PHYSICS FOR SCIENTISTS AND ENGINEERS

សាកលវិទ្យាល័យភូមិន្ទភ្នំពេញ

មហាវិទ្យាល័យវិទ្យាសាស្ត្រ

សង្ខេបមេរៀន លំហាត់ និងដំណោះស្រាយ

មេកានិច

សំរាប់ថ្នាក់ឆ្នាំមូលដ្ឋាន

រៀបរៀងដោយ: លោក ហង់ ស៊ីម សាស្ត្រាចារ្យរូបវិទ្យា

ត្រួតពិនិត្យដោយ: លោក ហង់ ចាន់ថុន សាកលវិទ្យាធិការរង

បញ្ជីអត្ថបទ

មេរៀន	ទំព័រ
រូបមន្តគណិតវិទ្យា	1
១.ដេរីវេ	1
២.អាំងតេក្រាល	2
៣.ស៊េរី	4
៤.ស៊េរី **Fourier**	5
៥.ស៊េរី **Taylor**	6
៦.ស៊េរី **Laureant**	6
៧.សមីការ	6
៨.សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល	7
៩.ចំនួនកុំផ្លិច	9
១០.វិភាគវ៉ិចទ័រ	9
១១.ដេរីវេវ៉ិចទ័រ	11
១២.ទំរង់ម៉ាទ្រីស	12
១២.ប្រមាណវិធីក្នុងកូអរដោនេដេកាត	13
សង្ខេបរូបមន្តសំខាន់ៗនៃមេកានិច	15
ប្រព័ន្ធខ្នាត	15
ផ្នែកទី១: ស៊ីនេម៉ាទិច	18
១.ចលនាត្រង់	18
២.ចលនាត្រង់ស្មើ	18
៣.ចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើ	19
៤.ចលនានៅក្នុងលំហ	19
៥.ចលនាកោង	22
៦.ចលនាវង់	24

៧-ចលនាត្រង់ស៊ីនុយសូអ៊ីត	25
៨-ចលនាធន្លាក់សេរី	26
៩-ចលនាគ្រាប់បាញ់	27
១០-ចលនាធៀបទៅនឹងតំរុយធ្វើចលនារំកិល	28
១១-ចលនាអាស្រ័យ	29
១២-កូអរដោនេប៉ូលែប្លង់	29
ផ្នែកទី២: ឌីណាមិច	31
១-ច្បាប់ ទាំងបីរបស់ញូតុន	31
២-ចលនារំកិលរបស់អង្គធាតុ	31
៣-ចលនាវង់ស្មើ និងចលនាលំយោល	33
៤-ថាមពល និងច្បាប់រក្សាថាមពល	34
៥-ថាមពលមេកានិច	38
៦-ចលនានៅក្នុងដែន	39
៧-ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចនិងម៉ូម៉ង់នៃកំលាំង	39
៨-លំនឹងនៃភាគល្អិត	40
៩-លំនឹងនៃអង្គធាតុរឹង	41
១០-ចលនារណបផែនដី	41
១១-ច្បាប់កេប្លែ	41
១២-ទង្គិចនៃចំនុចរូបធាតុពីរ	42
១៣-ស៊ីនេម៉ាទិចប្លង់នៃអង្គធាតុរឹង	44
លំហាត់ និងដំណោះស្រាយ ផ្នែកស៊ីនេម៉ាទិច	47
លំហាត់ត្រិះរិះ	162
លំហាត់ និងដំណោះស្រាយ	175
លំហាត់ត្រិះរិះ	333
ឯកសារយោង	372

រូបមន្តគណិតវិទ្យាសំខាន់ៗសំរាប់អនុវត្តក្នុងរូបវិទ្យា

១_ដេរីវេ

1- $y = cx$ $\Rightarrow y' = \dfrac{dy}{dx} = c$

2- $y = x^n$ $\Rightarrow y' = \dfrac{dy}{dx} = nx^{n-1}$

3- $y = u^n,\ u = u(x)$ $\Rightarrow y' = \dfrac{dy}{dx} = nu^{n-1}\dfrac{du}{dx} = nu'u^{n-1}$

4- $y = e^x$ $\Rightarrow y' = \dfrac{dy}{dx} = e^x$

5- $y = e^u,\ u = u(x)$ $\Rightarrow y' = e^u\dfrac{du}{dx} = u'e^u$

6- $y = e^{u^n},\ u = u(x)$ $\Rightarrow y' = \dfrac{dy}{dx} = nu^{n-1}e^{u^n}\dfrac{du}{dx}$

$= nu'u^{n-1}e^{u^n}$

7- $y = u\cdot v,\ u = u(x),\ v = v(x)$ $\Rightarrow y' = \dfrac{dy}{dx} = v\dfrac{du}{dx} + u\dfrac{dv}{dx}$

$= u'v + v'u$

8- $y = \dfrac{u}{v},\ u = u(x),\ v = v(x)$ $\Rightarrow y' = \dfrac{dy}{dx} = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$

9- $y = \sin x$ $\Rightarrow y' = \cos x$

10- $y = \cos x$ $\Rightarrow y' = -\sin x$

11- $y = \sin u,\ u = u(x)$ $\Rightarrow y' = u'\cos u$

12- $y = \cos u,\ u = u(x)$ $\Rightarrow y' = -u'\sin u$

13- $y = \mathrm{tg}\,u,\ u = u(x)$ $\Rightarrow y' = \dfrac{u'}{\cos^2 u} = u'\sec^2 u = u'(1 + \mathrm{tg}^2\,u)$

14- $y = \mathrm{cotg}\,u,\ u = u(x)$ $\Rightarrow y' = -\dfrac{u'}{\sin^2 u} = -u'\,\mathrm{cosec}^2\,u$

15- $y = \sec u = \dfrac{1}{\cos u},\ u = u(x)$ $\Rightarrow y' = u'\cdot\sec u\cdot\mathrm{tg}\,u$

16- $y = \mathrm{cosec}\,u = \dfrac{1}{\sin u},\ u = u(x)$ $\Rightarrow y' = -u'\,\mathrm{cosec}\,u\cdot\mathrm{cotg}\,u$

17- $y = \arcsin u = \sin^{-1} u,\ u = u(x)$ $\Rightarrow y' = \dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

18- $y = \arccos u = \cos^{-1} u$, $u = u(x) \Rightarrow y' = -\dfrac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$

19- $y = \log_a x \Rightarrow y' = \dfrac{1}{x \ln a}$

20- $y = \log_a u$, $u = u(x) \Rightarrow y' = \dfrac{u'}{u \ln a}$

21- $y = \ln u$, $u = u(x) \Rightarrow y' = \dfrac{u'}{u}$

22- $y = a^u$, $u = u(x) \Rightarrow y' = u' a^u \ln a$

23- $y = u \cdot v$, $u = u[p(x)]$, $v = v[p(x)] \Rightarrow y' = v \cdot \dfrac{\partial u}{\partial p} \cdot \dfrac{dp}{dx} + u \cdot \dfrac{\partial v}{\partial p} \cdot \dfrac{dp}{dx}$

24- $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{c} \Rightarrow \dfrac{d\vec{c}}{dt} = \dfrac{d\vec{u}}{dt} \wedge \vec{v} + \vec{u} \wedge \dfrac{d\vec{v}}{dt}$

២. អាំងតេក្រាល

1- $\int f(x)dx = F(x) + C$

2- $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

3- $\int u^n du = \dfrac{u^{n+1}}{n+1} + C$; $n \neq -1$

4- $\int \dfrac{du}{u} = \ln|u| + C$

5- $\int e^u du = e^u + C$

6- $\int \cos u du = \sin u + C$

7- $\int \sin u du = -\cos u + C$

8- $\int \operatorname{tg} u du = -\ln|\cos u| + C$

9- $\int \operatorname{cotg} u du = \ln|\sin u| + C$

10- $\int \sec u du = \ln|\sec u + \operatorname{tg} u| + C$

11- $$\int \sin^n x \cos x dx = \begin{cases} \dfrac{\sin^{n+1} x}{n+1} + C & , n \neq -1 \\ \ln|\sin x| + C & , n = -1 \end{cases}$$

12- $$\int \operatorname{tg}^n x \cdot \sec^2 x dx = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{tg}^{n+1} x}{n+1} + C & , n \neq -1 \\ \ln|\operatorname{tg} x| + C & , n = -1 \end{cases}$$

13- $$\int \operatorname{cotg}^n x \operatorname{cosec}^2 x dx = \begin{cases} -\dfrac{\operatorname{cotg}^{n+1} x}{n+1} + C & , n \neq -1 \\ -\ln|\operatorname{cotg} x| + C & , n = -1 \end{cases}$$

14- $$\int \cos^n x \sin x dx = \begin{cases} -\dfrac{\cos^{n+1} x}{n+1} + C & , n \neq -1 \\ -\ln|\cos x| + C & , n = -1 \end{cases}$$

15- $\int u dv = uv - \int v du$

16- $\int \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}} du = \arcsin u + C$

17- $\int \frac{1}{1+u^2} du = \text{arctg}\, u + C$

18- $\int_a^b [f(x) \pm g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

19- $\int_a^b Af(x)dx = A\int_a^b f(x)dx$

20- $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

21- បើ $a < b$ nig $f(x) \geq g(x)$ $\Rightarrow \int_a^b f(x)dx \geq \int_a^b g(x)dx$

22- $\left|\int_a^b f(x)dx\right| \leq \int_a^b |f(x)|dx$

23- បើ $a < b$ និង $f(x) \geq 0 \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \geq 0$

24- $\left[\int_a^b f(x)g(x)dx\right]^2 \geq \left(\int_a^b [f(x)]^2 dx\right)\cdot\left(\int_a^b [g(x)]^2 dx\right)$

25- បើ $f(t)$ និង $g(t)$ ជាប់នៅលើចន្លោះ $[a, b]$ ហើយ $0 \leq f(t) \leq g(t)$ គេបាន:

-បើ $\int_a^b g(t)dt$ រួម $\Rightarrow \int_a^b f(t)dt$ រួម

-បើ $\int_a^b f(x)dx$ រីក $\Rightarrow \int_a^b g(x)dx$ រីក

-បើ $f(x) = \frac{A}{(b-t)^\alpha}$ ពេល $t \to b-0, A$ ថេរ

$$\Rightarrow \int_a^b f(t)dt : \begin{cases} \text{រួម បើ } \alpha < 1 \\ \text{រីក បើ } \alpha \geq 1 \end{cases}$$

26- ប្រវែងធ្នូនៃខ្សែកោង: គេអោយសមីការប៉ារ៉ាម៉ែតក្នុងតំរុយ $\Re(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ កំនត់ដោយ:

$x = f(t),\ y = g(x),\ z = h(t)$ ។ ប្រវែងធ្នូនៃខ្សែកោងគឺ:

$$S(t) = \int_a^t \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt$$

ដែល $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ ។

បើវានៅក្នុងប្លង់ គេបាន:

$$S = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \sqrt{\rho'(\theta) + [\rho(\theta)]^2}\, d\theta$$

27- អាំងតេក្រាលឌុប (ពីរជាន់) សំរាប់គណនាក្រឡាផ្ទៃ:

$$S = \iint_{(D)} f(x, y)dxdy$$

28- អាំងតេក្រាលទ្រីប (បីជាន់) សំរាប់គណនាមាឌ:

$$V = \iiint_{(V)} f(x, y, z)dxdydz$$

29- ម៉ូម៉ង់និចលភាពនៃមាឌមួយធៀបទៅនឹងអ័ក្សមួយ:

$$I = \iiint_{(V)} \rho\cdot(x^2 + y^2)dxdydz\ ,\ \rho(x, y, z)$$

30- ទីប្រជុំទំងន់នៃមាឌមួយៈ

$$x_G = \frac{1}{M}\iiint_{(V)} \rho \cdot x\, dxdydz$$; M ម៉ាសសរុប

$$y_G = \frac{1}{M}\iiint_{(V)} \rho \cdot y\, dxdydz$$

$$z_G = \iiint_{(V)} \rho \cdot z\, dxdydz$$

31- ការប្តូរអថេរៈ

កូអរដោនេដេកាត ទៅកូអរដោនេស៊ីឡាំង

$$\iiint_{(V)} f(x, y, z) dxdydz = \iiint_{(\Delta)} \rho(r\cos\theta;\, r\sin\theta;\, z) rdrd\theta dz$$

32- រូបមន្ត Rieman

$$\int_{C^+} P(x, y)dx + Q(x, y)dy = \iint_{(D)} \left(\frac{\partial Q}{dx} - \frac{\partial P}{dy}\right) dxdy$$

33- $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + h} = \frac{\pi}{2} \cdot h^{-\frac{1}{2}}$

34- $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + h)^{n+1}} = \frac{\pi}{2} \times \frac{1 \times 3 \times 5 \times \cdots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times 6 \times \cdots \times 2n} \times \frac{1}{h^n \sqrt{h}}$

35- $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ (អាំងតេក្រាល Frenel)

36- $\int_0^{\infty} e^{-\omega^2 \cdot x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\omega}$

37- $\int_0^{\infty} e^{-ix^2} dx = \int_0^{\infty} (\cos x^2 - i \sin x^2) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}}(1 - i)$

(ព្រោះ $\int_0^{\infty} \cos x^2 dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}$, $\int_0^{\infty} \sin x^2 dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}$)

៣~ស៊េរី

ស៊េរីពិសេសៗមួយចំនួនៈ

1- $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots;\ |x| < \infty$

2- $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \cdots;\ |x| < \infty$

3- $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots + (-1)^{n-1} \cdot \frac{x^{2n-2}}{(2n-2)!} + \cdots;\ |x| < \infty$

4- $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots + (-1)^{n-1}\cdot\frac{x^n}{n} + \cdots;\ |x|<1$

5- $\text{Arctg}\, x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \cdots(-1)^{n-1}\cdot\frac{x^{2n-1}}{(2n-1)} + \cdots;\ |x|<1$

6- $(1+x)^p = 1 + px + \frac{p(p-1)}{2!}\cdot x^2 + \cdots + \frac{p(p-1)\cdots(p-n+1)x^{2n-1}}{n!}\cdot x^n + \cdots;\ |x|<1$

៤_ស៊េរី Fourier

A. $f(x)$ ជាអនុគមន៍ពិត ឬកុំផ្លិច ដែលមានអថេរ x ហើយមានខួប 2π កំនត់ដោយះ

$$\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx$$

យើងបំបែក $f(x)$ ជាស៊េរី Fourier គឺ:

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

ដែល $a_0 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cdot\cos nxdx$$

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cdot\sin nxdx$$

B. ករណីអនុគមន៍ពេលមានខួប $T = \frac{2\pi}{\omega}$

យើងតាង $x = \omega t$

$$\Rightarrow f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

ដែល $a_0 = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)dt$

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\cdot\cos n\omega tdt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)\cdot\sin n\omega tdt$$

C. បើវាជាអនុគមន៍កុំផ្លិច

រូបមន្ត **A** ខាងលើអាចសរសេរជា:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_n e^{inx}$$

ដែល $C_n = \dfrac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cdot e^{-inx}dx$

D. ទ្រឹស្តីបទ **Parseval**

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\left| f(x)\right|^2 dx = a_0{}^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n{}^2 + b_n{}^2)$$

ចំពោះអនុគមន៍ខូប B ខាងលើគេបាន:

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\left| f(x)\right|^2 dx = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}\left| C_n{}^2 \right|$$

៥~ ស៊េរី Taylor

បើ $f(x)$ ជាអនុគមន៍ដែលមានដេរីវេត្រង់គ្រប់ចំនុចនៅក្នុងខ្សែកោងបិទ (C) គេបាន:

$$f(a+h) = f(a) + hf'(a) + \frac{h^2}{2!}f''(a) + \cdots + \frac{h^n}{n!}f^{(n)}(a) + \cdots$$

បើគេតាង $x = a + h \Longrightarrow h = x - a$ នោះគេបាន:

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \cdots$$

៦~ស៊េរី Laureant

$$f(a+b) = a_0 + a_1 h + a_2 h^2 + \ldots + \frac{a_{-1}}{h} + \frac{a_{-2}}{h^2} + \ldots$$

ដែល $\mathrm{a_n} = \dfrac{1}{2\pi \mathrm{i}}\oint \dfrac{\mathrm{f(x)}}{\mathrm{(x-a)^{n+1}}}\mathrm{dx}$; $\mathrm{a_{-n}} = \dfrac{1}{2\pi \mathrm{i}}\oint \mathrm{(x-a)^{n-1}f(x)dx}$; $n = 1,2,3,4,\ldots$

បើយើងប្តូរអថេរ $f(x) = a_0 + a_1(x-a) + a_2(x-a)^2 + \ldots + \dfrac{a_{-1}}{x-a} + \dfrac{a_{-2}}{(x-a)^2} + \ldots$

ដែល $a_n = \dfrac{1}{2\pi i}\oint \dfrac{f(\xi)}{(\xi - a)^{n+1}}d\xi$; $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$

៧~សមីការ

ក- សមីការបន្ទាត់: $y = ax + b$

បើ $b = 0,\ y = ax$ កាត់តាមគល់0 ។

ខ- សមីការបន្ទាត់កាត់តាមពីរចំនុច $A(x_1\,;\,y_1)$ និង $B(x_2\,;\,y_2)$:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

គ- សមីការរង្វង់:

$x^2 + y^2 = R^2$ មានផ្ចិតត្រង់ O កាំ R ។

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ មានផ្ចិតត្រង់ A(a ; b); កាំ R ។

ឃ- សមីការអេលីបៈ

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a; b$ ជាអ័ក្សទាំងពីរនៃអេលីប ។

ង- សមីការអ៊ីពែបូលៈ

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \pm 1 = 0$

ច- សមីការប៉ារ៉ាបូលៈ $y = ax^2 + bx + c$ មានចំនុចកំពូល $S\left(-\frac{b}{2a}; \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ ។

៨. សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល

A. សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់មួយៈ $f(c; y; y') = 0$

-សមីការមានអថេរអាចបំបែកបានៈ

$$f(x)dx = g(y)dy \quad \frac{dy}{dx} = y'$$

$$\Rightarrow \int f(x)dx = \int g(y)dy + c$$

-សមីការ $\frac{dy}{dx} + yP(x) = Q(x)$

$$\Rightarrow ye^{\int P(x)dx} = \int Q(x)e^{\int P(x)dx}dx + c$$

-សមីការ Bernouilli

$$\frac{dy}{dx} + y \cdot P(x) = y^n \cdot Q(x)$$

គេអាចសរសេរ $y^{-n}\frac{dy}{dx} + y^{-n+1}P(x) = Q(x)$

តាង $V = y^{-n+1} \Rightarrow \frac{1}{1-n} \cdot \frac{dV}{dx} = y^{-n} \cdot \frac{dy}{dx}$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dx} + V[(1-n)P(x)] = (1-n)Q(x)$$

B. សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ពីរៈ $f(c; y; y'; y'') = 0$

-សមីការមានរាងៈ

$$ay'' + by' + cy = 0 \ , \ y' = \frac{dy}{dx} \ , \ y'' = \frac{d^2y}{dx^2}$$

យើងតាង $y = e^{rx} \Rightarrow y' = re^{rx} \Rightarrow y'' = r^2 e^{rx}$

$$\Rightarrow a \cdot r^2 \cdot e^{rx} + br \cdot e^{rx} + c \cdot e^{rx} = 0$$

$\Rightarrow ar^2 + br + c = 0$ ហៅថា *សមីការលក្ខណ:*។

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$$

-បើ $\Delta > 0 \Rightarrow$ ឫសនៃសមីការគឺ $y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$

-បើ $\Delta = 0 \Rightarrow$ ឫសនៃសមីការគឺ $y = (C_1 x + C_2) e^{rx}$

$$r = -\frac{b}{2a}$$

-បើ $\Delta < 0$ គ្មានឫសពិត $\Rightarrow$ ឫសនៃសមីការគឺ $y = (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) e^{\alpha x}$ ដែល

$\alpha = -\frac{b}{2a}$ ៖ $\beta = \frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a}$ ។

-ចំពោះសមីការមានរាង: $A(x)y'' + B(x)y' + C(x)y = D(x)$

ដោះស្រាយស្រដៀងខាងលើដែរ ដំបូងយើងធ្វើអោយអង្គទីពីរសូន្យ (សូមមើលឧទាហរណ៍):

យើងយក $y'' + 3y' + 2y = 0$

មានលក្ខណ:សមីការ $r^2 + 3r + 2 = 0$

$$\Rightarrow r_1 = -1 ; \ r_2 = -2$$

យើងបានចំលើយទូទៅដោយគ្មានអង្គទីពីរ

$$y = Ae^{-2x} + Be^{-x}$$

ឬ $y = A(x)e^{-2x} + B(x)e^{-x}$

$$\Rightarrow y' = A'(x)e^{-2x} - 2A(x)e^{-2x} + B'(x)e^{-x} - B(x)e^{-x}$$

យើងជ្រើសរើសលក្ខខ័ណ្ឌបន្ថែម:

$$A'e^{-2x} + B'e^{-x} = 0 \Rightarrow A'e^{-x} + B' = 0$$

$$\Rightarrow y' = -2Ae^{-2x} - Be^{-x}$$

$$\Rightarrow y'' = -2A'e^{-2x} + 4Ae^{-2x} + Be^{-x} - B'e^{-x}$$

$$\Rightarrow y'' + 3y' + 2y = -2A'e^{-2x} - B'e^{-x} = \frac{x-1}{x^2} e^{-x}$$

$\Rightarrow A' = \frac{1-x}{x^2} e^x$ និង $B' = \frac{x-1}{x^2}$

$$\Rightarrow A = \int A'dx = \int \frac{1-x}{x^2} e^x dx = -\frac{e^x}{x} + C_1$$

$$B = \int \frac{x-1}{x^2} dx = \ln|x| + \frac{1}{x} + C_2$$

ដូច្នេះ $y = e^{-x}\ln|x| + C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$ ។

៩. ចំនួនកុំផ្លិច

$z = x + iy$; i ហៅថាចំនួននិមិត្តដែល $i^2 = -1$ ។

នេះជាទំរង់ពីជគណិត ។

-ទំរង់ងធរណីមាត្រៈ ក្នុងកូអរដោនេប៉ូលែ

$x = r\cos\theta$ $y = r\sin\theta$

$\Rightarrow z = x + iy = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

ដែលក្នុងនេះ $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ។

-ចំនួនកុំផ្លិចឆ្លាស់ៈ $\bar{z} = x - iy$

-ម៉ូឌុលៈ $|z| = z\cdot\bar{z} = \sqrt{x^2 + y^2}$

-រូបមន្ត De Moivre :

$$z^n = (x + iy)^n = r^n(\cos n\theta + i\sin n\theta)$$

-រូបមន្ត Eulaire:

$$e^{\pm i\theta} = \cos\theta \pm i\sin\theta$$

១០. វិភាគវ៉ិចទ័រ

ក-វ៉ិចទ័រពីរ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ ជាវ៉ិចទ័រកូលីនេអ៊ែ កាលណាៈ

$$\vec{a} = \lambda\,\vec{b}$$

-បើ $\lambda > 0$ នោះ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ មានទិសដៅដូចគ្នា។

-បើ $\lambda < 0$ នោះ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ មានទិសដៅផ្ទុយគ្នា។

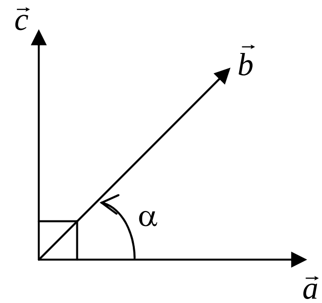
ខ- ផលគុណស្កាលែនៃពីរវ៉ិចទ័រ

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a} = a\cdot b\cos(\vec{a};\vec{b})$$

បើ $\vec{a}\left|\begin{array}{l} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{array}\right.$; $\vec{b}\left|\begin{array}{l} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{array}\right.$ គេបានៈ

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$$

គ- ផលគុណវ៉ិចទ័រ



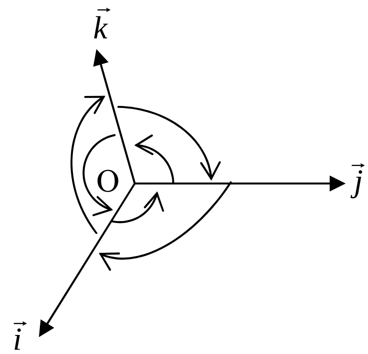
$$\vec{a}\wedge\vec{b}=\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}$$

$$\vec{b}\wedge\vec{a}=-\vec{a}\wedge\vec{b}$$

ម៉ូឌុល

$$\left|\vec{a}\wedge\vec{b}\right|=ab\sin\alpha$$

បើ $\vec{a}$ និង $\vec{b}$ នៅក្នុងតំរុយ $\Re(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$:



$$\vec{i}\wedge\vec{i}=\vec{0}\quad \vec{j}\wedge\vec{j}=\vec{0}\quad \vec{k}\wedge\vec{k}=\vec{0}$$

$$\vec{i}\wedge\vec{j}=\vec{k}\quad \vec{j}\wedge\vec{k}=\vec{i}\quad \vec{k}\wedge\vec{i}=\vec{j}$$

$$\vec{j}\wedge\vec{i}=-\vec{k}\quad \vec{i}\wedge\vec{k}=-\vec{j}\quad \vec{k}\wedge\vec{j}=-\vec{i}$$

បើ $\vec{a}\begin{vmatrix}x_1\\y_1\\z_1\end{vmatrix}$; $\vec{b}\begin{vmatrix}x_2\\y_2\\z_2\end{vmatrix}$

$$\Rightarrow \vec{a}\wedge\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\x_1&y_1&z_1\\x_2&y_2&z_2\end{vmatrix}=(y_1z_2-z_1y_2)\vec{i}-(x_1z_2-z_1x_2)\vec{j}+(x_1y_2-x_2y_1)\vec{k}$$

របៀបគណនាដេទែមីណង់(ម៉ាទ្រីសការេ) :

$$\Delta=\begin{vmatrix}a_{11}&a_{12}\cdots&a_{1n}\\a_{21}&a_{22}\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&\vdots\\a_{n1}&a_{n2}\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}$$

→ ជួរដេក

↓ ជួរឈរ

ឬយើងអាចសរសេរ $\Delta=\sum_{j=1}^{n}(-1)^{i+j}a_{ij}A_{ij}$ (ធៀបទៅនឹងជួរដេកទី i)

$$\Delta=\sum_{i=1}^{n}(-1)^{i+j}a_{ij}A_{ij}$$ (ធៀបទៅនឹងជួរដេកទី j)

A_{ij} ជាធាតុនៃ a_{ij}

<u>*ឧទាហរណ៍:*</u> $\Delta=(-1)^{1+1}\cdot a_{11}\underbrace{\begin{vmatrix}a_{22}&a_{23}\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&\vdots\\a_{n2}&a_{n3}\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}}_{A_{11}}+(-1)^{1+2}\cdot a_{12}\underbrace{\begin{vmatrix}a_{21}&a_{23}\cdots&a_{2n}\\\vdots&\vdots&\vdots\\a_{n1}&a_{n3}\cdots&a_{nn}\end{vmatrix}}_{A_{12}}$

$$+\ (-1)^{1+3}\cdot a_{13}\underbrace{\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22}\cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2}\cdots & a_{nn}\end{vmatrix}}_{A_{13}} + \cdots$$

ឃ-លក្ខណៈវ៉ិចទ័រ

- $\vec{V}\wedge\vec{V}'=\vec{w}$
- $(\vec{V}+\vec{V}')\wedge\vec{w}=\vec{V}_1\wedge\vec{w}+\vec{V}_2\wedge\vec{w}$
- $\vec{V}\wedge(\vec{W}_1+\vec{W}_2)=\vec{V}\wedge\vec{w}_1+\vec{V}\wedge\vec{w}_2$
- $\vec{V}\wedge\vec{V}'=-\vec{V}'\wedge\vec{V}$
- $(\alpha\vec{V}\wedge\vec{w})=\alpha(\vec{V}\wedge\vec{w})$
- $(\vec{V}\wedge\alpha\vec{W})=\alpha(\vec{V}\wedge\vec{W})$
- $\vec{V}\wedge\vec{V}=0$
- $\vec{V}\wedge\vec{V}'=\|\vec{V}\|\cdot\|\vec{V}'\|\sin(\vec{V},\vec{V}')$

១១-ដេរីវេវ៉ិចទ័រ

- ♦ $\dfrac{d}{dq}(\vec{v}_1+\vec{v}_2)=\dfrac{d\vec{v}_1}{dq}+\dfrac{d\vec{v}_2}{dq}$ ($\vec{v}_1$ និង $\vec{v}_2$ ជាអនុគមន៍នៃ q)
- ♦ $\dfrac{d}{dq}(\vec{v}_1\cdot\vec{v}_2)=\vec{v}_1\dfrac{d\vec{v}_2}{dq}+\vec{v}_2\dfrac{d\vec{v}_1}{dq}$
- ♦ $\dfrac{d\vec{v}^2}{dq}=2\vec{v}\dfrac{d\vec{v}}{dq}$
- ♦ $\dfrac{d}{dq}(\vec{v}_1\wedge\vec{v}_2)=\dfrac{d\vec{v}_1}{dq}\wedge\vec{v}_2+\vec{v}_1\wedge\dfrac{d\vec{v}_2}{dq}$
- ♦ $\dfrac{d}{dq}(\vec{v}_1\cdot(\vec{v}_2\wedge\vec{v}_3))=\dfrac{d\vec{v}_1}{dq}\cdot(\vec{v}_2\wedge\vec{v}_3)+\vec{v}_1\dfrac{d}{dq}(\vec{v}_2\wedge\vec{v}_3)$
- ♦ $\dfrac{d}{dq}(k\vec{v})=k\dfrac{d\vec{v}}{dq}$

▪ បើ q ជាអនុគមន៍ p តទៅទៀត:

- ♦ $\dfrac{d\vec{v}}{dp}=\dfrac{d\vec{v}}{dq}\times\dfrac{dq}{dp}\ \Rightarrow\ d\vec{v}=\dfrac{d\vec{v}}{dq}\cdot dq=\dfrac{d\vec{v}}{dq}\cdot\dfrac{dq}{dp}\cdot dp$

▪ បើ $\vec{u}_{(\alpha)}=\cos\vec{i}+\sin\vec{j}$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{u}_{(\alpha)}}{d\alpha}=-\sin\alpha\cdot\vec{i}+\cos\alpha\cdot\vec{j}$$

$$=\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)\vec{i}+\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)\vec{j}$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{u}_{(\alpha)}}{d\alpha} = \vec{u}\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)$$

១២-<u>ទំរង់ម៉ាទ្រីស</u>

$$\underbrace{\left.\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}\right\} m \text{ ជួរដេក}}_{n \text{ ជួរឈរ}}$$

-<u>ម៉ាទ្រីសពិសេស</u>

-បើ $n = 1 \Rightarrow A = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \\ a_{m1} \end{bmatrix}$; A មានលំដាប់ $m \times 1$

-បើ $m = 1 \Rightarrow A = [a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13} \quad a_{1n}]$; A មានលំដាប់ $1 \times n$

-បើ $m = n$ គេបានម៉ាទ្រីសការេ ។

-ម៉ាទ្រីសការេមាន $a_{ij} = a_{ji} \Rightarrow$ ម៉ាទ្រីសស៊ីមេទ្រី

-ប្រមាណវិធីលើម៉ាទ្រីស

a). <u>ម៉ាទ្រីសពីរស្មើគ្នា</u>

$$\begin{matrix} A = [a_{ij}] \\ B = [b_{ij}] \end{matrix} \Rightarrow A = B \Leftrightarrow [a_{ij}] = [b_{ij}]$$

$$\Rightarrow A = B \Leftrightarrow \lfloor a_{ij} \rfloor = \lfloor b_{ij} \rfloor$$

b). <u>ផលគុណម៉ាទ្រីសនឹងស្កាលែ</u>

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \Rightarrow kA = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \\ ka_{31} & ka_{32} \end{bmatrix}$$

c). <u>ផលបូកម៉ាទ្រីស</u>

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} ; \ B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\ A+B=\begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \end{bmatrix}$$

-ផលគុណស្កាលែនៃពីរម៉ាទ្រីស

$$A=\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \cdots a_n \end{bmatrix}\ ;\ B=\begin{bmatrix} b_1 \\ b_3 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\ A\cdot B=\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \cdots a_n \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}=a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n$$

ឬ $\Rightarrow\ A\cdot B=\sum_{i=1}^{n}a_ib_i$

-ផលគុណពីរម៉ាទ្រីស

$$A=\begin{bmatrix} a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} \cdots a_{ik} \end{bmatrix}\ ;\ B=\begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ b_{3j} \\ \vdots \\ b_{kj} \end{bmatrix}$$

$$A\cdot B=\begin{bmatrix} a_{i1} & a_{i2} & a_{i3} \cdots a_{ik} \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} b_{1j} \\ b_{2j} \\ b_{3j} \\ \vdots \\ b_{kj} \end{bmatrix}=a_{i1}b_{i1}+a_{i2}b_{2j}+\ldots+a_{ik}b_{kj}$$

ឬ $A\cdot B=\sum_{l=1}^{k}a_{il}b_{lj}$

១៣_ប្រមាណវិធីក្នុងក្នុងតម្រុយអរតូណរមេ $\Re(0;\vec{i}\,;\vec{j}\,;\vec{k}\,)$

-ក្រាដ្យង់; (Gradient) ជាទំហំវ៉ិចទ័រ:

$$\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,u=\frac{\partial u}{\partial x}\cdot\vec{i}+\frac{\partial u}{\partial y}\cdot\vec{j}+\frac{\partial u}{\partial z}\cdot\vec{k}$$

-ស្កាលែ Laplace (Laplacien Scalaire)

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

-ឌីវែសង់ (Divergence) ជាទំហំស្កាលែ

$$\operatorname{div}\vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial z}$$

-រ៉ូតាស្យូណែល (Rotationel)

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{a} = \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_z}{\partial y}\right)\vec{k}$$

ឬ $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix}$

-វ៉ិចទ័រ Laplace (Laplacien Vectoriel)

$$\Delta\vec{a} = (\Delta a_x)\vec{i} + (\Delta a_y)\vec{j} + (\Delta a_z)\vec{k}$$

♦♦ ចំណាំ: $\overrightarrow{grad}\,u \times \overrightarrow{dl} = du$

-ណាប្លា (Nabla)

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

គេបាន:

$$\overrightarrow{grad}\,u = \vec{\nabla}u, \quad \Delta u = (\vec{\nabla})^2 \cdot u$$

$$\operatorname{div}\vec{a} = \nabla\vec{a}, \quad \overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{a} = \vec{\nabla} \wedge \vec{a}$$

· $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{\mathrm{grad}} = 0$; $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\overrightarrow{\mathrm{rot}} = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\,\mathrm{div} - \Delta$

· $\mathrm{div}\,\overrightarrow{\mathrm{rot}} = 0$; $\mathrm{div}\,\overrightarrow{\mathrm{grad}} = \Delta$

· $\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,m \cdot n = m\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,n + n\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,m$

· $\mathrm{div}(m\vec{A}) = m\,\mathrm{div}\,\vec{A} + (\mathrm{grad}\,m) \cdot \vec{A}$

· $\mathrm{div}(\vec{A} \wedge \vec{B}) = \vec{B}\,\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{A} - \vec{A}\,\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{B}$

· $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,(m\vec{A}) = m\,\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{A} + (\mathrm{grad}\,m) \wedge \vec{A}$

· $\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{A} \wedge \vec{B}) = \vec{A}(\mathrm{div}\,\vec{B}) - \vec{B}(\mathrm{div}\,\vec{A}) + (\vec{B}\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}) \cdot \vec{A} - (\vec{A} \cdot \overrightarrow{\mathrm{grad}}) \cdot \vec{B}$

សង្ខេបរូបមន្តសំខាន់ៗនៃមេកានិច

ប្រព័ន្ធខ្នាត

ប្រព័ន្ធខ្នាតមានៈ

ក-ខ្នាតគ្រឹះទាក់ទងទៅនឹងខ្នាតប្រវែង ម៉ាស និងពេល (ចំពោះមេកានិច) ។

ទំហំនិងខ្នាតគ្រឹះនៃប្រព័ន្ធអន្តរជាតិ

ទំហំគ្រឹះ	វិមាត្រ	ឈ្មោះខ្នាត	និមិត្តសញ្ញាខ្នាត
ប្រវែង	L	ម៉ែត	m
ម៉ាស	M	គីឡូក្រាម	kg
ពេល	T	វិនាទី	s
ចរន្តអគ្គិសនី	I	អំពែ	A
សីតុណ្ហភាព	θ	កែលវិន	K
បរិមាណរូធាតុ	N	ម៉ូល	mol
អាំងតង់ស៊ីតេពន្លឺ	J	កង់ដឺឡា	cd

ខ- ខ្នាតស្រឡាយដែលអោយនិយមន័យដោយទំនាក់ទំនងរវាងទំហំដែលទាក់ទង និងទំហំគ្រឹះទាំងនេះ ។

ប្រព័ន្ធខ្នាតពីរដែលប្រើញឹកញាប់បំផុតនោះគឺ ប្រព័ន្ធ CGS គិតជា $cm; kg; s$ ។

និងប្រព័ន្ធ MKS គិតជា $m; kg; s$ ។ ប្រព័ន្ធក្រោយនេះហៅថា SI ក៏បាន ។

ទំហំ	ខ្នាត CGS	ខ្នាត KMS	ទំនាក់ទំនង
ប្រវែង	cm	m	$1m = 10^2 cm$
ម៉ាស	g	kg	$1kg = 10^3 g$
ពេល	s	s	
សំទុះ	cm/s^2	$\mathrm{m/s^2}$	$1m/s^2 = 10^2 cm/s$ $1N = 10^5 dynes$

កំលាំង កម្មន្ត សំពាធ	ឌីន(dyne) erg បារ(bar)	ញូតុន(N) ស៊្ញូល(J) ប៉ាស្កាល់(Pa)	$1J = 10^7 ergs$ $1Pa = 10^5 bar$

ខ្នាតខ្លះទៀត ឧទាហរណ៍ ដឺក្រេ) រ៉ាដ្យង់ចំពោះមុំ និង atm ចំពោះសំពាធគឺខ្នាតក្រៅប្រព័ន្ធ ។

$$1rad = \frac{180^0}{\pi} \qquad 1atm = 1,013.10^5\,Pa$$

សមីការវិមាត្រ

តាង L, M និងT ជាទំហំប្រវែង ម៉ាស និងពេល គេអាចសំដែងទំហំទាំងអស់ជាអនុគមន៍នៃទំហំទាំងនេះ ។ កន្សោមដែលបានមកបង្កើតសមីការវិមាត្រនៃទំហំនេះ ។

ឧទាហរណ៍ ល្បឿន $= \frac{L}{T} = L.T^{-1}$

សំទុះ$= LT^{-2}$

កំលាំង$= MLT^{-2}$

កម្មន្ត $= ML^2T^{-2}$

ថេរគ្រឹះ

ទំហំ	និមិត្តសញ្ញា	តំលៃ
ល្បឿនពន្លឺ	c	$299792458 m/s$
ជំរាបសុញ្ញាកាស	μ_0	$4\pi.10^{-7} H/m$
ពែមីទីវីតេសុញ្ញាកាស	ε_0	$8,85481.10^{-12} F/m$
ថេរទំនាញ	G	$6,6725985.10^{-11} m^3/kg\,s^2$
ថេរអាវ៉ូកាដ្រូ	N_A	$6,022136.10^{23}/mol$
បន្ទុកដំបូង	e	$1,602177.10^{-19} C$
ម៉ាសអេឡិចត្រុង	m_e	$9,109389.10^{-31} kg$
ម៉ាសប្រូតុង	m_p	$1,672623.10^{-27} kg$
ម៉ាសណឺត្រុង	m_n	$1,674928.10^{-27} kg$

ខ្នាតតារាវិទ្យា

ឈ្មោះ	ម៉ាស	កាំ
ព្រះអាទិត្យ	$2.10^{30}kg$	$7.10^{5}km$
ផែនដី	$6.10^{24}kg$	$6,4.10^{3}km$
ព្រះច័ន្ទ	$7,35.10^{22}kg$	$1,7.10^{3}km$

ខ្នាតតារាវិទ្យា= ចំងាយពីផែនដីទៅព្រះអាទិត្យ: $1u.a = 1,50.10^{11}m$

ចំងាយពីផែនដីទៅព្រះច័ន្ទ: $3,84.10^{5}km$ ។

សូមរង់ចាំអានស្នាដៃផ្សេងៗទៀតរបស់ លោក ហង់ ស៊ីម ចេញផ្សាយៗក្នុងពេលឆាប់ៗ

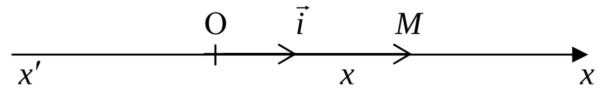
ផ្នែកទី១: ស៊ីនេម៉ាទិច (Cinématique-Kinematics)

ស៊ីនេម៉ាទិច សិក្សាពីចលនារបស់អង្គធាតុ (ចំនុចរូបធាតុ) ដោយមិនគិតពីបុព្វហេតុនាំអោយកើតមានចលនា។

១-ចលនាត្រង់

ចលនាត្រង់ គន្លងរបស់ចល័តជាបន្ទាត់ ។ ដូចជាចលនាតាមអ័ក្ស $x'ox$:

-វ៉ិចទ័រទីតាំង: $\overrightarrow{OM} = \vec{x} = x \cdot \vec{i}$



-សមីការចលនា: $x = x(t)$

-សមីការល្បឿន: $v = \dfrac{dx}{dt} = \dot{x}$

-សមីការសំទុះ: $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{dx}{dt}\right) = \dfrac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

-ដោយស្គាល់សំទុះ: $a = \dfrac{d\dot{x}}{dt} \Rightarrow \int_{\dot{x}_0}^{\dot{x}} d\dot{x} = \int_{t=0}^{t} a\,dt$

-ដោយស្គាល់ល្បឿន: $v = \dfrac{dx}{dt} \Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t=0}^{t} v\,dt$

-ទំនាក់ទំនង: $a = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{dv}{dx}\dfrac{dx}{dt} = v\dfrac{dv}{dx} \Rightarrow \int_{v_0}^{v} v\,dv = \int_{x_0}^{x} a\,dx$

២-ចលនាត្រង់ស្មើ

-គន្លងចល័តជាបន្ទាត់

-វ៉ិចទ័រល្បឿននិងម៉ូឌុលរបស់វាថេរ

-សំទុះសូន្យ

សមីការ:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv_0}{dt} = 0,\ v = v_0 = \text{ថេរ} \quad v_0 : \text{ល្បឿនដើម}$$

$$v_0 = \frac{dx}{dt} = \text{ថេរ} \Rightarrow dx = v_0 dt,\ x_0 : \text{អាប់ស៊ីសដើម}$$

$$\Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t v_0 dt \Rightarrow x - x_0 = v_0 \cdot t$$

$$\Rightarrow \boxed{\underset{(m)}{x} = \underset{(m/s)}{v_0} \cdot \underset{(s)}{t} + \underset{(m)}{x_0}}$$ (សមីការពេល រឺ សមីការចលនា)

៣-ចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើ

-គន្លងចល័តជាបន្ទាត់

-ល្បឿនប្រែប្រួល

-សំទុះថេរ

$a =$ ថេរ $\Rightarrow a = \dfrac{dv}{dt} \Leftrightarrow dv = a \cdot dt$

$\Rightarrow \int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t a dt \Rightarrow v - v_0 = at \Rightarrow \boxed{v = at + v_0}$ (សមីការល្បឿន)

$v = \dfrac{dx}{xt} \Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t (a \cdot t + v_0)$

$\Rightarrow x - x_0 = \dfrac{1}{2}at^2 + v_0 \cdot t \Rightarrow \boxed{x = \dfrac{1}{2}at^2 + v_0 \cdot t + x_0}$ (សមីការពេល រឺ សមីការចលនា)

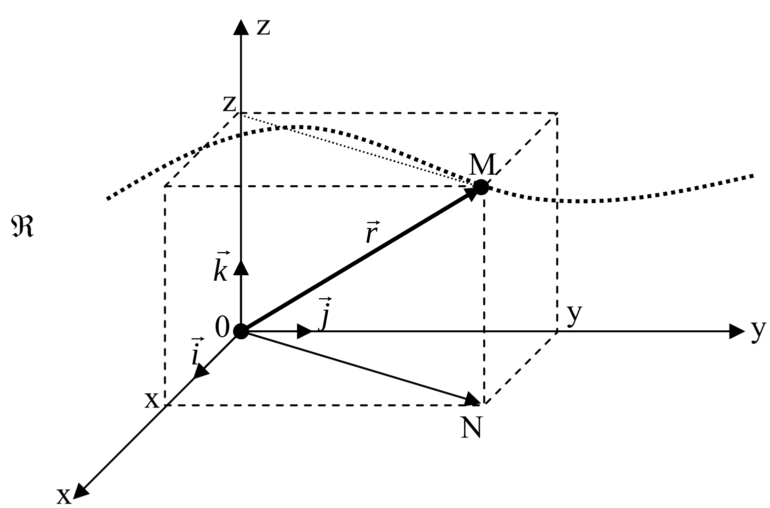
-ទំនាក់ទំនងរវាង v, a និង x : $\boxed{v^2 - {v_0}^2 = 2a(x - x_0)}$

-ចលនាត្រង់ស្ទុះ បើ $a.v > 0$ មានន័យថា វ៉ិចទ័រល្បឿននិងសំទុះមានទិសដៅដូចគ្នា។

-ចលនាត្រង់យឺត បើ $a.v < 0$ មានន័យថា វ៉ិចទ័រល្បឿននិងសំទុះមានទិសដៅផ្ទុយគ្នា។

៤-ចលនានៅក្នុងលំហ

តំរុយដេកាត $\Re(oxyz)$ រឺ $\Re(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ដែល $\vec{i}; \vec{j}; \vec{k}$ ជាវ៉ិចទ័រឯកតា។

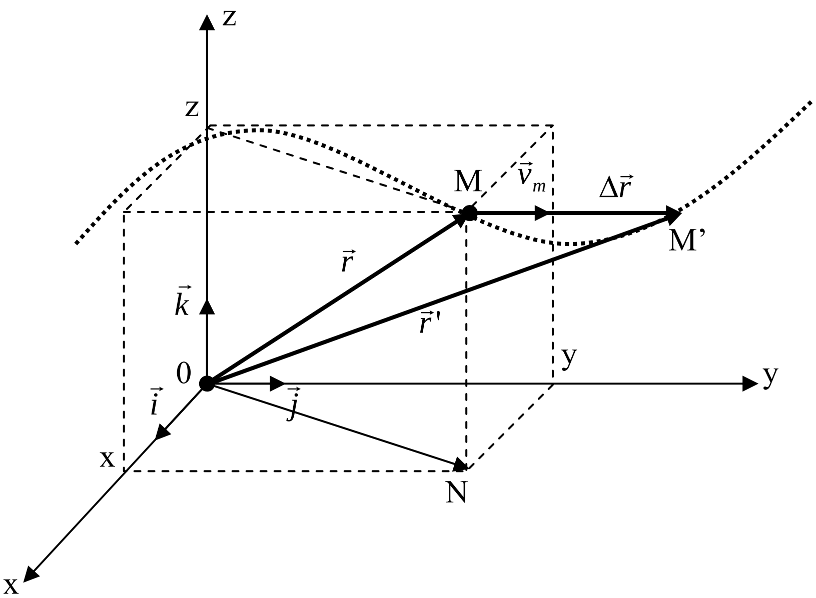


ក-វ៉ិចទ័រទីតាំង

តាង $\vec{r} = \overrightarrow{0M}$ ជាកាំវ៉ិចទ័រ រឺវ៉ិចទ័រទីតាំង:

$$\vec r = \overrightarrow{0M} = x\vec i + y\vec j + z\vec k \quad \text{ឬ} \quad \vec r = \overrightarrow{0M}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$r = \sqrt{\vec r\,\vec r} = \sqrt{(x\vec i + y\vec j + z\vec k)(x\vec i + y\vec j + z\vec k)} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$



ខ-<u>វ៉ិចទ័រល្បឿន</u>

-ល្បឿនមធ្យម

ផលធៀប $\dfrac{\Delta\vec r}{\Delta t} = \vec v_m$ ហៅថា *ល្បឿនមធ្យម* ដែល $\vec r' = \vec r + \Delta\vec r \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec r = \vec r' - \vec r$; $\Delta\vec r$ ត្រូវនឹងរយៈពេល $\Delta t = t' - t$ ហើយអាំងតង់ស៊ីតេរបស់វាគឺ: $v_m = \dfrac{\Delta r}{\Delta t}$ ។

ម្យ៉ាងទៀត $\quad \Delta\vec r = \Delta x.\vec i + \Delta y.\vec j + \Delta z.\vec k \quad$ ឬ $\quad \Delta\vec r\begin{pmatrix} \Delta x = x' - x \\ \Delta y = y' - y \\ \Delta z = z' - z \end{pmatrix}$

ហើយ $\quad \Delta r = \left[(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + (\Delta z)^2\right]^{1/2}$

-ល្បឿនខណៈ:

$\vec v = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec r}{\Delta t} = \dfrac{d\vec r}{dt} = \dot{\vec r}$ ជាវ៉ិចទ័រល្បឿននៅត្រង់ចំនុចM ត្រូវនឹងខណៈt ។

$$\Rightarrow \frac{d\vec r}{dt} = \frac{d\overrightarrow{0M}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec i + y\vec j + z\vec k) = \frac{dx}{dt}\vec i + \frac{dy}{dt}\vec j + \frac{dz}{dt}\vec k = \dot x\vec i + \dot y\vec j + \dot z\vec k$$

តាង $\quad v_x = \dfrac{dx}{dt} = \dot x$ ល្បឿនតាមអ័ក្ស$(x'x)$

$v_y = \dfrac{dy}{dt} = \dot{y}$ ល្បឿនតាមអ័ក្ស $(y'y)$

$v_z = \dfrac{dz}{dt} = \dot{z}$ ល្បឿនតាមអ័ក្ស$(z'z)$

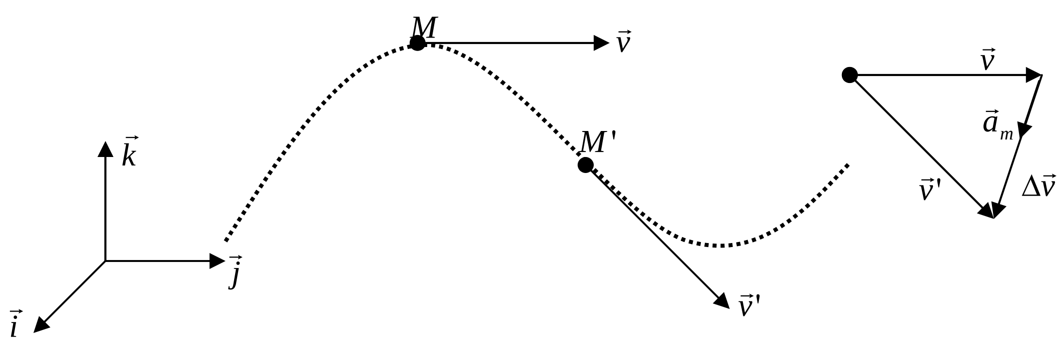
រឺ $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{0M}}{dt} \begin{pmatrix} v_x = \dfrac{dx}{dt} = \dot{x} \\ v_y = \dfrac{dy}{dt} = \dot{y} \\ v_z = \dfrac{dz}{dt} = \dot{z} \end{pmatrix}$

អាំងតង់ស៊ីតេរបស់វា: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ រឺ $v = \sqrt{(\dot{x})^2 + (\dot{y})^2 + (\dot{z})^2}$

គ-វ៉ិចទ័រសំទុះ

-សំទុះមធ្យម

ឧបមានៅខណ:t ទៅt' ល្បឿនប្រែប្រួលពី$\vec{v}$ ទៅ$\vec{v}'$ ។ ដូចនេះបំរែបំរួលល្បឿន$\Delta\vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$ ក្នុងបំរែបំរួលពេល $\Delta t = t' - t$ ។ ដូចនេះសំទុះមធ្យម: $\vec{a}_m = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ ហើយ អាំងតង់ស៊ីតេ $a_m = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ ។



-សំទុះខណ:

បើ $v' \to v \Rightarrow v' - v = \Delta v \to 0$ ហើយ$t' \to t \Rightarrow t' - t = \Delta t \to 0$ យើងបានលីមីត

$\lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$ ។

ដោយ $\vec{v} = \dot{x}\,\vec{i} + \dot{y}\,\vec{j} + \dot{z}\,\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = \dfrac{d}{dt}(\dot{x}\,\vec{i} + \dot{y}\,\vec{j} + \dot{z}\,\vec{k}) = \dfrac{d\dot{x}}{dt}\vec{i} + \dfrac{d\dot{y}}{dt}\vec{j} + \dfrac{d\dot{z}}{dt}\vec{k}$

ហើយ $\dfrac{d\dot{x}}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{dx}{dt}\right) = \dfrac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} = a_x$ សំទុះតាមអ័ក្ស $(x'x)$

$\dfrac{d\dot{y}}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{dy}{dt}\right) = \dfrac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} = a_y$ សំទុះតាមអ័ក្ស (y'y)

$$\frac{d\dot{z}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dz}{dt}\right) = \frac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} = a_z$$ សំទុះតាមអ័ក្ស $(z'z)$

រឺ $$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{0M}}{dt^2}\begin{pmatrix} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = \dfrac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \\ a_z = \dfrac{dv_z}{dt} = \dfrac{d^2z}{dt^2} = \ddot{z} \end{pmatrix}$$

អាំងតង់ស៊ីតេគឺ: $a = \sqrt{(\ddot{x})^2 + (\ddot{y})^2 + (\ddot{z})^2} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

ជាទូទៅ បើចល័តមួយធ្វើចលនានៅក្នុងលំហ រឺក្នុងបីវិមាត្រ គេសរសេរ :

$$\overrightarrow{0M}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \vec{v} = \frac{d\overrightarrow{0M}}{dt}\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\overrightarrow{0M}}{dt^2}\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$$

ករណីពិសេស

-បើចល័តធ្វើចលនាលើអ័ក្សតែមួយ ឧបមាលើអ័ក្ស $(x'x)$ យើងបាន:

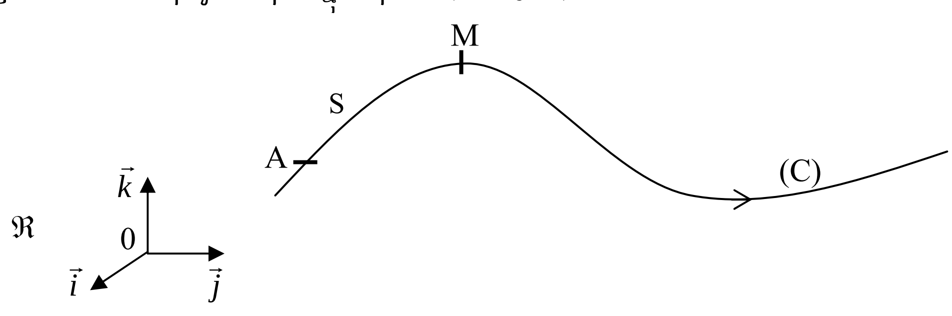
$$\overrightarrow{0M}\begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{v} = \frac{d\overrightarrow{0M}}{dt}\begin{pmatrix} \dot{x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

-បើចល័តធ្វើចលនានៅក្នុងប្លង់ ឧបមានៅប្លង់$(0,\vec{i},\vec{j})$ យើងបាន:

$$\overrightarrow{0M}\begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{v} = \frac{d\overrightarrow{0M}}{dt}\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ 0 \end{pmatrix}$$

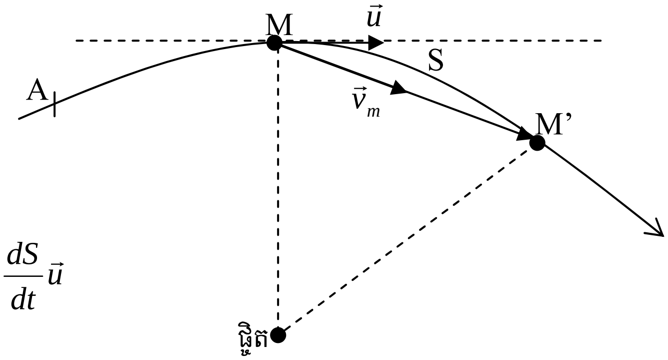
៥~ចលនាកោង

សិក្សាចលនារបស់ចំនុចរូបធាតុនៅក្នុងតំរុយ$\Re(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ។



-អាប់ស៊ីសកោង: $\overset{\frown}{AM} = S = S(t)$ ។

-វ៉ិចទ័រល្បឿន



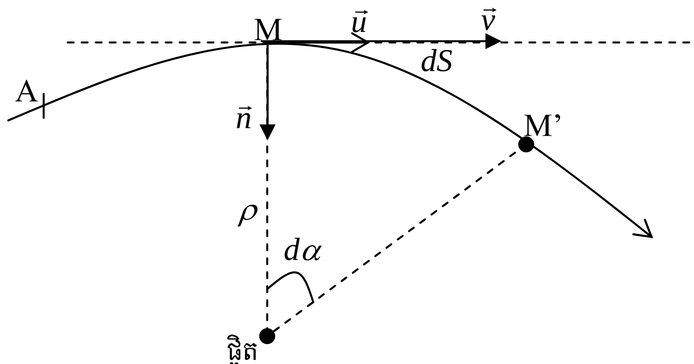
ល្បឿនមធ្យម: $\vec{v}_m = \dfrac{\overrightarrow{MM'}}{t'-t}$

-ល្បឿនខណៈត្រង់ចំនុច M :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\overline{MM'}}{\overset{\frown}{MM'}} \frac{\overset{\frown}{MM'}}{\Delta t} \vec{u} = \frac{dS}{dt}\vec{u}$$

-វ៉ិចទ័រសំទុះ

និយមន័យសំទុះ $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d\dot{S}\,\vec{u}}{dt} = \dfrac{d\dot{S}}{dt}\vec{u} + \dot{S}\,\dfrac{d\vec{u}}{dt}$; $\vec{u}$ មានទិសដៅប្រែប្រួលទៅតាមពេល ។

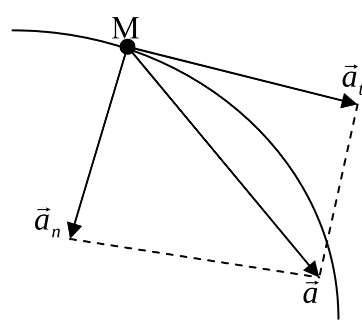


យើងបាន: $\dfrac{d\vec{u}}{dt} = \dfrac{d\vec{u}}{d\alpha}\dfrac{d\alpha}{dS}\dfrac{dS}{dt}$

ដោយ $\begin{cases} \dfrac{dS}{dt} = \dot{S} = v \\ \dfrac{d\alpha}{dS} = \dfrac{1}{\rho} \\ \dfrac{d\vec{u}}{d\alpha} = \vec{n} \Leftrightarrow \dfrac{d\vec{u}}{dS} = \dfrac{\vec{n}}{\rho} \end{cases}$ ហើយ ρ ជាកាំកំនោងត្រង់ M និង $\vec{n}$ ជាវ៉ិចទ័រឯកតាកែងនឹងគន្លងត្រង់ M ។

លើសពីនេះទៅទៀត គេមាន: $\dfrac{d\alpha}{dt} = \dot{\alpha} = \omega$ ហៅថា *ល្បឿនមុំ* ហើយមានទំនាក់ទំនង: $\dfrac{d\alpha}{dt} = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{dS}{st} = \dfrac{v}{\rho}$

$\Rightarrow \dot{\alpha} = \omega = \dfrac{v}{\rho}$ ។



ដូចនេះ យើងបាន: $\vec{a} = \dfrac{dv}{dt}\vec{u} + \dfrac{v^2}{\rho}\vec{n}$

តាង $\vec{a}_t = \dfrac{dv}{dt}\vec{u} = \ddot{S}\,\vec{u}$ សំទុះផ្គុំប៉ះប៉ះនឹងគន្លងជានិច្ច ។

$\vec{a}_n = \dfrac{v^2}{\rho}\vec{n} = \rho\,\omega^2\,\vec{n}$ សំទុះផ្គុំកែងកែងនឹងគន្លងជានិច្ច ។

យើងសរសេរជាម៉ូឌុល $a_t = \dfrac{dv}{dt}$; $a_n = \dfrac{v^2}{\rho} = \rho\,\omega^2$

$$\Rightarrow \vec{a} = a_t\,\vec{u} + a_n\,\vec{n} \quad \Rightarrow \quad a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{\rho}\right)^2}$$

ពិភាក្សា

-បើកាំកំនោង ρ ខិតទៅរកអនន្ត គេបានចលនារបស់ចល័តជាចលនាត្រង់ ពីព្រោះ $\lim_{\rho\to\infty}\frac{v^2}{\rho}=0$ (សំទុះផ្ចិតកែងស្មើសូន្យ) ។

-បើកាំកំនោង $\rho=$ ថេរ គេបានចល័តធ្វើចលនាវង់ ។

ចំណាំ: បើចល័តធ្វើចលនាកោងដែលមានសមីការគន្លង $y=f(x)$ នោះកាំកំណោងនៃគន្លងត្រង់ចំនុចណាមួយគឺ:

$$\rho=\frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\left|\frac{d^2y}{dx^2}\right|}$$

-ចលនាស្ទុះ បើ $a_t.v>0$ មានន័យថា វ៉ិចទ័រល្បឿននិងសំទុះមានទិសដៅដូចគ្នា ។

-ចលនាយឺត បើ $a_t.v<0$ មានន័យថា វ៉ិចទ័រល្បឿននិងសំទុះមានទិសដៅផ្ទុយគ្នា ។

៦_ចលនាវង់

ចលនាវង់ជាករណីពិសេសនៃចលនាកោង កាលណាកាំកំនោងថេរ $\rho=R=$ ថេរ ។

ក-<u>សមីការចលនាវង់ស្មើ</u>

v = ថេរ រឺ ω = ថេរ

-ទំហំប្រវែង:

$$v=\frac{dS}{dt}\Rightarrow dS=vdt\Leftrightarrow\int_{s_0}^{s}dS=\int_0^t vdt$$

$$\Leftrightarrow S-S_0=v\cdot t\Rightarrow \boxed{S=v\cdot t+S_0}$$

$$a\begin{cases}a_t=\frac{dv}{dt}=0\\ a_n=\frac{v^2}{R}=\omega^2R\end{cases}\Rightarrow a=a_n=\frac{v^2}{R}=\omega^2R$$

-ទំហំមុំ (rad)

$$\omega=\frac{d\alpha}{dt}\Rightarrow d\alpha=\omega\,dt\Leftrightarrow\int_{\alpha_0}^{\alpha}d\alpha=\int_0^t\omega\,dt$$

$$\Rightarrow \underset{(rad)}{\alpha}=\underset{(rad/s)}{\omega}\cdot\underset{(s)}{t}+\underset{(rad)}{\alpha_0}$$ (សមីការមុំពេល)

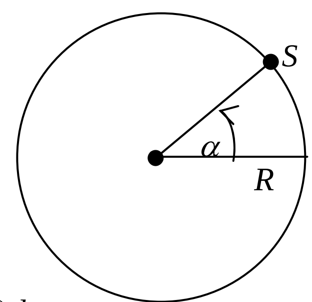
$$\beta=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\alpha}{dt^2}=\ddot{\alpha}=0$$ សំទុះមុំ

-ប្រេកង់ និងខួប

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad \text{និង} \quad T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

ខ-<u>ចលនាវង់ប្រែប្រួលស្មើ</u>

$a_t = \frac{dv}{dt}$ = ថេរ រឺ $\beta = \frac{d\omega}{dt}$ = ថេរ



$$a_t = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a_t dt \Leftrightarrow \int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t a_t dt$$

$$\Rightarrow v = a_t \cdot t + v_0$$

$$v = \frac{dS}{dt} \Rightarrow (a_t \cdot t + v_0)dt = dS$$

$$\Leftrightarrow \int_{s_0}^{s} dS = \int_0^t (a_t \cdot t + v_0)dt \Rightarrow \quad S = \frac{1}{2}a_t \cdot t^2 + v_0 \cdot t + S_0$$

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} \Rightarrow d\omega = \beta\, dt \Leftrightarrow \int_{\omega_0}^{\omega} d\omega = \int_0^t \beta\, dt$$

$$\Rightarrow \underset{\left(rad/s\right)}{\omega} = \underset{\left(rad/s^2\right)}{\beta} \cdot \underset{(s)}{t} + \underset{\left(rad/s\right)}{\omega_0}$$

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} \Rightarrow d\alpha = (\beta \cdot t + \omega_0)dt \Leftrightarrow \int_{\alpha_0}^{\alpha} d\alpha = \int_0^t (\beta \cdot t + \omega_0)dt$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}\beta \cdot t^2 + \omega_0 \cdot t + \alpha_0$$

សំទុះផ្គុំកែង (សំទុះចូលផ្ចិត) $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

ទំនាក់ទំនងរវាង S និង ω :

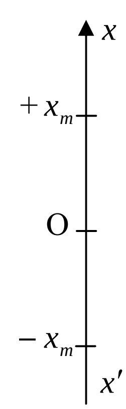
$$S = R \cdot \alpha \quad , v = \omega \cdot R \quad , a_T = R\beta$$

ហើយ: $\omega^2 - {\omega_0}^2 = 2\beta(\alpha - \alpha_0)$

$$v^2 - {v_0}^2 = 2a_t(S - S_0)$$

៧-<u>ចលនាត្រង់ស៊ីនុយសូអ៊ីត</u>

សមីការចលនា: $x = x_m \sin(\omega \cdot t + \varphi)$



x : អេឡុងកាស្យុង

x_m : អំព្លីទុត

ω : ពុលសាស្យុង

φ : ផាសដើម

ល្បឿន $v = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{d}{dt}[x_m \sin(\omega t + \varphi)]$

$\Rightarrow v = x_m \omega \cos(\omega t + \varphi)$

សំទុះ $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d}{dt}[x_m \cdot \omega \cos(\omega t + \varphi)] = -x_m \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow a = -\omega^2 \cdot x$ ឬ $\ddot{x} = -\omega^2 \cdot x$

$\Leftrightarrow \ddot{x} + \omega^2 x = 0$ (សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់២)

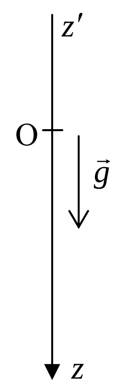
ខួប: $\underset{(s)}{T} = \dfrac{2\pi}{\omega}$

ប្រេកង់: $\underset{(\mathrm{Hz})}{f} = \dfrac{1}{T} = \dfrac{\omega}{2\pi}$

៨‿ចលនាធ្លាក់សេរី

ចលនាទន្លាក់សេរីរងតែកំលាំងដែនទំនាញដី(សិក្សានៅក្នុងដែនទំនាញដី) ។ ជ្រើសរើសអ័ក្សឈរសំរាប់សិក្សា ។

-ទន្លាក់សេរីគ្មានល្បឿនដើម: $(v_0 = 0,\ z_0 = 0)$



សំទុះ $a = g$

សមីការចលនា: $z = \dfrac{1}{2} g t^2$

សមីការល្បឿន: $v = \dfrac{dz}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{1}{2} g t^2\right) = gt$

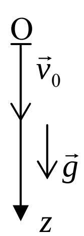
ទំនាក់ទំនង: $v = \sqrt{2gz}$

-ទន្លាក់សេរីមានល្បឿនដើម: ជ្រើសរើស $z_0 = 0$

- សមីការចលនា:

$z = \dfrac{1}{2} g t^2 + v_0 \cdot t$

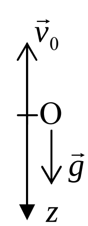
$v^2 - {v_0}^2 = 2gz$



-សមីការចលនា:

$z = \dfrac{1}{2} g t^2 - v_0 \cdot t$

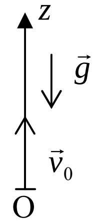
$v^2 - {v_0}^2 = 2gz$



-សមីការចលនា:

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot t$$

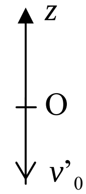
$$v^2 - {v_0}^2 = -2gz$$



-សមីការចលនា:

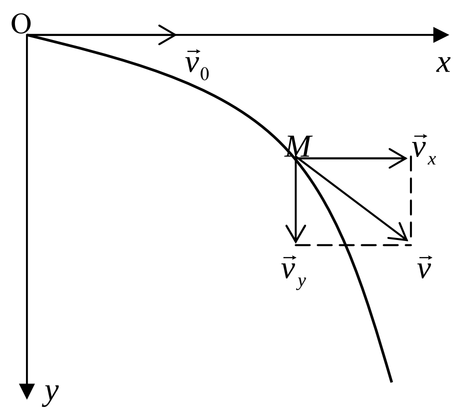
$$z = -\frac{1}{2}gt^2 - v_0 \cdot t$$

$$v^2 - {v_0}^2 = -2gz$$



៩-ចលនាគ្រាប់បាញ់

ក-បាញ់តាមទិសដេក: តំរុយ (Oxy)



ចលនាតាមអ័ក្ស	ល័ក្ខខ័ណ្ឌដើម	សំទុះ	ល្បឿនខណៈ	សមីការពេល
$(0x)$	$x_0 = 0$ $v_{0x} = v_0$	$a_x = 0$	$v_x = v_0$	$x = v_0.t$
$(0y)$	$y_o = 0$ $v_{0y} = 0$	$a_y = -g$	$v_y = -gt$	$y = -\frac{1}{2}gt^2$

សមីការគន្លង $y = \frac{1}{2}g\frac{x^2}{{v_0}^2}$

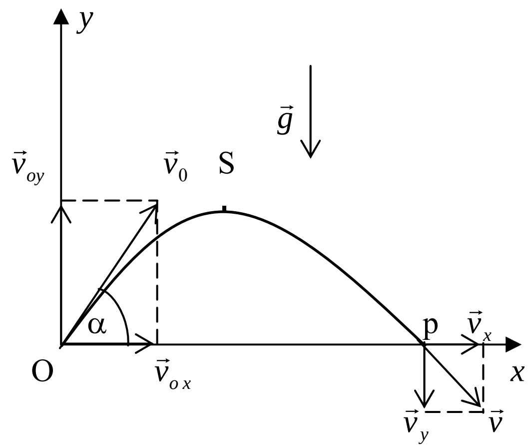
ខ-បាញ់តាមខ្សែទេរបង្កើតបានមុំ α មួយ:

ចលនាតាមអ័ក្ស	ល័ក្ខខ័ណ្ឌដើម	សំទុះ	ល្បឿនខណៈ	សមីការពេល
$(0x)$	$x_0 = 0$ $v_{0x} = v_0 \cos\alpha$	$a_x = 0$	$v_x = v_0 \cos\alpha$	$x = v_0 \cos\alpha .t$
$(0y)$	$y_o = 0$ $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$	$a_y = -g$	$v_y = -gt + v_0 \sin\alpha$	$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha .t$

-សមីការគន្លង: $y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{{v_0}^2 \cos^2\alpha} + \mathrm{tg}\,\alpha \cdot x$

