\Delta : x = h - p = \frac{35}{8}$ 1

2- រកកូអរដោណេនៃចំណុចប្រសព្វ P និង

(6) បន្ទាត់ $x = -2$:

. $P : 2y^2 + 8y + 3x - 4 = 0$ (1)

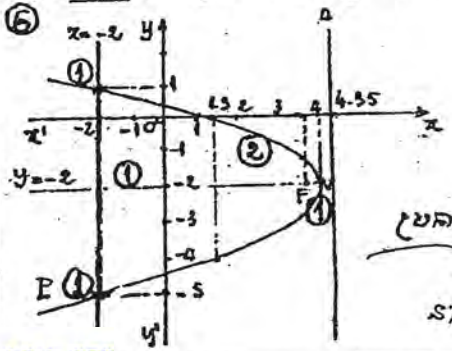
. ជួស $x = -2$ ក្នុង (1) :

$2y^2 + 8y - 10 = 0$ $(a+b+c=0)$ 2

$y_1 = 1$, $y_2 = \frac{-10}{2} = -5$ 2

ដូច $\boxed{\text{ក្នុងករណីនេះចំណុចប្រសព្វ } (-2,1), (-2,-5)}$ 2

3- (6) សង់ P : $y = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{3} \approx 1.3$



ប្រធានមុខវិជ្ជា

ទ្រាវ. ឌួ

www.pisethsok.com

V: (សិស្ស) $h = h(x) = (x+m)e^{-x}$:

(6) 1- កំណត់សមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាហ H, $x \to +\infty$

. $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^x}+\frac{m}{e^x}\right) = 0+0 = 0$ 3

ដូច $\boxed{\text{បញ្ជាក់ } y=0 \text{ គឺជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាហ } H \text{ នៅ } +\infty}$ 3

2- គណនា $h'(x)$ និង $h''(x)$:

(10)

. $h'(x) = (x+m)'.e^{-x} + (e^{-x}).(x+m)$ 2

$= e^{-x} - e^{-x}(x+m)$

$= (-x-m+1)e^{-x}$ 3

. $h''(x) = (-x-m+1)'.e^{-x} + (e^{-x})'(-x-m+1)$ 2

$= -e^{-x} - e^{-x}(-x-m+1)$

$= (x+m-2)e^{-x}$ 3

3- កំណត់តម្លៃ m :

(9) យើងមានមុខងារ h មានអតិ.ត្រង់ $x=0$

លុះត្រាតែ $\begin{cases} h'(0)=0 & (1) \\ h''(0)<0 & (2) \end{cases}$ 2 2

. $(1) \Rightarrow (-m+1)e^0 = 0 \Rightarrow m = 1$ 2

. ធ្វើការជំនួសក្នុង (2) : $(0+1-2)e^0 < 0$, $-1<0$ ពិត 2

ដូច $\boxed{m=1}$ 1

VI: $C: y = f(x) = \frac{x^2-3x+6}{x-1}$, $x \neq 1$ 35

1- រកចំនួនពិត a, b, c

(8)

$$\begin{array}{r|l} x^2-3x+6 & x-1 \\ \hline -x^2+x & x-2 \\ \hline -2x+6 & \\ +2x-2 & \\ \hline 4 & \end{array}$$

3

$f(x) = x-2+\frac{4}{x-1} = ax+b+\frac{c}{x-1}$ 2

* ករណីបន្ទាប់ : សម្រួលអាចមាន , ណេះក្រាយប្រពន្ធ.

2- រកតម្លៃអតិ. និងអប្បរ:

(5) . $f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2-2^2}{(x-1)^2}$

$= \frac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$ 2

. សញ្ញានៃ $f'(x)$ យកតាម $(x-3)(x+1)$ 1

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	‖	−	0	+	

. អតិ: $f(-1) = -1-2+\frac{4}{-2} = -5$ 1

. អប្បរ: $f(3) = 3-2+\frac{4}{2} = 3$ 1

3- រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងចុះតាមនៃក្រាហ C

(13). $\lim\limits_{x\to1} f(x) = \lim\limits_{x\to1}\left(x-2+\frac{4}{x-1}\right)$

$= \begin{cases} -\infty & \text{បើ } x\to1^- \\ +\infty & \text{បើ } x\to1^+ \end{cases}$ 1 1

ដូច $\boxed{\text{បញ្ជាក់ } x=1 \text{ គឺជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ } C}$ 1

. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-(x-2)] = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{4}{x-1} = 0$ 1

ដូច $\boxed{\text{បញ្ជាក់ } y=x-2 \text{ គឺជាអាស៊ីមតូតចុះតាមនៃ } C}$ 1

+ សិក្សាទីតាំងរវាងអាស៊ីមតូតចុះតាម និងក្រាហ C

$C: y = x-2+\frac{4}{x-1}$

$D: y = x-2$: អ.ចុះ

$\Rightarrow y_C - y_D = \frac{4}{x-1}$ 2

. សញ្ញានៃ (y_C-y_D) យកតាម $(x-1)$ ។

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y_C-y_D		−	‖	+	

2

. បើ $x\in(1,+\infty)$ នោះ C នៅពីលើ D ។ 2

4- សង់តារាងសង្ខេបនៃមនុ.f

(9)

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	‖	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-5	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

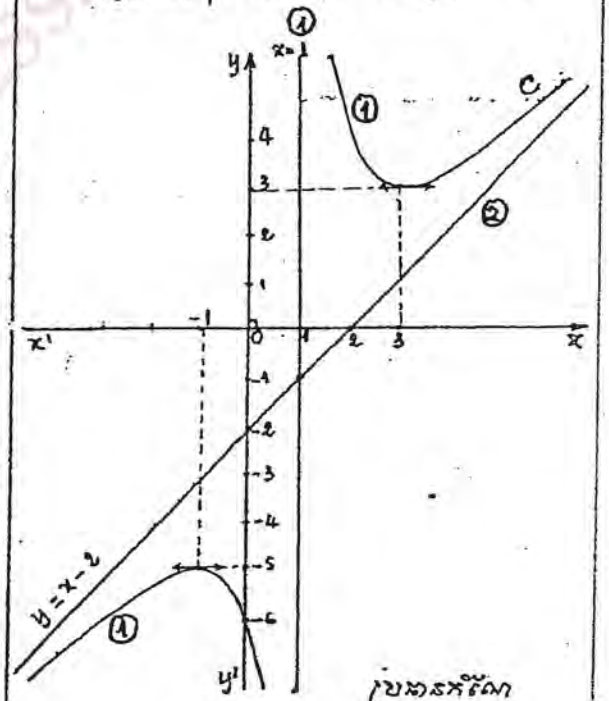
3

+ សង់ C

D:

x	0	2
$y=x-2$	-2	0

1



ប្រធានកីឡា

នាង.ឌូ

www.PISETHSOKPROPRESS.COM

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

+ សាងតារាងបន្ថែមអាចារណ៍ f

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$\frac{-1}{4}$	↗	2

. យើង $f(\frac{1}{3}) = \frac{2(\frac{1}{3})^2 - 2(\frac{1}{3})}{(\frac{1}{3})^2 + 2(\frac{1}{3}) + 1} = \frac{-4}{16} = -\frac{1}{4}$

3- រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះ នឹង C ត្រង់ $x=0$

. រូបមន្ត: $T : y = f'(x_0)\cdot(x - x_0) + y_0$ (1)

. ដោយ $x_0 = 0$, $y_0 = 0$, $f'(x_0) = -2$

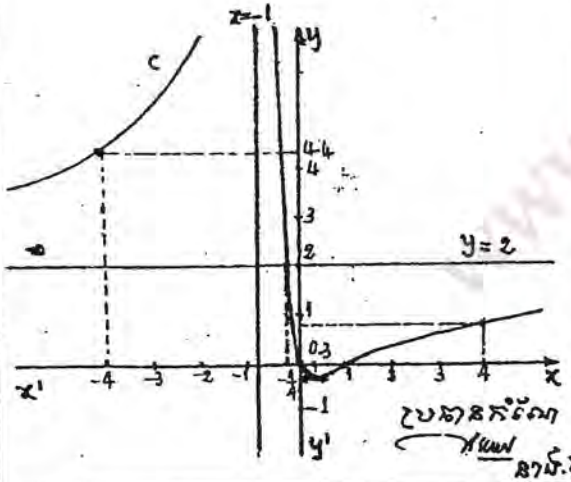
. ជំនួសក្នុង (1) $\Rightarrow T : y = -2(x-0) + 0$

. យើង $\boxed{T : y = -2x}$

4 សង់ក្រាប C និងអាស៊ីមតូតដេក C :

. តម្លៃ: $f(-4) = 4.4$, $f(0) = 0$, $f(1) = 0$

$f(-\frac{1}{3}) = 2$, $f(a) = 0.9$



ប្រធានកន្លែងការ

នាង.ឌី

ក្រសួងការងារ បណ្តុះបណ្តាលវិជ្ជាជីវៈ

ម.ប.ធ.ស : .....

ម.ប.ធ.ស ២០១២

ថ្នាក់ជំនាញសាងសង់ទី២ លើកទី២

លេខតុ : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាមេមុខវិជ្ជា : សម្រាប្រម្លង : ២៥ មីនា ២០១១

១. ..... នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន : .....

២. ..... ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្គាត់

• បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

ចំណាត់ : គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់ទី១ អាស៊ីសហគ្ គ) រយៈពេល : ៤០ នាទី ពិន្ទុ : ២៥

អក្សរសម្គាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង្ក្រាបក្រដាសនេះជាពីរ ។ ចូលទៅខ្នែងផ្ទៃកាងលើនៃទំព័រទី២ ។ ត្រូវចាប់ផ្តើមដោះស្រាយលំហាត់ទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរទម្លាយនៅលើកន្លែងចូលទៅនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវចូលបន្ទាត់ចណ្ឌ ។ ត្រូវចាត់កណ្តាលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយ ។

I. (១៥ពិន្ទុ)

១. គណនាលីមីត: $B = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+1}}$ និង $C = \lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin^2 x}{1-\cos^4 x}$ ។

២. រកតម្លៃ a ដែលធ្វើឲ្យអនុគមន៍ $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x^2-1} & ; x \neq 1 \\ a & ; x = 1 \end{cases}$ ជាប់ត្រង់ $x = 1$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ)

១. គេឲ្យសមីការទូទៅនៃផេលីប: $9x^2 + 5y^2 - 45 = 0$ ។ កម្រិតវែងអ័ក្សធំ និងអ័ក្សតូច ។

កត្តរអង្គនៃកំពូល V_1 និង V_2 ។ កត្តរអង្គនៃកំណាំ F_1 និង F_2 ។

២. បម្លែងសមីការពាក់កណ្តាល: $x^2 + x - 4y + \frac{49}{4} = 0$ ជាទម្រង់ស្តង់ដា ។

III. (១៥ពិន្ទុ)

១. គណនាដេរីវេនៃអនុគមន៍: $y = x^2 + x + \sin(x^2 + 2x + 1)$ និង $y = \sqrt{x^2+1} + \sqrt[3]{x^3+1}$ ។

២. គណនាដេរីវេទី2 នៃអនុគមន៍: $y = 5x^5 + 4x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1$ ។

IV. (៣០ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍ $f(x) = \frac{2x^2 - 2x}{x^2 + 2x + 1}$ កំណត់ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត $x \neq -1$ និងមានក្រាប C ។

១. រកតម្លៃ A ; B និង C ដើម្បីបាន $f(x) = A + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{(x+1)^2}$ ។

២. រកអាស៊ីមតូតដេក និងឈរនៃ C ។ គណនា និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

៣. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹង C ត្រង់ $x = 0$ ។ សង់ក្រាប C និងអាស៊ីមតូតនៃ C ក្នុងកម្រិតអង្កត់រមាស់ ។

ចម្លើយ

www.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ចម្លើយ

	ពិន្ទុ
I. (15 ពិន្ទុ)	15
II. (15 ពិន្ទុ)	15
III. (15 ពិន្ទុ)	15
IV. (30 ពិន្ទុ)	30

I. (15 ពិន្ទុ)

1- គណនាលីមីត:

$$B = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+1}} = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x+1}{\sqrt{(x+1)^2}}$$

$$= \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x+1}{|x+1|} = \begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{-(x+1)} = -1\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{x+1} = 1\end{cases}$$

* វិធីបន្ថែម:

$$B = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x(1+\frac{1}{x})}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}} = \begin{cases}\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x}{-x} = -1\\ \lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{x} = 1\end{cases}$$

$$C = \lim_{x\to0}\frac{\sin^2 x}{1-\cos^2 x} = \lim_{x\to0}\frac{1-\cos^2 x}{(1-\cos^2 x)(1+\cos^2 x)}$$

$$= \lim_{x\to0}\frac{1}{1+\cos^2 x} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

2- រកតម្លៃ a

ដើម្បីឲ្យអនុ. f រាប់ជានិច្ច $x=1$ លុះត្រាតែ

$$f(1) = \lim_{x\to1} f(x) = \lim_{x\to1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{x^2-1}$$

$$\Rightarrow a = \lim_{x\to1}\frac{x-1}{(x-1)(x+1)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)}$$

$$= \lim_{x\to1}\frac{1}{(x+1)(\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1)} = \frac{1}{6}$$

ដូច $\boxed{a = \frac{1}{6}}$

II. (15 ពិន្ទុ)

1- ប្រៀបធៀបសមីការ និង រកកូអរដោនេ:

$$9x^2+5y^2-45=0$$

$$\frac{9x^2}{45}+\frac{5y^2}{45} = \frac{45}{45}$$

សមីការស្តង់ដារ: $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$

$$\Rightarrow \begin{cases} h=0,\ k=0\\ b^2=5 \Rightarrow b=\sqrt{5}\\ a^2=9 \Rightarrow a=3\\ c^2=a^2-b^2=4 \Rightarrow c=2\end{cases}$$

- ប្រវែងអក្ষជំហរ $2a = 6$ ឯកតាប្រវែង
- ប្រវែងអក្ষរងជំហរ $2b = 2\sqrt{5}$ ឯកតាប្រវែង

+ រកកូអរដោនេកំពូល V_1 និង V_2:

- $V_1(h, k-a) \Rightarrow V_1(0,-3)$
- $V_2(h, k+a) \Rightarrow V_2(0,3)$

+ រកកូអរដោនេកន្លែងតាមរយៈ និង F_2:

- $F_1(h, k-c) \Rightarrow F_1(0,-2)$
- $F_2(h, k+c) \Rightarrow F_2(0,2)$

2- បង្កើតសមីការទូទៅ ក្នុងលក្ខខ័ណ្ឌមានកម្ពស់:

$$E: x^2+x-4y+\frac{49}{4}=0$$

$$x^2+2x\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 4y-\frac{49}{4}+\frac{1}{4}$$

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = 4y-12$$

ដូច $\boxed{E: \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = 4(y-3)}$

III. (15 ពិន្ទុ)

1- គណនាដេរីវេ ខ្នាតនៃអនុគមន៍:

- $y = x^2+x+\sin(x^2+2x+1)$

$$\Rightarrow y' = 2x+1+(2x+2)\cos(x^2+2x+1)$$

- $y = \sqrt{x^2+1}+\sqrt[3]{x^3+1}$

$$\Rightarrow y' = \frac{(x^2+1)'}{2\sqrt{x^2+1}}+\frac{1}{3}(x^3+1)'\cdot(x^3+1)^{-\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+\frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3+1)^2}}$$

$$\Rightarrow y' = 25x^4+16x^3+9x^2+4x+1$$

$$\Rightarrow y'' = 100x^3+48x^2+18x+4$$

IV. (30 ពិន្ទុ): $C: f(x) = \frac{2x^2-2x}{x^2+2x+1},\ x\neq-1$

1- រកតម្លៃ A, B និង C:

$$f(x) = A+\frac{B}{x+1}+\frac{C}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{A(x^2+2x+1)+B(x+1)+C}{x^2+2x+1}$$

$$= \frac{Ax^2+(2A+B)x+(A+B+C)}{x^2+2x+1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = 2 & (1)\\ 2A+B = -2 & (2)\\ A+B+C = 0 & (3)\end{cases}$$

- យក (1) ជំនួសក្នុង (2) $\Rightarrow 4+B=-2 \Rightarrow B=-6$ (4)
- យក (1) និង (4) ជំនួសក្នុង (3) $\Rightarrow A = 4$

ដូច $\boxed{A = 2,\ B = -6,\ C = 4}$

2- រកអាស៊ីមតូតបញ្ឈរ និងលីមីតនៃ C:

- $\lim\limits_{x\to-1} f(x) = \lim\limits_{x\to-1}\frac{2x^2-2x}{(x+1)^2} = +\infty$

ដូច បន្ទាត់ $x=-1$ គឺជាអាស៊ីមតូតបញ្ឈរនៃក្រាប C។

- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2x^2}{x^2} = 2$

ដូច បន្ទាត់ $y=2$ គឺជាអាស៊ីមតូតផ្ដេកនៃក្រាប C។

+ គណនា និងសិក្សាសញ្ញានៃ $f'(x)$:

$$f'(x) = \frac{(4x-2)(x^2+2x+1)-(2x+2)(2x^2-2x)}{(x+1)^4}$$

$$= \frac{2(2x-1)(x+1)^2-2(x+1)(2x^2-2x)}{(x+1)^4}$$

$$= \frac{2(x+1)(2x^2+2x-x-1-2x^2+2x)}{(x+1)^4}$$

ដូច $\boxed{f'(x) = \frac{2(x+1)(3x-1)}{(x+1)^4} = \frac{2(3x-1)}{(x+1)^3}}$

www.pisethsok.wordpress.com

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬា
ប្រលងឯកសារសញ្ញាប័ត្រទី១២ លើកទី២

លេខបន្ទប់ : .....
លេខតុ : .....
មណ្ឌលប្រឡង : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុកម្ម : ..... សម្រាប់ប្រឡង : ១៣ មិថុនា ២០១១

ឯកសារ : ..... នាមត្រកូល និងនាមខ្លួន : .....
ថ្ងៃ : ..... ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....
ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់ ✓

បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

វិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ) រយៈពេល : ១៥០ នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្ងាត់

ពិន្ទុសរុប ១០០

សេចក្ដីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង់ក្រដាសនេះជាពីរ រួចទួសខ្ទែងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងទួសខ្ទែងនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវទួសបន្ទាត់បណ្ឌរ ឱ្យចំកាត់តណ្ណាលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

I. (១០ពិន្ទុ) រកចំនួនពិត m និង n ដើម្បីឱ្យបន្ទាត់ $l: y = mx + n$ ប៉ះនឹងក្រាប $H: g(x) = 1 + e^x$ ត្រង់ចំណុច $A(0, 2)$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $z = x + yi$, $\bar{z} = x - yi$, $a = \sqrt{3} - i$ និង $b = 2 - 2\sqrt{3}\,i$ ។

១. រកចំនួនពិត x និង y ដើម្បីឱ្យបាន $z = \frac{a}{b}$ ។ ក្នុងករណីនេះទាញបញ្ជាក់ថា $a = 4\bar{z}$ ។

២. សរសេរ $z = \frac{a}{b}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ ទាញរកបូសការេនៃចំនួនកុំផ្លិច $\frac{\sqrt{3} + i}{4}$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល : $I = \int (-2x + 1)e^{-x}\,dx$ និង $J = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \cos^2 x\,dx$ ។

IV. (២០ពិន្ទុ)

១. រកចម្លើយទូទៅ y_g នៃសមីការ $y'' - 5y' + 6y = 0$ ។

២. រកចំនួនពិត a, b និង c ដើម្បីឱ្យ $y_p = ax^2 + bx + c$ ជាចម្លើយនៃសមីការ $y'' - 5y' + 6y = x^2 + x$ (E) ។

៣. ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (E) ។

V. (៣០ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអវកាសណារម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ មួយ គេឱ្យចំណុច $A(0, 2, 0)$, $B(1, 0, 0)$ និង $C(0, 0, 3)$ ។

១. រកវ៉ិចទ័រដោនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n} = \overrightarrow{CA} \times \overrightarrow{CB}$ ។ គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

២. រកសមីការប្លង់ P ដែលកាត់តាមគល់ O ហើយស្របនឹងប្លង់នៃត្រីកោណ ABC ។

៣. គណនា $(\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OC}) \cdot \overrightarrow{OB}$ ។ ទាញរកមាឌនៃចតុមុខ $OABC$ និងចម្ងាយពីកំពូល O មកប្លង់ ABC ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $y = f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ ហើយមានក្រាប C ។

១. គណនា $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ និង $\lim_{x \to 0} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

២. បង្ហាញថា f មានតម្លៃអតិបរមាត្រង់ $x = \sqrt{e}$ ។ សង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

៣. រកសមីការបន្ទាត់ d ដែលប៉ះក្រាប C ត្រង់ចំណុច $M(1, 0)$ ។

សង់ d និង C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេតែមួយ ។ (គេនឹងយក $\sqrt{e} = 1.6$, $\frac{1}{2e} = 0.2$)

www.sokpiseth.wordpress.com
ស៊ុន ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ប្រឡងមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ : ១៩ មិថុនា ២០១១

ចំណោទ

	ពិន្ទុ
I. 10ពិន្ទុ = 2+4+4	10
រកចំនួនពិត m និង n :	
$t: y = f(x) = mx+n$	
$H: g(x) = 1+e^x \Rightarrow g'(x) = e^x \Rightarrow g'(0) = e^0 = 1$	2
ដើម្បីឲ្យបន្ទាត់ t ប៉ះនឹងក្រាប H ត្រង់ចំណុច A(0,2)	
លក្ខខ្ណទ: $\begin{cases} m = g'(0) = 1 \\ f(0) = 2 \Rightarrow n = 2 \end{cases}$	4
ដូច: $\boxed{m = 1 \ , \ n = 2}$	4
II. 15ពិន្ទុ = 8+7	15
$z = x+yi \ , \ \bar{z} = x-yi, \ a = \sqrt{3}-i, \ b = 2-2\sqrt{3}i$	
1- រកចំនួនពិត x និង y :	
$z = \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}-i}{2(1-i\sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{3}-i)(1+i\sqrt{3})}{2(1+3)}$	1
$= \frac{\sqrt{3}+3i-i+\sqrt{3}}{8} = \frac{2\sqrt{3}+2i}{8} = \frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{4}i$	2
$\Rightarrow x+yi = \frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{4}i$	
ដូច: $\boxed{x = \frac{\sqrt{3}}{4} \ , \ y = \frac{1}{4}}$	2
+ បញ្ជាក់ថា $a = 4\bar{z}$:	
$z = \frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{1}{4}i \Rightarrow \bar{z} = \frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{1}{4}i$	1
$a = \sqrt{3}-i = 4(\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{1}{4}i)$	1
ដូច: $\boxed{a = 4\bar{z}}$	1
2- សរសេរ $z = \frac{a}{b}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ :	
ដូច $\boxed{z = \frac{1}{2}(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})}$	
+ ១ឫសការ៉ូនៃចំនួនកុំផ្លិច $\frac{\sqrt{3}+i}{4}$	
$\frac{\sqrt{3}+i}{4} = z = \frac{1}{2}(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6})$	1
ឫសការ៉ូនៃ z គឺ:	
$W_k = \frac{\sqrt{2}}{2}\left[\cos\left(\frac{\frac{\pi}{6}+2k\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\frac{\pi}{6}+2k\pi}{2}\right)\right]$	2
. ចំពោះ $k=0 \Rightarrow W_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12})$	1
. ចំពោះ $k=1 \Rightarrow W_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\frac{13\pi}{12}+i\sin\frac{13\pi}{12})$	1
III. 15ពិន្ទុ = 8+7	15
គណនាអាំងតេក្រាល :	
$I = \int(-2x+1)e^{-x}dx$	
តាង $f(x) = (-2x+1) \Rightarrow f'(x) = -2$	
$g'(x) = e^{-x} \Rightarrow g(x) = -e^{-x}$	2
$I = (-2x+1)\cdot(-e^{-x}) - \int(-2)(-e^{-x})dx$	2
$= (2x-1)e^{-x} - 2\int e^{-x}dx$	
$= (2x-1)e^{-x} + 2e^{-x} + c$	2
$= (2x-1+2)e^{-x} + c$	
ដូច: $\boxed{I = (2x+1).e^{-x} + c \ , (c \in \mathbb{R})}$	2
$J = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} \cos^2 x \, dx = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} \frac{1+\cos 2x}{2} dx$	1
$= \frac{1}{2}\left[x+\frac{1}{2}\sin 2x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}}$	1
$= \frac{1}{2}\left(\frac{3\pi}{4}+\frac{1}{2}\sin\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}\sin\pi\right)$	2
$= \frac{1}{2}\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}-0\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{3\pi-2\pi-2}{4}\right)$	2
ដូច: $\boxed{J = \frac{\pi-2}{8}}$	1
. ... y_g	
. សមីការ សម្គាល់ $\lambda^2-5\lambda+6=0$	2
$\Delta = (-5)^2-4\times1\times6 = 1$	
$\lambda_1 = \frac{5-1}{2} = 2 \ , \ \lambda_2 = \frac{5+1}{2} = 3$	2
ដូច: $\boxed{\text{ចម្លើយទូទៅ } y_g = Ae^{2x}+Be^{3x}, (A,B \in \mathbb{R})}$	1
2- រកចំនួនពិត a, b និង c :	
$(E): y''-5y'+6y = x^2+x$	
$y_p = ax^2+bx+c$ ជាចម្លើយនៃ (E)	
$y_p' = 2ax+b \ , \ y_p'' = 2a$	2
. យក y_p, y_p', y_p'' ដូសក្នុងសមី (E)	
$2a-5(2ax+b)+6(ax^2+bx+c) = x^2+x$	1
$2a-10ax-5b+6ax^2+6bx+6c = x^2+x$	
$6ax^2+(-10a+6b)x+(2a-5b+6c) = x^2+x$	1
$\Rightarrow \begin{cases} 6a = 1 & (1) \\ -10a+6b = 1 & (2) \\ 2a-5b+6c = 0 & (3) \end{cases}$	3
$\cdot (1) \Rightarrow a = \frac{1}{6}$	
$\cdot (2) \Rightarrow b = \frac{1+10a}{6} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$	2
$\cdot (3) \Rightarrow c = \frac{-2a+5b}{6} = \frac{17}{54}$	
ដូច: $\boxed{a = \frac{1}{6} \ , \ b = \frac{4}{9} \ , \ c = \frac{17}{54}}$	1
$\boxed{y_p = \frac{1}{6}x^2+\frac{4}{9}x+\frac{17}{54}}$	1
3- ១ចាត់ការចម្លើយទូទៅនៃ (E)	
. ១ចាប់ $y = y_g + y_p$	2
. ដោយ $y_g = Ae^{2x}+Be^{3x}, (A,B \in \mathbb{R})$	2
$y_p = \frac{1}{6}x^2+\frac{4}{9}x+\frac{17}{54}$	
ដូច: $\boxed{y = Ae^{2x}+Be^{3x}+\frac{1}{6}x^2+\frac{4}{9}x+\frac{17}{54}, (A,B \in \mathbb{R})}$	3

V: 30 ពិន្ទុ = 10+10+10 — 30

- $A(0,2,0)$, $B(1,0,0)$, $C(0,0,3)$

1- រកកូអរដោនេនៃវិចទ័រ $\vec{n}=\vec{CA}\times\vec{CB}$:

- $\vec{CA}=(0-0,2-0,0-3)=(0,2,-3)$ — 1
- $\vec{CB}=(1-0,0-0,0-3)=(1,0,-3)$ — 1
- $\vec{n}=\vec{CA}\times\vec{CB}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 0 & 2 & -3\\ 1 & 0 & -3\end{vmatrix}$ — 1

$=\begin{vmatrix}2 & -3\\ 0 & -3\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}0 & -3\\ 1 & -3\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}0 & 2\\ 1 & 0\end{vmatrix}\vec{k}$ — 1

$=(-6+0)\vec{i}-(0+3)\vec{j}+(0-2)\vec{k}$

$=-6\vec{i}-3\vec{j}-2\vec{k}$ — 1

ដូច្នេះ $\boxed{\vec{n}=(-6,-3,-2)}$ — 1

+ គណនា S_{ABC}

- រូបមន្ត $S_{ABC}=\frac{1}{2}|\vec{CA}\times\vec{CB}|$ — 2

$=\frac{1}{2}\sqrt{(-6)^2+(-3)^2+(-2)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{49}$ — 1

ដូច្នេះ $\boxed{S_{ABC}=\frac{7}{2}\text{ ឯកតាក្រឡា}}$ — 1

2- រកសមីការប្លង់ P :

- រូបមន្ត $P: a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$ — 2

ដោយ P កាត់តាម $O(0,0,0)$

$\Rightarrow (x_0=0, y_0=0, z_0=0)$ — 2

ដោយ $P \parallel ABC \Rightarrow P\perp\vec{n}$, ប្រហាក់ $ABC\perp\vec{n}$

ដោយ $\vec{n}=(-6,-3,-2)\Rightarrow(a=-6,b=-3,c=-2)$ — 2

- ដូច្នេះក្នុងរូបមន្ត, យើងបាន :

$P: -6(x-0)-3(y-0)-2(z-0)=0$ — 2

ដូច្នេះ $\boxed{P: 6x+3y+2z=0}$ — 2

3- គណនា $(\vec{OA}\times\vec{OC})\cdot\vec{OB}$

- $\vec{OA}=(0,2,0)$, $\vec{OC}=(0,0,3)$, $\vec{OB}=(1,0,0)$

$=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \end{vmatrix}$

$=\begin{vmatrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}0 & 0\\ 0 & 3\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}0 & 2\\ 0 & 0\end{vmatrix}\vec{k}$ — 1

$=(6-0)\vec{i}-(0-0)\vec{j}+(0-0)\vec{k}$

$=6\vec{i}+0\vec{j}+0\vec{k}$ — 1

- $(\vec{OA}\times\vec{OC})\cdot\vec{OB}=6\times1+0\times0+0\times0$ — 1

ដូច្នេះ $\boxed{(\vec{OA}\times\vec{OC})\cdot\vec{OB}=6}$ — 1

* យោបល់ផ្សេង:

$(\vec{OA}\times\vec{OC})\cdot\vec{OB}=\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 3\end{vmatrix}$ (1)

$=\begin{vmatrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{vmatrix}\cdot1-\begin{vmatrix}0 & 0\\ 0 & 3\end{vmatrix}\cdot0+\begin{vmatrix}0 & 2\\ 0 & 0\end{vmatrix}\cdot0$ (1)

$=(6-0)\cdot1-(0-0)\cdot0+(0-0)\cdot0$ (1)

ដូច្នេះ $\boxed{(\vec{OA}\times\vec{OC})\cdot\vec{OB}=6}$ (2)

+ ទាញរកមាឌនៃបន្ទះមុខ OABC :

$V=\frac{1}{6}|(\vec{OA}\times\vec{OC})\cdot\vec{OB}|=\frac{1}{6}\times6$ — 2

ដូច្នេះ $\boxed{V=1\text{ ឯកតាមាឌ}}$ — 1

- តាង $h=d(O,ABC)$

$V=\frac{1}{3}\cdot S_{ABC}\times h$ — 1

$\Rightarrow h=\frac{3V}{S_{ABC}}=\frac{3}{\frac{7}{2}}=\frac{6}{7}$

ដូច្នេះ $\boxed{d(O,ABC)=\frac{6}{7}\text{ ឯកតាប្រវែង}}$ — 1

VI: 35 ពិន្ទុ = 8+15+12 — 35

C: $y=f(x)=\frac{\ln x}{x^2}$, $x>0$

1- គណនាលីមីត.

- $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=\boxed{0}$ — 2
- $\lim f(x)=\lim\frac{\ln x}{0^+}=\boxed{-\infty}$ — 2

+ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតC :

- ដោយ $\lim_{x\to0^+}f(x)=-\infty$

ដូច្នេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់ } x=0 \text{ គឺជាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C}}$ — 2

- ដោយ $\lim_{x\to+\infty}f(x)=0$

ដូច្នេះ $\boxed{\text{បន្ទាត់ } y=0 \text{ គឺជាអាស៊ីមតូតផ្ដេកនៃក្រាប C}}$ — 2

2- បង្ហាញថា f មានតម្លៃអតិបរមាត្រង់ $x=\sqrt{e}$:

- យើងមាន : $f'(x)=\frac{\frac{1}{x}\cdot x^2-2x\cdot\ln x}{x^4}$ — 2

$=\frac{1-2\ln x}{x^3}$, $x>0$ — 2

- សញ្ញានៃ $f'(x)$ យកតាម $(1-2\ln x)$ ។ — 1
- $1-2\ln x=0\Leftrightarrow\ln x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow x=\sqrt{e}$ — 1
- $1-2\ln x>0\Leftrightarrow\ln x<\frac{1}{2}\Leftrightarrow x<\sqrt{e}$, $x>0$ — 1
- $1-2\ln x<0\Leftrightarrow\ln x>\frac{1}{2}\Leftrightarrow x>\sqrt{e}$ — 1

x	0		$\sqrt{e}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	0	−	

- ត្រង់ $x=\sqrt{e}$ នោះ $f'(x)=0$ ហើយប្តូរ — 2
- សញ្ញាពី (+) ទៅ (−) ។ — 1

ដូច្នេះ $\boxed{\text{រក.} f \text{ មានតម្លៃអតិបរមាត្រង់ } x=\sqrt{e}}$ — 1

- តម្លៃអតិ. $f(\sqrt{e})=\frac{\ln\sqrt{e}}{(\sqrt{e})^2}=\frac{1}{2e}=0.2$

+ សង្ខេបតារាងបែងចែកនៃ f :

x	0		$\sqrt{e}$		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	0	−	
$f(x)$	‖ $-\infty$	↗	0.2	↘	0

— 3

3- រកសមីការបន្ទាត់ d ដែលប៉ះក្រាប C ត្រង់ M(1,0) :

- រូបមន្ត : $d: y=f'(x_0)\cdot(x-x_0)+y_0$ — 2

ដោយ $x_0=1$, $y_0=0$

តាម $f'(x)=\frac{1}{x^3}(1-2\ln x)\Rightarrow f'(x_0)=\frac{1}{1^3}(1-2\ln(1))=1$ — 1

- ដូច្នេះក្នុងរូបមន្ត, យើងបាន :

$d: y=1(x-1)+0$ — 1

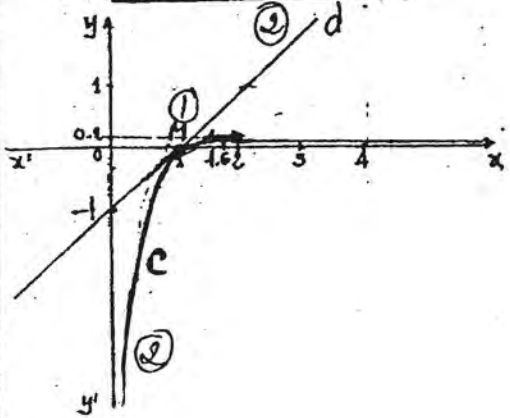
WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

+ សង់ d និង C

d:

x	1	0
$y = x - 1$	0	-1

C: គូសតាមការកំណត់ f.



ភ្នំពេញ ថ្ងៃទី 15.06.2011

ប្រធានកីឬណា

ណារ៉ា-ឫ

1

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

គ្រូ ប៊ីសិត - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth piseth sok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

អគ្រានាយកដ្ឋានកណ្តាលនៃការិយាល័យ ថ្នាក់ទី ១២ ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម

ប្រឡងឆមាសលើកទី១ : ១៣ ខែមីនា ២០១១

ចំណើយ

	ពិន្ទុ
I: 15 ពិន្ទុ = 6+9	15ពិ
១. ដោះស្រាយសមីការស្វ៊ីតាមួល ដោយប្រើវិធីណា:	
$H: x^2-4y^2-2x-16y-19=0$	
$(x^2-2x)-4(y^2+4y)=19$	
$(x^2-2x.1+1^2)-4(y^2+2y.2+2^2)=19+1-16$	2
$(x-1)^2-4(y+2)^2=4$	2
២. $\boxed{H: \frac{(x-1)^2}{4}-(y+2)^2=1}$	2
+ រកកូអរដោនេ៤ចំនុចផ្តិត កំពូល កំណុំ និងសមីការអាស៊ីមតូតនៃស្វ៊ីតាមួល:	
. សមីការស្តង់ដា $H: \frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$	1
. ដោយ $H: \frac{(x-1)^2}{4}-(y+2)^2=1$ (អក្សរទីមួយដាច)	
យើងមាន:	
$h=1$, $k=-2$, $a^2=4 \Rightarrow a=2$, $b^2=1 \Rightarrow b=1$, $c^2=a^2+b^2=5 \Rightarrow c=\sqrt{5}$	
. ផ្តិត $I(h,k) \Rightarrow I(1,-2)$	1
. កំពូល $V_1(h-a,k) \Rightarrow V_1(-1,-2)$	1
. $V_2(h+a,k) \Rightarrow V_2(3,-2)$	1
. កំណុំ $F_1(h-c,k) \Rightarrow F_1(1-\sqrt{5},-2)$	1
. $F_2(h+c,k) \Rightarrow F_2(1+\sqrt{5},-2)$	1
. សមីការអាស៊ីមតូត:	
$y_{1,2}=\pm\frac{b}{a}(x-h)+k$	1
$=\pm\frac{1}{2}(x-1)-2$	
$=\pm\frac{1}{2}x\mp\frac{1}{2}-2$	
២. $\boxed{y_1=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2},\ y_2=-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}}$	2
II: 15 ពិន្ទុ = 7+8	15ពិ
១. កំណត់សំណុំសណ្ឋាន S:	
$\boxed{S=\{(a,a),(a,b),(a,c),(b,b),(b,a),(b,c),(c,c),(c,a),(c,b)\}}$	3
. ព្រឹត្តិការណ៍ A: "ជាប់ពីរគ្រាប់ដូចគ្នា"	
$\boxed{A=\{(a,a),(a,c),(b,a),(b,c),(c,a),(c,b)\}}$	2
. ព្រឹត្តិការណ៍ B: "ជាប់ពីរគ្រាប់ដដែលមានលេខ 1"	
$\boxed{B=\{(b,b),(b,a),(b,c)\}}$	2
២. ភាពប្រហាក:	
. $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$	
ដោយ $n(A)=6$, $n(S)=9$	
ដូច $\boxed{P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}}$	2
. $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$	
ដោយ $n(B)=3$, $n(S)=9$	
ដូច $\boxed{P(B)=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}}$	2
. $P(A\cap B)=\frac{n(A\cap B)}{n(S)}$	
ដោយ $A\cap B=\{(b,a),(b,c)\} \Rightarrow n(A\cap B)=2$, $n(S)=9$	
ដូច $\boxed{P(A\cap B)=\frac{2}{9}}$	2
. $P(A\cup B)=\frac{n(A\cup B)}{n(S)}$	
ដោយ $A\cup B=\{(a,b),(a,c),(b,a),(b,c),(c,a),(c,b),(b,b)\} \Rightarrow n(A\cup B)=7$, $n(S)=9$	
ដូច $\boxed{P(A\cup B)=\frac{7}{9}}$	2
* វិធីទី២:	
. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$	
$=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}-\frac{2}{9}=\frac{6+3-2}{9}=\boxed{\frac{7}{9}}$	
III: 15 ពិន្ទុ = 3+9+3	15ពិ
. សមីការឌីផេរង់ស្យែល (E): $y'-3y=3x^2+4x+1$	
១. រកចម្លើយទូទៅ y_c នៃសមីការ $y'-3y=0$	
. រូបមន្ត $y_c=Ae^{-ax}$, $(A\in R)$	1
ដូច $\boxed{y_c=Ae^{3x}, (A\in R)}$	2
២. កំណត់តម្លៃ a, b និង c:	
. $y_p=ax^2+bx+c$ ជាចម្លើយនៃ (E)	
$y'_p=2ax+b$	1
. យក y_p និង y'_p ជួសក្នុងសមីការ (E):	
$2ax+b-3(ax^2+bx+c)=3x^2+4x+1$	1
$2ax+b-3ax^2-3bx-3c=3x^2+4x+1$	
$-3ax^2+(2a-3b)x+(b-3c)=3x^2+4x+1$	1
$\Rightarrow \begin{cases} -3a=3 & (1) \\ 2a-3b=4 & (2) \end{cases}$	1
	1

. (1) ⇒ $a = -1$

. (2) ⇒ $b = \frac{4-2a}{-3} = \frac{6}{-3} = -2$

. (3) ⇒ $c = \frac{1-b}{-3} = \frac{3}{-3} = -1$

ដូច. $\boxed{\begin{array}{l} \cdot\ a = -1,\ b = -2,\ c = -1 \\ \cdot\ y_p = -x^2 - 2x - 1 \end{array}}$ 3

3. រកចម្លើយទូទៅ y នៃសមីការ (E)៖ 1

- រូបមន្ត: $y = y_c + y_p$

. ដោយ $y_c = Ae^{3x}$, $(A \in \mathbb{R})$

$y_p = -x^2 - 2x - 1$

ដូច. $\boxed{y = Ae^{3x} - x^2 - 2x - 1, (A \in \mathbb{R})}$ 2

Ve 30ពិន្ទុ = 13+8+9 — 30ពិ

C: $f(x) = \frac{-x^2+5x-7}{x-3}$

1- រកដែនកំណត់ D នៃ f: 1

អនុ. f មានន័យលុះត្រាតែ $x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$

ដូច. $\boxed{D = \mathbb{R} - \{3\}}$ 1

+ គណនា $f'(x)$ និងតម្លៃបរមារបស់ f:

$f'(x) = \frac{(-2x+5)(x-3) - (-x^2+5x-7)}{(x-3)^2}$ 2

$= \frac{-2x^2+6x+5x-15+x^2-5x+7}{(x-3)^2}$ 1

ដូច. $\boxed{f'(x) = \frac{-x^2+6x-8}{(x-3)^2}}$ 2

. សញ្ញានៃ $f'(x)$ យកតាម $(-x^2+6x-8)$,

ព្រោះ $(x-3)^2 > 0$, $\forall x \in D$ ។

. ដើម្បី $-x^2+6x-8$ មាន $\Delta' = \frac{b'}{a} - (-1)(-8) = 1$

ឫ $x_1 = \frac{-3+1}{-1} = 2$, $x_2 = \frac{-3-1}{-1} = 4$ 2

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	

. តម្លៃអតិ. $f(2) = \frac{-4}{1}$ 2

2- រកអាស៊ីមតូតឈរ និងខ្សែកោងនៃ C:

. $\lim_{x \to 3} f(x) = \lim_{x \to 3} \frac{-x^2+5x-7}{x-3} = \pm\infty$ 1

ដូ. $\boxed{\text{បន្ទាត់ } x = 3 \text{ ជាអាស៊ីមតូតឈរនៃ } C}$ 1

+ អាស៊ីមតូតទេរៀង:

$$\begin{array}{r|l} -x^2+5x-7 & x-3 \\ +x^2-3x & -x+2 \\ \hline 2x-7 & \\ -2x+6 & \\ \hline -1 & \end{array}$$

. $f(x) = -x + 2 - \frac{1}{x-3}$ 2

. $\lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - (-x+2)] = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-1}{x-3} = 0$ 1

ដូ. $\boxed{\text{បន្ទាត់ } y = -x+2 \text{ ជាអាស៊ីមតូតទេរៀងនៃ } C}$ 1

* វិធីបន្ថែម: អាស៊ីមតូតទេរៀង: $y = ax + b$ ①

$a = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-x^2}{x^2} = -1$ ①

$b = \lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \to \pm\infty} \left(\frac{-x^2+5x-7}{x-3} + x\right)$ ①

$= \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-x^2+5x-7+x^2-3x}{x-3} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{2x}{x} = 2$

ដូ. $\boxed{\text{បន្ទាត់ } y = -x+2 \text{ ជាអាស៊ីមតូតទេរៀងនៃ } C}$ ①

* វិធីបន្ថែម3: $f(x) = \frac{-x+5x-7}{x-3}$ $\begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = 5 \\ \lambda = -7 \\ m = 1 \\ n = -3 \end{cases}$

$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-3}$

$a = \frac{\alpha}{m} = \frac{-1}{1} = -1$, $b = \frac{\beta - na}{m} = 5 - (-3)(-1) = 2$

$c = \lambda - bn = -7 - 2(-3) = -7+6 = -1$ ②

⇒ $f(x) = -x + 2 - \frac{1}{x-3}$

. $\lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - (-x+2)] = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{-1}{x-3} = 0$ ①

ដូ. $\boxed{\text{បន្ទាត់ } y = -x+2 \text{ ជាអាស៊ីមតូតទេរៀងនៃ } C}$ ①

. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2(-1+\frac{5}{x}-\frac{7}{x^2})}{x(1-\frac{3}{x})}$

$= \lim_{x \to +\infty} (-x) = \boxed{-\infty}$ 1

3- សង់តារាងអថេរភាពនៃ f 3

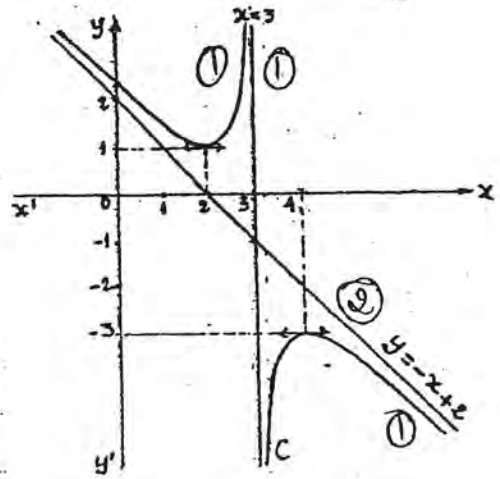
x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$

+ សង់ក្រាហ្វនៃ C និងខ្សែកោង C

. អាស៊ីមតូតទេរៀង: 1

x	0	2
$y = -x+2$	2	0

. C: ដើរតាមតារាងអថេរភាពនៃ f:



ភ្នំពេញ, ថ្ងៃទី 15.06.2011

ប្រធានកំណែ

ស៊ាង.ឫ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

183

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
ក្រសួងសេដ្ឋកិច្ច និងហិរញ្ញវត្ថុ
នាយកដ្ឋានវិភាគ និងគណនីជាតិ

ឆ្នាំទី១២ ... ...

ការប្រឡងជាតិ ... ...

ចម្លើយ
ភាគ-ខ

ការណែនាំត្រឡប់សិស្សញ្ញមត្ថ ១ ១ ១

រកចម្លើយនៃ F) បើ $y(0)=2$ និង $y'(0)=6$

1) $y(0)=(A\cos 0+B\sin 0)e^0$

1) $2=A$

$y=(A\cos 2x+B\sin 2x)e^x$

$y'=(A\cos 2x+B\sin 2x)'e^x+(A\cos 2x+B\sin 2x)(e^x)'$

1) $y'=(-2A\sin 2x+2B\cos 2x)e^x+e^x(A\cos 2x+B\sin 2x)$

1) $y'(0)=(-2A\sin 0+2B\cos 0)e^0+e^0(A\cos 0+B\sin 0)$

$6=2B+2$

$2B=4$

$\Rightarrow B=2$

1) ដូច្នេះ $\boxed{y=(2\cos 2x+2\sin 2x)e^x}$

2. រកចំនួនពិត m, p, q

1) $y=2x^2+3x+1 \Rightarrow y'=4x+3$

$\Rightarrow y''=4$

1) ដោយ y ជាចម្លើយសមីការ (E): យើងបាន

$4-2(4x+3)+5(2x^2+3x+1)=mx^2+px+q$

1) ស្មើគ្នាចំពោះ $\forall x\in\mathbb{R}$ យើងបាន

$4-8x-6+10x^2+15x+5=mx^2+px+q$

$\Leftrightarrow 10x^2+7x+3=mx^2+px+q$

1) យើងបាន $\boxed{m=10,\ p=7,\ q=3}$

ចម្លើយទូទៅសមីការ គឺជាចម្លើយ (E) គឺ

1) $\boxed{y=(A\cos 2x+B\sin 2x)e^x+2x^2+3x+1}$

1. រក លីមីតនៃ f ត្រង់ $-\infty, +\infty$

1) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x-1+2e^{-x})$

$=\lim_{x\to-\infty} x\left(1-\frac{1}{x}+\frac{2e^{-x}}{x}\right)$

1) $\boxed{\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty}$ ព្រោះ $\lim_{x\to-\infty}\frac{2e^{-x}}{x}=-\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x-1+2e^{-x})$

1) $\boxed{\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty}$ ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty} e^{-x}=0$

- រកអាស៊ីមតូតចូលរួម L_1

1) ដោយ $\lim_{x\to+\infty} 2e^{-x}=0$ នោះបង្កើត L_1 សមីការ

1) $y=x-1$ ជាអាស៊ីមតូតចូលរួមនៃក្រាប C ជាមួយ $+\infty$

- បញ្ជាក់ f មានអប្បបរមាត្រង់ $x=\ln 2$

1) $f(x)=x-1+2e^{-x} \to f'(x)=1-2e^{-x}$

1) - បើ $1-2e^{-x}>0 \Leftrightarrow 1>2e^{-x} \Leftrightarrow \frac{1}{2}>e^{-x}$

$\Leftrightarrow 2^{-1}>e^{-x} \Leftrightarrow x>\ln 2$

- បើ $1-2e^{-x}<0 \Leftrightarrow x<\ln 2$

- បើ $1-2e^{-x}=0 \Leftrightarrow x=\ln 2$

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

ដោយ $f'(x)=0$ ត្រង់ $x=\ln 2$ យើងមាន

1) សញ្ញានៃ $-$ នៅ $+$ នោះ f មានអប្បបរមាមួយ ត្រង់ $x=\ln 2$ តាមរូបមន្ត

1) $f(\ln 2)=\ln 2-1+2e^{-\ln 2}=\ln 2-1+2\cdot\frac{1}{2}=\ln 2$

លក្ខខណ្ឌ f មានអប្ប. ត្រង់ $x=\ln 2 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(\ln 2)=0 \\ f''(\ln 2)>0 \end{cases}$

10 $f'(x)=1-2e^{-x}$ ហើយ $f'(\ln 2)=0 \Leftrightarrow x=\ln 2$

$f''(x)=2e^{-x}$ ហើយ $f''(\ln 2)=2e^{-\ln 2}=1>0$ ។

2. សិក្សាការប្រែប្រួល

3

x	$-\infty$		$\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\ln 2$	$\nearrow$	$+\infty$

រកសមីការបង្កើត L_2

សមីការនៃបង្កើតប៉ះនៅចំណុចក្រាប C ត្រង់

1) $A(0,1)$ សមត្រាស $y-y_0=y'_0(x-x_0)$

1) $x_0=0,\ y_0=1,\ y'_0=1-2e^0=-1$

យើងបាន $L_2: y-1=-(x-0)$

1) $\Leftrightarrow \boxed{y=-x+1}$

1) ១ចំណុច L_1, L_2, C

1

x	0	1
$y=x-1$	-1	0

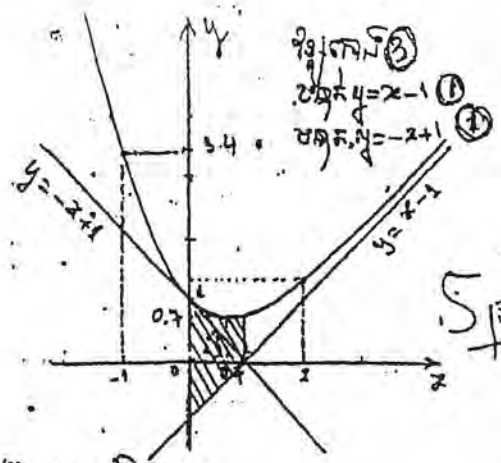
1

x	0	1
$y=-x+1$	1	0

1

x	-1	0	2
y	3.4	1	1.26

www.facebook.com/TeacherSokPiseth
www.pisethsok.wordpress.com
www.plus.google.com/+PisethSok_SPS



ក្នុងក្រាហ្វ ③
ខណៈ $y=x-1$ ①
ខណៈ $y=-x+1$ ①

5 pts

12. គណនាក្រឡានៃផ្ទៃក្រាហ្វ

(3) $\begin{cases} S=\int_0^1 (x-1+2e^{-x}-(x-1))\,dx = -2\left[e^{-x}\right]_0^1 \\ S=-2(e^{-1}-e^{0}) = -\frac{2}{e}+2 = 2-0.73 = 1.27 \end{cases}$

(2) $\boxed{S = 2-\frac{2}{e} = 1.27 \text{ ឯកតាក្រឡា}}$

VI 1. រកសមីការស្វ៊ីតរង្វង់ S (5pts)

$B(2,-1,3)$, $C(-2,3,-2)$

$\vec{BC} = (x_2-x_1, y_2-y_1, z_2-z_1)$

(1) $\vec{BC} = (-4,4,-5) \Rightarrow |\vec{BC}| = \sqrt{16+16+25} = \sqrt{57}$

សមីការស្វ៊ីតរង្វង់ S សរសេរ

(1) $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2 = r^2$

(1) $\boxed{(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2 = \frac{57}{4}}$

2. រកសមីការនៃប្លង់ P (5pts)

$\vec{AC} = (-2-1, 3-2, -2-4)$

(1) $\vec{AC} = (-3,1,-6)$

សមីការនៃប្លង់ P ដែលមានវ៉ិចទ័រកាតាមាល់

(1) $\vec{AC} = (-3,1,-6)$ សរសេរ $ax+by-cz+d=0$

(1) $\Leftrightarrow -3x+y-6z+d=0$ ដោយ

$B(2,-1,3) \in P$ យើងមាន $-6-1-18+d=0$

(1) $\Leftrightarrow d=25$; សមីការនៃប្លង់ P គឺ

(1) $\boxed{-3x+y-6z+25=0}$

លក្ខណៈ២ : សមីការប្លង់សរសេរ

(1) $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

(1) $-3(x-2)+y+1-6(z-3)=0$

(1) $\Leftrightarrow -3x+y-6z+25=0$

3. រកចម្ងាយ D_{AB} (5pts)

$\vec{AB} = (2-1, -1-2, 3-4)$

(1) $\vec{AB} = (1,-3,-1)$

សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ d ដែលកាត់តាមចំណុច $C(-2,3,-2)$ និងមានវ៉ិចទ័រណែនាំ $\vec{AB} = (1,-3,-1)$ សរសេរ

(2) $\begin{cases} x = x_0+at \\ y = y_0+bt \\ z = z_0+ct \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x = -2+t \\ y = 3-3t \\ z = -2-t, \ t\in\mathbb{R} \end{cases}}$ (1p)

2. រកចម្ងាយ D_{BA}

ចម្ងាយពី B ទៅ A គឺ $D_{BA} = \sqrt{1^2+(-3)^2+(-1)^2}$

(5) $\boxed{D_{BA} = \sqrt{11} \text{ ឯកតាប្រវែង}}$

3. រកចម្ងាយ D_{Bd} ពីចំណុច B ទៅបន្ទាត់ d (5pts)

(1) $D_{Bd} = \frac{|\vec{BC}\times\vec{AB}|}{|\vec{AB}|}$

(1) $\vec{BC}\times\vec{AB} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -4 & 4 & -5 \\ 1 & -3 & -1 \end{vmatrix}$

(1) $\vec{BC}\times\vec{AB} = \begin{vmatrix} 4 & -5 \\ -3 & -1 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} -4 & -5 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} -4 & 4 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}\vec{k}$

$\vec{BC}\times\vec{AB} = (-4-15)\vec{i} - (4+5)\vec{j} + (12-4)\vec{k}$

$= -19\vec{i} - 9\vec{j} + 8\vec{k}$

(1) $|\vec{BC}\times\vec{AB}| = \sqrt{(-19)^2+(-9)^2+8^2} = \sqrt{506}$

(1) ដូច្នេះ $\boxed{D_{Bd} = \frac{\sqrt{506}}{\sqrt{11}} = \sqrt{\frac{506}{11}} \text{ ឯកតាប្រវែង}}$

4. រកចម្ងាយ D_{DP} ពីចំណុច D ទៅប្លង់ P (5pts)

(1) $D_{DP} = \frac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

(2pts) $= \frac{|-3\cdot 3+1(-3)-6(-3)+25|}{\sqrt{(-3)^2+1^2+(-6)^2}} = \frac{31}{\sqrt{46}}$

(2pts) $\boxed{D_{DP} = \frac{31}{\sqrt{46}} \text{ ឯកតាប្រវែង}}$ $\frac{31\sqrt{46}}{46}$

5. រកក្រឡានៃត្រីកោណ BCA (5pts)

2. $S_1 = |\vec{BC}\times\vec{BA}| = |\vec{BC}\times\vec{AB}|$

(2pts) $\boxed{S_1 = \sqrt{506} \text{ ឯកតាក្រឡា}}$

(3pts) ដូច្នេះ $S_2 = \frac{1}{2}|\vec{BC}\times\vec{BA}| = \frac{\sqrt{506}}{2}$ ឯ.

www.facebook.com/TeacherSokPiseth
www.pisethsok.wordpress.com
www.plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឡា
ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ចំណេះទូទៅ និងបំណិនវិជ្ជា

លេខបន្ទប់ : .....
លេខតុ : .....
មណ្ឌលប្រឡង : .....