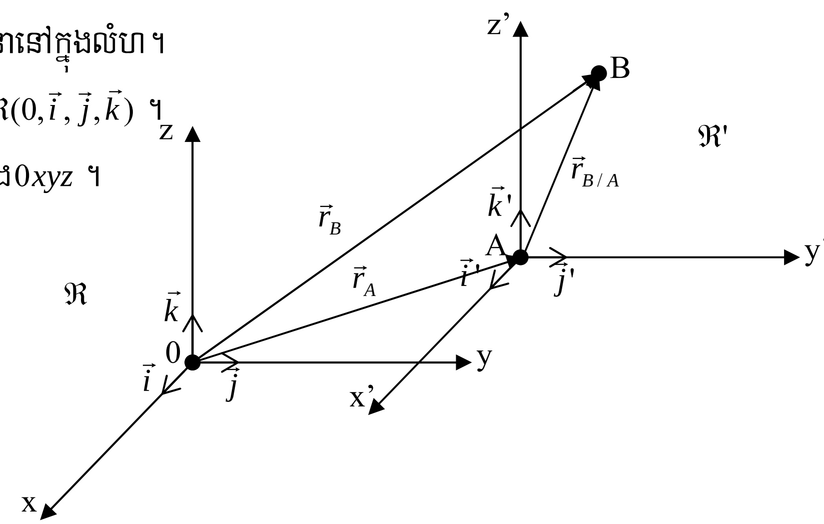
-ចំងាយធ្លាក់: $d = \dfrac{v_0^{\ 2}\sin 2\alpha}{g}$

-កំពស់ឡើងដល់: $Y_m = \dfrac{v_0^{\ 2}\sin^2\alpha}{2g}$



១០-ចលនាធៀបទៅនឹងតំរុយធ្វើចលនារំកិល

ភាគល្អិតពីរ A និង B ធ្វើចលនានៅក្នុងលំហ។ វ៉ិចទ័រទីតាំង r_A និង r_B ធៀបនឹងតំរុយ $\Re(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ។ តំរុយ $Ax'y'z'$ ធ្វើចលនា រំកិលធៀបនឹង $0xyz$ ។



គេបាន:

$$\overrightarrow{0B} = \overrightarrow{0A} + \overrightarrow{AB} \quad \text{រឺ} \quad \vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$$

ធ្វើដេរីវេគេបាន:

$$\frac{d\overrightarrow{0B}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{0A}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} \quad \text{រឺ} \quad \frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d\vec{r}_{B/A}}{dt} \quad \text{រឺ} \quad \dot{\vec{r}}_B = \dot{\vec{r}}_A + \dot{\vec{r}}_{B/A}$$

រឺ $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$ ហើយ គេហៅ $\vec{v}_A$ ជាល្បឿននាំ។

-សំទុះ

$$\frac{d\vec{v}_B}{dt} = \frac{d\vec{v}_A}{dt} + \frac{d\vec{v}_{B/A}}{dt} \quad \text{រឺ} \quad \dot{\vec{v}}_B = \dot{\vec{v}}_A + \dot{\vec{v}}_{B/A}$$

រឺ $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$ គេហៅ $\vec{a}_A$ ជាសំទុះនាំ។

<u>*ចំណាំ*</u> តំរុយ $\Re'$ ធ្វើចលនារំកិលផង និងចលនារង្វិលផងជាមួយល្បឿនមុំ ω ។ គេបាន: $\vec{v}_{e/\Re} = \vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB}$ ។

កន្សោមល្បឿនសរសេរក្រោមទំរង់:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB} + \vec{v}_{B/A}$$

បានដូចគ្នាដែរចំពោះកន្សោមសំទុះ

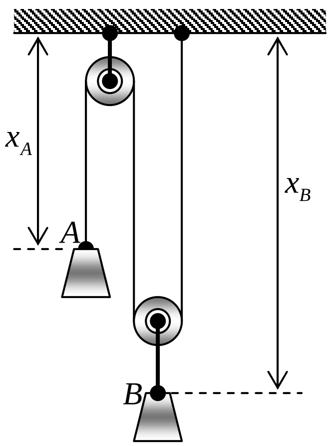
$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{AB} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{B/A}$$

ក្នុងនេះ $\vec{a}_{e/\mathfrak{R}} = \vec{a}_{B/A} + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge \overrightarrow{AB} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \overrightarrow{AB})$ ហៅថា *សំទុះនាំ*

$\vec{a}_C = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_{B/A}$ ហៅថា *សំទុះCoriolis*

១១-ចលនាអាស្រ័យ

ទីតាំងរបស់ចល័តមួយអាស្រ័យទៅនឹងទីតាំងរបស់ចល័តមួយទៀតពេលមានចលនាធៀបតំរុយតែមួយ ។



យើងបាន:

$x_A + x_B =$ ថេរ

-ធ្វើដេរីវេធៀបនឹងពេល:

$\frac{dx_A}{dt} + \frac{dx_B}{dt} = 0$ រឺ $v_A + v_B = 0 \Rightarrow v_A = -v_B$

-ធ្វើដេរីវេល្បឿនធៀបនឹងពេល:

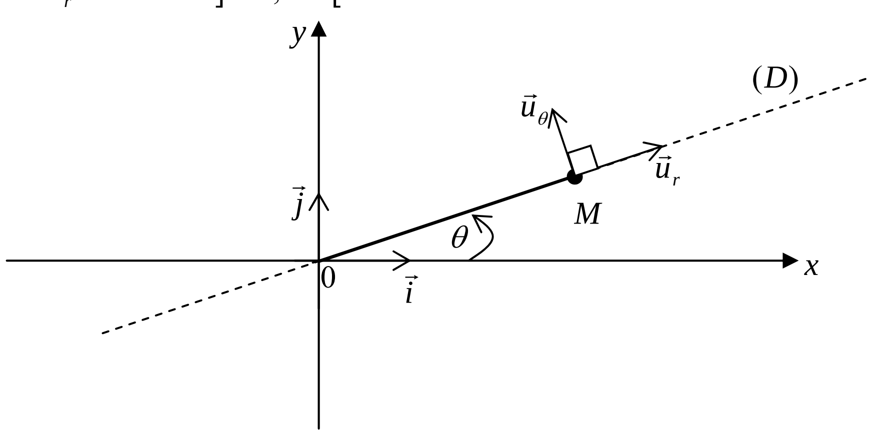
$\frac{dv_A}{dt} + \frac{dv_B}{dt} = 0$ រឺ $a_A + a_B = 0 \Rightarrow a_A = -a_B$

សញ្ញា$(-)$ មានន័យថា អង្គធាតុ A ផ្លាស់ ទីឡើងលើហើយអង្គធាតុ B ផ្លាស់ទីចុះក្រោម ។

១២-កូអរដោនេប៉ូលែប្លង់

M នៅក្នុងប្លង់$(x0y)$ ។ បន្ទាត់(D) ជាបន្ទាត់តាម 0 និងM ។ បន្ទាត់នេះដៅដោយវ៉ិចទ័រដោយវ៉ិចទ័រឯកតា$\vec{u}_r$ ណាមួយ ។

ក-វ៉ិចទ័រទីតាំង: $\overrightarrow{0M} = r\vec{u}_r$ ដោយ $r \in]-\infty, +\infty[$ ។



ទំនាក់ទំនងជាមួយកូអរដោនេដេកាត:

$$\overrightarrow{0M}\begin{pmatrix} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{pmatrix}$$

ខ-វ៉ិចទ័រល្បឿន

$$\overrightarrow{OM} = r\,\vec{u}_r$$

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{0M}}{dt} = \frac{d(r\,\vec{u}_r)}{dt} = \frac{dr}{dt}\vec{u}_r + r\frac{d\vec{u}_r}{dt}$$

$$\vec{v} = \dot{r}\,\vec{u}_r + r\,\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta \quad \text{ឬ} \quad \vec{v}\begin{pmatrix} \dot{r} \\ r\,\dot{\theta} \end{pmatrix}$$

$\vec{v}_r = \dot{r}\,\vec{u}_r$ ហៅថា *ល្បឿនរ៉ាដ្យាល់* មានម៉ូឌុល $v_r = \dot{r}$

$\vec{v}_\theta = r\,\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$ ហៅថា *ល្បឿនអរតូរ៉ាដ្យាល់* មានម៉ូឌុល $v_\theta = r\,\dot{\theta}$

ម៉ូឌុលល្បឿន: $v = \sqrt{\dot{r}^2 + \left(r\,\dot{\theta}\right)^2}$

គ-វ៉ិចទ័រសំទុះ

$$\vec{a} = \frac{d\left(\dot{r}\,\vec{u}_r + r\,\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta\right)}{dt} = \frac{d\dot{r}}{dt}\vec{u}_r + \dot{r}\frac{d\vec{u}_r}{dt} + \frac{dr}{dt}\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta + r\frac{d\dot{\theta}}{dt}\vec{u}_\theta + r\,\dot{\theta}\frac{d\vec{u}_\theta}{dt}$$

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2\right)\vec{u}_r + \left(2\,\dot{r} + r\,\ddot{\theta}\right)\vec{u}_\theta \quad \text{ឬ} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} \ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2 \\ 2\,\dot{r} + r\,\ddot{\theta} \end{pmatrix}$$

$\vec{a}_r = \left(\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2\right)\vec{u}_r$ ហៅថា *សំទុះរ៉ាដ្យាល់* មានម៉ូឌុល $a_r = \left(\ddot{r} - r\,\dot{\theta}^2\right)$

$\vec{a}_\theta = \left(2\dot{r}\,\dot{\theta} + r\,\ddot{\theta}\right)\vec{u}_\theta$ ហៅថា *សំទុះអ័រតូរ៉ាដ្យាល់*

មានម៉ូឌុល $a_\theta = \left(2\,\dot{r}\,\dot{\theta} + r\,\ddot{\theta}\right) = \left\{\frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\theta}\right)\right\}$

ម៉ូឌុលសំទុះ: $a = \sqrt{\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)^2 + \left(2\,\dot{r}\dot{\theta} + r\,\ddot{\theta}\right)^2}$

ផ្នែកទី២: <u>ឌីណាមិច</u> (Dynamique-Dynamics)

១_<u>ច្បាប់ ញូតុនបីរបស់ញូតុន</u>

ក-ច្បាប់ទី១ រឺ ច្បាប់និចលភាព: ចល័តផ្លាស់ទីដោយចលនាត្រង់ស្មើ រឺនៅនឹងថ្កល់ (រក្សាដូចភាពដើម) ។

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

ខ-ច្បាប់ទី២ រឺ ច្បាប់គ្រឹះឌីណាមិច: ផលបូកវ៉ិចទ័រកំលាំងទាំងអស់ដែលមានអំពើលើអង្គធាតុស្មើនឹងម៉ាសអង្គធាតុនោះគុណនឹងវ៉ិចទ័រសំទុះរបស់វា ។

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m.\vec{a}$$

គ-ច្បាប់ទី៣ រឺ អំពើទៅវិញទៅមក: អំពើស្មើនឹងប្រតិកម្ម: $\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1} \ \Rightarrow F_{1\to 2} = F_{2\to 1}$

២_<u>ចលនារំកិលរបស់អង្គធាតុ</u>

ក-បរិមាណចលនា: $\vec{p} = m\vec{v}_G$, p បរិមាណចលនាគិត kg.m/s

ខ-ផ្ចិតនិចលភាពនៃអង្គធាតុ (ទ្រឹស្តីបទបារីសង់):

$$\underbrace{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}_{M} \cdot \overrightarrow{OG} = m_1\overrightarrow{OM}_1 + m_2\overrightarrow{OM}_2 + \cdots + m_n\overrightarrow{OM}_n$$

$$\Rightarrow M.\overrightarrow{0G} = \sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{0A}_i$$

$$\Rightarrow O\vec{G} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{0A}_i}{M}$$

G ជាទីប្រជុំទំងន់ ។

នៅក្នុងកូអរដោនេដេកាត

-G មានកូអរដោនេ (x_G, y_G, z_G)

-ចំនុចម៉ាសនីមួយៗមានកូអរដោនេ (x_i, y_i, z_i)

ដូចនេះយើងបានទំនាក់ទំនង:

$$x_G = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i x_i \quad , \quad y_G = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i y_i \quad , \quad z_G = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i z_i$$

-ករណីចំនុចម៉ាសនៅជាប់ៗគ្នារឺប្រព័ន្ធជាប់

គេបាន: $M = \int dm$ ហើយ $x_G = \frac{1}{M}\int x.dm$, $y_G = \frac{1}{M}\int y.dm$, $z_G = \frac{1}{M}\int z.dm$

គ-ទ្រឹស្តីបទនៃផ្ចិតនិចលភាព:

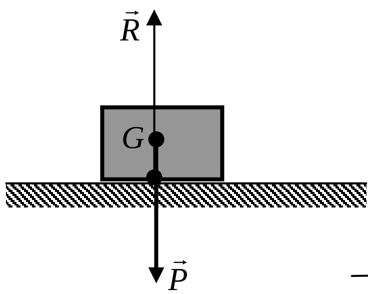
$$\left.\begin{array}{l}\dfrac{d\vec{p}}{dt}=\sum \vec{F}_{ext}\\ \vec{p}=m\vec{v}_G\end{array}\right| \Rightarrow m\frac{d\vec{v}_G}{dt}=m\vec{a}_G=\sum \vec{F}_{ext}$$ (កំលាំងក្រៅ)

ឃ-កំលាំងកកិត $\vec{f}$: មានទិសដៅផ្ទុយពីទិសដៅចលនា:

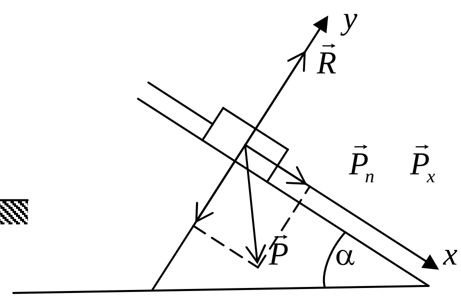
$f=\mu.N$, μ : មេគុណកកិត N កំលាំងប្រតិកម្មកែង

មេគុណកកិតមានពីរ គឺមេគុណកកិតស្តាទិច μ_s និង មេគុណកកិតស៊ីនេទិច μ_c ហើយ $\mu_s \geq \mu_c$ ។

ង-កំលាំងប្រតិកម្មនៃទំរ:



$$\vec{P}+\vec{R}=\vec{0}$$



$$\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$$

$$\vec{P}=\vec{P}_n+\vec{P}_t$$

$$\vec{P}\begin{pmatrix}P\cdot\sin\alpha\\ P\cdot\cos\alpha\end{pmatrix}$$

$$\vec{P}_n+\vec{R}=0$$

$$\Rightarrow P_n=R$$

ច-តំនឹងខ្សែ: ខ្សែគ្មានម៉ាស

$$T_A=T_B$$

ឆ-របៀបដោះស្រាយលំហាត់ឌីណាមិច:

-កំនត់កំលាំងដែលមានអំពើលើអង្គធាតុ

-សរសេរទ្រឹស្តីបទនៃឌីណាមិចលភាព $\sum \vec{f}=m\vec{a}_G$

-ជ្រើសរើសទិសដៅចលនា

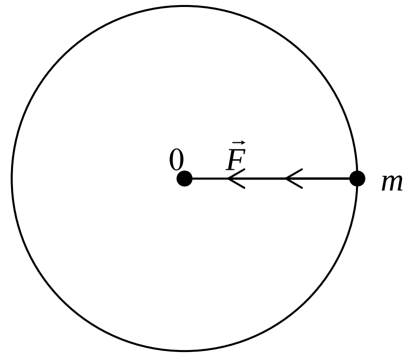
-ធ្វើចំណោលទំនាក់ទំនងខាងលើអ័ក្សចលនា

-ដោះស្រាយសមីការ

-សំទុះ = $\dfrac{\text{កំលាំងទាញ} - \text{កំលាំងទប់}}{\text{ម៉ាសសរុប}}$

៣-ចលនាវង់ស្មើ និងចលនាលំយោល

ក-ចលនាវង់ស្មើ:



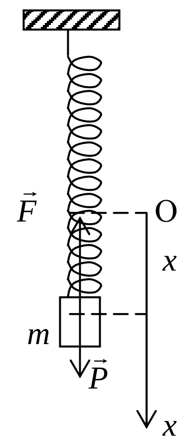
កំលាំងចូលផ្ចិត $\vec{F} = m\vec{a}_n$ ឬ $F = ma_n$

ដោយ $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \omega^2 R$

$$\Rightarrow F = ma_n = m\frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$$

ខ-ចលនាស៊ីនុយសូអ៊ីត ឬចលនាលំយោល

-កំលាំងយឺតរបស់រ៉ឺស័រ:



$\vec{F} = -k.\vec{x}$, k : ថេរកំរាញរ៉ឺស័រ (N.m)

x : សាច់លូត (m)

T : កំលាំងរំលឹក (N)

$$F = m.a = m.\ddot{x}$$

$$\Rightarrow m.\ddot{x} = -k.x \Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{k}{x}m = 0$$

សមីការនេះមានឫស:

$$x = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

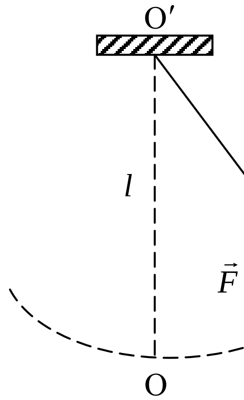
ពុលសាស្យុងផ្ទាល់: $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}} \Rightarrow$ ខួបផ្ទាល់: $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

-លំយោលប៉ោលទោលនិងរង្វិលប៉ោលកោណ

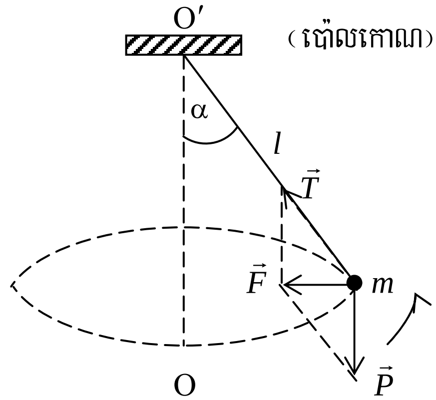
$$\vec{T} + \vec{P} = \vec{F} \quad \Rightarrow \cos\alpha = \frac{g}{\omega^2 \ell}$$

ខួបផ្ទាល់នៃលំយោល: $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$

ប៉ោលងាកចេញពីទីតាំងលំនឹងបានកាលណា: $\omega \geq \omega_0 = \sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$ (ជាពុលសាស្យុងផ្ទាល់)



(ប៉ោលទោល)



(ប៉ោលកោណ)

សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំយោលនៃប៉ោល (មិនមែនលំយោលអាម៉ូនិច):

$$\ddot{\alpha} + \frac{\ell}{g}\sin\alpha = 0$$

ករណីលំយោលតូច $\sin\alpha = \alpha(rad)$ (ជាលំយោលអាម៉ូនិច)

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \alpha_m \sin\left(\omega_0 t + \varphi\right)$$

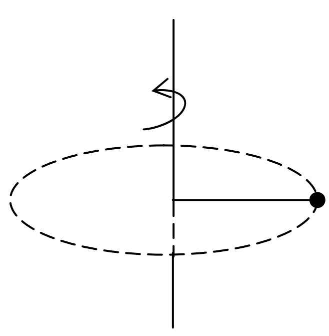
៤~ថាមពល និងច្បាប់រក្សាថាមពល

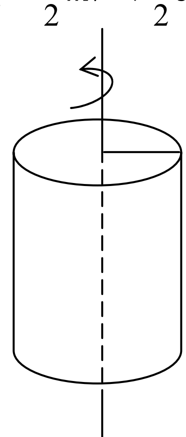
៤.១. ថាមពលស៊ីនេទិច

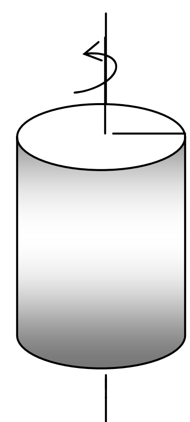
ក-រូបធាតុ ឬអង្គធាតុរឹងធ្វើចលនារំកិល: $E_C = \frac{1}{2}mv^2$

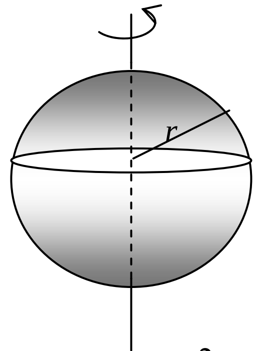
ខ-អង្គធាតុធ្វើចលនារង្វិលជុំវិញអ័ក្ស (Δ) មួយ: $E_C = \frac{1}{2}J\cdot\omega^2$, J: ម៉ូម៉ង់និចលភាព ($k$g.m^2)

គ-អង្គធាតុធ្វើចលនារំកិលផង រង្វិលផង: $E_C = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$

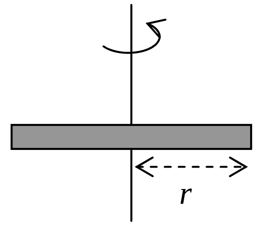

ចំនុចរូបធាតុ $J = \frac{1}{2}mr^2$


ស៊ីឡាំងប្រហោង $J = \frac{1}{2}mr^2$

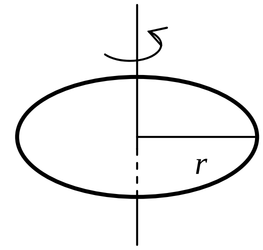

ស៊ីឡាំងស្នើសាច់ $J = \frac{1}{2}mr^2$



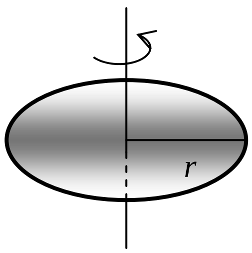
ស្វ៊ែស្មើសាច់ $J=\frac{2}{5}mr^2$



របារ $J=\frac{1}{12}mr^2$

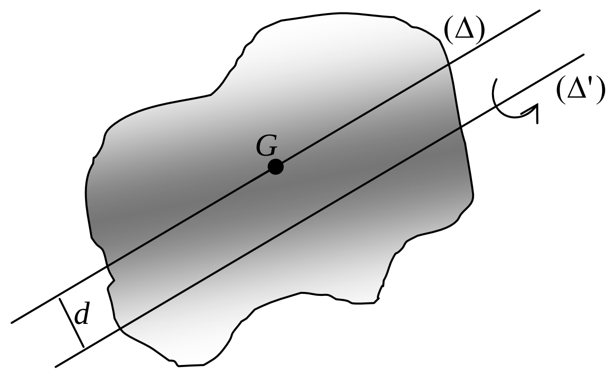


កងមូល $J=mr^2$



ថាសស្មើសាច់

$J=\frac{1}{2}mr^2$



ទ្រឹស្តីបទ ហ៊ុយហ្គែន

$J_{(\Delta')}=J_{(\Delta)}+md^2$

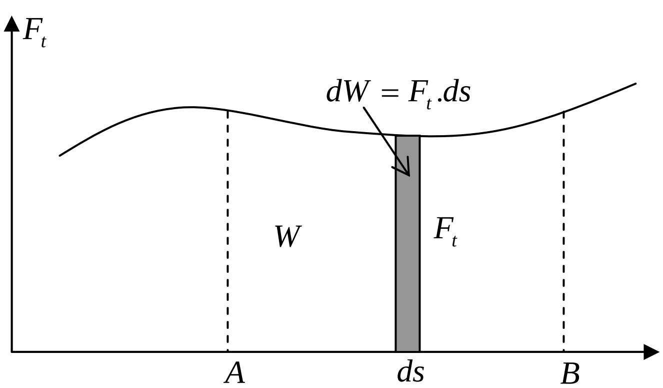
របៀបគណនាម៉ូម៉ង់និចលភាព: $J=\int r^2dm$

គ-បំរែបំរួលថាមពលស៊ីនេទិច: $\Delta E_C = E_{C_2}-E_{C_1} = W_{12}$ កម្មន្ត

៤-២-<u>កម្មន្ត និងអានុភាព</u>

ក-កម្មន្ត: បើចល័តផ្លាស់ទីពី A ទៅ B ក្រោមកំលាំ $\vec F$ គេសរសេរ:

$$W_{A\to B}(\vec F)=\int_A^B dW=\int_A^B \vec F.d\vec r=\int_A^B F_t.ds$$



បើកម្មន្តនៃកំលាំងបំលាស់ទីនៅក្នុងលំហ

នៃតំរុយ $(0,\vec i,\vec j,\vec k)$ គេបាន:

$$dW=\vec F.d\vec r$$

ដែល $\vec F\begin{pmatrix}F_x\\F_y\\F_z\end{pmatrix}$ ហើយ $d\vec r\begin{pmatrix}dx\\dy\\dz\end{pmatrix}$

$$\Rightarrow \quad dW = \vec{F}.d\vec{r} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

បើកម្មន្តបំលាស់ទីពី A ទៅ B :

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \int_A^B dW = \int_A^B F_x dx + \int_A^B F_y dy + \int_A^B F_z dz$$

ចំណាំ: បើកម្មន្តលើខ្សែបិទស្មើសូន្យ ពីព្រោះ:

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \oint dW = \int_A^A dW = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} + \int_B^A \vec{F}.d\vec{r} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} - \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = 0$$

-<u>កម្មន្តនៃកំលាំងថេរក្នុងបំលាស់ទីត្រង់</u>

អង្គធាតុមួយផ្លាស់ទីពី $A \to B$ ក្រោមអំពើនៃកំលាំងថេរ $\vec{F}$ នោះគេបាន:

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F.AB.\cos\alpha \qquad \text{ដែល } \alpha = (\vec{F};\overrightarrow{AB})$$

បើធាតុកម្មន្តនៃកំលាំង $\vec{F}$ ក្នុងបំលាស់ទីដ៏តូច $d\ell$ នោះ គេសរសេរ:

$$dW = \vec{F}.d\vec{\ell}$$

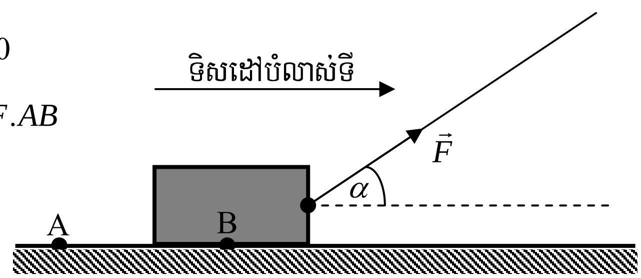
បើវាផ្លាស់ទីពី $A \to B$ នោះគេបាន $W_{AB} = \int_A^B \vec{F}.d\vec{\ell} = \int_A^B F.d\ell.\cos\alpha$

-បើ $\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 1 \Rightarrow W_{AB}(\vec{F}) = F.AB$

-បើ $\alpha = 90^0 \Rightarrow \cos\alpha = 0 \Rightarrow W_{AB}(\vec{F}) = 0$

-បើ $\alpha = 180^0 \Rightarrow \cos\alpha = -1 \Rightarrow W_{AB}(\vec{F}) = -F.AB$

ដោយ $0^0 \le \alpha \le 180^0$



ដូចនេះយើងសន្និដ្ឋានបានថា:

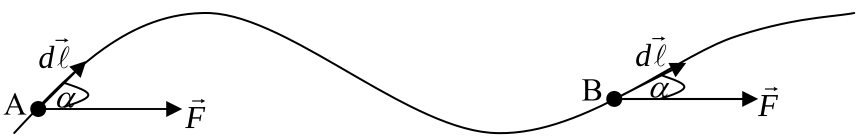
-បើ $0^0 \le \alpha < 90^0 \Rightarrow W_{AB} > 0$ កម្មន្តចលករ

-បើ $90^0 < \alpha \le 180^0 \Rightarrow W_{AB} > 0$ កម្មន្តទប់

-បើ $W_{AB} = 0$ កំលាំងមិនបានចូលរួមបង្កើតកម្មន្ត

-<u>កម្មន្តនៃកំលាំងថេរក្នុងបំលាស់ទីណាមួយ</u>

កម្មន្តនៃកំលាំងក្នុងបំលាស់ទី $\Delta\ell$: $\Delta W(\vec{F}) = \vec{F}.\Delta\vec{\ell} = F.\Delta\ell.\cos\alpha$ ហើយកម្មន្តសរុបក្នុងចំងាយ $\overset{\frown}{AB}$ គឺ $W_{AB}(\vec{F}) = \sum_A^B \Delta W(\vec{F}) = \sum_A^B \vec{F}.\Delta\vec{\ell} = \sum_A^B F.\Delta\ell.\cos\alpha$ ។



បើបំលាស់ទីដ៏ខ្លី $\Delta\ell \to d\ell \Rightarrow W_{AB}(\vec F) = \int_A^B F.d\ell.\cos\alpha$ ។

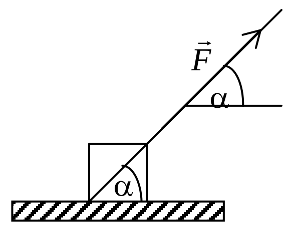
វត្ថុផ្លាស់ទីពី A ទៅ B

$W_{AB} = \vec F\cdot\overrightarrow{AB} = F\cdot AB\cdot\cos\alpha$

$0<\alpha<90^o \Rightarrow \cos\alpha>0 \Rightarrow W>0$ កម្មន្តចលករ

$\alpha = 90^o \Rightarrow \cos a = 0 \Rightarrow W=0$

$90^o<\alpha<180^o \Rightarrow \cos\alpha<0 \Rightarrow W<0$ កម្មន្តទប់



កម្មន្តនៃទំងន់:

$$W(\vec P) = P\cdot h = mgh$$

ខ-អានុភាព

អានុភាពសំដែងដោយនិយមន័យ $P=\frac{dW}{dt}$ ដែល dW កម្មន្តគិតជាស៊ូល (J) ហើយ dt រយៈពេលគិតជាវិនាទី (s) និង P អានុភាពគិតជាវ៉ាត់ (W) ។

ដោយ $dW=\vec F.d\vec r \Rightarrow P = \frac{\vec F.d\vec r}{dt} = \vec F.\frac{d\vec r}{dt} = \vec F.\vec v$

រឺ $P = F.v.\cos\alpha$ ដែល $\alpha = (\vec F,\vec v)$

-បើ $P>0$ កំលាំងជាកំលាំងចលករ

-បើ $P<0$ កំលាំងជាកំលាំងទប់

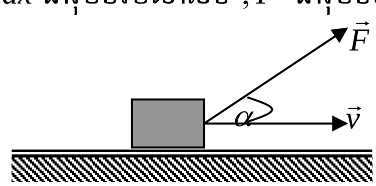
-បើ $P=0$ កំលាំងមានអានុភាពសូន្យ $(\vec F\perp\vec v)$

-ក្នុងចលនារំកិល

យើងពិនិត្យធាតុកម្មន្តនៃកំលាំង $dW=\vec F.d\vec x$;$d\vec x$ ជាវ៉ិចទ័របំលាស់ទី ;$\vec F$ ជាវ៉ិចទ័រកំលាំង

$$\Rightarrow P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec F.d\vec x}{dt} = \vec F\frac{d\vec x}{dt} = \vec F.\vec v$$

$P=\vec F.\vec v = F.v.\cos\alpha$; $\alpha=(\vec F,\vec v)$



៤.៣.ថាមពលប៉ូតង់ស្យែល

ក-ថាមពលនៃដែនកំលាំងរក្សា

$$F = -\frac{\partial E_p}{\partial r} \quad \text{ឬ} \quad \int_{E_p(r_1)}^{E_p(r_2)} dE_p = -\int_{r_1}^{r_2} \vec{F}(r)\,d\vec{r}$$

ខ-ថាមពលប៉ូតង់ស្យែលទំនាញដី:

$E_P = mgh$, h: កំពស់

គ-ថាមពលប៉ូតង់ស្យែលយឺត:

$E_P = \frac{1}{2}k.x^2$, k : ថេរកំរាញរ៉ឺស័រ ($\mathrm{N \cdot m^{-1}}$) , x : សាច់លូត (m)

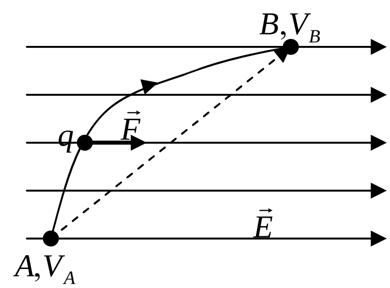
ឃ-ថាមពលប៉ូតង់ស្យែលអេឡិចត្រូស្តាទិច:

$W_{AB} = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$, $\vec{E} \cdot \overrightarrow{AB} = V_A - V_B$

$\Rightarrow W_{AB} = q(V_A - V_B)$, V_A, V_B ប៉ូតង់ស្យែល

ថាមពលប៉ូតង់ស្យែល $E_P = qV$

$\Rightarrow W_{AB} = E_{P(A)} - E_{P(B)}$



ង-ថាមពលប៉ូតង់ស្យែលរមួល: $E_P = \frac{1}{2}C\,\theta^2$

ច-តំហាយថាមពលប៉ូតង់ស្យែលស្មើនឹងកម្មន្តនៃកំលាំង:

$W = -\Delta E_P$ ឬ $W_{1\to2} = -\left(E_P(2) - E_P(1)\right)$

៥-ថាមពលមេកានិច

$E_M = E_P + E_C$

ករណីប្រព័ន្ធត្រមោច ឬប្រព័ន្ធបិទ ឬប្រព័ន្ធរងតែអំពើប៉ូតង់ស្យែល ថាមពលមេកានិចជាទំហំបានរក្សា

$E_M = E_P + E_C$ = ថេរ

ក-ថាមពលមេកានិចដែនទំនាញដី: $E_M = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$ = ថេរ

ខ-ថាមពលមេកានិចនៃកំលាំងយឺតរបស់រ៉ឺស័រ:

$E_M = \frac{1}{2}m.v^2 + \frac{1}{2}k.x^2$ = ថេរ

គ-ថាមពលមេកានិចនៃកំលាំងអគ្គិសនី:

$E_M = \frac{1}{2}mv^2 + qV$ = ថេរ

ឃ-ទ្រឹស្តីបទថាមពលមេកានិច: $\Delta E_M = W(\vec{f})$ កម្មន្តនៃកំលាំងមិនរក្សា។

៦~ចលនានៅក្នុងដែន

ក-ចលនានៅក្នុងដែនទំនាញដី

ចលនានៅក្នុងលំហសេរី អង្គធាតុរងកំលាំងតែមួយគត់គឺ កំលាំងទំនាញដី ដោយមិនគិតកំលាំងកកិតនានា ។

$$\sum \vec{f} = \vec{P}$$

តាមទំនាកទំនងគ្រឹះឌីណាមិចៈ

$$\vec{P} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

ចលនាទាំងនេះ មានចលនាទន្លាក់សេរី ចលនាគ្រាប់បាញ់ ចលនារណបជុំវិញផែនដី ។

សមីការចលនា និងសមីការគន្លងអាស្រ័យទៅនឹងការបាញ់ រឺផ្លាស់ទីរបស់អង្គធាតុ ។

ខ-ចលនានៅក្នុងដែនអគ្គិសនី

ដោយមិនគិតកំលាំងកកិតនានា ផង់ផ្ទុកអគ្គិសនីរងតែកំលាំងដែនអគ្គិសនីៈ $\sum \vec{f} = \vec{F} = q\vec{E}$

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចៈ $q\vec{E} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \vec{a} = \dfrac{q}{m}\vec{E}$

សមីការចលនា និងសមីការគន្លងអាស្រ័យទៅនឹងការបាញ់ផង់ រឺផ្លាស់ទី ។

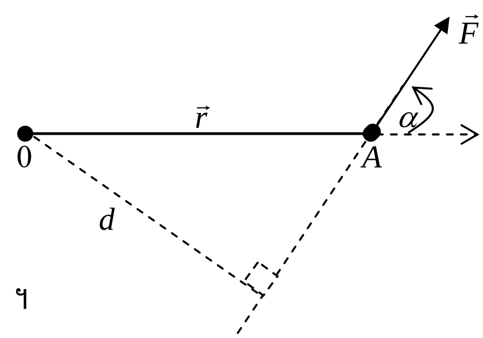
គ-ចលនារបស់ផង់នៅក្នុងដែនម៉ាញេទិចឯកសណ្ឋាន

ដោយមិនគិតកំលាំងកកិតនានា ផង់ផ្ទុកអគ្គិសនីរងតែកំលាំងម៉ាញេទិចៈ $\sum \vec{f} = \vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចៈ $q\vec{v} \wedge \vec{B} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \dfrac{q}{m}\vec{v} \wedge \vec{B}$

សមីការចលនា និងសមីការគន្លងអាស្រ័យទៅនឹងការបាញ់ផង់ រឺ ផ្លាស់ទី ។

៧~ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចនិងម៉ូម៉ង់នៃកំលាំង



ក-ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំង

ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងជាទំហំវ៉ិចទ័រកំនត់ដោយៈ

$$\vec{M}_0(\vec{F}) = \overrightarrow{0A} \wedge \vec{F} = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

-ទិសដៅរបស់ $\vec{M}_0(\vec{F})$ តាមវិធានខ្នងឆ្នុកដោយបង្វិលពី $\vec{r}$ ទៅ $\vec{F}$ ។

-ម៉ូឌុលរបស់វា $M_0(\vec{F}) = F.r.\sin\alpha$; $\alpha = (\vec{F};\vec{r})$ ។

តាង $d = r.\sin\alpha$ ហៅថា *ដៃឃ្នាស់* ។ ខ្នាតម៉ូម៉ង់គិតជា $(N.m)$

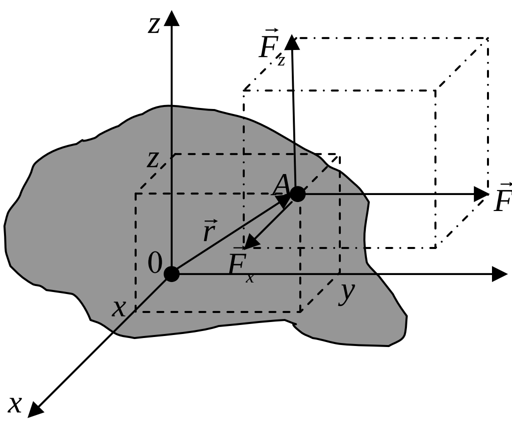
បើម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងនៅក្នុងលំហ គេបានកុំប៉ូសង់ ទីតាំង និងកំលាំងដូចខាងក្រោមៈ

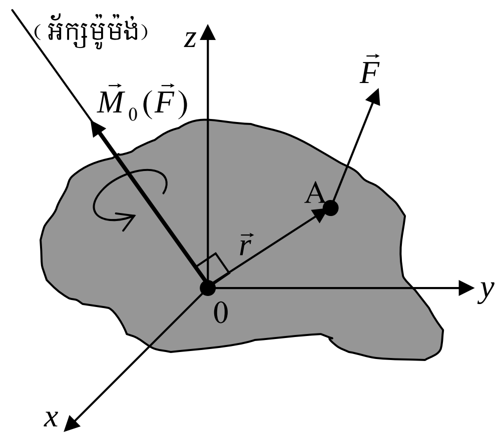
$$\overrightarrow{0A} = \vec{r}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad ; \quad \vec{F}\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$$

ដូចនេះ ម៉ូម៉ង់: $\vec{M}_0(\vec{F})\begin{pmatrix} M_{0x}(\vec{F}) \\ M_{0y}(\vec{F}) \\ M_{0z}(\vec{F}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}$

យើងបាន ម៉ូម៉ង់តាមអ័ក្សនីមួយៗគឺ: $\begin{cases} M_{0x}(\vec{F}) = y.F_z - z.F_y \\ M_{0y}(\vec{F}) = z.F_x - x.F_z \\ M_{0z}(\vec{F}) = x.F_y - y.F_x \end{cases}$

ម៉ូឌុល: $M_0(\vec{F}) = \left[\left(y.F_z - z.F_y\right)^2 + \left(z.F_x - x.F_z\right)^2 + \left(x.F_y - y.F_x\right)^2 \right]^{1/2}$





ខ-ម៉ូម៉ង់ ស៊ីនេទិច:

-និយមន័យ: $\vec{\sigma}_A = \vec{r} \wedge \vec{p}$, $\vec{r} = \overrightarrow{M}$, $\vec{p} = m.\vec{v}$

-ទ្រឹស្តីបទម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច: $\dfrac{d\vec{\sigma}_A}{dt} = \vec{M}_A(\vec{F})$

៨-លំនឹងនៃភាគល្អិត

-លំនឹងនៅក្នុងប្លង់

$$\sum \vec{f} = \sum F_x \vec{i} + \sum F_y \vec{j} = \vec{0}$$

រឺ $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$

-លំនឹងនៅក្នុងលំហ

$$\sum \vec{f} = \sum F_x \vec{i} + \sum F_y \vec{j} + \sum F_z \vec{k} = \vec{0}$$

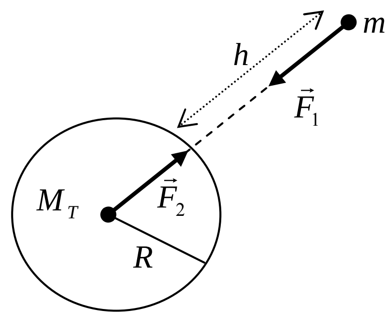
រឺ $\sum F_x = 0$, $\sum F_y = 0$, $\sum F_z = 0$

៩-លំនឹងនៃអង្គធាតុរឹង

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

$$\sum \overrightarrow{M}(\vec{F_i}) = \vec{r_i} \wedge \vec{F_i} = \vec{0}$$

១០-ចលនារណបផែនដី



m : ម៉ាសរណប , M_T : ម៉ាសផែនដី

-តាមច្បាប់ទំនាញសាកលៈ

$$F_1 = F_2 = G\cdot\frac{m\cdot M_T}{(R+z)^2}$$

$G = 6{,}67\cdot 10^{-11}$ USI , R : កាំផែនដី និង h : កំពស់

ដោយ $F_1 = P = mg$

$$\Rightarrow mg = G\cdot\frac{m\cdot M_T}{(R+z)^2} \Rightarrow g = G\cdot\frac{M_T}{(R+z)^2}$$

-ករណីវត្ថុនៅលើផែនដីៈ $z = 0,\ g = g_0 \Rightarrow g_0 = G\cdot\frac{M_T}{R}$

$$\Rightarrow M_T = \frac{g_0 R}{G} \quad \Rightarrow g = g_0\left(\frac{R}{R+z}\right)^2$$

-ករណីរណបធ្វើចលនាវង់ជុំវិញផែនដី

-ល្បឿនរណបៈ $v = R\sqrt{\frac{g_0}{R+z}}$, $v = \sqrt{\frac{GM_T}{R+z}}$

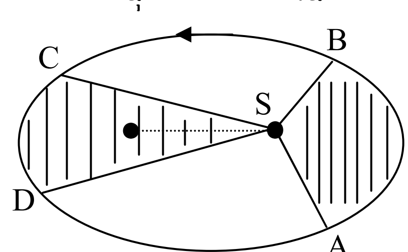
-ខួបរង្វិលៈ $T = \frac{2\pi}{R\sqrt{g_0}}(R+z)^{\frac{3}{2}}$

១១-ច្បាប់កេព្លែ

ច្បាប់នេះត្រូវបានចែងដោយលោកកេព្លែមានបីៈ

ក-គ្រប់ភពទាំងអស់ធ្វើចលនាជុំវិញព្រះអាទិត្យមានគន្លងជាអេលីប ហើយមានកំនុំមួយស្ថិតនៅលើព្រះអាទិត្យ ។

ខ-ក្នុងរយៈពេលស្មើគ្នាកាំវ៉ិចទ័រកៀសបានផ្ទៃស្មើគ្នា។ បើភពចរបាន $\overset{\frown}{AB}$ រឺ $\overset{\frown}{CD}$ ក្នុងរយៈពេលស្មើគ្នាគេបានផ្ទៃ SAB ស្មើនឹងផ្ទៃ SCD ។

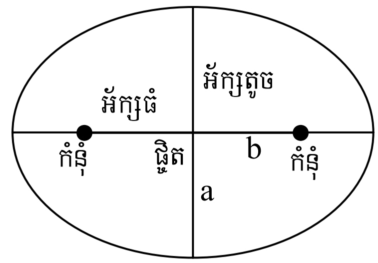


ក្រឡាផ្ទៃអេលីប $S = \pi.a.b;$ a កន្លះអ័ក្សធំ ;b កន្លះអ័ក្សតូច

តាមកន្សោមល្បឿនផ្ទៃ $\frac{dS}{dt} = \frac{C}{2}; C$ ហៅថា *ថេរផ្ទៃ*

គ-ការេនៃខួបបរិវត្តរង្វិលសមាមាត្រទៅនឹងគូបនៃកន្លះអ័ក្សធំរបស់អេលីប ។

ថេរសមាមាត្រមានតំលៃដូចគ្នាគ្រប់ភព។



បើវាធ្វើចលនាបានមួយជុំមួយខួប $\Rightarrow dt = T$ ខួប ហើយ $dS = S = \pi.a.b$

$$\Rightarrow \frac{S}{T} = \frac{\pi.a.b}{T} = \frac{C}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\pi^2.a^2.b^2}{T^2} = \frac{C^2}{4}$$

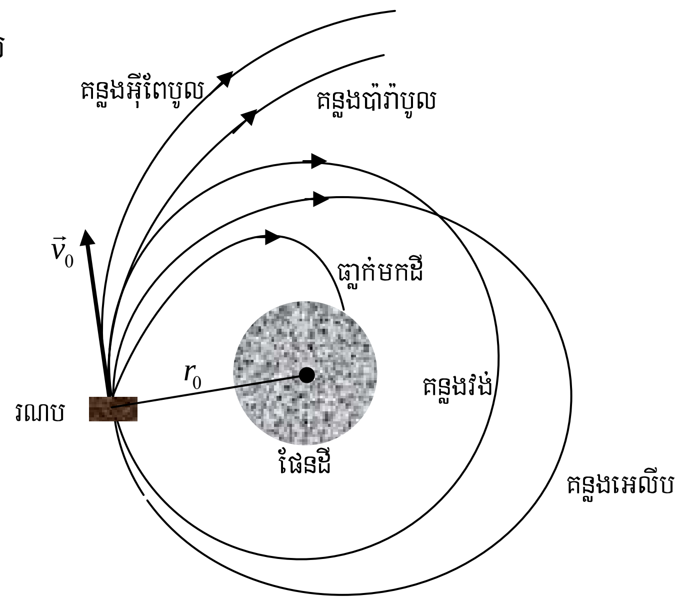
តាង $C^2 = p.k;\quad k = G.M_S;\quad G$ ថេរទំនាញសកល

$;M_S$ ម៉ាសព្រះអាទិត្យ ហើយ $p = \dfrac{b^2}{a}$

$$\Rightarrow \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{k} = \text{ថេរ}$$

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_S}$$

ឃ-របៀបបាញ់បង្ហោះរណបដែលមានគន្លងផ្សេងៗ



-ល្បឿនចេញពីដី $v_e = \sqrt{\dfrac{2G.M_E}{r_0}}$

-ល្បឿនលើគន្លងវង់ $v_C = \sqrt{\dfrac{G.M_E}{r_0}}$

-ធ្លាក់មកផែនដីវិញ បើ $v_0 < v_C$

១២-ទង្គិចនៃចំនុចរូបធាតុពីរ

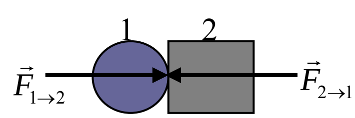
ក-*អាំពុលស្យុង*

$$\vec{I} = \Delta\vec{p} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}\, dt$$

ខ-ការ*រក្សាបរិមាណចលនា*

$\vec{F}_{1\to 2} = -\vec{F}_{2\to 1}$ (អំពើនិងប្រតិកម្ម)

$\vec{F}_{1\to 2} = \dfrac{d\vec{p}_1}{dt}$, $\vec{F}_{2\to 1} = \dfrac{d\vec{p}_2}{dt}$ (ច្បាប់ទី២ញូតុន)



$$\Rightarrow d\vec{p}_1 = d\vec{p}_2$$

$$\Leftrightarrow \vec{p}\,'_1 - \vec{p}_1 = \vec{p}\,'_2 - \vec{p}_2$$

$\Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}\,'_1 + \vec{p}\,'_2$ (បរិមាណចលនាមុនទង្គិចនិងក្រោយទង្គិចស្មើគ្នា)។

គ-<u>ទង្គិចខ្ទាតល្អឥតខ្ចោះ</u>

-រក្សាបរិមាណចលនា: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2$

-រក្សាថាមពលស៊ីនេទិច: $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v'^2_1 + \frac{1}{2}m_2v'^2_2$

-ល្បឿនក្រោយទង្គិច: $v'_1 = \dfrac{2m_2v_2 + v_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$; $v'_2 = \dfrac{2m_1v_1 + v_2(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}$

ឃ-<u>ទង្គិចខ្ទាតល្អមិនខ្ចោះ</u>

-បរិមាណចលនារក្សា: $m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v'_1 + m_2v'_2$

-ថាមពលស៊ីនេទិចមិនរក្សា

-ល្បឿនក្រោយទង្គិច: $(v'_2 - v'_1) = -e(v_2 - v_1)$

ដោយ $0 < e < 1$ (មេគុណបដិទាន) ហើយ បើ $e = 1$ បានទង្គិចខ្ទាត ។

$$v'_1 = \frac{m_2(1+e)v_2 + (m_1 - em_2)v_1}{m_1 + m_2}; \qquad v'_2 = \frac{m_1(1+e)v_1 + (m_2 - em_1)v_2}{m_1 + m_2}$$

ង-<u>ទង្គិចស្អិត</u>

ពេលទង្គិចនិងក្រោយទង្គិច យើងឃើញអង្គធាតុទាំងពីរនៅជាប់គ្នា ។

-រក្សាបរិមាណចលនា: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}'$

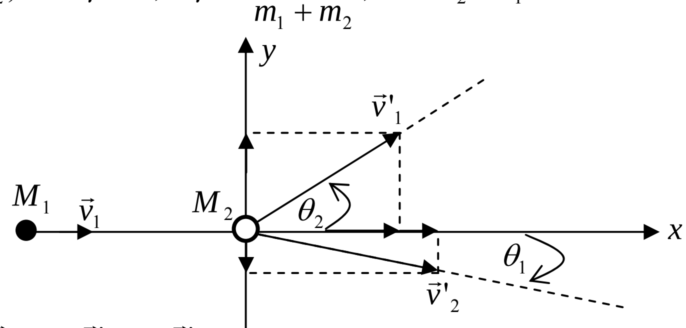
-ថាមពលស៊ីនេទិចមិនរក្សា:

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v'^2 - (\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2)$$

$$2\Delta E_C = \frac{(m_1v_1 + m_2v_2)^2}{m_1 + m_2} - (m_1v_1^2 + m_2v_2^2)$$

$$2\Delta E_C = -\frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}(v_1 - v_2)^2 = -\mu.v'^2; \quad \mu = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}; \;\; v' = v_2 - v_1$$

ច-<u>ទង្គិចខ្ទាតនៅក្នុងប្លង់</u>



-ការរក្សាបរិមាណចលនា: $m_1\vec{v}_1 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2$

-ការរក្សាថាមពលស៊ីនេទិច: $\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1v'^2_1 + \frac{1}{2}m_2v'^2_2$

$$\Rightarrow v'_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}\cos\theta_2$$

១៣-<u>ស៊ីនេម៉ាទិចប្លង់នៃអង្គធាតុរឹង</u>

ចលនាអង្គធាតុរឹងចែកជាៈ

ក-<u>*ចលនារំកិលៈ*</u> គ្រប់ចំណុចទាំងអស់នៃអង្គធាតុមានល្បឿនដូចគ្នា ហើយគូសបានគន្លងស្របៗគ្នា។ ចលនារំកិលរួមមាន ចលនារំកិលត្រង់ រំកិលកោង និងរំកិលវង់។

ខ-<u>*ចលនារង្វិលជុំវិញអ័ក្សនឹងមួយៈ*</u> គ្រប់ចំនុចនៃអង្គធាតុរឹងគូសបានគន្លងជារង្វង់មានផ្ចិតស្ថិតនៅលើអ័ក្សរង្វិលមានល្បឿនមុំដូចគ្នា តែល្បឿនប្រវែងខុសគ្នា(អាស្រ័យកាំគន្លង) ។

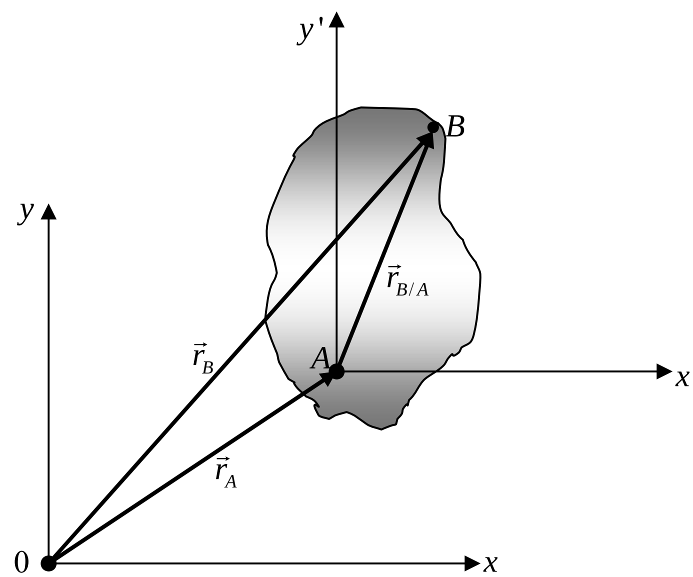
គ-បើអង្គធាតុរឹងធ្វើចលនារំកិលផងរង្វិលផង ចលនារបស់វាជាចលនាសមាសរវាងចលនាត្រង់និងចលនារង្វិល ។

១-ចលនារំកិល

-ទីតាំងៈ $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$

-ល្បឿនៈ $\vec{v}_B = \vec{v}_A$

-សំទុះៈ $\vec{a}_B = \vec{a}_A$



២-ចលនារង្វិលជុំវិញអ័ក្សនឹងមួយ

-ទីតាំងមុំៈ $\theta = \theta(t)$

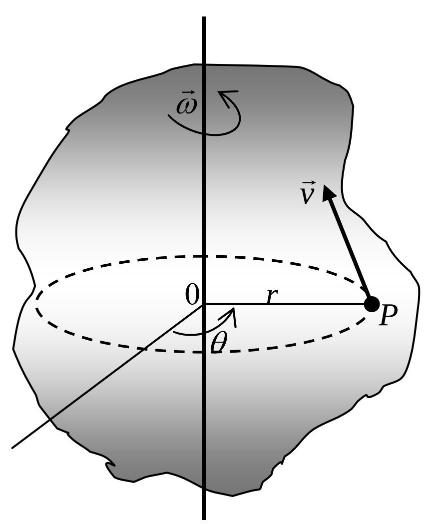
-ល្បឿនមុំៈ $\omega = \dfrac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$

-សំទុះមុំៈ $\beta = \dfrac{d\omega}{dt} = \ddot{\theta}$

-ទំនាក់ទំនងៈ $\beta\, d\theta = \omega\, d\omega$

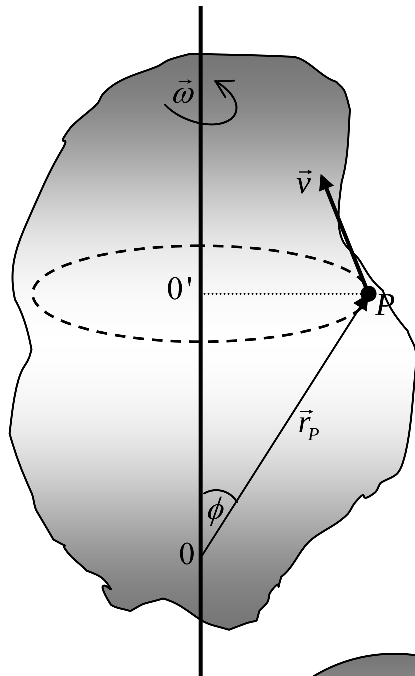
-ចំពោះល្បឿនមុំថេរៈ

$\omega = \beta t + \omega_0$



$$\theta = \frac{1}{2}\beta t^2 + \omega_0 t + \theta_0$$

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\beta\left(\theta - \theta_0\right)$$



-ចំពោះចំនុច P ធៀបនឹងចំនុច0 មិននៅត្រង់ផ្ចិត

ក-ល្បឿនប្រវែង: $\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}_P$

ខ-សំទុះ: $\vec{a} = \vec{\beta} \wedge \vec{r}_P + \vec{\omega} \wedge \left(\vec{\omega} \wedge \vec{r}_P\right)$

-បើចំនុច P និង0ជាផ្ចិតនៃរង្វង់មានកាំ r :

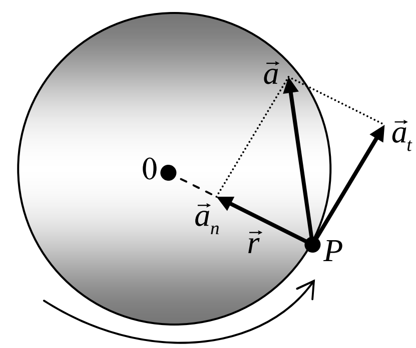
ក-ល្បឿនប្រវែង: $\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}$

ខ-សំទុះ: $\vec{a} = \vec{\beta} \wedge \vec{r} + \vec{\omega} \wedge \left(\vec{\omega} \wedge \vec{r}\right) = \vec{\beta} \wedge \vec{r} - \omega^2 \vec{r}$

នៅក្នុងគោលប្រេណេ: $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$

យើងបាន:

$\vec{a}_t = \vec{\beta} \wedge \vec{r}$, $\vec{a}_n = \vec{\omega} \wedge \left(\vec{\omega} \wedge \vec{r}\right) = -\omega^2 \vec{r}$



៣-ចលនាធៀប

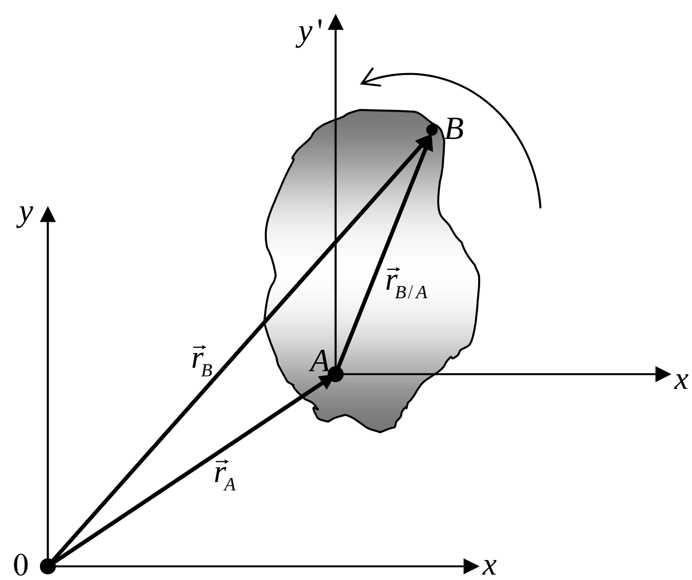
-ទីតាំង: $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$

-ល្បឿន: $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \dfrac{d\vec{r}_{B/A}}{dt} = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$

ដោយចំនុច B ធ្វើចលនាវង់ធៀបនឹងចនុច A :

$\vec{v}_{B/A} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}_{B/A}$

-សំទុះ: $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{\beta} \wedge \vec{r}_{B/A} - \omega^2 \vec{r}_{B/A}$

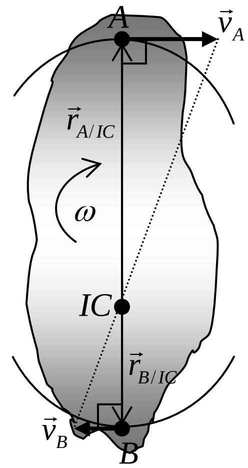


៤-ផ្ចិតខណៈនៃល្បឿនសូន្យ

ល្បឿននៃចំនុច B ណាមួយស្ថិតនៅលើអង្គធាតុរឹងអាចត្រូវទទួលបានដោយវិធីផ្ទាល់ បើយើងជ្រើសរើសចំនុចគោល A ដែលមានល្បឿនសូន្យនៅខណៈពិនិត្យ គឺ $\vec{v}_A = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}_B = \vec{\omega} \wedge \vec{r}_{B/A}$

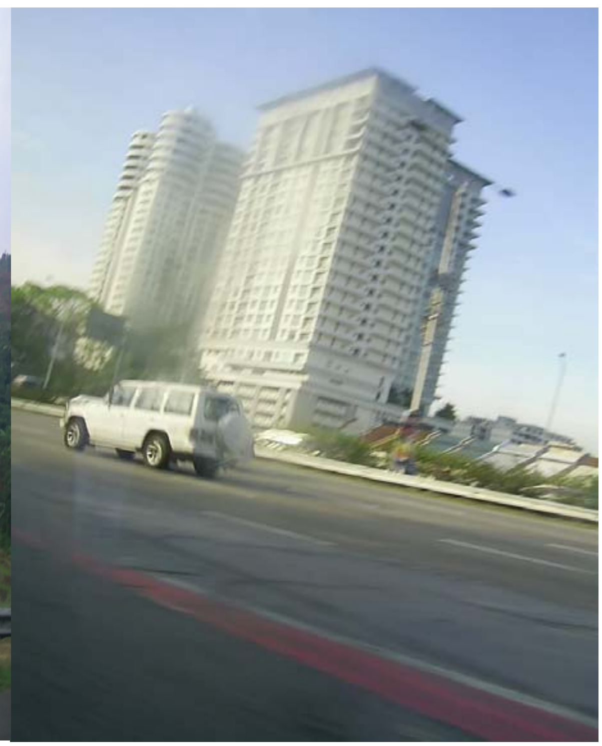
ចំពោះចលនារបស់អង្គធាតុនៅក្នុងប្លង់ ចំនុច A ត្រូវបានហៅថា ផ្ចិតខណៈនៃល្បឿនសូន្យ កំនត់ IC ។

ដូចនេះ $\vec{v}_B = \vec{\omega} \wedge \vec{r}_{B/IC}$



-ទីតាំង IC

ដើម្បីដាក់ទីតាំង IC យើងអាចប្រើល្បឿននៃចំនុចពិនិត្យ
នៅលើអង្គធាតុជានិច្ចកាលកែងទៅនឹងវ៉ិចទ័រទីតាំងធៀប
ដែលសន្ធឹងពី IC ទៅចំនុច ។



សូមស្វែងរកអានស្នាដៃលោក ហង់ ស៊ីម ដែលបានផ្សាយរួចហើយ

ផ្នែកស៊ីនេម៉ាទិច

លំហាត់ និងដំណោះស្រាយ

១-ចូរប្រើការវិភាគវិមាត្រដើម្បីកំណត់វិមាត្រសមីការខ្លះខុស: $\lambda = v.t$, $F=\frac{m}{a}$, $F=\frac{mv}{t}$, $h=\frac{v^2}{2g}$

ដែល λ , h ជាប្រវែង និង $[F]=\left[MLT^{-2}\right]$ ។

ចំលើយ

$[vt]=\left[LT^{-1}\right][T]=[L]$ ប៉ុន្តែ $[\lambda]=[L]$ ដូចនេះសមីការ $\lambda = vt$ ត្រឹមត្រូវ ។

$\left[\frac{m}{a}\right]=[M]\left[T^2L^{-1}\right]=\left[ML^{-1}T^2\right]$ ប៉ុន្តែ$[F]=\left[MLT^{-2}\right]$ ដូចនេះសមីការ $F=\frac{m}{a}$ មិនត្រឹមត្រូវ ។

$\left[\frac{mv}{t}\right]=\left[MLT^{-1}\right]\left[T^{-1}\right]=\left[MLT^{-2}\right]$ ដោយ $[F]=\left[MLT^{-2}\right]$ ដូចនេះសមីការ $F=\frac{mv}{t}$ ត្រឹមត្រូវ ។

$\left[\frac{v^2}{2g}\right]=\left[\frac{L^2T^{-2}}{LT^2}\right]=[L]$ ដោយ $[h]=[L]$ ដូចនេះសមីការ $h=\frac{v^2}{2g}$ ត្រឹមត្រូវ ។

២-បើ s ជាចំងាយ ហើយ t ជាពេល ចូររកវិមាត្រ C_1, C_2, C_3 និង C_4 នៅក្នុងសមីការនីមួយៗដូចតទៅ:

$s=C_1t$, $s=\frac{1}{2}C_2t^2$, $s=C_3\sin(C_4t)$

ចំលើយ

វិមាត្រនៃ s គឺ $[L]$

ពីសមីការ យើងបាន:

$C_1=\frac{s}{t} \Rightarrow [C_1]=\left[LT^{-1}\right]$ ជាវិមាត្រល្បឿន ។

$C_2=\frac{2s}{t^2} \Rightarrow [C_3]=\left[\frac{2s}{t^2}\right]=\left[LT^{-2}\right]$ ជាវិមាត្រសំទុះ

ដោយ $\sin(C_4t)$ គ្មានវិមាត្រ ដូចនេះ C_3 មានវិមាត្រដូច s គឺ $[L]$ ។

ដោយសារមុំនៃអនុគមន៍ត្រីកោណមាត្រគ្មានខ្នាត ដូចនេះ $[C_4]=\left[T^{-1}\right]$

៣-ប្រេកង់ f នៃរំញ័រនៃម៉ាស m នៅចុងរ៉ឺស័រដែលមានថេរកំរាញ k ទាក់ទងទៅនឹង m និង k ដោយទំនាក់ទំនងមាន ទំរង់: $f=(cons\tan t)m^a k^b$ ។ ចូរប្រើការវិភាគវិមាត្រដើម្បីរក a និង b ។ ដោយដឹងថា $[f]=[T^{-1}], [k]=[MT^{-2}]$ ។

ចំលើយ

$$f\propto m^a k^b \Rightarrow [M^0T^{-1}]=[M^a][M^bT^{-2b}]=[M^{a+b}T^{-2b}]$$

ដូនេះ $a+b=0$ និង $-2b=-1 \Rightarrow b=-a=\frac{1}{2}$

៤-ល្បឿន v នៃរលកលើខ្សែអាស្រ័យទៅលើតំនឹង F នៅក្នុងខ្សែនិងម៉ាសនៅក្នុងមួយខ្នាតប្រវែង m/ℓ នៃខ្សែ ។ បើវាត្រូវបានដឹងថា $[F]=[ML][T]^{-2}$ ។ ចូរបង្ហាញថេរ a និង b នៅក្នុងសមីការចំពោះល្បឿនរលកលើខ្សែ: $v=(cons\tan t)F^a\left(m/\ell\right)^b$ ។

ចំលើយ

វាត្រូវបានអោយដឹងថា $[v]=[F]^a[m/\ell]^b$

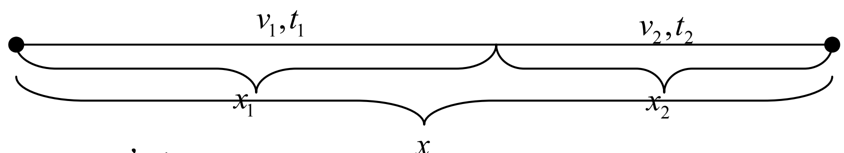
យើងសរសេរ: $[M^0L^1T^{-1}]=[MLT^{-2}]^a[ML^{-1}]^b=[M]^{a+b}[L]^{a-b}[T^{-2}]^a$

$\Rightarrow a+b=0,\ a-b=1,\ -2a=-1$

ដូចនេះ យើងបាន: $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{2}$

៥-ពាក់កណ្តាលដំបូងនៃរយៈពេលរបស់វា រថយន្តមួយធ្វើចលនាដោយល្បឿន $v_1=80km/h$ និងពាក់កណ្តាទៀត ដោយល្បឿន $v_2=40km/h$ ។ ចូររកល្បឿនមធ្យមរបស់រថយន្ត ។

ចំលើយ



ល្បឿនមធ្យមរបស់រថយន្ត

តាង t ជារយៈពេលសរុប

t_1 ជារយៈពេលពាក់កណ្តាលដំបូងនៃ t

t_2 ជារយៈពេលពាក់កណ្តាលឈប់នៃ t

យើងបានសមីការៈ

$$\begin{cases} x_1 = v_1 t_1 \\ x_2 = v_2 t_2 \end{cases}$$

ដោយ $t_1 = t_2 = \dfrac{t}{2}$ រឺ $t_1 + t_2 = t$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = v_1 t_1 = v_1 \times \dfrac{t}{2} \\ x_2 = v_2 t_2 = v_2 \times \dfrac{t}{2} \end{cases}$$

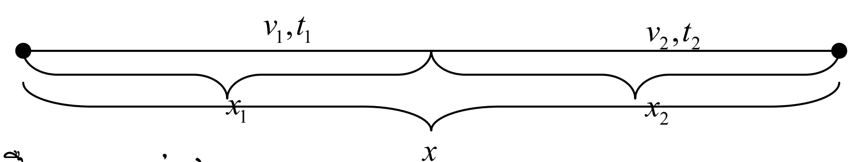
$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{1}{2}\left(v_1 + v_2\right)t$$

ល្បឿមមធ្យម $v_m = \dfrac{x}{t} = \dfrac{x_1 + x_2}{t} = \dfrac{1}{2}\left(v_1 + v_2\right)$

$$v_m = \frac{1}{2}\left(80 + 40\right) = 60km/h$$

៦-ពាក់កណ្តាលដំបូងនៃចំងាយចររបស់វា រថយន្តមួយធ្វើចលនាដោយល្បឿន $v_1 = 80km/h$ និងពាក់កណ្តាលទៀត ដោយល្បឿន $v_2 = 40km/h$ ។ ចូររកល្បឿនមធ្យមរបស់រថយន្ត។

ចំលើយ



ល្បឿនមធ្យមរបស់រថយន្ត

$$x_1 = x_2 = \frac{x}{2}$$

ដោយ $x_1 = v_1 t_1$, $x_2 = v_2 t_2$

រយៈពេលសរុប $t = t_1 + t_2 = \dfrac{x_1}{v_1} + \dfrac{x_2}{v_2} = \dfrac{x}{2v_1} + \dfrac{x}{2v_2}$

ល្បឿនមធ្យម $v_m = \dfrac{x}{t} = \dfrac{x}{\dfrac{x}{2v_1} + \dfrac{x}{2v_2}} = \dfrac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}$

$$v_m = \frac{2 \times 80 \times 40}{80 + 40} = 53{,}33km/h$$

៧-ចល័តមួយធ្វើចលនាត្រង់ស្មើ ។ នៅខណៈដើមពេល វ៉ានៅត្រង់ចំនុចដែលមានអាប់ស៊ីស $x_0 = 4m$ ។ នៅខណៈ $t_1 = 4s$ វ៉ានៅត្រង់ $x_1 = 8m$ ។

ក-ចូរសរសេរសមីការពេលនៃចលនា

ខ-ចូរតាងក្រាបអនុគមន៍ $x = x(t)$

<u>ចំលើយ</u>

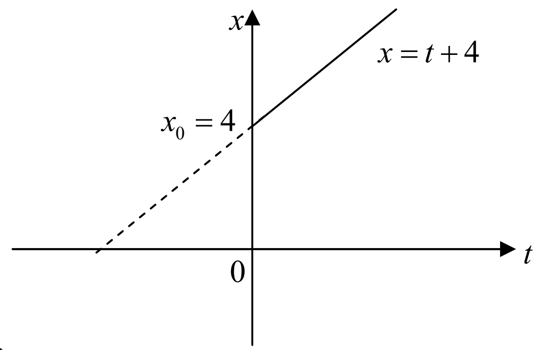
ក-សមីការចលនាត្រង់ស្មើមានទំរង់:

$x = v_0 t + x_0$

ដូចនេះ វ៉ាក្លាយជា:

$8 = 4v_0 + 4 \Rightarrow v_0 = 1m/s$

$\Rightarrow x = t + 4$



ខ-ក្រាប $t \mapsto x(t) = t + 4$ ជាបន្ទាត់

៨-ចល័តមួយគូសគន្លងជាបន្ទាត់ តាមសមីការពេល: $x = 3t^2 - 2t$ ខ្នាតគិតជា SI ។

ក-ចូរគណនាល្បឿនមធ្យមនៅចន្លោះខណៈ $t_0 = 0$ និង $t = 1s$ បន្ទាប់ល្បឿននៅខណៈ $t_0 = 0$

ខ-ចូរគណនាសំទុះរបស់ចល័ត

គ-ចូរតាងក្រាបរវាងខណៈ $t_0 = 0$ និង $t = 1s$

<u>ចំលើយ</u>

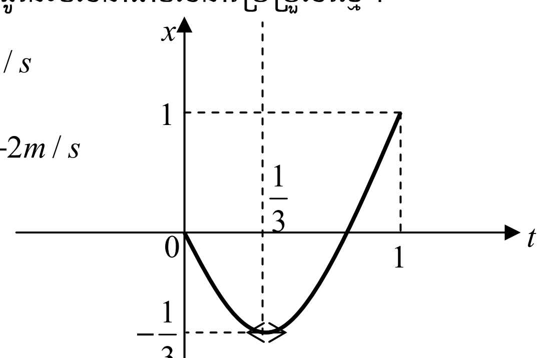
ក-សមីការពេលជាដឺក្រេទី២នៃពេល ។ ដូនេះចលនាជាចលនាប្រែប្រួលស្មើ ។

$\Delta t = 1s, \Delta x = 1m \Rightarrow v_m = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = 1m/s$

និង $v_0 = \left(\dfrac{dx}{dt}\right)_{t_0=0} = (6t-2)_{t_0=0} = -2m/s$

ខ-សំទុះរបស់ចល័ត

$a = \dfrac{d^2x}{dt^2} = 6m/s^2$



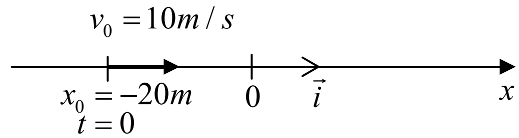
គ-សមីការ $x = 3t^2 - 2t$ ជាសមីការប៉ារ៉ាបូលកាត់តាមគល់0 ។

បន្ទាត់ $t = \dfrac{1}{3}$ ជាអ័ក្សស៊ីមេទ្រី ។

៩-ចល័តមួយចរលើបន្ទាត់ដោយចលនាប្រែប្រួលស្មើ ។ សំទុះរបស់វាគឺ$5m/s^2$ ។ នៅខណៈ$t=0$ វានៅ$20m$ ខាងឆ្វេងចំនុចដែលជ្រើសរើសជាគល់តំរុយហើយល្បឿនរបស់វា$10m/s$ ។ ចូរសរសេរសមីការពេលនៃចលនា

ចំលើយ

សមីការពេល $x = x(t)$



តាមនិយមន័យសំទុះ

$$a = \frac{dv}{dt} = 5m/s^2$$

$$\Rightarrow dv = 5dt \;\Rightarrow \int_{v_0=10}^{v} dv = \int_{t=0}^{t} 5dt$$

$$\Rightarrow v = 5t + 10$$

ម្យ៉ាងទៀត តាមនិយមន័យល្បឿនៈ

$$v = \frac{dx}{dt} = 5t + 10$$

$$\Rightarrow \int_{x_0=-20}^{t} dx = \int_{t=0}^{t} (5t+10)dt$$

$$\Rightarrow x = 2,7t^2 + 10t - 20$$

១០-ចល័តមួយធ្វើចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើ ។ គេនិយាយថា ចំពោះ$t_0 = 0, x_0 = 10m$ ចំពោះ $t_1 = 1s, x_1 = 5m$ ចំពោះ $t_2 = 2s, x_2 = 10m$ ។ ចូរសរសេរសមីការពេលនៃចលនា

ចំលើយ

សមីការពេល

សមីការពេលទូទៅនៃចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើ

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

-ចំពោះ $t = t_1 = 1s$ សមីការក្លាយជាៈ

$$5 = \frac{1}{2}a \times 1^2 + v_0 \times 1 + 10 \Leftrightarrow a + 2v_0 = -10 \qquad (1)$$

-ចំពោះ $t = t_2 = 2s$ សមីការក្លាយជាៈ

$$10 = \frac{1}{2}a \times 2^2 + v_0 \times 2 + 10 \Leftrightarrow a + v_0 = 0 \;\Rightarrow a = -v_0 \quad (2)$$

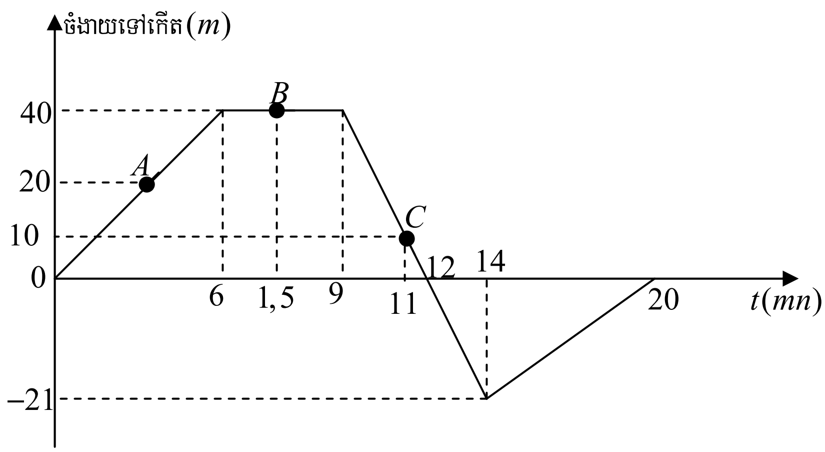
យក(2) ជំនួសក្នុង(1) យើងបាន៖

$v_0 = -10m/s$ និង $a = 10m/s^2$

ដូចនេះ សមីការពេលនៃចលនាគឺ៖

$x = 5t^2 - 10t + 10$

១១-ក្មេងស្រីម្នាក់ដើរតាមទិសពីកើត-លិច ហើយក្រាបនៃបំលាស់ទីពីផ្ទះត្រូវបានបង្ហាញដូចរូប។ ចូររកល្បឿនមធ្យមរបស់នាងដែលចំនុចលើក្រាបបង្ហាញពីល្បឿនខណៈត្រង់ចំនុចនីមួយៗ។



<u>ចំលើយ</u>

ល្បឿនមធ្យមសូន្យ ដោយសារបំលាស់ទីសូន្យ។

ល្បឿនខណៈត្រង់ចំនុចនីមួយៗជាមេគុណបន្ទាត់ប៉ះខ្សែកោងត្រង់ចំនុចនោះ។

-ចំពោះចំនុច A ល្បឿនគឺ $\dfrac{40}{6} = 6,7m/mn$ សំដៅទៅទិសខាងកើត

-ចំពោះចំនុច B ល្បឿន $\dfrac{40}{3} = 13,33m/mn$ សំដៅទៅទិសខាងកើត

-ចំពោះចំនុច C ល្បឿន $-\dfrac{65}{5} = -13m/mn$ សំដៅទៅទិសខាងលិច

១២-រថភ្លើងមួយផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v = 20\left(1 - e^{-t}\right)m/s$ ដែល t គិតជាវិនាទី។ ចូរកំណត់ចំងាយចរ និងសំទុះក្នុងរយៈពេលបីវិនាទី។

<u>ចំលើយ</u>

តាមនិយមន័យល្បឿន

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$\Rightarrow dx = 20\left(1 - e^{-t}\right)dt$ ដោយជ្រើសរើស $t = 0, x_0 = 0$

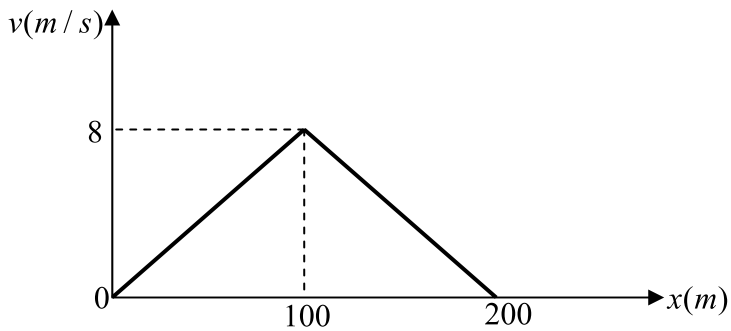
$$\Rightarrow \int_0^x dx = \int_0^3 20\left(1 - e^{-t}\right)dt$$

$$x = 20\left[\left(3 - e^{-3}\right) - \left(0 - 1\right)\right] = 79m$$

និងសំទុះ

$$a = \left.\frac{dv}{dt}\right|_{t=3s} = 20e^{-3} = 0,995m/s^2$$

១៣-ក្រាបល្បឿន $v = f(x)$ របស់កូនរថយន្តកំសាន្តលើផ្លូវត្រង់មួយបង្ហាញដូចរូប ។ ចូរកំណត់សំទុះនៅត្រង់ៈ $x = 50m$ និង $x = 150m$ ។ ចូរគូសក្រាបសំទុះ $a = f(x)$



<u>ចំលើយ</u>

យើងចែកចលនារបស់កូនរថយន្តជាពីរវគ្គៈ

-វគ្គទី១ នៅចន្លោះពេល $0 < t < 100s$

សំទុះនៅចន្លោះពេលនេះជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់

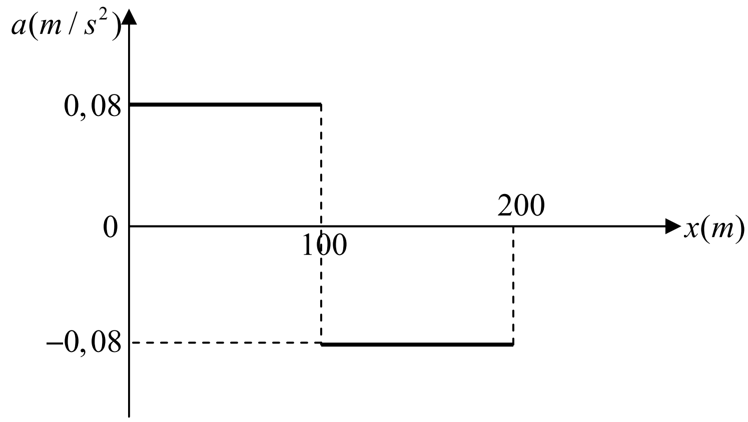
$$a = \frac{4}{50} = 0,08m/s^2$$

-វគ្គទី១ នៅចន្លោះពេល $100s < t < 200s$

សំទុះនៅចន្លោះពេលនេះជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់

$$a = -\frac{4}{50} = -0,08m/s^2$$

-ក្រាប $a = f(x)$



១៤-សមីការពេលនៃចំនុចចល័តមួយ ផ្លាស់ទីដោយចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើ តាមបណ្តោយអ័ក្ស $(x'x)$ គឺ:

$x = t^2 - 4t + 3$, $t > 3$ ។

ក-រកកន្សោមល្បឿន និងសំទុះ។

ខ-គូសដ្យាក្រាមរបស់ល្បឿន។

គ-តើចន្លោះពេលណា ទើបចល័តមានចលនាយឺតស្មើ-ស្ទុះស្មើ?

ខ្នាតត្រូវយកតាមប្រព័ន្ធ SI ។

<u>ចំលើយ</u>

ក-កន្សោមល្បឿន និងសំទុះ

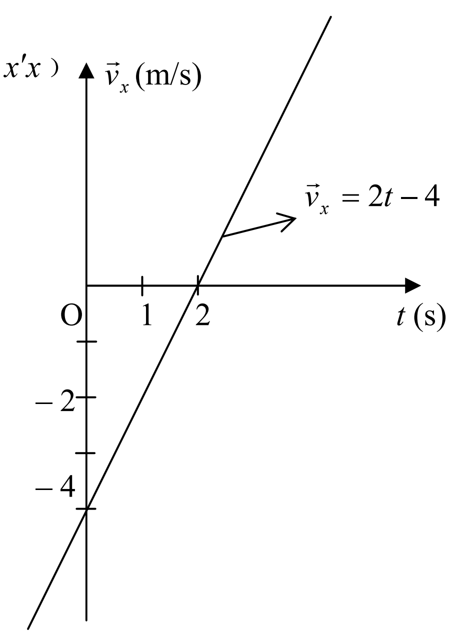
-កន្សោមល្បឿន: តាមទំនាក់ទំនង:

$\dot{x} = v_x = \dfrac{dx}{dt}$ (ចល័តធ្វើចលនាតែតាមអ័ក្ស ($x'x$)

$\Rightarrow v_x = \dfrac{d}{dt}(t^2 - 4t + 3) = 2t - 4$

-កន្សោមសំទុះ

$\ddot{x} = a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = \dfrac{d}{dt}(2t-4) = 2\ \text{m/s}^2$



ខ-គូសដ្យាក្រាមល្បឿន

យើងមាន: $v_x = 2t - 4$

បើ $t = 0 \Rightarrow v_x = -4$ m/s

$t = 1\text{s} \Rightarrow v_x = -2$ m/s

បើ $v_x = 0 \Rightarrow t = 2$ s

$v_x = 1 \rightarrow t = \frac{5}{2} = 2{,}5\,\mathrm{s}$

គ-តើចន្លោះចលនាពេលណា ទើបចល័តមានចលនាយឺតស្មើ-ស្ទុះស្មើ?

- ចលនាយឺតស្មើ

ពិនិត្យ: $\vec{a}_x \cdot \vec{v}_x$

$\vec{a}_x = a_x \cdot \vec{i}$, $\vec{v}_x = v_x \cdot \vec{i}$

$\Rightarrow \vec{a}_x \cdot \vec{v}_x = a_x \cdot \vec{i} \cdot \vec{v}_x \cdot \vec{i} = a_x \cdot v_x$, $\vec{i} \cdot \vec{i} = 1$

ចំពោះចលនាយឺតយើងបាន:

$a_x \cdot v_x < 0 \Leftrightarrow 2(2t-4) < 0 \Rightarrow t < 2\,\mathrm{s}$ ឬ $0 \le t < 2s$

- ចលនាស្ទុះ

យើងបាន: $a_x \cdot v_x > 0$

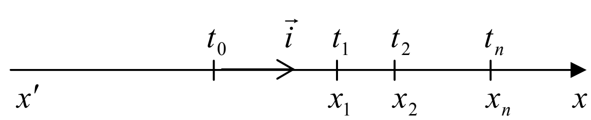
$\Rightarrow 2(2t-4) > 0 \Rightarrow t > 2s$

១៩-ពិនិត្យចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើមួយមានសមីការ $x = \frac{1}{2}at^2$ ។ បង្ហាញថា ក្នុងចន្លោះពេលជាបន្តបន្ទាប់ ហើយស្មើនឹង θ ចំងាយចរបង្កើតបានស្វ៊ីតនព្វន្តមួយដែលមានរេសុង $r = a\theta^2$ ។

<u>ចំលើយ</u>

បង្ហាញថា $r = a\theta^2$

សិក្សាចលនារបស់អង្គធាតុនៅលើអ័ក្ស $(x'x)$



យើងបាន:

$x_0 = \frac{1}{2}at_0^{\,2}$

$x_1 = \frac{1}{2}at_1^{\,2} = \frac{1}{2}a(t_0 + \theta)^2$

$x_2 = \frac{1}{2}at_2^{\,2} = \frac{1}{2}a(t_0 + 2\theta)^2$

$\vdots$

$x_{n-1} = \frac{1}{2}at_{n-1}^{\,2} = \frac{1}{2}a[t_0 + (n-1)\theta]^2$

$$x_n = \frac{1}{2}at_n{}^2 = \frac{1}{2}a(t_0 + n\theta)^2$$

យើងបាន:

$$\Delta x_2 = x_2 - x_1 ,\ \Delta x_n = x_n - x_{n-1} ,\ \Delta x_{n+1} = x_{n+1} - x_n$$

គណនា Δx_n

$$\Delta x_n = \frac{1}{2}a(t_0 + n\theta)^2 - \frac{1}{2}a[t_0 + (n-1)\theta]^2$$

ដោយពន្លាតយើងបាន:

$$\Delta x_n = \frac{1}{2}a\theta(2t_0 + 2n\theta - \theta)$$

យើងបាន:

$$\Delta x_{n+1} = \frac{1}{2}a\theta\ [2t_0 + 2(n+1)\theta - \theta]$$

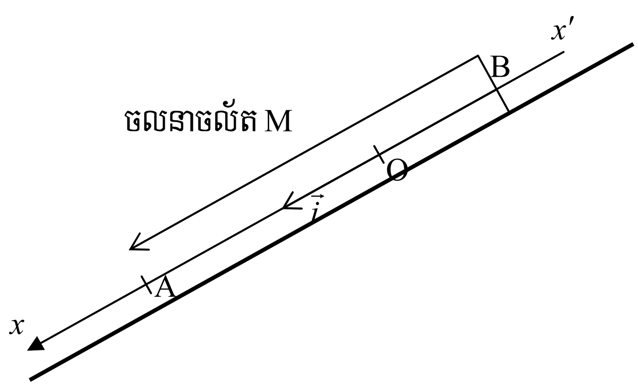
$$\Rightarrow r = \Delta x_{n+1} - \Delta x_n$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{1}{2}a\theta[2t_0 + 2(n+1)\theta - \theta] - \frac{1}{2}a\theta(2t_0 + 2n\theta - \theta)$$

$$= a\theta^2$$

ដូច្នេះ កំនើនទព្វន្តគឺ $r = a\theta^2$ ។

១៦-សិក្សាចលនារបស់ឃ្លីមួយដែលគេចោលឡើងលើតាមបណ្តោយទរត្រង់ ហើយទ្រេត ស្ថិតលើប្លង់ទេ។ នៅក្នុង តំរុយ $(0;\vec{i})$ ចលនានេះកំនត់ដោយ $\vec{a} = 2\vec{i}$, $\vec{v}_0 = -6\vec{i}$, $x_0 = 5\,\text{m}$, $t \geq 0$ អ័ក្ស $(x'x)$ ស្របនឹងទរ ហើយតំរង់ចុះក្រោម ។



<u>ចំលើយ</u>

សិក្សាចលនារបស់ M

ចល័តរបស់ M មានសំទុះថេរ $a = 2\,\mathrm{m/s^2}$

ចល័តផ្លាស់ទីតាមបណ្ដោយ $(x'x\vec{i})$

$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a\cdot dt \Leftrightarrow \int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t 2dt$$

$$\Rightarrow v = 2t - 6$$

សមីការចលនា: $v = \dfrac{dx}{dt} \Rightarrow dx = vdt$

$$\Leftrightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t (2t-6)dt$$

$$\Rightarrow x - x_0 = t^2 - 6t$$

$$\Rightarrow x = t^2 - 6t + x_0\,,\ x_0 = 5\,\mathrm{m}$$

$$\Rightarrow x = t^2 - 6t + 5$$

បើចល័តឆ្លងកាត់គល់ O

$$\Rightarrow x = 0 \Leftrightarrow t^2 - 6t + 5 = 0$$

$$\Rightarrow t_1 = 1\,\mathrm{s},\ t_2 = 5\,\mathrm{s}$$

ត្រង់ B ល្បឿនរបស់ចល័តមានតំលៃសូន្យ

$$v = 0 \Leftrightarrow 2t - 6 = 0 \Rightarrow t_3 = 3\,\mathrm{s}$$

យើងបានតំលៃ t = 1s; 3s; 5 s

យើងបានតារាង:

t	1		3		5
a	+		+		
v		−	0	+	
x	-4	$\searrow$		$\nearrow$	
av	−		+		

តាមតារាងសញ្ញា $a\cdot v$ ខាងលើយើងបាន:

-បើ $t < 3s$ ចលនាយឺតរហូតដល់ $x = -4$ m ។

-បើ $t = 3$s ចល័តស្ថិតនៅត្រង់កំពូល B ត្រង់ $v_B = 0$ ។

-បើ $t > 3s$ ចលនាស្ទុះ។

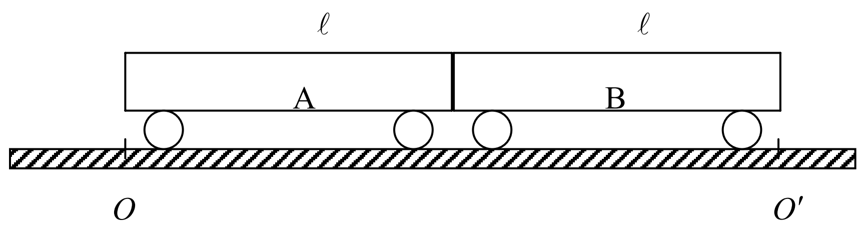
១៧-រថភ្លើងពីរមានប្រវែងស្មើគ្នា $\ell = 150m$ រត់លើផ្លូវស្របពីរ មួយដោយល្បឿន $60\,\text{km/h}$ មួយទៀតដោយល្បឿន $90km/h$ ។

ក-រថភ្លើងរតតាមទិសដៅផ្ទុយគ្នា ។ តើអស់រយៈពេលប៉ុន្មានទើបវាទាំងពីរជៀសគ្នាផុត?

រកចំងាយដែលរថភ្លើងនីមួយៗធ្វើបាន ។

ខ-សំនួរដដែល កាលណារថភ្លើងទាំងពីររត់តាមទិសដៅដូចគ្នា ។

<u>ចំលើយ</u>



យើងយកកន្ទុយរថភ្លើងទីមួយជាគល់អាប់ស៊ីស

$$\ell = 150\,\text{m}$$
$$A:\ v_A = 60\,\text{km/h}$$
$$B:\ v_B = 90\,\text{km/h}$$

ក-ទិសដៅផ្ទុយគ្នា

សមីការតាងចំងាយចរជាអនុគមន៍នៃពេលរបស់រថភ្លើងទីមួយ

-យក O ជាគល់អាប់ស៊ីសត្រង់កន្ទុយនៃរថភ្លើង A

+ ចំពោះរថផ្លើង A

$v_A = 60\,\text{km/h} = \dfrac{50}{3}\,\text{m/s}$ = ថេរ ជាចលនាស្មើ

យើងបានសមីការចលនា: $x_A = v_A \cdot t + x_{OA}$, $x_{OA} = 0$

យើងបាន: $x_A = v_A \cdot t$ ឬ $x_A = \dfrac{50}{3}t$

+ ចំពោះរថភ្លើង B

$x_B = v_B \cdot t + x_{OB}$, នៅពេល $t = 0,\ x_{OB} = 2\ell = 300\,\text{m}$

ដោយរថភ្លើង B រត់តាមទិសដៅផ្ទុយ

$$v_B = -90\,\text{km/h} = -25\,\text{m}/s$$
$$\Rightarrow x_B = -25t + 300$$

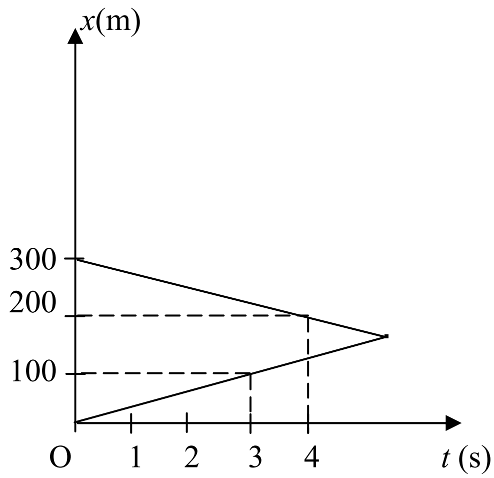
ដើម្បីជៀសគ្នាផុតកាលណា $x_A = x_B$

$$\Rightarrow \frac{50}{3}t = -25t + 300 \Rightarrow t = 7{,}2s$$

-ចំងាយរបស់រថភ្លើងនីមួយៗ

\+ ចំពោះរថភ្លើង A: $x_A = \frac{50}{3} \times 7{,}2 = 120$ m

\+ ចំពោះរថភ្លើង B: $2\ell - x_A = 300 - 120 = 180$ m



ខ-ករណីទិសដៅដូចគ្នា

រយៈពេលជៀសគ្នា

យក O ជាគល់អាប់ស៊ីស សមីការចលនាៈ

-ចំពោះ A

$$x_A = v_A \cdot t + x_{O'A},\ x_{O'A} = 0 \Rightarrow x_A = \frac{50}{3}t$$

-ចំពោះ B

$$x_B = v_B \cdot t + x_{OB},\ x_{OB} = -300\,\text{m}$$

$$\Rightarrow x_B = 25t - 300$$

ជៀសផុតគ្នាកាលណាៈ $x_A = x_B$

$$\frac{50}{3} \cdot t = 25t - 300 \Rightarrow t = 36s$$

ចំងាយចរៈ

-ចំពោះ A: $x_A = \frac{50}{3} \times 36 = 600$ m $= d_A$

-ចំពោះ B: $x_B = v_B \cdot t \;=\; 25\times 36 \;= 900$ m

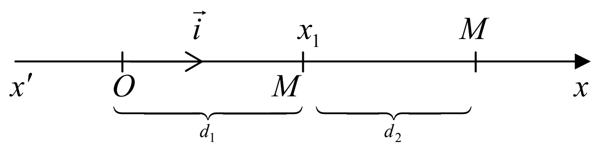
១៨-រថយន្តអ្នកដំណើរមួយត្រូវឈប់ស្ងៀមពេលមានភ្លើងក្រហម។ នៅពេលមានភ្លើងខៀវ អ្នកបើកបររថយន្តនេះ បង្កើនល្បឿនក្នុងរយៈពេល 8s ដែលមានសំទុះ $2\,\mathrm{m}/s^2$ ។ បន្ទាប់មករថយន្តនេះផ្លាស់ទីដោយល្បឿនថេរ។ នៅខណៈចេញដំណើររបស់វា មានរថយន្តដឹកទំនិញផ្លាស់ទីដោយល្បឿនថេរ 12m/s។ តើអស់រយៈពេលប៉ុន្មាន និងចំងាយប៉ុន្មានពីភ្លើងស្តុប ទើបរថយន្តអ្នកដំណើរទៅទាន់រថយន្តដឹកទំនិញ?

<u>ចំលើយ</u>

រយៈពេលតាមទាន់ និងចំងាយចរ

-ចំងាយចររបស់រថយន្តអ្នកដំណើរ

រថយន្តនេះមានចលនាពីរគឺ ស្ទុះស្មើ និងចលនាស្មើ។



-ចំងាយចរចំពោះចលនាស្ទុះស្មើ

$$x_1 = \frac{1}{2}at^2, (v_0 = 0,\ x_0 = 0)$$

-ចំងាយចរចំពោះចលនាស្មើ

$$\left.\begin{array}{l} d_2 = x_M \cdot t' \\ v_M = a\cdot t \end{array}\right| \Rightarrow d_2 = a\cdot t\cdot t'$$

ចំងាយសរុប: $x = d_1 + d_2,\ d_1 = x_1$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + a\cdot t\cdot t'$$

តាង θ ជារយៈពេលដែលរថយន្តដឹកអ្នកដំណើរ តាមទាន់រថយន្តដឹកទំនិញ:

$$\theta = t + t',\ t = 8s$$

$$\Rightarrow t' = \theta - 8$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 8^2 + 2\cdot 8(t-8)$$

$$= 64 + 16(t-8)$$

សមីការចលនារបស់រថយន្តដឹកទំនិញ:

$$x' = v'\cdot\theta = 12.\theta$$

តាមទាន់: $x = x'$

$\Leftrightarrow\ 64 + 16(\theta - 8) = 12\theta\ \Rightarrow\ \theta = 16s$

ចំងាយចរដែលធ្វើបាន:

$x' = 12 \times 16 = 192\,\mathrm{m}$

១៩-ល្បឿនរបស់រថយន្តមួយមាន 90 km/h គេធ្វើអោយចលនារបស់វាយឺតស្មើ ហើយឈប់ក្នុងរយៈពេល 5s ។ រកចំងាយចរនៅពេលដែលគេចាប់ហ្វ្រាំងនេះ ។

<u>ចំលើយ</u>

ចំងាយចរនៅពេលដែលរថយន្តចរបានក្នុងរយៈពេល$5s$

យើងមាន: $v_0 = 90km/h = 25m/s$

សមីការល្បឿន: $v = a \cdot t + v_0$

ពេលរថយន្តឈប់គេបាន: $v_0 = 0$

$\Leftrightarrow\ a \cdot t + v_0 = 0\ \Rightarrow\ a = -\dfrac{v_0}{t} = -\dfrac{25}{5} = -5\,\mathrm{m/s^2}$

តាមទំនាក់ទំនង: $v^2 - v_0 = 2 \cdot ax\ \Rightarrow\ x = \dfrac{v^2 - {v_0}^2}{2 \cdot a}$

$\Leftrightarrow\ x = \dfrac{0 - (25)^2}{2 \times (-5)} = 62{,}5\ \mathrm{m}$

២០-រថយន្តមួយចេញដំណើរដោយគ្មានល្បឿនដើមដោយចលនាស្ទុះស្មើ ។ នៅពេលចរបាន $500m$ វត់ដោយល្បឿន $72km/h$ ។ រករយៈពេលដើម្បីអោយវាទៅដល់ល្បឿននេះ ។

<u>ចំលើយ</u>

<u>គណនារយៈពេល</u>

យើងមាន: $v_0 = 0$, $x = 500\,\mathrm{m}$, $v = 72$ km/h = 20 m/s

សមីការចលនា: $x = \dfrac{1}{2} a \cdot t^2 + v_0 = \dfrac{1}{2} a \cdot t^2$

$\Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2x}{a}}$

ដោយ $v^2 - {v_0}^2 = 2ax\ \Rightarrow\ a = \dfrac{v^2 - {v_0}^2}{2x} = \dfrac{v^2}{2x}$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{\frac{v^2}{2x}}} = \frac{2x}{v} = \frac{2\times 500}{20} = 50\text{ s}$$

២១-សមីការប៉ារ៉ាម៉ែតនៃចលនារបស់រូបធាតុដែលគេចោលទៅក្នុងលំហគឺ: $x = 2t, y = 0,\ z = -5t^2 + 4t$ ។ ចំងាយចរគិតជា (m), រយៈពេល (s) ហើយអ័ក្ស $(z'z\vec{k})$ ជាអ័ក្សឈរ ។ គេយក $t \geq 0$ ។

a). រកសមីការគន្លង

b). កំណត់វ៉ិចទ័រល្បឿនរបស់រូបធាតុ

ក-កាលណាចំនុចនេះកាត់តាមកំពូលនៃគន្លង

ខ-កាលណាចំនុចនេះកាត់ប្លង់ដែលមាន $z = 0$

គ-នៅខណៈ $t = 5\text{s}$ ។

<u>ចំលើយ</u>

a). រកសមីការគន្លង

យើងរកអនុគមន៍ $z = f(x)$ ។

$$\begin{cases} x = 2t & (1) \quad \Rightarrow t = \dfrac{x}{2} \\ y = 0 \\ z = -5t^2 + 4t & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow z = -5\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 4\left(\frac{x}{2}\right) = -\frac{5}{4}x^2 + 2x$$

ដូច្នេះសមីការគន្លងគឺ $z = -\frac{5}{4}x^2 + 2x$ ។

b). កំណត់វ៉ិចទ័រល្បឿន

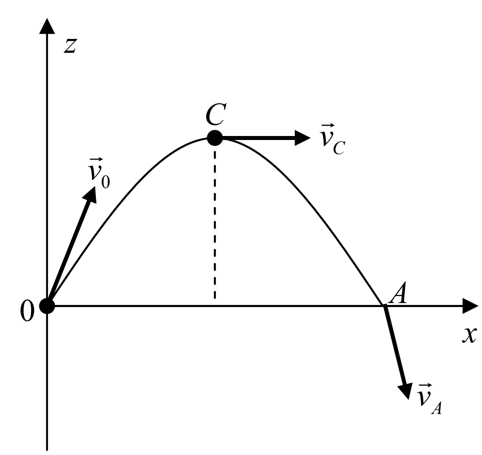
ក-ត្រង់កំពូលនៃគន្លង C

យើងបាន:

$$v_z = \frac{dz}{dt} = 0$$

វ៉ិចទ័រល្បឿន: $\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{z}\vec{k}$

$$\dot{x} = v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(2t) = 2\,\text{m/s}$$



ដូច្នេះ $\vec{v} = 2\vec{i}$ (m/s)

ខ-ត្រង់ $z = 0$

$$\Rightarrow -\frac{5}{4}x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x_0 = 0 \,,\; x_1 = \frac{3}{5}$$

វ៉ិចទ័រល្បឿនៈ

$$\vec{v} = \dot{x}\vec{i} + \dot{z}\vec{k}$$

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = 2\,\text{m}/s \,,\; \dot{z} = \frac{dz}{dt} = \frac{d}{dt}(-5t^2 + 4t) = -10t + 4$$

$$\Rightarrow \vec{v} = 2\vec{i} + (-10t + 4)\vec{k} \qquad (3)$$

រយៈពេលត្រង់គល់ O $x = 2t \Rightarrow t_0 = \frac{x_0}{2} = 0$

$\dot{x} = 2\,\text{m/s}\,,\; \dot{z} = -10t + 4$

$t = 0 \Rightarrow z = 4\,\text{m}/s$

យើងបានត្រង់គល់ O គឺៈ $\vec{v}_0 = 2\vec{i} + 4\vec{i}$

ម៉ូឌុលៈ $v_0 = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}\,\text{m/s}$

រយៈពេលនៅត្រង់ A ដែលមានអាប់ស៊ីស $x_1 = \frac{8}{5}$

$$x = 2t \Rightarrow t_1 = \frac{x_1}{2} = \frac{8}{5 \cdot 2} = 0{,}8\text{s}$$

$$\Rightarrow \dot{z} = -10t + 4 = -10 \times 0{,}8 + 4 = -4\,\text{m/s}$$

$$(3) \Rightarrow \vec{v}_A = 2\vec{i} - 4\vec{k}$$

ម៉ូឌុលៈ $v_A = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}\,\text{m/s}$

គ-នៅខណៈ $t = 0$

$\dot{z} - 10t + 4 \Rightarrow \dot{z} = 4\,\text{m/s}$

$\Rightarrow v = 2\vec{i} + 4\vec{k}$

ម៉ូឌុលៈ $v = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}\,\text{m/s}$ ។

<u>សង្កេត</u>ៈ យើងឃើញថា ចាប់ពីចំនុច $O \to A$ ល្បឿនរបស់ចល័តថយចុះបន្តិចម្តងៗ រហូតដល់ល្បឿនគិតតាមអ័ក្ស $(z'zk)$ សូន្យ ។

ចាប់ពីចំនុច $C \to A$ ល្បឿនរបស់ចល័តកើនបន្តិចម្តងៗ រហូតដល់ត្រង់ A និង O (នៅលើអ័ក្សតែមួយ (ox) មានតំលៃស្មើគ្នា ។

២២-ចល័តមួយផ្លាស់ទីរងនូវសំទុះ $a=-k.v$ ។

ក-ចូរសំដែង v ជាអនុគមន៍ពេល t ។

ខ-ចូររក x ជាអនុគមន៍ពេល t ។

គ-ចូរសំដែង v ជាអនុគមន៍ x ។

ចំលើយ

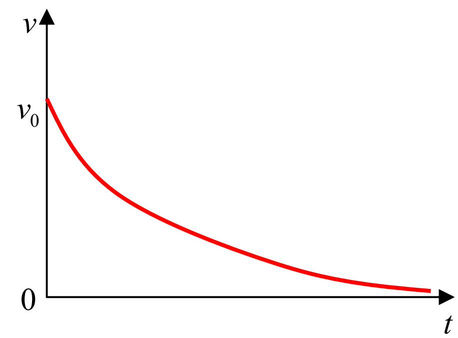
ក- សំដែង v ជាអនុគមន៍ពេល t

តាមនិយមន័យសំទុះ

$$a=\frac{dv}{dt} \quad \Rightarrow \frac{dv}{dt}=-k.v$$

$$\Rightarrow \int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}=\int_{t=0}^{t}-k.dt \quad \Rightarrow \ln\frac{v}{v_0}=-k.t$$

ដូចនេះ $v=v_0\,e^{-k.t}$



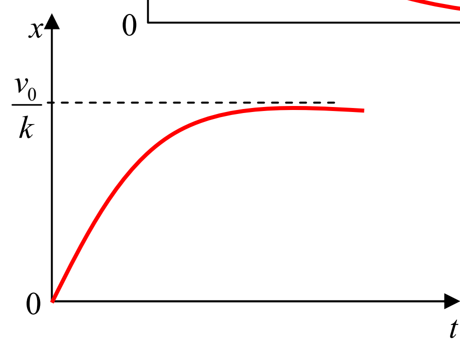
ខ-សំដែងx ជាអនុគមន៍ពេល t

តាមនិយមន័យល្បឿន:

$$v=\frac{dx}{dt} \quad \Rightarrow \frac{dx}{dt}=v_0 e^{-k.t}$$

$$\Rightarrow \int_{x_0=0}^{x}dx=\int_{t=0}^{t}v_0 e^{-k.t}dt$$

ដូចនេះ $x=\frac{v_0}{k}\left(1-e^{-k.t}\right)$



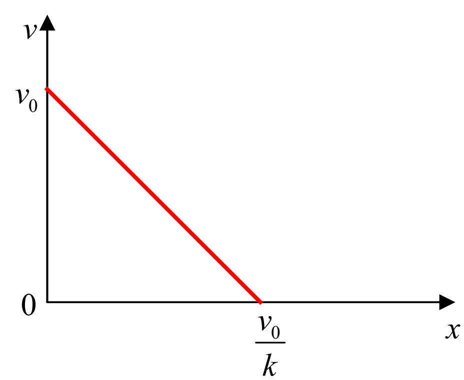
គ- សំដែង v ជាអនុគមន៍

តាមទំនាក់ទំនង: $a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=v\frac{dv}{dx}$

$$\Rightarrow v\frac{dv}{dx}=-k.v \Leftrightarrow dv=-k.dx$$

$$\Rightarrow \int_{v_0}^{v}dv=\int_{0}^{x}-k.dx$$

ដូចនេះ $v=v_0-k.x$



២៣-ចល័ត M មួយចេញដំណើរដោយគ្មានល្បឿនដើមពីចំនុច0 នៅខណៈ $t=0$ ។ ចល័តនេះផ្លាស់ទីនៅលើអ័ក្ស $(x'x;\vec{i})$ ដោយចលនាស្ទុះស្មើដែលមានវ៉ិចទ័រសំទុះ $\vec{a}_1$ ដែល $a_1=1{,}8\,m/s^2$ នៅខណៈ $t_1=1s$ ។

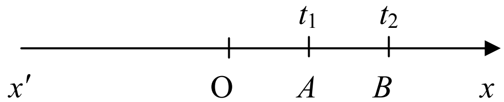
សំទុះប្តូរទិសដៅយ៉ាងរហ័ស ហើយម៉ូឌុលក្លាយទៅជា $a_2 = 3{,}4\,\text{m/s}^2$ ។

រកល្បឿន និងទិសដៅរបស់ចល័ត នៅខណៈ $t_2 = 2s$ ។

<u>ចំលើយ</u>

រកល្បឿន និងទីតាំងរបស់ M នៅខណៈ $t_2 = 2s$

យើងជ្រើសរើសនៅខណៈ $t = 0,\ \ x_0 = 0\,,\ v_0 = 0$



សមីការល្បឿនត្រង់ A

$v_A = a_1 t_1 + v_0\,,\ \ v_0 = 0$

ដោយយក 0 ជាគល់អាប់ស៊ីស

$v_A = a_1 \times t_1 = 1{,}8 \times 1 = 1{,}8\,\text{m/s}$

សមីការល្បឿនត្រង់ B

ដោយយក A ជាគល់អាប់ស៊ីសត្រូវនឹងខណៈ $t = 0$

$v_B = a \cdot t + v_A$ ដោយ $t = t_2 - t_1 = 2 - 1 = 1\,\text{s}$

$\Rightarrow v_B = 3{,}4 \times 1 + 1{,}8 = 5{,}2\,\text{m/s}$

-កំនត់ទីតាំងរបស់ចល័ត M

ដំណាក់កាលទីមួយ $(t_1 = 1s)$

សមីការចលនានៅខណៈ $t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 = 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow x_A = \frac{1}{2} a_1 t_1^{\ 2}$$

ដំណាក់កាលទីពីរ នៅខណៈ $t = 0$ ចល័តនៅត្រង់ចំនុច A ដោយល្បឿន v_A :

$$\Rightarrow x_B = \frac{1}{2} a_2 t^2 + v_A t + x_A$$

ដោយយក A ជាគល់អាប់ស៊ីស $\Rightarrow x_A = 0$

$$\Rightarrow x_B = \frac{1}{2} a_2 t^2 + v_A t$$

ចំងាយចរដែលចល័តបានពី 0 ដល់ A

$$x = x_A + x_B = \frac{1}{2} a_1 t^2 + \frac{1}{2} a_2 t^2 + v_A t$$

$$\Leftrightarrow\ x=\frac{1}{2}\times1{,}8\times1^2+\frac{1}{2}\times3{,}4\times1^2+1{,}8\times1\ =4{,}3\text{ m}$$

២៤-រថយន្តមួយចេញដំណើរដោយចលនាត្រង់ស្មុះស្មើ ហើយទៅដល់ល្បឿន $90km$ ក្នុងរយៈពេល $25s$ ។ គណនាសំទុះ និងចំងាយចរក្នុងរយៈពេល $25s$ នេះ ។

ចំលើយ

ក- គណនាសំទុះរបស់រថយន្ត

តាមទំនាក់ទំនង: $v=at+v_0$ នៅខណៈ $t=0,\ v_0=0,\ x_0=0$

$\Rightarrow\ v=at\ \Rightarrow\ a=\dfrac{v}{t},\ v=90\text{ km/h}=25\text{ km/s, t}=25\text{ s}$

$\Rightarrow\ a=\dfrac{25}{25}=1\text{m/s}^2$

ខ-គណនាចំងាយចរ

$x=\dfrac{1}{2}a\cdot t^2\ =\ \dfrac{1}{2}\times1\times25^2\ =312{,}5\text{ m}$

ឬម្យ៉ាងទៀត $v^2-v_0=2ax\ ,\ v_0=0\ \Rightarrow\ x=\dfrac{v^2}{2\times a}=\dfrac{25^2}{2}=312{,}5\text{ m}$

២៥-សំទុះនៃចំនុច A ត្រូវបានកំនត់ដោយទំនាក់ទំនង $a=200x\left(1+k.x^2\right)$ ដែល a គិតជា m/s^2 និង x គិតជា (m) ហើយ k ជាចំនួនថេរ ។ ដោយដឹងថាល្បឿននៃ A គឺ $2{,}5m/s$ នៅពេល $x=0$ និង $5m/s$ នៅពេល $x=0{,}15m$ ។ ចូរកំណត់តំលៃ k ។

ចំលើយ

កំណត់តំលៃ k

តាមនិយមន័យសំទុះ

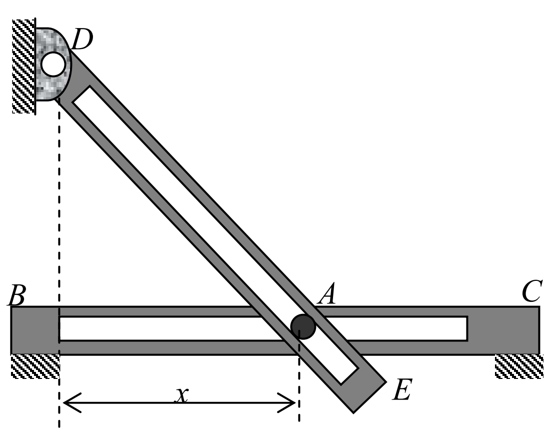
$a=\dfrac{dv}{dt}$

រឺ $a=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{dv}{dx}\dfrac{dx}{dt}=v\dfrac{dv}{dx}$

យើងបាន:

$v\dfrac{dv}{dx}=200x\left(1+k.x^2\right)$

$\Rightarrow\ \displaystyle\int_{2,5}^{5}vdv=\int_{0}^{0,15}200x\left(1+k.x^2\right)dx$



$$\Rightarrow\left[\frac{v^2}{2}\right]_{2,5}^{5}=200\left[\frac{x^2}{2}+k\frac{x^4}{4}\right]_{0}^{0,15}$$

$$2\left(5^2-2,5^2\right)=100\left(0,15^2+k\frac{0,15^4}{2}-0\right)$$

$$\Leftrightarrow 37,5=2,25+k\times 0,02531$$

$$\Rightarrow k=1392,73m^{-2}s^{-2}$$

២៦-បើសំទុះចំនុច A អោយដោយ $a=200x+3200x^3$ ដែល a គិតជា m/s^2 និង x គិតជា (m) ។ ដោយដឹងថា ល្បឿននៃ A គឺ $2,5m/s$ និង $x=0$ នៅពេល $t=0$ ចូរកំណត់ល្បឿននិងទីតាំងនៃចំនុច A នៅពេល $t=0,05s$ ។

ចំលើយ

តាមនិយមន័យសំទុះ

$$a=\frac{dv}{dt}=200x+3200x^3$$

រឺ $a=v\dfrac{dv}{dx}$

$$v\,dv=\left(200x+3200x^3\right)dx$$

$$\Rightarrow\int_{2,5}^{v}vdv=\int_{0}^{x}\left(200x+3200x^3\right)dx$$

$$\left[\frac{v^2}{2}\right]_{2,5}^{v}=\left[100x^2+800x^4\right]_0^x$$

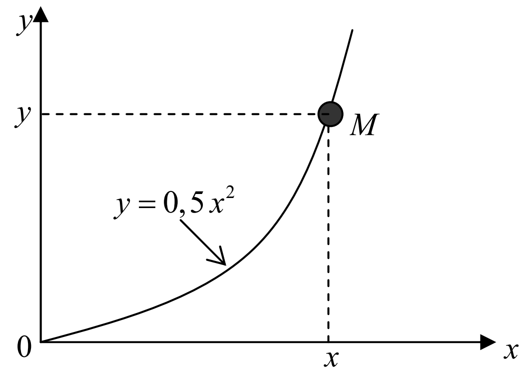
$$\frac{1}{2}\left(v^2-6,25\right)=100x^2+800x^4$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{200x^2+800x^4+6,25}$$

ដោយ $v=\dfrac{dx}{dt}$

$$\Rightarrow\int_0^x\frac{dx}{\sqrt{200x^2+800x^4+6,25}}=\int_0^{0,05}dt$$

២៧-ភាគល្អិតមួយធ្វើចលនាតាមផ្លូវកំនត់ដោយប៉ារ៉ាបូល $y=0,5x^2$ ។ បើកុំប៉ូសង់នៃវ៉ិចទ័រល្បឿនតាមទិស x គឺ $v_x=5t\,(m/s)$ ដែល t គិតជាវិនាទី ។ ចូរគណនា ចំងាយពីភាគល្អិតទៅគល់តំរុយ0 និងតំលៃសំទុះ នៅពេល $t=1s$ ។ នៅ $t=0, x=0, y=0$ ។



ចំលើយ

-គណនាចំងាយ $\left|\overrightarrow{0M}\right| = \sqrt{x^2 + y^2}$

យើងពិនិត្យ

$v_x = \dfrac{dx}{dt} \Rightarrow \int_0^x dx = \int_0^t 5t\,dt$

$\Rightarrow x = \dfrac{5}{2}t^2$

និង $\dfrac{dy}{dt} = x\dfrac{dx}{dt}$

$\Rightarrow \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{5}{2}t^2 \times 5t$

$\Rightarrow \int_0^y dy = \dfrac{25}{2}\int_0^t t^3 dt$

$\Rightarrow y = \dfrac{25}{2} \times \dfrac{t^4}{4}$

ចំពោះ $t = 1s$, $x = 2,5m$, $y = 3,125m$

$\left|\overrightarrow{0M}\right| = \sqrt{(2,5)^2 + (3,125)^2} = 4m$

-សំទុះ $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

ដោយ $a_x = 0$, $a_y = \dfrac{75}{2}t^2$

ពោះ $t = 1s, a_x = 0, a_y = 37,5m/s$

$a = \sqrt{0^2 + (37,5)^2} = 37,5m/s^2$

២៨-ចំនុចរូបធាតុមួយធ្វើចលនានៅក្នុងប្លង់$(0xy)$ ដោយល្បឿន $\vec{v} = \alpha\vec{i} + \beta x\vec{j}$, α, β ជាចំនួនថេរ ។ នៅខណៈដើមពេលចល័តស្ថិតនៅត្រង់ចំនុច $x_0 = 0, y_0 = 0$ ។

ក-ចូរសរសេរសមីការគន្លងរបស់ចល័ត $y = f(x)$

ខ-ចូរកំណត់កាំកំណោងនៃគន្លងជាអនុគមន៍នៃ x ។

ចំលើយ

ក-សមីការគន្លង

យើងមាន: $\vec{v} = \alpha\vec{i} + \beta x\vec{j} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j}$

$$\Rightarrow \dot{x} = \frac{dx}{dt} = \alpha \text{ និង } \dot{y} = \frac{dy}{dt} = \beta x$$

ម្យ៉ាងទៀត $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx}\frac{dx}{dt} \Leftrightarrow \beta x = \alpha \frac{dy}{dx}$

$$\Rightarrow \int_0^y dy = \frac{\beta}{\alpha}\int_0^x xdx$$

ដូចនេះ $y = \frac{\beta}{2\alpha}x^2$ (គន្លងរបស់ចល័តមានរងជាប៉ារ៉ាបូល) ។

ខ-កាំកំណោង $\rho = \rho(x)$

តាមរូបមន្តកាំកំណោងនៃខ្សែកោង

$$\rho = \left| \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}} \right|$$

ដោយ $y = \frac{\beta}{2\alpha}x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\beta}{\alpha}x \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\beta}{\alpha}$

$$\Rightarrow \rho = \left| \frac{\left[1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}x\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)} \right| \text{ ឬ } \rho = \left| \frac{\alpha}{\beta}\left[1 + \left(\frac{\beta}{\alpha}x\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} \right|$$

២៩-ចំនុចរូបធាតុមួយធ្វើចលនាលើធ្នូរង្វង់មានកាំR ។ ល្បឿនវាអាស្រ័យទៅនឹងចំងាយចរ សំដែងដោយច្បាប់: $v = k\sqrt{S}$, k ជាចំនួនថេរ និង S ជាអាប់ស៊ីសកោង ។ ចូរកំណត់មុំφ ផ្គុំឡើងរវាងវ៉ិចទ័រល្បឿន និងសំទុះជាអនុគមន៍នៃS ។

<u>ចំលើយ</u>

ជ្រើសរើសគោលប្រេណោមកសិក្សា$(M, \vec{u}, \vec{n})$

-កន្សោមល្បឿន: $\vec{v} = v\vec{u} = k\sqrt{S}\,\vec{u}$

-កន្សោមសំទុះ: $\vec{a} = a_t\vec{u} + a_n\vec{n}$

ដែល $a_t = \frac{dv}{dt} = k\frac{d\sqrt{S}}{dt} = k\frac{\dot{S}}{2\sqrt{S}} = \frac{k^2}{2}$

និង $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{k^2 S}{R}$

$\Rightarrow \vec{a} = \frac{k^2}{2}\vec{u} + \frac{k^2 S}{R}\vec{n}$

មុំ $\varphi = (\vec{a}, \vec{v})$ ដោយប្រើផលគុណស្កាលែរវាងវ៉ិចទ័រទាំងពីរ ។

$\vec{a}\,\vec{v} = a\,v\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{\vec{a}\,\vec{v}}{a\,v}$

$$\cos\varphi = \frac{\left(k\sqrt{S}\,\vec{u}\right)\left(\frac{k^2}{2}\vec{u} + \frac{k^2 S}{R}\vec{n}\right)}{\sqrt{\left(\frac{k^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{k^2 S}{R}\right)^2} \times k\sqrt{S}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + 4S^2}}$$

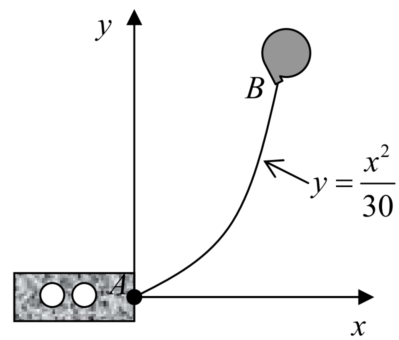
$$\Rightarrow \varphi = \cos^{-1}\left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + 4S^2}}\right)$$

៣០-នៅខណៈមួយ ទីតាំងដេកនៃបាឡុងអាកាសធាតុមួយ ដូចរូប កំណត់ដោយ $x = 9t$ គិតជាម៉ែត ។ បើសមីការចំណោរ (ផ្លូវ) $y = \frac{x^2}{30}$ ។ ចូរកំណត់៖

ក-ចំងាយនៃបាឡុងពីស្ថានីយ៍ A នៅពេល $t = 2s$ ។

ខ-អាំងតង់ស៊ីតេ និងទិសរបស់ល្បឿន នៅពេល $t = 2s$ ។

គ- អាំងតង់ស៊ីតេ និងទិសរបស់សំទុះ នៅពេល $t = 2s$ ។



ចំលើយ

ក- ចំងាយនៃបាឡុងពីស្ថានីយ៍ A នៅពេល $t = 2s$

នៅពេល $t = 2s \Rightarrow x = 18m \;\Rightarrow\; y = 10,8m$

បន្ទាត់ត្រង់ពី $A \rightarrow B$ គឺ៖

$r = \sqrt{18^2 + (10,8)^2} = 21m$

ខ-អាំងតង់ស៊ីតេ និងទិសរបស់ល្បឿន នៅពេល $t = 2s$

កុំប៉ូសង់ល្បឿន៖

$$\begin{cases} v_x = \dot{x} = \frac{dx}{dt} = 9m/s \\ v_y = \dot{y} = \frac{dy}{dt} = \frac{2x.\dot{x}}{30} = 10,8m/s \end{cases}$$

$\Rightarrow\ v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=14,1m/s$

ទិសរបស់ល្បឿនធៀបនឹងអ័ក្សដេក:

$\tan\theta=\dfrac{v_y}{v_x}\quad\Rightarrow\quad\theta=50,2^0$

គ- អាំងតង់ស៊ីតេ និងទិសរបស់សំទុះ នៅពេល $t=2s$

កុំប៉ូសង់សំទុះ

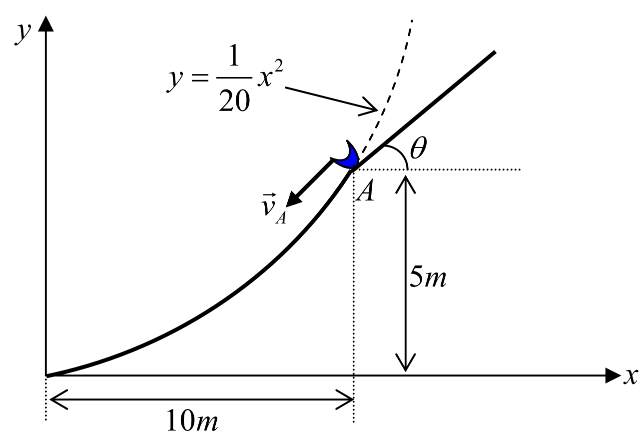
$$\begin{cases}\ddot{x}=\dfrac{d\dot{x}}{dt}=0\\ \ddot{y}=\dfrac{d\dot{y}}{dt}=\dfrac{2.\dot{x}^2}{30}+\dfrac{2.x.\ddot{x}}{30}=5,4m/s^2\end{cases}$$

$\Rightarrow\ a=\sqrt{\ddot{x}^2+\ddot{y}^2}=5,4m/s^2$

ទិសរបស់សំទុះធៀបនឹងអ័ក្សដេក:

$\tan\alpha=\dfrac{\ddot{y}}{\ddot{x}}\quad\Rightarrow\quad\alpha=90^0$

៣១-នៅពេលអ្នកលេងស្គីម្នាក់មកដល់ចំនុច A តាមផ្លូវប៉ារ៉ាបូលដូចរូប គាត់មានល្បឿន$6m/s$ ដែលកើន$2m/s^2$ ។ ចូរកំណត់ទិសដៅនៃល្បឿន ហើយទិសដៅ និងទំហំនៃសំទុះនៅខណៈនោះ។ មិនគិតទំហំនៃអ្នកលេងស្គីក្នុងការគណនា។



ចំលើយ

-វ៉ិចទ័រល្បឿន

វ៉ិចទ័រល្បឿនជានិច្ចកាលប៉ះទៅនឹងគន្លងគ្រប់ខណៈ ។

យើងមាន $y = \frac{1}{20}x^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 0,1x$ ដូចនេះ $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=10} = 1$

នេះជាមេគុណប្រាប់ទិសនៃបន្ទាត់ប៉ះត្រង់ចំនុច A ។

ដូចនេះល្បឿនមានទិសស្ថិតនៅលើបន្ទាត់នេះ ដែល $\tan\theta = 1 \Rightarrow \theta = 45^0$

ដូចនេះវ៉ិចទ័រល្បឿនសំដែងនៅក្នុងដេកាត:

$$\vec{v}_A = -v_A\cos\theta\,\vec{i} - v_B\sin\theta\,\vec{j} = -3\sqrt{2}\,\vec{i} - 3\sqrt{2}\,\vec{j}$$

-វ៉ិចទ័រសំទុះនិងទំហំវា

ដោយជ្រើសរើសគោលប្រេណេ $(A, \vec{u}, \vec{n})$

វ៉ិចទ័រសំទុះ $\vec{a} = a_t\vec{u} + a_n\vec{n}$

ដោយ $a_t = \frac{dv}{dt}, v = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$ ហើយ $\frac{dy}{dt} = 0,1x\frac{dx}{dt}$

$$\Rightarrow a_t = 2m/s^2$$

និង $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ ដែល $\rho = \left|\frac{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}\right| = 28,28m$

$$a_n = \frac{6^2}{28,28} = 1,732m/s^2$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \{2\vec{u} + 28,28\vec{n}\}\,m/s^2$$

និងអាំងតង់ស៊ីតេ:

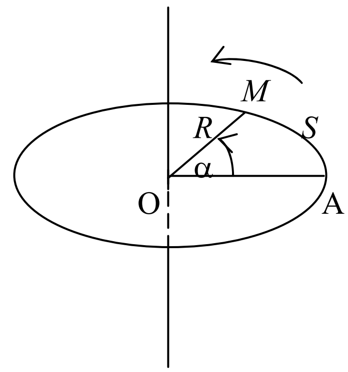
$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = 2,37m/s^2$$

៣២-នៅខណៈ t សំទុះមុំរបស់ Rotor នៃម៉ូទ័រមួយមានតំលៃ $40\,\text{rad}/s^2$ ។ នៅពេលនោះល្បឿនមុំមានតំលៃ $30\,rad/s$ ។ កំណត់ល្បឿន $\vec{v}$ និងសំទុះ $\vec{a}$ របស់ចំនុច M នៃ Rotor ដែលស្ថិតនៅចំងាយ 10cm ពីអ័ក្ស ។

ចំលើយ

កំណត់ $\vec{v}$ និង $\vec{a}$ របស់ចំនុច M

មុំចរ $\alpha = \alpha(t)$



ល្បឿនមុំ $\omega = \dfrac{d\alpha}{dt} = \dot{\alpha}$

សំទុះមុំ $\beta = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{d\alpha}{dt}\right) = \ddot{\alpha}$

ហើយ $S = R\alpha \Rightarrow \alpha = \dfrac{S}{R}$

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\left(\frac{S}{R}\right)}{dt} = \frac{\dot{S}}{R} = \frac{v}{R}$$

$\Rightarrow v = \omega R$, $R = 100$ cm $= 0,1$ m, $\omega = 30\,\text{rad/s}$

$\Rightarrow v = 30 \times 0,1 = 3\,\text{m}/s$

សំទុះប្រវែង

$$\beta = \ddot{\alpha} = \frac{1}{R}\cdot\frac{d\dot{s}}{dt} = \frac{\ddot{s}}{R} = \frac{a}{R}$$

$\Rightarrow a = \beta \cdot R$, $\beta = 40\,\text{rad/s}^2$

$\Rightarrow a = 40 \times 0,1 = 4\,\text{m}/s^2$

៣៣-ភាគល្អិតមួយផ្លាស់ទីនៅលើរង្វង់តាមច្បាប់មួយដែលមាន$\theta = 4t^2 + 3t$, θ គិតជា (rad) និង t គិតជា(s) ។

ក-គណនាល្បឿនមុំ និងសំទុះមុំរបស់ភាគល្អិតក្នុងរយៈពេល 4s ។

ខ-បើកាំនៃគន្លងនេះមានប្រវែង $1,6m$ គណនាល្បឿន $\vec{v}$ និងសំទុះ $\vec{a}$ នៅខណៈដូចគ្នានេះ ។

ចំលើយ

ក-គណនាល្បឿនមុំ និងសំទុះមុំរបស់ភាគល្អិតក្នុងរយៈពេល $4s$

គេអោយ $\theta = 4t^2 + 3t$ ។

-ល្បឿនមុំ: $\omega = \dfrac{d\theta}{dt} = \dfrac{d}{dt}(4t^2 + 3t) = 8t + 3$

ដោយ $t = 4\,\text{s} \Rightarrow \omega = 8 \times 4 + 3 = 35\,\text{rad}/s$

-សំទុះមុំ: $\beta = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d}{dt}(8t + 3) = 8$

$\Rightarrow \beta = 8\,\text{rad/s}^2$

ខ-ល្បឿនប្រវែង $\vec{v}$ និងសំទុះប្រវែង $\vec{a}$

-ល្បឿនប្រវែង: $v = \omega R = 35 \times 1,6 = 56 m/s$

-សំទុះប្រវែង: $a = R\beta = 1,6 \times 8 = 12,8 m/s^2$

៣៤-នៅក្នុងតំរុយដេកាត $(O, \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ចំនុច M មួយផ្លាស់ទីដោយចលនាវង់ដែលមានផ្ចិត 0 និងកាំ R ដោយល្បឿនមុំ $\omega \vec{k}$ នៅក្នុងតំរុយ (ប្លង់) $(x0y)$ ។

ក-បង្ហាញថា កូអរដោនេរបស់ M អាចសរសេរ:

$$\begin{cases} x = R\cos\omega t \\ y = R\sin\omega t \end{cases}$$

ដែលគេនឹងបញ្ជាក់ដើមពេល ។

ខ-រកសមីការនៃគន្លង និងកុំប៉ូសង់នៃវ៉ិចទ័ររបស់ចំនុចនេះ នៅលើអ័ក្ស $(x'x, \vec{i})$ និង $(y'y, \vec{j})$ ។

គ-ទាញរកម៉ូឌុលនៃល្បឿនមុំនេះជាអនុគមន៍នៃ R និង ω ។

ឃ-គណនាកុំប៉ូសង់ផ្ចិត និងផ្ចិតកែងរបស់សំទុះនៅខណៈនីមួយៗ ។

<u>ចំលើយ</u>

ក-បង្ហាញថា ចំនុច $M \left| \begin{array}{l} x = R\cos\omega t \\ y = R\sin\omega t \end{array} \right.$

យើងជ្រើសរើស A ជាគល់អាប់ស៊ីសត្រូវនឹងខណៈ $t = 0$ ។

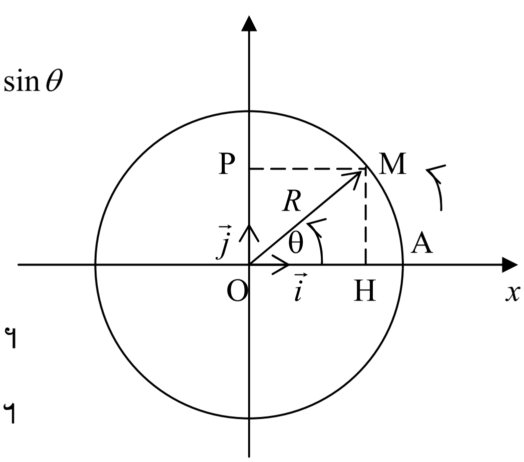
តាង $x = 0H, y = 0P$ យើងបាន:

$$\cos\theta = \frac{OH}{OM} \Rightarrow OH = OM\cos\theta$$

$$\Rightarrow x = R\cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{MH}{OM} = \frac{OP}{OM} \Rightarrow OP = OM\sin\theta$$

$$\Rightarrow y = R\sin\theta$$



θ ជាមុំកៀសរបស់ M :

នៅខណៈ $t = 0 \Rightarrow \theta = 0$

នៅខណៈ t មុំនេះមានតំលៃ $\theta = \omega t$ ។

ដូច្នេះយើងបាន: $M \left| \begin{array}{l} x = R\cos\omega t \\ y = R\sin\omega t \end{array} \right.$ ។

ខ-រកសមីការគន្លង - រកកុំប៉ូសង់នៃវ៉ិចទ័រទីតាំង $\overrightarrow{OM}$

វ៉ិចទ័រ $\overrightarrow{OM}$:

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OP} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$ = $R\cos\omega t\,\vec{i} + R\sin\omega t\,\vec{j}$

ដោយ $x = R\cos\omega t \Leftrightarrow x^2 = R^2\cos^2\omega t$

$y = R\sin\omega t \Leftrightarrow y^2 = R^2\sin^2\omega t$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = R^2\cos\omega t + R^2\sin\omega t = R^2$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = R^2$ ជាសមីការរង្វង់ដែលមានផ្ចិត0 កាំ R ។

គ-ម៉ូឌុលនៃល្បឿនមុំ

$$M\left|\begin{array}{l} x = R\cos\omega t \\ y = R\sin\omega t \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}(R\cos\omega t\,\vec{i} + R\sin\omega t\,\vec{j})$$

$$= -R\omega\sin\omega t\,\vec{i} + R\cos\omega t\,\vec{j}$$

$$\Leftrightarrow v^2 = (-R\omega\sin\omega t\,\vec{i})^2 + (R\cos\omega t\,\vec{j})^2$$

$$= R^2\omega^2\sin^2\omega t + R^2\omega^2\cos^2\omega t$$

$$= R^2\omega^2(\sin^2\omega t + \cos^2\omega t) = R\omega$$

$$\Rightarrow v = R\omega$$

ឃ-<u>គណនាកុំប៉ូសង់ផ្ចិតប៉ះ និងផ្ចិតកែងរបស់សំទុះនៅខណៈនីមួយៗ</u>

-កុំប៉ូសង់ផ្ចិតប៉ះ:

$\vec{a}_t = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(R\omega)}{dt} = \vec{0}$ ព្រោះ $R\omega$ = ថេរ

-កុំប៉ូសង់ផ្ចិតកែង:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(R\omega)^2}{R^2} = R\omega^2$$

$$\Rightarrow \vec{a}_n = R\omega \cdot \vec{n}$$

៣៥-វ៉ិចទ័រល្បឿននៃផង់មួយមានចំពោះកុំប៉ូសង់ដេកាត $\dot{x} = 2\sin t$; $\dot{y} = \cos t$; $\dot{x}, \dot{y}$ គិតជា m/s ហើយ t គិតជា s ។

ក-ចូរសំដែងកូអ័រដោនេជាអនុគម ន៍ពេលដោយដឹងថា នៅខណៈ $t = 0$ នៅលើ Ox ត្រង់ $x = 2\,\text{m}$ ។

ខ-ដោយបំបាត់ពេល t រវាងកន្សោមកូអរដោនេ ចូរសរសេរសមីការដេកាតនៃគន្លង ។

ចូរប្រាប់ប្រភេទចលនា ។

គ-គណនាកុំប៉ូសង់នៃវិចទ័រសុំទុះ ។ ចូរបង្ហាញថា ពេលវាឆ្លងកាត់ដោយកូអរដោនេដើម ហើយបង្ហាញថា ម៉ូឌុលរបស់វាសមមាត្រទៅនឹងចំងាយនៅគល់ ។

ចំលើយ

ក- កំនត់កូអរដោនេ

យើងមាន: $\vec{v}\left|\begin{array}{l}\dot{x}=2\sin t\\ \dot{y}=\cos t\end{array}\right.$

$\Rightarrow \overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l}x\\ y\end{array}\right.$

ដោយ $\dot{x}=\dfrac{dx}{dt}$

$\Rightarrow dx = 2\sin t dt$

ចំពោះ $t=0;\ x=2\,\mathrm{m}$

$\Rightarrow \int_2^x dx = \int_0^t 2\sin t\ dt$

$\Rightarrow x = -2\cos t\,\Big|_0^t + 2$

$\Rightarrow x = -2\cos t + 4$

ហើយ $\dot{y}=\dfrac{dy}{dt} \Rightarrow dy = \cos t dt$

ចំពោះ $t=0;\ y=0$

$\Rightarrow \int_0^y dy = \int_0^t \cos t\, dt \quad \Rightarrow y = \sin t$

$\Rightarrow \overrightarrow{OM}\left|\begin{array}{l}x=-2\cos t+4\\ y=\sin t\end{array}\right.$

ខ-សមីការគន្លង

យើងមាន :

$x=-2\cos t+4 \Rightarrow \cos t = 2-\dfrac{x}{2} \quad \Rightarrow \cos^2 t = \left(2-\dfrac{x}{2}\right)^2$

ហើយ $y=\sin t \Rightarrow y^2=\sin^2 t$

$\Rightarrow \cos^2 t+\sin^2 t = y^2+\left(2-\dfrac{x}{2}\right)^2$

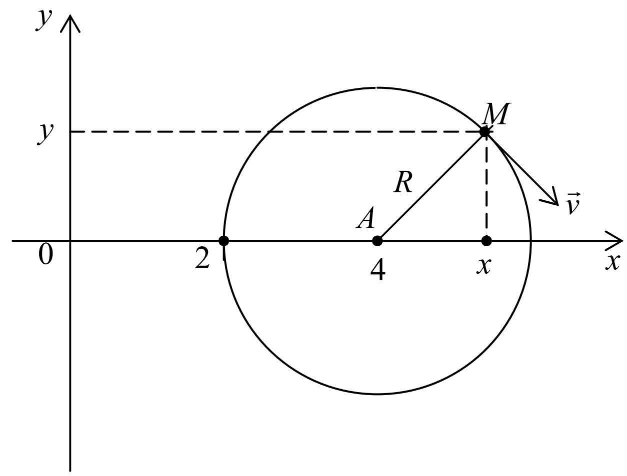
$\Leftrightarrow y^2+\left(2-\dfrac{x}{2}\right)^2=1 \quad \Leftrightarrow \quad 4y^2+(4-x)^2=4$

$\Leftrightarrow (2y)^2 + (4-x)^2 = 4$

តាង: $Y = 2y \Rightarrow Y^2 + (4-x)^2 = 4$

ជាសមីការរង្វង់មានកាំ $R = 2\,\text{m}$ ផ្ចិត $\text{A}(0;\,4)$ ។

ចលនា ជាចលនារង់ ។



ខ- <u>គណនាកុំប៉ូសង់សំទុះ</u>

-នៅក្នុងតំរុយដេកាត:

$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$

តែ $a_x = \dfrac{d\dot{x}}{dt}$

$\Rightarrow \vec{a}_x = 2\cos t$

ហើយ $a_y = \dfrac{d\dot{y}}{dt} = -\sin t$

$\Rightarrow \vec{a} \left| \begin{array}{l} 2\cos t \\ -\sin t \end{array} \right.$

-នៅក្នុងតំរុយប្រេណោនៃចលនារង់:

$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$

ដោយ: $a_n = \dfrac{v^2}{R}$; $v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2$

$= 4\sin^2 t + \cos^2 t$

$= 3\sin^2 t + 1$

ហើយ $a_t = \dfrac{dv}{dt}$

$$a_t = \frac{d}{dt}\left(\sqrt{3\sin^2 t + 1}\right) = \frac{d}{dt}\left(3\sin^2 t + 1\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{d}{dt}\left(\frac{5-\cos 2t}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{5-\cos 2t}{2}\right)' \cdot \left(\frac{5-\cos 2t}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$= \sin 2t \cdot \left(\frac{5-\cos 2t}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{3\sin^2 t + 1}{2} \cdot \vec{n} + \sin 2t\left(\frac{5-\cos 2t}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \vec{u}$$

៣៦-ប្លាទីននៃអេឡិចត្រូផូនធ្វើចលនាបានកន្លះជុំមុននឹងដល់ល្បឿនមុំ 45^0 ជុំក្នុង $1mn$ ។ គេចាត់ទុកថា សំទុះមុំ $\ddot{\theta}$ ថេរក្នុងរយៈពេលកន្លះជុំនេះ ។

ក-គណនារយៈពេលក្នុងដំនាក់កាលវាកំពុងស្ទុះ រួចគណនាតំលៃ $\ddot{\theta}$ ។

ខ-ចូរកំនត់កុំប៉ូសង់ប៉ះ និងកែងនៃវ៉ិចទ័រសំទុះនៃចំនុចមួយស្ថិតនៅចំងាយ$10cm$ ពីអ័ក្សរង្វិលពេលថាសធ្វើបាន $\frac{1}{4}$ ជុំ ។

ចំលើយ

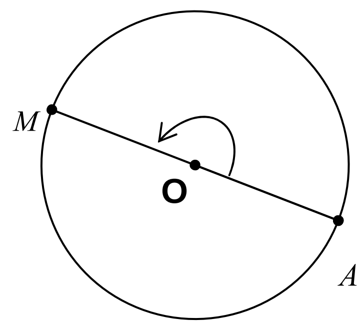
ក- គណនារយៈពេលវាក្នុងធ្វើបានកន្លះជុំ

យើងមានសំទុះមុំ $\ddot{\theta}$ ថេរ ហើយ $\ddot{\theta} = \frac{d\dot{\theta}}{dt}$

$\Rightarrow d\dot{\theta} = \ddot{\theta}\, dt$

ចំពោះ $t = 0;\ \dot{\theta} = 0$

$t = 0; \dot{\theta} = 45$ ជុំ /mm



$$\dot{\theta} = \frac{45}{60} tr/s = \frac{45}{30} \cdot \pi \text{ rd/s}$$

$$\Rightarrow \int_0^{\dot{\theta}} d\dot{\theta} = \int_0^t \ddot{\theta}\, dt$$

$$\Rightarrow \dot{\theta} = \ddot{\theta}.t$$

ហើយ $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$; $t = 0$; $\theta = 0$

$$\Rightarrow \int_0^{\theta} d\theta = \int_0^t \ddot{\theta} \cdot t\, dt \ \Rightarrow \theta = \frac{1}{2}\ddot{\theta} \cdot t^2$$

ដូចនេះយើងបាន: $\theta = \pi \text{ rd},\ \dot{\theta} = \frac{45}{30}\pi \text{ rd/s} \Rightarrow \begin{cases} \frac{45}{30}\pi = \ddot{\theta} \cdot \text{t} & (1) \\ \pi = \frac{1}{2}\ddot{\theta} \cdot \text{t}^2 & (2) \end{cases}$

យើងចែក $\frac{(1)}{(2)}$

$$\Rightarrow \frac{\frac{45}{30}\pi}{\pi} = \frac{\ddot{\theta} \cdot t}{\frac{1}{2}\ddot{\theta} \cdot t^2}$$

$$\Rightarrow 1{,}5 = \frac{2}{t} \quad \Rightarrow t = \frac{2}{1{,}5} s \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{3}{4} s$$

-គណនា $\ddot{\theta}$: $(1) \Rightarrow \frac{45}{30}\pi = \ddot{\theta} \times \frac{4}{3}$

$$\Rightarrow 4{,}5\pi = \ddot{\theta}\cdot 4 \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{4{,}5}{4}\pi rd/s^2$$

ខ-សំទុះ

$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ ដោយ $a_t = \dfrac{dv}{dt}$ ហើយ $v = \dot{\theta}\cdot R$

$$\Rightarrow a_t = \frac{d\dot{\theta}\cdot R}{dt} = R\ddot{\theta}$$

$$a_t = 10\times\frac{4{,}5}{4}\pi = \frac{45}{4}\pi \text{ cm/s}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \dot{\theta}^2\cdot R$$

៣៧-ចំនុចចល័ត M មួយធ្វើចលនាកោង ដែលមានសមីការកូអរដោនេប៉ូលែប្លង់ $r = 2R\cos\theta$ ដោយល្បឿន មុំ $\dot{\theta}$ ថេរគឺ ω_0 ។

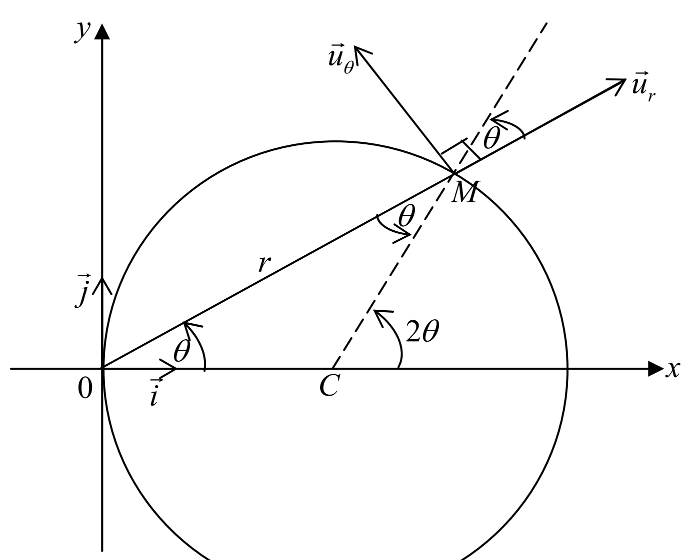
ក-ក្នុងកូអរដោនេប៉ូលែប្លង់ គណនាកុំប៉ូសង់ល្បឿន និងសំទុះ រួចគណនា

ខ-C ជាផ្ចិតនៃគន្លងវង់របស់ចលនា បង្ហាញថា សំទុះកូលីនេអ៊ែនឹង $\overrightarrow{CM}$ រួចបំណកស្រាយតាមរូប ។

ចំលើយ

កាលណាអង្គធាតុចរជាចលនាក្នុងកូអរដោនេស៊ីឡាំងដោយអវត្តមានចលនាតាមអ័ក្ស $(O;\vec{k})$ ពេលនោះ ចលនានេះក្លាយជាចលនាក្នុងកូអរដោនេប៉ូលែប្លង់។

ក-គន្លងរបស់ M ជារង្វង់ដែលមានកាំ R ផ្ចិត C កាត់តាម O ។



-កុំប៉ូសង់នៃល្បឿន $\vec{v}$:

$$v_r = \frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt}(2r\cos\theta) = -2R\dot{\theta}\sin\theta$$

$$\Rightarrow v_r = -2R\omega_0 \sin\theta$$

$$v_\theta = r\dot{\theta} = r\omega_0 \Rightarrow v_\theta = 2R\omega_0 \cos\theta$$

ម៉ូឌុល: $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2}$

$$\Rightarrow \sqrt{(-2R\dot{\theta}\cos\theta)^2 + (2R\omega_0\cos\theta)^2} \quad = 2R\omega_0$$

-កុំប៉ូសង់នៃសំទុះ $\vec{a}$:

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -2R{\omega_0}^2\cos\theta - 2R\omega_0^2\cos\theta$$

$$\Rightarrow a_r = -4R\omega_0^2\cos\theta$$

$a_\theta = 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}$ ដោយ $\ddot{\theta} = 0$

$$\Rightarrow a_\theta = 2(-2R\omega_0\cos\theta)\cdot\omega_0 = -4R\omega_0^2\sin\theta$$

ម៉ូឌុល: $\sqrt{a_r^2 + a_\theta^2}$

ដូច្នេះ $a = 4R\omega_0^2$ ។

ខ-$\overrightarrow{CM}$ នៅក្នុងគោល $(\vec{u}_r\,; \vec{u}_\theta)$

$$\overrightarrow{CM} = R\cos\theta\vec{u}_r + R\sin\theta\vec{u}_\theta$$

ដើម្បីបង្ហាញថា $\overrightarrow{CM}$ និង $\vec{a}$ កូលីនេអ៊ែគ្នា យើងពិនិត្យមើល:

ផលគុណ: $\overrightarrow{CM} \wedge \vec{a}$

$$(R\cos\theta\vec{u}_r + R\sin\theta\,\vec{u}_\theta) \wedge (a_r)\vec{u}_r + \vec{a}_\theta\vec{u}_\theta$$

$$= [(R\cos\theta)(-4R{\omega_0}^2\sin\theta - (\sin\theta)(-4R{\omega_0}^2\cos\theta)]\vec{k} = \vec{0}$$

ដូចនេះ $\vec{a}$ កូលីនេអ៊ែនឹង $\overrightarrow{CM}$ ។

-បំណកស្រាយតាមរូប:

$(\vec{i},\overrightarrow{CM}) = 2\theta, M$ ធ្វើចលនាដោយល្បឿនមុំ $a\dot{\theta}\vec{k} = 2\omega_0\vec{k}$

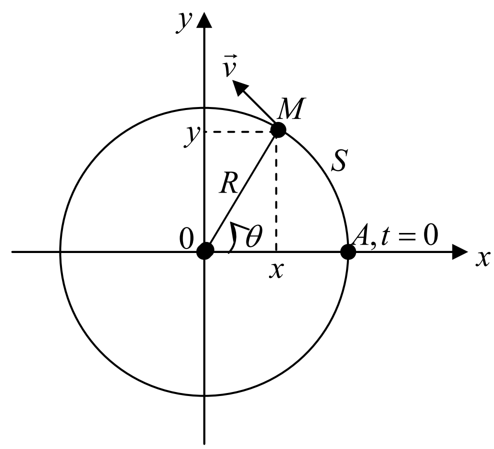
ល្បឿនរបស់ M : $\vec{v} = 2\omega_0\vec{k} \wedge \overrightarrow{CM}$

ល្បឿនវាមានតំលៃថេរ ដូចនេះវាធ្វើចលនាវង់ស្មើដែលមានសំទុះចូលផ្ចិត:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{4R^2\omega_0^2}{R} = 4R\omega_0^2$$

៣៩-ចំនុចរូបធាតុ A ផ្លាស់ទីលើរង្វង់មានកាំ R ផ្ទុយទិសដៅចលនាទ្រនិចនាឡិកា ។ អាប់ស៊ីសកំនោងនៃចំនុចរូបធាតុប្រែប្រួលតាមច្បាប់: $S = k.t$, k ចំនួនថេរ ។ ចូរសរសេរសមីការប៉ារ៉ាម៉ែតធៀបទៅនឹងតំរុយ $0xy$ ដែលគល់តំរុយនៅត្រង់ផ្ចិតរង្វង់ ។ បើអ័ក្ស $0x$ កាត់ទីតាំងដើមនៃចំនុច A ។

<u>ចំលើយ</u>



សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត $x(t)$, $y(t)$

កូអរដោនេចំនុច $M\left(x(t), y(t)\right)$

ដែល $x = R.\cos\theta \quad , y = R.\sin\theta$

ហើយ $\theta(rad) = \dfrac{S}{R} = \dfrac{k.t}{R}$

ដូចនេះ យើងបាន:

$$x(t) = R.\cos\left(\frac{k}{R}t\right)$$

$$y(t) = R.\sin\left(\frac{k}{R}t\right)$$

៤០-ក្នុងរយៈពេល $\tau = 20s$ ល្បឿនរបស់ចំនុចរូបធាតុមួយដែលផ្លាស់ទីតាមធ្នូរង្វង់មានកាំ $R = 200m$ ប្រែប្រួលពី $15m/s$ ទៅ $12m/s$ ។ ដោយសន្មតថា ម៉ូឌុលនៃសំទុះផ្ចិតប៉ះក្នុងចន្លោះពេលនេះសមាមាត្រទៅនឹងការេនៃល្បឿន ។ គណនាចំងាយចររបស់ចំនុចរូបធាតុក្នុងរយៈពេល $10s$ ។

<u>ចំលើយ</u>

គណនាចំងាយចរ S ក្នុងរយៈពេល $10s$

យើងមាន: $a_t = k\,v^2$, k ជាថេរសមាមាត្រ

តាមនិយមន័យសំទុះផ្ចិតប៉ះ

$$a_t = \frac{dv}{dt} \quad \Rightarrow \quad k\,v^2 = \frac{dv}{dt}$$

$$\Rightarrow \int_{v=15}^{v} \frac{dv}{v^2} = k\int_0^t dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{15} - \frac{1}{v} = k\,t$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{15} - k\,t \Rightarrow v = \frac{1}{\frac{1}{15} - k\,t} = \frac{15}{1 - 15k\,t}$$

ចំពោះ $v = 12m/s$ និង $t = \tau = 20s$

$\Rightarrow k = -8,33 \times 10^{-4}$

ដូចនេះ $v = \dfrac{15}{1+0,0125t}$

ម្យ៉ាងទៀត $v = \dfrac{dS}{dt} \Leftrightarrow \dfrac{15}{1+0,0125t} = \dfrac{dS}{dt}$

$$\Rightarrow \int_0^S dS = \int_0^{t=10} \frac{15\,dt}{1+0,0125t}$$

$$\Rightarrow S = \frac{15}{0,0125}\left[\ln\left(1+0,0125\right)\right]_0^{10}$$

$$\Rightarrow S = \frac{15}{0,0125}\ln 1,125 = 141,34m$$

៤១-ចល័តមួយធ្វើចលនាត្រង់ស៊ីនុយសូអ៊ីត អាប់ស៊ីសរបស់វាត្រូវបានកំនត់ជាអនុគមន៍ពេល t : $x = A\sin\omega t$ ខួបនៃចលនាគឺ 6s ។ ចំពោះ $t = 0,5$s ល្បឿនរបស់ចល័ត $v = +\pi$ cm/s ។

ក-គណនា ω និង A ។

ខ-គណនាសំទុះនៃចល័តកាលណាវាស្ថិតនៅត្រង់ 0,5cm ពីទីតាំងលំនឹង ។

គ-គណនាល្បឿនវាត្រង់ចំនុចនេះ ។

<u>ចំលើយ</u>

ឧបមាចល័តផ្លាស់ទីតាមបណ្តោយ $(x'x)$

ក-គណនា ω និង A

យើងមានសមីការចលនា: $x = A\sin\omega t$

ដោយ $\omega = \dfrac{\pi}{T}$; $T = 6s$ $\Rightarrow \omega = \dfrac{2\pi}{6} = \dfrac{\pi}{3}\ rad/s$

-គណនា A

$$\Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos\omega t$$

នៅខណ: $t = 0,5$s ; $v = \pi$ cm/s

$$\Rightarrow \pi = A \times \frac{\pi}{3} \times \cos\frac{\pi}{3} \times 0,5$$

$$\Rightarrow A = \frac{3}{\cos\frac{0,5\pi}{3}} = 0,46 \text{ cm}$$

ខ-គណនាសំទុះត្រង់ $x = 0,5\,\text{cm}$

$$x = A\sin\omega t \Rightarrow \dot{x} = A\omega\cos\omega t$$

$$\Rightarrow \ddot{x} = -A\omega^2 \sin\omega t = -\omega^2 x$$

$$\Rightarrow \ddot{x} = -\left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \times 0,5 = -0,55 \text{ cm/s}^2$$

គ-គណនាល្បឿន

ដោយ $x = A\omega\sin\omega t$

$$\Rightarrow \sin^2\omega t = \frac{x^2}{A^2} \qquad (1)$$

ហើយ $v = \dot{x} = A\omega\cos\omega t$

$$\Rightarrow \cos^2\omega t = \frac{v^2}{A^2\omega^2} \qquad (2)$$

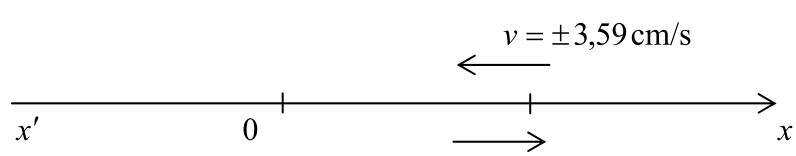
បូក (1) និង (2)

$$\Rightarrow \frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2\omega^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{v^2}{A^2\omega^2} = 1 - \frac{x^2}{A^2} \Rightarrow v = \pm A\omega\sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}$$

$$\Rightarrow v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2} = \pm\frac{\pi}{3}\sqrt{\left(3,46\cdot 10^{-2}\right)^2 - \left(0,5\cdot 10^{-2}\right)^2}$$

ដូចនេះ $v = \pm 3,59\,\text{cm/s}$



៤២-ភាគល្អិតមួយដំបូងនៅនឹងត្រង់ចំនុចមានអាប់ស៊ីស x_0 ផ្លាស់ទីតាមបណ្តោយបន្ទាត់ដោយសំទុះ:

$$a = k(3 - x)$$

ចូរកំនត់ល្បឿនចល័តជាអនុគមន៍នៃអាប់ស៊ីស ។

ចំលើយ

ចលនាធ្វើចលនាតាមបន្ទាត់ $(x'x)$ ដោយសំទុះ: $a = k(3 - x)$

ដោយ $a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = k(3-x)$

គុណអង្គទាំងពីរនឹង dx

$$\Rightarrow dx \cdot \frac{dv}{dt} = k(3-x)dx$$

$$\Leftrightarrow v\, dv = k(3-x)dx$$

$$\Rightarrow \int_0^v v dv = \int_{x_o}^x k(3-x)dx$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v^2 = \left[k\left(3x - \frac{1}{2}x^2\right)\right]_{x_o}^x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}v^2 = k\left(3x - \frac{1}{2}x^2 - 3x_0 + \frac{1}{2}x_0^2\right)$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{k\left(6x - x^2 - 6x_0 + x_0^2\right)}$$

៤៣-នៅក្នុងតំរុយអរតូណរមេ (Ox, Oy) កូអរដោនេនៃចល័តគឺ: $x = \sin t - \cos t$; $y = \sin t + \cos t$

a). ចូរអោយសមីការដេកាតនៃចលនា និងប្រភេទគន្លង ។

b). ឧបមាថា គន្លងទិសដៅស្ថិតនៅក្នុងទិសដៅត្រីកោណមាត្រ គល់នៃធ្នូត្រួតស៊ីគ្នានឹងដើមពេល ។

ក- គណនាល្បឿន v និងល្បឿនមុំ ។

ខ-គណនាសមីការពេល ។

គ-គណនាសំទុះ ។

<u>ចំលើយ</u>

a). សមីការដេកាត និងប្រភេទគន្លង

យើងមាន:

$$x = \sin t - \cos t$$

$$y = \sin t + \cos t$$

លើកជាការេ យើងបាន:

$\cdot\ x^2 = (\sin t - \cos t)^2$

$x^2 = \sin^2 t - 2\sin t \cos t + \cos^2 t = 1 - 2\sin t \cos t$

$\cdot\ y^2 = (\sin t + \cos t)^2$

$y^2 = \sin^2 t + 2\sin t \cos t + \cos^2 t = 1 + 2\sin t \cos t$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 2$ ជាសមីការរង្វង់មានកាំ $R = \sqrt{2}$ ដូច្នេះគន្លងរបស់វាជារង្វង់ ។

b). ក-គណនាល្បឿន v និងល្បឿនមុំ

យើងបាន:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = \cos t + \sin t$$

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = \cos t - \sin t$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{2} \text{ m/s}$$

ល្បឿនមុំ: $\omega = \frac{v}{R} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1 \text{ rd/s}$

ខ-សមីការពេល

ដោយល្បឿនថេរ:

$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow ds = vdt$$

$$\Rightarrow \int_0^s ds = \int_0^t \sqrt{2}dt \Rightarrow S = \sqrt{2} \cdot t$$

គ- គណនាសំទុះ

$$\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = -\sin t + \cos t = -x$$

$$\ddot{y} = \frac{d\dot{y}}{dt} = -\sin t - \cos t = -y$$

$$a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} = \sqrt{(-x)^2 + (-y)^2} = \sqrt{2} \text{ ms}^{-2}$$

ឬអាចរកតាម:

$$a = a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(\sqrt{2}\right)^2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

៤៤-ចល័ត M មួយធ្វើចលនាត្រង់ស៊ីនុយសូអ៊ីតលើអ័ក្ស $(x'ox)$ ។ ទីតាំងចុងឆ្វេងបចំនុច0មានអាប់ស៊ីសរៀង 4cm និង + 4cm ។ ខួបនៃចលនាគឺ $T = 4\text{s}$ ។

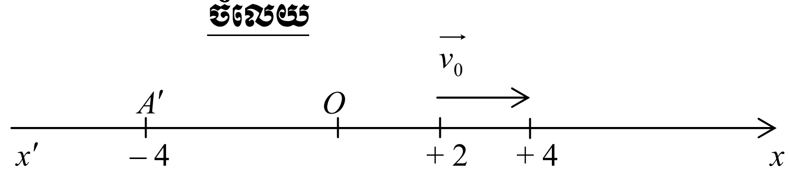
a). ដោយដឹងថា នៅខណ: $t = 0$ ចល័ត M នេះផ្លាស់ទីដោយល្បឿនមួយមានទិសដៅវិជ្ជមាននៅត្រង់ចំនុច M_0 មានអាប់ស៊ីស $x_0 = 2\text{cm}$ ។ ចូរសរសេរសមីការចលនា។

b). តើរយ:ពេលប៉ុន្មានចល័ត M ឆ្លងកាត់ចំនុច0លើកទីមួយ ។

c). ចូរអោយទំនាក់ទំនងរវាង v និង x; a និង x ។

d). គណនាល្បឿន និងសំទុះនៃចល័តពេលវាស្ថិតនៅចំនុច M_0 មានអាប់ស៊ីស + 2 cm ។

<u>ចំលើយ</u>



a). ចល័តធ្វើចលនាត្រង់ស៊ីនុយសូអ៊ីតដូចនេះសមីការចលនាមានរាង:

$$x = x_m \sin(\omega t + \varphi)$$

ដោយ $x_m = +4\,\text{cm}$ (អំព្លីទុត)

ហើយ $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = \dfrac{2\pi}{4} = \dfrac{\pi}{2}\,\text{rd/s}$

នៅខណៈ $t = 0$; $x_0 = +2$ cm

$$\Rightarrow +2 = 4\sin\left(\frac{\pi}{2}\times 0 + \varphi\right)$$

$$\Rightarrow \sin\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}$$

ដូចនេះ $x = 4\sin\left(\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{\pi}{6}\right)$

b). រយៈពេលចល័តឆ្លងកាត់0លើកទីមួយ លុះត្រាតែ: $x = 0$

$$\Rightarrow 4\sin\left(\frac{\pi}{2}\cdot t + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\pi}{2}\cdot t + \frac{\pi}{6} = \pi$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{5}{3} = 1{,}66\,\text{s}$$

c). យើងមានសមីការចលនា:

$$x = 4\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = 2\pi\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x}{4} = \sin\left(\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{\pi}{6}\right) \\ \dfrac{v}{2\pi} = \cos\left(\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{\pi}{6}\right) \end{cases}$$

លើកជាការេ យើងបាន:

$$\frac{x^2}{16} = \sin^2\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\frac{v^{2^2}}{4\pi^2} = \cos^2\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$$

ដូចនេះ $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{v^2}{4\pi^2} = 1$

ហើយ $a = \dfrac{dv}{dt} = -\pi^2 \sin\left(\dfrac{\pi}{2}t + \dfrac{\pi}{6}\right)$

$$\Rightarrow a = -\frac{\pi^2}{4} \times 4\sin\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{6}\right)$$

ដូចនេះ $a = -\dfrac{\pi^2}{4}x$

d). <u>គណនាល្បឿន និងសំទុះ</u>

ចំពោះ $x = 2$ cm

ដោយ $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{v^2}{4\pi^2} = 1$

$$\Rightarrow v = \frac{\pi^2}{4}\left(16 - x^2\right) = 3\pi^2$$

$$\Rightarrow v = \pm 5{,}44\,\text{cm/s}$$

ចំពោះសំទុះ $a = -\dfrac{\pi^2}{4}x$

$$\Rightarrow a = -\frac{\pi^2}{4} \times 2 = -4{,}93\,\text{cm/s}^2$$

៤៥-ចល័តមួយធ្វើចលនាត្រង់ស៊ីនុយសូអ៊ីតដែលអាប់ស៊ីសវាកំនត់ដោយអនុគមន៏នៃពេល: $x = A\sin\omega t$ ខួបនៃចលនាគឺ 6s ។ ចំពោះ $t = 0{,}5$ s ល្បឿនចល័ត $v = +\pi$ cm/s ។

ក-គណនា ω និង A ។

ខ-គណនាសំទុះនៃចល័តកាលណាចល័តស្ថិតនៅចំងាយ 0,5cm ពីទីតាំងលំនឹង ។

គ-គណនាល្បឿនត្រង់ចំនុចនេះ ។

<u>ចំលើយ</u>

ក-គណនាω និង A

យើងមាន: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ rd/s

យើងមានសមីការចលនា $x = A\sin\omega t$ ។

$\Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos\omega t$

ចំពោះ $t = 0{,}5\,\text{s}$; $v = +\pi\,\text{cm/s}$

$\Rightarrow \pi = A\cdot\frac{\pi}{3}\cos\left(\omega\cdot\frac{1}{2}\right)$

$\Rightarrow 1 = \frac{A}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 2\sqrt{3}$ cm

ខ-<u>គណនាសំទុះ</u>

$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\sin\omega t = -\omega^2 A\cdot x$

ចំពោះ $x = 0{,}5$ cm

$\Rightarrow a = -\left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \times 0{,}5 = -0{,}548\ \text{cm/s}^2$

គ-<u>ល្បឿន</u>

ដោយ $\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{A^2\omega^2} = 1$

ចំពោះ $x = 0{,}5\,\text{cm}$

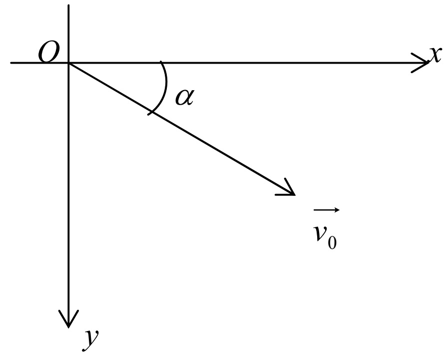
$\Rightarrow v = \mp\omega\sqrt{a^2 - x^2}$

$\Rightarrow v = \pm\frac{\pi}{3}\sqrt{12 - \frac{1}{4}} = \pm 3{,}59\,\text{cm/s}$

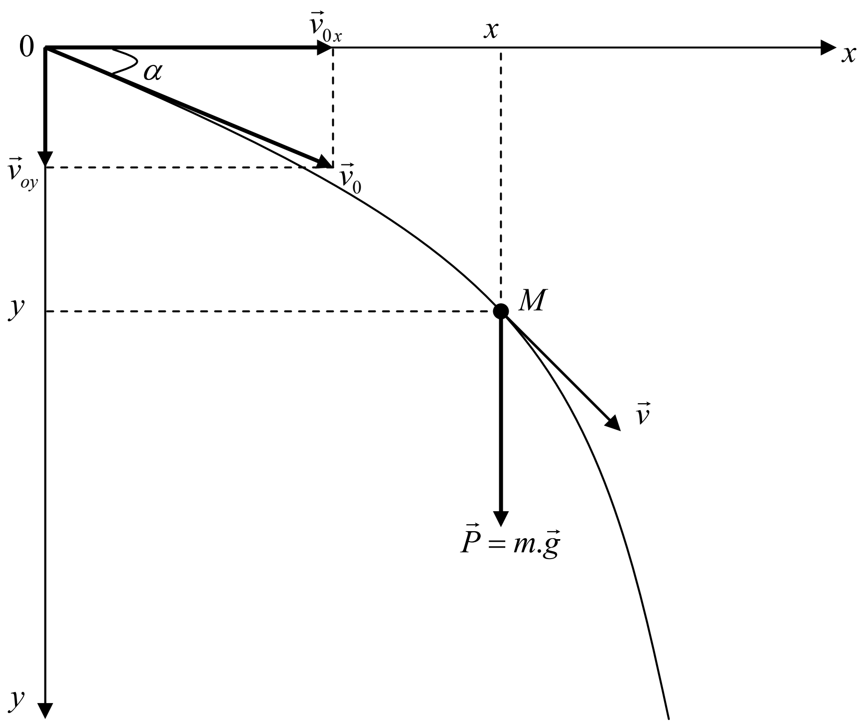
៤៦-គ្រាប់បាញ់មួយត្រូវបានគេបាញ់ពីចំនុចOនៅក្នុងប្លង់ (xOy) ដោយល្បឿន $v_0 = 10\,\text{m/s}$ ។

ក-កំនត់ $\text{tg}\alpha$ (α កើតពីវ៉ិចទ័រល្បឿន $\vec{v}_0$ និង អ័ក្សដេក (ox)) ពេលគ្រាប់បាញ់មកដល់ចំនុច A គេឃើញ កូអរដោនេ $x = 20\,\text{m}$; $y = 60\,\text{m}$ ។

ខ-គណនាល្បឿនត្រង់ចំនុច A និងរយៈពេល ។ ឧបមាថា កំលាំងទប់នៃខ្យល់មិនគិត ។ យក $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។



ចំលើយ



ក-កំនត់ $\mathrm{tg}\,\alpha$

យើងសិក្សាចលនានៅក្នុងតំរុយកែង (oxy) ។

យើងពិនិត្យនៅលក្ខខ័ណ្ឌដើម $t = 0$; $x_0 = 0$; $y_0 = 0$

$$\vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{Ox} = v_0 \cos\alpha \\ v_{Oy} = v_0 \sin\alpha \end{pmatrix}$$

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចៈ

$\Sigma\,\vec{f} = m\vec{a}$ ដោយគ្រាប់បាញ់រងតែទំងន់វា

$\Rightarrow m\vec{a} = \vec{P} = m\vec{g}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \qquad (1)$$

-ធ្វើចំនោល (1) លើ (Ox)

$$\Rightarrow a_x = 0 \;\Rightarrow a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow v_x = v_{Ox} = v_0 \cos\alpha = \text{ថេរ}$$

សមីការពេល:

$$v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_0^x dx = \int_0^t v_0 \cos\alpha \cdot dt$$

$$\Rightarrow x = v_0 \cos\alpha \cdot t \qquad (2)$$

-ធ្វើចំនោល (1) លើ (Oy)

$$a_y = +g$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = +g \Rightarrow \int_{v_0 \sin\alpha}^{v_y} dv_y = \int_0^t + g dt$$

$$\Rightarrow v_y = +gt + v_0 \sin\alpha$$

សមីការពេល: $v_y = \dfrac{dy}{dt} = +gt + v_0 \sin\alpha$

$$\Rightarrow \int_0^y dy = \int_0^t (tgt + v_0 \sin\alpha) dt$$

$$\Rightarrow y = +\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t \qquad (3)$$

$(2) \Rightarrow t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$ ជំនួសក្នុង (3)

$$\Rightarrow y = +\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v^2{}_0 \cos^2\alpha} + x \operatorname{tg}\alpha$$

តាមទំនាក់ទំនង $\dfrac{1}{\cos^2\alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2\alpha$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v^2{}_0} \left(1 + \operatorname{tg}^2\alpha\right) + x \operatorname{tg}\alpha$$

នៅចំនុច A: $x = 20\,\text{m}$; $y = 60\,\text{m}$

$$\Rightarrow 60 = \frac{1}{2} \times 10 \frac{(20)^2}{(10)^2} \left(1 + \operatorname{tg}^2\alpha\right) + 20 \operatorname{tg}\alpha$$

$$\Leftrightarrow 60 = 20\left(1 + \operatorname{tg}^2\alpha\right) + 20 \operatorname{tg}\alpha$$

$$\Leftrightarrow \operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{tg}\alpha - 2 = 0$$

តាង $\mathrm{U} = \mathrm{tg}\alpha \ \Rightarrow \ \mathrm{U}^2 + \mathrm{U} - 2 = 0$

$\Delta = 1 + 4 \times 2 = 9$

$\Rightarrow \ \mathrm{U} = \dfrac{-1 \pm 3}{2} \ \Rightarrow \ \mathrm{U}_1 = -2 \ ; \ \mathrm{U}_2 = 1$

ឫសនៃសមីការយកតែ: $\mathrm{U} = 1$

$\Rightarrow \ \mathrm{tg}\,\alpha = 1 \Rightarrow \ a = \dfrac{\pi}{4} = 45^{\mathrm{o}}$

ខ-<u>គណនាល្បឿនត្រង់ *A*</u>

$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y \ \Rightarrow \ v = \sqrt{v^2{}_x + v^2{}_y}$

$v = \sqrt{(v_0 \cos\alpha)^2 + \left(\dfrac{1}{2}gt + v_0 \sin\alpha\right)^2}$

$v = \sqrt{{v_0}^2 + 2gy}$

$v = \sqrt{10^2 + 2 \times 10 \times 60} = 36\,\mathrm{m/s}$

រយៈពេលមកដល់ចំនុច *A*

$(2) \Rightarrow \ x = v_0 \cos\alpha \cdot t$

$\Rightarrow \ t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha} = \dfrac{20}{10\cos 45^{\mathrm{o}}} = 2{,}82\,\mathrm{s}$

៤៧-សមីការចលនានៃចំនុចចល័តមួយ: $x = t + 1; \ y = \dfrac{t^2}{2} + 2$

ក-ចូរអោយសមីការដេកាតនៃចលនា និងប្រភេទគន្លងចលនា ។

ខ-វ៉ិចទ័រល្បឿន និងសំទុះ ។

គ-គណនាកុំប៉ូសង់សំទុះផ្ចិតកែង និងសំទុះផ្ចិតកែង ។

ឃ-ចូរអោយកន្សោមកាំកំណោងនៃគន្លងជាអនុគមន៍នៃពេល ។ គណនាល្បឿនចំពោះ $x = 1; \ y = 2$ ។

<u>ចំលើយ</u>

ក-យើងមានសមីការពេល:

$x = t + 1 \ \Rightarrow \ t = x - 1$

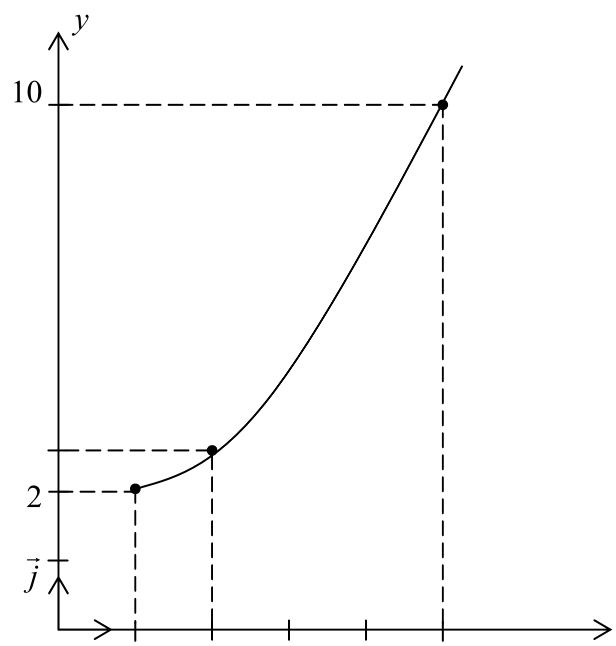
$y = \dfrac{t^2}{2} + 2 \ \Rightarrow \ y = \dfrac{(x-1)^2}{2} + 2$

$\Rightarrow \ y = \dfrac{x^2}{2} - x + \dfrac{5}{2}$ ជាសមីការដេកាត

យើងពិនិត្យមើលក្រាហ្វិក: $y = f(x)$

t	0	1	2	4
x	1	2	3	5
y	2	$\frac{5}{2}$	4	10

សមីការនេះមានរាង $y = ax^2 + bx + c$ ជាសមីការប៉ារ៉ាបូល ។



ខ-កន្សោមវ៉ិចទ័រល្បឿន

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y = v_x \cdot \vec{i} + v_y \cdot \vec{j}$$

ហើយ $v_x = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{d(t+1)}{dt} = 1$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{t^2}{2} + 2\right) = t$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{v^2{}_x + v^2{}_y} = \sqrt{1^2 + t^2} = \sqrt{1 + t^2}$$

កន្សោមវ៉ិចទ័រសំទុះ

$$\vec{a} = a^2{}_x + a^2{}_y = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d1}{dt} = 0$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{dt}{dt} = 1$$

$\Rightarrow\ a = \sqrt{a^2{}_x + a^2{}_y} = \sqrt{0^2 + 1^2} = 1\text{m/s}^2$

គ-កុំប៉ូសង់ប៉ះ និងកែងសំទុះ

យើងមានៈ

$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t$

$a_t = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\sqrt{1+t^2}\right) = \dfrac{1}{\sqrt{1+t^2}}$

$a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{1+t^2}{R}$

R ៖ ជាកាំកំនោងជាអនុគមន៏នៃពេល

$a = \sqrt{a^2{}_n + a^2{}_t}$

$a = \sqrt{\dfrac{(1+t^2)^2}{R^2} + \dfrac{t^2}{1+t^2}}$

ឃ-កន្សោមកាំកំនោង R ជាអនុគមន៏នៃពេល

តាមសំនួរ ខ- $a = 1\text{m/s}^2$

តាមសំនួរ គ- $a = \sqrt{\dfrac{(1+t^2)^2}{R^2} + \dfrac{t^2}{1+t^2}}$

$\Rightarrow\ 1 = \sqrt{\dfrac{(1+t^2)^2}{R^2} + \dfrac{t^2}{1+t^2}}$

$\Leftrightarrow 1 = \dfrac{(1+t^2)^2}{R^2} + \dfrac{t^2}{1+t^2}$

$\Rightarrow\ R = (1+t^2)^{\frac{3}{2}}$

ចំពោះ $x = 1;\ y = 2$ នៅខណៈ $t = 0$

យើងបានៈ $R = 1\text{m}$

៤៨-ចល័ត M មួយធ្វើចលនានៅលើរង្វង់មានកាំ R ផ្ចិត0ដោយល្បឿនមុំ $\omega = \dfrac{d\theta}{dt}$ ។

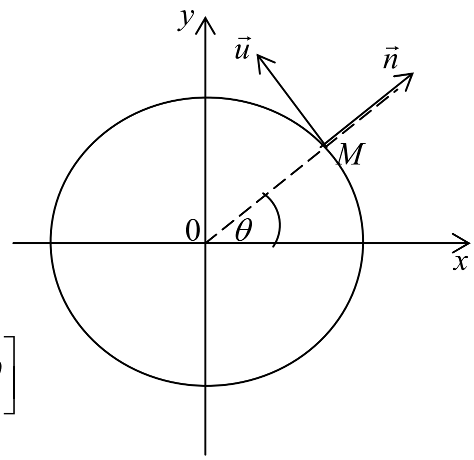
ក-គណនាកូអរដោនេកាតេស្សៀងនៃចំនុច M ជាអនុគមន៏ R និង θ ។ គណនាកំប៉ូសង់នៃល្បឿន និងសំទុះនៃចំនុច M លើអ័ក្ស (Ox) និង (Oy) ។

ខ-តើសំទុះទៅជាយ៉ាងណា បើម៉ូឌុលនៃល្បឿនមានតំលៃថេរ? ចូរប្រាប់ប្រភេទចលនានៃ M ។

គ-ឥឡូវយើងឧបមា $\frac{d\omega}{dt}=\alpha_0$, α_0 ចំនួនថេរខុសពីសូន្យ ។ ចូរអោយកន្សោម ω និង θ ជាអនុគមន៍នៃពេល ដោយដឹងថា នៅខណៈដើមពេល $t=0$; $\theta=0$ និង $\omega=\omega_0$ ។ រួចអោយទំនាក់ទំនងរវាង ω និង θ ។

ចំលើយ

ក-យើងធ្វើចំនោល M លើអ័ក្សទាំងពីរ:



$x=R\cos\theta$; $\theta=\omega t$; $y=R\sin\theta$

-ល្បឿនតាមអ័ក្សនីមួយៗ:

$$v_x=\frac{dx}{dt}=-R\omega\sin\theta$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}=R\omega\cos\theta$$

-កុំប៉ូសង់សំទុះ

$$a_x=\frac{dv_x}{dt}=-R\left[\sin\theta\,\frac{d\omega}{dt}+\omega^2\cos\theta\right]$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}=R\left[\cos\theta\,\frac{d\omega}{dt}-\omega^2\,\sin\theta\right]$$

សិក្សានៅក្នុងតំរុយប្រេណេ $(M,\vec{u},\vec{n})$

យើងបាន:

$$\overrightarrow{OM}=R\cdot\vec{n}\ ;\ \theta=(\overrightarrow{ox},\vec{n})$$

$$\Rightarrow\vec{v}=\frac{d(\overrightarrow{OM})}{dt}=\frac{d(R\cdot\vec{n})}{dt}=R\frac{d\vec{n}}{dt}$$

ដោយ θ ជាអនុគមន៍នៃពេល ហើយជាអនុគមន៍ θ

$$\Rightarrow\vec{v}=R\frac{d\vec{n}}{dt}=R\frac{d\vec{n}}{d\theta}\cdot\frac{d\theta}{dt}$$

ដោយ $\frac{d\vec{n}}{d\theta}=\vec{u}$ ប៉ះនឹងគន្លង

$$\Rightarrow\vec{v}=R\frac{d\theta}{dt}\vec{u}$$

ហើយសំទុះ: $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}$

$$\Rightarrow\vec{a}=R\,\frac{d^2\theta}{dt^2}\vec{u}+R\frac{d\theta}{dt}\,\frac{d\vec{u}}{dt}$$

ឬ $$\frac{d\vec{u}}{dt}=\frac{d\vec{u}}{d\theta}\,\frac{d\theta}{dt}=-\vec{n}\frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = R\left[-\vec{n}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \vec{u}\frac{d^2\theta}{dt^2}\right]$$

យើងបាន:

$\frac{d\theta}{dt}$: ល្បឿនមុំ និង $\frac{d^2\theta}{dt^2}$: សំទុះមុំ

$R\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$: សំទុះផ្ចិតប៉ះ និង $R\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$: សំទុះផ្ចិតកែង

ខ- បើ $v =$ ថេរ

$\Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} = 0 \quad \Rightarrow$ សំទុះ a ធៀប (Oxy)

$a_x = -R\omega^2\cos\theta, \qquad a_y = -R\omega^2\sin\theta$

$\Rightarrow a = -\sqrt{a^2{}_x + a^2{}_y} = -\omega^2 R$

ចំពោះតំរុយប្រេណេ:

$a_t = 0$ និង $a_n = -R\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = -\omega^2 R$

$\Rightarrow a = -\omega^2 R$ ដូចនេះចល័តធ្វើចលនាវង់ស្មើ ។

គ-អោយកន្សោម ω និង θ

យើងមាន: $\frac{d\omega}{dt} = \alpha_0 =$ ថេរខុសពីសូន្យ

$\Rightarrow d\omega = \alpha_0 \cdot dt$

$\Rightarrow \int d\omega = \int \alpha_0 \, dt \Rightarrow \omega = \alpha_0 \, t + \mathrm{A}$

ហើយ $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

$\Rightarrow \int d\theta = \int(\alpha_0 \, t + A)\, dt$

$\Rightarrow \theta = \frac{1}{2}\alpha_0 \, t^2 + At + B$

ចំនួនថេរ A, B កំនត់នៅល័ក្ខខ័ណ្ឌដើម:

$t = 0 ; \theta = 0 \Rightarrow B = 0$

$t = 0 ; \omega = 0 \Rightarrow A = \omega_0$

ដូចនេះ យើងបាន:

$\omega = \alpha_0 \, t + \omega_0$

$\theta = \frac{1}{2}\alpha_0 \, t^2 + \omega_0 t$

ទំនាក់ទំនងរវាង ω និងθ

$$\omega = \alpha_0\ t + \omega_0\ \Rightarrow\ t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha_0}$$

$$\Rightarrow\ \theta = \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\omega - \omega_0}{\alpha_0}\right)^2 + \omega_0\left(\frac{\omega - \omega_0}{\alpha_0}\right)$$

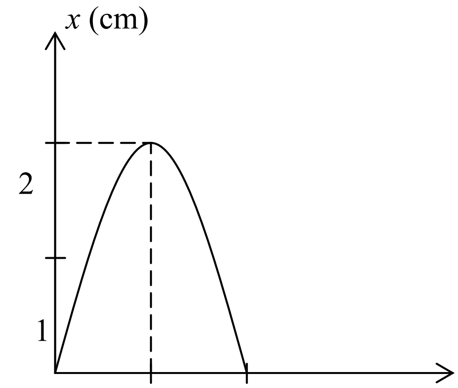
ដូចនេះ $\omega^2 - {\omega_0}^2 = 2\alpha_0\,\theta$

៤៩-នៅលើរូប x តាងអាប់ស៊ីសនៃចល័តនៅលើគន្លងហើយនៅខណៈ t ។ ខ្សែកោងជាធ្នូស៊ីនុយសូអ៊ីត ។

ក-ចូរកំនត់សមីការពេលនៃចលនា $x = f(t)$ ។

ខ- កំនត់ល្បឿនដើម ។

គ-កំនត់សំទុះអតិបរមា ។



<u>ចំលើយ</u>

ក- កំនត់សមីការពេលនៃចលនា $x = f(t)$

សមីការនៃចលនាគឺ $x = f(t)$

ចលនានេះជាចលនាត្រង់ស៊ីនុយសូអ៊ីតនៃពេលដែលមានទំរង់:

$$x_{(t)} = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$x_m =$ អំព្លីទុតអតិបរមា

$\omega =$ ពុលសាស្យុង

$\varphi =$ ផាសដើម

យើងពិនិត្យទៅលើក្រាប

-ចំពោះ $t = 0\,;\ x = 0$

$$\Rightarrow\ 0 = x_m \cos(\omega \times 0 + \varphi)$$

$\Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{2}$

$\Rightarrow x = x_m \cos\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$

ហើយ $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ ក្នុងក្រាបវាធ្វើកន្លះខួប

$\Rightarrow \dfrac{T}{2} = 1\,\text{s}$

$\Rightarrow T = 2\,\text{s}$

$\Rightarrow \omega = \dfrac{2\pi}{2} = \pi\,\text{rd/s}$

-ចំពោះ $x = 2\,\text{cm}$; $t = 0{,}5\,\text{s}$

$\Rightarrow 2 = x_m \cos\left(\pi \times 0{,}5 + \dfrac{\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow x_m = 2\,\text{cm}$

$\Rightarrow$ សមីការចលនា $x = 2\cos\left(\pi . t + \dfrac{\pi}{2}\right)\text{cm}$

ខ- <u>ល្បឿនដើម</u>

$v = \dfrac{dx}{dt} = -2\pi \sin\left(\pi\, t + \dfrac{\pi}{2}\right)$

-ចំពោះ $t = 0$

$\Rightarrow v_0 = -2\pi \sin\left(\pi \times 0 + \dfrac{\pi}{2}\right)$

$\Rightarrow v_0 = -2\pi\,\text{cm/s}$

គ-សំទុះអតិបរមា

យើងមាន:

$a = \dfrac{dv}{dt} = -2\pi^2 \cos\left(\pi\, t + \dfrac{\pi}{2}\right)$

ដើម្បីអោយ *a* អតិបរមាលុះត្រាតែ $\cos\left(\pi\, t + \dfrac{\pi}{2}\right) = -1$

ដូច្នេះ $a_{ma\alpha} = 2\pi^2\ \text{cm/s}^2$

៥០-ក-ច្បាប់ពេលទូទៅនៃចលនាស៊ីនុយសូអ៊ីតសំដែងក្រោមទំរង់: $x = A\cos\omega t + B\sin\omega t + C$ ដែល A, B, C និង ω ជាចំនួនថេរ ។ ចូរសំដែងខ្នាតរបស់វាទាំងពីរនេះ ។

ខ- យើងជ្រើសរើសគល់អាប់ស៊ីសចំពោះ $C = 0$ ម្យ៉ាងទៀតយើងស្គាល់ x_0 និង v_0 នៃអាប់ស៊ីស x ស្មើនឹងល្បឿន $\frac{dx}{dt}$ នៅខណៈ $t = 0$ ។ ចូរកំនត់ A និង B ។

គ- ចូរបង្ហាញថា គេអាចសរសេរ x ក្រោមទំរង់: $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$ ។

ចូរកំនត់ x_m និង φ ដោយស្គាល់ x_0 និង v_0 ។

ចំលើយ

ក-យើងមានសមីការពេល:

$x = A\cos\omega t + B\sin\omega t + C$

បើ x គិតជា m ហើយ $\cos\omega t$ និង $\sin\omega t$ ជាតំលៃមេគុណគ្មានខ្នាត។

ដូចនេះយើងបានខ្នាតរបស់ A; B និង C គិតជា m ហើយ ω

ជាពុលសាស្យុងគិត ជា rad / s ។

ខ-កំនត់ A និង B

ក្នុងសមីការពេល $x = A\cos\omega t + B\sin\omega t + C$ ដោយជ្រើសរើសដើមពេល: $t = 0$, $C = 0$

ដូចនេះយើងបាន:

$x_0 = A.\cos\omega \times 0 + B\sin\omega \times 0 + 0 \Rightarrow A = x_0$

ហើយ $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin\omega t + B\omega\cos\omega t$

ចំពោះ $t = 0 \Rightarrow v_0 = -A\omega\sin\omega \times 0 + B\omega\cos\omega \times 0$

$\Rightarrow v_0 = B.\omega \Rightarrow B = \frac{v_0}{\omega}$

ដូចនេះយើងបាន $A = x_0; \ B = \frac{v_0}{\omega}$ ។

គ- សមីការខាងលើក្លាយទៅជា:

$x = x_0 \cos\omega t + \frac{v_0}{\omega}\sin\omega t$

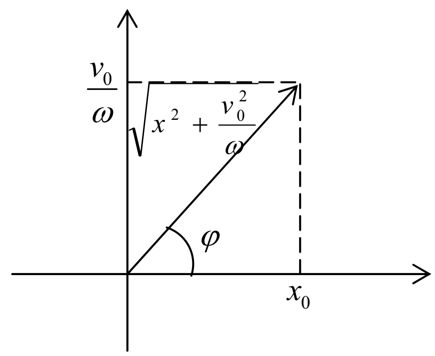
សមីការនេះយើងអាចសរសេរក្រោមទំរង់:

$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$

បើយើងគុណអង្គទីពីរនៃសមីការនឹង $\dfrac{\sqrt{x^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}}{\sqrt{x^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)}}$

$$\Rightarrow\ x=\sqrt{x^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}\left[\frac{x_0}{\sqrt{x^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}}\cos\omega t+\frac{\frac{v_0}{\omega}}{\sqrt{x^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}}\sin\omega t\right]$$

យើងបាន: $\dfrac{x_0}{\sqrt{x^2{}_0+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)}}=\cos\varphi$



$$\frac{\frac{v_0}{\omega}}{\sqrt{x^2{}_0+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}}=\sin\varphi$$

តាង $x_m=\sqrt{x^2{}_0+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$ ។

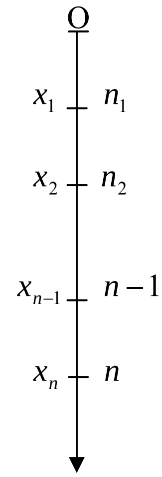
$$\Rightarrow x=x_m\left[\cos\varphi\cos\omega t+\sin\varphi\sin\omega t\right]$$

$$\Rightarrow\ x=x_m\cos(\omega t+\varphi)$$

ក្នុងនេះ $x_m=\sqrt{x_0{}^2+\left(\frac{v_0}{\omega}\right)^2}$

និង $\operatorname{tg}\varphi=\dfrac{\frac{v_0}{\omega}}{x_0}=\dfrac{v_0}{x_0\omega}\ \Rightarrow\quad \varphi=\operatorname{Arctg}\dfrac{v_0}{x_0\omega}$

៥១-រកចំងាយរបស់អង្គធាតុមួយក្នុងរយៈពេលទី n s របស់ទន្លាក់សេរី ។



ចំលើយ

គណនាចំងាយចរ

យើងជ្រើសរើសនៅខណៈ $t = 0,\ x_0 = 0,\ v_0 = 0$

-សមីការនៅខណៈទី n

$$x_n = \frac{1}{2} g n^2$$

-សមីការនៅខណៈទី $n-1$

$$x_{n-1} = \frac{1}{2} g (n-1)^2$$

ចំងាយចរគឺៈ $x_n - x_{n-1}$

$$\Rightarrow x_n - x_{n-1} = \frac{1}{2} g n^2 - \frac{1}{22} g (n-1)^2 = g\left(n - \frac{1}{2}\right)$$

៥២-នៅចំនុច O តែមួយ គេទំលាក់អង្គធាតុទីមួយ A ។ 0,1s ក្រោយមក គេទំលាក់អង្គធាតុទីពីរ B ។ A និង B មានចលនាទន្លាក់សេរី ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានបន្ទាប់ពីការចេញដំណើររបស់ A ចំងាយ $|\mathrm{AB}| = 1\,\mathrm{m}$?

រកចំងាយចរ និងល្បឿនរបស់អង្គធាតុនីមួយៗ ។ $g = 9{,}8$ *USI* ។

ចំលើយ

ក-រយៈពេល

យើងជ្រើសរើសនៅខណៈ $t = 0,\ x_0 = 0$ ជាខណៈពេលដែល អង្គធាតុ A ចេញដំណើរ ។

-សមីការរបស់អង្គធាតុ A

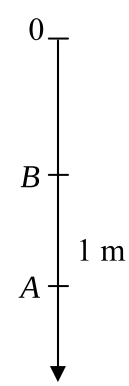
$$x_A = \frac{1}{2} g t^2$$

-សមីការរបស់អង្គធាតុ B

$$x_B = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g (t - 0{,}1)^2$$

ចំងាយៈ $AB = x_A - x_B = \frac{1}{2} g t^2 - \frac{1}{2} g (t - 0{,}1)^2$

$$= 0{,}1 g t - 0{,}005 g$$



$\Leftrightarrow\ 0{,}1\times 9{,}8t - 0{,}005\times 9{,}8 = 1\ ,\ \mathrm{AB} = 1\,\mathrm{m}$

$\Rightarrow t = 1{,}07\ \mathrm{s}$

ខ-គណនាចំងាយចរ

$x_A = \frac{1}{2}\cdot 9{,}8(1{,}07)^2 = 5{,}4\,\mathrm{m}$

$x_B = 5{,}4 - 1 = 4{,}4\,\mathrm{m}$

c). គណនាល្បឿន

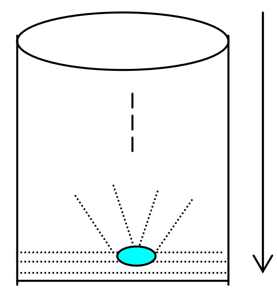
$v_A = g\cdot t = 9{,}8\times 1{,}07 = 10{,}48\,\mathrm{m/s}$

$v_B = 9{,}8\times(1{,}07) - 0{,}1) = 9{,}5\ \mathrm{m/s}$

៥៣-ឃ្លីមួយត្រូវគេទំលាក់ពីមាត់អណ្តូងដោយចលនាទន្លាក់សេរី ។ $4s$ ក្រោយមកអ្នកសង្កេតដែលនៅមាត់អណ្តូង ទើបលឺការទង្គិចរវាងឃ្លីនិងទឹក ។ ល្បឿនដំណោលរបស់សំលេងមាន $340m/s$ ។

គណនាជំរៅអណ្តូង (សូមបញ្ជាក់ថា ផ្ទៃទឹកនៅជាប់បាតអណ្តូង) ។

<u>ចំលើយ</u>



គណនាជំរៅអណ្តូង

-នៅខណៈឃ្លីមានចលនាទន្លាក់សេរី ជ្រើសរើស

$t = 0,\ x_0 = 0\ ,\ v_0 = 0$

សមីការ: $x = \frac{1}{2}g\cdot {t_1}^2$

តាង t_2 ជារយៈពេលដែលល្បឿនសំលេងដោលពីផ្ទៃទឹកដល់មាត់ អណ្តូង: $h = v\cdot t_2$

តែ $h = x$

$\Rightarrow \frac{1}{2}g{t_1}^2 = vt_2$ ដោយ $t_1 + t_2 = 4\,\mathrm{s} \Rightarrow t_2 = 4 - t_1$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}g t^2 = v(4 - t_1)\ ,\ v = 340\ \mathrm{m/s}$

ជំនួសយើងបាន:

$4{,}9{t_1}^2 + 340t - 1360 = 0$

$\Delta' = (170)^2 - 4{,}9\times(-1360) = 3564 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta'} = 188{,}58$

$\Rightarrow t_1 = \frac{-170 \pm 188{,}58}{4{,}9}$ យកតែតំលៃវិជ្ជមាន ព្រោះ $t_1 > 0$

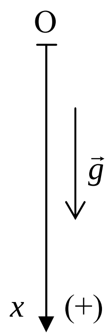
$\Rightarrow t_1 = \frac{188{,}58 - 170}{4{,}9} = 3{,}8\ \mathrm{s}$

ជំរៅអណ្តូងគឺ:

$$h = x = \frac{1}{2} g \cdot t_1^{\ 2} = \frac{1}{2} \times 9{,}8 \times (3{,}8)^2 = 70{,}7 \text{ m}$$

៥៤-គេទំលាក់អង្គធាតុមួយពីកំពស់ 1000 m ។ តើអស់រយៈពេលប៉ុន្មាន ហើយមានល្បឿនប៉ុន្មាន នៅពេលវាធ្លាក់មកដល់ដី បើគេគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់ ? $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$ ។

<u>ចំលើយ</u>



រយៈពេលអង្គធាតុធ្លាក់មកដល់ដី

-ដៅទិសវិជ្ជមានចុះក្រោម $a = +g$

-នៅខណៈ $t = 0,\ x_0 = 0\,,\ v_0 = 0$

-សមីការចលនា:

$$x = \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{g}}$$

$$\Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times 1000}{9{,}8}} = 14{,}28 \text{ s}$$

៥៥-គេចោលអង្គធាតុមួយឡើងលើតាមបណ្តោយខ្សែឈរដោយល្បឿនដើម 3m/s ពីកំពស់ 300 m ។

-តើវាឡើងទៅលើបានកំពស់ប៉ុន្មាន?

-តើអស់រយៈពេលប៉ុន្មានទើបវាឆ្លងកាត់ទីតាំងដើមឡើងវិញ?

-តើល្បឿនវាស្មើប៉ុន្មាន ពេលឆ្លងកាត់ទីតាំងដើមរបស់វា?

-តើអស់រយៈពេលប៉ុន្មានទើបវាទៅដល់ដី?

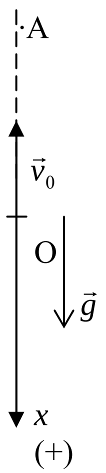
-រកល្បឿនវានៅពេលវាមកដល់ដី ។ $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$

<u>ចំលើយ</u>

-កំពស់ឡើងបាន (ធៀប O)

-ដៅទិសវិជ្ជមានចុះក្រោម

-យើងយកOជាគល់អាប់ស៊ីសនៅខណៈ $t = 0,\ x_0 = 0\,,\ v_0 = -3\,\text{m/s}$



សមីការចលនា:

$$x=\frac{1}{2}gt^2+v_0t$$

$$x=\frac{1}{2}\times 9,8t-3t$$

តាមទំនាក់ទំនង: $v^2-v_0=2g(x-x_0)$, $x_0=0$

ត្រង់ចំនុច A: $v_A=0$ (អស់ល្បឿនត្រូវធ្លាក់មកវិញ)

$$\Rightarrow x_A=\frac{v^2-{v_0}^2}{2g}$$

$$=\frac{0-(-3)^2}{2\times 9,8}=-0,45\,\text{m}$$

-រយៈពេលដែលវាឆ្លងកាត់ទីតាំងដើម

$$x=0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\times 9,8t^2-3t=0$$

$$\Leftrightarrow t(4,9t-3)=0 \Rightarrow t=0\,;\ t=0,61\,\text{s}$$

$t=0$ ត្រូវនឹងពេលចេញដំណើរ

$t=0,61\text{s}$ ជារយៈពេលត្រឡប់មកគន្លងដើមវិញ។

-ល្បឿនពេលឆ្លងកាត់ទីតាំងដើម O:

$$v=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}9,8t^2-3t\right)=9,8t-3$$

ដោយ $t=0,61\text{s} \Rightarrow v=9,8\cdot 0,61-3=3\,\text{m/s}$

-រយៈពេលដែលចេញពី O ដល់ A

ត្រង់ A: $v_A=0$

$$\Rightarrow 9,8\cdot t-3=0 \Rightarrow t=\frac{3}{9,8}=0,306\text{s}$$

$\Rightarrow$ រយៈពេលពី $A\rightarrow O$ ស្មើ $O\rightarrow A$ ។

-រយៈពេលធ្លាក់ដល់ដី

សមីការចលនា:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\,,\ a=+g\,,\ v_0=-3\,\text{m/s}$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{2}9,8\cdot t^2-3t=4,9t^2-3t$$

ពេលធ្លាក់មកដល់ដីយើងបាន: $x = 300\text{m}$

$\Rightarrow 300 = 4{,}9t^2 - 3t$

$\Rightarrow 4{,}9t^2 - 3t - 300 = 0$

$\Delta = 3^2 - 4\times 4{,}9(300) = 5889 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 76{,}73\text{ s}$

$\Rightarrow t = \dfrac{3 \pm 76{,}73}{2\times 4{,}9}$ (ឫសអវិជ្ជមានមិនយក $t < 0$)

$\Rightarrow t = \dfrac{3 + 76{,}73}{2\times 4{,}9} = 8{,}13\text{s}$

-ល្បឿនពេលធ្លាក់ដល់ដី

$v = 9{,}8t - 3 = 9{,}8\times 8{,}13 - 3 = 76{,}67\text{ m/s}$

៥៦-ថ្មមួយដុំបានចំនាយពេល ដើម្បីធ្លាក់ដល់បាតអណ្តូង ។

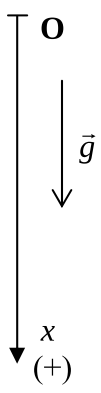
ក-រកជំរៅអណ្តូង ។

ខ-រករយៈពេលដើម្បីអោយវាធ្លាក់ដល់បាតអណ្តូង ដែលមានជំរៅ 4 ដង , 9 ដង , 16 ដង ជ្រៅជាងមុន ។

យក g = 9,8 m/s^2

ចំលើយ

ក-ជំរៅអណ្តូង



ជ្រើសរើស

-Oជាគល់អាប់ស៊ីសជាកន្លែងចេញដំណើរ $x_0 = 0$

-ទិសដៅ (+) ចុះក្រោម $a = +g$

សមីការចលនា:

$x = \dfrac{1}{2}gt^2 \Leftrightarrow x = 4{,}9t^2$

រយៈពេលធ្លាក់ដល់បាតអណ្តូង $t = 2\,\text{s}$

ជំរៅអណ្តូងគឺ: $x = 4{,}9\times 3^2 = 44{,}1\text{m}$

ខ-រយៈពេល

$x = \dfrac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{2x}{g}}$

-ជ្រៅជាងមុន ៤ ដង

$t = \sqrt{\dfrac{2\times 4\times 44{,}1}{9{,}8}}$ = 6s

-ជ្រៅជាងមុន 9 ដង

$t = \sqrt{\dfrac{2\times 9\times 44{,}1}{9{,}8}}$ = 9s

-ជ្រៅជាងមុន 16 ដង

$t = \sqrt{\dfrac{2\times 16\times 44{,}1}{9{,}8}}$ = 12s

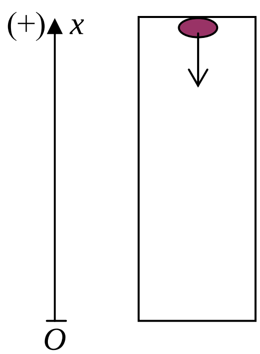
៥៧-ជណ្តើរយន្តមួយដែលគេសន្មតជាក្តាររាប ហើយដេក ធ្វើចលនាឡើងលើដោយចលនាស្មើនៅក្នុងបន្ទប់យោងមួយដែលមានកំពស់ 30m ។ ក្នុងចំងាយនេះវាធ្វើអស់រយៈពេល15s ។ នៅខណៈដែលវាចេញដំណើរ អ្នកសង្កេតម្នាក់នៅលើដំបូលបន្ទប់យោង បានទំលាក់ឃ្លីមួយដែលទៅប៉ះក្តាររបស់ជណ្តើរយន្ត ។

ក-សរសេរសមីការពេលនៃសមីការទាំងពីរ បើគេយកដើមពេលជាខណៈដែលជណ្តើរយន្តចេញដំណើរ ហើយគល់អាប់ស៊ីសជាចំនុចទាបបំផុតរបស់បន្ទប់យោង ហើយបើគេដៅអ័ក្សអាប់ស៊ីសឡើងលើ ។ g = 9,8 m/s^2

ខ-តើនៅខណៈពេលណាទើបក្តារនិងឃ្លីជួបគ្នា?

គ-គូសនៅលើដ្យាក្រាមតែមួយនូវចំងាយចរ(សមីការចលនា) របស់ចលនាទាំងពីរ ។ រកឡើងវិញនូវលទ្ធផលខាងលើ ។

<u>ចំលើយ</u>



ក-សមីការចលនា

-ជណ្តើរយន្ត

-ដៅទិសដៅវិជ្ជមានឡើងលើ

វាមានចលនាស្មើដោយ $v_A = \dfrac{x_A}{t} = \dfrac{30}{15} = 2\text{m/s}$

សមីការចលនា: $x_A = 2t$

-ចំពោះឃ្លីជាចលនាទន្លាក់សេរី

សំទុះ $a = -g = -9{,}8\,\text{m/s}^2$

$$t = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 30\,\text{m} \\ v_0 = 0 \end{cases}$$

$$x_B = \frac{1}{2}gt^2 + x_0 = -4{,}9t^2 + 30$$

ខ- ខណៈពេលជួបគ្នា

ពេលជួបគ្នា $x_A = x_B$

$\Rightarrow\ 2t = -4{,}9t^2 + 30$

$\Leftrightarrow\ 4{,}9t^2 + 2t - 30 = 0$

$\Delta' = 1 - 4{,}9(-30) = 148 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 12{,}16$

$\Rightarrow t = \dfrac{-1 \pm 12{,}16}{4{,}9}$ (ចំលើយអវិជ្ជមានមិនយក)

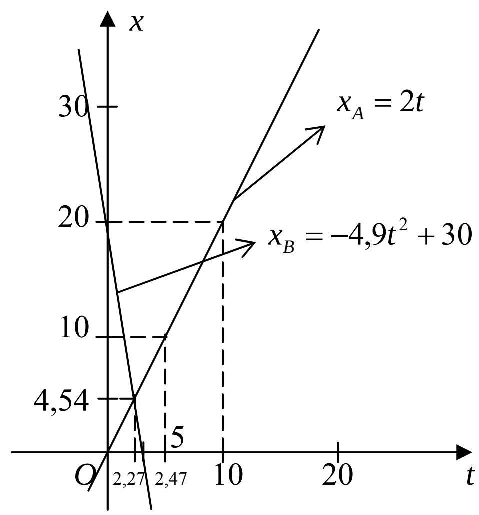
$\Rightarrow\ t = \dfrac{-1 + 12{,}16}{4{,}9} = 2{,}27\text{s}$

កំពស់ជួបគ្នា: $x_A = 2t = 2 \times 2{,}27 = 4{,}54\,\text{m}$

គ-គូសដ្យាក្រាម

តាង t ជាអ័ក្សអាប់ស៊ីស

តាង x ជាអ័ក្សអរដោនេ



$x_A = 2t$

$x_B = \dfrac{1}{2}gt^2 + 30$

$\quad = -4{,}9t^2 + 30$

$t = 0 \Rightarrow x_B = 30$

$x_B = 0 \Rightarrow t = \sqrt{\dfrac{30}{4{,}9}} = 2{,}47\text{ s}$

តាមក្រាបយើងបាន:

$t = 2{,}27\text{s}$; $x = 4{,}54\text{m}$

៥៨-ក្នុងរយៈពេល $1s$ ចុងក្រោយនៃទន្លាក់សេរីមួយដែលគ្មានល្បឿនដើម អង្គធាតុមួយចរបាន $15m$ ។ តើវាធ្លាក់ពីកំពស់ណា?