ឈ្មោះ និងឯកត្តលេខាអនុវិទ្យា : .....
.....
.....

សមីយប្រឡង : ២៥ កក្កដា ២០១១
នាមត្រកូល និងនាមខ្លួន : .....
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....
ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់

ចំណាំ : បើកូនធនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ ។

១

ចំណាសា : គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសុទ្ធ) រយៈពេល : ៩០ នាទី ពិន្ទុ : ៧៥

អក្សរសម្ងាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង្ក្រាសនេះជាពីរ រួចតួសខ្ទែងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងតួសខ្ទែងនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវតួសបន្ទាត់បណ្ឌរ ឱ្យចំកាត់កណ្តាលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

I. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យអនុគមន៍ $y = g(x) = \frac{2x-3}{(x-3)^2}$ ។

១. រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ $g(x) = \frac{a}{x-3} + \frac{b}{(x-3)^2}$ ។

២. គណនា $F(x) = \int g(x)dx$ ដោយដឹងថា $F(4) = 0$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) គណនាលីមីតខាងក្រោម:

$$A = \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}{x} \qquad B = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\pi - 2x}{\cos x}$$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x) = \begin{cases} 3+x & \text{បើ } x \le a \\ x^2+1 & \text{បើ } x > a \end{cases}$ រកតម្លៃ a ដោយដឹងថា f ជាប់ត្រង់ $x = a$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) ដោះស្រាយសមីការឌីផេរង់ស្យែលខាងក្រោម:

១. $y' + x^3 - \cos x = 0$ ២. $y' + 3y = 2x + 1$

V. (១៥ពិន្ទុ) គ្រូបង្គុកថ្នាក់បានជ្រើសរើសប្រធានក្រុមដើម្បីអាចថ្នាក់ប្រចាំថ្ងៃចំនួន 6 នាក់នៃថ្នាក់រៀនមួយដែលមានសិស្សប្រុសចំនួន 20 នាក់ និងសិស្សស្រីចំនួន 15 នាក់ ។ គណនាប្រូបាបខាងក្រោម:

A : « ប្រធានក្រុមសុទ្ធតែប្រុស »

B : « ប្រធានក្រុមសុទ្ធតែស្រី »

C : « ប្រធានក្រុមមានប្រុស 3 នាក់ និងស្រី 3 នាក់ » ។

ចម្លើយ

.....
.....
.....
.....
.....
.....

www.sok.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

អត្ថាធិប្បាយគណិតវិទ្យា (ជ្រើសរើសសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សា)
ទំព័រលេខ . 25.ឧសភា ២០១១ (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម)

15pts

I) ① កំណត់ a, b 8pts

$g(x) = \frac{a}{x-3} + \frac{b}{(x-3)^2} = \frac{a(x-3)+b}{(x-3)^2}$ (2)

$\Leftrightarrow \frac{2x-3}{(x-3)^2} = \frac{ax+b-3a}{(x-3)^2}$ យើងបាន (2)

$\begin{cases} a = 2 \\ b-3a = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \boxed{\begin{matrix} a=2 \\ b=3 \end{matrix}}$ → (2) ; ហើយ → (2)

$g(x) = \frac{2}{x-3} + \frac{3}{(x-3)^2}$

② គណនា $F(x) = \int g(x)dx$ បើ $F(4) = 0$

4pts

$F(x) = \int \left(\frac{2}{x-3} + \frac{3}{(x-3)^2}\right) dx$ (1)

$F(x) = \int \left(\frac{2}{x-3} + \frac{3}{(x-3)^2}\right) d(x-3)$ (2)

$F(x) = 2\ln|x-3| - \frac{3}{x-3} + c,\ c \in R$ (2)

$\Rightarrow F(4) = 2\ln 1 - 3 + c = -3 + c$ (1)

តែ $F(4) = 0$ យើងបាន $c - 3 = 0 \Leftrightarrow c = 3$

ដូច្នេះ $\boxed{F(x) = 2\ln|x-3| - \frac{3}{x-3} + 3}$ (1)

II) 8 គណនា $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{x}$ មានរាង $\frac{0}{0}$ (2)

$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{x+3-3}{x(\sqrt{x+3}+\sqrt{3})} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ (4)

$A = \boxed{\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3}}{x} = \frac{\sqrt{3}}{6}}$ (2)

$B = \lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\pi - 2x}{\cos x} = \lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{2(\frac{\pi}{2}-x)}{\sin(\frac{\pi}{2}-x)}$; $\frac{0}{0}$ (1) ; (2)

$= \lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{2(\frac{\pi}{2}-x)}{\frac{\sin(\frac{\pi}{2}-x)}{\frac{\pi}{2}-x} \times (\frac{\pi}{2}-x)} = \frac{2}{1} = 2$ (3)

$\boxed{\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\pi - 2x}{\cos x} = 2}$ → (1)

III) រកតម្លៃនៃ f ដែលជាប្រតិស $x = a$

បើ $x = a \Rightarrow f(a) = 3 + a$ (3)

$\lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^-} (3+x) = 3 + a$ (3)

$\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a^+} (x^2+1) = a^2+1$ (3)

f ជាប្រតិស $x = a$ កាលណា

$\lim_{x\to a^+} f(x) = \lim_{x\to a^-} f(x) = f(a)$ (3)

$\Leftrightarrow a^2+1 = 3+a \Leftrightarrow a^2 - a - 2 = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{a = -1 \text{ ឬ } a = 2}$ (3)

IV) ១ដំណោះស្រាយសមីការ $y' + x^3 - \cos x = 0$

4pts

$y' + x^3 - \cos x = 0 \Leftrightarrow y' = -x^3 + \cos x$ (2)

$\Rightarrow y = \int(-x^3 + \cos x)dx = -\frac{x^4}{4} + \sin x + c$ (2)

$\boxed{y = -\frac{x^4}{4} + \sin x + c,\ c \in R}$ → (1)

២ 8pts ដោះស្រាយ $y' + 3y = 2x + 1$ (F)

សមីការ $y' + 3y = 0$ មានចម្លើយ $y = Ae^{-3x}, A \in R$

គណនា a, b ដើម្បីឲ្យ $g(x) = ax + b$ ជាចម្លើយរបស់ (F)

ដោយ $g(x)$ ជាចម្លើយរបស់ (F) យើងបាន

$g' + 3g = 2x + 1 \Leftrightarrow$ (1)

$a + 3(ax+b) = 2x + 1$

$\Leftrightarrow 3ax + 3b + a = 2x + 1$ យើងបាន

$\begin{cases} 3a = 2 \\ 3b + a = 1 \end{cases}$ (1) $\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = \frac{1}{9} \end{cases}$ ហើយ (2)

$g(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$. ដូច្នេះ ចម្លើយរួមរបស់សមីការ (F) គឺ : $y = Ae^{-3x} + \frac{2}{3}x +$

$\boxed{y = Ae^{-3x} + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9},\ A \in R}$ → (2)

V) ១ចម្លាយដែលមានការ :

A : ជ្រើសរើសគ្រូបង្រៀនភាសាបារាំង

ចំនួនការជ្រើសរើស A : $C(20,6)$

$C(20,6) = \frac{20!}{6!\,14!} = \frac{20.19.18.17.16}{6.5.4.3.2}$

$= 38760$. (2)

ចំនួនសរុប : $C(35,6) = \frac{35!}{6!\,29!} = \frac{35.34.\cancel{33}.\cancel{32}.31.\cancel{30}}{\cancel{6}.\cancel{5}.\cancel{4}.3.\cancel{2}}$

$C(35,6) = 35.34.11.4.31 = 1623160.$ (3)

$\Rightarrow P(A) = \frac{19.14.8.15}{35.34.11.4.31} = \frac{19.3}{7.11.31} = \frac{57}{2387}$ $\boxed{P(A) = \frac{57}{2387} = 0.023}$

ករណីប្រាកដនៃព្រឹត្តិការណ៍ B : ប្រសិនគ្រាប់បាល 6 សុទ្ធតែស្រី

ចំនួនករណីស្រប៖ $C(15,6) = \frac{15!}{6!\,9!} = \frac{\cancel{15}^{5}.\cancel{14}^{7}.13.\cancel{12}.11.\cancel{10}}{\cancel{6}.\cancel{5}.\cancel{4}.\cancel{3}.\cancel{2}} = 5.7.13.11$

$\Rightarrow P(B) = \frac{5.7.13.11}{35.34.11.4.31} = \frac{13}{34.4.31} = \frac{13}{4216}$ $\boxed{P(B) = \frac{13}{4216}}$

$= 0,003$

ករណីប្រាកដនៃព្រឹត្តិការណ៍ C : ប្រសិនគ្រាប់ប្រុស 3 រាក់ ស្រី 3 រាក់

ចំនួនករណីស្រប៖ $C(20,3) \times C(15,3) = \frac{20!}{3!\,17!} \times \frac{15!}{3!\,12!}$

$= \frac{20.19.\cancel{18}}{\cancel{3.2}} \times \frac{15.14.13}{3.2} = 20.19.15.7.13 = 518700$ (2)

ដូច្នេះ $P(C) = \frac{20.19.15.7.13}{35.34.11.4.31} = \frac{518700}{1623160} = \cancel{0.319}$ $\boxed{P(C) = 0.32}$

ថ្ងៃចេញ ២ខែ ១ 31 ២០១៧

ជាគ្រូ ស៊ីសុមាន ផ្នែ គណិតវិទ្យា

ចុងសិក្សា

ឡាក់ ម៉ារ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឬា 199 លេខបន្ទប់ : .....

ប្រឡងនមាសថ្នាក់ទី១២ លើកទី១ លេខតុ : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុវេ្ស : សម្ងាត់ប្រឡង : ១៩ មីនា ២០១៦ លេខរៀងប្រឡង : .....

១. ..... នាមត្រកូល និងនាមខ្លួន : .....

២. ..... ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់

*បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវចាត់ទុកជាមោឃៈ។

១. គណិតវិទ្យា

ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ ម៉ោងប្រឡង : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្ងាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង្ក្រងការសរសេរជាពីរ ១ចន្លោះខ្វែងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឬប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងចន្លោះខ្វែងនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវចន្លោះបន្ទាត់បណ្ឌិតឱ្យចំកាត់ពណ្ណាលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

I. (១៥ពិន្ទុ) ១. ចូរកំណត់តម្លៃនៃចំនួនពិត a ដើម្បីអោយសមីការដឺក្រេទីពីរ $x^2+(1+2i)x+a+12i=0$ មានឫសពិតមួយ និងឫសមួយទៀតជាចំនួនកុំផ្លិច ។ ចូរកឫសសមីការនេះផង ។

២. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $Z=-1+i\sqrt{3}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។ ចូរបង្ហាញថា Z^{2013} ជាចំនួនពិត ។

II. (១៥ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ដោយ $f(x)=a\ln x+bx^2+x+2$ ។ កំណត់ a និង b ដើម្បីឱ្យ f មានបរមាជៀបត្រង់ $x_1=2$ និង $x_2=3$ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) ១. រកដែនកំណត់នៃ $y=f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$ ។

២. បង្ហាញថាក្រាបតាង f ឆ្លុះភ្ជាជៀបនឹងតម្រុយ O នៃតម្រុយកូអរដោនេ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ) ១. រកចំនួនពិត a,b,c ដើម្បីឱ្យ $h(x)=\dfrac{4x^2-7x+5}{x-2x^2+x^3}=\dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{1-x}+\dfrac{c}{(1-x)^2}$ ចំពោះ $x\neq 0, x\neq 1$ ។

២. គណនា $k(x)=\int h(x)\,dx$ ដោយដឹងថាក្រាបតាង $y=k(x)$ កាត់តាមចំណុច $M(2,2)$ ។

V. (៣០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x\neq 2$ ដោយ $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{(x-2)^2}$ ហើយមានក្រាប C ។

១. រក a,b,c ដោយដឹងថាក្រាប C កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ $x=1, x=-3$ និងមានអាស៊ីមតូតដេកជាបន្ទាត់ $y=1$ ។

២. រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C និងសង់ភាពអវិជ្ជមានៃអនុគមន៍ f ដែលកំណត់បានក្នុងសំណួរទី ១ ។

៣. សង់ក្រាប C នៃអនុគមន៍ f ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់ទិសដៅវិជ្ជមាន $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ មួយគេឱ្យចំណុច $A(2,2,6)$, $B(2+2\sqrt{2},0,4)$ និង $C(2+2\sqrt{2},4,4)$ ។

១. គណនា AB, AC និង $\angle BAC$ ។ ចូរកប្រភេទនៃត្រីកោណ ABC ។

២. គណនា $\vec{AB}\times\vec{AC}$ និងផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC ។

៣. រកសមីការបារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ L មួយដែលកែងនឹងប្លង់ ABC ត្រង់ចំណុច A ។

៤. ស្វ៊ី S មួយមានអង្កត់ផ្ចិត AB ។ រកសមីការប្លង់ P មួយដែលប៉ះស្វ៊ី S ត្រង់ A ។

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

អត្ថន័យគណិតវិទ្យា ថ្នាក់ទី ១២ (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)

ប្រឡងឆមាសលើកទី១ : ១៩ ខែមីនា ឆ្នាំ២០១២

ចម្លើយ

ពិន្ទុ

(15) I. (15ពិន្ទុ)

(8) 1- *កំណត់តម្លៃនៃចន្លោះពិតនៃ a :*

$x^2+(1+2i)x+a+12i=0 \quad (E)$

1 $x^2+x+2ix+a+12i=0$

1 $(x^2+x+a)+2i(x+6)=0$

1 យើងបាន $\begin{cases} x^2+x+a=0 & (1) \\ x+6=0 & (2) \end{cases}$

1 . $(2) \Rightarrow x=-6$

. $(1) \Rightarrow (-6)^2+(-6)+a=0 \Rightarrow a=-30$

1 ដូច $\boxed{a=-30}$

+ *រកចម្លើយនៃសមីការ (E) :*

1 តាមទ្រឹស្តីបទវ៉ៀត : $x_1+x_2=\frac{-b}{a}=-1-2i$

1 ដោយ $x_1=-6 \Rightarrow x_2=-x_1-1-2i=5-2i$

1 ដូច $\boxed{x_1=-6,\ x_2=5-2i}$

(7) 2- *សរសេរ z ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ :*

$z=-1+i\sqrt{3}, \quad r=2$

1 $\Rightarrow z=2\left(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=2\left(-\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

1 $=2\left[\cos\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)\right]$

1 ដូច $\boxed{z=2\cdot\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)}$

+ *បង្ហាញថា z^{2013} ជាចំនួនពិត :*

ដោយ $z=2\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

$\Rightarrow z^{2013}=2^{2013}\cdot\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)^{2013}$

1 $=2^{2013}\cdot\left[\cos\left(\frac{4026\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{4026\pi}{3}\right)\right]$

1 $=2^{2013}\cdot(\cos 1342\pi+i\sin 1342\pi)$

1 $=2^{2013}\cdot(1+i\cdot 0)=2^{2013}$

1 ដូច $\boxed{z^{2013}=2^{2013} \text{ ជាចំនួនពិត}}$

(15) II. (15ពិន្ទុ)

. *កំណត់ a និង b :*

. អនុ. $f(x)=a\ln x+bx^2+x+2$

3 . អនុ. $f'(x)=\frac{a}{x}+2bx+1$

. ដើម្បីឲ្យ f មានលទ្ធភាពប្រកបដោយ $x_1=2,\ x_2=3$

3 លុះត្រាតែ : $\begin{cases} f'(2)=0 & (1) \\ f'(3)=0 & (2) \end{cases}$

. $(1) \Rightarrow \frac{a}{2}+4b+1=0$

3 $a+8b+2=0 \Rightarrow a=-8b-2$

. $(2) \Rightarrow \frac{a}{3}+6b+1=0$

$a+18b+3=0$

$-8b-2+18b+3=0$

3 $10b=-1 \Rightarrow b=\frac{-1}{10}$

និង $a=-8\left(\frac{-1}{10}\right)-2=\frac{4}{5}-2=\frac{-6}{5}$

3 ដូច $\boxed{a=\frac{-6}{5},\ b=\frac{-1}{10}}$

(15) III. (15ពិន្ទុ)

(8) 1- *រកដែនកំណត់នៃអនុ. f*

. អនុ. $y=f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$

2 . អនុ. f មានន័យ ១ លុះត្រា $x+\sqrt{1+x^2}>0$

. $\forall x\in\mathbb{R},\ 1+x^2>x^2$

$\sqrt{1+x^2}>\pm x$

2 $\sqrt{1+x^2}\pm x>0$

2 $\Rightarrow x+\sqrt{1+x^2}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

2 ដូច $\boxed{D=\mathbb{R}}$

(7) 2- *បង្ហាញថាក្រាបតាង f ស្នងនឹងប្រភពដើម O*

. អនុ. $f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2}),\ D=\mathbb{R}$

1 . $\forall x\in D,\ -x\in D$, គណនា $f(-x)+f(x)$

1 . $f(-x)+f(x)=\ln(-x+\sqrt{1+x^2})+\ln(x+\sqrt{1+x^2})$

$=\ln\left[(\sqrt{1+x^2}-x)(x+\sqrt{1+x^2})\right]$

2 $=\ln(1+x^2-x^2)=\ln 1=0$

1 $\Rightarrow f(-x)=-f(x)$

$\Rightarrow$ f គឺជាអនុ. សេស ?

1 ដូច $\boxed{\text{ក្រាបតាងអនុ. f ស្នងនឹងប្រភពដើម O}}$

(15) IV. (15ពិន្ទុ)

(8) 1- *រកចំនួនពិត a, b, c :*

$h(x)=\frac{4x^2-4x+5}{x-2x^2+x^3}=\frac{a}{x}+\frac{b}{1-x}+\frac{c}{(1-x)^2}$

2 $=\frac{a(1-x)^2+bx(1-x)+cx}{x(1-x)^2}, \begin{cases} x\neq 0 \\ x\neq 1 \end{cases}$

$=\frac{a-2ax+ax^2+bx-bx^2+cx}{x(1-2x+x^2)}$

2 $=\frac{(a-b)x^2-(2a-b-c)x+a}{x-2x^2+x^3}$

2 យើងបាន : $\begin{cases} a-b=4 & (1) \\ 2a-b-c=7 & (2) \\ a=5 & (3) \end{cases}$

1 . $(1) \Rightarrow b=a-4=5-4=1$

1 . $(2) \Rightarrow c=10-1-7=2$

ដូច $\boxed{a=5,\ b=1,\ c=2}$

(7) 2- *គណនា $k(x)=\int h(x)dx$*

$k(x)=\int\left(\frac{5}{x}+\frac{1}{1-x}+\frac{2}{(1-x)^2}\right)dx$

2 $=\int\left[\frac{5}{x}-\frac{(1-x)'}{1-x}-2\cdot\frac{(1-x)'}{(1-x)^2}\right]dx$

2 $=5\ln|x|-\ln|1-x|+\frac{2}{1-x}+C$

ពិន្ទុ ដោយក្រាបនៃ $y=k(x)$ កាត់តាមចំណុច $M(2,2)$

$\Rightarrow k(2)=2$

2 $\Rightarrow 5\ln 2-\ln 1-2+C=2 \Rightarrow C=4-5\ln 2$

1 ដូច $\boxed{k(x)=5\ln|x|-\ln|1-x|+\frac{2}{1-x}+4-5\ln 2}$

(30) V. (30 ពិន្ទុ) : $C: y=f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{(x-2)^2}$, $D=\mathbb{R}-\{2\}$

(8) 1. រក a,b,c :

. ក្រាប C មានអាស៊ីមតូតដេក $y=1$

1 $\Rightarrow \lim_{x\to\pm\infty} f(x)=1$

1 $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{ax^2}{x^2}=1 \Rightarrow a=1$

. ក្រាប C កាត់អ័ក្សអាប់ស៊ីសត្រង់ $x=1, x=-3$

2 $\Rightarrow \begin{cases} f(1)=0 & (1) \\ f(-3)=0 & (2)\end{cases}$

1 . $(1) \Rightarrow \frac{1+b+c}{(1-2)^2}=0 \Rightarrow c=-1-b$

1 . $(2) \Rightarrow \frac{9-3b+c}{(-3-2)^2}=0 \Rightarrow c=-9+3b$

. បើដូចគ្នា: $-9+3b=-1-b$

1 $4b=8 \Rightarrow b=2$

1 និង $c=-1-b=-1-2=-3$

ដូច $\boxed{a=1,\ b=2,\ c=-3}$

(7) 2. រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C :

. $C: f(x)=\frac{x^2+2x-3}{(x-2)^2}$, $D=\mathbb{R}-\{2\}$

1 . $\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{x^2+2x-3}{(x-2)^2}=+\infty$

1 ដូច $\boxed{\text{បន្ទាត់ } x=2 \text{ អាអាស៊ីមតូតឈរនៃក្រាប C}}$

+ សិក្សាការកើនរបស់អាចារនៃអនុគមន៍ f

2 . វិធីទី 1: $f'(x)=\frac{(2x+2)(x-2)^2-2(x-2)(x^2+2x-3)}{(x-2)^4}$

2 $=\frac{2(x-2)\cdot[(x+1)(x-2)-(x^2+2x-3)]}{(x-2)^4}$

$=\frac{2(x-2)\cdot(x^2-2x+x-2-x^2-2x+3)}{(x-2)^4}$

2 $=\frac{2(x-2)(-3x+1)}{(x-2)^4}$

. សញ្ញានៃ $f'(x)$ យកតាម $(x-2)\cdot(-3x+1)$,

ព្រោះ: $(x-2)^4>0,\ \forall x\in D$ ។

2 . $(x-2)\cdot(-3x+1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=2 \\ x_2=\frac{1}{3}\end{cases}$

. តម្លៃបារម:

2 $f(\frac{1}{3})=\frac{\frac{1}{9}+\frac{2}{3}-3}{(\frac{1}{3}-2)^2}=\frac{1+6-27}{25}=\frac{-20}{25}=-\frac{4}{5}$

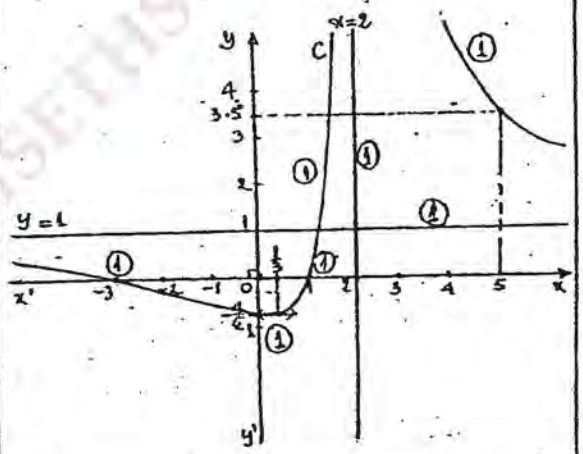
+ តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	
$f(x)$	1	↘	$-\frac{4}{5}$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1

3

(7) 3. សង់ក្រាប C :

. តម្លៃជំនួយ: $f(5)=\frac{25+10-3}{(5-2)^2}=\frac{32}{9}=3.5$



(35) VI. (35 ពិន្ទុ): $A(2,2,6)$, $B(2+2\sqrt{2},0,4)$ និង $C(2+2\sqrt{2},4,4)$

(10) 1. គណនា AB, AC, ∠BAC ដូចជាផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC.