<u>ចំលើយ</u>

កំពស់អង្គធាតុធ្លាក់

-តាង t_1 ជាខណៈចុងក្រោយ

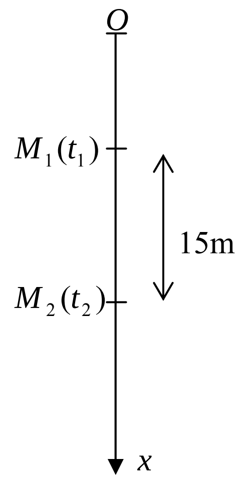
-តាង t_2 ជារយៈបន្ទាប់

តាមរូបមន្តទន្លាក់សេរី:

$$x = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + x_0$$

$$a = +g$$

$$t = 0\ ,\ \begin{cases} x_0 = 0 \\ v_0 = 0 \end{cases}$$



សមីការចលនា: $x = \frac{1}{2}g\,t^2$

នៅខណ: t_1 : $x_1 = \frac{1}{2}g\,t_1{}^2$

នៅខណ: t_2 : $x_2 = \frac{1}{2}g\,t_2{}^2$

ម្យ៉ាងទៀតល្បឿនខណ:

$$v_1 = \frac{dx_1}{dt_1} = g\,t_1 \qquad v_2 = \frac{dx_2}{dt_2} = g\,t_2$$

$\Rightarrow v_2 - v_1 = g(t_2 - t_1)$ ដែល $t_2 - t_1 = 1\,\text{s}$ $\Rightarrow v_2 - v_1 = g$

តាមទំនាក់ទំនង: $v_2{}^2 - v_1{}^2 = 2g(x_2 - x_1)\,,\ x_2 - x_1 = 15\,\text{m}$

$\Leftrightarrow (v_2 + v_1)(v_2 + v_1) = 2g \times 15$

$\Leftrightarrow (v_2 + v_1) \times g = 30g$

$\Rightarrow v_2 + v_1 = 30$

ដូចនេះយើងបានប្រព័ន្ធសមីការ:

$$+\begin{cases} v_2 - v_1 = g \\ v_2 + v_1 = 30 \end{cases}$$

$$2v_2 = 9{,}8 + 30$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{39{,}8}{2} = 20\,\text{m/s}$$

ហើយ $v_2{}^2 - v_0{}^2 = 2g(x_2 - x_1)\,,\ x_0 = 0\,,\ v_0 = 0$

$$\Rightarrow v_2{}^2 = 2gx_2 \Rightarrow x_2 = \frac{v_2{}^2}{2g}$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{20^2}{2 \times 9{,}8} = 20{,}40m$$

៥៩-អង្គធាតុមួយត្រូវគេចោលតាមខ្សែដេក។ ក្រោយរយៈពេល $t = 5\,\text{s}$ មុំផ្គុំឡើងដោយវ៉ិចទ័រល្បឿន និងវ៉ិចទ័រសំទុះ បានមុំ 45° ។ កំនត់ល្បឿននៅខណៈនេះ។

<u>ចំលើយ</u>

ល្បឿននៅខណៈ $t = 5\ \mathrm{s}$

យើងយក *O* ជាគល់អាប់ស៊ីស ហើយជាកន្លែងដែលគេ

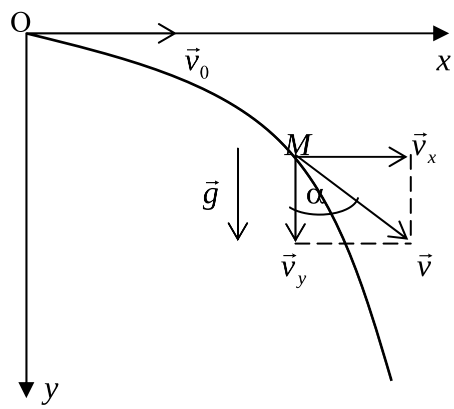
ចោលអង្គធាតុត្រូវនឹងខណៈ $t = 0$ ។

-អ័ក្ស (Ox) ជាអ័ក្សដេក

-អ័ក្ស (Oy) ជាអ័ក្សឈរ ហើយមានទិសដៅចុះក្រោម ។

យកចំនុច M ដែលត្រូវនឹង $(\vec{v}, \vec{g}) = \alpha = 45^{\circ}$

ហើយ $\vec{v}\left| \begin{array}{l} v_x \\ v_y \end{array} \right.$ ឬ $v = v_x + v_y$



$\Rightarrow$ ត្រីកោណ $M\,v_y v$ ជាត្រីកោណកែងសមបាត ។

$\Rightarrow v_x = v_y$

$\Rightarrow v^2 = {v_x}^2 + {v_y}^2 = 2{v_y}^2 \Rightarrow v = v_y\sqrt{2}$

សមីការចលនាតាមអ័ក្ស (Oy):

$a = +g\,,\ y_0 = 0\,,\ v_{Oy} = 0$

$y = \dfrac{1}{2} g\,t^2 \Rightarrow v_y = \dfrac{dy}{dt} = g \cdot t$

$\Rightarrow v = g \cdot t\sqrt{2} = 10 \times 5 \times \sqrt{2} = 70{,}71\ \mathrm{m/s}$

៦០- A. យន្តហោះមួយហោះតាមទិសដេកនៅរយៈកំពស់ 8740 m ដោយល្បឿន 450 km/h បានទំលាក់គ្រាប់បែក នៅពេលវាធ្លាក់ពីលើខ្សែឈរកាត់តាមចំនុច A នៃផ្ទៃដី ។

a). តើអស់រយៈពេលប៉ុន្មាន ទើបគ្រាប់បែកទៅប៉ះនឹងផ្ទៃដី?

b). គណនាចំងាយចររបស់យន្តហោះ ចាប់ពីពេលវាទំលាក់ត្រង់កន្លែងផ្ទុះ ។

c). តើគ្រាប់បែកនេះផ្ទុះនៅចំងាយប៉ុន្មានពីចំនុច A (ក្នុងលំហាត់គេមិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់ទេ) ?

B. សន្មតថា យន្តហោះហោះតែកំពស់ 1960 m ។ តើវាត្រូវមានល្បឿនប៉ុន្មាន នៅពេលវាចាប់ផ្តើមទំលាក់គ្រាប់ ដើម្បីអោយគ្រាប់ក្រោយនេះធ្លាក់ក្នុងរង្វង់មួយដែលមានកាំ 200m ពីចំនុច A ។

តើល្បឿននេះសមស្របឬទេ?

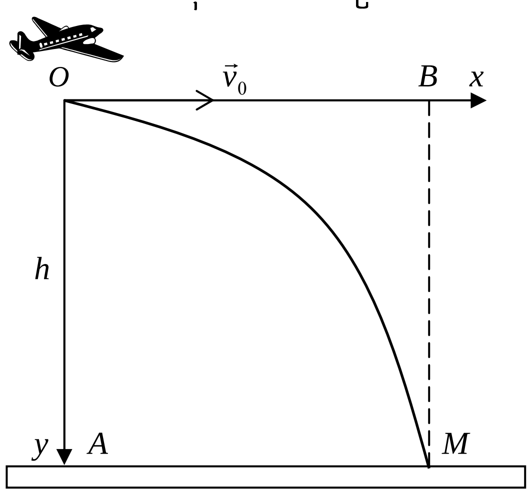
C. ល្បឿនរបស់យន្តហោះមានតំលៃ 369 km/h ។ តើវាទំលាក់គ្រាប់បែកពីរយៈកំពស់ប៉ុន្មាន? បើយន្តហោះហោះជ្រមុជដោយផ្គុំជាមួយខ្សែឈរបានមុំមួយតំលៃ9° ដើម្បីអោយគ្រាប់បែកស្ថិតពីរង្វង់មួយពីចំនុច A ដោយមានកាំតូចជាង $R<156m$ ។ យក $g=9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ ។

ចំលើយ

A. a). រករយៈពេលទំលាក់គ្រាប់បែក

តាងOជាចំនុចដែលយន្តហោះចាប់ផ្តើមទំលាក់គ្រាប់បែក

ដែលជាគល់អាប់ស៊ីសដែលយើងជ្រើសរើស នៅខណៈ $t=0$ ។



យើងបានតារាង:

អ័ក្ស	សំទុះ	ល្បឿនដើម	សមីការចលនា
Ox	$a_x=0$	$v_{Ox}=v=cte$	$x=v_x\cdot t$ (1)
Oy	$a=+g$	$v_{Oy}=0$	$y=\frac{1}{2}g\cdot t^2$ (2)

ពី (2) $\Rightarrow t=\sqrt{\frac{2y}{g}}$

ពេលគ្រាប់បែកធ្លាក់ដល់ដីត្រង់ $M \Rightarrow M(x = OB; y = h)$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}, h = 7840\text{m}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times 7840}{9,8}} = 40\text{s}$$

b). ចំងាយរបស់យន្តហោះ

សមីការចលនារបស់យន្តហោះគឺ: $x = v_0 \cdot t$

ដូចចលនារបស់គ្រាប់បែកគិតតាម Ox ។

ដោយ $t = 40$ ស ហើយ $v_0 = 450\,k\,\text{m/h} = 125\,\text{m/s}$

យន្តហោះចរបាន: $x = 125 \times 40 = 500\text{m} = 5\text{km}$

c). <u>ចំងាយធ្លាក់</u>

BI (1) $\Rightarrow x = v_0 \cdot t$ ហើយ $AM = x = v_0 \cdot t$

$AM = 125 \times 40 = 5\text{km}$

B. សមីការយន្តហោះ

-យន្តហោះមានចលនាស្មើ (ox): $x = v \cdot t$

-អ័ក្ស Ox: $a_x = 0 \Rightarrow v =$ ថេរមានចលនាស្មើ

$v_{ox} = v_0 =$ ថេរ $\Rightarrow x = v_0 \cdot t$ (3)

-អ័ក្ស Oy

សំទុះ $a = +g$

ល្បឿនដើម $v_{Ox} = 0$

សមីការចលនា: $y = \frac{1}{2} g t^2$ (4)

ពី (3) និង (4) យើងបាន:

$$y = \frac{g}{2{v_0}^2} \cdot x^2 \Rightarrow y = \frac{4,9}{{v_0}^2} x^2 \quad (5)$$

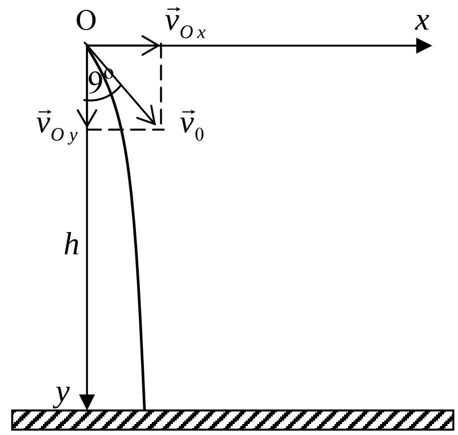
ពេលធ្លាក់ដល់ដីត្រង់ ៉ដែល M(x = AM = r = 200m, y = 1960m)

$$(5) \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{\frac{4,9 \times x^2}{y}} = \sqrt{\frac{4,9 \times (200)^2}{1960}} = 10\,\text{m/s}$$

ឬ $v_0 = 36\,\text{Km/h}$

ល្បឿននេះមិនសមស្របទេ ក្នុងការហោះហើរ ។

C). គណនាកំពស់



-អ័ក្ស ox :

សំទុះ $a_x = 0 \Rightarrow v_x$ = ថេរ

ល្បឿនដើម $v_{ox} = v_0 \cdot \sin 9^o$

សមីការចលនា: $x = v_0 \sin 9^o \cdot t$ (a)

-អ័ក្ស Oy

សំទុះ $a = +g$

ល្បឿនដើម $v_{Oy} = v_0 \cdot \cos 9^o$

សមីការចលនា: $y = \frac{1}{2}gt^2 + v_{Oy} \cdot t + y_0$

ឬ $y = 4{,}9t^2 + v_0 \cos 9^o \cdot t$ (b)

$$\text{(b)} \Rightarrow y = 4{,}9\left(\frac{x}{v_0 \sin 9^o}\right)^2 + v_0 \sin 9^o \left(\frac{x}{v_0 \sin 9^o}\right)$$

$$\Rightarrow y = 4{,}9\frac{x^2}{{v_0}^2 \sin^2 9^o} + x \,\text{cotg}\, 9^o$$

$\sin 9^o = 0{,}1564$, $\text{cotg}\, 9^o = 6{,}314$, $v_0 = 360\,\text{km/h} = 100\,\text{m/s}$

$$\Rightarrow y = 4{,}9 \cdot \frac{x^2}{100^2 \times 0{,}1564} + 6{,}314 \cdot x$$

$$y = 0{,}003x^2 + 6{,}314 \times 156 = 73 + 985$$
$$= 1058\text{m}$$

៦១-ថ្មមួយដុំត្រូវគេចោលតាមទិសដេក ។ ក្រោយរយៈពេល $t = 0{,}5s$ ថ្មបានធ្លាក់ដល់ដី ហើយស្ថិតនៅចំងាយពីកន្លែង ចោល $\ell = 5m$ (គិតនៅលើដី) ។

ចូរគណនា:

ក- កំពស់ h របស់ដុំថ្មនៅពេលគេចាប់ផ្តើមចោល ។

ខ- ល្បឿនដើម v_0 របស់ថ្ម ។

គ- ល្បឿនរបស់ថ្មនៅពេលធ្លាក់ដល់ដី ។

ឃ- មុំ α ផ្គុំឡើងដោយល្បឿន និងទិសដេកនៅខណៈ $t = 0{,}2s$ ។ $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$ ។

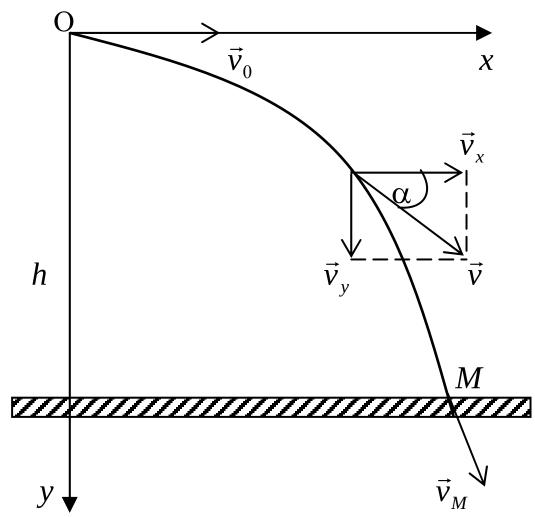
ចំលើយ

ក- កំពស់ h

សិក្សាចលនារបស់ដុំថ្មនៅក្នុងតំរុយ (Oxy) ។

Oជាគល់អាប់ស៊ីស ហើយជាកន្លែងដែលចាប់ផ្តើមចោលថ្ម ។

ចលនាតាមអ័ក្ស:



– (Ox):

សំទុះ $a_x = 0 \Rightarrow v_x$ = ថេរ

$\Rightarrow v_x = v_{Ox} = v_0$

សមីការ: $x = v_0 \cdot t$ (1)

-(Oy):

សំទុះ $a = +g$

ល្បឿនដើម: $v_{0y} = 0$

សមីការ: $y = \frac{1}{2}gt^2$ (2)

$(1) \Rightarrow t = \frac{x}{v_0}$

$(2) \Rightarrow y = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = \frac{4,9}{v_0^{\ 2}}x^2$

ពេលធ្លាក់ដល់ដីអស់រយៈពេល $t = 0,5\,\text{s}$

$(2) \Rightarrow y = h = \frac{1}{2}9,8(0,5)^2 = 1,225\text{m}$

ខ.- ល្បឿនដើម

$(1) \Rightarrow v_0 = \frac{x}{t} = \frac{5}{0,5} = 10\,\text{m/s}$

គ- ល្បឿនពេលធ្លាក់: $v_M^{\ 2} - v_0^{\ 2} = 2gh$

$\Rightarrow v_M^{\ 2} = 2gh + v_0^{\ 2} = 2 \times 9,8 \times 1,225 + 100 = 124,01$

$\Rightarrow v_M = 11,14\,\text{m/s}$

ឃ- គណនាមុំ α កើតឡើងដោយល្បឿន និងទិសដេក

តាង B ជាទីតាំងរបស់ថ្មនៅខណៈ $t = 0,2\text{s}$ ។

$\Rightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{v_y}{v_x}$

ដោយ $v_x = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{d(v_0 t)}{dt} = v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2}gt^2\right)}{dt} = g \cdot t = 1{,}96\,\mathrm{m/s}$$

$$\Rightarrow \ \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{1{,}96}{10} = 0{,}196$$

$$\Rightarrow \ \alpha = \mathrm{Arctg}\,0{,}196 = 11^\circ 5'$$

៦២-គ្រាប់បាញ់មួយត្រូវគេបាញ់ពីចំនុច A នៅរយៈកំពស់ $h = 100\,\mathrm{m}$ តាមទិសដៅមួយដែលផ្គុំបាន 45° ធៀបនឹងប្លង់ដេកនៃដី ។ ល្បឿនដើមរបស់វាមានតំលៃ $v_0 = 45\mathrm{m/s}$ ។ គេមិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់ទេ ។

គណនា:

ក-កំពស់អតិបរមាដែលគ្រាប់បានទៅដល់ ។

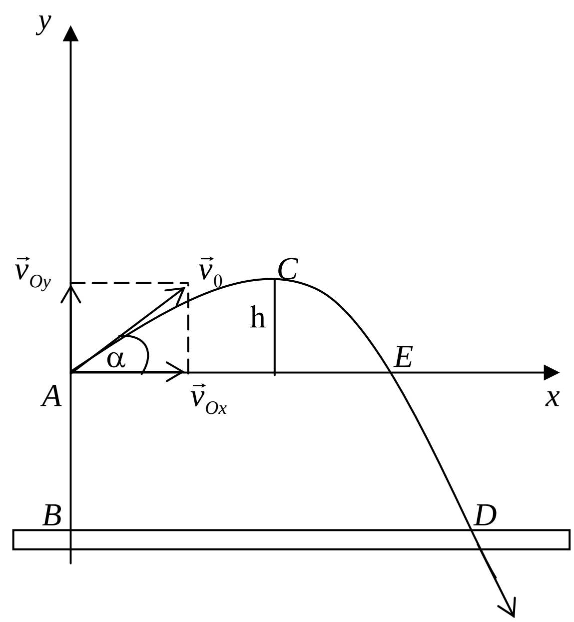
ខ-ចំងាយរវាងចំនុចធ្លាក់នៅនឹងដី និងខ្សែឈរកាត់ចំនុច A ទៅផ្ទៃដី ។

គ-រយៈពេលដែលគ្រាប់បានទៅដល់ដី ។

ឃ-ល្បឿននៅពេលទៅដល់ដី ។ $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ ។

ចំលើយ

ក-<u>គណនាកំពស់អតិបរមា h</u>



យក A ជាគល់អាប់ស៊ីស ។

អ័ក្ស Ax ជាអ័ក្សដេក ។

Ay ជាអ័ក្សឈរ មានទិសដៅបូកទៅលើ ។

នៅខណៈ $t = 0$ គេបាញ់ចេញពីចំនុច A ដោយល្បឿនដើម $\vec{v}_0$ ។

សមីការចលនាតាមអ័ក្សនីមួយៗ

-ចំពោះ Ax:

សំទុះ $a_x = 0$

$\Rightarrow v_x$ = ថេរ ចលនាស្មើ

ល្បឿនដើម: $v_{Ox} = v_0 \cos\alpha = v_x$ = ថេរ

សមីការ: $x = v_x \cdot t$ = $v_0 \cos\alpha \cdot t$ (1)

-ចំពោះ *Oy*

សំទុះ $a = -g$ ចលនាប្រែប្រួល

ល្បឿនដើម: $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$

សមីការ: $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t$ (2)

ត្រង់កំពូល ល្បឿនមានតំលៃសូន្យ (តាមអ័ក្ស *Oy)*

$v_y = \frac{dy}{dt}$ = $-gt + v_0 \sin\alpha$ = $0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$

ដោយ $\alpha = 45^o$, $v_0 = 45\,\mathrm{m/s}$

$$\Rightarrow t = \frac{45 \times \frac{\sqrt{2}}{2}}{9{,}8} = 3{,}24\mathrm{s}$$

យើងបាន: $y_C = h = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t$

$$\Leftrightarrow h = -\frac{1}{2} \times 9{,}8 \times (3{,}24)^2 + 45 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \times 3{,}24 = 51{,}65\ \mathrm{m}$$

បើគិតពីផ្ទៃដី យើងបាន: $y = AB + h = 100 + 51{,}65 = 151{,}65\mathrm{m}$

ខ-គណនាចំងាយដេក *BD*

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t$$

ពេលធ្លាក់ដល់ដី យើងបាន: $y = 0$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t = -100$$

$$\Leftrightarrow -4{,}9t^2 + 31{,}81 \cdot t = -100$$

$$\Leftrightarrow 4{,}9t^2 - 31{,}81 \cdot t - 100 = 0$$

$$\Delta = (-31{,}81)^2 - 4 \times 4{,}9(-100) = 2971{,}87$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta} = 54{,}51$$

$\Rightarrow t = \frac{31{,}81 - 54{,}51}{2 \times 4{,}8}$ (ឫសវិជ្ជមានមិនយក)

$$\Rightarrow t = \frac{31{,}81 + 54{,}51}{2 \times 4{,}8} = 8{,}99\text{s}$$

ចំងាយធ្លាក់:

$$BD = x = v_0 \cos\alpha \cdot t$$

$$x = 45 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \times 8{,}99 = 286{,}06\text{m}$$

គ-រយៈពេលគ្រាប់ធ្លាក់ដល់ដី

$t = 8{,}99\text{s}$

ឃ-ល្បឿនពេលធ្លាក់ដល់ដី

តាមច្បាប់រក្សាថាមពល (ត្រង់ A និង B)

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 + mg \cdot AB = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Rightarrow v^2 = {v_0}^2 + 2g \cdot AB$$

$$= (45)^2 + 2 \times 9{,}8 \times 100 = 3985$$

$$\Rightarrow v = 63{,}12 m/s$$

៦៣-គ្រាប់បាញ់មួយត្រូវបានគេបាញ់ដោយល្បឿន $v_0 = 200\,\text{m/s}$ ។ គណនាចំពោះចំងាយធ្លាក់ដេកមានប្រវែង $d = 2500\text{m}$:

ក-មុំបាញ់ដែលកើតមាន។

ខ-កំពស់អតិបរមា។

គ-រយៈពេលបាញ់ដែលគ្រាប់បានធ្លាក់ដល់ដី។

ឃ-ល្បឿនពេលប៉ះដី។

ង-ចំងាយធ្លាក់ដេកអតិបរមា។

<u>ចំលើយ</u>

ក-មុំបាញ់

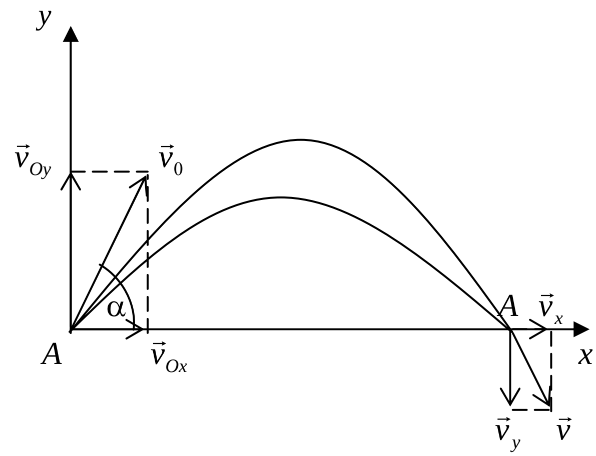
យើងសិក្សាចលនាគ្រាប់បាញ់នៅក្នុងតំរុយកាលីលេ $\Re(0;\vec{i}\,;\,\vec{j})$

នៅខណៈ $t = 0$ ជាខណៈពេលដែលគេចាប់ផ្តើមបាញ់ ដោយល្បឿនដើម $\vec{v}_0$ ។

សរសេរសមីការចលនាគ្រាប់បាញ់

ចលនាតាមអ័ក្សនីមួយៗ:

-អ័ក្ស Ox:



សំទុះ $a_x = 0 \Rightarrow v_x =$ ថេរ

ល្បឿនដើម $v_{Ox} = v_0 \cos\alpha$

សមីការ: $x = v_x \cdot t$

តែ $v_x = v_{Ox} = v_0 \cos\alpha$

$\Rightarrow x = v_0 \cos\alpha \cdot t \qquad (1)$

-អ័ក្ស Oy:

សំទុះ $a_y = -g$

ល្បឿនដើម: $v_{0y} = v_0 \sin\alpha$

សមីការ: $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{Oy} \cdot t$

$$= -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha \cdot t \qquad (2)$$

សមីការគន្លង (បំបាត់ t ក្នុង (1) និង (2))

យើងបាន:

$$y = -\frac{1}{2}\frac{g}{v_0{}^2 \cos^2\alpha} \cdot x^2 + x\,\mathrm{tg}\,\alpha \qquad (3)$$

ពេលគ្រាប់ធ្លាក់ដល់ដីត្រង់ A: $y = 0$

$$(3) \Rightarrow x\left(-\frac{1}{2}\frac{g}{v_0{}^2 \cos^2\alpha} + \mathrm{tg}\,\alpha\right) = 0$$

$\Rightarrow x = 0$ b¤ $-\frac{1}{2}\frac{g}{v_0{}^2 \cos^2\alpha} \cdot x + \mathrm{tg}\,\alpha = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{2v_0{}^2 \cos^2\alpha}{g} t\,g\,\alpha = \frac{v_0{}^2 \sin 2\alpha}{g}$$

$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{x \cdot g}{v_0{}^2}, x = d$ ចំងាយធ្លាក់

$$\sin 2\alpha = \frac{2500 \times 9{,}8}{(200)^2} = 0{,}6125$$

$(\Rightarrow 2\alpha = 37{,}77^{\circ} \Rightarrow \alpha = 18{,}88^{\circ})$

ឬ $\sin 2\alpha = \sin 37{,}77^{\circ}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\alpha_1 = 37{,}77^{\circ} \\ 2\alpha_2 = 180^{\circ} - 37{,}77^{\circ} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = 18{,}88^{\circ} \\ \alpha_2 = 71{,}11^{\circ} \end{cases}$$

ដូចនេះគេមានអត្ថិភាពពីរក្នុងការបាញ់ ដើម្បីអោយបានចំងាយធ្លាក់តែមួយគឺα_1 ឬ α_2 ។

ខ-កំពស់អតិបរមា

ចំនុចអតិបរមា: $\dot{y} = \dfrac{dy}{dx} = 0$

ដោយ $y = -\dfrac{1}{2} g \dfrac{x^2}{{v_0}^2 \cos^2 \alpha} + x \,\mathrm{tg}\,\alpha$

$$\Rightarrow \dot{y} = -g \frac{x}{{v_0}^2 \cos^2 \alpha} + \mathrm{tg}\,\alpha = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{{v_0}^2 \cos^2 \alpha}{g} \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{{v_0}^2 \sin 2\alpha}{2g}$$

$$\Rightarrow h_{\max} = -\frac{g}{2{v_0}^2 \cos^2 \alpha} \left(\frac{{v_0}^2 \sin 2\alpha}{2g} \right)^2 + \mathrm{tg}\,\alpha \left(\frac{{v_0}^2 \sin 2\alpha}{2g} \right)$$

$$= \frac{{v_0}^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

-បើ $\alpha = \alpha_1 = 18{,}88^\circ \Rightarrow \sin 18{,}88^\circ = 0{,}3235$

$$\Rightarrow h_{\max_1} = \frac{(200)^2 \times (0.3235)^2}{2 \times 9{,}8} = \boxed{213{,}57\mathrm{m}}$$

-បើ $\alpha = \alpha_2 = 71{,}11^\circ \Rightarrow \sin 71{,}11^\circ = 0{,}9461$

$$\Rightarrow h_{\max_2} = \frac{(200)^2 \times (0{,}9461)^2}{2 \times 9{,}8} = \boxed{1826{,}74\mathrm{m}}$$

គ-រយៈពេលបាញ់

យើងសរសេរសមីការឡើងវិញ

$x = v_0 \cos\alpha \cdot t \Rightarrow t = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha}$

-ចំពោះ $\alpha = \alpha_1 \Rightarrow t_1 = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha_1} = \dfrac{2500}{200 \times \cos 18{,}88^\circ}$

$$\Rightarrow t_1 = 13{,}21 s$$

-ចំពោះ $\alpha = \alpha_2 \Rightarrow t_2 = \dfrac{x}{v_0 \cos\alpha_2} = \dfrac{2500}{200 \times \cos 71{,}11^\circ}$

$$\Rightarrow t_2 = 38{,}61 s$$

ឃ-ល្បឿនពេលធ្លាក់ដល់ដី

តាង A ជាចំនុចមួយនៅលើដី ។ ល្បឿនត្រង់ A គឺ:

${v_A}^2 = {v_x}^2 + {v_y}^2$, $v_x = v_0 \cos\alpha$, $v_y = -gt + v_0 \sin\alpha$

$$\Rightarrow v_A{}^2 = (v_0 \cos\alpha)^2 + (-gt + v_0 \sin\alpha)^2$$

ក្រោយពីពន្លាន និងសំរួលយើងបាន:

$$v_A{}^2 = v_0{}^2 - 2gy$$

ពេលធ្លាក់ដល់ដី $y = 0 \Rightarrow v_A{}^2 = v_0{}^2 \Rightarrow v_A = v_0$

$$\Rightarrow v_A = 200\,\mathrm{m/s}$$

ង-គណនាចំងាយធ្លាក់អតិបរមា

ចំងាយធ្លាក់ x:

សរសេរឡើងវិញ: $x = \dfrac{v_0{}^2 \sin 2\alpha}{g}$

x អាស្រ័យនឹង $\sin 2\alpha$

$x = x_{\max}$ កាលណា $\sin 2\alpha = 1$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{v^2}{g}, \begin{cases} v = v_0 = 200\,\mathrm{m/s} \\ 9 = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{(200)^2}{9{,}8} = 4081{,}63\ \mathrm{m}$$

ដូច្នេះ $x_{\max} = 4081{,}63$ m ។

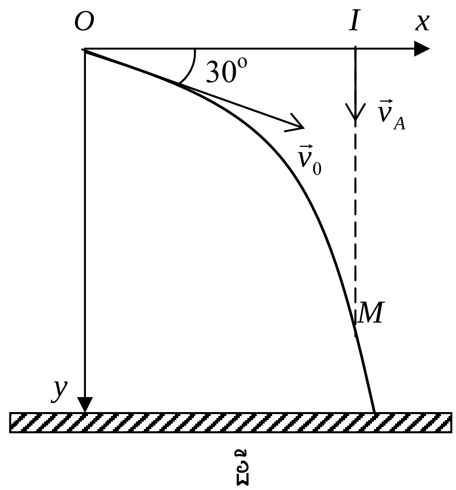
សំគាល់: $\sin 2\alpha = 1 \Leftrightarrow \sin 2\alpha = \sin\dfrac{\pi}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\alpha l_1 = \dfrac{\pi}{2} \\ 2\alpha_2 = \pi - \dfrac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \dfrac{\pi}{4} \\ \alpha_2 = \dfrac{\pi}{4} \end{cases}$$

៦៤-នៅក្នុងលំហាត់ទាំងមូលគេមិនគិតអំពីខ្យល់ទេ។ គេយក $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ ។ គេសិក្សានៅក្នុងតំរុយ $(O; \vec{i}\,; \vec{j})$ ដែលភ្ជាប់ទៅនឹងដី(មើលរូប) គេនឹងជ្រើសរើសដើមពេលជាខណៈដែលចល័តចេញពីប្លង់ដេកដែលមានចំនុចO និង I ។

a).ឃ្លី A ប្រដូចទៅចំនុចរូបធាតុដែលឆ្លងកាត់ត្រង់ I នៅខណ: $t = 0$ ដោយល្បឿនឈរមានទិសដៅចុះ ក្រោម ហើយអាំងតង់ស៊ីតេ $v_A = 7\,\mathrm{m/s}$ ។ រកសមីការពេលរបស់ឃ្លី ។

b).នៅខណ: គេចោលពីចំនុចO នូវឃ្លីទីពីរ B ដែលសន្មតជាចំនុចរូបធាតុនៅក្នុងល័ក្ខខ័ណ្ឌដែលបញ្ជាក់លើរូប $(\overrightarrow{ox}, \vec{v}_B) = 30^\circ$, $0I = 3m$ ។



ក.- រកសមីការពេលនៃចលនាតាមបណ្ដោយអ័ក្ស Ox និង Oy ។

ខ.-គណនាអាំងតង់ស៊ីតេ $\vec{v}_B$ នៃល្បឿនដើមដើម្បីអោយការទង្គិចរវាងឃ្លីទាំងពីរអាចកើតមានឡើង ។ កំនត់រយ:ពេល និងកន្លែងទង្គិច ។

<u>ចំលើយ</u>

a). បង្កើតសមីការចលនា (ឃ្លី A)

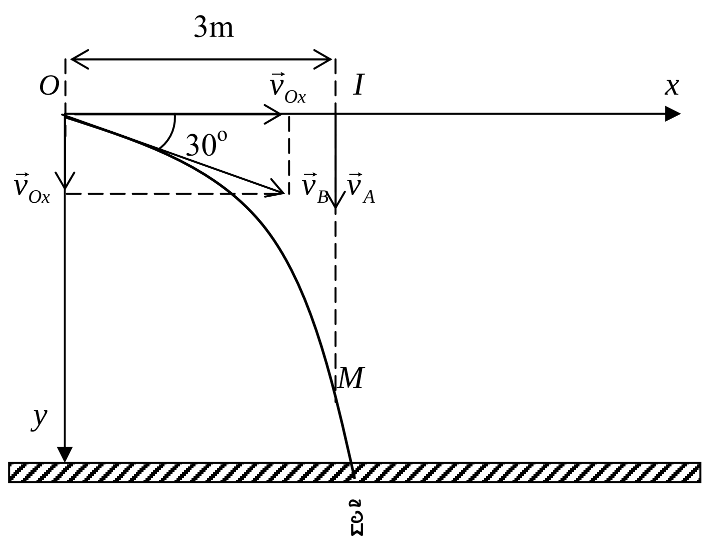
យើងសិក្សាចលនាឃ្លីនៅក្នុងតំរុយដី $(O;\vec{i}\,;\,\vec{j})$ ។

ជ្រើសរើស O ជាគល់អាប់ស៊ីសនៅខណ: $t=0$ ត្រូវនឹងល្បឿន $\vec{v}_A$ ។

សមីការចលនាតាមអ័ក្សនីមួយៗ:

-តាមអ័ក្ស Ox : $\Rightarrow a_x = 0 \Rightarrow a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v_x$ = ថេរ

$$v_x = \frac{dx}{dt} = 0 \Rightarrow v_x = 0$$



សមីការចលនា $x = v_x \cdot t + v_0 \;\Rightarrow\; x = x_0 = x_A = 3\,\text{m}$

-តាមអ័ក្ស Oy: $\Rightarrow\; a_y = +g$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} \Rightarrow \int dv_y = a_y \int dt \Rightarrow v_y = gt + c$$

$$t = 0 \Rightarrow v_y = c = v_{Oy} \Rightarrow v_y = gt + v_{Oy}$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} \Rightarrow \int dy = \int v_y dt = \int (gt + v_{Oy})dt$$

$$\int_{y_0}^{y} dy = \int_0^t (gt + v_{Oy})dt \Rightarrow y = \frac{1}{2}gt^2 + v_{Oy} \cdot t + y_0$$

ក្នុងនេះ $v_{Oy} = v_A = 7\text{m/s},\; y_0 = 0,\; g = 10\,\text{m/s}^2$

$$\Rightarrow y_A = 5t^2 + 7t \qquad (1)$$

b). ក.- រកសមីការចលនាតាមអ័ក្សទាំងពីរ (ឃ្លី B)

ដោយមិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់ យើងបាន:

$$m\vec{a} = m\vec{g}$$

-អ័ក្ស Ox:

សំទុះ: $a_x = 0 \Rightarrow v_x$ = ថេរ

ល្បឿនដើម: $v_{Ox} = v_B \cdot \cos 30^{\circ}$

សមីការ:

$$v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_0^x dx = \int_0^t v_x dt$$

$$\Rightarrow v_y = a_y \cdot t + v_{Oy}$$

ហើយ $v_y = \dfrac{dy}{dt} \Rightarrow dy = v_y \cdot dt$

$$\Rightarrow \int_0^y dy = \int_0^t (a_y \cdot t + v_{Oy}) \qquad \Rightarrow y = \frac{1}{2}gt^2 + v_{Oy} \cdot t$$

$$\Rightarrow y_B = 5t^2 + \frac{1}{2}v_B \cdot t$$

ខ- គណនាល្បឿន v_B

ការទង្គិចអាចកើតមានឡើងលុះត្រាតែកូអរដោនេទាំងពីរស្មើគ្នា:

$$\begin{cases} x_A = x_B \\ y_A = y_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}v_B \cdot t & (1') \\ 5t^2 + 7t = 5t^2 + \dfrac{1}{2}v_B \cdot t & (2') \end{cases}$$

$(1') \Rightarrow t = \dfrac{6}{\sqrt{3}v_B}$

$(2') \Rightarrow 7 = \dfrac{v_B}{2} \Rightarrow v_B = 14\,\text{m/s}$

រយៈពេលទង្គិចៈ

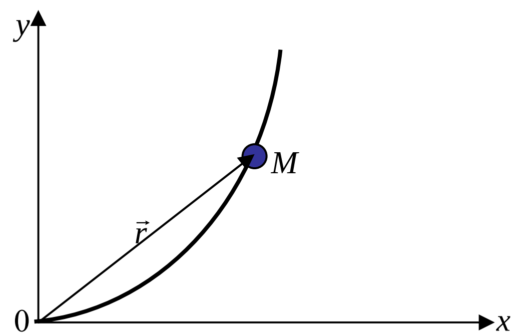
$t = \dfrac{6}{\sqrt{3}\times 14} = 0{,}24\,\text{s}$

$\Rightarrow y_A = 5t^2 + 7t = 5(0{,}24)^2 + 7(0{,}24) = 1{,}968\text{m}$

ដូចនេះវាទាំងពីរទង្គិចនៅៈ $M(x = 3;\ y = 1{,}968)$

៦៥-ភាគល្អិតមួយធ្វើចលនាតាមផ្លូវកំណត់ដោយប៉ារ៉ាបូល $y = 0{,}5x^2$ ។ បើកុំប៉ូសង់នៃល្បឿនតាមអ័ក្ស x គឺ $v_x = 5t\,m/s$ ដែល t គិតជាវិនាទី ។ ចូរកំណត់ចំងាយពីចំនុចគល់0 និងទំហំនៃសំទុះរបស់វានៅពេល $t = 1s$ ។ នៅពេល $t = 0, x = 0, y = 0$ ។

<u>ចំលើយ</u>



-ចំងាយពី0ទៅចល័ត

$|\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

ដោយ $v_x = \dfrac{dx}{dt} = 5t$

$\Rightarrow \int_0^x dx = \int_{t=0}^{t} 5t\,dt \Rightarrow x = \dfrac{5}{2}t^2$

ចំពោះ $t = 1s \Rightarrow x = 2{,}5m\ , y = 3{,}125m$

$\Rightarrow |\vec{r}| = \sqrt{(2{,}5)^2 + (3{,}125)^2} = 4m$

-សំទុះរបស់ចល័ត

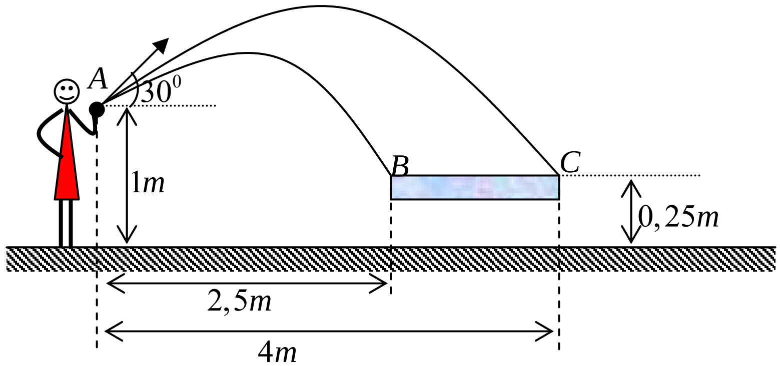
$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$

ដោយ $a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 5m/s^2$ និង $a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = \dfrac{d^2}{dt^2}\left(3{,}125t^4\right) = 0{,}26t$

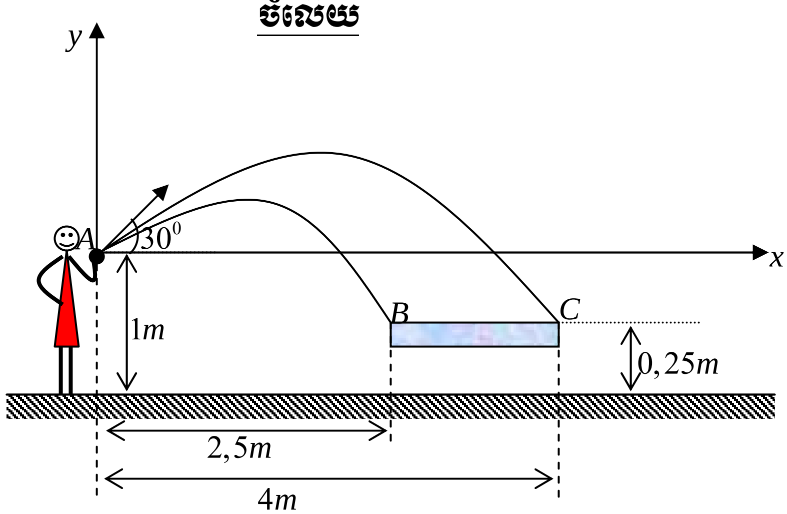
ចំពោះ $t = 1s\ , a_x = 5m/s^2\ , a_y = 0{,}26m/s^2$

$\Rightarrow a = \sqrt{5^2 + (0{,}25)^2} = 5{,}03m/s^2$

៦៦-ក្មេងស្រីម្នាក់ចោលកូនបាល់នៅមុំ30^0 ពីចំនុច A ដូចរូប ។ ចូរកំណត់ចន្លោះពេលចោល ដើម្បីអោយកូនបាល់ទាំងពីរទៅប៉ះគែមនៃបន្ទះក្តារកំរាល B និងC នៅពេលដំណាលគ្នា ។ គណនាល្បឿនដែលត្រូវចោលកូនបាល់នីមួយៗ



ចំលើយ



សិក្សាចលនារបស់កូនបាល់នីមួយៗ ។

-ចំពោះកូនបាល់ទី១:

$$x_1 = v_{01}\cos 30^0 t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_{01} t_1 \quad (1)$$

$$y_1 = -\frac{1}{2} g t_1^{\,2} + v_{01}\sin 30^0 = -0,5 t_1^{\,2} + 0,5 t_1 \quad (2)$$

សមីកាគន្លង: $y_1 = -\dfrac{g}{2v_{01}^2\cos^2 30^0} x_1^{\,2} + x_1 \tan^2 30^0 = -\dfrac{10}{3v_{01}^2} x_1^{\,2} + \dfrac{\sqrt{3}}{3} x_1 \qquad (3)$

-ចំពោះកូនបាល់ទី២:

$$x_2 = v_{02}\cos 30^0 t_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} v_{02} t_2 \quad (4)$$

$$y_2 = -\frac{1}{2} g t_2^{\,2} + v_{02}\sin 30^0 = -0,5 t_2^{\,2} + 0,5 t_2 \quad (5)$$

សមីការគន្លង: $y_2 = -\dfrac{g}{2v_{02}^2\cos^2 30^0}x_2{}^2 + x_2\tan^2 30^0 = -\dfrac{10}{3v_{02}^2}x_2{}^2 + \dfrac{\sqrt{3}}{3}x_2$ (6)

តាង $\tau = t_1 - t_2$ ជាចន្លោះពេលរវាងការចោលកូនបាល់ទី១និងទី២ នៅប៉ះចំនុច B និងC

$\Rightarrow t_1 = t_2 + \tau$

-ចំពោះគ្រាប់ទី១ទៅប៉ះចំនុចB នោះ $x_1 = 4m, y_1 = -0,75m$

-ចំពោះគ្រាប់ទី១ទៅប៉ះចំនុចC នោះ $x_1 = 2,5m, y_1 = -0,75m$

យើងបាន:

$(3) \Rightarrow -0,75 = -\dfrac{10}{3v_{01}^2}4^2 + \dfrac{\sqrt{3}}{3}4 \Rightarrow v_{01} = 4,18m/s$

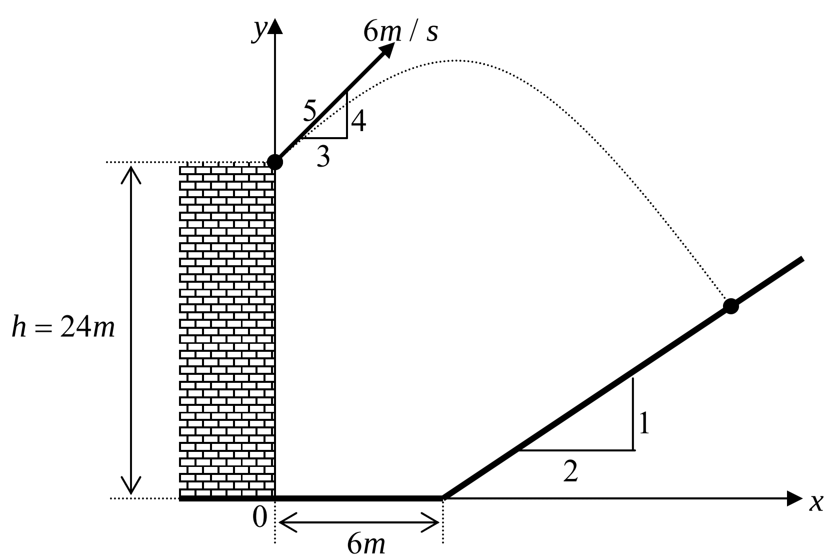
និង $(6) \Rightarrow -0,75 = -\dfrac{10}{3v_{02}^2}2,5^2 + \dfrac{\sqrt{3}}{3}2,5 \Rightarrow v_{02} = 3,08m/s$

$(1) \Rightarrow 4 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}4,18t_1 = 3,62\left(t_2 + \tau\right) \Rightarrow \tau = 1,11 - t_2$ (1')

$(4) \Rightarrow 2,5 = 2,67t_2 \Rightarrow t_2 = 0,94s$

$(1') \Rightarrow \tau = 0,17s$

៦៧-បាល់មួយត្រូវបានចោលពីកំពូលអាគារដោយល្បឿន$6m/s$ ដូចរូប ។ ចូរកំណត់កូអរដោនេនៃចំនុចដែលបាល់ធ្លាក់លើប្លង់ទេរ ។ ចូរកំណត់ល្បឿនពេលវាទៅដល់ប្លង់ទេរ ។



ចំលើយ

បាល់រងតែសំទុះទំនាញដីគឺ $\vec{a} = \vec{g}$ (1)

នៅល័ក្ខខ័ណ្ឌដើម $t = 0,\ x_0 = 0\ , y_0 = h = 24m\ , \vec{v}\left(v_{0x} = v_0 \cos\alpha\ , v_{0y} = v_0 \sin\alpha\right)$

-ធ្វើចំណោល(1) លើ $(0x)$:

$$a_x = 0\ , a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v_x = v_0 \cos\alpha$$

និង $v_x = \dfrac{dx}{dt} \Rightarrow \int_0^x dx = \int_0^t v_0 \cos\alpha\, dt \Rightarrow x = v_0 \cos\alpha\, t$ (2)

-ធ្វើចំណោល(1) លើ$(0y)$:

$$a_y = -g \Rightarrow \int_{v_0 \sin\alpha}^{v_y} dv_y = \int_0^t -g dt$$

$$\Rightarrow v_y = -gt + v_0 \sin\alpha$$

$$\Rightarrow \int_h^y dy = \int_0^t \left(-gt + v_0 \sin\alpha\right) dt \Rightarrow y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + h \qquad (3)$$

-សមីការគន្លង $y = f(t)$

បំបាត់ប៉ារ៉ាម៉ែតt ពីសមីការ (2) និង(3) យើងបាន:

$$y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + x \tan\alpha + h \qquad (4)$$

ម្យ៉ាងទៀតសមីការប្លង់ទេរ $y = bx + c$ ក្នុងនេះ $b = \tan\theta\ , c = -6\tan\theta$

$$y = \tan\theta\left(x - 6\right) \qquad (5)$$

ពេលបាល់មកប៉ះប្លង់គឺ $(4) = (5)$

$$-\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + x \tan\alpha + h = \tan\theta\left(x - 6\right)$$

$$-\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + x\left(\tan\alpha - \tan\theta\right) + h + 6\tan\theta = 0$$

ដោយ $\cos\alpha = \dfrac{3}{5}\ , \tan\alpha = \dfrac{4}{3},\ \tan\theta = \dfrac{1}{2},\ h = 24m\ , g = 10m/s^2$

$$-\frac{10}{2 \times 36 \times \frac{9}{25}} x^2 + x\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right) + 24 + 6 \times \frac{1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow -0{,}386x^2 + 0{,}833x + 27 = 0$$

$\Rightarrow \Delta = 0,694 + 41,688 = 42,382 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 6,51$

$\Rightarrow x = \dfrac{-0,833 \pm 6,51}{0,386}$ យកតែតំលៃវិជ្ជមាន ពីព្រោះបាល់នៅតែប្លង់ដែល x វិជ្ជមាន ។

ដូនេះ $14,71m$ និង $y = 4,36m$ ។

-ល្បឿននៅត្រង់បាល់បុកប្លង់ទេរគឺ

តាមទំនាក់ទំនងគ្មានពេល: $v^2 - v_0^2 = -2g(y-h)$

$\Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 - 2g(y-h)} = 20,71m/s$

៦៨-បាល់មួយត្រូវបានចោលដោយល្បឿន $v_A = 8m/s$ នៅមុំ $\theta_A = 40^0$ ជាមួយអ័ក្សដេក ។

ក-ចូររកសមីការគន្លង $y = f(x)$ ។

ខ-ចូររកល្បឿនរបស់បាល់នៅខណៈ $t = 0,25s$ ។

គ-ចូរកំណត់សំទុះផ្ចិតប៉ះនិងកែងនៅខណៈ $t = 0,25s$ ។

<u>ចំលើយ</u>

នៅល័ក្ខខ័ណ្ឌដើម $t = 0$, $x_A = 0, y_A = 0, \vec{v}_A\left(v_{Ax} = v_A\cos\theta_A, v_{Ay} = v_A\sin\theta_A\right)$

បាល់រងតែសំទុះទំនាញដី $\vec{a} = \vec{g}$ (1)

-ធ្វើចំណោល(1) លើ $(0x)$:

$a_x = 0$, $a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v_x = v_A\cos\theta_A$

និង $v_x = \dfrac{dx}{dt} \Rightarrow \int_0^x dx = \int_0^t v_0\cos\theta_A\,dt \Rightarrow x = v_0\cos\theta_A\,t$ (2)

-ធ្វើចំណោល(1) លើ$(0y)$:

$a_y = -g \Rightarrow \int_{v_A\sin\alpha}^{v_y} dv_y = \int_0^t -g dt$

$\Rightarrow v_y = -gt + v_0\sin\theta_A$

$\Rightarrow \int_0^y dy = \int_0^t \left(-gt + v_0\sin\theta_A\right)dt \Rightarrow y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\theta_A\,t$ (3)

ក-សមីការគន្លង $y = f(x)$

បំបាត់ប៉ារ៉ាម៉ែត t ពីសមីការ (2) និង(3) យើងបាន:

$$y = -\frac{g}{2v_A^2\cos^2\theta_A}x^2 + x\tan\theta_A$$

ជំនួសជាលេខ: $y = -0,133x^2 + 0,84x$

ខ-ល្បឿននៅខណ: $t = 0,25s$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

ដោយ $v_x = v_A\cos\theta_A = 6,13m/s$ និង $v_y = -gt + v_0\sin\theta_A = 2,64m/s$

$$v = \sqrt{(6,13)^2 + (2,64)^2} = 6,67m/s$$

គ-សំទុះផ្ចិតប៉ះ

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(v_A\cos\theta_A)^2 + (-gt + v_A\sin\theta_A)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$a_t = \frac{-g2(-gt + v_A\sin\theta_A)}{2\left[(v_A\cos\theta_A)^2 + (-gt + v_A\sin\theta_A)^2\right]^{\frac{1}{2}}} = -\frac{g\,v_y}{v}$$

$a_t = -3,96m/s^2$ សញ្ញា$(-)$ បញ្ជាក់ថាមានទិសដៅផ្ទុយពីល្បឿន ។

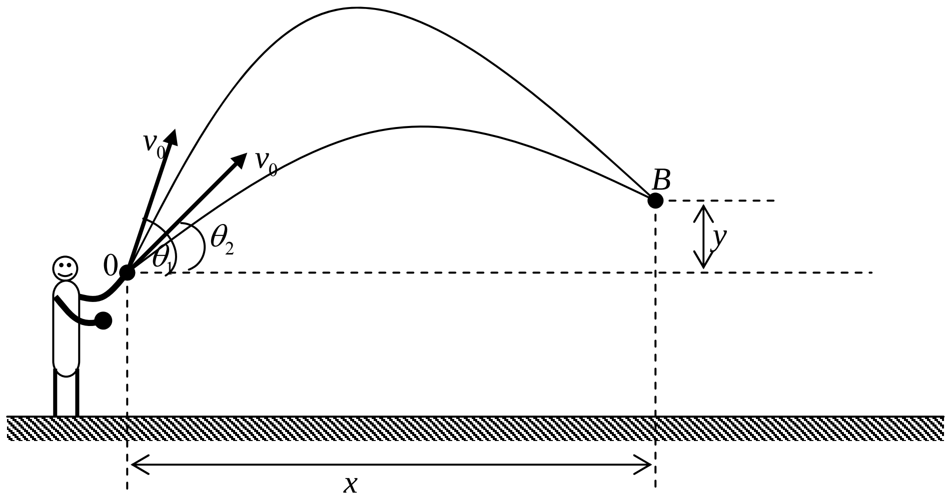
-សំទុះផ្ចិតកែង

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

ដោយ $\rho = \left|\frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2y}{dx^2}}\right| = \left|\frac{\left[1 + (-2,266x + 0,84)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{-2,266}\right| = 9,8m$

ដូចនេះ $a_n = \frac{v^2}{\rho} = 4,54m/s$

៦៩-ក្មេងប្រុសម្នាក់ចោលបាល់ពីចំនុចOនៅក្នុងខ្យល់ដោយល្បឿនv_0 នៅមុំθ_1 ។ បើបន្ទាប់គាត់ចោលបាល់មួយទៀត នៅចំនុចដដែលដោយល្បឿនv_0 នៅមុំ$\theta_2 < \theta_1$ ។ ចូរកំណត់រយៈពេលចន្លោះចោលបាល់ទាំងពីរដើម្បីអោយបាល់ទាំងពីរទង្គិចគ្នា ត្រង់ចំនុចB ។



ចំលើយ

តាង $\tau = t_1 - t_2$ ជាចន្លោះពេលរវាងបាល់ទាំងពីរ ។

-សមីការចំពោះបាល់ទី១:

$$x_1 = v_0 \cos\theta_1 t_1$$

$$y_1 = -\frac{1}{2} g t_1^{\ 2} + v_0 \sin\theta_1$$

$$y_1 = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\theta_1} x_1^2 + x_1 \tan\theta_1$$

-សមីការចំពោះបាល់ទី២:

$$x_2 = v_0 \cos\theta_2 t_2$$

$$y_2 = -\frac{1}{2} g t_2^{\ 2} + v_0 \sin\theta_2$$

$$y_2 = -\frac{g}{2v_2^2 \cos^2\theta_2} x_2^2 + x_2 \tan\theta_2$$

ពេលទង្គិចគ្នាយើងបាន: $x_1 = x_2 = x \ , y_1 = y_2 = y$

$$v_0 \cos\theta_1 t_1 = v_0 \cos\theta_2 t_2 \Rightarrow t_1 = \frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1} t_2$$

និង $-\frac{1}{2} g t_1^{\ 2} + v_0 \sin\theta_1 t_1 = -\frac{1}{2} g t_2^{\ 2} + v_0 \sin\theta_2 t_2$

$$\frac{1}{2} g \left(t_1^2 - t_2^2\right) - v_0 \sin\theta_1 t_1 + v_0 \sin\theta_2 t_2 = 0$$

$$\frac{1}{2} g \, \tau \left(t_1 + t_2\right) - v_0 \sin\theta_1 t_1 + v_0 \sin\theta_2 t_2 = 0$$

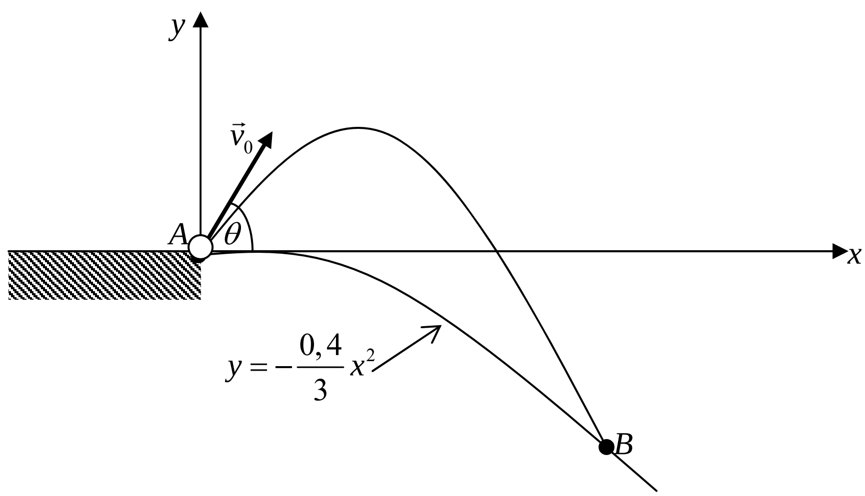
$$\frac{1}{2}g\,\tau\left(\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}t_2+t_2\right)-v_0\sin\theta_1\times\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}t_2+v_0\sin\theta_2\,t_2=0$$

$$\Leftrightarrow\frac{1}{2}g\,\tau\left(\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}+1\right)-v_0\sin\theta_1\times\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}+v_0\sin\theta_2=0$$

$$\Rightarrow\tau=\frac{2\left(v_0\sin\theta_1\times\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}-v_0\sin\theta_2\right)}{\left(\frac{\cos\theta_2}{\cos\theta_1}+1\right)g}$$

$$\Rightarrow\tau=\frac{2v_0\left(\sin\theta_1\cos\theta_2-\sin\theta_2\cos\theta_1\right)}{\left(\cos\theta_1+\cos\theta_2\right)g}=\frac{2v_0\sin\left(\theta_1-\theta_2\right)}{g\left(\cos\theta_1+\cos\theta_2\right)}$$

៧០-បាល់មួយត្រូវបានគេទាត់ចេញពីចំនុច A ដោយល្បឿនដើមផ្គុំបានមុំ $\theta=30^0$ ។ បើវាទៅប៉ះដីនៅត្រង់ចំនុច B ដែលមានកូអរដោនេ $x=4,5m\,,y=-2,7m$ ។ ចូរកំណត់ល្បឿនដើម និងល្បឿនពេលវាទៅប៉ះដី ។



<u>ចំលើយ</u>

-កំណត់ល្បឿនដើម v_0

សមីការគន្លងរបស់បាល់គឺ:

$$y=-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2+x\tan\theta \qquad (1)$$

សមីការខ្សែកោងនៃដី: $y=-\frac{0,4}{3}x^2 \qquad (2)$

ពេលបាល់ទៅប៉ះដីនៅត្រង់ B យើងបាន $(1)=(2)$

$$-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2+x\tan\theta=-\frac{0,4}{3}x^2$$

$$\Rightarrow \frac{10}{2v_0^2\cos^2 30^0}(4,5)^2-4,5\tan 30^0=\frac{0,4}{3}(4,5)^2$$

$$\frac{135}{v_0^2}-2,6=2,7 \;\;\Rightarrow\;\; v_0=5,05m/s$$

-ល្បឿនពេលប៉ះដី

តាមទំនាក់ទំនងគ្មានពេល

$$v_B^2-v_0^2=-2gy$$

$$v_B=\sqrt{v_0^2-2gy}=8,92m/s$$

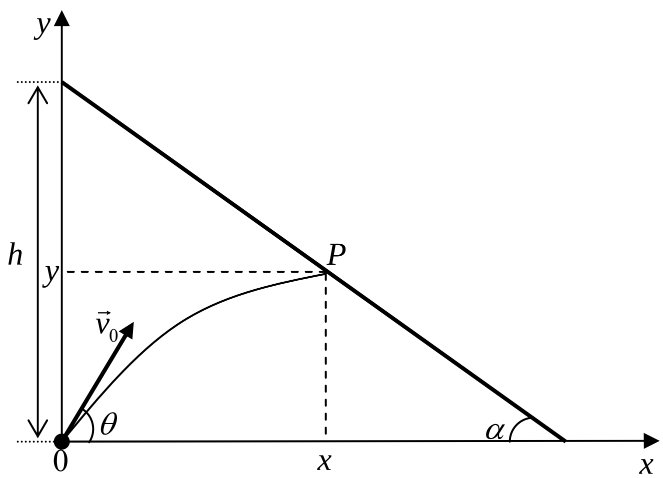
៧១-គ្រាប់បាញ់មួយត្រូវបានបាញ់ដោយល្បឿនដើម v_0 នៅមុំ θ ។

ក-រកចំនុច $P(x,y)$ និងរយៈពេលដែលគ្រាប់ទៅប៉ះដំបូលអាគារ ។

ខ-ចូររកតំលៃនិងទិសនៃល្បឿន $\vec{v}$ នៅត្រង់ចំនុច P ។

គេអោយ $\theta=35^0, v_0=40m/s, \alpha=30^0, h=15m$ ។

<u>ចំលើយ</u>



ក-កូអរដោនេចំនុច $P(x,y)$ និងរយៈពេល

យើងមានសមីការដំបូល:

$$y=h-x\tan\alpha \qquad (1)$$

និងសមីការគន្លងរបស់គ្រាប់:

$$y=-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2+x\tan\theta \qquad (2)$$

នៅពេលគ្រាប់ទៅបុកដំបូលគឺ: $(1)=(2)$

$$h-x\tan\alpha=-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2+x\tan\theta$$

ដោះស្រាយសមីការនេះ រួចអនុវត្តជាលេខ យើងបាន:

$$P(x=12,28m\;,\;y=7,90m)$$

តាមសមីការចលនាតាមអ័ក្ស $(x'x)$: $x=v_0\cos\theta t$

$t = \dfrac{x}{v_0 \cos\theta} = 0,375s$

ខ-ល្បឿន និងទិសរបស់វានៅត្រង់ចំនុច P

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

ដោយ $\begin{array}{l} v_x = v_{0x} = v_0 \cos\theta = 32,766m/s \\ v_y = -g\,t + v_0 \sin\theta = 19,268m/s \end{array}$

$\Rightarrow v = 38m/s$

បើ β ជាមុំដែលវ៉ិចទ័រល្បឿនផ្គុំជាមួយទិសដេកនៅត្រង់ចំនុច P នោះយើងបាន:

$\tan\beta = \dfrac{v_y}{v_x} = 0,588$

$\Rightarrow \beta = 30,46^0$

៧២-យើងពិនិត្យលំហាត់**៧១**ឡើងវិញដោយកែតំរូវមុំ θ ។ ចូររកតំលៃមុំ θ ដើម្បីអោយគ្រាប់ទៅបុកដំបូលក្នុងរយៈពេលអប្បបរមា។

<u>ចំលើយ</u>

យើងមានសមីការដំបូល:

$y = h - x\tan\alpha \qquad (1)$

និងសមីការគន្លងរបស់គ្រាប់:

$y = -\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2 + x\tan\theta \qquad (2)$

នៅពេលគ្រាប់ទៅបុកដំបូលគឺ: $(1) = (2)$

$h - x\tan\alpha = -\dfrac{g}{2v_0^2\cos^2\theta}x^2 + x\tan\theta$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}gt^2 - \left[\dfrac{v_0}{\cos\alpha}\sin\left(\theta+\alpha\right)\right]t + h = 0$

ចំពោះពេលអប្បបរមា លុះតែ $\dfrac{dt}{d\theta} = 0$

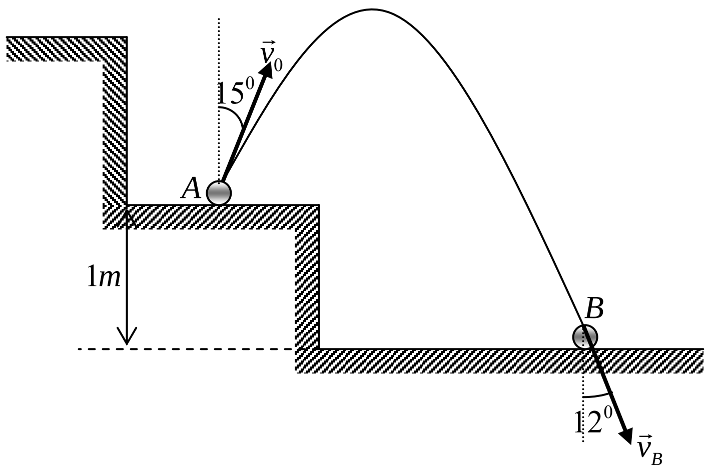
$\Rightarrow -\left[\dfrac{v_0}{\cos\alpha}\cos\left(\theta+\alpha\right)\right]t_{\min} = 0$

$\Rightarrow \cos\left(\theta+\alpha\right) = 0 \Rightarrow \theta = 90^0 - \alpha$

ដូចនេះ

$$t_{\min} = \frac{v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2gh\cos^2\alpha}}{g\cos\alpha}$$

៧៣-បាល់មួយធ្លាក់លើកាំជណ្ដើរត្រង់ចំនុច A ហើយលោតជាមួយល្បឿន $\vec{v}_0$ នៅមុំ 15^0 ជាមួយទិសឈរ ។ ចូរកំណត់តំលៃ v_0 ដោយដឹងថា ពេលប៉ះកាំជណ្ដើរត្រង់ B វាមានល្បឿន $\vec{v}_B$ ផ្គុំបានមុំ 12^0 ជាមួយទិសឈរ ។



ចំលើយ

តាមទំនាក់ទំនងគ្មានពេល

$$v_B^2 - v_0^2 = -2gy$$

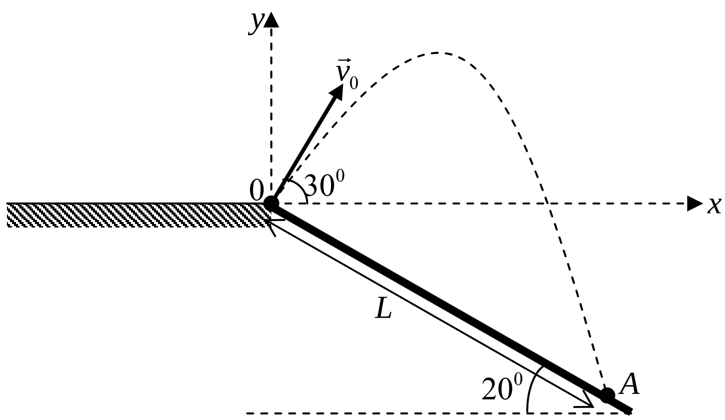
ដោយ $v_B = \dfrac{v_x}{\sin 12^0}$ ហើយ $v_x = v_0 \sin 15^0$, $y = -1m$

$$v_0 = \sqrt{\frac{-2\times 10\times -1}{\dfrac{\sin^2 15^0}{\sin^2 12^0} - 1}} = 6,032 m/s$$

៧៤-បាល់មួយត្រូវបានចោលដោយល្បឿនដើម $v_0 = 15m/s$ នៅមុំ 30^0 ធៀបនឹងទិសដេក ។ អ្នកចោលឈរនៅក្បែរកំពូលភ្នំដែលមានមុំចំណោត 20^0 ។

ក-ចូររករយៈពេលដែលបាល់ទៅប៉ះចំណោតភ្នំ ។

ខ-គណនាចំងាយធ្លាក់លើចំណោតភ្នំ ។



ចំលើយ

ក-រយៈពេលបាល់ទៅប៉ះចំណោតភ្នំ

សិក្សាចលនារបស់បាល់នៅក្នុងប្លង់$(0xy)$ ។

សមីការតាមអ័ក្សនីមមួយៗ:

$v_x = v_0 \cos 30^0 = 13m/s$

$x = v_x t = 13t$

និង $v_y = -gt + v_0 \sin 30^0 = -9,8t + 7,5$

$y = -4,9t^2 + 7,5t$

សមីការគន្លង: $y = -0,03x^2 + 0,55x$

ម្យ៉ាងទៀតសមីការបន្ទាត់តាងអោយចំណោតភ្នំគឺ $y = -x\tan 20^0 = -0,36x$

នៅពេលបាល់ទៅដល់ចំណោតភ្នំ យើងបាន: $-4,9t^2 + 7,5t = -0,36x$

$\Leftrightarrow -4,9t^2 + 7,5t = -4,68t$

ចំលើយ $t = 0$ (ពេលចេញពី0) ដូចនេះ $t = 2,49s$

ខ-ចំងាយលើចំណោត

$0A = L = \sqrt{x^2 + y^2}$

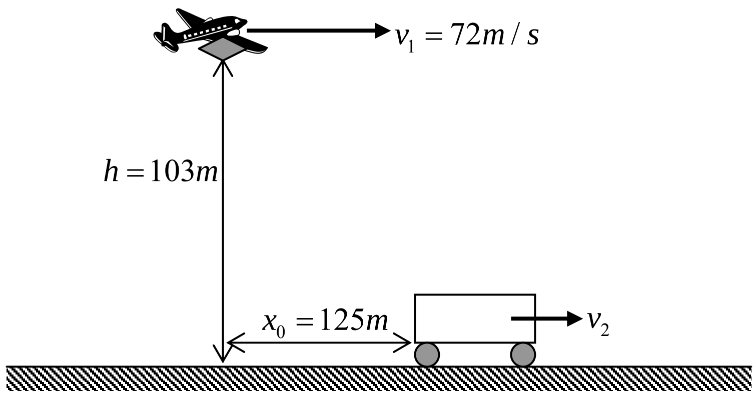
ដោយជំនួស$t = 2,49s$ ទៅក្នុងសមីការពេលខាងលើ យើងបាន:

$x = 32,4m \;\; y = -11,8m$

$\Rightarrow L = 34,5m$

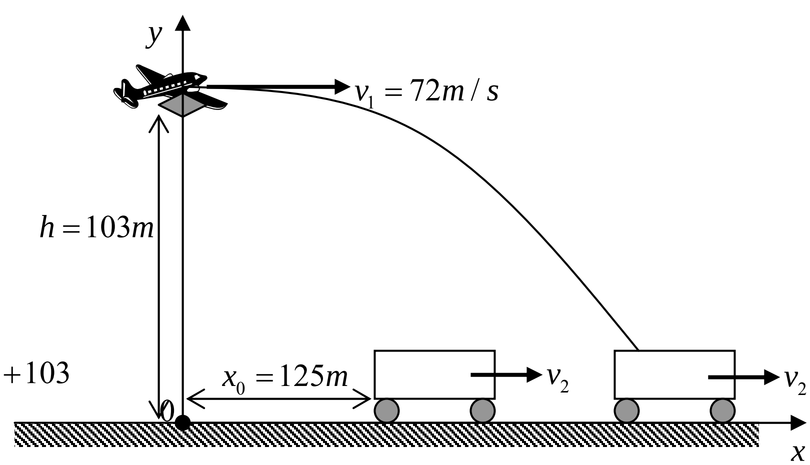
៧៥-យន្តហោះចំបាំងមួយហោះដោយល្បឿន $v_1 = 72m/s$ នៅកំពស់ $h = 103m$ ចង់វាយប្រហារទៅលើរថយន្តទំនិញមួយដែលផ្លាស់ទីដោយល្បឿន v_2 ។ នៅពេលយន្តហោះទំលាក់គ្រាប់បែក រថយន្តនៅចំងាយ $x_0 = 125m$ ពីជើងកំពស់នៃការទំលាក់គ្រាប់ ។

ចូររកល្បឿនរបស់រថយន្ត v_2 និងរយៈពេលដែលគ្រាប់បែកទៅបុករថយន្ត ។ ដោយសន្មតថា រថយន្តមានកំពស់ $3m$ ។



<u>ចំលើយ</u>

សិក្សាចលនានៅក្នុងតំរុយ $(0xy)$



-ចំពោះគ្រាប់បែកមានសមីការ

$v_x = v_1 = 72m/s$

$x = 72t$

និង $v_y = -gt = -10t$

$y = -5t^2 + 103$

សមីការគន្លង $y = -0,001x^2 + 103$

-ចំពោះរថយន្ត

$x = v_2 t + x_0 = v_2 t + 125$

នៅពេលគ្រាប់ទៅបុករថយន្តគឺ $y = 3m$

$\Rightarrow 3 = -5t^2 + 103 \Rightarrow t = 4,52s$

-ល្បឿនរថយន្ត $v_2 = \dfrac{x - x_0}{t} = \dfrac{72 \times 4,52 - 125}{4,52} = 44,2m/s$

៧៦-ចំនុចរូបធាតុមួយធ្វើចលនាតាមរង្វង់មានកាំ R ជាមួយសំទុះផ្ចិតប៉ះសមាមាត្រទៅនឹងឫសការេនៃសំទុះផ្ចិតកែង ដែលមាន $k > 0$ ជាមេគុណសមាមាត្រ ។ ចូរសំដែងល្បឿននៃចំនុចរូបធាតុជាអនុគមន៍នៃពេល និងអាប់ស៊ីសកោង បើដឹងថាចំនុចរូបធាតុមានល្បឿនដើម $\vec{v}_0$ នៅខណៈដើមពេល $t = 0$ ។