. $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$

$=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(-2)^2+(-2)^2}=\sqrt{16}=4$

3 ដូច $\boxed{AB=4 \text{ ឯកតាប្រវែង}}$

. $AC=\sqrt{(x_C-x_A)^2+(y_C-y_A)^2+(z_C-z_A)^2}$

$=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2+(-2)^2}=\sqrt{16}=4$

3 ដូច $\boxed{AC=4 \text{ ឯកតាប្រវែង}}$

. $\cos\angle BAC=\frac{\vec{AB}\cdot\vec{AC}}{AB\cdot AC}$, $\begin{cases}\vec{AB}=(2\sqrt{2},-2,-2)\\ \vec{AC}=(2\sqrt{2},2,-2)\end{cases}$

$=\frac{8-4+4}{4\times 4}=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$

3 ដូច $\boxed{\angle BAC=60^\circ}$

1 . ដោយ $AB=AC$, $\angle BAC=60^\circ$, ដូច ΔABC ជាត្រីកោណមុំ

(10) 2. គណនា $\vec{AB}\times\vec{AC}$:

1 . $\vec{AB}\times\vec{AC}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ 2\sqrt{2} & -2 & -2\\ 2\sqrt{2} & 2 & -2\end{vmatrix}$

1 $=\begin{vmatrix}-2 & -2\\ 2 & -2\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}2\sqrt{2} & -2\\ 2\sqrt{2} & -2\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}2\sqrt{2} & -2\\ 2\sqrt{2} & 2\end{vmatrix}\vec{k}$

1 $=(4+4)\vec{i}-(-4\sqrt{2}+4\sqrt{2})\vec{j}+(4\sqrt{2}+4\sqrt{2})\vec{k}$

2 ដូច $\boxed{\vec{AB}\times\vec{AC}=8\vec{i}+8\sqrt{2}\vec{k}}$

+ រកផ្ទៃក្រឡានៃ ΔABC :

2 $S_{ABC}=\frac{1}{2}|\vec{AB}\times\vec{AC}|$

2 $=\frac{1}{2}\sqrt{8^2+(8\sqrt{2})^2}=4\sqrt{3}$

1 ដូច $\boxed{S_{ABC}=4\sqrt{3} \text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ពិន្ទុ

(8) 3- រកសមីការប្រាកដនៃបន្ទាត់ L

2 រូបមន្ត $L: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + at \\ z = z_0 + at \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$

2 . ដោយ L កាត់តាម $A(2,2,6) \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 2 \\ z_0 = 6 \end{cases}$

. ដោយ $L \perp ABC \Rightarrow L$ មានវិចទ័រប្រាប់ទិស.

2 $(\vec{AB} \times \vec{AC}) \Rightarrow a = 8,\ b = 0,\ c = 8\sqrt{2}$

2 ដូច $\boxed{L: \begin{cases} x = 2 + 8t \\ y = 2 \\ z = 6 + 8\sqrt{2}t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})}$

(7) 4- រកសមីការប្លង់ P:

2 រូបមន្ត $P: a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

1 . ដោយ P កាត់តាម $A(2,2,6) \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ y_0 = 2 \\ z_0 = 6 \end{cases}$

. ដោយ P ប៉ះកាំទ្រ ដែលមានមជ្ឈមណ្ឌលកាត់ AB

$\Rightarrow P \perp \vec{AB},\ \vec{AB} = (2\sqrt{2}, -2, -2)$

2 $\Rightarrow a = 2\sqrt{2},\ b = -2,\ c = -2$

. $P: 2\sqrt{2}(x-2) - 2(y-2) - 2(z-6) = 0$

$2\sqrt{2}x - 4\sqrt{2} - 2y + 4 - 2z + 12 = 0$

2 ឬ $\boxed{P: 2\sqrt{2}x - y - z - 2\sqrt{2} + 8 = 0}$

ភ្នំពេញ, ថ្ងៃទី 21 ខែមីនា ឆ្នាំ 2012

ប្រធានកំណែ

លោ.

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឬា 203 លេខបន្ទប់ : .....

ប្រឡងជនជាតិសញ្ជាតិ២ លើកទី២ លេខតុ : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាមេ្ចក្សា : សម៉ោងប្រឡង : ២ម៉ោង ២០១២ លេខរៀងប្រឡង : .....

១. ..... នាមត្រកូល និងនាមខ្លួន : .....

២. ..... ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្គាត់

*បេក្ខជនមិនត្រូវចុះសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។

១. ១ ១ ១

អនុគ្រាក់ណែនណិកមធ្យមថ្នាក់ទី១២ ប្រឡងឆមាសលើកទី២
(ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ)
សម្រាយប្រឡង ថ្ងៃទី២៥ ខែមីនា ឆ្នាំ២០១២

លិទ្ធ	I.(១០ពិន្ទុ) រកចំនួនពិត a និង b
10	$C: y=f(x)=a\sin x+b \quad , y'=f'(x)=a\cos x$ (2) ដើម្បីឲ្យក្រាប C ប៉ះនឹងបន្ទាត់ $d: y=x+1$ ត្រង់ចំណុច $M(0,1)$ លុះត្រាតែ $\begin{cases} f(0)=1 & (1) \\ f'(0)=1 & (2) \end{cases}$ (2) (2) $(1)\Rightarrow 0+b=1\Rightarrow b=1$ (2) $(2)\Rightarrow a\cos 0=1\Rightarrow a=1$ (2) ដូចនេះ: $\boxed{a=1,\ b=1}$
	II. (១៥ពិន្ទុ) គណនាអាំងតេក្រាល
7	$I_1=\int\left(x^2-2x+\frac{\ln x}{x}\right)dx=\int x^2dx-\int 2xdx+\int(\ln x)'\ln xdx$ (2) ដូចនេះ: $\boxed{I_1=\frac{x^3}{3}-x^2+\frac{1}{2}\ln^2 x+C, C\in\mathbb{R}}$ (5)
8	$I_2=\int(4x-1)\cos xdx$ (2) តាង $u=4x-1\Rightarrow du=4dx$ និង $dv=\cos xdx\Rightarrow v=\sin x$ (2) $I_2=(4x-1)\sin x-4\int\sin xdx$ (2) ដូចនេះ: $\boxed{I_2=(4x-1)\sin x+4\cos x+C, C\in\mathbb{R}}$ (2) ◦ របៀបទី២ ៖ $I_2=\int(4x-1)\cos xdx$ តាង $f(x)=4x-1\Rightarrow f'(x)=4$ (2) និង $g'(x)=\cos x\Rightarrow g(x)=\sin x$ (2) $I_2=(4x-1)\sin x-4\int\sin xdx$ (2) ដូចនេះ: $\boxed{I_2=(4x-1)\sin x+4\cos x+C, C\in\mathbb{R}}$ (2)
	III.(១៥ពិន្ទុ) ◦ 1000៛ ចំនួន 4 សន្ទឹក ◦ 500៛ ចំនួន 5 ◦ ហូត 3 សន្ទឹក ដោយចៃដន្យ ។
	• ក្រដាសប្រាក់សរុប 9 សន្ទឹក គេហូតក្រដាសប្រាក់ 3 សន្ទឹក ដោយចៃដន្យ គេបានចំនួនករណីអាច
3	$n(S)=C(9,3)=\frac{9!}{6!\cdot 3!}=\frac{9\cdot 8\cdot 7}{3\cdot 2\cdot 1}=84$ (3)
	រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ ៖
4	១. A: ហូតបានក្រដាសប្រាក់ 1000៛ ទាំង 3 សន្ទឹក $n(A)=C(4,3)=\frac{4!}{1!\cdot 3!}=4$ (2) $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{4}{84}=\boxed{\frac{1}{21}}$ (2)
4	២. B: ហូតបានយ៉ាងតិចណាស់ ក្រដាសប្រាក់ 500៛ ចំនួន 1 សន្ទឹក គឺ B ជាព្រឹត្តិការណ៍ផ្ទុយពី A (2) $P(B)=1-P(A)=1-\frac{1}{21}=\boxed{\frac{20}{21}}$ (2)
4	៣. ហូតបានប្រាក់ចំនួន 2000៛ គឺ C: ជាព្រឹត្តិការណ៍ហូតបានប្រាក់ 1000៛ 1 សន្ទឹកនិង 500៛ ចំនួន 2 សន្ទឹក $n(C)=C(4,1)\times C(5,2)=\frac{4!}{3!\cdot 1!}\times\frac{5!}{3!\cdot 2!}$ $n(C)=4\times\frac{5\times 4}{2\times 1}=40$ (2) $P(C)=\frac{n(C)}{n(S)}=\frac{40}{84}=\boxed{\frac{10}{21}}$ (2)
	IV.(២០ពិន្ទុ) មាន $(E): y''-6y'+5y=xe^{2x}$
8	១. រកចម្លើយទូទៅ y_h នៃសមីការ $(F): y''-6y'+5y=0$ សមីការសម្គាល់ $\lambda^2-6\lambda+5=0$ (2) មាន $1+(-6)+5=0$ ករណីពិសេស $\lambda_1=1,\ \lambda_2=5$ គឺ $\alpha=1,\ \beta=5$ (2)

ចម្លើយទូទៅ $y_h = Ae^{\alpha x} + Be^{\beta x}, A, B \in \mathbb{R}$ (2)

ដូចនេះ: $\boxed{y_h = Ae^{x} + Be^{5x}, A, B \in \mathbb{R}}$ (2)

7 ៦.កំណត់ A និង B

$y_p = e^{2x}(Ax+B)$ ជាចម្លើយមួយនៃ (E)

$y'_p = 2e^{2x}\cdot(Ax+B) + Ae^{2x} = e^{2x}(2Ax+2B+A)$ (1)

$y''_p = 2e^{2x}(2Ax+2b+A) + 2A\cdot e^{2x} = 2Ae^{2x}(2Ax+2B+2A)$ (1)

យើងបាន $y''_p - 6y'_p + 5y_p = xe^{2x}$ ពិតគ្រប់ x (1)

$2e^{2x}(2Ax+2B+2A) - 6e^{2x}(2Ax+2B+A) + 5e^{2x}(Ax+B) = xe^{2x}$

$4Ax+4B+4A-12Ax-12B-6A+5Ax+5B = x$ (1)

$-3Ax-3B-2A = x$ ពិតគ្រប់ x (1)

យើងបាន $\begin{cases} -3A = 1 \\ -3B-2A = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = -\dfrac{1}{3} & (1) \\ B = \dfrac{2A}{-3} = \dfrac{2}{9} & (1) \end{cases}$

ដូចនេះ: $\boxed{A = -\dfrac{1}{3}, B = \dfrac{2}{9}}$

5 ៧. បង្ហាញថា $y = y_h + y_p$ ជាចម្លើយនៃសមីការ (E)

មាន y_h ជាចម្លើយនៃ $(F) \Rightarrow y''_h - 6y'_h + 5y_h = 0$ ពិត (1) (1)

y_p ជាចម្លើយនៃ $(E) \Rightarrow y''_p - 6y'_p + 5y_p = xe^{2x}$ ពិត (2) (1)

$(1)+(2) \Rightarrow (y_h + y_p)'' - 6(y_h + y_p)' + 5(y_h + y_p) = xe^{2x}$ ពិត (1)

ទំនាក់ទំនងនេះបញ្ជាក់ថា $(y_h + y_p)$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ក្នុង សមីការ(E) (1)

ដូចនេះ: $\boxed{y = y_h + y_p \text{ ជាចម្លើយនៃសមីការ } (E)}$ ។ (1)

ការប្រៀបធៀប ៖

មាន $y_h = Ae^{x} + Be^{5x}, y_p = e^{2x}\left(-\dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{9}\right)$

$y = y_h + y_p = Ae^{x} + Be^{5x} + e^{2x}\left(-\dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{9}\right)$ (1)

$y' = Ae^{x} + 5Be^{5x} + 2e^{2x}\left(-\dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{9}\right) - \dfrac{1}{3}e^{2x}$

$= Ae^{x} + 5Be^{5x} - \dfrac{2}{3}xe^{2x} + \dfrac{1}{9}e^{2x}$ (1)

$y'' = Ae^{x} + 25Be^{5x} - \dfrac{2}{3}e^{2x} - \dfrac{4}{3}xe^{2x} + \dfrac{2}{9}e^{2x}$

$= Ae^{x} + 25Be^{5x} - \dfrac{4}{9}e^{2x} - \dfrac{4}{3}xe^{2x}$ (1)

យក $y = y_h + y_p$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ក្នុង (E)

$(Ae^{x} + 25Be^{5x} - \dfrac{4}{9}e^{2x} - \dfrac{4}{3}xe^{2x}) - 6(Ae^{x} + 25Be^{5x} + \dfrac{1}{9}e^{2x} - \dfrac{2}{3}xe^{2x})$

$+5(Ae^{x} + Be^{5x} - \dfrac{1}{3}xe^{2x} + \dfrac{2}{9}e^{2x}) = xe^{2x}$

$\Rightarrow Ae^{x} + 25Be^{5x} - \dfrac{4}{9}e^{2x} - \dfrac{4}{3}xe^{2x} - 6Ae^{x} - 30Be^{5x}$

$+4xe^{2x} - \dfrac{2}{3}e^{2x} + 5Ae^{x} + 5Be^{5x} - \dfrac{5}{3}xe^{2x} + \dfrac{10}{9}e^{2x} = xe^{2x}$

$xe^{2x} = xe^{2x}$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ (1)

ដូចនេះ: $\boxed{y = y_h + y_p \text{ ជាចម្លើយនៃសមីការ } (E)}$ ។ (1)

10 V.(៣០ពិន្ទុ) មាន $A(0,3,0), B(2,0,0)$ និង $C(0,0-1)$

១.- រកវ៉ិចទ័រជាធនៃរាបមុខ $\vec{n} = \overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{BC}$

• $\overrightarrow{AC} = (0-0, 0-3, -1-0) = (0,-3,-1)$ (1)

• $\overrightarrow{BC} = (0-2, 0-0, -1-0) = (-2,0-1)$ (1)

$\vec{n} = \overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{BC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -3 & -1 \\ -2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ (1)

$= \begin{vmatrix} -3 & -1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} 0 & -3 \\ -2 & 0 \end{vmatrix}\vec{k}$ (1)

$= (3-0)\vec{i} - (0-2)\vec{j} + (0-6)\vec{k}$

ដូចនេះ: $\boxed{\vec{n} = (3,2,-6)}$ (1)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

· គណនាផ្ទៃក្រឡានៃត្រីកោណ ABC

តាមរូបមន្ត $S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{BC}\right|=\frac{1}{2}\sqrt{3^2+2^2+(-6)^2}$ (2) (1)

$=\frac{1}{2}\sqrt{9+4+36}=\frac{1}{2}\sqrt{49}=\frac{7}{2}$

ដូចនេះ: $\boxed{S_{ABC}=\frac{7}{2}\text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$ ។ (2)

5 ៦. រកសមីការប្លង់ P

· រូបមន្ត $P: a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$ (1) (2)

· ដោយ P កាត់តាមគល់ $O(0,0,0)\Rightarrow x_0=y_0=z_0=0$ (1)

· ប្លង់ P ស្របទៅនឹងប្លង់ $ABC\Rightarrow P\perp\vec{n}$ ព្រោះ $\vec{n}\perp ABC$

ដែល $\vec{n}=(3,2-6)\Rightarrow a=3,b=2,c=-6$ (1)

$(1)\Rightarrow P: 3(x-0)+2(y-0)-6(z-0)=0$

ដូចនេះ: $\boxed{P: 3x+2y-6z=0}$ (1)

15 ៧.គណនា $(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OC}$

មាន $\overrightarrow{OA}=(0,3,0),\overrightarrow{OB}=(2,0,0),\overrightarrow{OC}=(0,0,-1)$

$\cdot\ \overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\0&3&0\\2&0&0\end{vmatrix}$ (1)

$=\begin{vmatrix}3&0\\0&0\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}0&0\\2&0\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}0&3\\2&0\end{vmatrix}\vec{k}$ (1)

$=0\vec{i}+0\vec{j}-6\vec{k}$ (1)

$(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OC}=0(0)+0(0)+(-6)(-1)=6$ (1)

ដូចនេះ: $\boxed{(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OC}=6}$ (1)

- លៀបនឹង ៦ ៖ ផលគុណចម្រុះ

$(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OC}=\begin{vmatrix}0&0&-1\\0&3&0\\2&0&0\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}3&0\\0&0\end{vmatrix}(0)-\begin{vmatrix}0&0\\2&0\end{vmatrix}(0)+\begin{vmatrix}0&3\\2&0\end{vmatrix}(-1)$

$=0-0-6(-1)=6$ (1)

ដូចនេះ: $\boxed{(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB})\cdot\overrightarrow{OC}=6}$ (2)

· ពិនិត្យកម្មវិធីនៃចតុមុខ $OABC$

រូបមន្ត $V_{OABC}=\frac{1}{6}\left|(\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB})\overrightarrow{OC}\right|$ (2)

$=\frac{1}{6}|6|=\frac{6}{6}=1$ (1)

ដូចនេះ: $\boxed{V_{OABC}=1\text{ ឯកតាមាឌ}}$ (2)

· ពិនិត្យកម្ពស់ពីគល់ O ទៅប្លង់នៃត្រីកោណ ABC

រូបមន្ត $V_{OABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}\times d(O,ABC)$ (2)

$\Rightarrow d(O,ABC)=\frac{3V_{ABC}}{S_{ABC}}=\frac{3\times1}{\frac{7}{2}}=\frac{3\times2}{7}$ (1)

ដូចនេះ: $\boxed{d(O,ABC)=\frac{6}{7}\text{ ឯកតាប្រវែង}}$ (2)

VI.(ការពិនិត្យ) មាន $C: y=f(x)=x-2+e^{1-x}, D=\mathbb{R}$

6 ១.គណនា $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x-2+e^{1-x})=\boxed{+\infty}$ (1)

ព្រោះ $\lim_{x\to+\infty}e^{1-x}=0$ (1)

$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x-2+e^{1-x})$ (ករណី $-\infty+\infty$)

$=\lim_{x\to-\infty}x\left(1-\frac{2}{x}+\frac{e^{1-x}}{x}\right)=\boxed{+\infty}$ (1)

ព្រោះ $\lim_{x\to-\infty}\frac{2}{x}=0,\ \lim_{x\to-\infty}\frac{e^{1-x}}{x}=-\infty$ (1)

· រកសមីការអាស៊ីមតូតទ្រេត L នៃក្រាប C.

$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(x-2)]=\lim_{x\to+\infty}e^{1-x}=0$ (1) (1)

ដូចនេះ: $\boxed{\text{បន្ទាត់ } L: y=x-2 \text{ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប } C \text{ ជាមួយ } +\infty}$

14 ២.បង្ហាញថា f មានតម្លៃអប្បបរមាត្រង់ $x=1$

$+(1-x)'\cdot e^{1-x}$ (1)

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

$f'(x)=1-e^{1-x}$ (2)

- $f'(x)=0 \Leftrightarrow 1-e^{1-x}=0 \Leftrightarrow 1-x=0 \Leftrightarrow x=1$ (1)
- $f'(x)>0 \Leftrightarrow e^{1-x}<1 \Leftrightarrow 1-x<0 \Leftrightarrow x>1$ (1)
- $f'(x)<0 \Leftrightarrow e^{1-x}>1 \Leftrightarrow 1-x>0 \Leftrightarrow x<1$ (1)

តារាងសញ្ញាដេរីវេ

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

ត្រង់ $x=1 \Rightarrow f'(x)=0$ លាយប្តូរសញ្ញាពី $(-)$ ទៅ $(+)$ ។ (2)

ដូចនេះ $\boxed{f \text{ មានតម្លៃអប្បបរមាមួយត្រង់ } x=1}$ ។ (2)

- តម្លៃអប្បបរមា $f(1)=1-2+e^{1-1}=-1+1=0$ (1)
- តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$		1		$+\infty$	(1)
$f'(x)$		$-$	0	$+$		(1)
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$	(1)

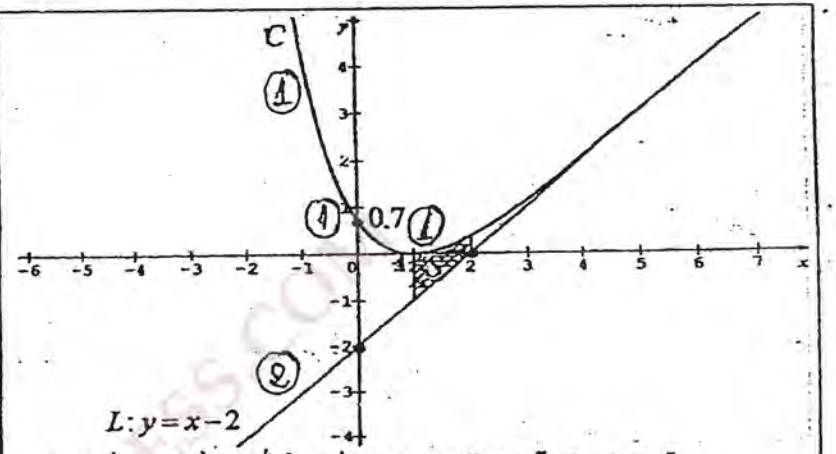
7 ៣.សង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយតូអរដោនេមួយ

L:

x	0	2
y	-2	0

(1)

រំនួយ $f(0)=0-2+e=-2+2.7=0.7$ (1)



8 ៤.គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្នែកចន្លោះ កំណត់ដោយក្រាប C អាស៊ីមតូតទេរ L បន្ទាត់ឈរ $x=1, x=2$

$S=\int_1^2[x-2+e^{1-x}-(x-2)]dx$ (2)

$=\int_1^2 e^{1-x}dx=-\int_1^2(1-x)'e^{1-x}dx$ (2)

$=-\left[e^{1-x}\right]_1^2=-\left(e^{1-2}-e^{1-1}\right)=e^0-e^{-1}=1-e^{-1}$ (2)

ដូចនេះ $\boxed{S=(1-e^{-1}) \text{ ឯកតាផ្ទៃ}}$ ។ (2)

ធ្វើនៅភ្នំពេញ ថ្ងៃទី ២៧ ខែមិថុនា ឆ្នាំ ២០១២

ប្រធានកំណែ

នាង ឃ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និង កីឬ | លេខបន្ទប់.....

ប្រឡងនិទាឃរដូវថ្នាក់ឆ្នាំទី១២ កម្រិតទី២ | លេខតុ :.....

ឆ្នាំ និងឆ្នាំសិក្សា : សម្រាប្រឡង : ..ខែ.មិថុនា ២០១២..... | ពេលប្រឡង :.....

១..... | នាមត្រកូលនិងនាមខ្លួន :.....

២..... | ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត :..... | អក្សរសម្គាត់

ភេទ :.....

*បេក្ខជនមិនត្រូវជ្រើសរើសសញ្ញាសំគាល់អ្វីមួយនៅលើមុខក្រដាសប្រឡងឡើយ ។ លទ្ធិកម្មវិធីណាដែលមានសញ្ញាសំគាល់ទាំងក្រៅបានពិន្ទុសូន្យ ។

មុខវិជ្ជា : គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម) ពេលវេលា : ៩០នាទី ពិន្ទុ :៧៥

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ :

១.បេក្ខជនត្រូវសរសេរព្រះនាមរបស់ខ្លួន រួចចម្លងនូវផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលត្រូវកាត់ចេញ ។ បានន័យការសរសេរម្តងនៅលើកន្លែងចម្លងនូវនៃ២ទាន ។

២.បេក្ខជនត្រូវតែសរសេរដោយប្រុងប្រយ័ត្ន ដោយសារតែលើកនេះ ដោយសារតែ២ទាន សម្រាប់ការសរសេរម្តងបន្ត ។

I.(១០ពិន្ទុ)

5 ១.ដោះស្រាយសមីការឌីផេរង់ស្យែល $(E): y'-3y=0$ ។

5 ២.រកចម្លើយ y_p មួយនៃសមីការ (E) ដើម្បីឲ្យក្រាបនៃចម្លើយកាត់តាមចំណុច $M(0,1)$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) អេលីប E មួយមានសមីការ $x^2+4y^2-2x+16y+13=0$ ។

10 ១. រកកូអរដោនេផ្ចិត កំណុំ និងកំពូលនៃអេលីប E ។

5 ២. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងអេលីប E និងអ័ក្សអរដោនេ $y'Oy$ ។

III.(២០ពិន្ទុ) គេឲ្យ $A(x)=\dfrac{x+1}{(x-1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x\neq 1$ ។

10 ១. រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ $A(x)=\dfrac{a}{x-1}+\dfrac{b}{(x-1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x\neq 1$ ។

10 ២. គណនា $I(x)=\int A(x)dx$ ។

IV.(៣០ពិន្ទុ)អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះគ្រប់ x ដោយ $y=f(x)=x+e^x$ និងមានក្រាប C ។

6 ១. គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ។

4 ២. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $d: y=x$ ជាអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃ ក្រាប C កាលណា $x\to-\infty$

8 ៣. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃ f ។

2 ២. គណនា $f(-1), f(0), f(1)$ ហើយសង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។

គេយក $e=2.7, e^{-1}=0.4$ ។ ✍ ✍

អ្នករាជ្យកំណែគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២ ប្រឡងចេញសញ្ញាបត្រទី២

(ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម)

សម័យប្រឡង ថ្ងៃទី២៥ ខែមិថុនា ឆ្នាំ២០១២

ពិន្ទុ	
5	I.(១០ពិន្ទុ) ១.ដោះស្រាយសមីការឌីផេរង់ស្យែល $(E): y'-3y=0$ (E) មានរាង $y'+ay=0$ ដែល $a=-3$ (1) ចម្លើយទូទៅ $y_c=Ae^{-ax}, A\in\mathbb{R}$ (2) ដូចនេះ $\boxed{y_c=Ae^{3x}, A\in\mathbb{R}}$ ។ (2)
5	២.រកចម្លើយ y_p មួយនៃសមីការ (E) មាន $y=Ae^{3x}, A\in\mathbb{R}$ ក្រាបនៃចម្លើយកាត់តាមចំណុច $M(0,1)$ គេបាន $y(0)=1$ (1) $\Rightarrow 1=Ae^0 \Rightarrow A=1$ (2) ដូចនេះ $\boxed{y_p=e^{3x}}$ ។ (2)
10	II. (១៥ពិន្ទុ) ១. រកកូអរដោនេផ្ចិត កំណុំ និងកំពូលនៃអេលីប E E មានសមីការ $x^2+4y^2-2x+16y+13=0$ $(x^2-2x)+4(y^2+4y)=-13$ $(x^2-2x+1)+4(y^2+2y\cdot 2+2^2)=-13+1+16$ (1) $(x-1)^2+4(y+2)^2=4$ (1) $\dfrac{(x-1)^2}{4}+\dfrac{(y+2)^2}{1}=1$ (1) E មានទម្រង់ $\dfrac{(x-h)^2}{a^2}+\dfrac{(y-k)^2}{b^2}=1$ (អ័ក្សធំដេក) $h=1, k=-2, a^2=4 \Rightarrow a=2, b^2=1 \Rightarrow b=1$ (1) និង $c^2=a^2-b^2=4-1=3 \Rightarrow c=\sqrt{3}$ (1) • ផ្ចិត $I(h,k) \Rightarrow \boxed{I(1,-2)}$ (1)

WWW.SOKPISETH.WORDPRESS.COM
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

∘ កំណុំ $F_1(h-c,k) \Rightarrow \boxed{F_1(1-\sqrt{3},-2)}$ (1)

និង $F_2(h+c,k) \Rightarrow \boxed{F_2(1+\sqrt{3},-2)}$ ។ (1)

∘ កំពូល $V_1(h-a,k) \Rightarrow \boxed{V_1(-1,-2)}$ (1)

និង $V_2(h+a,k) \Rightarrow \boxed{V_2(3,-2)}$ ។ (1)

5 ៦. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងអេលីប E និងអ័ក្សអរដោនេ $y'Oy$

ចំពោះ: $x=0 \Rightarrow 4y^2+16y+13=0$ (1)

មាន $\Delta' = 8^2-4(13) = 64-52 = 12 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{3}$ (1)