<u>ចំលើយ</u>

រកល្បឿន $v = f(t, S)$

យើងមាន: $a_t = k\sqrt{a_n}$

ដោយ $a_t = \dfrac{dv}{dt} \quad , \quad a_n = \dfrac{v^2}{R}$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} = k\frac{v}{\sqrt{R}}$$

ដូចនេះ $\displaystyle\int_{v_0}^{v} \frac{dv}{v} = \frac{k}{\sqrt{R}} \int_{t=0}^{t} dt \;\Rightarrow\; \ln v\Big|_{v_0}^{v} = \frac{k}{\sqrt{R}} t\Big|_0^t$

$$\Rightarrow \ln\frac{v}{v_0} = \frac{k}{\sqrt{R}} t \Rightarrow v = v_0 e^{\frac{k}{\sqrt{R}}t}$$

ម្យ៉ាងទៀតតាមនិយមន័យល្បឿនប្រវែង:

$$v = \frac{dS}{dt} \quad \Rightarrow dS = vdt$$

ដោយជ្រើសរើសនៅខណៈដើមពេល $t = 0$ ចល័តនៅត្រង់គល់អាប់ស៊ីសកោង ។

$$\Rightarrow \int_0^S dS = \int_{t=0}^{t} v_0 e^{\frac{k}{\sqrt{R}}t} dt$$

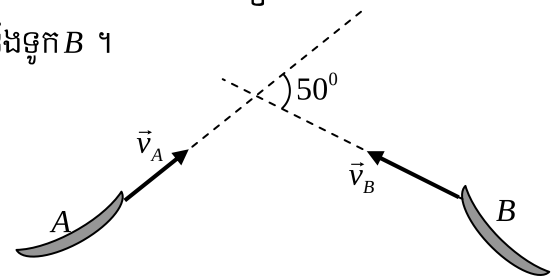
$$\Leftrightarrow S = \frac{v_0\sqrt{R}}{k} e^{\frac{k}{\sqrt{R}}t}\Bigg|_0^t$$

$$\Rightarrow S = \frac{v_0\sqrt{R}}{k}\left(e^{\frac{k}{\sqrt{R}}t} - 1\right) \quad \Rightarrow e^{\frac{k}{\sqrt{R}}t} = \frac{kS}{v_0\sqrt{R}} + 1$$

ដូចនេះ យើងបាន:

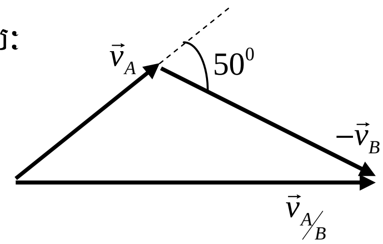
$$v = v_0\left(\frac{kS}{v_0\sqrt{R}} + 1\right) \quad \text{ឬ} \quad v = \frac{kS}{\sqrt{R}} + v_0$$

៧៧-ទូកពីរ A និង B ធ្វើដំណើរដូចរូប ។ ទូក A ធ្វើដំណើរដោយល្បឿន $40km/h$ និងទូក B ដោយល្បឿន $55km/h$ ។ ចូរកំណត់ល្បឿនរបស់ទូក A ធៀបនឹងទូក B ។



<u>ចំលើយ</u>

ល្បឿនរបស់ទូក A ធៀបនឹងទូក B កំណត់ដោយៈ



$\vec{v}_{A/B} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$

តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស

$v_{A/B}^2 = v_A^2 + v_B^2 + 2v_Av_B\cos 50^0$

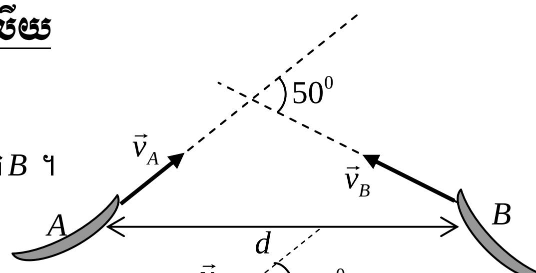
$\Rightarrow v_{A/B} = 77,71km/h$

៧៨-ទូកពីរ A និង B ធ្វើដំណើរដូចរូប ។ ទូក A ធ្វើដំណើរដោយល្បឿន $70km/h$ និងទូក B ដោយល្បឿន $40km/h$ ។ បើនៅខណៈមួយវានៅចំងាយពីគ្នា $d = 2km$ ៖ ចូរកំណត់ចំងាយរវាងទូកទាំងពីរក្រោយរយៈពេល $1mn$ ។

<u>ចំលើយ</u>

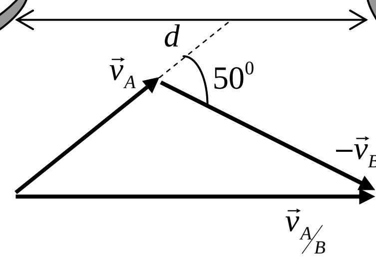
កំណត់ចំងាយ AB

ល្បឿនរបស់ទូក A ធៀបនឹងទូក B ។



$\vec{v}_{A/B} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$

តាមទ្រឹស្តីបទកូស៊ីនុស



$v_{A/B}^2 = v_A^2 + v_B^2 + 2v_Av_B\cos 50^0$

$\Rightarrow v_{A/B} = 77,71km/h$

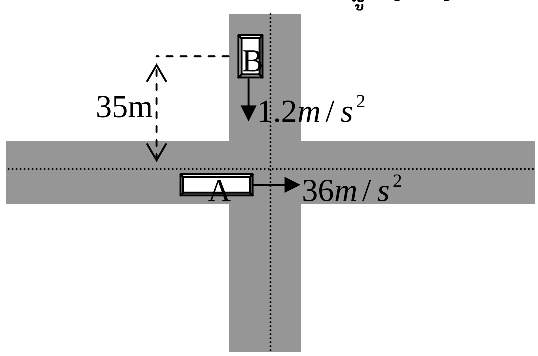
ដូចនេះយើងចាត់ទុកទូក B នៅនឹង ហើយទូក A ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v_{A/B}$ លើបន្ទាត់ (AB) ហើយសំដៅទៅ B

យើងបានៈ

$$AB = -v_{A/B}\,t + d$$

$$AB = -77,71 \times \frac{1}{60} + 2 = 0,70km$$

៧៩-រថយន្ត A ចលនាទៅទិសខាងកើតដោយល្បឿនថេរ $32\ km/h$ ។ នៅពេលរថយន្ត A ឆ្លងកាត់ផ្លូវកាត់គ្នាដូចរូប រថយន្ត B ចាប់ផ្តើមចេញដំណើរនៅចំងាយ $35m$ ខាងជើងនៃផ្លូវខ្វែងធ្វើចលនាទៅទិសខាងត្បូង ។



ដោយសំទុះថេរ $1,2\,m/s^2$ ។ ចូរកំនត់ ទីតាំង ល្បឿន និងសំទុះរបស់ B ធៀបទៅនឹង A $5s$ បន្ទាប់ពី A ឆ្លងកាត់ផ្លូវខ្វែង ។

ចំលើយ

យើងជ្រើសរើសអ័ក្ស x និង y មានគល់ត្រង់ផ្លូវខ្វែង ។

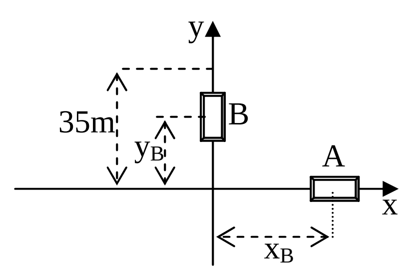
-ចលនារបស់រថយន្ត A

រថយន្តនេះធ្វើចលនាដោយល្បឿនថេរ

$v_A = 36km/h = 10m/s$

សមីការពេល: $x_A = +v_A t + (x_A)_0 + v_A t = 10t + 0$

ចំពោះ $t = 5s$ យើងបាន:



$a_A = 0$, $v_A = 10m/s$, $x_A = 50m$

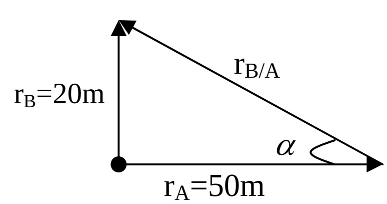
-ចំពោះចលនារថយន្ត B

រថយន្តនេះធ្វើចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើ គេអាចសរសេរបានដូចខាងក្រោម:

$a_B = -1,2m/s^2$

$v_B = at + (v_B)_0 = -1,2t + 0$

$y_B = \frac{1}{2}at^2 + (v_B)_0 t + (y_B)_0 = -\frac{1}{2}(1,2)t^2 + 35 + 0$



ចំពោះ $t = 5s$

$a_B = -1,2m/s^2$, $v_B = -6m/s$ និង $y_B = 20m$

-ចលនានៃ B ធៀបនឹង A

យើងគូសត្រីកោណដែលទាក់ទងទៅនឹងសមីការវិុចទ័រ $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$ ហើយយើងទទួលបាន ទំហំ និងទិសរបស់វិុចទ័រទីតាំងនៃ B ធៀបទៅនឹង A :

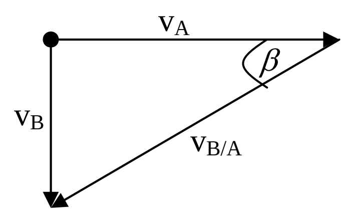
$r_{B/A} = 53,9m$; $\alpha = 21,8^0$

តាមលំនាំស្រដៀងគ្នា យើងបាន ល្បឿន និងសំទុះ ដូចខាងក្រោម:

$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} \Rightarrow \vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$

រឺ $v_{B/A} = \sqrt{v_B^2 + (-v_A)^2} = 11,66m/s$

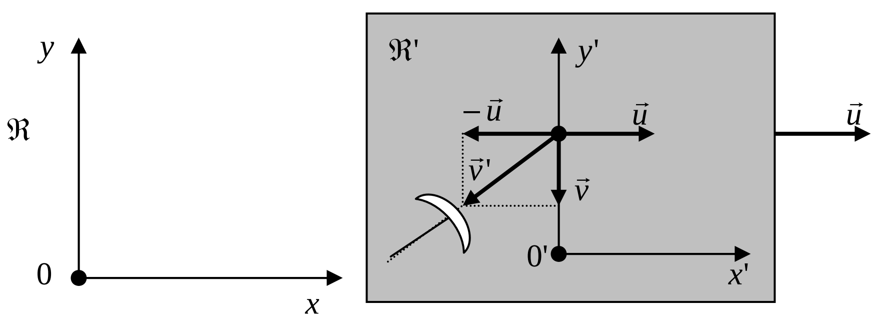
$\tan\beta = \dfrac{6}{10} \Rightarrow \beta = 31^0$



$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A} \Rightarrow a_{B/A} = a_B = 1,2m/s^2$

៨០-មនុស្សម្នាក់ដើរកាត់ភ្លៀងតាមបណ្តោយអ័ក្ស $0x$ នៃតំរុយ $\Re$ ដោយល្បឿន $\vec{u}$ តើគាត់ត្រូវផ្អៀងឆ័ត្រយ៉ាងដូចម្តេច ដើម្បីអោយគាត់ការពារទឹកភ្លៀងបានល្អប្រសើរបំផុត ដោយដឹងថា ភ្លៀងធ្លាក់តាមអ័ក្ស $0y$?

ចំលើយ



តាង $\vec{v}'$ ជាល្បឿនរបស់ទឹកភ្លៀងធៀបនឹងអ្នកដំណើរ ។ យើងបាន:

$\vec{v}' = \vec{v} + (-\vec{u})$

ដូចនេះគេត្រូវផ្អៀងដងឆ័ត្រអោយរត់ត្រង់ទិសជាមួយទិសនៃល្បឿន $\vec{v}'$ ។

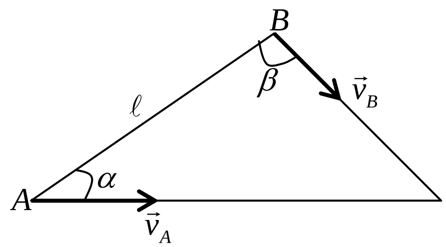
៨១-ទូកមួយឆ្លងកាត់ត្រង់ចំនុចA ដោយល្បឿនថេរ $\vec{v}_A$ ។ ក្នុងពេលជាមួយគ្នានោះដែរ កាណូតចេញពីចំនុច B ដែលនៅចំងាយ ℓ ពីA ដោយល្បឿនដែលមានម៉ូឌុល v_B ។

ឧបមាថា α ជាមុំផ្គុំដោយ $\overrightarrow{AB}$ ជាមួយ $\vec{v}_A$ ។

ក- តើβ មានទំនាក់ទំនងយ៉ាងណាដើម្បីអោយកាណូតជួបទូក?

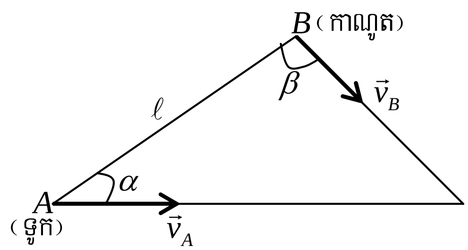
ខ- រកល័ក្ខខ័ណ្ឌលើv_B ដើម្បីអោយការជួបអាចកើតមានឡើង?

គ- រករយៈពេលដែលកាណូតធ្វើដំណើរទៅជួបទូក ?



ចំលើយ

១- ឧបមាថា $\vec{v}_r$ ជាល្បឿនធៀបនៃកាណូតធៀបនឹងកប៉ាល់ ។



នៅក្នុងតំរុយកប៉ាល់ ល័ក្ខខ័ណ្ឌនៃការជួបគ្នាគឺ $\vec{v}_r$ ត្រូវតំរង់មករកA គឺថា

$$\vec{v}_r \wedge \overrightarrow{AB} = \vec{0} \qquad (1)$$

តែ ល្បឿនកាណូតធៀបនឹងកប៉ាល់ សរសេរ

$$\vec{v}_r = \vec{v}_{BA} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

$$(1) \quad \Rightarrow \quad (\vec{v}_B - \vec{v}_A) \wedge \overrightarrow{AB} = 0$$

$$(\vec{v}_B \wedge \overrightarrow{AB}) - (\vec{v}_A \wedge \overrightarrow{AB}) = 0$$

$$\Rightarrow v_B \ell.\sin\beta = v_A.\ell.\sin\alpha$$

$$\Leftrightarrow \quad v_B \sin\beta = v_A \sin\alpha \qquad (2)$$

ក- ល័ក្ខខ័ណ្ឌលើ β

ពី (2) $\Rightarrow \quad \sin\beta = \dfrac{v_A}{v_B}\sin\alpha \qquad (3)$

ខ- ល័ក្ខខ័ណ្ឌលើ v_B

យើងបាន: $\sin\beta \le 1$

(3) $\Rightarrow \quad \frac{v_A}{v_B}\sin\alpha \le 1 \Rightarrow v_B \ge v_A \sin\alpha$

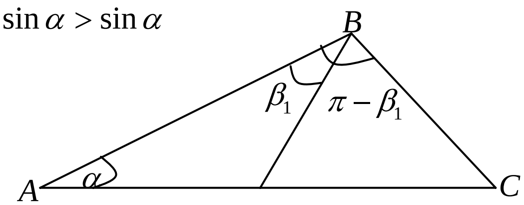
ម្យ៉ាងទៀត $\sin\beta = \frac{v_A}{v_B}$ អោយចំលើយពីរគឺ

β_1 និង $\pi - \beta_1$ ក្នុងល័ក្ខខ័ណ្ឌដែលចំនុចជួបគ្នាC

កើតមានឡើងគឺថា $\pi - \beta_1 < \pi - \alpha$

$\Rightarrow \sin\beta_1 > \sin\alpha \qquad (3) \Rightarrow \frac{v_A}{v_B}\sin\alpha > \sin\alpha$

$\Rightarrow \quad v_A > v_B$



បើពុំនោះទេ បើ $v_A < v_B$

គេបានចំលើយ β_1 តែមួយគត់ ។

គ- រយៈពេលដើម្បីអោយកាណូតទៅជួបកប៉ាល់គឺ: $T = \frac{\ell}{v_r}$

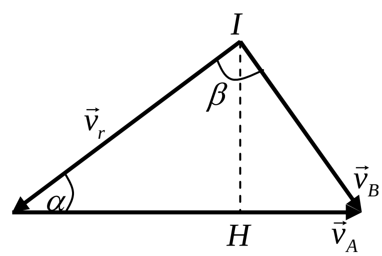
នៅលើដ្យាក្រាមល្បឿន គេបាន

$v_r = \frac{IH}{\sin\alpha}$

$\frac{IH}{v_B} = \sin(\alpha + \beta)$

$\vec{v}_A$ ដោយបំបាត់ IH គេបាន:

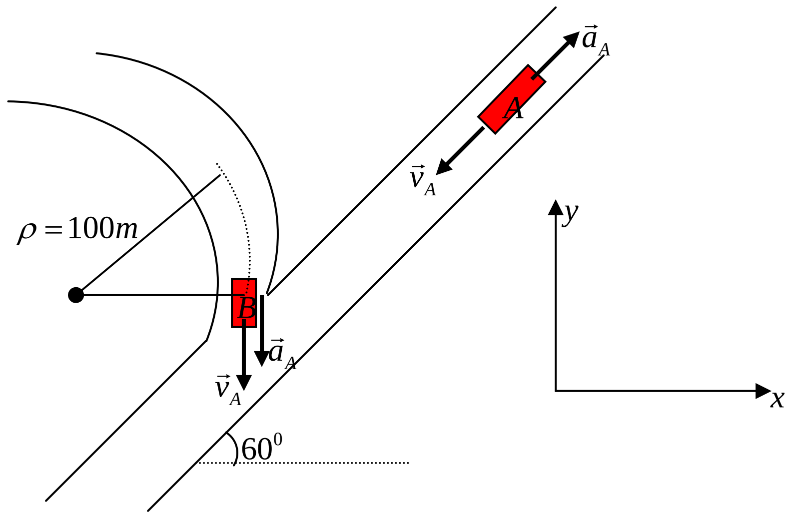
$v_r = \frac{v_B \sin(\alpha+\beta)}{\sin\alpha}$



ទីបញ្ចប់ គេបាន:

$T = \frac{\ell.\sin\alpha}{v_B \sin(\alpha+\beta)}$

៨២-នៅខណៈដូចបង្ហាញក្នុងរូបរថយន្ត A និង B ធ្វើដំណើរដោយល្បឿន$18m/s$ និង$12m/s$ រៀង ។ នៅខណៈនេះ រថយន្ត A មានការថយចុះក្នុងល្បឿន$2m/s^2$ និងរថយន្ត B មានកំនើនក្នុងល្បឿន$3m/s^2$ ។ ចូរកំណត់ល្បឿននិង សំទុះរបស់រថយន្ត B ធៀបនឹងរថយន្ត A ។



ចំលើយ

ល្បឿននិងសំទុះរបស់ B ធៀបនឹង A

តាមច្បាប់បន្សំល្បឿន

$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} \Rightarrow \vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$

ដោយ $\vec{v}_B = -12\vec{j}$,$\vec{v}_A = -18\cos 60\vec{i} - 18\sin 60^0\vec{j}$

$\Rightarrow \vec{v}_{B/A} = \left\{9\vec{i} + 3{,}588\vec{j}\right\} m/s$

និង $v_{B/A} = \sqrt{9^2 + (3{,}588)^2} = 9{,}69 m/s$

-សំទុះ

$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A} \Rightarrow \vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$

ដោយ $(a_B)_n = \dfrac{v_B^2}{\rho} = \dfrac{12^2}{100} = 1{,}44 m/s^2$

$,\vec{a}_B = \left\{-1{,}44\vec{i} - 3\vec{j}\right\} m/s^2,\ \vec{a}_A = \left\{2\cos 60^0\vec{i} + 2\sin 60^0\vec{j}\right\} m/s^2$

$\Rightarrow \vec{a}_{B/A} = \left\{-2{,}44\vec{i} - 4{,}732\vec{j}\right\} m/s^2$

និង $a_{B/A} = \sqrt{(-2{,}44)^2 + (-4{,}732)^2} = 5{,}32 m/s^2$

៨៣-ចូររកល្បឿនកាណូតធៀបនឹងច្រាំងទន្លេ បើវាធ្វើចលនា:

ក-តាមចរន្តទឹកហូរ ។

ខ-បញ្ច្រាសទឹកហូរ ។

គ-កែងនឹងទិសចរន្តទឹកហូរ ។

ដោយដឹងថា ល្បឿនចរន្តទឹក $1m/s$ និងល្បឿនកាណូតធៀបនឹងទឹក $2m/s$ ។

ចំលើយ

ល្បឿនកាណូតធៀបនឹងច្រាំងទន្លេ

តាមច្បាប់បន្សំល្បឿន

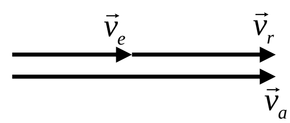
$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$

ដែល v_a ជាល្បឿនកាណូតធៀបច្រាំងទន្លេ រឺល្បឿនដាច់ខាត

v_e ជាល្បឿនទឹកហូរ រឺល្បឿននាំ

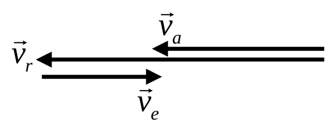
v_r ជាល្បឿនកាណូតធៀបនឹងទឹក

ក-ករណីចលនាតាមបណ្តោយទឹកហូរ



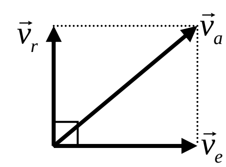
$\Rightarrow\ v_a = v_e + v_r = 1 + 2 = 3m/s$

ខ-ករណីចលនាបញ្ច្រាសទឹកហូរ



$\Rightarrow v_a = v_r - v_e = 2 - 1 = 1m/s$

គ-ករណី $\vec{v}_e \perp \vec{v}_r$



$\Rightarrow\ v_a = \sqrt{v_e^2 + v_r^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}m/s$

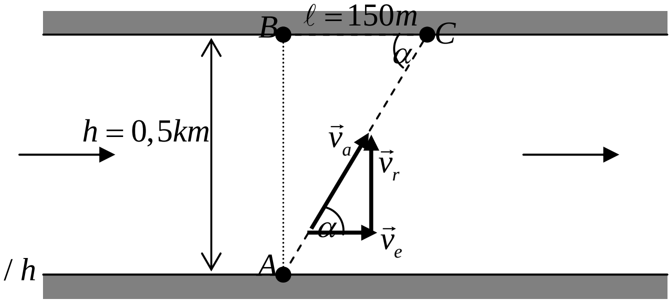
៨៤-កាណូតមួយធ្វើចលនាកែងទៅនឹងចរន្តទឹកហូរដោយល្បឿនធៀបនឹងទឹក $2km/h$ ។ ចរន្តទឹកបាននាំក្នុងចំងាយ $150m$ ទៅត្រើយម្ខាងទៀតតាមបណ្តោយទន្លេ ។ ទទឹងទន្លេ $h = 0,5km$ ។

ក-ចូររកល្បឿនចន្លេទឹក

ខ-រយៈពេលទៅដល់ត្រើយម្ខាងទៀត

ចំលើយ

ក-ល្បឿនចរន្តទឹកហូរ



យើងបាន៖

$$\tan\alpha = \frac{v_r}{v_e} = \frac{h}{\ell}$$

$$\Rightarrow v_e = \frac{\ell}{h}v_r = \frac{150}{500}\times 2 = 0,6km/h$$

ខ-រយៈពេលទៅដល់ត្រើយម្ខាងទៀត

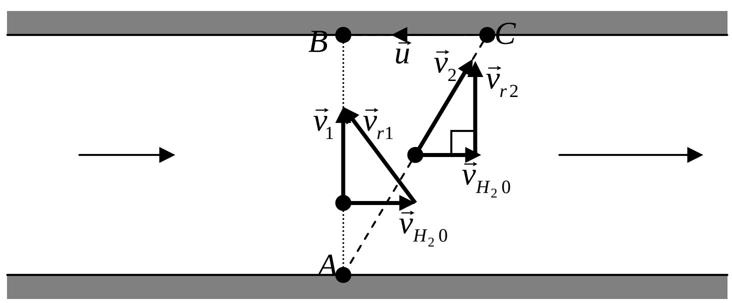
$t = \dfrac{AC}{v_a}$

ដោយ $AC = \sqrt{h^2 + \ell^2} = 0,2725km$ និង $v_a = \sqrt{v_e^2 + v_r^2} = 2,1km/h$

$\Rightarrow t = \dfrac{0,2725}{2,1} = 0,13h = 7mn48s$

៨៥-អ្នកហែលទឹកពីរនាក់ចេញពីចំនុច A តែមួយនៃច្រាំងទន្លេទៅចំនុច B ស្ថិតនៅឈមនឹងចំនុច A នៅត្រើយម្ខាងទៀត។ អ្នកហែលទឹកទី១ សំរេចចិត្តហែលឆ្លងទន្លេតាមបន្ទាត់(AB) ឯអ្នកទី២គ្រប់ខណៈប្រកាន់យកទិសដៅកែងនឹងទិសដៅចរន្តទឹកជានិច្ច ហើយចំងាយដែលគាត់ទៅដល់ត្រើយម្ខាងទៀត គាត់ត្រូវធ្វើដំណើរដោយជើងតាមបណ្តោយច្រាំងទន្លេដោយល្បឿនu ។ រកតំលៃu ដើម្បីអោយអ្នកហែលទឹកទាំងពីរទៅដល់ចំនុចB ក្នុងពេលជាមួយគ្នា។ ល្បឿនចរន្តទឹក $2km/h$ និងល្បឿនអ្នកហែលទឹកនីមួយៗធៀបនឹងទឹក $2,5km/h$ ។

ចំលើយ



-ចំពោះអ្នកហែលទឹកទី១

$AB = v_1 t_1 = 2,5t_1 \qquad (1)$

-ចំពោះអ្នកហែលទឹកទី២

$AC = v_2 t_2 = 2,5t_2 \qquad (2)$

និង $CB = u\,t_3$

ដើម្បីអោយអ្នកទាំងពីរទៅដល់ដំណាលគ្នាគឺ$t_1 = t_2 + t_3$

$$\frac{AB}{2,5} = \frac{AC}{2,5} + \frac{CB}{u} \Rightarrow u = \frac{2,5CB}{AB - AC} \qquad (3)$$

តាម $\cos\alpha = \dfrac{v_{H_2 0}}{v_2} = \dfrac{CB}{AC}$

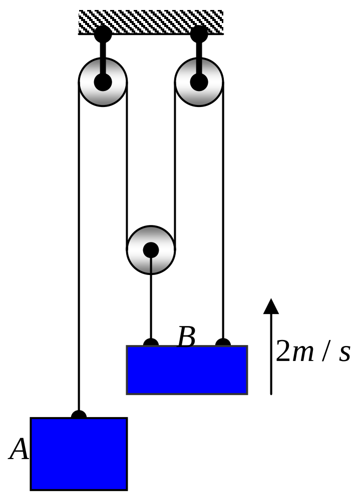
$$\Rightarrow u = \frac{2,5 \times AC \times \dfrac{v_{H_2O}}{v_2}}{AB - AC} = \frac{v_{H_2O}}{\left(\dfrac{AB}{AC} - 1\right)}$$

ដោយ$\dfrac{AB}{AC} = \cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\alpha = \dfrac{v_{r2}}{v_2} = \dfrac{\sqrt{v_2^2 - v_{H_2 0}^2}}{v_2}$

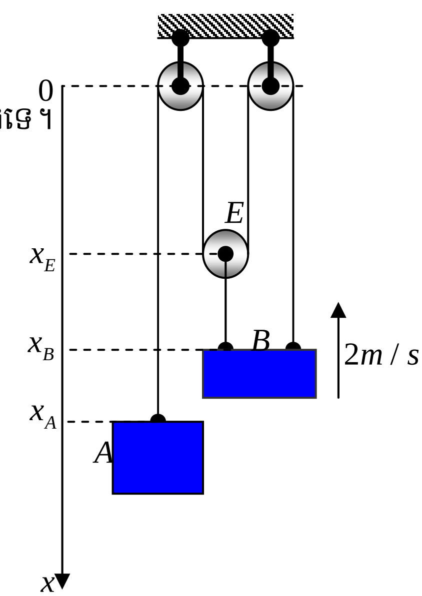
$$\Rightarrow u = \frac{v_{H_2 0}}{\left(\frac{\sqrt{v_2^2 - v_{H_2 0}^2}}{v_2} - 1\right)} = -5km/h$$

សញ្ញាអវិជ្ជមានបញ្ជាក់ថា ល្បឿនដើរលើគោកមានទិសដៅផ្ទុយពីចរន្តទឹកហូរ ។

៨៦-ចូរកំណត់ល្បឿនរបស់ដុំ A ដែលបង្ហាញដូចរូប បើដុំ B មានល្បឿនឡើងទៅលើ $2m/s$ ។



ចំលើយ



អង្គធាតុទាំងពីរប្តូរទីតាំង ប៉ុន្តែប្រវែងខ្សែមិនបានប្តូរប្រវែងទេ។

ដូចនេះយើងបាន:

$x_A + 3x_E + (x_B - x_E) = \ell =$ ថេរ (ប្រវែងខ្សែសរុប)

$\Leftrightarrow x_A + 2x_E + x_B = \ell$

ដោយធ្វើដេរីវេធ្វៀបនឹងពេល យើងបាន:

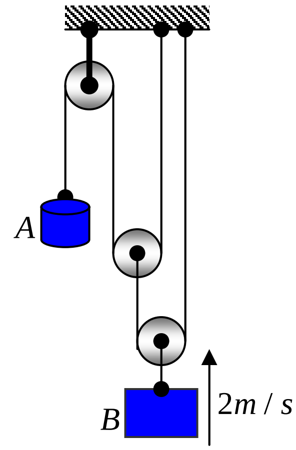
$\dot{x}_A + 2\dot{x}_E + \dot{x}_B = 0$ ដោយ E និ B មានល្បឿនស្មើគ្នា

(ព្រោះរក្សាចំងាយថេររវាងគ្នា)

$\Rightarrow v_A + 3v_B = 0$

$\Rightarrow v_A = 6m/s$ មានទិសដៅចុះក្រោម ។

៨៧-ចូរកំណត់ល្បឿនរបស់ដុំ A ដែលបង្ហាញដូចរូប បើដុំ B មានល្បឿនឡើងទៅលើ $2m/s$ ។



ចំលើយ

អង្គធាតុទាំងពីរប្តូរទីតាំង ប៉ុន្តែប្រវែងខ្សែមិនបានប្តូរប្រវែងទេ ។

ដូចនេះយើងបាន:

$x_A + 2x_C = \ell_1 =$ ថេរ (ប្រវែងខ្សែសរុបទី១)

និង $x_B + (x_B - x_C) = \ell_2 =$ ថេរ(ប្រវែងខ្សែសរុបទី២)

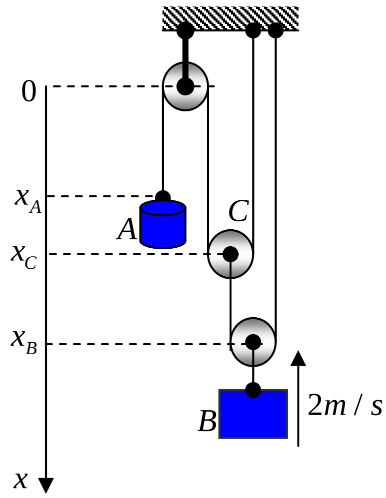
$\Rightarrow x_A + 4x_B = \ell_1 + 2\ell_2$

ដោយធ្វើដេរីវេធៀបនឹងពេល យើងបាន:

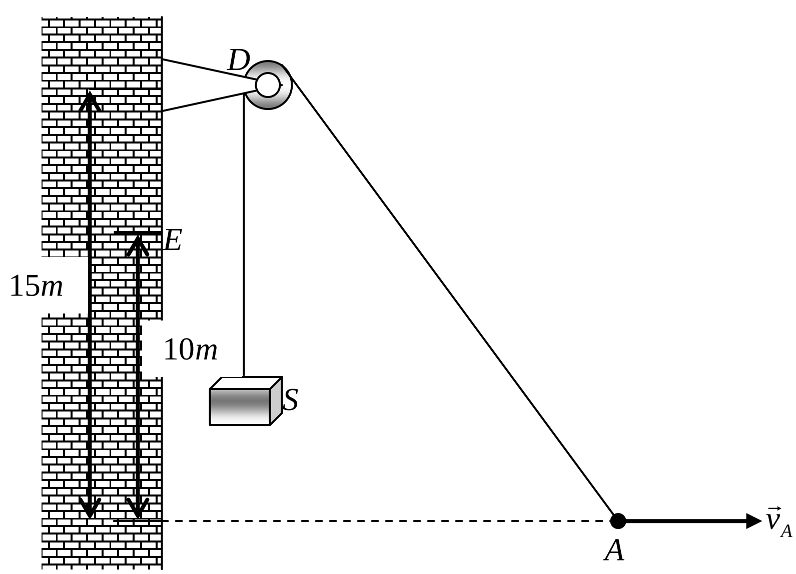
$\dot{x}_A + 4\dot{x}_B = 0$ ឬ $v_A + 4v_B = 0$

ដោយ $v_B = -2m/s$

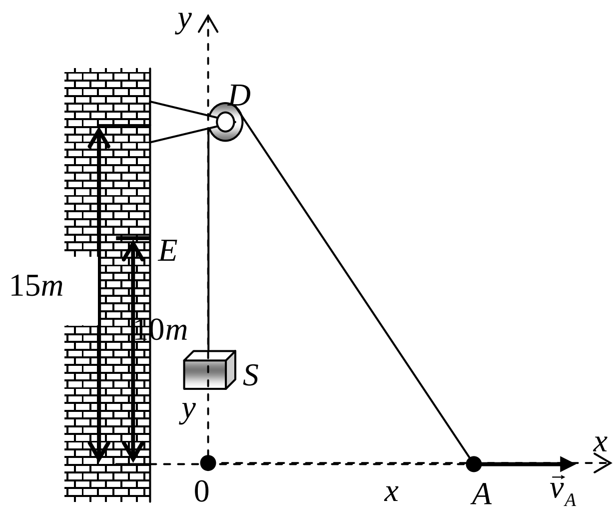
$\Rightarrow v_A = 8m/s$ មានទិសដៅចុះក្រោម ។



៨៨-បុរសម្នាក់ទាញចុងខ្សែត្រង់ A ដោយល្បឿនថេរ $v_A = 0,5m/s$ ទៅស្តាំតាមទិសដេកដើម្បីយោងឡាំង S ឡើងទៅលើ ។ ចូរកំនត់សំទុះរបស់ឡាំង S នៅពេលវាទៅដល់ចំនុច E ។ ខ្សែសរុបទាំងអស់មានប្រវែង $30m$ ។



ចំលើយ



ជ្រើសរើសតំរុយដេកាតមកសិក្សា

ប្រវែងខ្សែសរុប: $\ell = 10m$

ប្រវែងខ្សែDA : $\ell_{DA} = \sqrt{15^2 + x^2}$

ប្រវែងខ្សែ DS: $\ell_{DS} = 15 - y$

ដោយ $\ell = \ell_{DA} + \ell_{DS}$

យើងបាន: $\sqrt{15^2 + x^2} + 15 - y = 30$

ធ្វើដេរីវេសមីការធៀបនឹងពេលt

ដោយកំណត់ $v_A = \dfrac{dx}{dt}, v_S = \dfrac{dy}{dt}$

ដូចនេះ $v_S = \dfrac{dy}{dt} = \left[\dfrac{1}{2}\dfrac{2x}{\sqrt{225 + x^2}}\right]\dfrac{dx}{dt} = \left[\dfrac{1}{2}\dfrac{2x}{\sqrt{225 + x^2}}\right]v_A$

នៅត្រង់ $y = 10m \Rightarrow x = 20m$

ដូចនេះ $v_S = \dfrac{20}{\sqrt{225 + x^2}} \times 0,5 = 0,4m/s$

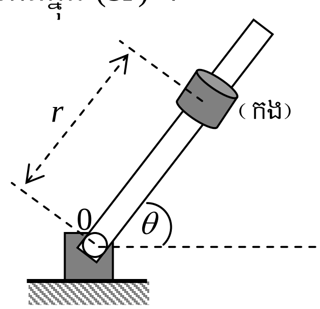
-សំទុះរបស់ឡាំង

$$a_S = \frac{dv_S}{dt} = \frac{225 v_A^2}{\left(225 + x^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

នៅត្រង់ $x = 20m, v_A = 0,5m/s$

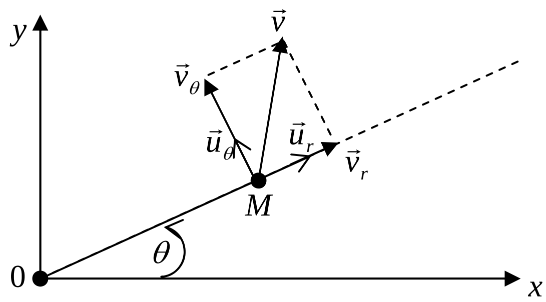
$\Rightarrow a_S = 0,0036m/s^2$

៨៩-ទីតាំងនៃកងមួយដែលរអិលតាមបណ្តោយដងមួយដែលដងនេះអាចវិលជុំវិញចំនុច0អោយដោយសមីការ: $r = -2t^2 + 12t + 6$ ។ បើរង្វិលនៃដងពណ៌នាដោយសមីការ: $\theta = 0,1t^3 + 0,5t^2$ ចូរកំនត់ល្បឿន និងសំទុះរបស់កង ពេល $t = 1,25s$ ។ ខ្នាតទាំងអស់គិតក្នុង (SI) ។



<u>ចំលើយ</u>

សិក្សាចលនារបស់កងនៅក្នុងកូអរដោនេប៉ូលែប្លង់ $(0xy)$ ។



វ៉ិចទ័រល្បឿន និងសំទុះនៃកង

$\vec{v} = \dot{r}\vec{u}_r + r\dot{\theta}\vec{u}_\theta$

$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\vec{u}_r + \left(2\dot{r} + r\ddot{\theta}\right)\vec{u}_\theta$

$r = -2t^2 + 12t + 6 \quad \Rightarrow \dot{r} = -4t + 12 \Rightarrow \ddot{r} = -4\,m/s^2$

$\theta = 0{,}1t^3 + 0{,}5t^2 \Rightarrow \dot{\theta} = 0{,}3t^2 + t \Rightarrow \ddot{\theta} = 0{,}6t + 1$

ចំពោះ $t = 1{,}25s$

$\dot{r} = -4\times 1{,}25 + 12 = 7\ m/s \quad ; \quad \ddot{r} = -4\,m/s^2$

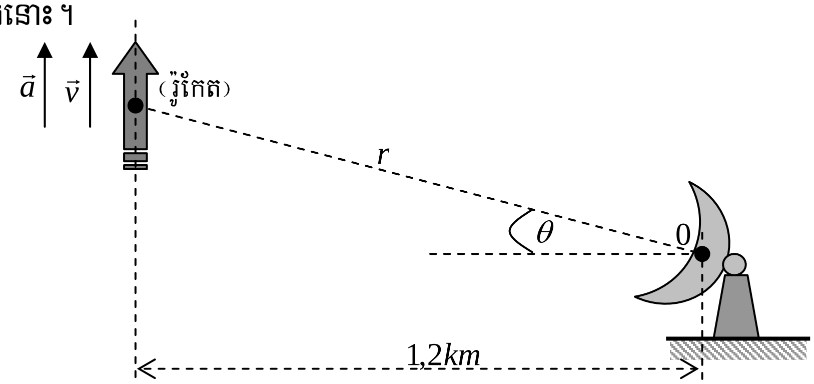
$\dot{\theta} = 0{,}3(1{,}25)^2 + 1{,}25 = 30{,}75\ rad/s \quad ; \quad \ddot{\theta} = 0{,}6\times 1{,}25 + 1 = 1{,}75\ rad/s^2$

យើងបាន:

$\vec{v} = 7\vec{u}_r + 30{,}75\vec{u}_\theta \qquad \Rightarrow \quad v = 31{,}5\ m/s$

$\vec{a} = -56{,}9\vec{u}_r + 55{,}37\vec{u}_\theta \qquad \Rightarrow \quad a = 79{,}4\ m/s^2$

៩០-រ៉ូកែតមួយត្រូវបានគេបាញ់តាមទិសឈរឆ្ពោះទៅលើ ហើយចាប់ដោយប្រព័ន្ធរ៉ាដានៅចំងាយ $1{,}2km$ ពីជើងបាញ់។ ទិន្នន័យដែលចាប់បានគឺ $\dot{\theta} = 0{,}2rad/s$ និង $\ddot{\theta} = 0{,}1rad/s^2$ ពេល $\theta = 45^0$ ។ ចូរកំនត់ល្បឿន និងសំទុះរបស់រ៉ូកែតនៅទីតាំងនោះ។



ចំលើយ

តាមរូបយើងបាន ទំនាក់ទំនង:

$$r\cos\theta = 1{,}2km = 1200m \quad \Rightarrow \; r = \frac{1200}{\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \; \dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = 1200\times\dot{\theta}\times\frac{\tan\theta}{\cos\theta}$$

$$\Rightarrow \ddot{r} = \frac{d\dot{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(1200\times\dot{\theta}\times\frac{\tan\theta}{\cos\theta}\right) = 1200\left[\left(\frac{1}{\cos^3\theta}+\frac{\tan^2\theta}{\cos\theta}\right)\dot{\theta}^2+\left(\frac{\tan\theta}{\cos\theta}\right)\ddot{\theta}\right]$$

ចំពោះ $\theta = 45^0 \Rightarrow \dot{\theta} = 0{,}2rad/s$; $\ddot{\theta} = 0{,}1rad/s^2$ យើងបាន:

$r = 1697{,}06m$; $\dot{r} = 339{,}41m/s$; $\ddot{r} = 373{,}35m/s^2$

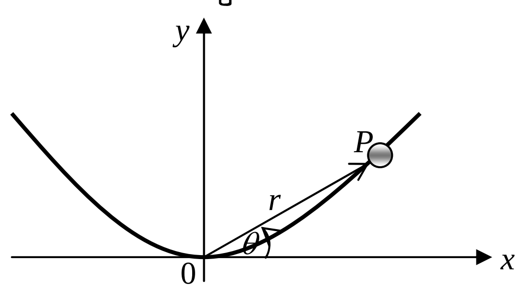
-ល្បឿន: $v = \sqrt{\dot{r}^2 + (r\dot{\theta})^2} = 480m/s$

-សំទុះ $a = \sqrt{(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)^2 + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})^2} = 432m/s^2$

៩១-ចលនានៃភាគល្អិត P លើប៉ារ៉ាបូលដូចរូប កំណត់ដោយសមីការ $r = 2t\sqrt{1+4t^2}$ និង $\theta = \tan^{-1}2t$ ដែល $r \to (m), \theta \to (rad)$ និង $t \to (s)$ ។ ចូរកំណត់ល្បឿននៃភាគល្អិតនៅពេល:

ក- $t = 0$

ខ- $t = 0{,}5s$



ចំលើយ

សិក្សានៅកូអរដោនេប៉ូលែ

-ល្បឿន $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2}$

$$v_r = \frac{dr}{dt} = \dot{r} = 2\sqrt{1+4t^2} + 2t\times\frac{8t}{2\sqrt{1+4t^2}}$$

$$= \frac{2+8t^2+8t^2}{\sqrt{1+4t^2}} = \frac{2(1+8t^2)}{\sqrt{1+4t^2}}$$

$v_\theta = r.\dot{\theta}$ ដោយ $2t = \tan\theta \Rightarrow 2 = \dfrac{\dot{\theta}}{\cos\theta} \Rightarrow \dot{\theta} = 2\cos\theta$

$$v_\theta = 2t\sqrt{1+4t^2} \times 2\cos\theta$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{4\left(1+8t^2\right)^2}{1+4t^2} + 16t^2\cos^2\theta \times \left(1+4t^2\right)}$$

ក-ចំពោះ $t = 0$

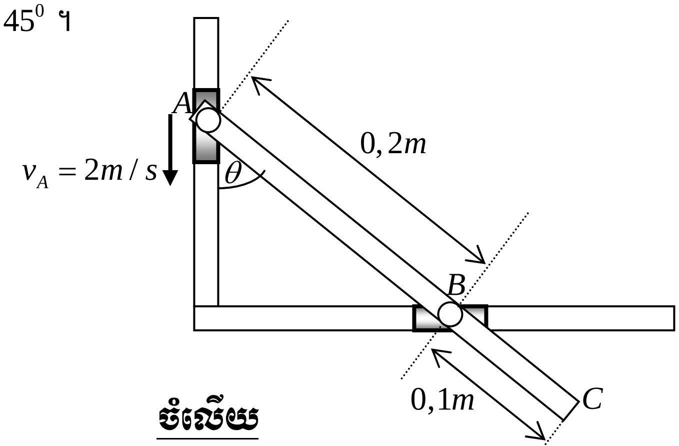
ល្បឿនមានតំលៃ: $v = \sqrt{2^2 + 0^2} = 2m/s$

ខ-ចំពោះ $t = 0,5s$

ល្បឿនមានតំលៃ:

$$v = \sqrt{\frac{4\left(1+8\times0,5^2\right)^2}{1+4\times0,5^2} + 16\times0,5^2\cos^2 45^0 \times \left(1+4\times0,5^2\right)} = 4,69m/s$$

៩២-ប្រព័ន្ធសន្លាក់មេកានិចមួយដូចរូបដែលធ្វើអោយដុំ A និង B ផ្លាស់ទី។ ល្បឿនរបស់ A គឺ $2m/s$ សំដៅទៅក្រោម ចូរកំណត់ល្បឿនរបស់ B នៅខណ: $\theta = 45^0$ ។



ចំលើយ

សិក្សានៅក្នុងតំរុយ $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ។

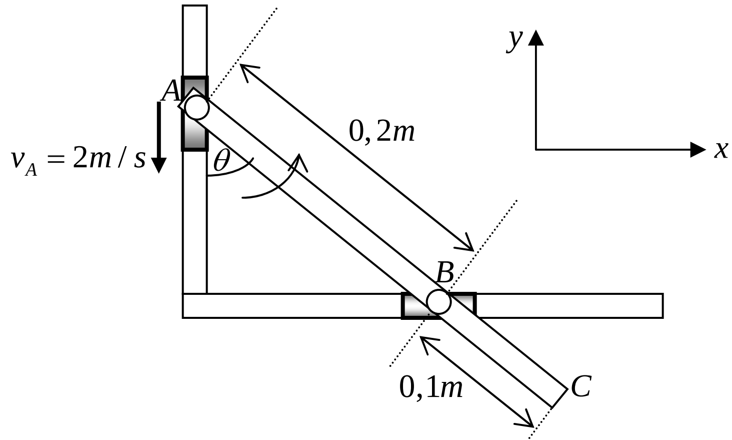
សមីការល្បឿន: $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge \vec{r}_{B/A}$

យើងបាន: $v_B\vec{i} = -2\vec{j} + \left[\omega\vec{k} \wedge \left(0,2\sin 45^0\vec{i} - 0,2\cos 45^0\vec{j}\right)\right]$

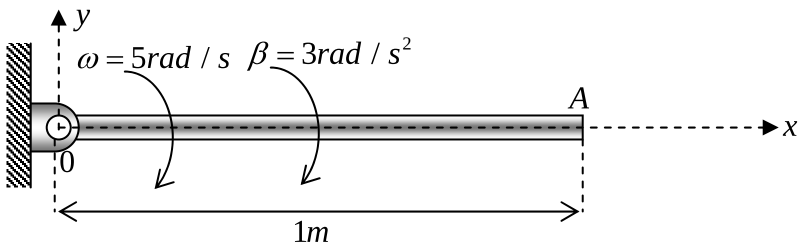
$v_B\vec{i} = -2\vec{j} + 0,2\omega\sin 45^0\vec{j} + 0,2\omega\cos 45^0\vec{i}$

ដូចនេះ $v_B = 0,2\cos 45^0 , 0 = -2 + 0,2\omega\sin 45^0$

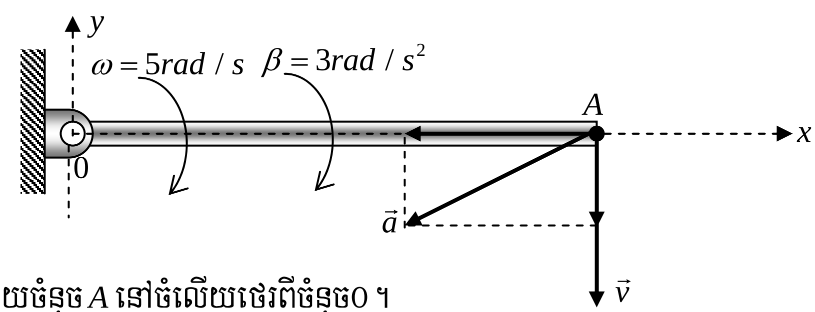
ដូចនេះ $v_B = 2m/s$ ។



៩៣-របារមួយអាចវិលជុំវិញកន្លះ0ដោយល្បឿនមុំ$5rad/s$ តាមទិសដៅទ្រនិចនាឡិកា។ នៅខណៈដូចបង្ហាញលើរូប ល្បឿនមុំកើនឡើងជាអត្រា$3rad/s^2$ ។ ចូរកំណត់ល្បឿននិងសំទុះរបស់ចុងនៃរបារត្រង់ A នៅខណៈដែលអោយនៅលើរូប ។



<u>ចំលើយ</u>



ដោយចំនុច A នៅចំលើយថេរពីចំនុច0 ។

ដូចនេះវាធ្វើចលនាវង់ដែលមានកាំរង្វង់ $0A$ ។

ល្បឿនរបស់ចំនុច A សំដែងដោយ:

$\vec{v} = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{0A}$

ដោយ $\vec{\omega} = -5\vec{k}$,$\overrightarrow{0A} = 1\vec{i}$

$\Rightarrow \vec{v} = -5\vec{k} \wedge \vec{i} = -5\vec{j} \Rightarrow v = 5m/s$

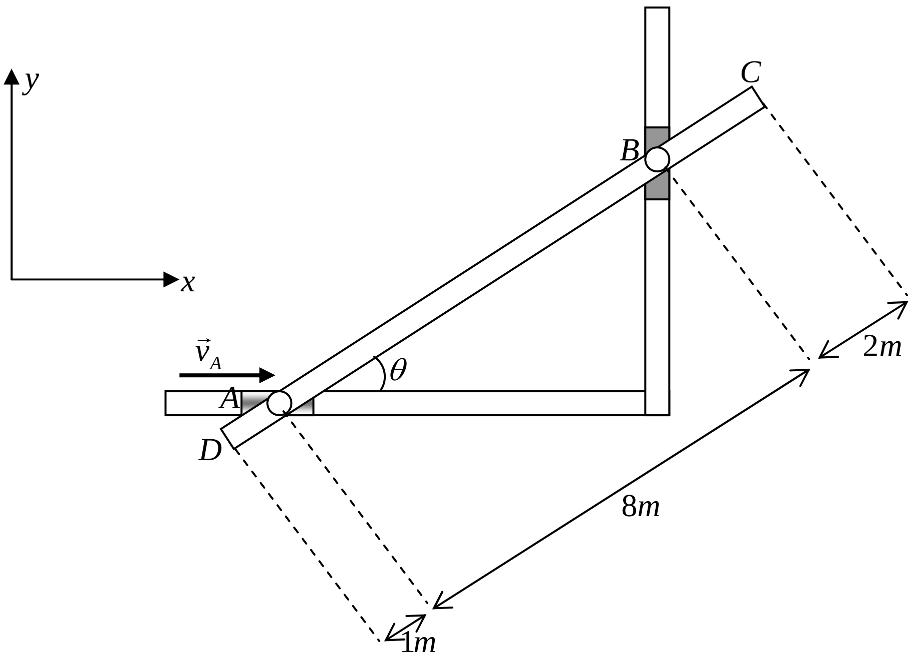
-សំទុះ

$$\vec a = \frac{d\vec v}{dt} = \vec\beta \wedge \overrightarrow{0A} - \omega^2\overrightarrow{0A}$$

$$\Rightarrow \vec a = -3\vec k \wedge \vec i - 25\vec i = -3\vec j - 25\vec i$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{(-3)^2 + (-25)} = 25{,}18 m/s^2$$

៩៤-របារCD ត្រូវបាននាំដោយដុំ A និង B កំពុងធ្វើចលនាដូចរូប ។ ដុំ A ធ្វើចលនាទៅស្តាំដោយល្បឿន $5m/s$ ។ ចូរកំណត់ល្បឿន C នៃចុងរបារនៅខណៈដែល $\theta = 30^0$ ។



ចំលើយ

វ៉ិចទ័រល្បឿនរបស់ចំនុច A គឺ $\vec v_A = 5\vec i$ ។ ដូចនេះល្បឿនរបស់ចំនុច C អាចសំដែង:

$\vec v_C = \vec v_A + \vec v_{C/A}$ ឬ $\vec v_C = 5\vec i + \vec\omega \wedge \vec r_{C/A}$

ដោយ $\vec r_{C/A} = 10\cos 30^0\,\vec i + 10\sin 30^0\,\vec j$

ម្យ៉ាងទៀត $\vec v_B = \vec v_A + \vec v_{B/A}$ ឬ $v_B\vec j = 5\vec i + \omega\vec k \wedge \left(10\cos 30^0\vec i + 10\sin 30^0\,\vec j\right)$

$\Leftrightarrow v_B\vec j = \left(5 - 8\omega\sin 30^0\right)\vec i + 8\omega\cos 30^0\,\vec j$

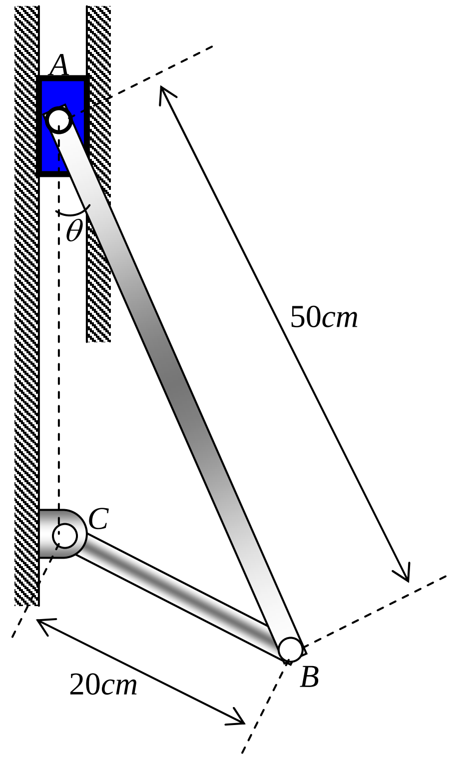
យើងបាន:

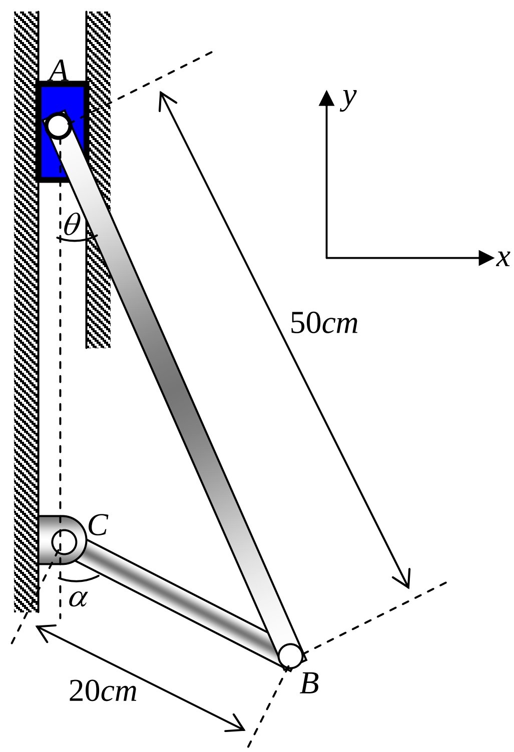
$0 = 5 - 8\omega\sin 30^0 \Rightarrow \omega = 1{,}09 rad/s$

ដូចនេះ $\vec v_C = 5\vec i + 1{,}09\vec k \wedge \left(10\cos 30^0\,\vec i + 10\sin 30^0\,\vec j\right) = -1{,}25\vec i + 8{,}93\vec j$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{(1,25)^2 + (8,93)^2} = 9,02m/s$$

៩៥-របារ CB ធ្វើដំណើរឡើងចុះដោយសារពីស្តុង A ដូចបង្ហាញដូចរូប ។ ចូរកំណត់ល្បឿនមុំរបារ AB និង CB នៅខណៈដែល $\theta = 20^0$ និងពីស្តុងចលនាចុះក្រោមដោយល្បឿន $v_A = 10m/s$ ។





ចំលើយ

ល្បឿននៃចំនុច B អោយដោយទំនាក់ទំនង:

$\vec{v}_B = \vec{v}_C + \vec{\omega}_{CB} \wedge \vec{r}_{B/C}$ ដែល $\vec{v}_C = \vec{0}$

$\vec{v}_B = \vec{\omega}_{CB} \wedge \vec{r}_{B/C}$

ដោយ $\vec{r}_{B/C} = 0,2\sin\alpha\,\vec{i} - 0,2\cos\alpha\,\vec{j}$

ម្យ៉ាងទៀតតាមទ្រឹស្តីបទស៊ីនុស:

$$\frac{0,5}{\sin(\pi - \alpha)} = \frac{0,2}{\sin\theta} \Rightarrow \alpha = 58,77^0$$

$$\Rightarrow \vec{v}_B = \omega_{CB}\vec{k} \wedge \left(0,2\sin 58,77^0\,\vec{i} - 0,2\cos 58,77^0\,\vec{j}\right)$$

$$= 0,1036\omega_{CB}\vec{i} - 0,171\omega_{CB}\vec{j} \qquad (1)$$

ចំពោះល្បឿន B ទាក់ទងទៅនឹងល្បឿនពីស្តុង:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega}_{AB} \wedge \vec{r}_{B/A}$$

ដោយ $\vec{v}_A = -10\vec{j}$, $\vec{r}_{B/A} = 0,5\sin 20^0 - 0,5\cos 20^0\,\vec{j}$

$$\Rightarrow \vec{v}_B = 0,4698\omega_{AB}\vec{i} + \left(0,171\omega_{AB} - 1\right)\vec{j} \qquad (2)$$

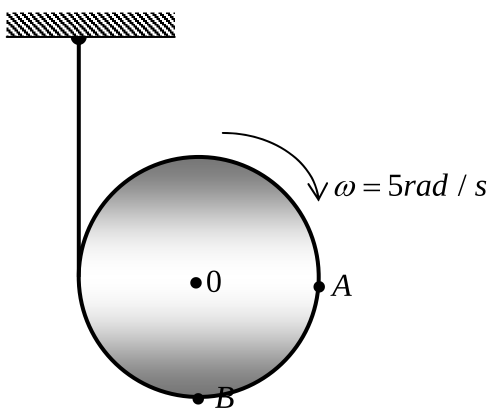
(1) និង(2) យើងបាន:

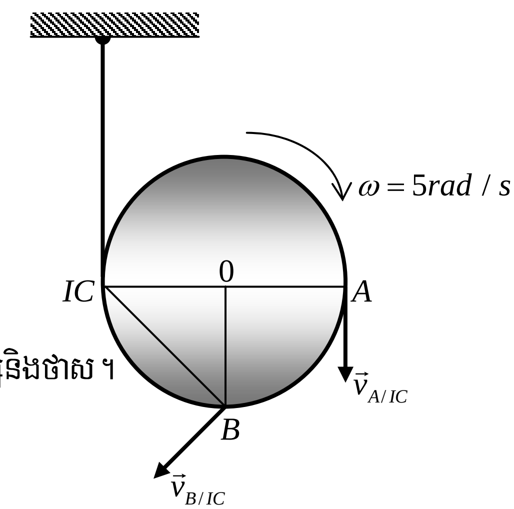
$$0,1036\omega_{CB} = 0,4698\omega_{AB}$$

$$0,171\omega_{CB} = 0,171\omega_{AB} - 10$$

$$\Rightarrow \omega_{AB} = 16,6rad/s \qquad , \omega_{CB} = 75rad/s$$

៩៦-ខ្សែពួរមួយត្រូវបានរុំលើថាសមានកាំ $0,5m$ នឹងចុងម្ខាងត្រូវចងភ្ជាប់ទៅពិដានដូចរូប ។ ថាសធ្វើចលនាចុះក្រោម ដោយសារវាវិលដោយអត្រា $5rad/s$ ។ ចូរកំណត់ល្បឿនត្រង់ចំនុច A និង B ។





ចំលើយ

ផ្ចិតខណ:នៃល្បឿនសូន្យគឺនៅត្រូវចំនុចប៉ះរវាងខ្សែនិងថាស ។

យើងបាន:

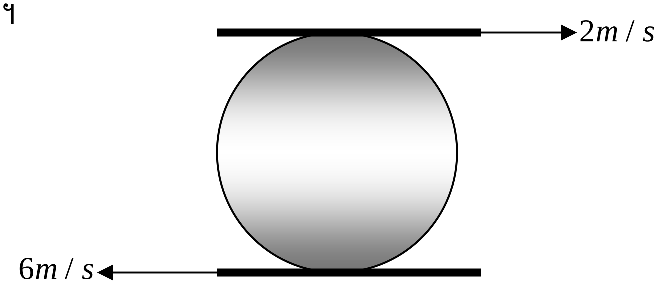
$v_A = v_{A/IC} = \omega r_{A/IC}$ និង $v_B = v_{B/IC} = \omega r_{B/IC}$

ដោយ $\omega = 5rad/s$, $r_{A/IC} = 1m$, $r_{B/IC} = \sqrt{0,5^2 + 0,5^2} = 0,707m$

-ចំពោះល្បឿនចំនុច A: $v_A = 5m/s$

-ចំពោះល្បឿនចំនុច B: $v_B = 3,54m/s$

៩៧-ថាសមួយមានកាំ $0,5m$ រមៀលដោយមិនរអិលចន្លោះខ្សែពានពីរដែលមានល្បឿនផ្ទុយគ្នាដូចបង្ហាញក្នុងរូប ។ ចូរកំណត់ល្បឿនមុំនៃថាសនេះ ។



<u>ចំលើយ</u>

-តាមវិធីស្កាលែ

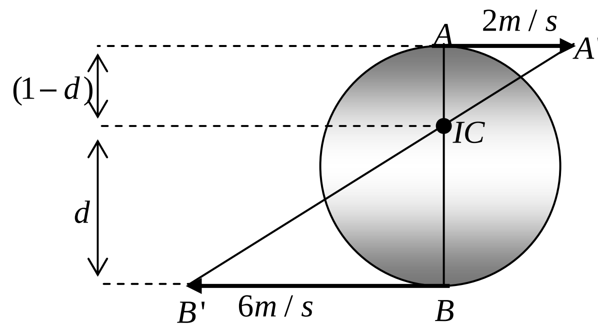
ល្បឿនចំនុច A និង B គឺ:

$v_A = 2m/s$, $v_B = 6m/s$

យើងនឹងកំណត់ផ្ចិតខណៈនៃល្បឿនសូន្យ ។ ដោយសារល្បឿនត្រង់ A និង B ស្របគ្នា ប៉ុន្តែតំលៃវាត្រូវបានស្គាល់ ។

ពីការប្រដូចត្រីកោណ $AA'IC$ និង $BB'IC$ យើងបាន:

$$\frac{2}{1-d} = \frac{6}{d} \Rightarrow d = 0,75m$$



ល្បឿនមុំរបស់ថាស

$$\omega = \frac{v_A}{r_{A/IC}} = \frac{v_B}{r_{B/IC}} = \frac{6}{3} = 2rad/s$$

-វិធីវ៉ិចទ័រ:

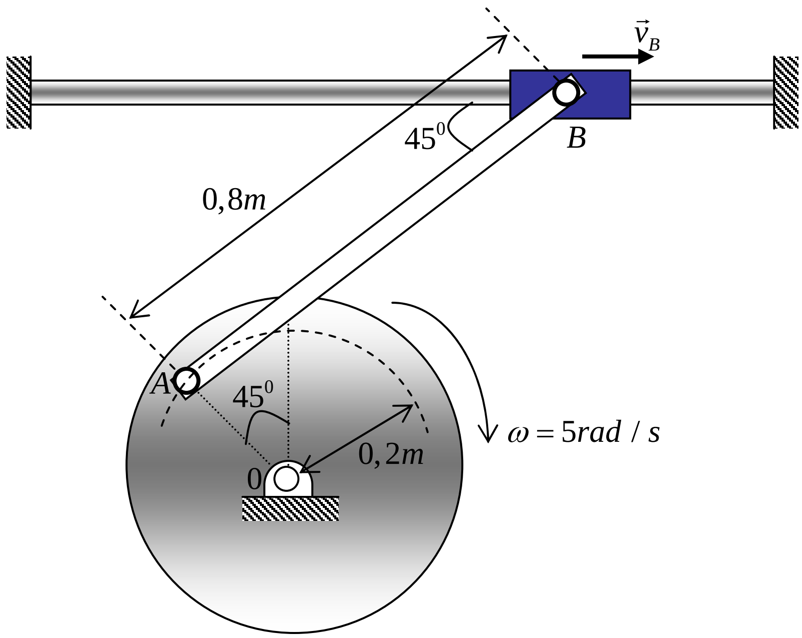
$\vec{v}_B = \vec{\omega} \wedge \vec{r}_{B/IC}$

ដោយ $\vec{\omega} = \omega\vec{k}$,$\vec{v}_B = -v_B\vec{i}$ និង $\vec{r}_{B/IC} = -r_{B/IC}\vec{j}$

$-6\vec{i} = \omega\vec{k} \wedge (-3)\vec{j} = 3\omega\vec{i} \Rightarrow \omega = -2rad/s$

ជាម៉ូឌុល $\omega = 2rad/s$

៩៨-កង់ A មួយវិលតាមទិសដៅទ្រនិចនាឡិកាជាមួយល្បឿនមុំ $\omega = 5rad/s$ នៅពេលភ្ជាប់ដងទៅប្រឡៅ B ។ នៅខណៈដូចនង្ហាញលើរូប ចូរកំណត់ល្បឿនរបស់ប្រឡៅ B ។



ចំលើយ

ល្បឿនប្រឡៅ B កំណត់ដោយៈ

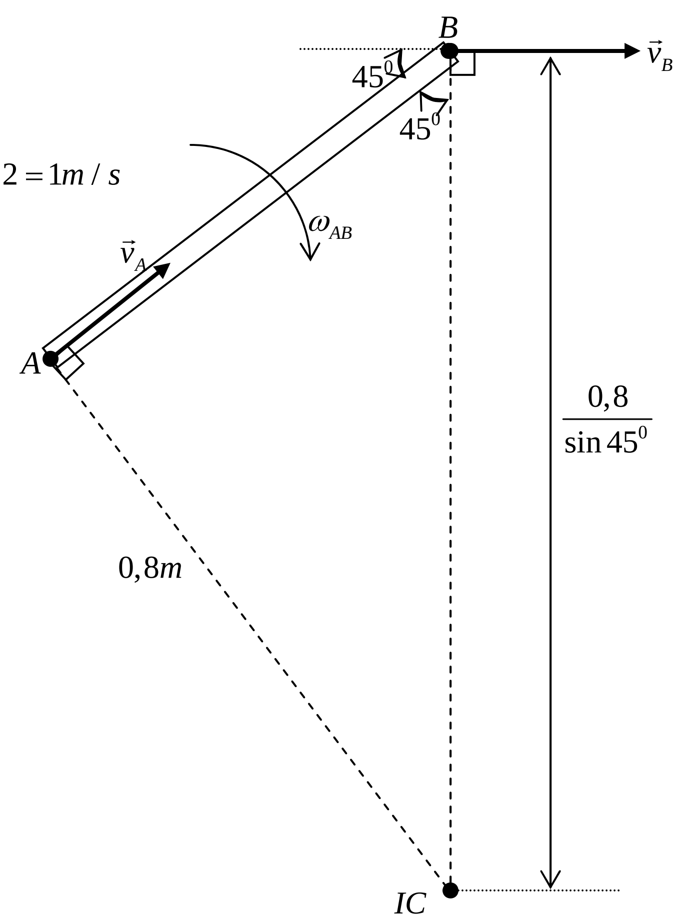
$v_B = \omega_{AB} r_{B/IC}$

ម្យ៉ាទៀតដោយ

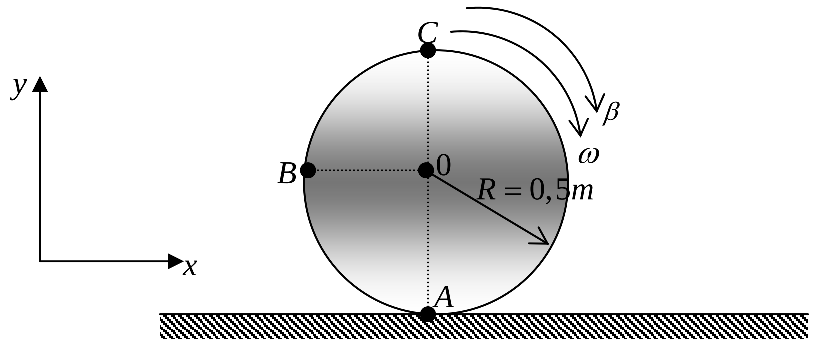
$v_A = \omega_{AB}\, r_{A/IC}$ និង $v_A = \omega r_{A/0} = 5 \times 0,2 = 1m/s$

$$\Rightarrow \omega_{AB} = \frac{v_A}{r_{A/IC}} = \frac{1}{0,8} = 1,25rad/s$$

ដូនេះ $v_B = 1,25 \times \dfrac{0,8}{\sin 45^0} = 1,41m/s$



៩៩-កង់មួយរមៀលលើផ្ទៃដេកដោយមិនរអិល ។ ផ្ចិតនៃកង់មានល្បឿន$5m/s$ និងសំទុះ$2m/s^2$ នៅខណៈដូច បង្ហាញក្នុងរូប ។ ចូរកំណត់សំទុះនៃចំណុច A, B និងC នៅខណៈដែលអោយ ។



ចំលើយ

កង់រមៀលដោយមិនរអិល ។ ដូនេះផ្ចិតខណៈនៃល្បឿនសូន្យនៅត្រង់A

នោះល្បឿននៃផ្ចិត0របស់កង់ សរសេរៈ

$v_0 = \omega r_{0/A}$ និងសំទុះ $a_0 = \beta r_{0/A}$

នាំអោយ $\omega = \dfrac{v_0}{r_{0/A}} = \dfrac{5}{0,5} = 10rad/s$

រឺ $\vec{\omega} = -10\vec{k}$

អញ្ចឹង $\beta = \dfrac{a_0}{r_{0/A}} = \dfrac{2}{0,5} = 4rad/s^2$

រឺ $\vec{\beta} = -4\vec{k}$

ម្យ៉ាងទៀតៈ $\vec{a}_A = \vec{a}_0 + \vec{\beta} \wedge \vec{r}_{A/0} - \omega^2 \vec{r}_{A/0}$ ដោយ $\vec{r}_{A/0} = -0,5\vec{j}$

$\Rightarrow \vec{a}_A = 2\vec{i} + \left(-4\vec{k}\right) \wedge \left(-0,5\vec{j}\right) - (10)^2\left(-0,5\vec{j}\right)$

$\vec{a}_A = 2\vec{i} - 2\vec{i} + 50\vec{j} = 50\vec{j}$

$\Rightarrow a_A = 50m/s^2$

-ចំពោះចំនុចB

$\vec{a}_B = \vec{a}_0 + \vec{\beta} \wedge \vec{r}_{B/0} - \omega^2 \vec{r}_{B/0}$ ដោយ $\vec{r}_{B/0} = -0,5\vec{i}$