ឬ $y_1 = \frac{-8-2\sqrt{3}}{4} = -\frac{4+\sqrt{3}}{2}$ (1) ឬ $y_2 = \frac{-8+2\sqrt{3}}{4} = -\frac{4-\sqrt{3}}{2}$ (1)

ដូចនេះ: E កាត់ $y'Oy$ ត្រង់ពីរចំណុច $\boxed{\left(0,-\frac{4+\sqrt{3}}{2}\right) \text{ និង } \left(0,-\frac{4-\sqrt{3}}{2}\right)}$ (1)

III.(៦០ពិន្ទុ)

គេឲ្យ $A(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 1$

10 ១. រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ $A(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 1$

មាន $A(x) = \frac{x+1}{(x-1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq 1$ និង $A(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{(x-1)^2}$

$\frac{a(x-1)+b}{(x-1)^2} = \frac{x+1}{(x-1)^2}$ (2)

យើងបាន $a(x-1)+b = x+1 \Leftrightarrow ax-a+b = x+1 \Leftrightarrow a=1$ (2) (2)

និង $-a+b=1 \Leftrightarrow b = 1+a = 2$ (2)

ដូចនេះ: $\boxed{a=1, b=2}$ (2)

10 ២. គណនា $I(x) = \int A(x)dx$ មាន $A(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2}$

$I(x) = \int \left(\frac{1}{x-1} + \frac{2}{(x-1)^2}\right)dx$ (2)

$I(x) = \int \left(\frac{(x-1)'}{x-1} + \frac{2(x-1)'}{(x-1)^2}\right)dx$ (2)

ដូចនេះ: $\boxed{I(x) = \ln|x-1| - \frac{2}{x-1} + C, C \in \mathbb{R}}$ ។ (6)

IV.(៣០ពិន្ទុ) មាន $C: f(x) = x + e^x$, $D = \mathbb{R}$

6 ១.គណនា $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(x+e^x) = \boxed{+\infty}$ (2) (ព្រោះ: $\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$) (1)

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(x+e^x) = \boxed{-\infty}$ (2) (ព្រោះ: $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$) (1)

4 ២. បង្ហាញថាបន្ទាត់ $d: y = x$ ជាអាស៊ីមតូតអេក្រង់នៃ ក្រាបC កាលណា $x \to -\infty$

មាន $C: f(x) = x + e^x$ និង $d: y = x$

ដោយ $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-x] = \lim_{x\to-\infty} e^x = 0$ (2)

ដូចនេះ: $\boxed{\text{បន្ទាត់ } d: y = x \text{ ជាអាស៊ីមតូតអេក្រង់នៃ ក្រាបC ខាង } -\infty}$ (2)

8 ៣. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាព នៃ f

ដេរីវេ $f'(x) = (x)' + (e^x)' = \boxed{1+e^x}$ (4)

មាន $f'(x) = 1+e^x > 0, \forall x \in D$

តារាងអថេរភាពនៃ f

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

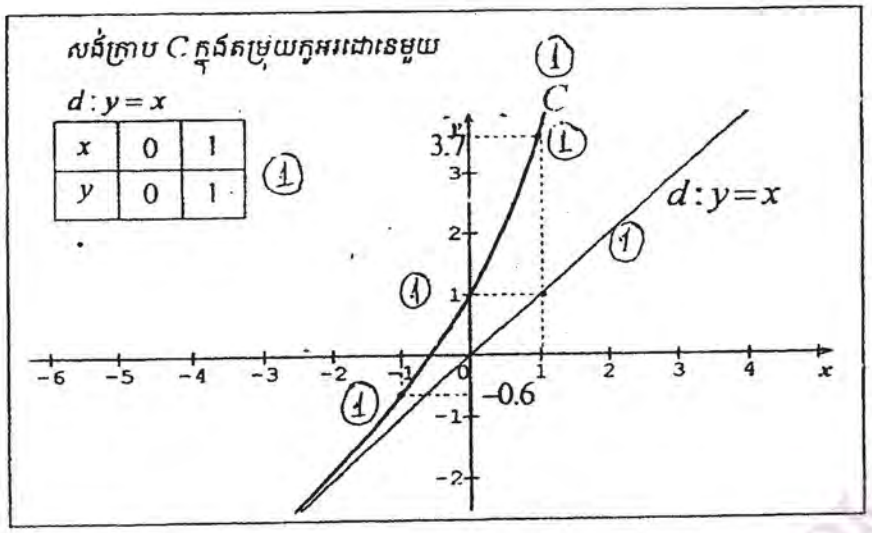
(1) (1) (1)

12 ៤. គណនា $f(-1), f(0), f(1)$ ហើយសង់ក្រាបC ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ

∘ $f(-1) = -1+e^{-1} = -1+0.4 = \boxed{-0.6}$ (2)

∘ $f(0) = 0+e^0 = \boxed{1}$ (2)

∘ $f(1) = 1+e = 1+2.7 = \boxed{3.7}$ (2)



ធ្វើនៅភ្នំពេញ ថ្ងៃទី ២៧ ខែបិទុនា ឆ្នាំ ២០១២

ប្រធានកំណែ

នាង ឃ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

មុខវិជ្ជា : គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ) រយៈពេល : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្ងាត់

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង់ក្រដាសនេះជាមួយ រួចកត់ត្រាលេខកូដ២ ឱ្យប៉ុនប្រអប់ផ្ទៃកនាងលើ នៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងកត់ត្រាលេខនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវកត់ត្រាសរុបនូវចម្លើយ ឱ្យចំពាក់កណ្តាលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយ ។

I. (១០ពិន្ទុ) គេឱ្យចំនួនកុំផ្លិច $x=-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$ និង $y=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ។

4pt ១. គណនា $A=x-y^2$ និង $B=x^2+x+1$ ។

6pt ២. សរសេរ x និង y ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ហើយបង្ហាញថា $C=x^{2013}+y^{2013}$ ជាចំនួនពិត ។

II. (១៥ពិន្ទុ) គេចង់បង្កើតចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់ ដែលខ្ទង់ទាំងបីមានលេខខុសៗគ្នា ដោយយកចេញពីលេខ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ។

5pt ១. រកចំនួនករណីអាច ។

5pt ២. រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះ ជាពហុគុណនៃ 5 ។

5pt ៣. រកប្រូបាប ដែលចំនួនមានលេខ 3 ខ្ទង់នោះ ជាចំនួនគូ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យអនុគមន៍ $y=g(x)=xe^{2x}$ ។

10pt ១. រកដេរីវេ $g'(x)$ និង $g''(x)$ ។ ទាញបញ្ជាក់ថា អនុគមន៍ g មានអប្បបរមាត្រង់ $x=-0.5$ ។

5pt ២. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបតាង $y=g(x)$ ត្រង់ $x=1$ ។

IV. (២០ពិន្ទុ) គេឱ្យសមីការ $y''-4y'+5y=0$ (E) ។

8pt ១. រកចម្លើយទូទៅ y_g នៃសមីការ (E) ។

12pt ២. គេដឹងថា $y_p=a\cos x+b\sin x$ ជាចម្លើយពិសេសនៃសមីការ $y''-4y'+5y=4\cos x-12\sin x$ (F) ចំពោះគ្រប់ចំនួនពិត x ។ រកចំនួនពិត a និង b ហើយទាញរកចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (F) ។

V. (៣០ពិន្ទុ)

១. អេលីប E មួយមានសមីការ $25x^2+16y^2-150x+64y=111$ ។

10pt ក. រកកូអរដោនេនៃផ្តិត កំពូល និងកំណុំរបស់អេលីប E ។

3pt ខ. សង់អេលីប E ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។

២. ចំណុច $M(-1,0,1)$, $N(0,1,2)$ និង $P(1,2,-1)$ ស្ថិតនៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ មួយ ។ ប្លង់ α មួយមានសមីការ $x-2y+z-4=0$ ។

10pt ក. រកកូអរដោនេនៃ $\vec{n}=\overrightarrow{MN}\times\overrightarrow{MP}$ ហើយទាញរកសមីការប្លង់ β ដែលកាត់តាមចំណុច M, N និង P ។

4pt ខ. រកសមីការស្តង់ដានៃស្ហ៊ែ S មួយដែលមានផ្តិត M ហើយកាត់តាម N ។ តើប្លង់ α ជួបនឹងស្ហ៊ែ S ឬទេ ?

VI. (៣៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x>0$ ដោយ $y=f(x)=1-\frac{2\ln x}{x}$ ហើយមានក្រាប C ។

6pt ១. រក $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to 0} f(x)$ ។ រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

15pt ២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

4pt ៣. សង់ក្រាប C នៅក្នុងតម្រុយកូអរដោនេមួយ ។ គេឱ្យ $e=2.7$, $\frac{2}{e}=0.7$ ។

4pt ៤. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកម្រិតកំណត់ដោយ ក្រាប C អាស៊ីមតូតដេក បន្ទាត់ឈរ $x=1$ និង $x=e$ ។

ចម្លើយ

www.pisethsok.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

អាណាគតវិលភពលិតនៃ ប្រធានក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឬ ទូទាំងប្រទេសកម្ពុជា

* ១០ លក្ខណៈ តាមចាស់ តាមកាលបរិច្ឆេទ
ផ្តើមចាប់ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១
- ១០ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១
$n(A) = 7.8.1$

I

1. គណនា $A = x - y^2$ និង $B = x^2 + x + 1$

4pt $y = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y^2 = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

1pt $y^2 = \frac{1}{4} - i\frac{\sqrt{3}}{2} + i^2\frac{3}{4} \Leftrightarrow y^2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow A = x - y^2 \Leftrightarrow A = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

1pt $\Leftrightarrow \boxed{A = 0}$

$x = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x^2 = \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

1pt $\Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} + i\frac{\sqrt{3}}{2} + i^2\cdot\frac{3}{4} = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

យើងមាន $B = x^2 + x + 1$ សរសេរ

$B = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = 0$

1pt ដូច្នេះ $\boxed{B = 0}$

6pt 2. សរសេរ x, y លក្ខណៈត្រីកោណមាត្រ

1pt $x = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$

ឬ $x = \cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}$

1pt $y = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}$

ដោយ $c = x^{2013} + y^{2013}$

1pt $c = \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\times 2013\right) + i\sin\left(-\frac{2\pi\cdot 2013}{3}\right) +$

1pt $\cos\frac{2\pi\cdot 2013}{3} + i\sin\frac{2\pi\cdot 2013}{3}$

1pt $c = \cos(-2\cdot 671\pi) + i\sin(-2\cdot 671\pi) +$

$\cos(2\cdot 671\pi) + i\sin(2\cdot 671\pi)$

1pt $c = 1 + 0 + 1 + 0 \Leftrightarrow \boxed{c = 2 \text{ ជាចំនួនពិត}}$

II

1. 10pt ក. ចំនួនការរៀបចំ

2pt អាចជ្រើសរើស ៣ សិស្សក្នុងចំណោម ១ គឺ $P(9,3)$

$P(9,3) = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9.8.7.6!}{6!} = 9.8.7$

3pt $\boxed{n(S) = 504}$

2. ក្បួនបូកនៃប្រូបាប៊ីលីតេ. A: ចំនួនដោះដូរ ២ នាក់

ចំនួនការរៀបចំ A: ចំនួនដែលអាចមានតួលេខ

ទីតាំងសិស្ស ២ នាក់ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១

3pt យើងបាន $n(A) = P(8,2)\times 1 = \frac{8!}{(8-2)!}$

$n(A) = 8.7$

ចំនួនការរៀបចំ: $n(S) = 9.8.7$

2pt យើងបាន $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8.7}{9.8.7} = \frac{1}{9}$

$\boxed{P(A) = \frac{1}{9}}$

3. ក្បួនគុណនៃប្រូបាប៊ីលីតេ B: ចំនួនដោះដូរមានតួ

ចំនួនការរៀបចំ B: ចំនួនតួលេខដែលមាន

ចាប់ពីលេខ 2, 4, 6, 8 ដូច្នេះ

ទីតាំងយើងមាន $C(4,1) = 4$ ដែលសល់ ១ លេខ ១

3pt ទីតាំងទៀតមាន $P(8,2) = 8.7$ ១ យើងបាន

ចំនួនការរៀបចំ B: $n(B) = 8.7.4$

2pt ដូច្នេះ $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{8.7.4}{9.8.7} = \frac{4}{9}$

$\boxed{P(B) = \frac{4}{9}}$

III

1. 10pt ១. $g'(x)$ និង $g''(x)$

$g(x) = xe^{2x} \Rightarrow g'(x) = x'e^{2x} + x(e^{2x})'$

3 $\boxed{g'(x) = e^{2x} + 2xe^{2x} = (1+2x)e^{2x}}$

$g''(x) = (1+2x)'e^{2x} + (e^{2x})'(1+2x)$

3 $\boxed{g''(x) = 2e^{2x} + 2e^{2x}(1+2x) = 4(1+x)e^{2x}}$

១. ១ បញ្ជាក់ថា g មានអប្បបរមាត្រង់ $x = -\frac{1}{2}$

1 $g'(-\frac{1}{2}) = (1 - 2\cdot\frac{1}{2})e^{-1} = 0$

1 $g''(-\frac{1}{2}) = 4(1 - \frac{1}{2})e^{-1} = 2e^{-1} > 0$

2 ដោយ $\left.\begin{array}{l} g'(-\frac{1}{2}) = 0 \\ g''(-\frac{1}{2}) > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ g មានអប្បបរមា

ត្រង់ $x = -\frac{1}{2}$

5pt 2. ១. សមីការបន្ទាត់ប៉ះ និងធ្លាប ត្រង់ $x = 1$

1 សមីការបន្ទាត់ប៉ះ: សរសេរ $y - y_0 = y_0'(x - x_0)$

1+1 $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = e^2$ ហើយ $y_0' = 3e^2$ យើងបាន

$y - e^2 = 3e^2(x - 1) \Leftrightarrow y = 3e^2x - 2e^2$

2 $\boxed{y = 3e^2x - 2e^2}$

* (ដូចតាមការកត់ត្រាដៅ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១ ១)

(IV) ១៧. រកចម្លើយទូទៅ y នៃសមីការ (E)

2 សមីការសម្គាល់សមត្រាប់ $\lambda^2-4\lambda+5=0$

2 $\Delta'=4-5=-1=i^2$ ហើយ $\lambda=2\pm i$

$\alpha=2$, $\beta=1$

ចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (E) សមត្រាប់

1 $y=(A\cos\beta x+B\sin\beta x)e^{\alpha x}$

3 $\boxed{y=(A\cos x+B\sin x)e^{2x},\ A,B\in R}$

12pt 2. រកចំនួនថេត a, b ដែល A,B∈R ២pt

$y=a\cos x+b\sin x$

1pt $\Rightarrow y'=-a\sin x+b\cos x$

1pt $\Rightarrow y''=-a\cos x-b\sin x$

បើ y_p គឺជាចម្លើយរបស់ (F) :

$y_p''-4y_p'+5y_p=4\cos x-12\sin x$ ដូចគ្នា

2pt $\Leftrightarrow -a\cos x-b\sin x-4(-a\sin x+b\cos x)+5(a\cos x+b\sin x)=4\cos x-12\sin x$ ដូចគ្នា

2pt $\Rightarrow 4(a-b)\cos x+4(a+b)\sin x=4\cos x-12\sin x$

សមីការនេះជាការជាចាស់ $\forall x\in R$ ពិតលុះ

2pt $\begin{cases}4(a-b)=4\\4(a+b)=-12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-b=1\\a+b=-3\end{cases}$

$2a=-2\Leftrightarrow a=-1$

1pt ហើយ $a-b=1\Leftrightarrow b=a-1=-2$

$\boxed{a=-1,\ b=-2}$ 1pt

ហើយ $y_p=-\cos x-2\sin x$

ចម្លើយទូទៅនៃសមីការ (F) គឺ $y=y_p+y_q$

2pt $\boxed{y=-\cos x-2\sin x+(A\cos x+B\sin x)e^{2x}}$

(ក្នុង A,B∈R ដាក់ 1pt) , A,B∈R

(V) 13pt ១. ស្វែងរកសមីការនៃផ្ទៃ-ស្វ-ស្ហ

$25x^2+16y^2-150x+64y=111$

1 $\Leftrightarrow(25x^2-150x)+(16y^2+64y)=111$

1 $\Leftrightarrow 25(x^2-6x+9)-225+16(y^2+4y+4)-64=111$

1 $\Leftrightarrow 25(x-3)^2+16(y+2)^2=400$

1 $\Leftrightarrow \frac{(x-3)^2}{16}+\frac{(y+2)^2}{25}=1$

ឬអាចសរសេរ $\frac{(x-h)^2}{b^2}+\frac{(y-k)^2}{a^2}=1$

ដែល $h=3,\ k=-2,\ a=5,\ b=4$

1 ហើយ $c^2=a^2-b^2=9\Rightarrow c=3$

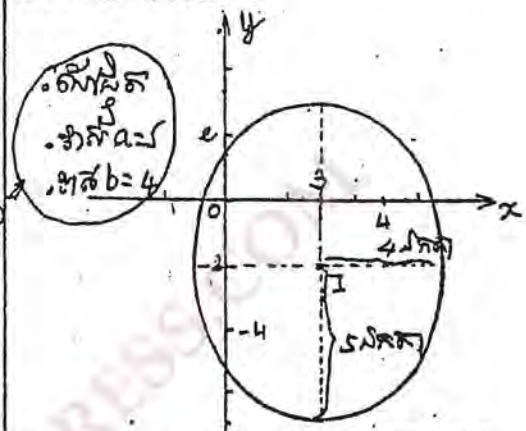
ដូច្នេះ $I(h,k)=I(3,-2)$

S: ចំកាត់ $V_1(h,k-a)=V_1(3,-7)$, $V_2(h,k+a)=V_2(3,3)$

ឫស្តាំ $F_1(h,k-c)=F_1(3,-5)$, $F_2(h,k+c)=F_2(3,1)$

2. សង់ក្រាហ្វិច E

3



10pt ២. ក. រកកូអរដោណេនៃ $\vec{n}=\vec{MN}\times\vec{MP}$

$\vec{MN}=(x_N-x_M,\ y_N-y_M,\ z_N-z_M)$

1pt $\vec{MN}=(1,1,1)$

$\vec{MP}=(x_P-x_M,\ y_P-y_M,\ z_P-z_M)$

1pt $\vec{MP}=(2,2,-2)$

2pt $\vec{MN}\times\vec{MP}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\1&1&1\\2&2&-2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}1&1\\2&-2\end{vmatrix}\vec{i}-\begin{vmatrix}1&1\\2&-2\end{vmatrix}\vec{j}+\begin{vmatrix}1&1\\2&2\end{vmatrix}\vec{k}$

1pt $\vec{MN}\times\vec{MP}=-4\vec{i}+4\vec{j}+0\vec{k}\Rightarrow\boxed{\vec{n}=(-4,4,0)}$

រកសមីការប្លង់ P

ប្លង់ P កាត់តាមចំណុច N(0,1,2) ដែលមានវិចទ័រណរម៉ាល់ $\vec{n}=(-4,4,0)$ មានសមីការ

1pt $a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0$

2pt $\Leftrightarrow -4(x-0)+4(y-1)+0(z-2)=0$

1pt $\Leftrightarrow \boxed{x-y+1=0}$

14pt ២. រកសមីការស្វ៊ីតនៃផ្ទៃ S

ដែលមានកាត់តាម N ដែល MN ជាកាំនៃផ្ទៃ

1pt $MN=\sqrt{1^2+1^2+1^2}=\sqrt{3}$

សមីការស្វ៊ីតនៃផ្ទៃ S សរសេរ

1pt $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

1pt $\boxed{(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3}$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

តើប្តូរ α ដូចម្តេចបាន?

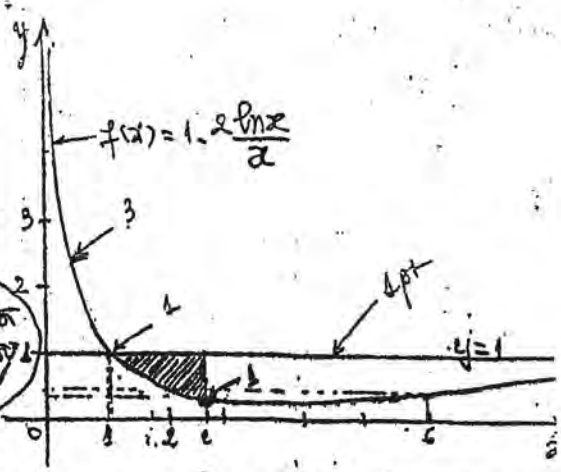
ចម្ងាយពីចំណុច M ទៅបន្ទាត់ α : $x-2y+z-4=0$

1pt គឺ $d(M,\alpha)=\dfrac{|ax_0+by_0+cz_0+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

1pt $d(M,\alpha)=\dfrac{|1\times(-1)-2\cdot 0+1\times 1-4|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}}=\dfrac{4}{\sqrt6}$

2pt $\boxed{\text{ដោយ } d(M,\alpha)=\frac{4}{\sqrt6}<R=\sqrt3 \text{ នោះ ប្តូរ } \alpha \text{ កាត់រង្វង់ បាន ០ រង្វង់ មួយ}}$

6pt ដើម្បីគូសក្រាហ



VI 1. រកលីមីតនៃ f

6pt $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1-\dfrac{2\ln x}{x}\right)=1-0=1$

2pt

1pt $\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1 \Rightarrow \text{ បន្ទាត់ } y=1 \text{ ជាអ.ដេកនៅ } +\infty}$

2pt $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(1-\dfrac{2}{x}\ln x\right)=+\infty$ ព្រោះ $\lim\limits_{x\to0^+}\ln x=-\infty$ (ដោះស្រាយ 1pt)

1pt $\boxed{\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty \Rightarrow \text{ បន្ទាត់ } x=0 \text{ ជាអ.ឈរ}}$

1.5pt 2. គណនា $f'(x)$ និងសិក្សាភាពកើនចុះ

2pt $f(x)=1-\dfrac{2\ln x}{x} \Rightarrow f'(x)=-2\dfrac{(\ln x)'x-\ln x}{x^2}$

5pt $f'(x)=\dfrac{-2\left(\frac{1}{x}\cdot x-\ln x\right)}{x^2} \Rightarrow \boxed{f'(x)=\dfrac{2(-1+\ln x)}{x^2}}$

$\forall x\in D=(0,+\infty) \Rightarrow x^2>0$ នោះ $f'(x)$ យកសញ្ញាតាម $-1+\ln x$

3pt
- បើ $-1+\ln x>0 \Leftrightarrow \ln x>1 \Leftrightarrow \ln x>\ln e \Leftrightarrow x>e$
- បើ $-1+\ln x<0 \Leftrightarrow 0<x<e$
- បើ $-1+\ln x=0 \Leftrightarrow x=e$

3pt

x	0		e		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	0.3	↗	1

2pt f មានអប្បបរមាមួយត្រង់ $x=e$ តម្លៃអប្បបរ.

នោះគឺ $f(e)=1-\dfrac{2\ln e}{e}=1-\dfrac{2}{e}=0.3$

4pt 3)

1pt

x	1	6
$f(x)=1-\frac{2\ln x}{x}$	1	0.4

4pt 4) គណនាក្រឡាក្នុងរវាងខ្សែកោងនៃអនុគមន៍ C បន្ទាត់ $y=1$, $x=1$, $x=e$

1 $S=\int_1^e\left(1-\left(1-\frac{2\ln x}{x}\right)\right)dx=\int_1^e 2\ln x\,d(\ln x)$

2 $S=2\left[\frac{\ln^2 x}{2}\right]_1^e=\ln^2 e-\ln^2 1=1-0$

1

2 $\boxed{S=1 \text{ រាងការ៉ា ក្រឡាក្នុង}}$

(ករណីតាមដាន 1pt)

ភ្នំពេញ ថ្ងៃ 12 តុលា 2012

ប្រធានសិក្សា ផ្នែកគណិត

ជាង

ចេមីដាមីយ

Sok Piseth - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

217

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឬា	លេខបន្ទប់ : .....
ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាពុតិយភូមិ ចំណេះទូទៅ និងបច្ចេកទេសវិជ្ជា	លេខតុ : .....
ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុវេក្ষ :	សម្រាប់ប្រឡង : ០៦ សីហា ២០១២ ម៉ោងប្រឡង : .....
១.	នាមត្រកូល និងនាមខ្លួន : .....
២.	ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : .....
	ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់

* បេក្ខជនមិនត្រូវចុះសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។

ចំណាត់ថ្នាក់ : គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម) រយៈពេល : ៩០នាទី ពិន្ទុ : ៧៥

អក្សរសម្ងាត់

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង្ហាញក្រដាសនេះជាពីរ រួចភ្ជាប់ផ្នែកខាងលើនៃចំព័ន្ធទី២ ឱ្យជាប់ផ្នែកខាងលើនៃចំព័ន្ធទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចេញ ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងភ្ជាប់ខ្នែងនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវកត់សម្គាល់ចំណាត់ថ្នាក់ចំណាត់ថ្នាក់ចំព័ន្ធទី២ និងចំព័ន្ធទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

I. (១០ពិន្ទុ) ក្នុងថតតុមួយមានសៀវភៅគណិតវិទ្យា 7 ក្បាល និងសៀវភៅភាសាខ្មែរ 5 ក្បាល ។ សិស្សម្នាក់បានយកសៀវភៅ 4 ក្បាលក្រមតា្ម ចេញពីថតតុដោយចៃដន្យ ។

6 ១. រកប្រូបាបដែល « សិស្សយកបានសៀវភៅគណិតវិទ្យាទាំង 4 ក្បាល » ។

4 ២. រកប្រូបាបដែល « សិស្សយកបានសៀវភៅភាសាខ្មែរ 1 ក្បាល យ៉ាងតិច » ។

II. (១៥ពិន្ទុ) អេលីប E មួយ មានសមីការទូទៅ $9x^2+4y^2+18x-24y+9=0$ ។

5 ១. រកសមីការស្តង់ដានៃអេលីប E ។

10 ២. រកប្រវែងអ័ក្សធំ និងអ័ក្សតូច ហើយ រកកូអរដោនេនៃផ្តិត កំពូល និងកំណុំនៃអេលីប E ។

III. (២០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ g កំណត់ចំពោះ $x\neq -1$ ដោយ $g(x)=\dfrac{4x-1}{(x+1)^2}$ ។

10 ១. រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឱ្យ $g(x)=\dfrac{a}{x+1}+\dfrac{b}{(x+1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x\neq -1$ ។

10 ២. ដោះស្រាយសមីការឌីផេរង់ស្យែល $(x+1)^2y'=4x-1$ ចំពោះ $x\neq -1$ ដោយដឹងថា $y(0)=2012$ ។

IV. (៣០ពិន្ទុ) គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ ហើយមានក្រាប C ។

12 ១. រកដែនកំណត់ និងសិក្សាសញ្ញានៃដេរីវេ $f'(x)$ នៃអនុគមន៍ f ។

8 ២. សរសេរសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ។

10 ៣. សង់ភាពងអថេរភាព សង់អាស៊ីមតូត និងក្រាប C នៃអនុគមន៍ f ។

ចម្លើយ

www.pisethsok.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

។ គ្រោងកំណត់ត្រាបណ្តុះបណ្តាលសិស្សថ្នាក់ត្រីមាសទី២ឆ្នាំ២០១៧ (ក)
ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ - វិទ្យាសាស្ត្រលក្ខណៈ

I. (10ពិន្ទុ) 1- ទាក់ទាញបាល់ "A" ដ៏ល្អ ហើយបានកាត់ចេញពីកញ្ចប់ដែលមានបាល់ 4 ក្រហម

6p តាមរូបមន្ត: $P(A) = \frac{\text{ករណីល្អ}}{\text{ករណីទាំងអស់}}$

(2) គេបាន $C(12,4) = \frac{12!}{(12-4)!4!} = \frac{12.11.10.9.8!}{8!4.3.2.1} = 11.5.9 = 495$ ករណីទាំងអស់

(2) ករណីល្អ $C(7,4) = \frac{7!}{(7-4)!4!} = \frac{7.6.5.4!}{3.2.4!} = 35$ ករណី

(2) គេបាន $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{35}{495} = \frac{7}{99} = 0.071$

ដូចនេះ: $\boxed{P(A) = 0.071}$

4p 2. ទាក់ទាញបាល់ពីកន្លែង B ចប់បានក្រៅពីភាគច្រើន 1 ក្រហម យ៉ាងតិច

(1) គេបាន $P(B)$ ស្មើនឹងក្រៅពី $P(A)$

(3) $\Rightarrow P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{99} = \frac{92}{99} = 0.929$

ដូចនេះ: $\boxed{P(B) = 0.929}$

II. (15 ពិន្ទុ) 1. កត់សម្គាល់ក្រាហ្វនៃសមីការ E

5p

$9x^2 + 4y^2 + 18x - 24y + 9 = 0$

(1) $\Rightarrow (9x^2 + 18x) + (4y^2 - 24y) = -9$

$9(x^2 + 2x + 1) + 4(y^2 - 6y + 9) = 45 - 9$

(2) $9(x+1)^2 + 4(y-3)^2 = 36$

$\frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$

(2) ដូចនេះ: $\boxed{\text{សមីការស្តង់ដារនៃសមីការ } E: \frac{(x+1)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1}$

10p 2: ទាញរកអ័ក្សធំ, អ័ក្សតូច ហើយទាក់ទាញក្រាហ្វ រួមទាំងចំណុចកំពូល និងចំណុចផ្តោតនៃ E

(2) - អ័ក្សធំ: $2a = 2.3 = 6$ ដូចនេះ: អ័ក្សធំ $\boxed{2a = 6}$ ដកតាមបន្ទាត់ x

(2) - អ័ក្សតូច: $2b$ ដែល $b = 2$ ដូចនេះ: អ័ក្សតូច $\boxed{2b = 4}$ ដកតាមបន្ទាត់ y

(1) - ផ្ចិត $(h,k) = (-1;3)$

(2) - កំពូល $S_1(h, k+a) = \boxed{(-1,6)}$; $S_2(h, k-a) = \boxed{(-1,0)}$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

- កំនុំ $F_1(h, k-c)$; $F_2(h, k+c)$ ②

① តែ $c^2 = a^2 - b^2 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}$

② ពេលនេះ $F_1(-1 ; 3-\sqrt{5})$

$F_2(-1 , 3+\sqrt{5})$ ដូចនេះ: $\boxed{\text{កំនុំ} \begin{cases} F_1(-1 ; 3-\sqrt{5}) \\ F_2(-1 ; 3+\sqrt{5}) \end{cases}}$

លំហាត់ III. 1. <u>រកចំនួនពិត a និង b ដើម្បីឲ្យ $g(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{(x+1)^2}$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq -1$</u>

10p.

គេមាន $g(x) = \frac{4x-1}{(x+1)^2}$ គេបាន $\frac{4x-1}{(x+1)^2} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{(x+1)^2}$ ②

$\frac{4x-1}{(x+1)^2} = \frac{ax+a+b}{(x+1)^2}$ ④

② គេទាញបាន $\begin{cases} a = 4 \\ a+b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -5 \end{cases}$ ②

ដូចនេះ $\boxed{a = 4 ; b = -5}$

10p 2. <u>ស្វែងរកសមីការនៃខ្សែកោងដែលមានសមីការ $(x+1)^2 y' = 4x-1$ ចំពោះគ្រប់ $x \neq -1$</u>

② គេបាន $y' = \frac{4x-1}{(x+1)^2}$ ដោយ $y' = \frac{dy}{dx}$

② $dy = \frac{4x-1}{(x+1)^2} dx \Rightarrow \int dy = \int \left(\frac{4}{x+1} - \frac{5}{(x+1)^2}\right) dx$ ②

② គេទាញបាន $y = 4\ln|x+1| + \frac{5}{(x+1)} + C \quad (C \in \mathbb{R})$

① ដោយដឹងថា $y(0) = 2012$

① គេបាន $2012 = 4\ln 1 + 5 + C \Rightarrow C = 2007$

ដូចនេះ: $\boxed{\text{ចំលើយសមីការគឺ } y = 4\ln|x+1| + \frac{5}{x+1} + 2007}$

IV. (30ពិន្ទុ)

12p 1. <u>រកដែនកំណត់ និង សិក្សាសញ្ញានៃដេរីវេ $f'(x)$ ទិសដៅបម្រែបម្រួលនៃ f</u>

គេមាន $f(x) = \frac{x^2+x+4}{x+1}$

② ដែនកំណត់ មានន័យ លុះត្រតែ $x+1 \neq 0 \quad \forall x \neq -1$

ដូចនេះ: $\boxed{\text{ដែនកំណត់ } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \ \forall x \in (-\infty ; -1) \cup (-1 ; +\infty)}$

គេបាន $f(x) = \frac{x^2+x+4}{(x+1)} = x + \frac{4}{(x+1)}$

④ $\Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{4}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x+1-4}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$

② បើ $f'(x) = 0 \Rightarrow x^2+2x-3 = 0$ ព្រោះ $a+b+c = 0$

$x_1 = 1 ; x_2 = -3$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

(ជ)

ដែល $(x+1)^2>0 \quad \forall x\neq -1$

(2)

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

(2) គេបាន:

$$\boxed{\begin{array}{l} f'(x)>0 \Rightarrow x\in(-\infty;-3)\cup(1;+\infty) \\ f'(x)<0 \Rightarrow x\in(-3;1)-\{-1\} \\ f'(x)=0 \Rightarrow x=-3;\ x=1 \quad (\text{ចំណុចពាក់}) \end{array}}$$

8p 2. សាកសួរលីមីតនៃអនុគមន៍ និងអាស៊ីមតូតខ្វែងរបស់ C

(2) គេមាន $\lim\limits_{x\to -1} f(x) \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to -1^+}\left(x+\frac{4}{x+1}\right) = -1+\frac{4}{0^+} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to -1^-}\left(x+\frac{4}{x+1}\right) = -1+\frac{4}{0^-} = -\infty \end{cases}$

(2) គេទាញបានថា $x=-1$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ

(2) គេមាន $y=f(x)=\frac{x^2+x+4}{x+1} = x+\frac{4}{x+1}$ ដោយ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{4}{x+1}=0$

(2) គេទាញ បន្ទាត់ $y=x$ ជាអាស៊ីមតូតខ្វែងរបស់ C

ហេតុនេះ:

បន្ទាត់ $x=-1$ ជាអាស៊ីមតូតឈរ
បន្ទាត់ $y=x$ ជាអាស៊ីមតូតខ្វែង

10p 3. សង់តារាងបម្រែបម្រួល - សង់អាស៊ីមតូត និងក្រាប(C) នៃអនុគមន៍ f

ដោយ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+\frac{4}{x+1}\right) = +\infty$ (ទាក់ទាមអាក់ទាន)

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\frac{4}{x+1}\right) = -\infty$

ករណីពិសេស

(1) ចំណុច: $x=-3 \Rightarrow f(-3)=-5$

(1) $x=1 \Rightarrow f(1)=3$

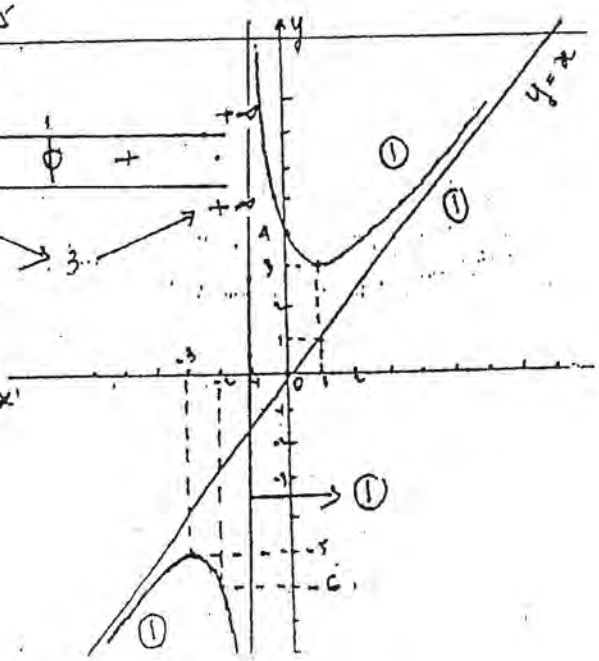
(1)

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-5	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

(1) តារាងតម្លៃ

x	-3	-2	-1	0	1
y	-5	-6	$\|\|$	4	3

x	0	1
$y=x$	0	1



ប្រធានរៀបចំកំណត់

ហ៊ីម.លីមវ៉ាណ

www.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ឯកសារ : គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ) រយៈពេល : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្ងាត់ លេខ១

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង់ក្រដាសនេះជាពីរ ។ ចម្លងសម្រាយនៅផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងផ្ទាល់ខ្លួនទេ ។

២. បេក្ខជនត្រូវចូលបន្ទាត់បញ្ជរឱ្យចំតាក់ណាស់ចំពីរទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

I. (១៥ពិន្ទុ) គេឱ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{8-8\cos x}{x(e^{2x}-1)}$ $(x\neq 0)$ ហើយ $f(0)=\dfrac{1}{1006}(m-1)$ ។

8. ១. គណនា $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ ។

7 ២. កំណត់តម្លៃ m ដើម្បីឱ្យ f ជាអនុគមន៍ជាប់ត្រង់ $x=0$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) គេមានចំនួនកុំផ្លិច $a=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}i$ និង $b=2+2\sqrt{3}i$ ។

7. ១. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច $\dfrac{a}{b}$ ជាទម្រង់ពិជគណិត ។

8. ២. សរសេរចំនួនកុំផ្លិច a , b និង $\dfrac{a}{b}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

III. (១៥ពិន្ទុ) អនុគមន៍ h កំណត់ដោយ $y=h(x)=\sin(\cos^2 x)$ ។

7. ១. បង្ហាញថា $h'(x)+\sin 2x\cdot\cos(\cos^2 x)=0$ ។

8. ២. រកសមីការបន្ទាត់ប៉ះនឹងក្រាបតាងអនុគមន៍ h ត្រង់ $x=\dfrac{\pi}{4}$ ។

IV. (១៥ពិន្ទុ)

5 ១. គណនាអាំងតេក្រាល $I(x)=\int\left(\dfrac{e^x}{1-e^x}\right)dx$ ។

5 ២. រកចំនួនពិត A និង B ដើម្បីឱ្យ $\dfrac{e^x}{1-e^x}=A+\dfrac{B}{1-e^x}$ ចំពោះគ្រប់ $x\neq 0$ ។

5 ៣. ទាញរកអាំងតេក្រាល $J(x)=\int\left(\dfrac{1}{1-e^x}\right)dx$

V. (៣០ពិន្ទុ) អនុគមន៍ f កំណត់ចំពោះ $x\neq -1, x\neq 1$ ដោយ $y=f(x)=\dfrac{x^2+3x}{x^2-1}$ ហើយមានក្រាប C ។

6 ១. រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

12 ២. គណនា $f(0), f(-3)$ និង $f'(0)$ ។ សិក្សាសញ្ញានៃដេរីវេ $f'(x)$ ហើយសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

12 ៣. សង់ក្រាប C នៃអនុគមន៍ f ។ ទាញរកសំណុំបូលនៃវិសមីការ $\dfrac{x^2+3x}{x^2-1}\leq 0$ ដោយប្រើក្រាប C ។

VI. (៣៥ពិន្ទុ) ក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ គេឱ្យចំណុច $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$ និង $C(0,0,1)$ ។

5. ១. បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណសមមុម ។

10. ២. គណនាផលគុណនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{n}=\vec{AB}\times\vec{AC}$ រួចរកសមីការប្លង់ ABC ។

5. ៣. រកចម្ងាយពីចំណុច $D(0,1,1)$ ទៅប្លង់ ABC ។

7. ៤. រកសមីការស្ហ្វែ S ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត AC ។

8. ៥. រកសមីការប្លង់ P ប៉ះស្ហ្វែ S ត្រង់ C ។

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

I. (15)

8pts ១. គណនាលីមីត $\lim_{x\to 0} f(x)$

• $f(x) = \dfrac{8(1-\cos x)}{x(e^{2x}-1)}$

(2) $= \dfrac{8(1-\cos^2 x)}{x(e^{2x}-1)(1+\cos x)} = \dfrac{8\sin^2 x}{x(e^{2x}-1)(1+\cos x)}$

(2) $= \left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{1}{\frac{e^{2x}-1}{2x}}\right) \cdot \left(\dfrac{4}{1+\cos x}\right)$

(2) • $\lim_{x\to 0} f(x) = \left(\lim_0 \dfrac{\sin x}{x}\right)^2 \left(\dfrac{1}{\lim_0 \frac{e^{2x}-1}{2x}}\right)\left(\lim_0 \dfrac{4}{1+\cos x}\right)$

(2) $= (1)^2\left(\dfrac{1}{1}\right)\left(\dfrac{4}{1+\cos 0}\right)$

$= \dfrac{4}{1+1} = 2$

7pts ២. កំណត់ m. ដើម្បីให้ f រាប់ $x=0$

(2) • $\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$

(2) $2 = \dfrac{m-1}{1006}$

(1) $2012 = m-1$

(2) • $m = 2013$

II. (15)

7pts ១. លេខសរសេរ $\frac{a}{b}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ

(2) • $\dfrac{a}{b} = \dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i}{2+2\sqrt{3}i} = \dfrac{1}{4}\,\dfrac{\sqrt{3}-i}{1+\sqrt{3}i}$

(2) $= \dfrac{1}{4}\,\dfrac{(\sqrt{3}-i)(1-\sqrt{3}i)}{1^2+(\sqrt{3})^2}$

(1) $= \dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{\sqrt{3}-3i-i+\sqrt{3}i^2}{1+3}$

(1) $= \dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{\sqrt{3}-4i-\sqrt{3}}{4} = \dfrac{1}{4}\left(-\dfrac{4i}{4}\right)$

(1) $= -\dfrac{i}{4}$

8pts ២. លេខសរសេរ a, b, $\frac{a}{b}$ ជាទម្រង់ត្រីកោណ

(1) • $a = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i = \cos\frac{\pi}{6} - i\sin\frac{\pi}{6}$

(1) $= \cos(-\frac{\pi}{6}) + i\sin(-\frac{\pi}{6})$.

(1) • $b = 2(1+\sqrt{3}i) = 4\left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

(1) $= 4(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})$.

• $\dfrac{a}{b} = \dfrac{\cos(-\frac{\pi}{6}) + i\sin(-\frac{\pi}{6})}{4(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3})}$

(2) $= \dfrac{1}{4}\left(\cos(-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3}) + i\sin(-\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3})\right)$

(2) $= \dfrac{1}{4}\left(\cos(-\frac{\pi}{2}) + i\sin(-\frac{\pi}{2})\right)$

III. (15)

7pts ១. បង្ហាញ $h'(x) + \sin 2x \cdot \cos(\cos^2 x) = 0$ នៅពេល $h(x) = \sin(\cos^2 x)$

• យើង $h'(x) = (\sin(\cos^2 x))'$

(2) $= \cos(\cos^2 x) \times (\cos^2 x)'$

(2) $= \cos(\cos^2 x) \times 2\cos x\,(\cos x)'$

(1) $= \cos(\cos^2 x) \times 2\cos x\,(-\sin x)$

(1) $= -\sin 2x \cdot \cos(\cos^2 x)$

• ឧទាហរណ៍: $h'(x) + \sin 2x \cdot \cos(\cos^2 x) = 0$

8pts ២. សរសេរសមីការបន្ទាត់ d.

(2) • d: $y = h'(x_0)(x-x_0) + y_0$ (1)

• នៅពេល $x_0 = \frac{\pi}{4}$

(1) $y_0 = h(x_0) = \sin(\cos^2\frac{\pi}{4})$

$= \sin\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\right) = \sin(\frac{1}{2})$

• យើង $h'(x_0) = h'(\frac{\pi}{4})$

(1) $= -\sin 2\frac{\pi}{4} \cdot \cos(\cos^2\frac{\pi}{4})$

(1) $= -\sin\frac{\pi}{2} \cdot \cos\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\right)$

(1) $= -1 \cdot \cos(\frac{1}{2}) = -\cos(\frac{1}{2})$

(1)(1) ជំនួស: d: $y = -\cos(\frac{1}{2})\cdot(x-\frac{\pi}{4}) + \sin(\frac{1}{2})$

(1) • d: $y = -\cos(\frac{1}{2})\times x + \frac{\pi}{4}\cos(\frac{1}{2}) + \sin(\frac{1}{2})$

IV. (15)

5pts ១. គណនាអាំងតេក្រាល $I(x) = \int \dfrac{e^x dx}{1-e^x}$

(1) • តាង $t = 1-e^x$

$dt = d(1-e^x) = (1-e^x)'dx$

(1) $dt = -e^x dx$

$-dt = e^x dx$

(2) • ជំនួស $I(x) = \int \dfrac{-dt}{t} = -\ln|t| + C$

(1) • $I(x) = -\ln|1-e^x| + C$, $C \in \mathbb{R}$

5pts ២. រកចំនួនពិត A, B

(1) • ដើម្បីឲ្យ: $\dfrac{e^x}{1-e^x} = A + \dfrac{B}{1-e^x} = \dfrac{A(1-e^x)+B}{1-e^x}$

(1) $= \dfrac{-Ae^x + A + B}{1-e^x}$

(1) • ជំនួស $-Ae^x + A + B = e^x$ លុះ $x \neq 0$

(1) • $\begin{cases} -A = 1 \\ A+B = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = -1 \\ B = -A = 1 \end{cases}$

• សរុបមក $A = -1$, $B = 1$

www.PisethSok.WordPress.com

5pts ៣- គណនា $J(x)=\int \frac{dx}{1-e^x}$

(1) . យើងមាន . $\frac{e^x}{1-e^x} = -1+\frac{1}{1-e^x}$

(1) . នោះ $\frac{1}{1-e^x} = 1+\frac{e^x}{1-e^x}$

. $J(x)=\int \frac{dx}{1-e^x} = \int\left(1+\frac{e^x}{1-e^x}\right)dx$

(1) $= \int 1\cdot dx + \int \frac{e^x dx}{1-e^x}$

(1) $= x + I(x)$

(1) $J(x) = x - \ln|1-e^x| + c, c\in\mathbb{R}$

V- (៣០) យក $C: y=f(x)=\frac{x^2+3x}{x^2-1}$

លក្ខខ $x\neq 1, x\neq -1$

6pts ១- អាស៊ីមតូតឈរ - អាស៊ីមតូតដេក

(1) . $\lim_{x\to 1} f(x) = \frac{4}{\lim_{x\to 1}(x^2-1)} = \infty$

(1) . $\lim_{x\to -1} f(x) = \frac{-2}{\lim_{x\to -1}(x^2-1)} = \infty$

(2) . សន្និដ្ឋាន: $x=1, x=-1$ គឺជាអាស៊ីមតូតឈរ

. $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^2(1+\frac{3}{x})}{x^2(1-\frac{1}{x^2})}$

(1) $= \lim_{x\to\pm\infty}\frac{1+\frac{3}{x}}{1-1/x^2} = \frac{1+0}{1-0} = 1$

(1) . សន្និដ្ឋាន $y=1$ គឺជាអាស៊ីមតូតដេក .

12pts ២- តារាង...

(1) + $f(0) = \frac{0+0}{0-1} = 0$

(1) + $f(-3) = \frac{9-9}{9-1} = \frac{0}{8} = 0$

(1) យើងមាន $f'(x) = \frac{(2x+3)(x^2-1)-2x(x^2+3x)}{(x^2-1)^2}$

(1) $= \frac{2x^3-2x+3x^2-3-2x^3-6x^2}{(x^2-1)^2}$

(1) $= \frac{-3x^2-2x-3}{(x^2-1)^2}$

(1) + $f'(0) = \frac{0-0-3}{(0-1)^2} = -3$

(1) យើងមាន $f'(x)$ ជាអនុគមន៍ $-3x^2-2x-3$

$-3x^2-2x-3$ មាន $\Delta' = 1-9=-8<0$

(1) $\Rightarrow -3x^2-2x-3<0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

(1) + សន្និដ្ឋាន: $f'(x)<0 \quad \forall x\in D$.

+ តារាងអថេរភាព .

(1)

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	‖	$-$	
y	1 ↘	$-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$-\infty$ ‖	$+\infty$ ↘	1

(1)

. $\lim_{x\to 1^+} y = \frac{2}{\lim_{x\to 1^+}(x-1)} = +\infty$

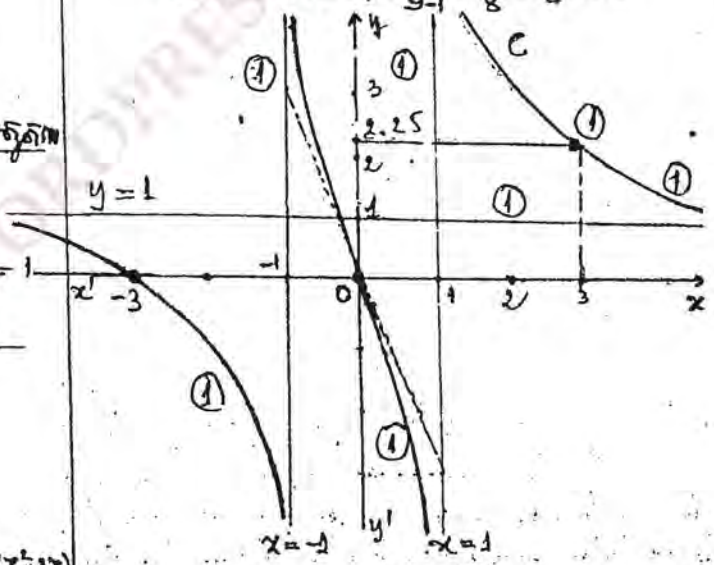
. $\lim_{x\to 1^-} y = \frac{2}{\lim_{x\to 1^-}(x-1)} = -\infty$

. $\lim_{x\to -1^+} y = \frac{1}{\lim_{x\to -1^+}(x+1)} = +\infty$

. $\lim_{x\to -1^-} y = \frac{1}{\lim_{x\to -1^-}(x+1)} = -\infty$

12pts ៣- សង់ក្រាហ្ វ .

. បើ $x=3$ នោះ $y=\frac{9+9}{9-1} = \frac{9\times 2}{8} = \frac{9}{4} = 2.25$



(1) . ហាសមីការ $\frac{x^2+3x}{x^2-1}\leq 0 \Leftrightarrow y_C\leq 0$

(2) តាមក្រាហ ចំណុចនៅ C ស្ថិតនៅផ្នែក អវិជ្ជមាន (x'x). លើចន្លោះ $[-3,-1)\cup[0,1)$

(2) . សន្និដ្ឋាន: $S=[-3,-1)\cup[0,1)$ ជាសំណុំដំណោះ.

WWW.PAGESOKPISETH.WORDPRESS.COM

VI.(35)

5pts – ១ – បង្ហាញថា ΔABC សមមុខ.

(1) • $AB = \sqrt{(1-0)^2+(0-1)^2+(0-0)^2} = \sqrt{2}$

(1) • $AC = \sqrt{(1-0)^2+(0-0)^2+(0-1)^2} = \sqrt{2}$

(1) • $BC = \sqrt{(0-0)^2+(1-0)^2+(0-1)^2} = \sqrt{2}$

(1) • $AB = AC = BC$

(1) • ឬនិយាយ: ΔABC គឺជាត្រីកោណសមមុខ

10pts – ២ – គណនា $\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC}$ – សរសេរសមីការ (ABC):

(1) • $\vec{AB} = (0-1 \cdot 1-0 \;\; 0-0) = (-1 \;\; 1 \;\; 0)$

(1) • $\vec{AC} = (0-1 \cdot 0-0 \cdot 1-0) = (-1 \;\; 0 \;\; 1)$

(1) • $\vec{n} = \vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

(1) $= \vec{i} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - \vec{j} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + \vec{k} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix}$

(1) $= \vec{i}(1-0) - \vec{j}(-1-0) + \vec{k}(0+1)$

(1) $\vec{n} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

• សរសេរសមីការ (ABC):

• (ABC) ជាប្លង់ឆ្លងតាម A មានវិចទីកាត់ $\vec{n}$

(2) • គណនា (ABC): $1(x-x_A)+1(y-y_A)+1(z-z_A)=0$

(1) (ABC): $1(x-1)+(y-0)+(z-0)=0$

(1) (ABC): $x+y+z-1=0$

5pts – ៣. ចម្ងាយពី $D(0,1,1)$ ទៅ (ABC)

(2) • $d(D,(ABC)) = \dfrac{|x_D+y_D+z_D-1|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}$

(2) $= \dfrac{|0+1+1-1|}{\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

(1) ដូច្នេះ $d(D,ABC) = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ឯកតាប្រវែង

7pts – ៤. សរសេរសមីការ (S):

• តាង I ជាចំណុចកណ្តាល (S): គេបាន

(1) $x_I = \dfrac{x_A+x_C}{2} = \dfrac{1+0}{2} = \dfrac{1}{2}$

(1) $y_I = \dfrac{y_A+y_C}{2} = \dfrac{0+0}{2} = 0$

(1) $z_I = \dfrac{z_A+z_B}{2} = \dfrac{0+1}{2} = \dfrac{1}{2}$

$I\left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$

• តាង R ជាកាំស្វ៊ីង (S)

(1) គេបាន $R = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(3) ឬនិយាយ: $(S): (x-\frac{1}{2})^2+(y-0)^2+(z-\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{2}$

8pts – ៥ – សរសេរសមីការ P ប៉ះស្វ៊ីង S ត្រង់ C:

(2) ដោយ $\vec{CI} = (\frac{1}{2}-0, 0-0, \frac{1}{2}-1) = (\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{2})$.

P. ជាប្លង់ឆ្លងតាម C មានវិចទីកែត $\vec{CI}$

(2) គេបាន: $P: \frac{1}{2}(x-x_C)+0(y-y_C)-\frac{1}{2}(z-z_C)=0$

(2) $P: \frac{1}{2}(x-0)+0-\frac{1}{2}(z-1)=0$

$P: \frac{x}{2}-\frac{z}{2}+\frac{1}{2}=0$

(2) $P: x-z+1=0$

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឬា

ប្រឡងនិទ្ទេសថ្នាក់ឆ្នាំ១២ លើកទី០

លេខបន្ទប់ : .....