$\vec{a}_B = 2\vec{i} + \left(-4\vec{k}\right) \wedge \left(-0,5\vec{i}\right) + (10)^2\left(-0,5\vec{i}\right)$

$\vec{a}_B = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 50\vec{i} = -48\vec{i} + 2\vec{j}$

$\Rightarrow a_B = \sqrt{(-48)^2 + 2^2} = 48,04m/s^2$

-ចំពោះចំនុចC

$\vec{a}_C = \vec{a}_0 + \vec{\beta} \wedge \vec{r}_{C/0} - \omega^2 \vec{r}_{C/0}$ ដោយ $\vec{r}_{C/0} = 0,5\,\vec{j}$

$\vec{a}_C = 2\vec{i} + \left(-4\vec{k}\right) \wedge \left(0,5\,\vec{j}\right) + \left(10\right)^2 \left(0,5\,\vec{j}\right)$

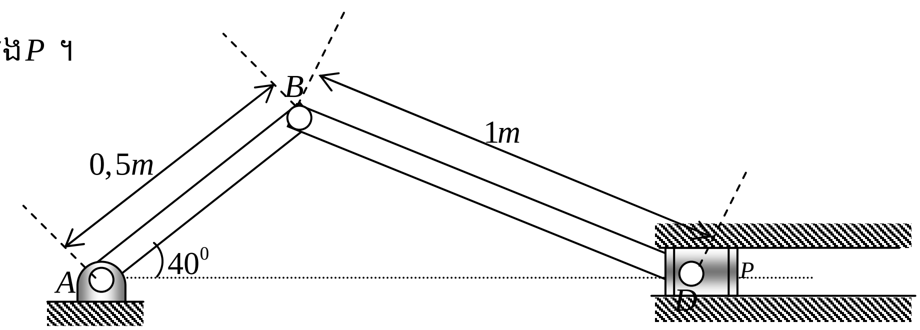
$\vec{a}_C = 2\vec{i} + 2\vec{i} + 50\,\vec{j} = 4\vec{i} + 50\,\vec{j}$

$\Rightarrow a_B = \sqrt{4^2 + 50^2} = 50,16 m/s^2$

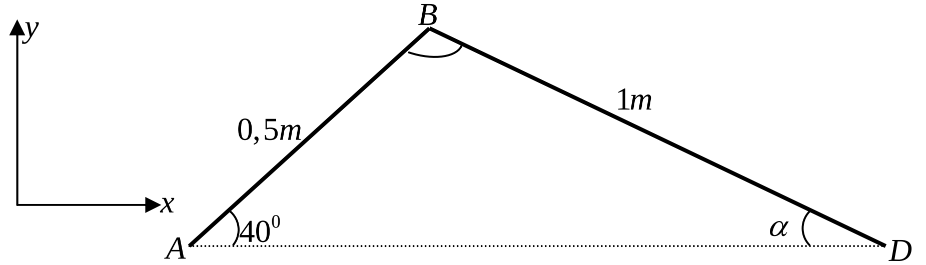
១០០-នៅក្នុងប្រព័ន្ធម៉ាស៊ីនមួយបង្ហាញដូចរូប ។ ដង AB មានល្បឿនមុំថេរ $200 rad/s$ តាមទិសដៅដូចទ្រនិចនាឡិកា ។ ចំពោះទីតាំងដូចបង្ហាញ ចូរកំណត់:

ក-ល្បឿនមុំនៃដង BD ។

ខ-ល្បឿននៃពីស្តុង P ។



ចំលើយ



ក-ល្បឿនមុំដង BD

យើងបានកន្សោម:

$\vec{v}_D = \vec{v}_B + \vec{\omega}_{BD} \wedge \vec{r}_{D/B}$ (1)

និង $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega}_{AB} \wedge \vec{r}_{B/A}$

ដោយ $\vec{v}_A = \vec{0}$, $\vec{\omega}_{AB} = -\omega_{AB}\vec{k}$, $\vec{r}_{B/A} = 0,5\cos 40^0\,\vec{i} + 0,5\sin 40^0\,\vec{j}$

$\Rightarrow \vec{v}_B = -200\vec{k} \wedge \left(0,5\cos 40^0\,\vec{i} + 0,5\sin 40^0\,\vec{j}\right) = -100\cos 40^0\,\vec{j} + 100\sin 40^0\,\vec{i}$

រឺ $\vec{v}_B = 64,28\vec{i} - 76,6\,\vec{j}$

ម្យ៉ាងទៀត $\vec{v}_D = v_D\,\vec{i}$ $\,,\vec{\omega}_{BD} = \omega_{BD}\vec{k}$ និង $\vec{r}_{D/B} = 1.\cos\alpha\,\vec{i} - 1.\sin\alpha\,\vec{j}$

តាមទ្រឹស្តីបទស៊ីនុស $\dfrac{1}{\sin 40^0} = \dfrac{0,5}{\sin\alpha} \Rightarrow \sin\alpha = 0,5\sin 40^0 \Rightarrow \alpha = 18,75^0$

$\Rightarrow \vec{r}_{D/B} = 0,95\vec{i} - 0,32\,\vec{j}$

(1) យើងបាន:

$v_D\,\vec{i} = \left(64,28\vec{i} - 76,6\,\vec{j}\right) + \omega_{BD}\vec{k} \wedge \left(0,95\vec{i} - 0,32\vec{j}\right)$

$\Leftrightarrow\; v_D\,\vec{i} = \left(64,28\vec{i} - 76,6\,\vec{j}\right) + 0,95\omega_{BD}\,\vec{j} + 0,32\omega_{BD}\vec{i}$

$\Leftrightarrow\; v_D\,\vec{i} = \left(64,28 + 0,32\omega_{BD}\right)\vec{i} + \left(0,95\omega_{BD} - 76,6\right)\vec{j}$

យើងបាន:

$$\begin{aligned} v_D &= \left(64,28 + 0,32\omega_{BD}\right) \\ 0 &= \left(0,95\omega_{BD} - 76,6\right) \end{aligned}$$

$\Rightarrow\; \omega_{BD} = 80,63 rad / s$

ខ-ល្បឿនពីស្តុងP

ដោយចំនុចD នៅលើពីស្តុង ដូចនេះល្បឿនរបស់ចំនុចD ជាល្បឿនរបស់ពីស្តុង ។

ដូនេះ យើងមានកន្សោម:

$v_D = \left(64,28 + 0,32\omega_{BD}\right)$

$\Rightarrow\; v_D = \left(64,28 + 0,32 \times 80,63\right) = 90,08 m / s$

១០១-ចល័តមួយធ្វើចលនាត្រង់ស៊ីនុយសូអ៊ីតនៅលើអ័ក្ស $(0,\vec{i})$ តាមច្បាប់: $x = 4\cos\left(2\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$

ខ្នាតទាំងអស់គិតជាប្រព័ន្ធខ្នាតអន្តរជាតិ(SI) ។

ក-ចូរសង់ក្រាប $t \mapsto x = x(t)$ ។

ខ-គណនាល្បឿន និងសំទុះ ។

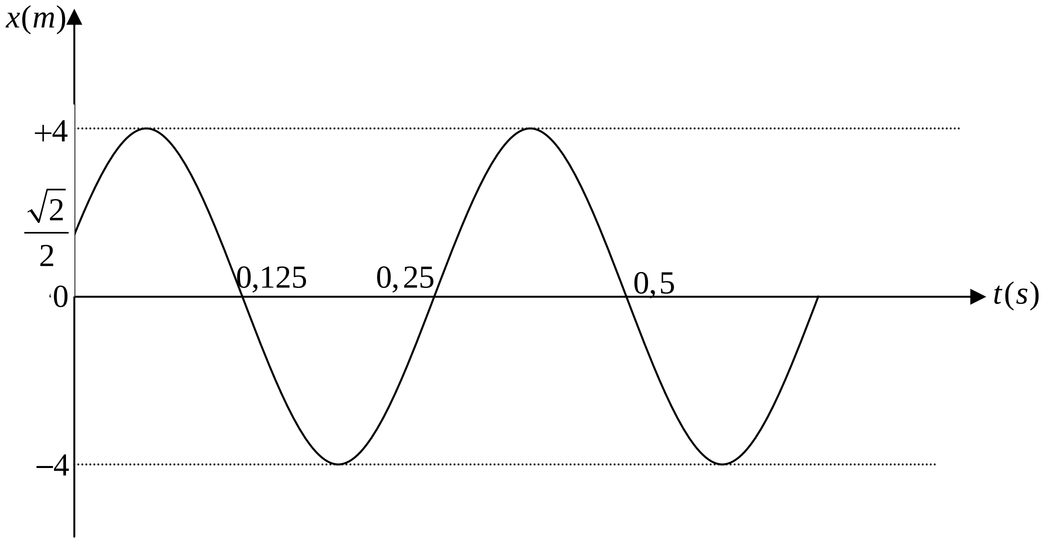
<u>**ចំលើយ**</u>

ក-ចូរសង់ក្រាប $t \mapsto x = x(t)$

ខួបនៃអនុគន៍ $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{2\pi} = 1s$

ចំពោះ $t = 0, x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

ដូចនេះសមីការពេល: $x = 4\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$



ខ-ល្បឿន និងសំទុះ

$v = \frac{dx}{dt} = -8\pi\sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

និង $a = \frac{dv}{dt} = -16\pi^2\cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$

១០២-ចល័តមួយធ្វើចលនាត្រង់ស៊ីនុយសូអ៊ីតនៅលើអ័ក្ស $(0,\vec{i})$ តាមច្បាប់: $x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$ ដោយដឹងថា នៅខណៈដើមពេល $t = 0,\ x_0 = 0, \dot{x}_0 = -3m/s$ និង $\omega = 10rad/s$ ។ ចូរកំនត់សរសេរសមីការចល័តនេះ ។

<u>ចំលើយ</u>

ដំបូងយើងកំនត់ x_m និង φ

$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$ និង $\dot{x} = -x_m\omega\sin(\omega t + \varphi)$

នៅលក្ខខ័ណ្ឌដើម $t = 0$:

$$\begin{cases} 0 = x_m\cos(\omega \times 0 + \varphi) \\ -3 = -x_m\omega\sin(\omega\times 0 + \varphi) \end{cases}$$

$\Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow 3 = x_m \times 10 \sin\dfrac{\pi}{2} \Rightarrow x_m = 0,3m$

ដូចនេះសមីការចលនា $x = 0,3\cos\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right)$

១០៣-ចល័តមួយធ្វើចលនាត្រង់ស៊ីនុយសូអ៊ីតនៅលើអ័ក្ស $(0,\vec{i})$ តាមច្បាប់: $x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$ ដោយដឹងថា នៅខណៈដើមពេល $t = 0,\ x_0 = 1m, \ddot{x}_0 = 2m/s^2$ និង $\omega = 10rad/s$ ។ ចូរកំនត់សរសេរសមីការចល័តនេះ ។

<u>ចំលើយ</u>

ដំបូងយើងកំនត់ x_m និង φ

$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$ និង $\ddot{x} = -x_m\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$

នៅលក្ខខ័ណ្ឌដើម $t = 0$:

$$\begin{cases} 1 = x_m\cos(\omega \times 0 + \varphi) \\ 2 = -x_m\omega^2\cos(\omega \times 0 + \varphi) \end{cases}$$

$\Rightarrow \cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

$\Rightarrow 2 = -x_m \times 10\cos 0 \Rightarrow x_m = -0,2m$

ដូចនេះសមីការចលនា $x = -0,2\cos 10t = 0,2\cos\left(10t + \dfrac{\pi}{2}\right)$

១០៤-ចល័តមួយធ្វើចលនាត្រង់ស៊ីនុយសូអ៊ីតនៅលើអ័ក្ស $(0,\vec{i})$ តាមច្បាប់: $x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$ ដោយដឹងថា នៅខណៈដើមពេល $t = 0,\ \dot{x}_0 = 4m/s,\ \ \ddot{x}_0 = 2m/s^2$ និង $\omega = \pi rad/s$ ។ ចូរកំនត់សរសេរសមីការចល័តនេះ ។

<u>ចំលើយ</u>

ដំបូងយើងកំនត់ x_m និង φ

$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$ និង $\dot{x} = -x_m\omega\sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \ddot{x} = -x_m\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$

នៅលក្ខខ័ណ្ឌដើម $t = 0$:

$$\begin{cases} 4 = -x_m\omega\sin(\omega \times 0 + \varphi) \\ 2 = -x_m\omega^2\cos(\omega \times 0 + \varphi) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{2} = \frac{\tan\varphi}{\omega} \Rightarrow \tan\varphi = 2\omega = 2\pi \quad \Rightarrow \varphi = 80,95^0 \text{ រឺ } \varphi = 1,41 rad$$

$$\Rightarrow 4 = -x_m \times \pi \cos 80,95^0 \ \Rightarrow x_m = -8,1m$$

ដូចនេះសមីការចលនា $x = -8,9\cos(\pi t + 1,41) = 0,2\cos(10t + 2,98)$

១០៥-ចល័តមួយធ្វើចលនាត្រង់ស៊ីនុយសូអ៊ីតនៅលើអ័ក្ស $(0,\vec{i})$ តាមច្បាប់: $x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$ ដោយដឹងថា នៅខណៈ: $t = 1s,\ \dot{x} = 2m/s$ និងនៅខណៈ: $t = 3s,\ \dot{x} = 0$ ហើយពុលសាស្យុង $\omega = \pi rad/s$ ។ ចូរកំនត់សរសេរសមីការចល័តនេះ ។

<u>ចំលើយ</u>

ដំបូងយើងកំនត់ x_m និង φ

$x = x_m\cos(\omega t + \varphi)$ និង $\dot{x} = -x_m\omega\sin(\omega t + \varphi) \Rightarrow \ddot{x} = -x_m\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$

-នៅខណៈ: $t = 1s$:

$$2 = -x_m\omega\sin(\omega \times 1 + \varphi)$$

-នៅខណៈ: $t = 3s$:

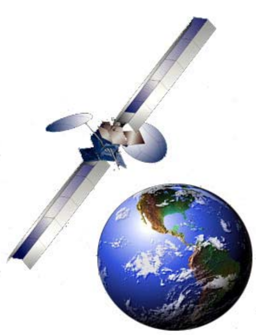
$$0 = -x_m\omega\sin(\omega \times 3 + \varphi)$$

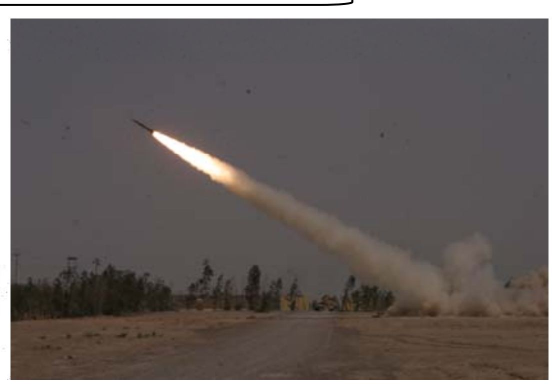
$$\Rightarrow \sin(3\pi + \varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{5\pi}{2}$$

ដូចនេះ $2 = -x_m\omega\sin\left(3\pi - \frac{5\pi}{2}\right) = -x_m \times \pi\sin\frac{\pi}{2} \Rightarrow x_m = -\frac{2}{\pi}m$

ដូចនេះសមីការចលនា $x = -\frac{2}{\pi}\cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{2}\right) = \frac{2}{\pi}\cos(\pi t - 2\pi)$

សូមស្វែងរករូបវិទ្យាទូទៅភាគ១របស់លោក ហង់ ស៊ីម





លំហាត់ត្រិះរិះ

១- ចំនុចចល័តមួយផ្លាស់ទីលើអ័ក្ស $(x'x,\vec{i})$ តាមសមីការពេល $x = 6t + 3$ ខ្នាតគិតជា SI ។

ក-ចូរប្រាប់ប្រភេទចលនា ។ អោយតំលៃល្បឿន និងទីតាំងដើមរបស់ចល័ត ។

ខ-ចូរបង្ហាញ $t \mapsto x(t)$ ចំពោះ $0 \le t \le 5s$ ។ គណនាចំងាយចរចន្លោះពេល $[0s;2s]$ និង $[3s;5s]$ ។

២- ចល័តមួយផ្លាស់ទីនៅក្នុងប្លង់ $\Re(0;\vec{i};\vec{j})$ នៃតំរុយអរតូណរមេភ្ជាប់នឹងប្លង់នេះ ។ សមីការប៉ារ៉ាម៉ែតនៃចំនុចចល័ត អោយដោយ $x = 2t + 1$; $y = 6t + 2$ ខ្នាតគិតជា SI ។

ក-អោយសមីការគន្លងរបស់ចល័ត ។

ខ-ប្រាប់ប្រភេទចលនាព្រមទាំងវិចទ័រល្បឿន និងសំទុះរួចគណនាតំលៃរបស់វា ។

៣- ចល័តមួយផ្លាស់ទីនៅក្នុងងប្លង់ $\Re(0;\vec{i};\vec{j})$ នៃតំរុយអរតូណរមេភ្ជាប់ទៅនឹងប្លង់នេះ ។ សមីការប៉ារ៉ាម៉ែត អោយដោយ $x = 4t$; $y = 1t$ ខ្នាតគិតជាSI ។

ក-ចូរអោយសមីការគន្លងរបស់ចល័ត ។

ខ-ចូរកំនត់ប្រភេទចលនា រួចគណនាល្បឿន ។

៤- ចល័តមួយធ្វើចលនាត្រង់ស្មើនៅក្នុងតំរុយអរតូណរមេ $\Re(0xy)$ ។ នៅខណៈ $t = 0$ ចល័តនៅត្រង់ចំនុចដែលមានកូអរដោនេ $x = 4m; y = -2m$ ហើយកូអរដោនេនៃវិចទ័រល្បឿន $v_x = 4m/s; v_y = 8m/s$ ។

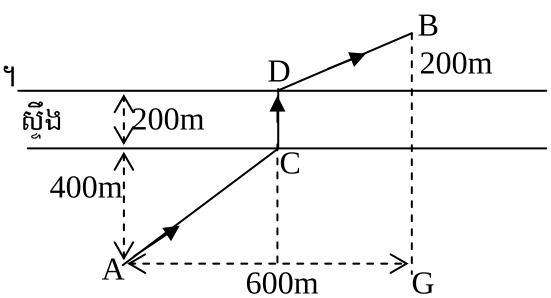
ក-ចូរអោយសមីការពេល $x(t)$; $y(t)$ នៃចលនា ។

ខ-ចូរអោយសមីការគន្លងនៃចំនុចចល័តនេះ ។

៥- យានយន្ត *Amphibie* មួយធ្វើដំណើរពីចំនុច A ទៅចំនុច B វាឆ្លងកាត់ស្ទឹងមួយទៅច្រាំង ។ ល្បឿនរបស់វានៅ ដី $12km/h$ ទៅលើទឹក $3km/h$ ។ តាង $x = AH; L = AB$ ដូចរូប ។

ក-ចូរភ្ជាប់ពីចំនុចមួយទៅចំនុចមួយនៃខ្សែកោង $L = f(x); 0 \le x \le 600m$ ។ ចូរទាញរកប្រវែងអប្បបរមានៃចំងាយចររវាងចំនុច A និង B ។

ខ-គណនារយៈពេលអប្បបរមាចំពោះចំងាយចរពី A ទៅ B ។



៦- សមីការពេលនៃចំនុចចល័តមួយធ្វើចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើតាមបណ្តោយអ័ក្ស $(x'x,\vec{i})$ គឺ:

$x = t^2 - 4t + 3 \; ; \quad t \geq 0$ ។

ក-ចូរអោយកន្សោមល្បឿន និងសំទុះ ។

ខ-តើចន្លោះពេលណាចល័តធ្វើចលនាស្ទុះ? ចលនាយឺត?

គ-តើរយៈពេលប៉ុន្មានទើបចល័តឆ្លងកាត់គល់ O?

៧- ចល័តមួយមានអាប់ស៊ីសដើមសូន្យ ធ្វើចលនាត្រង់ដោយល្បឿន $v = 8 - 4t; 0 < t < 10s$ ។

ក-ចូរប្រាប់ប្រភេទចលនា ។

ខ-តើចន្លោះពេលណាវាធ្វើចលនាស្ទុះ? ចលនាយឺត?

គ-តើរយៈពេលប៉ុន្មានទើបវាឆ្លងកាត់ចំនុចចេញដំណើរវិញ?

៨- ចំនុចរូបធាតុមួយគូសគន្លងជាបន្ទាត់តាមអ័ក្ស $(x'x, \vec{i})$ ដោយសំទុះថេរ $\vec{a} = 0,8.\vec{i}\,(m/s^2$ ។ នៅខណៈដើម ពេល

$t = 0 \; ; \; x_0 = -20m \quad ; \quad \vec{v}_0 = -20.\vec{i}\,(m/s)$ ។

ក-ចូរកំនត់សមីការពេលនៃចលនា ។

ខ-តើល្បឿនវាប្រែប្រួលជាអនុគមន៏ពេលដូចម្តេច?

គ-តើរយៈពេលប៉ុន្មាន ល្បឿនប៉ុន្មាន ពេលវាឆ្លងកាត់គល់Oនៃអ័ក្ស?

៩- ទំនាក់ទំនងទៅនឹងតំរុយ ℜ(oxy) សមីការនៃចំនុចចល័តមួយអោយដោយៈ

$x = 3t^2 - 6t \quad ; \quad y = t^2 - 2t$ ។

ក-ចូរអោយសមីការគន្លង?

ខ-ចូរអោយកន្សោមល្បឿន និងសំទុះជាអនុគមន៏ពេល រួចសន្និដ្ឋានលើប្រភេទចលនានេះ?

១០-ដោយសារប្រដាប់បាញ់ដុំថ្ម ដុំថ្មមួយត្រូវបានគេបាញ់ឡើងលើ ពីដីដោយល្បឿន$20m/s$ ។ សំទុះរបស់ដុំថ្ម ថេរមានតំលៃស្មើនឹងសំទុះទំនាញដី ។

ក-ចូរអោយសមីការពេលនៃដុំថ្ម ។ យើងជ្រើសរើសទិសដៅឡើងលើវិជ្ជមាន ហើយគល់នៅជាប់ដី ។

ខ-គណនាកំពស់អតិបរមាដែលវាឡើងទៅដល់ និងរយៈពេល ។

គ-គណនារយៈពេលវាស្ថិតនៅកំពស់$10m$ពីដី ។ យក $g = 10m/s^2$

១១-រថយន្តមួយបានឈប់នៅពេលមានភ្លើងក្រហមនៃស្តុប ។ ពេលភ្លើងខៀវរថយន្តនេះធ្វើចលនាស្ទុះស្មើក្នុង រយៈពេល8s ដោយសំទុះ$2m/s^2$ បន្ទាប់មកវាក៏ផ្លាស់ទីដោយល្បឿនថេរ ។ ក្នុងខណៈពេលវាកំពុងចេញដំណើរ

នោះមានរថយន្តដឹកអ្នកដំណើរបានវ៉ាទៅមុខហួសដោយល្បឿនថេរ $12m/s$ ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មាន ចំងាយប៉ុន្មាន ពីភ្លើងស្តុបទើបរថយន្តនេះទៅទាន់រថយន្តដឹកអ្នកដំណើរ?

១២- រថយន្តមួយធ្វើចលនា គេបានវាស់ល្បឿនវាពីចេញដំណើររហូតដល់ឈប់ជាអនុគមន៍ពេលៈ

t(s)	3,4	4,4	5,8	7,7	10	12.7	15,8
$v(km/h)$	40	50	60	70	80	90	100

ក-ចូរគូសក្រាបល្បឿនជាអនុគមន៍ពេល ។ តើចលនានេះជាចលនាស្មុះ រឺទេ?

ខ-ចូរកំនត់តំលៃប្រហែលនៃសំទុះរបស់រថយន្តនៅខណៈ $t = 5,8s$ និង $t = 12,7s$ ។

គ-ចូរកំនត់ចំងាយចរពី $t = 0$ រហូតដល់ $t = 15,8s$ ។

១៣-រ៉ូទ័រនៃម៉ូទ័រមួយវិលដោយ 300 ជុំក្នុងមួយនាទី ។ យើងពិនិត្យមើលចំនុចពីរនៅលើរ៉ូទ័រ M និង N ស្ថិតនៅរៀង $5cm$ និង $15cm$ ពីអ័ក្សរង្វិល ។ ចូរកំនត់ចំពោះចំនុចនីមួយៗ

ក-ល្បឿនប្រវែង និងល្បឿនមុំ ។

ខ-គណនាសំទុះ និងសំទុះមុំ ។

១៤- ឃ្លីមួយចាត់ទុកដូចជាចំនុចរូបធាតុផ្លាស់ទីលើរង្វង់តាមច្បាប់ $\theta = 8t + 2$;$\theta(rad)$; $t(s)$ ។

ក-គណនាល្បឿនមុំ និងសំទុះមុំរបស់ឃ្លី ។

ខ-បើកាំរង្វង់ $R = 0,6m$ ចូរអោយអាប់ស៊ីសកំនោង $S(t)$ ជាអនុគមន៍ពេល ។

គ-គណនាខួប និងប្រេកង់ ។

១៥- ភាគល្អិតមួយផ្លាស់ទីលើរង្វង់មានកាំ $R = 2cm$ តាមច្បាប់ $\theta = -t^2 + 10t$; $\theta(rd)$; $t(s)$; $t \geq 0$ ។

ក-គណនាល្បឿនប្រវែងដើម ។

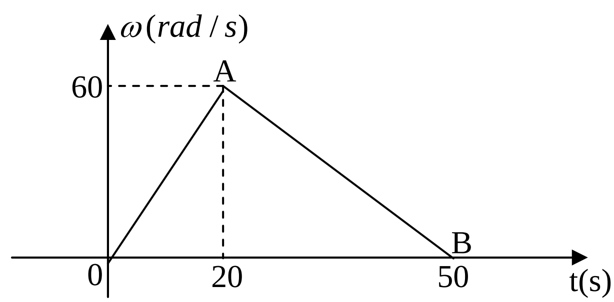
ខ-គណនាល្បឿនមុំនិងសំទុះមុំនៅខណៈ $t = 4s$ ។

គ-តើរយៈពេលប៉ុន្មានទើបល្បឿនមុំសូន្យ? គណនាចំនួនជុំ ។

១៦-ដ្យាក្រាមល្បឿនមុំអនុគមន៍ពេលនៃចំនុចមួយរបស់រ៉ូទ័រ ។

ក-សរសេរសមីការចលនារបស់ចំនុចនេះ ។

ខ-តាមក្រាប ចូរគណនាចំនួនជុំដែលវាធ្វើបាន ។



១៧-ដោយធៀបទៅនឹងតំរុយអរតូណរមេ$(0xyz)$ ភាគល្អិតM មួយរងសំទុះថេរ$\vec{a}=-9,8.\vec{k}$ ។ នៅខណៈ$t=0$

ភាគល្អិតនៅត្រង់ 0 ហើយមានល្បឿន $\vec{v}_0=4.\vec{i}$ ។

ក-ចូរបង្កើតសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត$x(t);\ y(t);\ z(t)$ រួចទាញរកសមីការគន្លង ។

ខ-ចូរអោយកន្សោមល្បឿន រួចគណនាល្បឿននៅខណៈ ចំពោះ $t=0,5s$ ។

គ-គណនារយៈពេលវាឆ្លងកាត់ប្លង់$z=-2m$ រួចទាញរកអាប់ស៊ីសរបស់វា ។

១៨ - លំហាត់នេះដូចលំហាត់១៧ដែរ តែនៅខណៈដើមពេលៈ

$t=0;\quad x_0=2m;\quad y=0;\quad z_0=-0,5m;\quad \vec{v}_0=\vec{i}+4.\vec{k}(m/s)$ ។

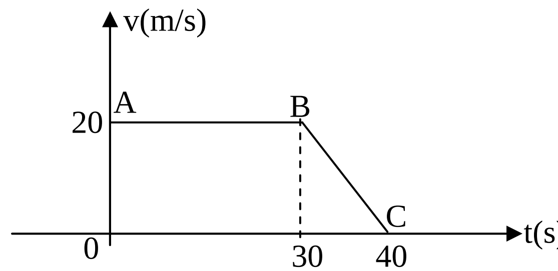
១៩- ក្រាបនៃរូបតាងល្បឿនរបស់ចល័តជាអនុគមន៍នៃពេល ។

ក-តើគេអាចនិយាយដូចម្ដេចចំពោះចលនារបស់ចល័តនេះ?

ខ-គណនាចំងាយចរចន្លោះពេល$[0s;\ 30s]$ ។

គ-បង្ហាញថាចំងាយចរនេះ ត្រូវតាងដោយផ្ទៃនៃចតុកោណកែង $OABC$ ។

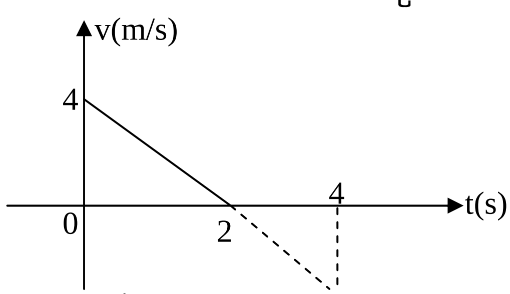
ឃ-គណនាចំងាយចរចន្លោះពេល$[0s;\ 40s]$ ។



២០- ក្រាបនៃរូបតាងអោយល្បឿនជាអនុគមន៍ពេល របស់ចំនុចចល័តមួយធ្វើចលនារំកិលត្រង់ ។

ក-ចូរបញ្ជាក់ប្រភេទចលនារបស់វា ។

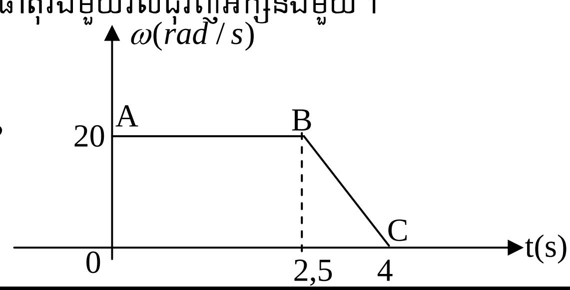
ខ-គណនាចំងាយចររបស់វានៅខណៈពេល $t=4s$ ។ តើវានៅត្រង់ណានៅខណៈពេលនេះ?



២១- ក្រាបនៃរូបតាងល្បឿនមុំជាអនុគមន៍ពេលរបស់អង្គធាតុរឹងមួយវិលជុំវិញអ័ក្សនឹងមួយ ។

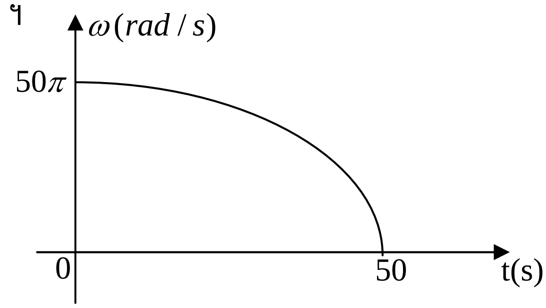
ក-ចូរប្រាប់ប្រភេទចលនា ។

ខ-តើក្រឡាផ្ទៃចតុកោណកែង$OABC$ តាងអោយអ្វី?



គ-គណនាចំនួនជុំនៅចន្លោះពេល$[0s;4s]$ ។

២២-ក្រាបនៃរូបតាងអោយល្បឿនមុំជាអនុគមន៍ពេលនៃអង្គធាតុរឹងមួយវិលជុំវិញអ័ក្សនឹងមួយ។ គណនា ចំនួនជុំដែលវាធ្វើបាននៅចន្លោះពេល$[0s;50s]$ ។



២៣-ចំនុចចល័តM មួយធ្វើចលនាលើអ័ក្ស$(0,\vec{i})$ ដោយចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើមានសំទុះ$\vec{a} = 4.\vec{i}$ ។ នៅខណៈ $t = 0$ វ៉ិចទ័រល្បឿន $\vec{v}_0 = -8.\vec{i}$ ហើយ វ៉ិចទ័រទីតាំង $\overrightarrow{0M}_0 = 2.\vec{i}$ ។

ក-ចូរបង្កើតសមីការ $t \mapsto x(t);\ t \mapsto v(t)$ ។

ខ-ចូរកំនត់រយៈពេល និងទីតាំង ចំពោះល្បឿនស្មើសូន្យ ។

គ-តើចន្លោះពេលណាវាមានចលនាស្ទុះ? ចលនាយឺត?

២៤- គេអោយ$\overrightarrow{0M} = x.\vec{i}$ ជាវ៉ិចទ័រទីតាំងនៃចល័តមួយ ធ្វើចលនាត្រង់ដោយសមីការពេលៈ

$t \mapsto x = t^2 - 4t + 3;\ \ t \geq 0$ ។

ក-ចូរអោយកន្សោមវ៉ិចទ័រល្បឿន និង សំទុះ រួចប្រាប់ប្រភេទចលនា។

ខ-ចូរសំដែងវ៉ិចទ័រទីតាំង $\overrightarrow{0M}_0$ និងវ៉ិចទ័រល្បឿននៅខណៈ $t = 0$ ។

គ-ចូរបង្ហាញថាវ៉ិចទ័រទីតាំងនៃចំនុចចល័តអាចសរសេរៈ $\overrightarrow{0M} = \frac{1}{2}t^2\vec{a} + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{0M}_0$ ។

២៥-នៅក្នុងតំរុយ$(0;\vec{i};\vec{j})$ មានអ័ក្ស $(0x)$ ជាអ័ក្សដេក ហើយអ័ក្ស $(0y)$ ឈរមានទិសដៅចុះក្រោមចំនុចចល័តមួយធ្វើចលនាកោងដោយទន្លាក់សេរី អោយដោយសមីការពេលៈ $x = 3t + 2; y = 4{,}9t^2$ ។

ក-ចូរសំដែងវ៉ិចទ័រទីតាំង -ល្បឿនរបស់ចំនុចចល័តនេះ ។

ខ-បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រសំទុះថេរ រួចគណនាតំលៃរបស់វា ។

គ-ចូរសំដែងវ៉ិចទ័រទីតាំង និងល្បឿននៅខណៈដើមពេល ។

ឃ-ចូរបង្ហាញថាចំពោះចលនាដដែលវ៉ិចទ័រសំទុះថេរវ៉ិចទ័រទីតាំងអោយដោយៈ

$\overrightarrow{0M} = \frac{1}{2}t^2\vec{a} + \vec{v}_0 t + \overrightarrow{0M}_0$ ។

២៦-ចំនុច M នៃអង្គធាតុរឹងមួយធ្វើចលនាវង់ស្មើវាគូសបានគន្លងជាវង្វង់មានកាំ $R = 20cm$ ដោយល្បឿន

2400 ជុំក្នុងមួយនាទី ។

ក-ចូរសំដែងជាអនុគមន៏នឹង f

-ប្រេកង់ និងខួបនៃចលនា

-ល្បឿនមុំ និងល្បឿនប្រវែង

-ចូរសំដែងជាអនុគមន៏នៃ $f; R$ នូវល្បឿនប្រវែង និងសំទុះនៃចំនុចនេះ ។

ខ-អនុវត្តជាលេខចំពោះសំនួរ ។

គ-ចូរគូសរូបបង្ហាញនូវគន្លង វ៉ិចទ័រល្បឿន និងវ៉ិចទ័រសំទុះនៅខណៈពេលណាមួយ ។

២៧-ចំនុចចល័ត M ផ្លាស់ទីនៅក្នុងប្លង់នៃតំរុយអរតូណរមេ $(0xy)$ ដោយវ៉ិចទ័រល្បឿន $\vec{v} = 4.\vec{i} + 8.\vec{j}$ ។ នៅខណៈ

ដើមពេល វ៉ិចទ័រទីតាំងនៃចំនុចចល័តគឺ: $\overrightarrow{0M}_0 = 4.\vec{i} - 2.\vec{j}$ ។

ក-ចូរកំនត់សមីការពេលនៃចំនុចចល័ត $t \mapsto x(t); t \mapsto y(t)$ រួចសំដែងវ៉ិចទ័រទីតាំង $\overrightarrow{0M}$ ។

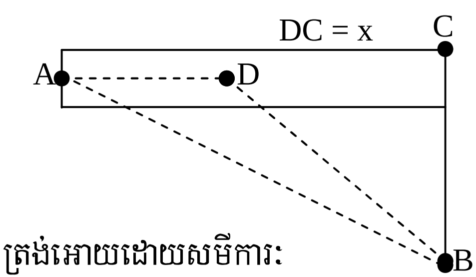
ខ-ចូរកំនត់សមីការដេកាតនៃគន្លង $x \mapsto y(x)$ ។ ចូរទាញរកប្រភេទចលនានៃចល័តនៅក្នុងប្លង់នេះ ។

គ-ចូរបង្ហាញថាចំពោះចលនាដដែល គេបានវ៉ិចទ័រទីតាំងមានទំរង់ $\overrightarrow{0M} = t.\vec{v} + \overrightarrow{0M}_0$ ។

២៨-ត្រាក់ទ័រមួយបានលើកចំនុច A ស្ថិតនៅលើផ្លូវត្រង់ទៅដាក់ត្រង់ចំនុច B ដែលស្ថិតនៅក្នុងចំការចំងាយ $d = CB$ ពីផ្លូវ ហើយក្នុងពេលនេះវាប្រើរយៈពេលតិចបំផុត ។ យើងឧបមាថា គន្លង $AB; DB$ ជាបន្ទាត់ត្រង់ ហើយចរដោយល្បឿនថេរដោយត្រាក់ទ័រចរលើចំការយឺតជាងនៅលើផ្លូវពីរដង ។

ក-ចូរសំដែងទំនាក់ទំនង $x \mapsto t(x)$ ។

ខ-តើចំនុច D នៅត្រង់ណាដែលត្រាក់ទ័រចាកចេញពីផ្លូវ?



២៩-គេអោយ $\overrightarrow{0M} = x.\vec{i}$ ជាវ៉ិចទ័រទីតាំងនៃចំនុចចល័តមួយ ធ្វើចលនាត្រង់អោយដោយសមីការ:

$t \mapsto x(t) = -5t^2 + 30t + 10; t \geq 0$ ។

ក-ចូរសំដែងវ៉ិចទ័រល្បឿន និង វ៉ិចទ័រសំទុះនៃចំនុចចល័ត ។ ចូរប្រាប់ប្រភេទចលនា ។ ចូរបញ្ជាក់ វ៉ិចទ័រសំទុះ វ៉ិចទ័រល្បឿន និងអាប់ស៊ីសនៃចល័តនៅខណៈដើមពេល ។

ខ-សិក្សាបំរែបំរួលល្បឿនជាអនុគមន៍ពេល។ តើខណៈពេលប៉ុន្មាន ទើបចលនារបស់ចល័តមានទិសដៅផ្ទុយពីមុន? តើចន្លោះពេលណាវាមានចលនាស្ទុះ? ចលនាយឺត?

គ-ចូរបង្ហាញតាមក្រាភិចនូវអនុគមន៍ $t \mapsto x(t)$ ។ ចូរកំនត់ខណៈពេលនៅលើក្រាភិចដែលវិចទ័រល្បឿនសូន្យ ហើយប្តូរទិសដៅ? គណនាអាប់ស៊ីសនៅខណៈនេះ ។

ឃ-ចូរសំដែងល្បឿនជាអនុគមន៍អាប់ស៊ីស ។ ចូរបង្ហាញឡើងវិញចេញពីទំនាក់ទំនងអាប់ស៊ីសដែលទាក់ទងទៅការប្តូរទិសដៅនៃចលនា ។

៣០- ចំនុចចល័តM ធ្វើចលនាត្រង់ដោយសំទុះថេរ $\vec{a} = -6.\vec{i}$ ។

ក-ចូរសំដែងវិចទ័រល្បឿនជាអនុគមន៍ពេលដោយដឹងថា $t = 0; \vec{v}_0 = 10.\vec{i}$ ។

ខ-ចូរសំដែងវិចទ័រទីតាំង$\overrightarrow{0M}$ ជាអនុគមន៍ពេលដោយដឹងថា $t = 0;\ \overrightarrow{0M}_0 = 5.\vec{i}$ ។

គ-ចូរអោយសមីការពេលនៃចលនា $t \mapsto x(t)$ ។

៣១-រថយន្តមួយត្រូវបានឈប់ដោយសារវាំរងសំទុះថេរ $1m/s^2$ ក្នុងរយៈពេល $10s$ បន្ទាប់មករថយន្តនេះធ្វើចលនាស្ទុះដោយសំទុះថេរគឺ $5.10^{-2}m/s^2$ ក្នុងរយៈពេល$20s$ រួចគេចាប់ប្រាំង វាធ្វើចលនាប្រែប្រួលស្មើរហូតដល់ឈប់ក្នុងរយៈពេល$5s$ ។ គណនាចំងាយចរសរុបដែលរថយន្តធ្វើបាន ។

៣២-ចលនាកង់មួយចេញដំណើរពីនៅនឹងដោយចលនាស្ទុះដែលល្បឿនមុំកើនឡើងយ៉ាងទៀងទាត់120 ជុំក្នុងមួយនាទីក្នុងរយៈពេលមួយនាទី ។ ក្រោយពីវិលបានមួយសន្ទុះមកគេក៏ចាប់ប្រាំងវាបន្ទាប់មកវាធ្វើចលនាប្រែប្រួលស្មើរហូតដល់ឈប់ក្នុងរយៈពេលប្រាំនាទី ។ ចំនួនជុំដែលវាធ្វើបាន1560 ជុំ ។ គណនារយៈពេលសរុប ដែលវាប្រើ ។

៣៣-រ៉ូទ័រនៃម៉ាស៊ីនវិលដោយល្បឿន$1200tr/mn$ ។ នៅខណៈ$t = 0$ វារងសំទុះមុំមានតំលៃថេរវាក៏ឈប់នៅពេលវាវិលបាន$300tr$ ។

ក-ចូរសំដែងល្បឿនមុំ -មុំ ជាអនុគមន៍ពេលដែលវាវិលពីខណៈ$t = 0$ ។

ខ-ចូរសំដែងល្បឿនមុំជាអនុគមន៍សំទុះមុំ និងមុំ ។

គ-គណនាតំលៃមុំនិងរយៈពេលប្រាំង ។

៣៤- សមីការប៉ារ៉ាម៉ែតនៃចំនុចចល័តមួយគឺ: $x = 5t;\ \ y = 2t + 4;\ \ z = 0$ ។

ចូរអោយសមីការគន្លង រួចប្រាប់ប្រភេទចលនា ។ តើគេអាចនិយាយានដូចម្តេចចំពោះសំទុះ និង ល្បឿនរបស់ចំនុចចល័ត?

៣៥-ដោយធៀបទៅនឹងតំរុយអរតូណរមេ$(0xyz)$ ភាគល្អិតM រងសំទុះថេរ $\vec{a}=-9,8.\vec{k}$ ។ នៅខណៈដើមពេល

ភាគល្អិតនៅត្រង់គល់0ហើយមានល្បឿន $\vec{v}_0=4.\vec{i}\,(m/s)$ ។

ក-ចូរអោយសមីការប៉ារ៉ាម៉ែត$x(t);\ y(t);\ z(t)$ ។

ខ-ចូរអោយកន្សោមល្បឿន រួចគណនាវ៉ានៅខណៈ$t=0,5s$ ។

គ-តើរយៈពេលប៉ុន្មានទើបចល័តជួបនឹងប្លង់ $z=-2m$? រួចគណនាអាប់ស៊ីសត្រង់ចំនុចនេះ ។

៣៦- សំនួរដូចលំហាត់៣៥ដែរ តែនៅខណៈដើមពេលៈ

$t=0;\quad x_0=2m; y_0=0;\quad z_0=-0,5m;\ \ \vec{v}_0=\vec{i}+4.\vec{k}\,(m/s)$ ។

៣៧- សមីការពេលនៃចំនុចចល័តM ធ្វើចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើ$x=t^2-4t+3;\ t\geq 0$ ។

ក-ចូរអោយកន្សោមល្បឿន និងសំទុះ ។

ខ-តើខណៈពេលណាល្បឿនសូន្យ?រួចគណនាអាប់ស៊ីស ។

គ-គណនារយៈពេលចំពោះ$x=0$ ។

៣៨-យើងពិនិត្យមើលចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើមួយមានសមីការ$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$ ។ បង្ហាញថាចន្លោះពេល

បន្តបន្ទាប់ ហើយស្មើនឹង θ ។ ចំងាយចរបង្កើតបានជាជំរឿននព្វន្តដែលមានរេសុងៈ $r=a.\theta^2$ ។

៣៩-រថយន្តមួយចេញដំណើរពីនៅនឹងដោយសំទុះ $1m/s^2$ ក្នុងរយៈពេលមួយវិនាទី បន្ទាប់មកគេពន្លត់ម៉ូទ័ររួចគេ

ដោះលេខវាក៏ធ្វើចលនាយឺតក្នុងរយៈពេលដប់វិនាទីដោយសំទុះ$5.10^{-2}m/s^2$ ។ បន្ទាប់ក្រោយមកគេក៏ជាន់ហ្វ្រាំង

បន្ថែមរហូតដល់ឈប់ក្នុងរយៈពេលប្រាំវិនាទី ។ គណនាចំងាយចរសរុបរួចបង្ហាញ$x; v; a$ ជាអនុគមន៏នៃពេល ។

៤០- ផែនដីធ្វើចលនាវង់ស្មើជុំវិញអ័ក្សរបស់វា ។

ក-គណនា ល្បឿនមុំនៃរង្វិល ។

ខ-បង្ហាញថាល្បឿន និង សំទុះនៃចំនុចមួយនៅលើផែនដីជាអនុគមន៏នឹងរយៈកំពស់ ។

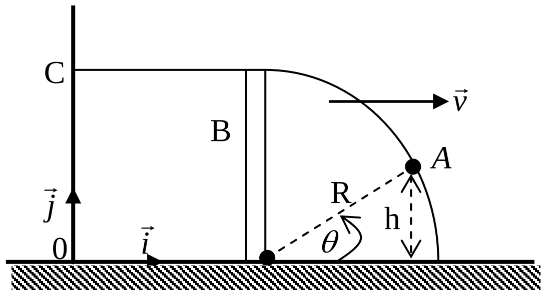
គ-គណនា ទំហំនៃល្បឿន និងសំទុះចំពោះចំនុចមួយនៅលើអេក្វាទ័រ ។ កាំផែនដី $R_T=6,35.10^6m$ ។

៤១-ពិនិត្យរូបខាងក្រោមអង្គធាតុB ផ្លាស់ទីដោយល្បឿនថេរ$v=2m/s$ ធៀបទៅនឹងដី ។ ឃ្លីA (ភ្ជាប់ទៅនឹង

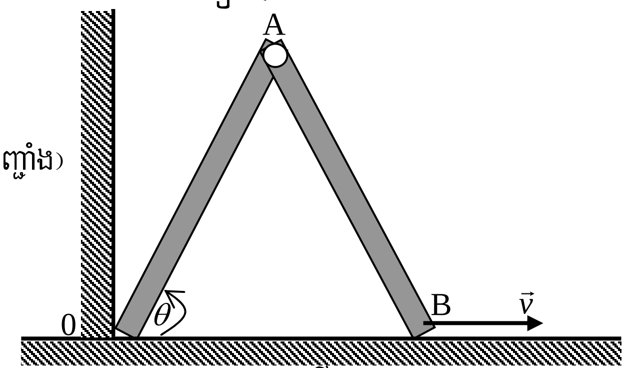
ចំនុចC ដោយខ្សែមិនយឺត) ឡើងពីផ្ទៃស៊ីឡាំងមានកាំR ទៅអង្គធាតុB ។ ចូរកំនត់វិចទ័រល្បឿនA ធៀប

ទៅនឹងដីជាអនុគមន៏ នៃ$R; h; v$ ។ គណនាសំទុះA ធៀបនឹងB ។

អនុវត្តន៏ជាលេខ $R=10cm;\ h=8cm$



៤២-ជណ្ដើរមួយត្រូវបានគេដាក់ដូចរូប ជើងម្ខាងទល់នឹងជញ្ជាំងត្រង់0 ហើយជើងម្ខាងទៀតនៅត្រង់ចំនុចB ហើយ គេធ្វើអោយជើងត្រង់ចំនុចB រអិលលើដីដោយល្បឿនv ។ ដោយដឹងថា$OA = AB = 2,5m$ ។ គណនា ល្បឿន v កាលណាមុំ $A\hat{O}B = 60^0$ ហើយល្បឿនមុំOA គឺ: $10^0 / s$ ។

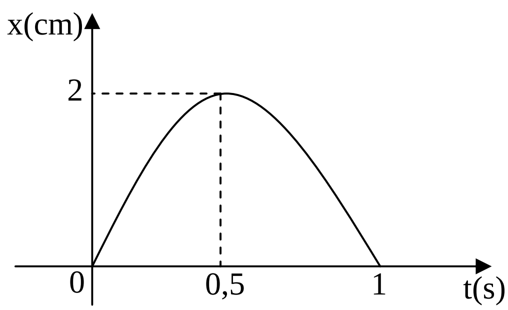


៤៣-នៅលើក្រាបបង្ហាញពីអាប់ស៊ីសនៃចល័តនៅលើគន្លងត្រង់ និងរយៈពេល។ ខ្សែកោងជាផ្នែកនៃអនុគមន៍ស៊ីនុយសូអ៊ីត។

ក-ចូរកំនត់សមីការពេលនៃចលនា $x = f(t)$ ។

ខ-ចូរកំនត់ល្បឿនដើម។

គ-ចូរកំនត់សំទុះអតិបរមា។



៤៤-ចលនារបស់ភាគល្អិតមួយកំនត់ដោយទំនាក់ទំនង: $x = 8t^3 - 8 + 30\sin(\pi t)$ ។ x គិតជា (mm) ហើយ t គិតជា(s) ។ ចូរកំនត់ ទីតាំង ល្បឿន និងសំទុះរបស់ភាគល្អិតនៅខណៈ$t = 5s$ ។

៤៥-សំទុះនៃភាគល្អិតមួយកំនត់ដោយទំនាក់ទំនង: $a = k(1 - e^x)$ ដែលk ជាចំនួនថេរ។ ដោយដឹងថាល្បឿនរបស់ភាគល្អិតគឺ $v = +9m/s$ ពេល $x = -3m$ និងដឹងថា ភាគល្អិតចេញដំណើរពីនៅនឹងត្រង់គល់តំរុយ។ ចូរកំនត់

ក-តំលៃ k ។

ខ-ល្បឿនភាគល្អិតពេល $x=-2m$ ។

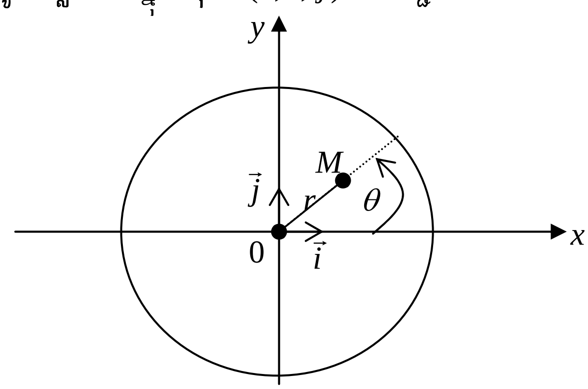
៤៦-សំទុះនៃភាគល្អិតមួយកំនត់ដោយទំនាក់ទំនង: $a=-k\sqrt{v}$ ដែល k ជាចំនួនថេរ ។ ដោយដឹងថា $x=0$ ល្បឿនរបស់ភាគល្អិតគ $v=25m/s$ នៅខណ: $t=0$ និង $v=12m/s$ ពេល $x=6m$ ។ ចូរកំនត់

ក-ល្បឿនរបស់ភាគល្អិតពេល $x=8m$ ។

ខ-រយ:ពេលចាំបាច់សំរាប់ភាគល្អិតទៅនៅស្ងៀម ។

៤៧-ចលនានៃឧបករណ៍រអិល A មួយកំនត់ដោយទំនាក់ទំនង: $x=20\sin(k_1t-k_2t^2)$ ខ្នាតទាំងអស់គិតជា (SI) ។ ចំនួនថេរ k_1 និង k_2 ត្រូវបានគេស្គាល់តំលៃ $1rad/s$ និង $0{,}5rad/s$ រៀង ។ យើងពិនិត្យ $0<t<2s$ រួចកំនត់ទីតាំង និងសំទុះរបស់វា នៅពេល $v=0$ ។

៤៨-គេអោយថាសមួយវិលដោយល្បឿនមុំថេរ ω ។ អ្នកសង្កេតម្នាក់ចាត់ទុកដូចជាចំនុចរូបធាតុ M ចេញដំណើរពីផ្ចិត 0 នៃថាសហើយដើរដោយចលនាស្មើតាមបណ្តោយកាំនៃថាសដូចរូប ។ ចូរកំនត់សមីការគន្លងរបស់គាត់នៅក្នុងកូអរដោនេប៉ូលែប្លង់ នៅក្នុងតំរុយ $(0,\vec{i},\vec{j})$ ដែលភ្ជាប់ទៅនឹងដី ។ ចូរគូសចំណោរនៃខ្សែកោង ។

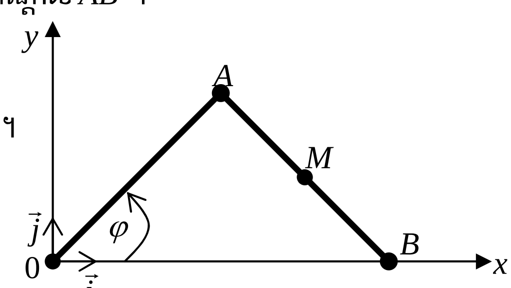


៤៩- យើងពិនិត្យប្រព័ន្ធសន្លាក់ត្រង់ A មួយកើតឡើងពីរបារពីរឯកលក្ខណ៍ $0A$ និង AB ដាក់អោយនៅនឹងនៅក្នុងប្លង់ $(0,\vec{i},\vec{j})$ ។ ចុង B រអិលតាមបណ្តោយអ័ក្ស $(0x)$ ហើយ $\varphi=(\vec{i},\overrightarrow{0A})$ ប្រែប្រួលតាមបែបផែនដែល $\varphi=\omega t$ ។ គេតាង $0A=AB=2b$ ដូចរូប ។

ក-ចូរកំនត់សមីការដេកាតនៃគន្លងរបស់ចំនុច M កណ្តាល AB ។

ខ-ចូរកំនត់ល្បឿន និងសំទុះរបស់ M ។

គ-ចូរគណនា ល្បឿន $(v_{B/A})$ របស់ B ធៀបនឹង A ។

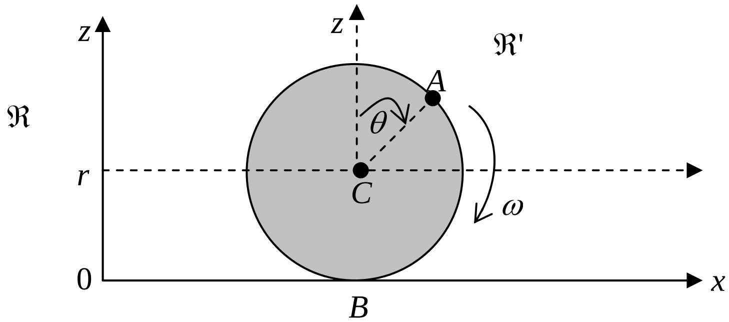


៥០- ថាសមួយមានកាំ r វិលដោយចលនាស្មើជុំវិញអ័ក្សរបស់វាដោយល្បឿនមុំ ω ក្នុងទិសដៅដូចរូប ។ ផ្ចិត C របស់វាផ្លាស់ទីលើបន្ទាត់ដេក $z = r$ នៃប្លង់ឈរ $0zx$ នៃតំរុយ $\Re = 0xyz$ ។ គេហៅ $\Re'$ ជាតំរុយ $Cxyz$ មានគល់តំរុយគឺ C ដែលធ្វើចលនារំកិលធៀបនឹង $\Re$ ហើយគេកំនត់មុំ θ ផ្គុំឡើងរវាង $\overrightarrow{CA}$ និង Cz ។ A ជាចំនុចនៅលើបរិមាត្រនៃថាស ។

ក-ចូរសំដែងនៅក្នុងគោល $\Re$ នូវល្បឿន និងសំទុះរបស់ A ធៀបនឹង $\Re'$ ។

ខ-តើគេអោយល្បឿនត្រង់ចំនុច C (ធៀបនឹង $\Re$) ប៉ុន្មាន ដើម្បីអោយល្បឿន $\vec{v}_{B/\Re}$ នៃចំនុចទាបបំផុតរបស់ថាសស្មើនឹងសូន្យ?

គ-ចូរបង្ហាញសមីការ $x = x(\theta)$ និង $z = z(\theta)$ នៃចំនុច A ។ ដោយដឹងថា $\theta = 0$, $x = 0$ និង $z = 2r$ ។

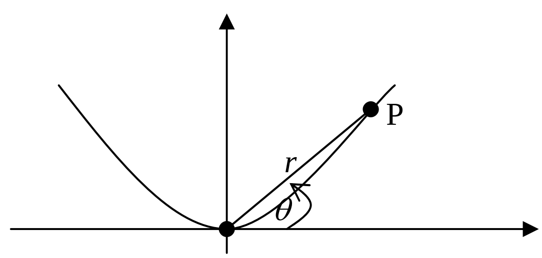


៥១-ចលនានៃភាគល្អិត P នៅលើគន្លងរាងជាប៉ារ៉ាបូលបង្ហាញដូចរូបអោយដោយសមីការ: $r = 2t\sqrt{1+4t^2}$ និង $\theta = \tan^{-1} 2t$ ដែល r គិតជា (m) ហើយ θ គិតជា (rad) និង t គិតជា (s) ។

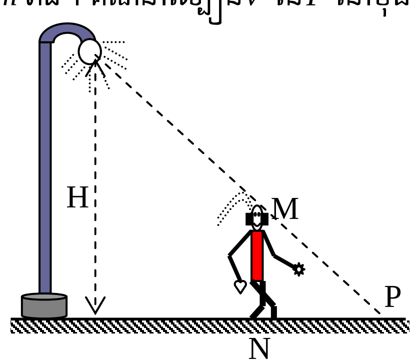
ចូរកំនត់ល្បឿន និង សំទុះរបស់ភាគល្អិត នៅពេល:

ក- $t = 0$ ។

ខ- $t = 0,5s$ ។



៥២-មនុស្សម្នាក់កំពស់ $MN = h = 180cm$ ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v = 1m/s$ ចេញពីក្រោមចង្កៀងគោមមួយដូចរូប ។ ចង្កៀងស្ថិតនៅកំពស់ $H = 4m$ ពីដី ។ គណនាល្បឿន v' នៃ P នៅចុងស្រមោលរបស់មនុស្សនៅលើដី ។



៥៣-ភាគល្អិតមួយដំបូងនៅនឹងស្ថិតនៅចំនុច $(3m, 2m, 5m)$ រងនូវសំទុះ $\vec{a} = \left\{6.t\,\vec{i} + 12.t^2\,\vec{k}\right\} m/s^2$ ។

ចូរកំណត់ទីតាំងរបស់ភាគល្អិតនៅខណៈ $t = 1s$ ។

៥៤-ល្បឿនរបស់ភាគល្អិតមួយអោយដោយ $\vec{v} = \left\{16t^2\,\vec{i} + 4t^3\,\vec{j} + (5t+2)\vec{k}\right\} m/s^2$ ដែល t គិតជាវិនាទី ។

បើភាគល្អិតនៅគល់តំរុយនៅខណៈ $t = 0$ ។ ចូរកំណត់តំលៃសំទុះរបស់ភាគល្អិតនៅពេល $t = 2s$ ព្រមទាំង

រកទីតាំង របស់វានៅខណៈនោះ ។

៥៥-ភាគល្អិតមួយធ្វើចលនដោយល្បឿន $\vec{v} = \left\{3\sqrt{t}\,e^{-0,2t}\vec{i} + 4\,e^{-0.8t^2}\,\vec{j}\right\} m/s$ ដែលពេលគិតជាវិនាទី ។

ចូរកំណត់ចំងាយបំលាស់ទីពី $t = 0$ ទៅ $t = 3s$ ។

៥៦-ភាគល្អិតមួយធ្វើចលនាតាមខ្សែកោង $y = e^{2x}$ ហើយល្បឿនវាមានតំលៃថេរ $v = 4m/s$ ។ ចូរកំណត់កុំប៉ូសង់

ល្បឿនតាមអ័ក្ស x និង y នៅពេលភាគល្អិតនៅត្រង់ $y = 5m$ ។

៥៧-ភាគល្អិតមួយធ្វើចលនាតាមខ្សែកោង $y = x - \left(\dfrac{x^2}{400}\right)$ ដែល x, y គិតជាម៉ែត ។ ល្បឿនតាមអ័ក្ស x គឺ

$v_x = 2m/s$ ហើយរក្សាថេរ ។ ចូរកំណត់តំលៃល្បឿននិងសំទុះ ពេល $x = 20m$ ។

៥៨-ផ្លូវចររបស់ភាគល្អិតមួយអោយដោយ $y^2 = 4k.x$ និងកុំប៉ូសង់ល្បឿនតាមអ័ក្ស y គឺៈ $v_y = c.t$ ដែល k, c

ជាចំនួនថេរ ។ ចូរកំណត់កុំប៉ូសង់សំទុះ ។

៥៩-រថយន្តមួយរត់តាមរង្វង់មានកាំ $75m$ ដែលល្បឿននៅចន្លោះពេលខ្លី $0 \le t \le 4s$ គឺ $v = 0,9\left(t + t^2\right) m/s$

ដែលពេលគិតជាវិនាទី ។ ចូរកំណត់តំលៃសំទុះនៅពេល $t = 3s$ ។ តើវាចរបានចំងាយប៉ុន្មាន ក្នុងរៈពេល $t = 3s$?