លេខតុ : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាមន្ត្រី : .....

១. .....

២. .....

សម៉ោងប្រឡង : ២១ មីនា ២០១៣

នាមត្រកូល និងនាមខ្លួន : .....

ថ្ងៃ ខែ ឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

ចំណួនកម្រងក្រដាស : .....

អក្សរសម្គាត់

* បេក្ខជនមិនត្រូវផ្ទៀសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។

អក្សរសម្គាត់

មុខវិជ្ជា : គណិតវិទ្យា (ជម្រើសសម្រាប់ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ) រយៈពេល : ៤០នាទី ពិន្ទុ : ៧៥

ការណែនាំ :

ពិន្ទុសរុប

១. បេក្ខជនត្រូវបង់ក្រដាសនេះជាពីរ ១ចន្លោះខ្នែងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ទៀតប្រមប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងចន្លោះនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវចូលបន្ទាត់ចំណាត់ថ្នាក់ឲ្យបានច្បាស់ លាស់ ... ។

I. (១០ពិន្ទុ) គណនាលីមីតខាងក្រោម៖

១. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+2013x}{\sqrt{x^2+2012}}$ ២. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{\sin^2 x}$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍ $y=\dfrac{2x+3}{(x+1)(x+2)}$, $x\neq -1, x\neq -2$ ។

១. កំណត់ a និង b ដើម្បីឲ្យ $\dfrac{2x+3}{(x+1)(x+2)}=\dfrac{a}{(x+1)}+\dfrac{b}{(x+2)}$ ចំពោះគ្រប់ x ដែល $x\neq -1, x\neq -2$ ។

២. គណនាដេរីវេ y', y'' និង y''' ។

III. (២០ពិន្ទុ) ពាក្យបួល P មួយមានកំពូល $V(3,-5)$ អ័ក្សក្នុះដេក ហើយកាត់តាមចំណុច $A(5,3)$ ។

១. គេសម្គាល់ការស្តង់ដានៃពាក្យបួល P ។

២. គេសម្គាល់បន្ទាត់ប្រាប់ទិស D និងកូអរដោនេកំណាំ F នៃពាក្យបួល P ។

IV. (៣០ពិន្ទុ) f ជាអនុគមន៍កំណត់ចំពោះ $x\neq 2$ ដោយ $y=f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x-2}$ ហើយមានក្រាប H ។

១. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ ។ បង្ហាញថា f គ្មានបរមាទេ ។

២. គេសម្គាល់អាស៊ីមតូតឈរ និងអាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប H ។

៣. សង់ជាកងអវេះកាតនៃ f និងក្រាប H ក្នុងតម្រុយកូអរដោនេ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។ (គេយក $\sqrt{5}=2.2$)

ចម្លើយ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

មេរៀនកំណែ ប្រលងឆមាសលើកទី១. ថ្នាក់ទី១២.
គណិតវិទ្យា. ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម.

I (10p) គណនាលីមីតខាងក្រោម :

១.

• យក $y = \frac{1+2013x}{\sqrt{x^2+2012}} = \frac{x(\frac{1}{x}+2013)}{|x|\sqrt{1+\frac{2012}{x^2}}}$

$y = \left(\frac{x}{|x|}\right)\left(\frac{\frac{1}{x}+2013}{\sqrt{1+\frac{2012}{x^2}}}\right)$

• $\lim_{x\to+\infty} y = \left(\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{x}\right)\left(\frac{0+2013}{\sqrt{1+0}}\right) = \underline{2013}$

• $\lim_{x\to-\infty} y = \left(\lim_{x\to-\infty}-\frac{x}{x}\right)\left(\frac{0+2013}{\sqrt{1+0}}\right) = \underline{-2013}$

២. $\lim_{x\to0}\frac{1-\cos x}{\sin^2 x}$ រក $\frac{0}{0}$

$= \lim_{x\to0}\frac{1-\cos^2 x}{\sin^2 x(1+\cos x)} = \lim_{x\to0}\frac{\sin^2 x}{\sin^2 x(1+\cos x)}$

$= \lim_{x\to0}\frac{1}{1+\cos x} = \frac{1}{1+\cos 0} = \underline{\frac{1}{2}}$

II (15p) តាងឲ្យអនុគមន៍ $y = \frac{2x+3}{(x+1)(x+2)}$

$x \neq -1,\ x \neq -2$

១. រកតម្លៃ a, b.

• សរសេរ ឲ្យ : $\frac{2x+3}{(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2}$

$= \frac{a(x+2)+b(x+1)}{(x+1)(x+2)}$

$= \frac{(a+b)x+2a+b}{(x+1)(x+2)}$

• $(a+b)x + 2a+b = 2x+3 \quad \forall x \neq D$

• $\begin{cases} a+b=2 \\ 2a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2-a \\ b=3-2a \end{cases}$

$2-a = 3-2a \Rightarrow a=1$
$b=1$

• សរុបមក: $\underline{a=1,\ b=1}$ ។

២. គណនា y' y'' និង y'''

• យើងមាន: $y = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}$

$y = (x+1)^{-1} + (x+2)^{-1}$

• $y' = (-1)(x+1)^{-2}(x+1)' + (-1)(x+2)^{-2}\cdot(x+2)'$

$= (-1)(x+1)^{-2} + (-1)(x+2)^{-2}$

$= \underline{-\frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+2)^2}}$

• $y'' = (-1)(-2)(x+1)^{-3}(x+1)' + (-1)(-2)(x+2)^{-3}\cdot(x+2)'$

$= 2\cdot(x+1)^{-3} + 2\cdot(x+2)^{-3}$

$= \underline{\frac{2}{(x+1)^3} + \frac{2}{(x+2)^3}}$

• $y''' = 2(-3)(x+1)^{-4}\cdot(x+1)' + 2(-3)(x+2)^{-4}\cdot(x+2)'$

$= -6(x+1)^{-4} - 6(x+2)^{-4}$

$= \underline{-\frac{6}{(x+1)^4} - \frac{6}{(x+2)^4}}$

III. (20p)

១. <u>សរសេរសមីការស្តង់ដាតាមកំណត់ដូចខាងក្រោម :</u>

• ឲ្យ P : មានកំពូល $V(h,k)$ ដោយ

ការណ៍ផ្តួតមាត :

• គេមាន $P: (y-k)^2 = 4p(x-h)$

$P: (y+5)^2 = 4p(x-3)$

• $A \in (P)$ គេបាន $(y_A+5)^2 = 4p(x_A-3)$

$(3+5)^2 = 4p(5-3)$

$8^2 = 8p$

$p = 8$

• សរុបមក $\underline{P: (y+5)^2 = 32(x-3)}$

២. <u>ការសរសេរ ព្យាបទ្ទាត់ ក្រុមនៃ ... F</u>

ដោយ $P: (y-k)^2 = 4p(x-h)$

$h=3,\ k=-5,\ p=8$

• សមីការ ព្យាបទ្ទាត់ D: $x-h-p=3-8$

$\underline{D: x=-5}$

• ក្រុមនៃ ... $F(h+p, k)$

$F(3+8, -5)$

$\underline{F(11, -5)}$

www.sokpiseth.wordpress.com

IV(3pt) មាន ក្រាប $H: y=f(x)=\frac{x^2-3x+1}{x-2}$

១. សិក្សា $f'(x)$ ។ បញ្ជាក់ f កើនលើសពីលើ D ។

• $f'(x)=\frac{(2x-3)(x-2)-(1)(x^2-3x+1)}{(x-2)^2}$

$=\frac{2x^2-7x+6-x^2+3x-1}{(x-2)^2}$

$=\frac{x^2-4x+5}{(x-2)^2}$

• $f'(x)$ មានសញ្ញាដូច x^2-4x+5

តាម x^2-4x+5 មាន $\Delta'=4-5=-1<0$

$\Rightarrow x^2-4x+5>0$ គ្រប់ $x\in\mathbb{R}$

នោះ $f'(x)>0$ គ្រប់ $x\in D$

នោះ $f(x)$ មានកើនលើ D ។

សន្និដ្ឋាន: f កើនកំណត់លើ D ។

២. រកសមីការអាស៊ីមតូតឈរ ។ ផ្ដេក:

.. ដោយ $\lim_{x\to2} y=\frac{4-6+1}{\lim_{x\to2}(x-2)}=-\frac{1}{\lim_{x\to2}(x-2)}=\infty$

• តាង $x=2$ គឺអាស៊ីមតូតឈរ:

តាមតារាងចែកតាមខាង:

$$\begin{array}{r|l} x^2-3x+1 & x-2 \\ \hline +\quad -x^2+2x & x-1 \\ \hline 0\quad -x+1 & \\ +\quad +x-2 & \\ \hline 0\quad -1 & \end{array}$$

នោះបាន: $y=x-1-\frac{1}{x-2}$

ដោយ: $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{1}{x-2}=0$

• សន្និដ្ឋាន: $d: y=x-1$ គឺអាស៊ីមតូតចោត

៣. សង់តារាងអថេរភាព និង H :

• តារាងអថេរភាព :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

• $\lim_{x\to+\infty} y=(\lim_{x\to+\infty} x)-1-(\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x-2})$

$=(\lim_{x\to+\infty} x)-1-0$

$=+\infty$

$\lim_{x\to-\infty} y=(\lim_{x\to-\infty} x)-1-(\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x-2})$

$=(\lim_{x\to-\infty} x)-1-0$

$=-\infty$

$\lim_{x\to2^+} y=-\frac{1}{\lim_{x\to2^+}(x-2)}$, $\lim_{x\to2^+}(x-2)=0^+$

$=-\infty$

$\lim_{x\to2^-} y=-\frac{1}{\lim_{x\to2^-}(x-2)}$, $\lim_{x\to2^-}(x-2)=0^-$

$=+\infty$

• សង់ ក្រាប (H):

• $d: y=x-1$

x	0	2
y	-1	1

$(H)\cap(x'x)\Rightarrow y=0\Leftrightarrow x^2-3x+1=0$

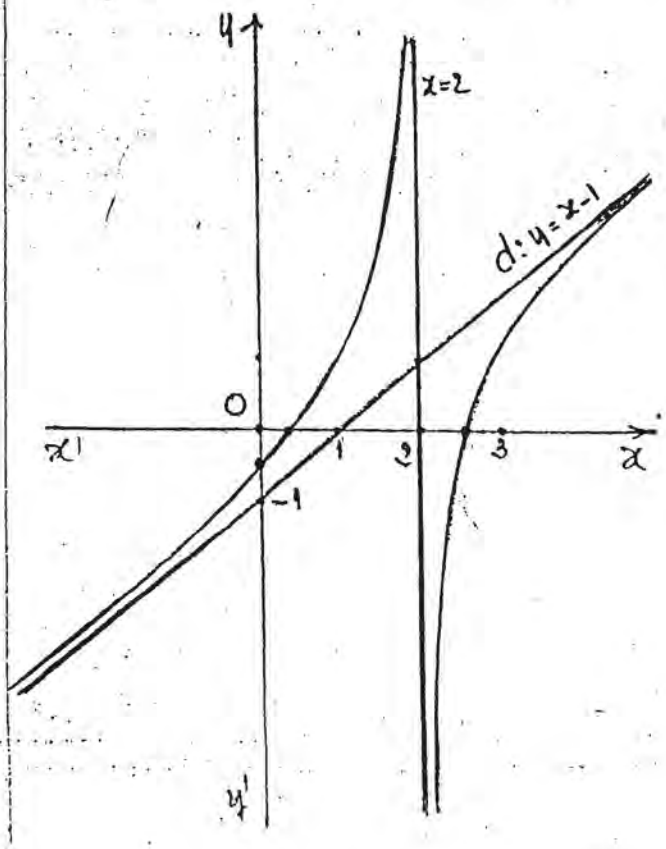
មាន $\Delta=5$

មានឫស $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

សន្និដ្ឋាន: (H) កាត់ $(x'x)$ គឺ $x=0.4, x=2.6$

$(H)\cap(y'y)\Rightarrow x=0$ នោះ $y=-\frac{1}{2}=-0.5$

សន្និដ្ឋាន (H) កាត់ $(y'y)$ គឺ $y=-0.5$



WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឬា

ប្រឡងឆមាសថ្នាក់ទី១២ លើកទី២

លេខបន្ទប់ : .....

លេខតុ : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុវេក្ស : សម្រាប់ប្រឡង : ២៤ មិថុនា ២០១៣ មណ្ឌលប្រឡង : .....

១. ..... នាមត្រកូល និងនាមខ្លួន : .....

២. ..... ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់ លេខ២

* បេក្ខជនមិនត្រូវចុះស្លាកសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានស្លាកសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។

ទិញ្ញាសា : គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ) យះពេល : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

អក្សរសម្ងាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបត់ក្រដាសនេះជាពីរ ដូចតួលខ្ទែងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឱ្យប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងតួលខ្ទែងខោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវតួសបន្ទាត់ដាច់ណាស់ណាមួយ ចាកពីទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

ភ្នំពេញ ថ្ងៃ... ខែ... ឆ្នាំ...

នាយកវិទ្យាល័យ

I. (១៥ពិន្ទុ) នៅក្នុងប្រអប់ A មានសៀវភៅពីជគណិត 3ក្បាល និងធរណីមាត្រ 4ក្បាល ហើយប្រអប់ B មានសៀវភៅពីជគណិត 5ក្បាល និងធរណីមាត្រ 3ក្បាល។ គេចាប់យកសៀវភៅមួយពីប្រអប់ A ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ B ហើយចាប់យកសៀវភៅមួយពីប្រអប់ B ដាក់ចូលក្នុងប្រអប់ A វិញ ។

5 ១. ១. ១.

VI. (៣៥ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=e^{x}(-x^{2}+2x-1)$ ហើយមានក្រាប C ។

7 ១. គណនា $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ និង $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ។ ទាញរកសមីការអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប C ។

10 ២. គណនាដេរីវេ $f'(x)$ សិក្សាសញ្ញាដេរីវេ រួចសង់តារាងអថេរភាពនៃអនុគមន៍ f ។

8 ៣. គណនា $f(-2), f(0)$ និង $f(2)$ ។ សង់ក្រាប C ក្នុងតម្រុយ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។

(គេយក $e=2.7$, $e^{2}=7.4$, $\frac{1}{e}=0.37$ និង $\frac{1}{e^{2}}=0.13$)

7 ៤. គណនាផ្ទៃក្រឡាផ្ទៃកម្លង់ ដែលខ្នាំងដោយក្រាប C អ័ក្សអាប់ស៊ីស និងអ័ក្សអរដោនេ ។

ចម្លើយ

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

អត្ថាធិប្បាយ និងសូចនាករវាយតម្លៃ ថ្នាក់ទី 12 ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ-ប្រលង់ជាតិ លើកទី II : ថ្ងៃ ទី 24 ខែកុម្ภៈ 2013

ចំណែក

I, (15 ពិន្ទុ) — 15

ការប្រាស់ សមីការដែលមានលក្ខណៈជាប់ទាក់ទងនឹងដេរីវេ. នឹងនិយមន័យ. ក្នុងការគណនាប៉ះពាល់ជាមួយនឹងចម្លាយ

- តាង E ជាព្រឹត្តិការណ៍. ដែលមានន័យ. ១ដងនឹងដ. និងដងកាណា. ក្នុងការគណនាប៉ះពាល់ជាមួយនឹងចម្លាយ
- តាង M ជាព្រឹត្តិការណ៍. ដែលមានន័យ. ១ដងនឹងដ. ពី A ទៅ B និងពី B ទៅ A

5 — ការគណនា: $P(M)=\frac{3}{7}\times\frac{6}{9}=\frac{18}{63}$

- តាង N ជាព្រឹត្តិការណ៍. ដែលមានន័យ. ១ដងនឹងកណា. ពី A ទៅ B និងពី B ទៅ A

5 — ការគណនា: $P(N)=\frac{4}{7}\times\frac{4}{9}=\frac{16}{63}$

ដូចនេះ: $P(E)=P(M)+P(N)$

$P(E)=\frac{18}{63}+\frac{16}{63}$

$\boxed{P(E)=\frac{34}{63}}$ ឬ $\boxed{P(E)=0,5396}$ — 5

II, (15 ពិន្ទុ) — 15

① ការសរសេរសមីការស្តង់ដាតំណាងលើ E

លក្ខណៈលើ E មានលក្ខណៈដូចគ្នា

សមីការស្តង់ដាសម្រាប់ករណីនេះ:

(8) $\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$ — 2

- ពីព្រោះ ជំហរ $S_1S_2=2a=6 \Rightarrow a=3$ — 1
- ដោយ $A(1;-2)$ និង $A(h;k)$ $\Rightarrow h=1;\ k=-3$ — 2
- ដោយ $F_2(1+\sqrt{5};-2)$ និង $F_2(h+c;k)$ $\Rightarrow c=\sqrt{5}$ — 1
- យើងមាន $b^2=a^2-c^2=9-5=4$ — 1

ដូចនេះ: សមីការស្តង់ដាសម្រាប់ករណីនេះ

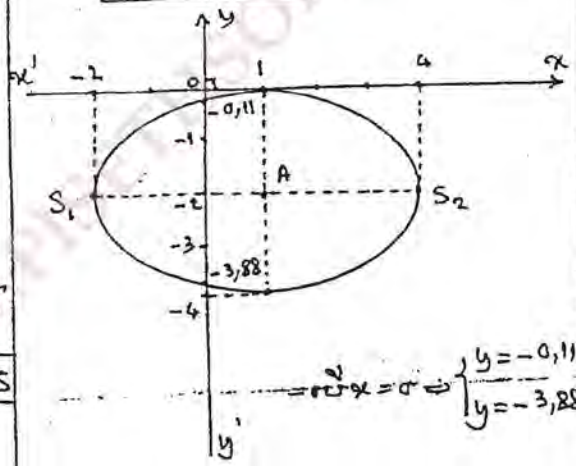
$\boxed{E:\ \frac{(x-1)^2}{9}+\frac{(y+2)^2}{4}=1}$ — 1

(2) — ការកំណត់ចំណុចតាមរយៈ និងកំពូលតាមលើ E

(7) យើងមាន $S_1(h-a;k)\Rightarrow \boxed{S_1(-2;-2)}$ — 1

$S_2(h+a;k)\Rightarrow \boxed{S_2(4;-2)}$ — 1

- សង់ក្រាហ្វិច E :



បើ $x=0 \Rightarrow \begin{cases} y=-0,11 \\ y=-3,88 \end{cases}$

III, (15 ពិន្ទុ) — 15

① ការកំណត់តម្លៃ a; b; c និង d — 1

(8) ធ្វើការចែកពហុធា x^3-2x^2+3x-1 ÷ $x-1$ — 2

$$\begin{array}{l|l} x^3-2x^2+3x-1 & x-1 \\ \hline -x^3+x^2 & x^2-x+2 \\ 0-x^2+3x & \\ \quad x^2-x & \\ \quad 0\ 2x-1 & \\ \quad -2x+2 & \\ \quad 1 & \end{array}$$

ការគណនា: $f(x)=x^2-x+2+\frac{1}{x-1}$ — 1

និង $f(x)=ax^2+bx+c+\frac{d}{x-1}$ $\Rightarrow \boxed{a=1;\ b=-1;\ c=2;\ d=1}$ — 4

② ការសរសេរជាអាំងតេក្រាល I : — 1

(7) យើងមាន $f(x)=x^2-x+2+\frac{1}{x-1}$

ការគណនា: $I=\int_{-1}^{0}\left(x^2-x+2+\frac{1}{x-1}\right)dx$ — 1

$I=\int_{-1}^{0}(x^2-x+2)\,dx+\int_{-1}^{0}\frac{d(x-1)}{x-1}$ — 2

$I=\left[\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+2x+\ln|x-1|\right]_{-1}^{0}$ — 2

$I=(0)-\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}-2+\ln 2\right)$ — 2

$I=\frac{17}{6}-\ln 2$ ឬ $\boxed{I=\frac{17-6\ln 2}{6}}$ — 1

IV, (20 ពិន្ទុ) — 20

① ការដោះស្រាយតាមរយៈសមីការ (E)

$y''+4y=0$ (E)

សមីការសំគាល់

$\lambda^2+4=0$ — 2

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

$\lambda^2 = -4 \Rightarrow \lambda' = 0 \pm 2i$

យកចម្លើយ ជាដំណោះស្រាយ នៃសមីការ(E)

$y = e^{\alpha x}(A\cos\beta x + B\sin\beta x)$; $A;B \in \mathbb{R}$

$y = e^{0}(A\cos 2x + B\sin 2x)$

$\boxed{y = A\cos 2x + B\sin 2x}$ $A;B \in \mathbb{R}$

② រកអនុ. g ដែលជាដំណោះស្រាយនៃ(E)

តាម $y = g(x) = A\cos 2x + B\sin 2x$

$\Rightarrow g'(x) = -2A\sin 2x + 2B\cos 2x$

លុះ $\begin{cases} g(\frac{\pi}{4}) = \frac{2}{3} \\ g'(\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{3} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} A\cos\frac{\pi}{2} + B\sin\frac{\pi}{2} = \frac{2}{3} \\ -2A\sin\frac{\pi}{2} + 2B\cos\frac{\pi}{2} = \frac{1}{3} \end{cases}$

$\begin{cases} A(0) + B(1) = \frac{2}{3} \\ (-2A)(1) + 2B(0) = \frac{1}{3} \end{cases}$

$\begin{cases} B = \frac{2}{3} \\ -2A = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow B = \frac{2}{3}$; $A = -\frac{1}{6}$

ចម្លើយ: អនុ $\boxed{g(x) = -\frac{1}{6}\cos 2x + \frac{2}{3}\sin 2x}$

V. (2.5ពិន្ទុ)

① រកសមីការនៃផ្ទះមីនបង្ហាញ់ L

- L កាត់តាម $A(-2;3;0)$
- L ស្របនឹងវ៉ិចទ. $\vec{u} = \vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$

ពេលនេះ: សមីការនៃផ្ទះមីនបង្ហាញ់ L

$L: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$ $(a;b;c \neq 0)$

ចម្លើយ: $\boxed{L: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{-1}}$

② - រកកូអរដោណេនៃវ៉ិចទ. $\vec{n}$

ដឹងថា $A(-2;3;0) \Rightarrow \vec{OA} = (-2;3;0)$

$\vec{u} = (1;-2;-1)$

ពេលនេះ: $\vec{n} = \vec{OA} \times \vec{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix}\vec{k}$

$= (-3-0)\vec{i} - (2-0)\vec{j} + (4-3)\vec{k}$

$= -3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

ចម្លើយ: $\boxed{\vec{n} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}}$

③ រកសមីការប្លង់ P:

- ប្លង់ P កាត់តាមចំណុច A $\begin{vmatrix} x_0 = -2 \\ y_0 = 3 \\ z_0 = 0 \end{vmatrix}$
- ប្លង់ P មានវ៉ិចទ.ណរម៉ាល់ $\vec{n}$ $\begin{vmatrix} a = -3 \\ b = -2 \\ c = 1 \end{vmatrix}$
- សមីការប្លង់ P គឺ:

$P: a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0$

$-3(x+2) - 2(y-3) + (z-0) = 0$

$-3x - 2y + z = 0$

ចម្លើយ: $\boxed{P: -3x - 2y + z = 0}$

③ - រកចម្ងាយពីចំណុច B ទៅប្លង់ P

ដឹងថា B $\begin{vmatrix} x_B = 1 \\ y_B = 1 \\ z_B = 1 \end{vmatrix}$

ពេលនេះ: $d(B;P) = \frac{|-3x_B - 2y_B + z_B|}{|\vec{n}|}$

$d(B;P) = \frac{|-3-2+1|}{\sqrt{(-3)^2+(-2)^2+1^2}}$

$d(B;P) = \frac{|-4|}{\sqrt{14}} = \frac{4\sqrt{14}}{14}$

ចម្លើយ: $\boxed{d(B;P) = \frac{2\sqrt{14}}{7}}$ យកតម្លៃបានតិចតួច

④ - រកសមីការស្ហ S:

- ដឹងស្ហ S មានផ្ចិត B $\begin{vmatrix} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{vmatrix}$
- ដឹងស្ហ ដែលប៉ះនឹងប្លង់ P ពេលគេ ចម្ងាយពីចំណុច A ទៅប្លង់ P ស្មើ កាំស្ហ

$d(B;P) = R = \frac{2\sqrt{14}}{7}$

- សមីការស្ហ S គឺ:

$S: (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

$S: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = \left(\frac{2\sqrt{14}}{7}\right)^2$

ចម្លើយ: $\boxed{S: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = \frac{56}{49} = \frac{8}{7}}$

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

VI, (3.5 ពិន្ទុ) 35

តាង $C: y=f(x)=e^x(-x^2+2x-1)$

① - គណនា $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(-x^2e^x+2xe^x-e^x)$ 1

$\boxed{\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0}$ 1 ព្រោះ: $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2e^x=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x=0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x=0$ 1

លុះបាន $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$

នោះបានបន្ទាត់ $\boxed{y=0 \text{ ជា អាស៊ីមតូតផ្ដេក}}$ 1

- គណនា $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} e^x(-x^2+2x-1)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty} x^2e^x\left(-1+\frac{2}{x}-\frac{1}{x^2}\right)$ 1

$\boxed{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty}$ 1 ព្រោះ: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2}{x}=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x^2}=0$, $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2e^x=+\infty$ 1

② - រក $f'(x)$

$f(x)=e^x(-x^2+2x-1)$

$\Rightarrow f'(x)=(e^x)'(-x^2+2x-1)+(-x^2+2x-1)'(e^x)$ 1

$f'(x)=e^x(-x^2+2x-1)+(-2x+2)e^x$ 1

$f'(x)=e^x(-x^2+1)$

លទ្ធផល: $\boxed{f'(x)=(1-x^2)e^x}$ 1

- រក សញ្ញា $f'(x)$

$f'(x)=(1-x^2)e^x$ ព្រោះ $e^x>0\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow f'(x)$ មាន សញ្ញាតាម $(1-x^2)$

$1-x^2$ មានឫស $x=\pm1$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

- $f'(x)<0$ ចំពោះ $\forall x\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$ 1
- $f'(x)>0$ ចំពោះ $\forall x\in(-1;1)$ 1
- $f'(x)=0$ ចំពោះ $x\in\{-1;1\}$ 1

- រកតម្លៃតាមតំណាងតារាង

- $f(-1)=-1,47$ តម្លៃធំបំផុត. 1
- $f(1)=0$ តម្លៃតូចបំផុត. 1

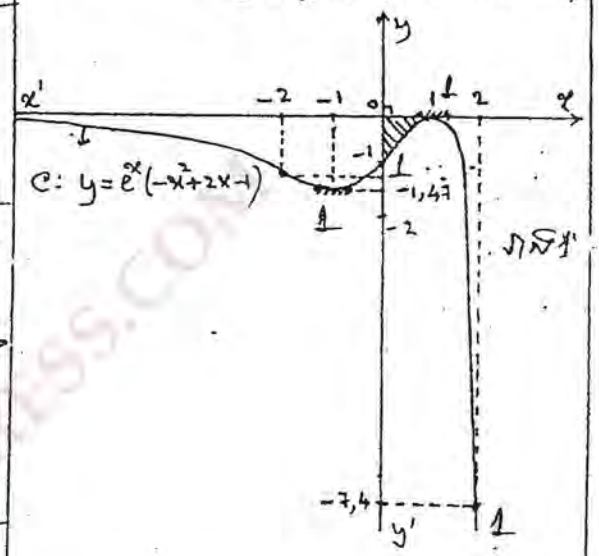
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-1,47$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

③ - គណនា:

- $f(-2)=e^{-2}(-4-4-1)=\frac{-9}{e^2}=\boxed{-1,21}$ 1
- $f(0)=e^0(-1)=\boxed{-1}$ 1
- $f(2)=e^2(-4+4-1)=-e^2=\boxed{-7,4}$ 1

- សង់ក្រាហ C

x	-2	-1	0	1	2
y	$-1,21$	$-1,47$	-1	0	$-7,4$



④ គណនាក្រឡាផ្ទៃក្រឡាបិទ

$S=-\int_0^1 f(x)\,dx$ 1

$S=-\int_0^1 e^x(-x^2+2x-1)\,dx$ 3

$S=\int_0^1 e^x(x^2-2x+1)\,dx$

- តាម $u=x^2-2x+1\Rightarrow du=(2x-2)dx$

$dv=e^x dx\Rightarrow v=e^x$ 1

$\Rightarrow I=e^x(x^2-2x+1)-\underbrace{\int e^x(2x-2)dx}_{I_1}$ 1

- តាម $u_1=2x-2\Rightarrow du_1=2dx$

$dv_1=e^x dx\Rightarrow v_1=e^x$ 1

$\Rightarrow I_1=(2x-2)e^x-2\int e^x dx$

WWW.PAPERDOWNLOAD.COM

$I_1 = (2x-2)e^x - 2e^x + c ; c \in \mathbb{R}$	1
$\Rightarrow I = e^x(x^2-4x+5) + c ; c \in \mathbb{R}$	
នោះ $S = \left[e^x(x^2-4x+5)\right]_0^1$	
$S = e(1-4+5) - e^0(5)$	1
$S = 2e-5$	
ចម្លើយ: $\boxed{S = 2e-5}$ ឯកតាក្រឡាផ្ទៃ	1

ភ្នំពេញថ្ងៃទី ២6. ខែកុម្ภៈ ២013

អ.ទ. ប្រធានមណ្ឌល

លោក: អាំ.ស៊ីម ទាត ត្រើន-ណីឌីម

WWW.PISETHSOK.WORDPRESS.COM

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឬា
ប្រឡងនិងមានសញ្ញាប័ត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ លើកទី២

លេខបន្ទប់ : .....
លេខតុ : .....
មណ្ឌលប្រឡង : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខាអនុវេក្ខ :
១. .....
២. .....

សម័យប្រឡង : ២៤ ម្សិលមិញ ២០១៣
នាមត្រកូល និងនាមខ្លួន : .....
ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....
ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់

*បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។

ចំណាត់ថ្នាក់ : គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រសង្គម) យៃៈពេល : ៩០នាទី ពិន្ទុ : ៧៥

អក្សរសម្ងាត់

ពិន្ទុសរុប

សេចក្តីណែនាំ :

១. បេក្ខជនត្រូវបង្ហាញក្រដាសនេះជាពីរ ១ចម្លងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឲ្យប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងចម្លងនោះ ។

២. បេក្ខជនត្រូវចូលបន្ទាត់បញ្ជរឲ្យចំកាត់កណ្តាលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

I. (១០ពិន្ទុ)

១. គណនាដេរីវេ $g'(x)$ នៃ $g(x)=\dfrac{e^x}{2x}$ ។

២. គណនា $g(1)$ និង $g'(1)$ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) អេលីប E មួយមានសមីការ $25x^2+12y^2=300$ ។

១. រកកូអរដោនេផ្តិត កំណុំ និងកំពូល នៃអេលីប E ។

២. រកកូអរដោនេនៃចំណុចប្រសព្វរវាងអេលីប E និងអ័ក្សទាំងពីរនៃតម្រុយកូអរដោនេ ។

III. (២០ពិន្ទុ) រកចម្លើយពិសេសនៃសមីការឌីផេរង់ស្យែលនីមួយៗខាងក្រោម ÷

១. $y'+y=0$ ដោយដឹងថាក្រាបចម្លើយកាត់តាមចំណុច $M(1,e)$ ។

២. $y'=\dfrac{4x^3}{x^4+1}$ ដោយដឹងថាក្រាបចម្លើយកាត់តាមចំណុច $N(0,1)$ ។

IV. (៣០ពិន្ទុ) គេឲ្យអនុគមន៍ f កំណត់ដោយ $f(x)=\dfrac{2x^2+3x-5}{x+2}$ ហើយមានក្រាប C ។

១. រកដែនកំណត់ និងសិក្សាសញ្ញាដេរីវេនៃអនុគមន៍ f ។

២. សរសេរសមីការអាស៊ីមតូតឈរ និង អាស៊ីមតូតទ្រេតនៃក្រាប C ។

៣. សង់តារាងអថេរភាពនៃ f និងសង់ក្រាប C ។

៤. ដោះស្រាយវិសមីការ $\dfrac{2x^2+3x-5}{x+2}>2x-1$ ដោយប្រើក្រាប C ។

ចម្លើយ

www.pisethsok.wordpress.com
សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

មាតិកាសរសៃ . ២ក្នុងចំណោមសិស្សពីរនាក់ ២ និងមានសិស្ស

លេខមេរៀន . ២៤. ខែកុម្ภៈ.. ២០13.

I. 10-ពិន្ទុ:

1. គណនា និងរក. $g'(x)$

មើ. $g(x) = \frac{e^x}{2x} \Rightarrow g'(x) = \frac{e^x 2x - 2e^x}{4x^2}$

2 គណនា $g(1)$. និង $g'(1)$

មើ. $g(x) = \frac{e^x}{2x}$

ឆ្លើយ: $g(1) = \frac{e}{2}$

មើ. $g'(x) = \frac{2e^x x - 2e^x}{4x^2}$

ឆ្លើយ: $g'(1) = \frac{2e - 2e}{4} = 0$

II 15ពិន្ទុ.

1- រកក្រាហ្វសញ្ញា. និង ស្វ. កាំជ្រុងនៃរាងសាស្ត្រ.

មើ. $E: 25x^2 + 12y^2 = 300$

ឆ្លើយ: $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{25} = 1$

តាមទម្រង់ស្តង់ដា.

$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

ឆ្លើយ: $a^2 = 25 \rightarrow a = 5$
$b^2 = 12 \rightarrow b = 2\sqrt{3}$

ឆ្លើយ. ផ្តិត $I(h;k) = (0;0)$.

តាម $c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 12 = 13$

ឆ្លើយ: $c = \sqrt{13}$

ឆ្លើយ: $F_1(h; k+c) = (0; \sqrt{13})$
$F_2(h; k-c) = (0; -\sqrt{13})$.

កាំជ្រុង: $S_1(h; k+a) = (0; 5)$
$S_2(h; k-a) = (0; -5)$.

② រក.ក្រាហ្វសញ្ញានៃប្រសិទ្ធ E និង. កំណត់ចាប់ពី ១ រហូតដល់ពុល

មើ: $E: 25x^2 + 12y^2 = 300$

មើ ចំណុច $x'x \Rightarrow y = 0$

$\Rightarrow 25x^2 = 300 \Rightarrow x^2 = 12$
$\Rightarrow x = \pm 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ $A_1(2\sqrt{3}; 0)$
$A_2(-2\sqrt{3}; 0)$

មើ. ចំណុច $y'y$ ១: $x = 0$

ឆ្លើយ: $12y^2 = 300 \Rightarrow y^2 = 25$
$\Rightarrow y = \pm 5$

$\Rightarrow$ $B_1(0; -5)$
$B_2(0; -5)$

III 20-ពិន្ទុ.

១. សមីការឌីផេរង់ស្យែលមានទម្រង់.

1. $y' + y = 0$. មានគ្រាចកត់តាម $M(1;$

តាម: $y' + ay = 0 \rightarrow y = ke^{-ax}; k \in \mathbb{R}$

ឆ្លើយ: $y' + y = 0 \Rightarrow$ ស្វ.ឌីផេរង់ស្យែល

$y = ke^{-x}; (k \in \mathbb{R})$

មានគ្រាចកត់តាម $M(1; e)$. ឆ្លើយ:

$e = ke^{-1}$ ឆ្លើយ: $k = \frac{e}{e^{-1}} = e^2$

ឆ្លើយ. ស្វ.ឌីផេរង់ស្យែល $y = e^2 e^{-x}$

ឬ $y = e^{2-x}$

2. មើ: $y' = \frac{4x^3}{x^4+1}$

ឆ្លើយ: $y = \int \frac{4x^3}{x^4+1} dx$

តាម $u = x^4 + 1 \Rightarrow du = 4x^3 dx$

ឆ្លើយ: $y = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + C$

$y = \ln|x^4+1| + C$

មានគ្រាចកត់តាម $N(0;1)$

ឆ្លើយ: $1 = \ln|0+1| + C$

$\Rightarrow C = 1$

$\Rightarrow y = \ln|x^4+1| + 1$

WWW.SETHSOK.WORDPRESS.COM

IV. ៣០ពិន្ទុ.

យើង: $f(x) = \dfrac{2x^2+3x-5}{x+2}$

1. រកដែនកំណត់.-

$f(x)$ មានន័យ $x+2 \neq 0$

គឺបាន: $x \neq -2$ ឬ.

$x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

ឬ $x \in]-\infty; -2) \cup (-2; +\infty[$

- ស្វែងរកលក្ខណៈ $f'(x)$

យើ. $f(x) = \dfrac{2x^2+3x-5}{x+2}$

$f(x) = 2x-1-\dfrac{3}{x+2}$

គេបាន: $f'(x) = 2 + \dfrac{3}{(x+2)^2}$

$= \dfrac{2x^2+8x+11}{(x+2)^2}$

$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2+8x+11=0$

$\rightarrow \Delta' = 16-22 = -6 < 0$

$\rightarrow$ សមីការ $2x^2+8x+11=0$ គ្មានឫស

$\rightarrow f'(x)$ យកសញ្ញា តាម: $a = 2 > 0$

ដូច: $2x^2+8x+11$.;

ពិនិត្យ: $(x+2)^2 > 0; \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$\boxed{\text{គេបាន: } f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-2\}}$

2. រកសមីការ អាស៊ីមតូតឈរ

តាម ដែលស្វែងរក: គេមាន.

(D): $x = k$ ឈរ (C)

$\lim_{x \to k} f(x) = \infty$

គេបាន: $\lim_{x \to -2} 2x-1-\dfrac{3}{x+2} = \infty$

ព្រោះ: $\lim_{x \to -2} \dfrac{3}{x+2} = \infty$

$\boxed{\text{គេបាន: } x = -2 \text{ អាស៊ីមតូតឈរ}}$

* រកសមីការ អាស៊ីមតូតទេរ

យើ: $f(x) = 2x-1-\dfrac{3}{x+2}$

តែ $\lim_{x \to \infty} \dfrac{3}{x+2} = 0$

$\boxed{\text{គេបាន: } (d): y = 2x-1 \text{ ជា អាស៊ីមតូតទេរ}}$

3. តម្រូវ តារាងអថេរតាម.

រក. លីមីត.

$A = \lim_{x \to +\infty} 2x-1-\dfrac{3}{x+2} = +\infty$

ព្រោះ: $\lim_{x \to +\infty} 2x-1 = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \dfrac{3}{x+2} = 0$

$B = \lim_{x \to -\infty} 2x-1-\dfrac{3}{x+2} = -\infty$

ព្រោះ $\lim_{x \to -\infty} 2x-1 = -\infty$

$\lim_{x \to -\infty} \dfrac{3}{x+2} = 0$

$C = \lim_{x \to -2^-} 2x-1-\dfrac{3}{x+2}$

ដែល $\lim_{x \to -2^-} x+2 = -2^-+2 = 0^-$

ហេតុ: $\lim_{x \to -2^-} 2x-1-\dfrac{3}{x+2} = +\infty$

$D = \lim_{x \to -2^+} 2x-1-\dfrac{3}{x+2}$

ដែល $\lim_{x \to -2^+} x+2 = -2^++2 = 0^+$

ហេតុ: $\lim_{x \to -2^+} 2x-1-\dfrac{3}{x+2} = -\infty$

4. ចូរ: ស្វែងរកសំណុំ ចម្លើយ

នៃវិសមភាព

$\dfrac{2x^2+3x-5}{x+2} > 2x-1$

តាម ក្រាប.

$\boxed{x \in]-\infty; -2[}$

ភ្នំពេញ ១៦. ខែកុម្ภៈ ២០១៣

ឈ្មោះ សុ ពិសិដ្ឋ

ហ. ១០០

តារាងអថេរតាមតម្លៃ

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	
y	$-\infty$	↗ $+\infty$	‖	$-\infty$ ↗	$+\infty$

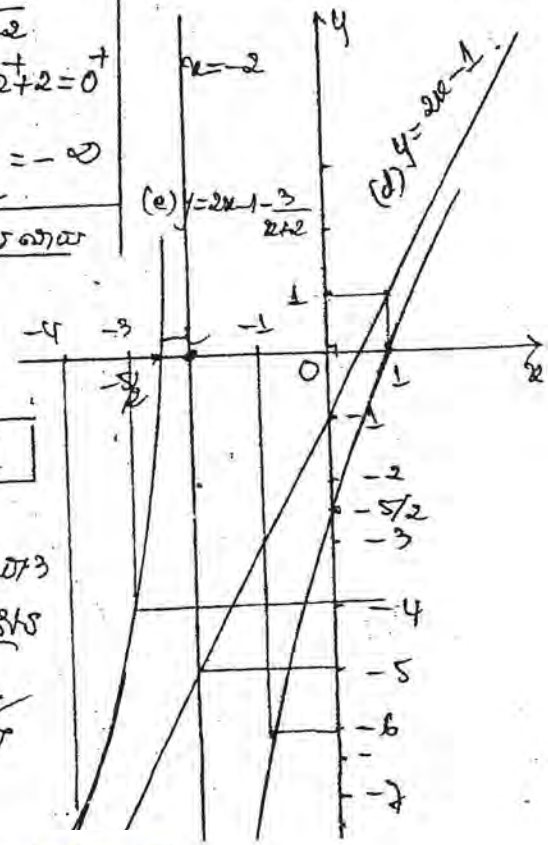
ចំណុចជាក់លាក់ មួយចំនួន.

$x = -1 \Rightarrow y = -6$

$x = 0 \Rightarrow y = -5/2$

$x = 1 \Rightarrow y = 0$

$x = -5/2 \Rightarrow y = 0$.



www.pisethsok.com

ក្រសួងអប់រំ យុវជន និងកីឬា

ប្រឡងសញ្ញាបត្រមធ្យមសិក្សាទុតិយភូមិ ចំណេះទូទៅ និងបំប៉ន់ញ្ញាវិជ្ជា

លេខបន្ទប់ : .....

លេខតុ : .....

មណ្ឌលប្រឡង : .....

ឈ្មោះ និងហត្ថលេខារបស់ករណ៍ :

១. .....

២. .....

សម័យប្រឡង : ០៥ សីហា ២០១៣

នាមត្រកូល និងនាមខ្លួន : .....

ថ្ងៃខែឆ្នាំកំណើត : .....

ហត្ថលេខា : .....

អក្សរសម្ងាត់

* បេក្ខជនមិនត្រូវធ្វើសញ្ញាសម្គាល់អ្វីមួយនៅលើសន្លឹកប្រឡងឡើយ។ សន្លឹកប្រឡងណាដែលមានសញ្ញាសម្គាល់នឹងត្រូវបានពិន្ទុសូន្យ។

អក្សរសម្ងាត់

ចំណាត់ថ្នាក់ : គណិតវិទ្យា (ថ្នាក់វិទ្យាសាស្ត្រ) រយៈពេល : ១៥០នាទី ពិន្ទុ : ១២៥

សេចក្តីណែនាំ :

- ១. បេក្ខជនត្រូវបង្ហាញក្រដាសនេះជាមួយ ១ចម្លងផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី២ ឬប៉ុនប្រអប់ផ្នែកខាងលើនៃទំព័រទី១ ដែលនឹងត្រូវកាត់ចោល ។ ហាមសរសេរចម្លើយនៅលើកន្លែងចូលខ្ញែងនោះ ។
- ២. បេក្ខជនត្រូវចូលបន្ទាត់បណ្ឌារឲ្យចំពាក់កណ្តាលទំព័រទី២ និងទំព័រទី៣ សម្រាប់សរសេរចម្លើយបន្ត ។

I. (១០ពិន្ទុ) គេឲ្យចំនួនកុំផ្លិច $a = 2\sqrt{3} - 2i$ និង $b = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ។

4 ១. សរសេរ $Z = a^2 + b^2 + 4ai + \sqrt{2}b$ ជាទម្រង់ពីជគណិត ។

6 ២. សរសេរ a, b និង ab ជាទម្រង់ត្រីកោណមាត្រ ។

II. (១៥ពិន្ទុ) ក្នុងប្រអប់មួយមានឃ្លីពណ៌ស 2 គ្រាប់ ដែលមានចុះលេខ 1, 2 និងឃ្លីពណ៌ខ្មៅ 3 គ្រាប់ ដែលមានចុះលេខ 1, 2, 3 ។ គេចាប់យកឃ្លី 2 គ្រាប់ ព្រមគ្នាដោយចៃដន្យពីក្នុងប្រអប់នោះ ។

5+2 ១. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ A : « គេចាប់បានឃ្លីពណ៌ដូចគ្នា » ។

4 ២. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ B : « គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 » ។

4 ៣. រកប្រូបាបនៃព្រឹត្តិការណ៍ C : « គេចាប់បានឃ្លីមានផលបូកលេខស្មើ 3 ដោយបានដឹងថា វាមានពណ៌ដូចគ្នា » ។

III. (១៥ពិន្ទុ)

7 ១. កំណត់ចំនួនពិត m, n និង p ដើម្បីឲ្យ $\dfrac{x^2+6x+5}{(x-2)(x^2+x+1)} = \dfrac{m}{x-2} + \dfrac{nx+p}{x^2+x+1}$ $(x \neq 2)$

8 ២. គណនាអាំងតេក្រាល $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{x^2+6x+5}{(x-2)(x^2+x+1)}dx$

IV. (២០ពិន្ទុ) គេឲ្យសមីការឌីផេរង់ស្យែល $(E_1): -y'' - y' + 6y = 6x^2 - 2x + 4$ ។

8 ១. ដោះស្រាយសមីការ $(E_2): -y'' - y' + 6y = 0$ ។

12 ២. រកពហុធា $p(x) = ax^2 + bx + c$ ដែលជាចម្លើយមួយនៃសមីការ (E_1) ។ ទាញរកចម្លើយទូទៅនៃ (E_1) ។

V. (៣០ពិន្ទុ) នៅក្នុងតម្រុយអរតូណរម៉ាល់មានទិសដៅវិជ្ជមាន $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ គេឲ្យបីចំណុច $A(1, 0, 1)$, $B(0, 2, 2)$ និង $C(2, 1, 0)$ ។

6 ១. បង្ហាញថាត្រីកោណ ABC ជាត្រីកោណកែងត្រង់កំពូល A ។

10 ២. គណនា $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ រួចរកសមីការប្លង់ ABC ។

14 ៣. រកសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត្រនៃបន្ទាត់ d ដែលកាត់តាម $D(1, -1, 3)$ ហើយកែងនឹងប្លង់ ABC ត្រង់ M ។ រកកូអរដោនេចំណុច M ។

សុខ ពិសិដ្ឋ - Sok Piseth Page Facebook.com/TeacherSokPiseth pisethsok.wordpress.com plus.google.com/+PisethSok_SPS

ចម្លើយ

(10pt) I. ចំនួនការជាក់លាក់ $n(S) = C(9,3)$

(2pt) $= \frac{9!}{6!3!} = 84$

1). តាង A ជាព្រឹត្តិការណ៍យកកូនបាល់ក្រហមចំនួន 1

ចំនួនការជាក់ក្រាប $n(A) = C(5,2) \times C(4,1)$

(2pt) $= \frac{5!}{3!2!} \times \frac{4!}{3!} = 40$

ដូចនេះ: (2pt) $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{40}{84} = \frac{10}{21} = 0.47$

2). តាង B ជាព្រឹត្តិការណ៍យកកូនបាល់ស្មើគ្នា

ចំនួនការជាក់ក្រាប $n(B) = C(5,3) + C(4,3)$

(2pt) $= \frac{5!}{2!3!} + \frac{4!}{3!} = 14$

ដូចនេះ: (2pt) $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{14}{84} = \frac{1}{6} = 0.16$

(15pt) II. 1). ស្វែងរកចម្លើយសមីការ (E)

សមីការ (E): $(e^x + 2013)y' = e^x$

(2pt) $\Rightarrow y' = \frac{e^x}{e^x + 2013}$

$\Rightarrow y = \int \left(\frac{e^x}{e^x + 2013}\right) dx$

(2pt) $= \int \frac{(e^x + 2013)'}{e^x + 2013} dx$

(2pt) $y = \ln(e^x + 2013) + c \quad (c \in \mathbb{R})$

2). រកចម្លើយជាក់លាក់សមីការ (E)

សមីលក្ខខ: $y = \ln(e^0 + 2013) + c$

(1pt) នាទីចាប់ផ្តើម $x = 0$ និង $y = 0$

(2pt) ជួសជំនួស $\Rightarrow \ln(e^0 + 2013) + c = 0$

$\Rightarrow \ln(1 + 2013) + c = 0$

$\ln 2014 + c = 0$

(2pt) $\Rightarrow c = -\ln 2014$

ដូចនេះ ចម្លើយជាក់លាក់សមីការ (E) គឺ

$y = \ln(e^x + 2013) - \ln 2014$

(3pt) $y = \ln\left(\frac{e^x + 2013}{2014}\right)$

(20p) III. 1). សរសេរសមីការស្តង់ដារនៃវ៉ារីយ៉ង់ពាក់កណ្តាលមួយ

សមីការ (E): $25x^2 + 9y^2 - 18y - 216 = 0$

(6pt) $\Rightarrow 25x^2 + 9(y^2 - 2y + 1) - 9 - 216 = 0$

(3pt) $25x^2 + 9(y-1)^2 = 225$

ចែកអង្គទាំងពីរនឹង 225 យើងបាន:

(3pt) $\frac{x^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$

នេះជាសមីការស្តង់ដារនៃវ៉ារីយ៉ង់ពាក់កណ្តាលមួយ

2). កំណត់ក្រាហ្វរបស់ឆ្លងកាត់ ចំណុចកំពូល ចំណុចផ្តោត និងកាត់ពាក់ព័ន្ធ (E) យកតម្លៃធំជាងគេ

ដែល $h = 0$; $k = 1$; $a = 5$; $b = 3$

(4pt) និង $c^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = 4$

ដូចនេះ យើងបានក្រាហ្វរបស់:

(2pt) - ផ្តិត $I(0,1)$

(2pt) - កំពូល $V_1(0,-4)$ និង $V_2(0,6)$

(2pt) - ចំណុច $F_1(0,-3)$ និង $F_2(0,5)$

(30p) IV.

1). ដាក់តារាងអថេរ

សមីការ: $y = f(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$, $x \neq \pm 2$

(2pt) $\lim_{x \to -2} f(x) = \lim_{x \to -2} \frac{x^2}{4 - x^2} = \frac{4}{4-4} = \frac{4}{0} = \pm\infty$

(2pt) $\lim_{x \to 2} f(x) = \lim_{x \to 2} \frac{x^2}{4 - x^2} = \frac{4}{4-4} = \frac{4}{0} = \pm\infty$

(2pt) $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2}{4 - x^2} = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{1}{\frac{4}{x^2} - 1} = -1$

ដូចនេះ $\lim_{x \to \pm 2} f(x) = \pm\infty$ និង $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = -1$

តាមរយៈតម្លៃដែលគណនាបានខាងលើ យើងមានតារាងអថេរ (E)

(1pt) ដោយ $\lim_{x \to \pm 2} f(x) = \pm\infty$

(2pt) ដូចនេះ បន្ទាត់ $x = -2$ និង $x = 2$ គឺជាអាស៊ីមតូតឈរ

(1pt) ដោយ $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = -1$

(1pt) ដូចនេះ បន្ទាត់ $y = -1$ គឺជាអាស៊ីមតូតដេកនៃក្រាប (C)

2). ស្វែងរកដេរីវេ $f'(x)$

សមីការ: $f(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$

(2pt) $\Rightarrow f'(x) = \frac{2x(4 - x^2) - (-2x)x^2}{(4 - x^2)^2}$

$= \frac{8x - 2x^3 + 2x^3}{(4 - x^2)^2}$

(3pt) $= \frac{8x}{(4 - x^2)^2}$

(1pt) ចំណែក $(4 - x^2)^2 > 0 \ \forall x \in D$

នោះ $f'(x)$ ជាអាស្រ័យតាម x

ដូចនេះ យើងមានតារាងសញ្ញានៃ $f'(x)$

(1pt)

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	

$f'(x) = 0$ លុះ $x = 0$

$f'(x) > 0$ លុះ $x > 0$

$f'(x) < 0$ លុះ $x < 0$

តារាងបង្ហាញពីតម្លៃនៃអនុគមន៍ f

ចំណុច: $x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{0^2}{4 - 0^2} = \frac{0}{4} = 0$

(3pt)

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	‖	$+$	
$f(x)$	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-1

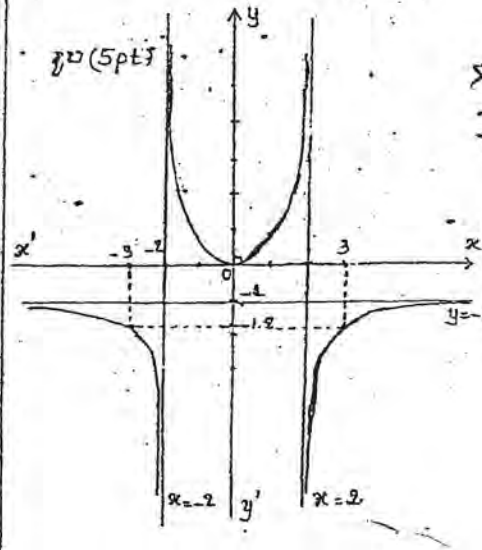
3). គណនា $f(-3)$ និង $f(3)$ ក្នុងតារាងក្រាប (C)

សមីការ: $f(x) = \frac{x^2}{4 - x^2}$

(1pt) $\Rightarrow f(-3) = \frac{(-3)^2}{4 - (-3)^2} = \frac{9}{4 - 9} = -\frac{9}{5} = -1.8$

(1pt) $f(3) = \frac{3^2}{4 - 3^2} = \frac{9}{4 - 9} = -\frac{9}{5} = -1.8$

ក្រាហ្ស (5pt)



* បញ្ជាក់:
- ក្រាហ្សកាត់ជាមួយតួអក្ষរ x ត្រូវចំណុចកំពូល (1pt)
- ក្រាហ្សកាត់ជាមួយតួអក្ষរ y ជាមួយ (1pt)
- ក្រាហ្សស៊ីមេទ្រីធៀបនឹងអ័ក្ষ y ជាមួយ (1pt)

WWW.PHETPOM.COM