៦០-ទីតាំងរបស់ភាគល្អិតមួយអោយដោយកូអរដោនេប៉ូលៃ $r = 4(1+\sin t)m,\quad \theta = \left(2e^{-t}\right) rad$ ដែលរយៈពេល

គិតជាវិនាទី ។ ចូរកំណត់កុំប៉ូសង់រ៉ាដ្យាល់និងអរតូរ៉ាដ្យាល់របស់ល្បឿននិងសំទុះនៅខណៈ $t = 2s$ ។

៦១-កាណូតមួយធ្វើចលនាតាមបណ្តោយស្ទឹងពីចំនុច A ទៅចំណុច B ដោយល្បឿន $v_1 = 10km/h$ ហើយត្រឡប់មក

វិញដោយល្បឿន $v_2 = 16km/h$ ។ ចូររកៈ

ក-រកល្បឿនមធ្យមរបស់កាណូតធៀបនឹងទឹក និងធៀបច្រាំងស្ទឹង

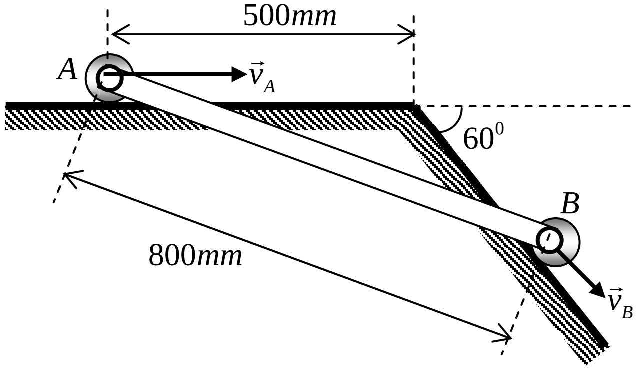
ខ-ល្បឿនចរន្តទឹក

៦២-កង់តូចពីរត្រូវភ្ជាប់នៅចុងនៃដងមួយដូចរូប ។ ដោយដឹងថានៅខណៈដែលបង្ហាញក្នុងរូប កង់ A មានល្បឿន

$v_A = 1,5m/s$ ឆ្ពោះទៅស្តាំ ហើយល្បឿនធៀប $\vec{v}_{B/A}$ ជាល្បឿនរបស់កង់ B ធៀបនឹងកង់ A ។ ចូរកំណត់ៈ

ក-ល្បឿនធៀប $\vec{v}_{B/A}$

ខ-ល្បឿន $\vec{v}_B$ របស់កង់ B



សូមអានសៀវភៅរបស់លោក **ហង់ ស៊ីម** ដើម្បីពង្រីកចំណេះដឹង ផ្នែករូបវិទ្យា:

-រូបវិទ្យាទូទៅភាគ១ ២០០៧

-សង្ខេបមេរៀន និង លំហាត់និងកំណែ មេកានិចសំរាប់ថ្នាក់មូលដ្ឋានវិទ្យាសាស្រ្ត ២០០៩

-សង្ខេបមេរៀននិងលំហាត់និងកំណែ អគ្គិសនី ២០០១

-សង្ខេបមេរៀននិងលំហាត់និងដំណោះស្រាយ អេឡិចត្រូស្តាទិច ២០០៧

-សង្ខេបមេរៀននិងលំហាត់និងចំលើយខ្លីៗ ទ្រឹស្តីមេកានិច សំរាប់និស្សិត រូបវិទ្យាឆ្នាំទី២ ២០០៨

-វិស្វកម្មមេកានិច

ផ្នែកឌីណាមិច(DYNAMICS)

ɷɷɷ📖ɷɷɷ

លំហាត់ និងដំណោះស្រាយ

១-រថយន្តមួយមានម៉ាស $m = 800kg$ រត់លើផ្ទៃរាបដោយល្បឿន $72km/h$ ។ គណនាកំលាំងប្រាំងដែលអនុវត្តលើកង់រថយន្តដើម្បីអោយវាឈប់ក្នុងចំងាយ $50m$ ។

ចំលើយ

តាមទំនាក់ទំនងគ្មានពេល

$v^2 - v_0^2 = 2ax$

ដោយ $x = 50m, v = 0$

$\Rightarrow a = -4m/s^2$

ដូចនេះកំលាំងប្រាំង $f = ma = -800 \times 4 = -3200N$ (មានទិសដៅផ្ទុយពីចលនា)

២-ជណ្តើរយន្តអណ្តូងរ៉ែមួយមានម៉ាស $300kg$ ។ វាចេញដំណើរដោយសំទុះ $2m/s^2$ ។ គណនាតំណឹងខ្សែកាបដែលទ្រជណ្តើរក្នុង:

ក-ករណីចុះ ។

ខ-ករណីឡើង ។

ចំលើយ

ក-តំណឹងខ្សែ ពេលជណ្តើរឡើង

$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$ រឺ $T - P = ma \Rightarrow T = P + ma = 300 \times 10 + 300 \times 2 = 3600N$

ខ-តំណឹងខ្សែ ពេលជណ្តើរចុះ

$\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$ រឺ $-T + P = ma \Rightarrow T = P - ma = 2400N$

៣-រណបនិមិតមួយមានម៉ាស $m_s = 300kg$ ធ្វើចលនាជុំវិញផែនដី លើគន្លងវង់មានកាំ $r_s = 6600km$ ។

ក-គណនាកំលាំងចូលផ្ចិតដែលរណបរង ។

ខ-គណនាល្បឿនរណបលើគន្លងរបស់វា ។

ដោយដឹងថាម៉ាសផែនដី $M_T = 6.10^{24}kg$ ។

ចំលើយ

ក-កំលាំងចូលផ្ចិត ជាកំលាំងទំនាញសកល

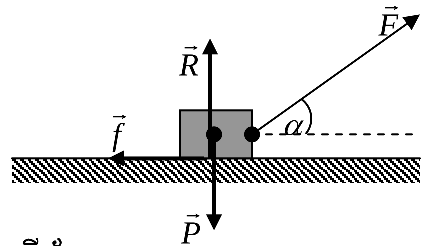
$$F = G\frac{m_s M_T}{r_s^2} = 6,67.10^{-11}\frac{300\times 6.10^{24}}{\left(6600.10^3\right)^2} = 2756,19N$$

ខ-ល្បឿនរណប

ដោយ $F = m_s\frac{v_s^2}{r_s} \Rightarrow v_s = \sqrt{\frac{F\times r_s}{m_s}} = 7,8km/s$

៤-ដុំឥដ្ឋមួយមានម៉ាស $m = 1kg$ អាចផ្លាស់ទីលើប្លង់ដេក ។ កំលាំងកកិតទាំងអស់ត្រូវបានតាងដោយកំលាំងមួយ $f = 2N$ ហើយគេទាញដុំឥដ្ឋដោយកំលាំង $F = 20N$ ដែលផ្គុំបានមុំ $\alpha = 60^0$ ជាមួយប្លង់ដេក ។ គណនាកម្មន្តនៃកំលាំងទាំងអស់ដែលដុំឥដ្ឋផ្លាស់ទីបាន $\ell = 10m$ ។

ចំលើយ



តាមនិយមន័យកម្មន្តបំលាស់ទីពី $A \to B$

$W_{A\to B} = \left(\vec{P}+\vec{R}+\vec{f}+\vec{F}\right)\overrightarrow{AB}$

ដោយ $\vec{P}\,\overrightarrow{AB} = 0$ និង $\vec{R}\,\overrightarrow{AB} = 0$ (ព្រោះវ៉ិចទ័រទាំងពីរកែងគ្នា)

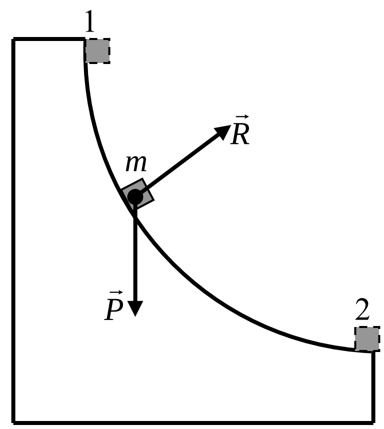
$\Rightarrow W_{A\to B} = -f\,\ell + F\,\ell\cos\alpha = 80J$

៥-អង្គធាតុមួយមានម៉ាស $m = 0,5kg$ រអិលលើពីស្តរាងរង្វង់មានកាំ $r = 1m$ ត្រូវបានបង្ហាញដូចរូប ។ វាចេញដំណើរពីនៅនឹង(ទីតាំង១) ហើយវាទៅដល់ទីតាំង២ដែលជានីវ៉ូយោងនៃពីសស្ត ។

ក-ឧបមាថា ចលនាប្រព្រឹត្តទៅដោយគ្មានកកិត ។ ចូរគណនាល្បឿននៅពេលវាទៅដល់ទីតាំង២ ។

ខ-ចលនារំខានដោយកកិត ហើយល្បឿនរបស់វាទៅដល់ទីតាំងមានតំលៃ $3m/s$ ។

ចូរគណនាកម្មន្តនៃកំលាំងកកិត ។



ចំលើយ

ក-ករណីគ្មានកកិត

នៅត្រង់ទីតាំង១និង២ ថាមពលប៉ូតង់ស្យែលនិងថាមពលស៊ីនេទិច

-ត្រង់ទីតាំង១: $E_P(1) = m\,g\,r$, $E_C(1) = 0$

-ត្រង់ទីតាំង២: $E_P(2) = 0$, $E_C(2) = \frac{1}{2} m v_2^2$

តាមច្បាប់រក្សាថាមពល

$\Rightarrow m.g.r = \frac{1}{2} m.v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gr} = 4,43m/s$

ខ-ករណីមានកកិត

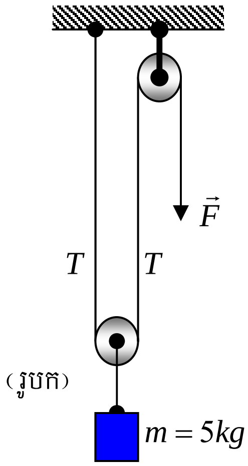
ថាមពលស៊ីនេទិចត្រង់ទីតាំង២: $E'_C(2) = \frac{1}{2} m v'^2_2 = \frac{1}{2} \times 0,5 \times 3^2 = 2,25J$

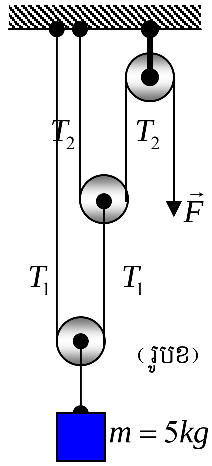
កម្មន្តនៃកំលាំងកកិត

$W = E'_C(2) - E_C(2) = 2,25 - \frac{1}{2} \times 0,5 \times 4,43^2 = -2,65J$

ថាមពលមេកានិចត្រូវបានថយចុះគឺ មិនរក្សាថាមពល ។

៦-ចូរគណនាកំលាំងចាំបាច់ដើម្បីអោយម៉ាស $m = 5kg$ ដោយប្រព័ន្ធរ៉កពីរបង្ហាញដូចរូប ។ គេមិនគិតកំលាំងកកិត និងម៉ាសរ៉ក ។





<u>ចំលើយ</u>

-ចំពោះរូបក

ទំងន់ mg ទ្រដោយខ្សែពីរ ដែល $2T = mg \Rightarrow T = \dfrac{mg}{2}$

ប៉ុន្តែ $T = F$ ដូចនេះ

$$F = \frac{m.g}{2} = \frac{5\times10}{2} = 25N$$

-ចំពោះរូបខ

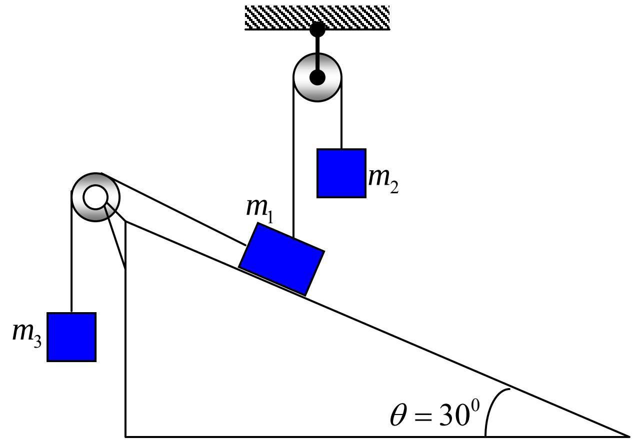
យើងបាន: $2T_1 = m.g \Rightarrow T_1 = \dfrac{m.g}{2}$

ដោយ $T_1 = 2T_2 \Rightarrow T_2 = \dfrac{T_1}{2} = \dfrac{mg}{4}$

ប៉ុន្តែ $F = T_2$

$$\Rightarrow F = \frac{mg}{4} = 12,5N$$

៧-ប្រព័ន្ធមួយមានម៉ាស $m_1 = 10kg\,, m_2 = 5kg$ និង m_3 ស្ថិតនៅក្នុងភាពលំនឹងដូចរូប ។ ចូរគណនា m_3 និងកំលាំងអនុវត្តដោយ m_1 លើប្លង់ទេរមានមុំចំណោត $\theta = 30^0$ ។ មិនគិតម៉ាស់រ៉ក និងកកិត ។



ចំលើយ

$$m_3 = (m_1 - m_2)\sin\theta = 2,5kg$$

$$N = (m_1 - m_2)g\cos\theta = 42,4N$$

៨-ឃ្លីដែកថែបមួយមានម៉ាស$1kg$ រមៀលដោយគ្មានរអិលលើប្លង់ដេកជាមួយល្បឿនរំកិល$v = 20m/s$ ។ វាទៅជួបប្លង់ទេរដែលមានមុំចំណោត30^0 រួចឡើងតាមប្លង់ទេរ ។

ក-ចូរគណនាថាមពលស៊ីនេទិចសរុបរបស់ឃ្លីនៅគែមចំណោតប្លង់ ។

ខ-គណនាចំងាយចរដែលវាឡើងបានលើប្លង់ទេរ ។

មិនគិតកំលាំងកកិត ។ ម៉ូម៉ង់និចលភាពនៃស្វ៊ែមានម៉ាសM កាំR ធៀបនឹងផ្ចិតស្វ៊ែគឺ $J = \frac{2}{5}MR^2$ ។

ចំលើយ

ក-ថាមពលស៊ីនេទិចសរុប មុនឡើងប្លង់ទេរ

$$E_C = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$$

ដោយ $\omega = \frac{v}{R}$

$$\Rightarrow E_C = \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}\times\frac{2}{5}MR^2\times\frac{v^2}{R^2}$$

$$= \frac{7}{10}\times 1\times 20^2 = 280J$$

ខ-ទៅដល់កន្លែងឈប់លើប្លង់ទេរ ថាមពលស៊ីនេទិចបានបំលែងទៅជាថាមពលប៉ូតង់ស្យែល

$$E_P = mgh = 280J$$

ដោយ $h=\ell\sin 30^0$

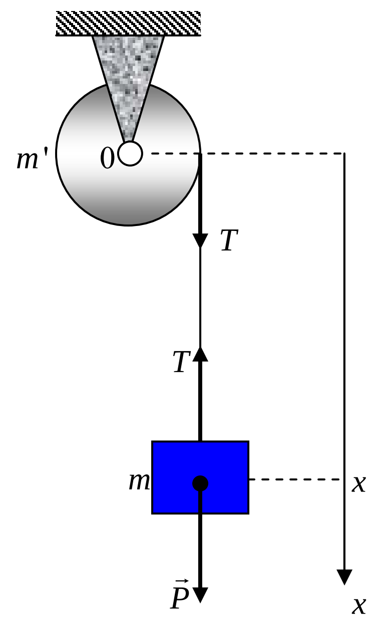
$$\ell=\frac{280}{Mg\sin 30^0}=\frac{280}{1\times 9,8\times 0,5}=57,2m$$

៩-រ៉កមួយមានកាំR និងម៉ូម៉ង់និចលភាពJ ត្រូវបានតំឡើងអោយវិលជុំវិញអ័ក្សដេក0ដូចរូប ។ ម៉ាសm ត្រូវបានភ្ជាប់ទៅនឹងចុងខ្សែរុំលើរ៉ក ។ នៅពេលរៀបចំរួចរាល់ គេលែងម៉ាសm ដោយសេរី ។

ក-ចូរសរសេរសមីការចលនារបស់ម៉ាសm ។

ខ-គណនាសំទុះរបស់ម៉ាសm ។

គេអោយ កាំរ៉ក $R=0,2m$, $m=0,5kg$ ម៉ាសរ៉ក$m'=0,1kg$ ។



ចំលើយ

ក-សមីការចលនារបស់m

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច ចំពោះម៉ាសm

$P-T=ma$

ចំពោះរ៉ក ម៉ូម៉ង់បង្វិល $M_0=TR$

ម្យ៉ាងទៀត $M_0=J\beta$, $\beta=\frac{d\omega}{dt}$ សំទុះមុំ

$\Rightarrow T=J\frac{\beta}{R}$ ហើយ $a=a_r=R\beta$

$\Rightarrow T=J\frac{a}{R^2}$ និង $J=m'R^2$

$\Rightarrow mg=a(m+m')$

$\Rightarrow a=\frac{mg}{(m+m')}$

ដោយ

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{mg}{(m+m')}$$

$$\Rightarrow\int_0^v dv=\frac{mg}{(m+m')}\int_0^t dt\Rightarrow v=\frac{mg}{(m+m')}t$$

ដូចនេះ សមីការចលនា:

$$x=\frac{mg}{2(m+m')}t^2$$

អនុវត្តជាលេខ:

$x = 4,2t^2$

ខ-សំទុះ

$a = \dfrac{d^2x}{dt^2} = 8,4m/s^2$

១០-កង់មួយមានកាំ $R = 0,2m$ និងម៉ូម៉ង់និចលភាព $J = 6kg.m^2$ ធៀបទៅនឹងអ័ក្សរបស់វា។ គេអនុវត្តកំលាំងប៉ះថេរ $F = 45N$ ។ ចូរគណនា:

ក-សំទុះមុំ។

ខ-ល្បឿនមុំក្នុងរយៈពេលបួនវិនាទី។

គ-ចំនួនជុំដែលធ្វើបានក្នុងរយៈពេលបួនវិនាទី។

ឃ-កម្មន្តដែលធ្វើដោយកំលាំងF ក្នុងរយៈពេលបួនវិនាទី។

បង្ហាញថាកម្មន្តនេះស្មើនឹងថាមពលស៊ីនេទិចក្នុងរយៈពេលនោះ។

<u>ចំលើយ</u>

ក-សំទុះមុំ

តាមនិយមន័យម៉ូម៉ង់ $F.R = J\beta$

$\Rightarrow \beta = \dfrac{F.R}{J} = \dfrac{45\times 0,2}{6} = 1,5\ rad/s^2$

ខ-ល្បឿនមុំ

$\beta = \dfrac{d\omega}{dt} \quad \Rightarrow \int_0^{\omega} d\omega = \int_0^{t} 1,5\,dt$

$\Rightarrow \omega = 1,5t$

ចំពោះ $t = 4s$

$\Rightarrow \omega = 1,5\times 4 = 6\ rad/s$

គ-ចំនួនជុំ

សមីការពេលមុំ $\theta = \dfrac{1}{2}\beta t^2$

$\Rightarrow \theta = \dfrac{1}{2}\times 1,5\times 4^2 = 12\,rad$

ចំនួនជុំដែលធ្វើបានក្នុងរយៈពេលនោះ $N = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{12}{2\pi} = 1,91tr$ (ជុំ)

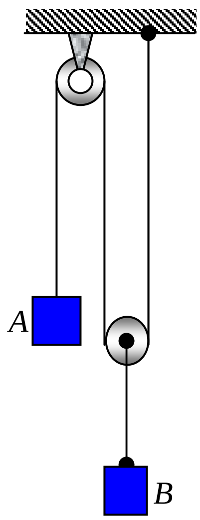
ឃ-កម្មន្តនៃកំលាំងបង្វិល

$W = M_0\theta = 45 \times 0,2 \times 12 = 108J$

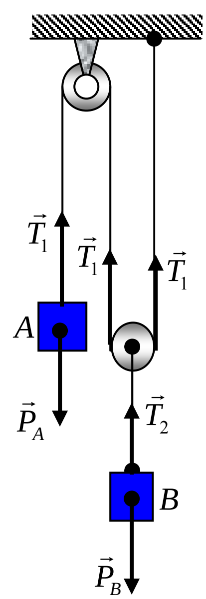
ថាមពលស៊ីនេទិចនៃចលនារង្វិល

$E_C = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times 6^2 = 108J$

១១-នៅក្នុងការបង្ហាញវត្ថុពីរមានទំងន់រៀង $200N$ និង$300N$ ។ រ៉កគ្មានកកិតនិងមិនគិតម៉ាស។ ចូររកតំណឹងខ្សែ និងសំទុះនៃអង្គធាតុនីមួយៗ។



<u>ចំលើយ</u>



អនុវត្តន៍ទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

-ចំពោះ អង្គធាតុ A

$P_A - T_1 = m_A a_A$ (1)

-ចំពោះ អង្គធាតុ B

$T_2 - P_B = m_B a_B$ (2)

ដោយ $a_B = \frac{a_A}{2}$ និង $T_2 = 2T_1$

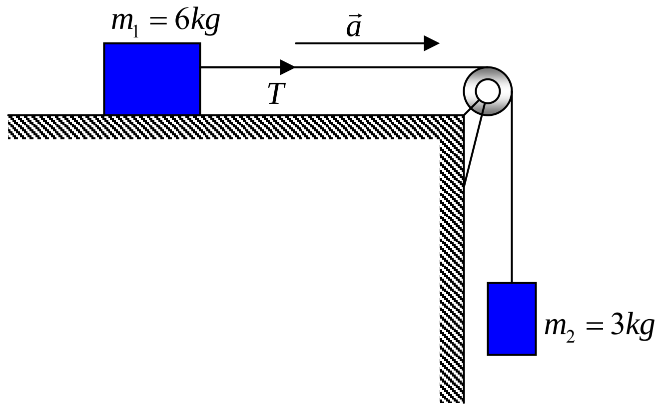
ដោះស្រាយសមីការទាំងពីរ យើងបាន:

$T_1 = 164N$,$T_2 = 327N$, $a_A = 1,78m/s^2$, $a_B = 0,89m/s^2$

១២-ដុំ$6kg$ ដាក់នឹងនៅលើផ្ទៃដេក។ មេគុណស៊ីនេទិចរបស់វាគឺ $0,22$ ។ ដុំត្រូវបានទៅនឹងម៉ាស$3kg$ ដោយខ្សែមិនយឺតតាមរយៈរ៉កដូចរូប។

ក-គណនាសំទុះa ។

ខ-គណនាតំណឹងខ្សែT ។



<u>ចំលើយ</u>

ក-សំទុះ

ប្រើទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

-ចំពោះម៉ាសm_1

$$-f + T = m_1 a$$

ដោយ $f = \mu_k N = \mu_k m_1 g$

$$\Rightarrow -\mu_k m_1 g + T = m_1 a \qquad (1)$$

-ចំពោះម៉ាសm_2

$$-T + m_2 g = m_2 a \qquad (2)$$

ដោះស្រាយសមីការទាំងពីរយើងបាន:

$$a = \frac{m_2 g - \mu_k m_1 g}{m_1 + m_2} = 1,83 m/s^2$$

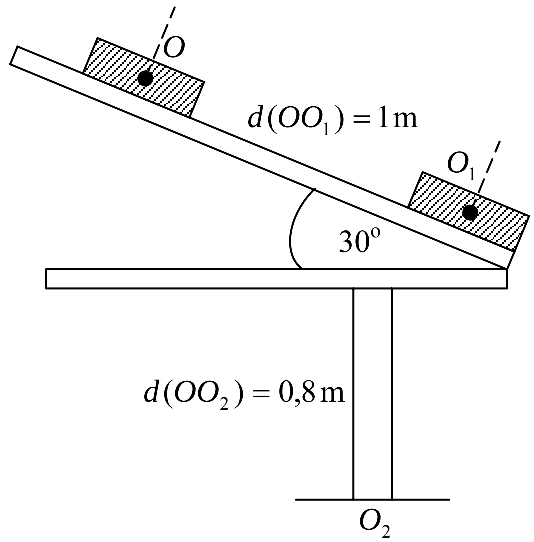
ខ-តំណឹងខ្សែ

សមីការ(2) យើងបាន:

$$T = 23,9N$$

១៣-នៅលើតុទេរមួយដែលផ្តុំបានមុំ 30^o ធៀបនឹងប្លង់ដេក គេលែងថាសពេញស្មើសាច់មានម៉ាស $m = 100g$ ដោយល្បឿនដើម ។ ផ្ចិតនិចលភាព C របស់វានៅត្រង់ O (មើលរូប) ។ អ័ក្សរបស់ថាសកែងនឹងប្លង់តុ។

កំលាំងកកិតនៃខ្យល់អាចចោលបាន ។



a). កំណត់ប្រភេទចលនារបស់ C ។ វិនិច្ឆ័យចំលើយ ។

b). អោយលក្ខណៈនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{v}_1$ នៃផ្ចិតនិចលភាព C បន្ទាប់ពីចរបានចំងាយ OO_1 ។ ថាសចេញពីតុដោយល្បឿនដើម v_1 ខាងដើម ហើយវារងតែអំពើរបស់ទំងន់ប៉ុណ្ណោះ ។

c). កំណត់គន្លងនៃផ្ចិតនិចលភាព C នៅចន្លោះ O_1 និងដី ។

d). បើគេមិនគិតវិមាត្ររបស់វា តើវាធ្លាក់ដល់ដីនៅកន្លែងណា? $g = 10\,\text{N/kg}$ ។

ចំលើយ

a). កំណត់ចលនារបស់ថាស

ដើម្បីរកប្រភេទចលនា របស់អង្គធាតុមួយ យើងសិក្សាសំទុះរបស់វា ។

យើងសិក្សាចលនារបស់ថាសនៅក្នុងតំរុយ $\Re(O; x; y)$

អនុវត្តន៍ទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

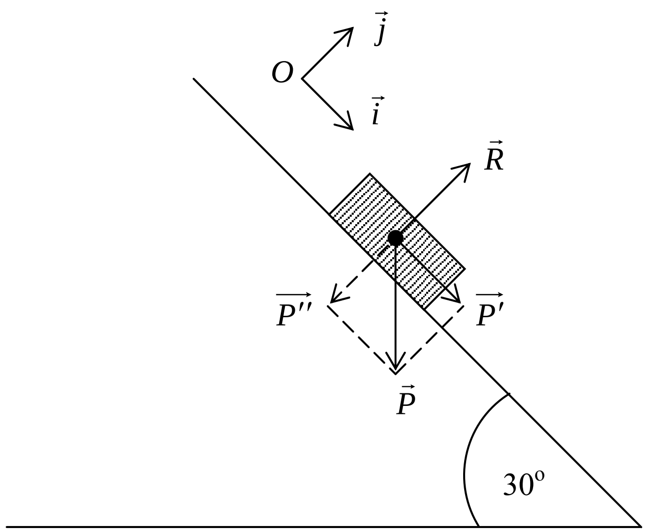
$$\sum \vec{f} = m\vec{a}$$

ឬ $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$ (1)

ទំលាក់ (1) លើអង្គទាំងពីរ:

$$\Rightarrow \begin{cases} P\sin 30^{\text{o}} = ma_x = ma & (2) \\ R - P\cos 30^{\text{o}} = ma_y = 0 & (3) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow a = \frac{\sin 30^{\text{o}}}{m} \cdot mg = g\sin 30^{\text{o}} = 10 \times \frac{1}{2} = 5\,\text{m/s}^2 = \text{ថេរ}$$



ដោយថាសមានសំទុះថេរ វាជាចលនាស្មុះស្មើ ។

b). អោយលក្ខណៈនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{v}_1$ នៃផ្ចិតនិចលភាព C

គណនា v_1 នៃវ៉ិចទ័រ $\vec{v}_1$ ត្រង់ O_1

ទ្រឹស្តីបទថាមពលស៊ីនេទិច

$$\Delta E_C = \underset{0\to o_1}{W}(\vec{P}) + \underset{o\to o_1}{W}(\vec{R}) \qquad (4)$$

$$W(\vec{R}) = \vec{R}\cdot\overrightarrow{OO_1} = R\cdot OO_1\cos\underbrace{(\vec{R};OO_1)}_{90^o} = 0$$

$$W(\vec{P}) = \vec{P}\overrightarrow{OO_1} = P\cdot OO_1\cos\underbrace{(\vec{P};\overrightarrow{OO_1})}_{60^o} = mg\cdot OO_1\cdot\cos 60^o$$

គេលែងថាសដោយគ្មានល្បឿនដើម $v_0 = 0$

$$(4) \Rightarrow \frac{1}{2}m{v_1}^2 = mg\cdot OO_1\cdot\cos 60^o$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2g\cdot OO_1\cdot\cos 60^o}$$

$$\Leftrightarrow v_1 = \sqrt{2\times 10\times 1\times\frac{1}{2}} = 3{,}16\text{m/s}$$

លក្ខណៈនៃវ៉ិចទ័រ $\vec{v}_1$

ជាទូទៅវ៉ិចទ័រ: $v_1 = v_{1x} + v_{1y}$ ឬ $\vec{v}_1 \left| \begin{matrix} v_{1x} \\ v_{1y} \end{matrix} \right.$

ទំលាក់ចំណោល $\vec{v}_1$ លើអ័ក្ស Ox:

$$v_1 = v_{1x} = 3{,}16\,\text{m/s}$$

ទំលាក់ $\vec{v}_1$ លើ Oy: $v_{1y} = 0$

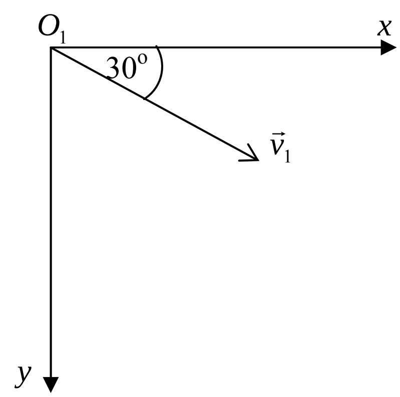
ដូចនេះ $\vec{v}_1 \left| \begin{array}{l} v_{1x} = 3{,}16\, m/s \\ v_{1y} = 0 \end{array} \right.$

យើងឃើញថា $\vec{v}_1$ មានទិសដៅស្របនឹងអ័ក្ស Ox ។

c). កំណត់គន្លងនៃផ្ចិតនិចលភាព C

យើងយក O_1 ជាគល់តំរុយ ។

នៅខណៈ $t = 0$ ថាសនៅត្រង់ O_1 ហើយមានល្បឿន $\vec{v}_1$ ដោយ $\vec{v}_1$ ផ្គុំជាមួយប្លង់ដេកបានមុំ 30^o ។



ដោយថាសរងតែទំងន់យើងបាន:

$$m\vec{a} = m\vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} \qquad (5)$$

-លើអ័ក្ស Ox:

$(5) \Rightarrow a_x = 0 \Rightarrow v_x$ = ថេរ

ល្បឿនដើម:

$$v_{O_1x}v_1 = v_1 \cos 30^o = v_x$$

សមីការ: $x = v_x \cdot t$

$$x = v_1 \cos 30^0 t \qquad (6)$$

-លើអ័ក្ស Oy:

$(5) \Rightarrow a_y = +g$

ល្បឿនដើម: $v_{oy} = v_1 \sin 30^o$

សមីការ: $y = \dfrac{1}{2} g t^2 + v_1 \sin 30^o \cdot t \qquad (7)$

$$(6) \Rightarrow t = \frac{x}{v_1 \cos 30^o}$$

យកទៅជំនួសក្នុង $(7) \Rightarrow$

$$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{{v_1}^2 \cos^2 30^o} + x \,\mathrm{tg}\, 30^o$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{2} \times 10 \frac{x^2}{(3{,}16)^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2} + \frac{\sqrt{3}}{3} x$$

$= \dfrac{2}{3} x^2 + \dfrac{\sqrt{3}}{3} x = \dfrac{1}{3}(2x^2 + \sqrt{3}x)$ មានរាងជាប៉ារ៉ាបូល

d). ចំងាយធ្លាក់របស់ថាស

អនុវត្តន៏តាមយន្តហោះទំលាក់គ្រាប់បែក ។

$y = O_1O_2 = 0{,}8\text{m}$

$\Leftrightarrow 0{,}8 = \frac{1}{3}(2x^2 + \sqrt{3}x) \quad \Leftrightarrow \quad 2x^2 + \sqrt{3}x - 2{,}4 = 0$

$\Delta = 3 + 4 \times 2{,}4 \times 2 = 30{,}2 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5{,}5$

$\Rightarrow x = \frac{-\sqrt{3} \pm 5{,}5}{2 \times 2}$ (ឫសអវិជ្ជមានមិនយក)

$\Rightarrow \quad x = 0{,}84\,\text{m}$

១៤- រថយន្តមួយមានម៉ាស $m = 600$ kg បើកទៅដល់ទួលមួយមានចំនោត 6% នៅក្នុងល្បឿន 72km/h ។

a).ដោយឥតគិតកំលាំងកកិត តើកំលាំងថេររបស់ម៉ូទ័រនេះមានតំលៃប៉ុន្មានដើម្បីរក្សាល្បឿន72km/h អោយនៅថេរដដែលពេលឡើងទួល? $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។

b). ក្នុងដំណើរឡើងទួលពេលនោះ អ្នកបើកបរពន្លត់ម៉ាស៊ីន ដោះលេខដោយមិនជាន់ហ្វ្រាំងឡើយ តើ រថយន្តចរបានចំងាយប៉ុន្មាន មុនពេលឈប់ស្ងៀមលើទួល បើគេសន្មតថាកំលាំងកកិត និងកំលាំងទប់នៃខ្យល់ស្មើ 140N ចាប់ពីពេលពន្លត់ម៉ាស៊ីនរហូតដល់ឈប់ស្ងៀម? តើអស់រយៈពេលប៉ុន្មាន?

c).បើគេចង់បញ្ឈប់រថយន្តនៅចំងាយចរ 20m ដោយចាប់ហ្វ្រាំងវិញ តើអាំងតង់ស៊ីតេហ្វ្រាំង និងរយៈពេលប៉ុន្មាន ?

d). តើម៉ូទ័របញ្ចេញអានុភាពប៉ុន្មាន នៅពេលឡើងទួលដោយល្បឿន 72km/h:

ក. បើគេមិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់ និងកំលាំងកកិត?

ខ. បើកំលាំងទប់នៃខ្យល់ និងកំលាំងកកិត140N?

ចំលើយ

a). កំលាំងទាញរបស់ម៉ូទ័រ

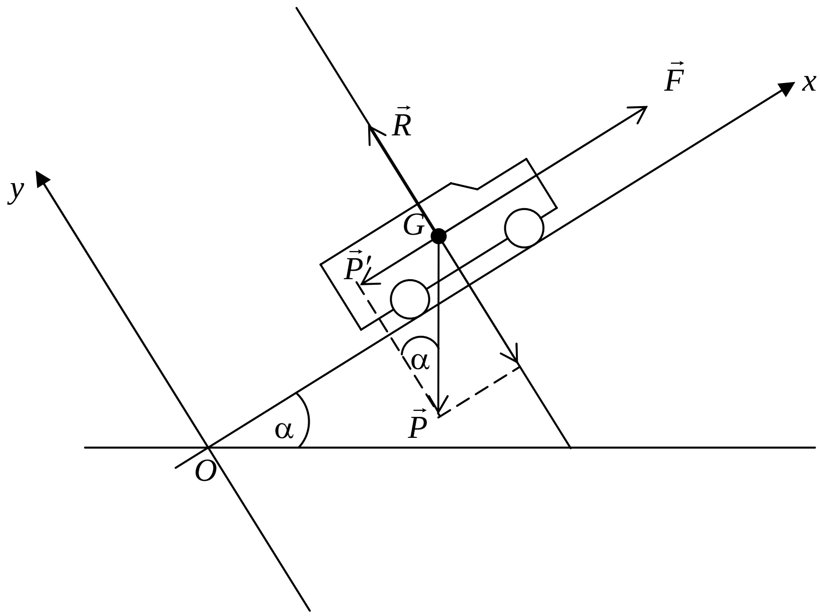
តាង $\vec{F}$ ជាកំលាំងទាញរបស់ម៉ូទ័រ ។

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a} \qquad (1)$$

-ទំលាក់ចំណោល (1) លើ:

-អ័ក្ស Ox:



$F - P' = ma_x$

ឬ $F - P\sin\alpha = ma_x$ (2)

$a_x = \dfrac{dv_x}{dt}$ ដោយ v_x = ថេរ (បំរាប់)

$\Rightarrow a_x = 0$

$\Rightarrow F - P\sin\alpha = 0$

$\Rightarrow F = P\sin\alpha = mg\sin\alpha$

ដោយ $\sin\alpha = 6\% = \dfrac{6}{100}$

$\Rightarrow F = 600 \times 10 \times \dfrac{6}{100} = 360\text{N}$

b). គណនាចំងាយចរ បើគេពន្លត់ម៉ាស៊ីន ហើយដោះលេខ

គឺមានន័យថា កំលាំងទាញរបស់ម៉ូទ័រ $\vec{F} = 0$

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\vec{a}$ (3)

$\vec{f}$: កំលាំងទប់នៃខ្យល់ និងកំលាំកកិត

ទំលាក់ចំណោល (3) លើ Ox:

$-P\sin\alpha - f = ma$

$\Rightarrow a = -\dfrac{mg\sin\alpha + f}{m}$

$$\Rightarrow a = -\frac{600\times 10\times\frac{6}{100}+140}{600} = -\frac{5}{6}\,\mathrm{m/s^2}$$

តាង d ជាចំងាយចរដែលរថយន្តចរបាន ។

$$v^2 - {v_0}^2 = 2ad \Rightarrow d = \frac{v^2 - {v_0}^2}{2a}$$

$v = 0$ (ឈប់), $v_0 = 72\text{km/h} = 20\text{m/s}$

$$\Rightarrow d = \frac{-(20)^2}{2\times\left(-\frac{5}{6}\right)} = 240\text{m}$$

- រយៈពេល

សមីការល្បឿនៈ $v = a\cdot t + v_0 \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$

$$\Rightarrow t = \frac{-20}{-\frac{5}{6}} = 24\text{s}$$

c). កំលាំងទប់របស់ហ្វ្រាំង

តាមទំនាក់គ្រឹះឌីណាមិច

$$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{f}\,' = m\vec{a}\,' \qquad (4)$$

ទំលាក់ចំណោល (4) លើ Ox:

$$-P\sin\alpha - f - f' = ma'$$
$$\Rightarrow f' = -mg\sin\alpha - f - ma'$$

តាមទំនាក់ទំនង $v^2 - {v_0}^2 = 2a'd'$

$$\Rightarrow a' = \frac{v^2 - {v_0}^2}{2d'},\ v = 0,\ v_0 = 20\text{m/s},\ d' = 20\text{m}$$

$$\Rightarrow a' = \frac{-(20)^2}{2\times 20} = -10\,\mathrm{m/s^2}$$

$$\Rightarrow f' = -600\times 10\times\frac{6}{100} - 140 - 600(-10) = 5500\text{N}$$

-រយៈពេល

សមីការល្បឿន $v = a'\cdot t' + v_0 \Rightarrow t' = \frac{v - v_0}{a'}$

$$\Rightarrow t' = \frac{-20}{-10} = 2\text{s}$$

d). គណនាអានុភាព

$P = \vec{F}\cdot\vec{v} = F\cdot v\cos(\vec{F};\vec{v})$, $(\vec{F};\vec{v}) = 0$

$\Rightarrow P = F.v$

ក-មិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់ និងកំលាំកកិត

ករណីនេះ កំលាំងទាញរបស់ម៉ូទ័រត្រូវនឹងសំនួរ a/. និង $F = 360\text{N}$ ។

ដូចនេះ $P = F.v = (360).(20) = 7200\text{W}$

ខ-ដោយគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់ និងកំលាំងកកិត

$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{F}' = m\vec{a}$

ទំលាក់ចំនោលលើ Ox:

$-P\sin\alpha - f + F' = ma$, $v = 72\text{km/h} =$ ថេរ $\Rightarrow a = 0$

$\Rightarrow F' = mg\sin\alpha + f = 360 + 140 = 500\text{N}$

អានុភាព $P' = F'\cdot v = 500\times 20 = 10\text{kW}$

១៥-ផ្ចិតនិចលភាព G របស់អង្គធាតុរឹងមួយ ផ្លាស់ទីនៅក្នុងលំហ នៅក្នុងតំរុយអរតូណរមេ $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ។ នៅខណៈនីមួយៗ សមីការចលនា G កំនត់ដោយ: $\overrightarrow{OG} = (4t^2 - t^3)\vec{i} + 5t\,\vec{j} + (t^3 - 2)\vec{k}$

ម៉ាសរបស់អង្គធាតុរឹងមានតំលៃ 2 kg ។

a). គណនាបរិមាណចលនារបស់អង្គធាតុរឹងនៅខណៈ $t = 1\text{s}$ ។

b). គណនាផលបូកកំលាំងទាំងអស់ដែលមានអំពើលើអង្គធាតុរឹងនៅខណៈ $t = 1\text{s}$ ។

<u>ចំលើយ</u>

a). បរិមាណចលនា

$\vec{p} = m\vec{v}$

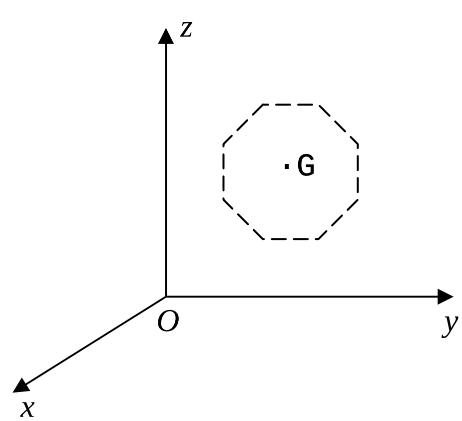
$\vec{v} = \dfrac{d(\overrightarrow{OG})}{dt}$

$= \dfrac{d}{dt}[(4t^2 - t^3)\vec{i} + 5t\,\vec{j} + (t^2 - 2)\vec{k}\,]$

$\vec{v} = (8t - 3t^2)\vec{i} + 5\vec{j} + 2t\,\vec{k}$

$\Rightarrow \vec{p} = 2\times[\,(8t - 3t^2)\vec{i} + 5\vec{j} + 2t\,\vec{k}]$

$= (16t - 6t^2)\vec{i} + 10\vec{j} + 4t\,\vec{k}$



ម៉ូឌុល $p = mv$, $t = 1\text{s}$

$$p = 2\sqrt{(8t-3t^2)^2 + 5^2 + (2t)^2}$$
$$= 2\times\sqrt{(8\times1-3\times1)+5^2+(2\times1)^2}$$
$$= 2\times\sqrt{5^2+5^2+2^2}$$
$$= 14{,}69\text{kgm/s}$$

b). <u>គណនាកំលាំងសរុប</u>

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$\sum \vec{f} = \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}[(16t-6t^2)\vec{i} + 10\vec{j} + 6t^2\vec{k}]$$
$$\vec{F} = (16-12t)\vec{i} + 12t\vec{k}\text{ , } t = 1\text{s}$$
$$\Rightarrow \vec{F} = 4\vec{i} + 12\vec{k}$$

ម៉ូឌុល: $F = \sqrt{4^2+12^2} = 12{,}65\text{N}$

១៦- A- រថយន្តមួយមានម៉ាស 6 តោន។ វាចេញដំណើរនៅលើថ្នល់មួយត្រង់ ហើយដេកក្នុងរយៈពេល 4mn វាស់ដោយល្បឿន 57,600km/h រួចក៏បន្តដំណើរទៅមុខទៀតដោយល្បឿនថេរ។ គេសន្មត់ថា ក្នុងលំហាត់ទាំងមូល កំលាំងកកិត - កំលាំងទប់នៃខ្យល់ សរុបមានតំលៃមួយផ្ទុយនឹងល្បឿន ហើយមានអាំងតង់ស៊ីតេថេរ $f = 50\,\text{kgf}$ ហើយកំលាំងនេះ គ្មានទាក់ទងនឹងល្បឿន ឬចំណោតផ្លូវឡើយ។ រកអាំងតង់ស៊ីតេកំលាំងជុំវិញរបស់ម៉ូទ័ររថយន្តៈ

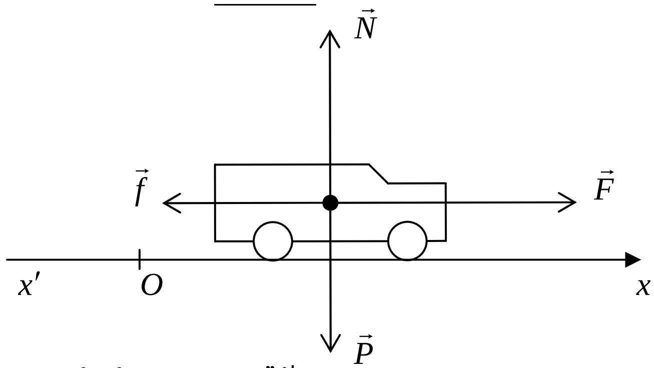
a). កាលណាចលនាវាត្រង់ស្មើ។

b). នៅពេលចេញដំណើរ (បើគេសន្មតថា ចលនានៅពេលនោះជាចលនាត្រង់ស្នុះស្មើ)។

B. គេចង់បញ្ឈប់រថយន្ត។ នៅពេលនោះអ្នកបើកបរ ក៏ដោះលេខ ហើយជាន់ប្រាំង ចលនាក៏ក្លាយជាចលនាត្រង់យឺតស្មើ ។ រថយន្តដែលរត់ក្នុងល្បឿន 57,600km/h ក៏ឈប់ក្នុងចំងាយ 200m ចាប់ពីពេលជាន់ប្រាំងមក។ តើកំលាំងប្រាំងមានអាំតង់ស៊ីតេប៉ុន្មាន? ក្នុងពេលប៉ុន្មាន? ទើបរថយន្តឈប់។

C.រថយន្តនេះបើកដល់ទួលត្រង់ចំនុចមួយដែលមានចំនោត 2% (គឺចុះបាន 2m ក្នុងចំងាយផ្លូវ 100m) ក្នុងល្បឿន 20km/h ដោយចលនារថយន្តនៅពេលឡើងទួលនេះជាចលនាត្រង់ស្នុះស្មើ អាំតង់ស៊ីតេកំលាំងជុំរុញនៃម៉ូទ័រមានតំលៃប៉ុន្មាន? បង្កើនល្បឿនវាអោយអស់ 40km/h ក្នុងចំងាយចរ 1km។

ចំលើយ



A. កំលាំងទាញរបស់ម៉ូទ័រ

a). ចលនាត្រង់ស្មើ

រថយន្តរងនូវកំលាំង:

$\vec{F}$: កំលាំងចលកររបស់ម៉ូទ័រ

$\vec{f}$: កំលាំងទប់ + កំលាំងកកិតនៃខ្យល់

$\vec{N}$: កំលាំងប្រតិកម្ម

$\vec{P}$: ទំងន់របស់រថយន្ត

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$\sum \vec{f} = m\vec{a}$

ឬ $\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a}$ (1)

ក្នុងចលនាស្មើ ល្បឿនថេរ $\Rightarrow$ សំទុះ $a = 0$

ធ្វើចំណោល (1) លើ Ox

$\Rightarrow -f + F = 0 \Rightarrow F = f = 50\text{kgf}$
$1\text{kgf} = 9{,}8\text{N}$
$\Rightarrow F = 50 \times 9{,}8 = 490\text{N}$

b). ពេលចេញដំណើរ (ចលនាស្ទុះស្មើ)

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a}$, $a \neq 0$

ធ្វើចំណោលលើ $(x'x)$

$F - f = ma \Rightarrow F = ma + f$

តាមទំនាក់ទំនង

$v = a\cdot t + v_0$ តែ $v_0 = 0$

$\Rightarrow a = \dfrac{v}{t}$, v = 57,600km/h = 16m/s

t = 4mn = 4 × 60s = 240s

$\Rightarrow a = \dfrac{16}{240} = \dfrac{1}{5}\,\mathrm{m/s^2}$

$m = 6t = 600$kg

ដូចនេះ $F = 600\times\dfrac{1}{15} + 490 = 890$N

B. អាំងតង់ស៊ីតេកំលាំងហ្វ្រាំង

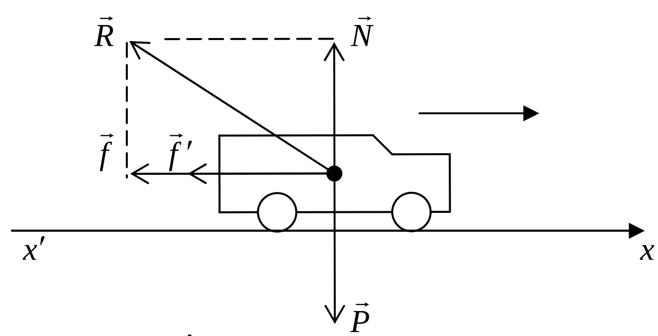
តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$\vec{f} + \vec{f}\,' + \vec{N} + \vec{P} = m\vec{a}$

$\vec{f}\,'$: កំលាំងហ្វ្រាំងធ្វើចំនោលលើ $(x'x)$

$-f - f' = ma$

$\Rightarrow f' = -ma - f$



ម្យ៉ាងទៀត $v^2 - {v_0}^2 = 2ax$, $v = 0$ (ឈប់)

$\Rightarrow a = -\dfrac{{v_0}^2}{2x}$; v_0 = 57,6km/h = 16m/s; x = 200m

$\Rightarrow a = -\dfrac{16^2}{2\times 200} = -\,0{,}64\,\mathrm{m/s^2}$

$\Rightarrow f' = -6000(-0{,}64) - 490$

$= 3350$N

រយៈពេលចាប់ហ្វ្រាំង

សមីការល្បឿន: $v = at + v_0 \Rightarrow t = \dfrac{v - v_0}{a}$, $v_0 = 0$

$\Rightarrow t = \dfrac{-16}{-0{,}64} = 25$s

C. កំលាំងទាញរបស់ម៉ូទ័រ

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

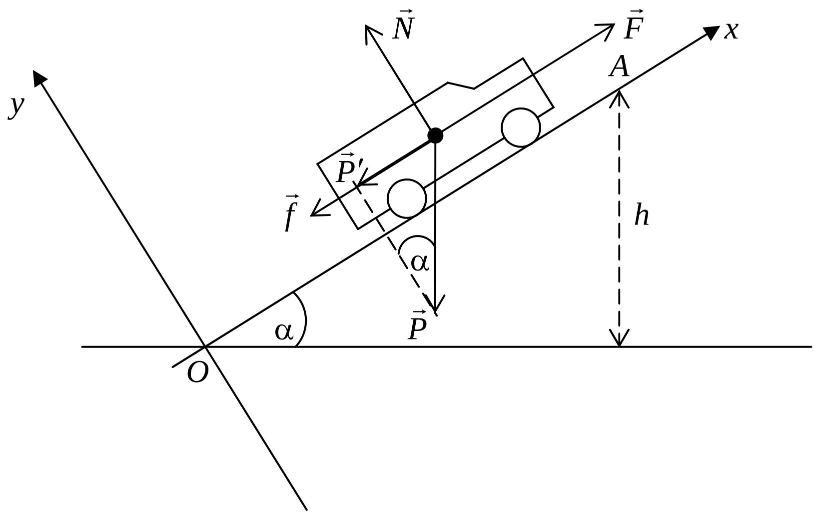
$\vec{P} + \vec{N} + \vec{f} + \vec{F}' = m\vec{a}$

-ទំលាក់ចំណោលលើ Ox:

យើងបាន:

$$- P' - f + F' = m a'_x$$
$$\Rightarrow \; F' = P' + f + m a'_x$$
$$P' = P\sin\alpha \; = \; mg\sin\alpha$$

ដោយ $\sin\alpha = \dfrac{h}{OA} = \dfrac{2}{100} = 2\%$



ម្យ៉ាងទៀត

$$v'^2 - v_0'^2 = 2a'_x d$$

$\Rightarrow \; a'_x = \dfrac{v'^2 - v_0'^2}{2d}$, v'_0 = 20km/h = 5,55 m/s

v' = 40km/h = 11,11 m/s

d = 1000 m

$$\Rightarrow \; a'_x = \frac{(11{,}11)^2 - (5{,}55)^2}{2 \times 1000} = 0{,}077\text{m/s}^2$$

$$\Rightarrow \; F' = mg\sin\alpha + f + ma'_x$$
$$= 6000 \times 10 \times \frac{2}{100} + 490 + 600 \times 0{,}077$$
$$= 2152\text{N}$$

$$\Rightarrow \; F' = 2152\,\text{N}$$

១៧- a). រថភ្លើងមួយមានម៉ាស 400 តោន ផ្លាស់ទីលើផ្លូវដែកមួយក្នុងល្បឿន 72km/h ។

គណនាថាមពលស៊ីនេទិចរថភ្លើងដោយគិតជា kgm, kJ ។

b). អ្នកបើកបរក៏ចាប់ហ្វ្រាំង ពេលនោះរថភ្លើងបានរងនូវអំពើកំលាំងទប់មួយដែលគេសន្មតថាជាកំលាំងថេរ ហើយមានអាំងតង់ស៊ីតេ 10 000 kgf ។

តើសំទុះរថភ្លើងពេលនោះមានតំលៃប៉ុន្មាន? តើចលនាវាដូចម្តេច?

c). តើរថភ្លើងនោះចរបានចំងាយប៉ុន្មានមុននឹងឈប់?

តើវាត្រូវចំណាយពេលប៉ុន្មាន ដើម្បីចរបានចំងាយខាងលើ?

d). ប្រសិនបើថាមពលស៊ីនេទិចទាំងអស់ក្លាយជាកំដៅនៅពេលចាប់ហ្វ្រាំង តើបរិមាណកំដៅដែលភាយចេញពីកង់រថភ្លើងមានតំលៃប៉ុន្មាន?

ចំលើយ

a). ថាមពលស៊ីនេទិច

$$E_C = \frac{1}{2}mv^2$$

$m = 400t = 400\ 000$ kg, $v = 72$ kg/h $= 20$ m/s

$$\Rightarrow E_C = \frac{1}{2} \times 400\,000 \times (20)^2 = 8 \cdot 10^7 \text{ J}$$

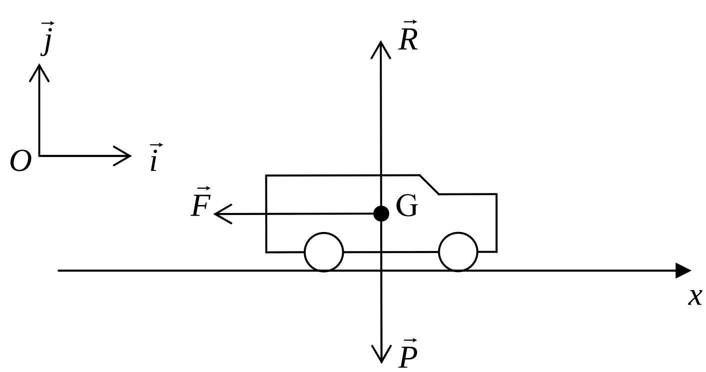
1 kcal = 4190 J ហើយ 1 kcal = 426 kgm

$$\Rightarrow E_C = \frac{8 \cdot 10^7}{4190} \times 426 = 0{,}81 \cdot 10^7 \text{ kgm}$$

គិតជា $1\text{kJ} = 10^3$ J

$$\Rightarrow E_C = 8 \cdot 10^4 \text{ kJ}$$

b). គណនាសំទុះ



តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a} \qquad (1)$$

ទំលាក់ចំណោល (1) លើ Ox:

$$-F = ma \Rightarrow a = -\frac{F}{m}$$

$F = 10\,000$ kgf $= 10^4 \times 9{,}8 = 98 \cdot 10^3$ N

$$\Rightarrow a = -\frac{98 \cdot 10^3}{4 \cdot 10^5} = 0{,}245\,\mathrm{m/s^2}$$

ប្រភេទចលនា: $v \cdot a = 20 \times (-0{,}245) < 0$

$\Rightarrow$ វាជាចលនាយឺតស្មើ ។

c). ចំងាយចរ

តាមទំនាក់ទំនង $v^2 - v_0^{\,2} = 2ad \Rightarrow d = \dfrac{v^2 - v_0^{\,2}}{2a}$

ពេលឈប់ $v = 0$

$$\Rightarrow d = \frac{-(20)^2}{2 \times (-0{,}245)} = 816{,}32\mathrm{m}$$

-រយៈពេល

សមីការល្បឿន: $v = a \cdot t + v_0 \Rightarrow t = -\dfrac{v_0}{a}$

$$\Rightarrow t = -\frac{20}{-0{,}245} = 81\mathrm{s}$$

d). បរិមាណកំដៅដែលភាយចេញពីកង់រថភ្លើង

$$Q = E_C = \frac{8 \cdot 10^7}{4190} = 19093{,}078\ \mathrm{kcal}$$

១៨-រថយន្តដឹកទំនិញមួយមានម៉ាស 2តោន បើកឡើងទួលមួយដែលមានចំណោត 2%។ វាចេញដំណើរក្នុងល្បឿនសូន្យ បន្ទាប់ពីរត់បាន 200m ដោយចលនាស្ទុះស្មើមក ល្បឿនរបស់វាកើនឡើងដល់ 54km/h ។ កំលាំងកកិតទាំងអស់មានតំលៃស្មើនឹងកំលាំងមួយដែលមានអាំងតង់ស៊ីតេ 15kgf ហើយស្របនឹងទិសបំលាស់ទី។

ក-កំលាំងម៉ូទ័ររបស់រថយន្តមានតំលៃប៉ុន្មាន? រថយន្តនោះត្រូវចំណាយពេលប៉ុន្មានដើម្បីតំឡើងល្បឿន វា 54km/h ?

ខ-តើម៉ូទ័ររថយន្តត្រូវផ្តល់អានុភាពប៉ុន្មាន ដើម្បីរក្សាល្បឿន 54 km/h ?

គ-រថយន្តនេះបើកបរដល់ផ្លូវដេកមួយដោយល្បឿន 54km/h ។ បើកំលាំងម៉ូទ័ររថយន្តមានតំលៃដូច គ្នាក្នុងសំនួរ ក-តើរថយន្តរត់ដល់ល្បឿនប៉ុន្មានក្នុងរយៈពេលបើកបរ 10s លើផ្លូវដេកនោះ?

ឃ-គេព្យួរខ្សែប្រយោលមួយក្នុងរថយន្ត វ័គ្គចុងក្រោយនេះ តើខ្សែប្រយោលឃ្លាតចេញ ពីខ្សែឈរបានមុំប៉ុន្មាន? (ខ្សែប្រយោលផ្សំឡើងពីខ្សែមិនយឺតមួយ នៅខាងចុងខ្សែនេះត្រូវគេព្យួរដោយស្វ៊ែលោហៈតូចមួយ) ។

ង-ក្រោយពេលចាប់ហ្វ្រាំង ហើយរត់បានល្បឿន54km/hឡើងវិញ រថយន្តដដែលនេះ ក៏រត់តាមថ្នល់បត់ដេកមួយមានកាំ 200m ។

តើគេត្រូវលើកថ្នល់នៅកន្លែងផ្លូវបត់នោះ អោយបានមុំប៉ុន្មាន ដើម្បីអោយរថយន្តនេះអាចរត់បានដោយគ្មានគ្រោះថ្នាក់?

<u>ចំលើយ</u>

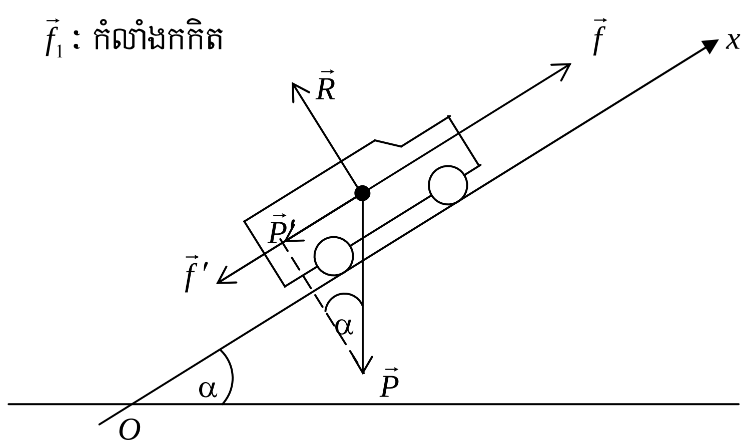
ក-កំលាំងរបស់ម៉ូទ័រ

អនុវត្តទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$\sum \vec{f} = \vec{f} + \vec{f}_1 + \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a} \qquad (1)$$

$\vec{f}$: កំលាំងម៉ូទ័រ

$\vec{f}_1$: កំលាំងកកិត



ទំលាក់ចំណោល (1) លើ Ox:

$\Rightarrow\ f - f_1 - P' = ma$

ឬ $f - f_1 - P\sin\alpha = ma$

$\Rightarrow\ f = ma + f_1 + mg\sin\alpha$

ដោយ $m = 2t = 2000\text{kg},\ f_1 = 15\text{kgf} = 150\text{N}$

$\Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{2}{100} = 2\%$

តាមទំនាក់ទំនង: $v^2 - v_0{}^2 = 2ad$

$\Rightarrow a = \dfrac{v^2 - v_0{}^2}{2d}$

ដោយ v = 54 km/h = 15m/s; v_0 = 0; d = 200m

$\Rightarrow a = \dfrac{(15)^2}{2\times 200} = 0{,}5625\,\mathrm{m/s^2}$

ដូចនេះ $f = 2\cdot 10^3 \times 0{,}5625 + 150 + 2\cdot 10^3 \times 10 + \dfrac{2}{200} = 1675\mathrm{N}$

-រយៈពេល

សមីការល្បឿន: $v = a\cdot t + v_0 \Rightarrow t = \dfrac{v}{a} = \dfrac{15}{0{,}5625} = 26\mathrm{s}$

ខ-អានុភាពរបស់ម៉ូទ័រ

$P = f'\cdot v$

$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{f}_1 + \vec{f}' = m\vec{a}$ (2)

v = ថេរ $\Rightarrow a = \dfrac{dv}{dt} = 0$

ទំលាក់ចំណោល (2) លើ Ox:

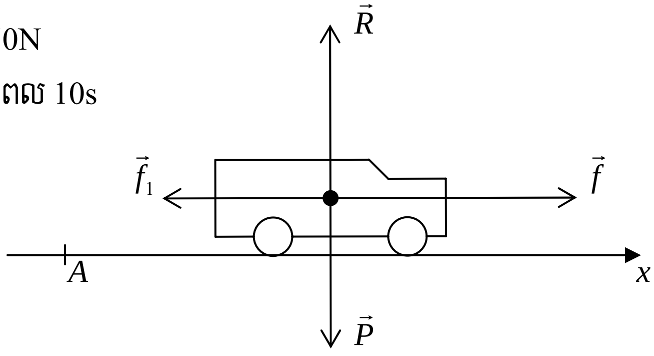
$\Rightarrow -P\sin\alpha - f_1 + f' = 0$

$\Rightarrow f' = mg\sin\alpha + f_1$

$f' = 2\cdot 10^3 \times 10 \times \dfrac{2}{100} + 150 = 550\mathrm{N}$

$\Rightarrow P = 550 \times 15 = 8250\mathrm{N}$

គ-ល្បឿនរថយន្តក្នុងរយៈពេល 10s



សមីការល្បឿន:

$v' = a't + v_0$ (3)

ហើយ $\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{f}_1 + \vec{f} = m\vec{a}'$ (4)

ធ្វើចំណោល (4) លើ (Ox)

$$-f_1 + f = ma' \Rightarrow a' = \frac{f - f_1}{m}$$

$f =$ 1675N, $f_1 = 150$N

$$\Rightarrow a' = \frac{1675 - 150}{2000} = 0{,}7625\,\mathrm{m/s^2}$$

$t = 10$s, $v_0 = 54$ km/h = 15 m/s

(3) $\Rightarrow v' = 0{,}7625 \times 10 + 15 = 22{,}625$ m/s

ឃ-លំងាករបស់ខ្សែប្រយោលពីខ្សែឈរ

-ទស្សនៈទី ១:

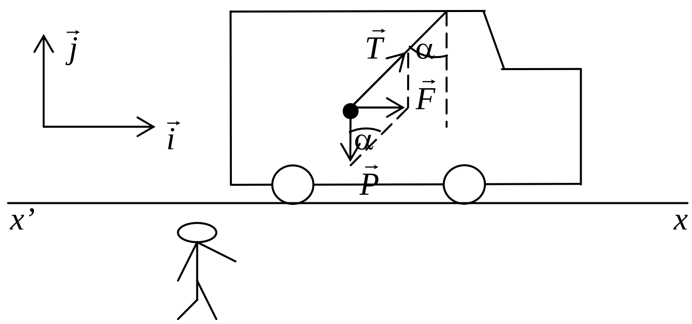
យើងសិក្សាខ្សែប្រយោលនៅក្នុងតំរុយកាលីលេ $\Re(O;\vec{i}\,;\vec{j})$ ។

ខ្សែប្រយោល និងរថយន្តមានសំទុះដូចគ្នា ។

ខ្សែរងនូវកំលាំងពីរ:

-តំនឹងខ្សែ $\vec{T}$

-ទំងន់ $\vec{P}$



តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

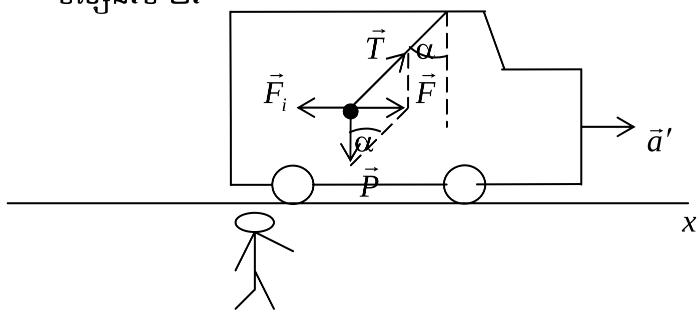
$$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}' \qquad (5)$$

ឬ $\vec{F} = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}'$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F}{P} = \frac{ma'}{mg} = \frac{a'}{g} = \frac{0{,}7625}{10} = 0{,}0762$$

$$\Rightarrow \alpha = 4{,}36^\circ$$

-ទស្សនៈទី ២:



អ្នកសង្កេតនៅជាប់នឹងរថយន្ត។ ករណីនេះតំរុយយកមកសិក្សា មិនមែនជាតំរុយកាលីលេទេ គឺតំរុយធៀប។ អ្នកសង្កេតឃើញស្វែរងកំលាំងមួយទាញវាអោយចេញពីទីតាំងដើមតាម ទិសដូច $\vec{a}'$ តែទិសដៅផ្ទុយពី $\vec{a}'$ ហើយមានអាំងតង់ស៊ីតេ F កំលាំងនេះហៅថាកំលាំងនិចលភាព។

$\vec{F}_i = -m\vec{a}'$ ឬ $F_i = ma'$

កំលាំងនិចលភាព $\begin{cases} -\text{ មិនមែនតំរុយកាលីលេ} \\ -\text{ មានទិសដូចសំទុះ} \\ -\text{ អាំតង់ស៊ីតេ } F_i = ma' \end{cases}$

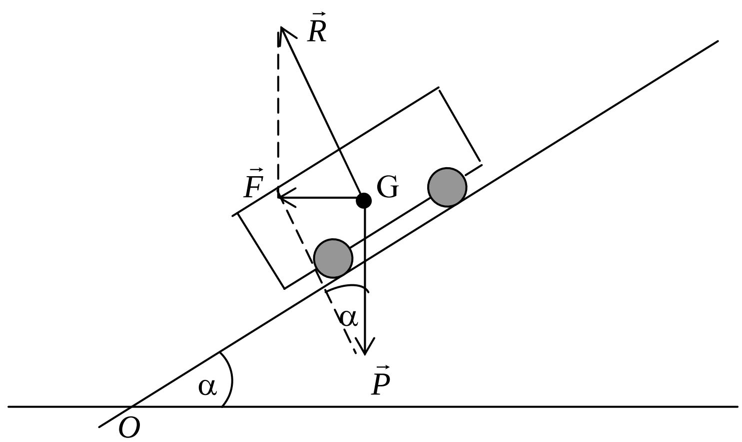
តាមច្បាប់និចលភាពយើងបាន:

$\vec{F}_i + \vec{P} + \vec{T} = 0 \Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = -\vec{F}_i$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_i}{P} = \frac{ma'}{mg} = \frac{a'}{g} = 0{,}0762$$

$\Rightarrow \alpha = 4{,}36^{\circ}$

ង-<u>គណនាមុំត្រង់ផ្លូវបត់</u>



តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$

$a_t = \frac{dv}{dt} = 0, v =$ ថេរ

$\Rightarrow a = a_n = \frac{v^2}{R}$ សំទុះផ្ចិតកែង ឬសំទុះចូលផ្ចិត

$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}_n$

$\vec{F}$ មានទិសដៅដូច $\vec{a}_n$ ហើយ $\vec{F}$ ស្របនឹងប្លង់ដេក

$\text{tg}\,\alpha = \dfrac{F}{P} = \dfrac{ma_n}{mg} = \dfrac{v^2}{Rg}$

$\text{tg}\,\alpha = \dfrac{(15)^2}{200 \times 10} = 0{,}1125 \Rightarrow \alpha = 6{,}42^\circ$

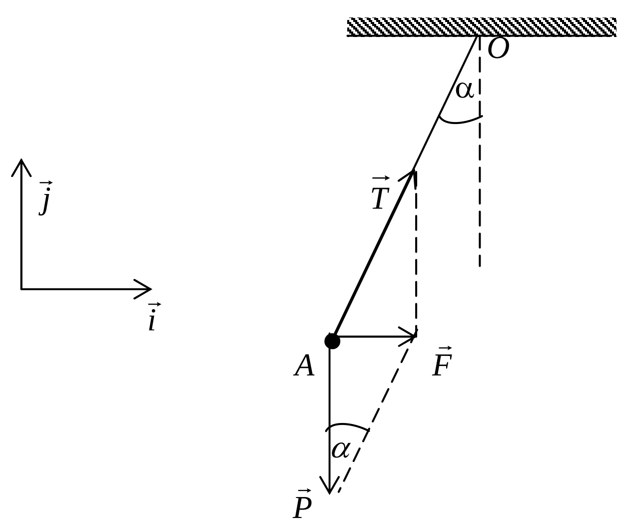
ដូចនេះគេត្រូវលើកថ្នល់កន្លែងបត់អោយបានមុំ $6{,}42^\circ$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក ។

១៩-ខ្សែឆ្មារមួយត្រូវគេព្យួរត្រង់ O ទៅនឹងពិដានរបស់តួរថភ្លើងមួយ បានទ្រត្រង់ A និងស្វៃតូចមួយដែលមានម៉ាស $m = 500\text{g}$ ទូររថភ្លើងឈប់នៅស្ងៀមនៅលើផ្លូវដេក ហើយបានចេញដំណើរដោយចលនាស្មុះស្មើ និងបានទៅដល់ល្បឿន 36km/h ក្នុងរយៈពេល 50s ។ គណនាមុំ α ដែលផ្គុំឡើងដោយខ្សែ OA និង ខ្សែឈរកាត់តាម O ។ គេអោយ $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$ ។

<u>ចំលើយ</u>

<u>គណនាមុំ α</u>

សិក្សាចលនាក្នុងតំរុយកាលីលេ $\Re(O; \vec{i}\,; \vec{j})$ ។



$\vec{F} = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

$\text{tg}\,\alpha = \dfrac{F}{P} = \dfrac{ma}{mg} = \dfrac{a}{g}$

សមីការល្បឿនៈ $v = a \cdot t + v_0,\ v_0 = 0$

$$\Rightarrow\ a = \frac{v}{t},\ v = 36\text{km/h} = 10\text{m/s}$$

$$\Rightarrow\ a = \frac{10}{50} = 0{,}2\,\text{m/s}^2$$

$$\Rightarrow\ \text{tg}\,\alpha = \frac{0{,}2}{9{,}8} = 0{,}0204$$

$$\Rightarrow\ \alpha = 1{,}17^\circ$$

២០-រថភ្លើង (ដូចលំហាត់លេខ **១៩**) បានចុះទួលមួយដែលមានមុំ $\beta = 12^\circ$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក វាមានចលនាស្ទុះស្មើហើយមានសំទុះ $0{,}2\,\text{m/s}^2$ ។

រកមុំលំងាក α' របស់ខ្សែ OA ធៀបនឹងអ័ក្សឈរ ។

រកម៉ូឌុលនៃតំនឹងខ្សែ ។

<u>ចំលើយ</u>

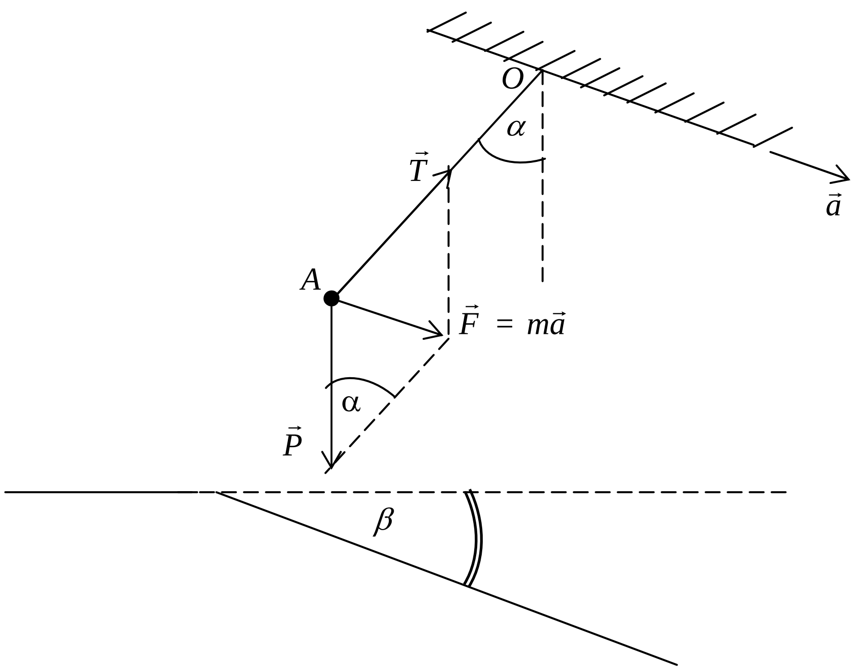
គណនាមុំលំងាក α' ធៀបនឹងអ័ក្សឈរ

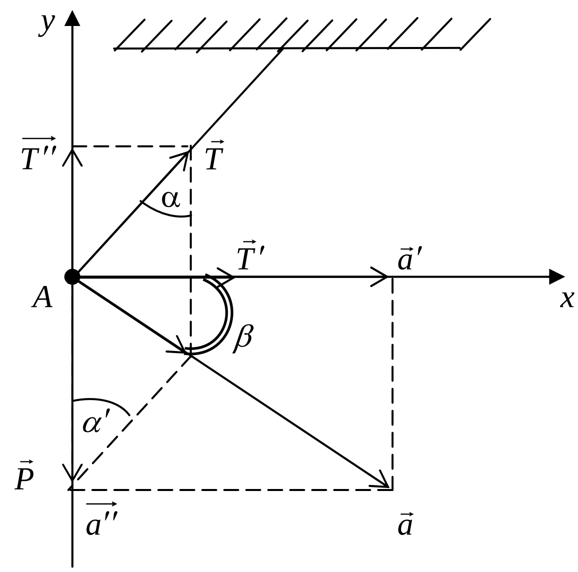
សិក្សាក្នុងតំរុយកាលីលេ $\Re(A;\vec{i}\,;\vec{j})$

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a} \qquad (1)$$

ទំលាក់ចំនោល (1) លើ (Ax)





$$\sin\alpha' = \frac{T'}{T}$$
$$\Rightarrow T' = T\sin\alpha'$$
$$a' = a\cos\beta$$

អ័ក្ស (Ay)

$$-P + T\cos\alpha' = -ma'' \qquad (2)$$

ឬ $-P + T\cos\alpha' = -ma\sin\beta$

$$\Rightarrow \begin{cases} T\sin\alpha' = ma\cos\beta & (a) \\ -P + T\cos\alpha' = -ma\sin\beta \end{cases}$$

$$\Rightarrow T\cos\alpha' = -ma\sin\beta + P \quad \text{(b)}$$

ចែក $\dfrac{(b)}{(a)} \Rightarrow \dfrac{T\alpha'}{T\alpha'} = \dfrac{-ma\sin\beta + P}{ma\cos\beta}$

$$\Rightarrow \operatorname{cotg}\alpha' = -\operatorname{tg}\beta + \frac{P}{ma\cos\beta}$$

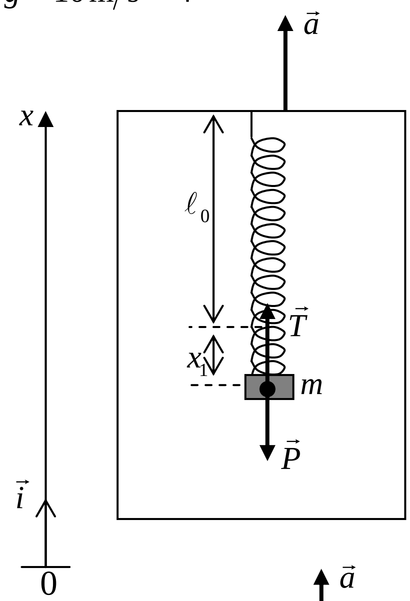
$$\Leftrightarrow \operatorname{cotg}\alpha' = -tg\beta + \frac{g}{a\cos\beta}$$

$$= -tg12^\circ + \frac{9{,}8}{0{,}2\times\cos\beta} = -0{,}2125 + 50{,}0946$$

$$= 49{,}8821$$

$$\Rightarrow \alpha' = 1{,}15^\circ$$

២១-រ៉ឺសរមួយនៅចុងម្ខាងផ្ទុកម៉ាស $m=100g$ និងចុងម្ខាងទៀតត្រូវគេភ្ជាប់ទៅនឹងពិដានរបស់ជណ្តើរយន្តមួយ ។ វាធ្វើដំណើរឡើងលើដោយចលនាស្មុះស្មើ រ៉ឺសរដែលមានមេគុណថេរកំរាញ $k=10N/m$ បានលូតប្រវែង $x_1=11\text{cm}$ ។ គណនាសំទុះចលនារបស់ជណ្តើរយន្ត ។ តើសាច់លូត x_2 នៃរ៉ឺស័រមានតំលៃប៉ុន្មាន បើសិនជាជណ្តើរយន្តមានចលនាយឺតស្មើ ដែលសំទុះគិតជាតំលៃដាច់ខាត $0{,}8\,\text{m/s}^2$ ។ គេអោយ $g=10\,\text{m/s}^2$ ។



ចំលើយ

-គណនា $\vec{a}$ សំទុះនៃជណ្តើរយន្ត

សិក្សាក្នុងតំរុយកាលីលេ $\Re(O;\vec{i})$

ទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$\sum \vec{f} = m\vec{a}$$

$$\vec{P}+\vec{T} = m\vec{a} \qquad (1)$$

ទំលាក់ចំណោល (1) លើ (Ox)

$$-P+T = ma$$

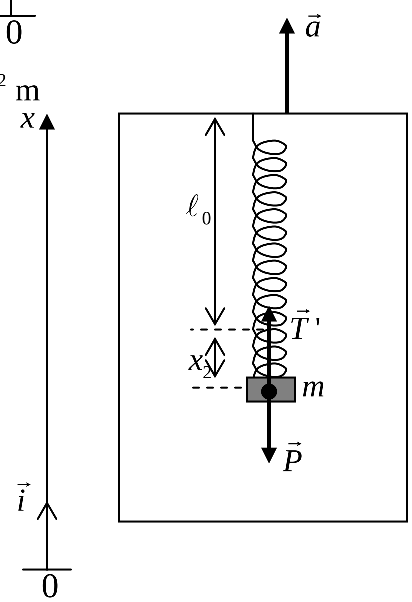
$$\Rightarrow a = \frac{T}{m} - g$$

$T = k\cdot x_1$, $k = 10\text{N/m}$, $a_1 = 11\text{cm} = 11\cdot 10^{-2}\text{ m}$

$\Rightarrow T = 10\times 11\cdot 10^{-2} = 1{,}1\text{N}$

$m = 100\text{g} = 0{,}1\text{kg}$

$$\Rightarrow a = \frac{1{,}1}{0{,}1} - 10 = 1 m/s^2$$



- គណនាសាច់លូត x_2

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$\sum \vec{f} = \vec{P}+\vec{T}' = m\vec{a}'$$

ធ្វើចំណោលលើ (Ox)

$T' - P = -ma'$, (ចលនាយឺត $-a'$)

$$\Rightarrow T' = P - ma' = m(g-a')$$

តែ $T' = kx_2$

$$\Rightarrow kx_2 = m(g-a')$$

$$\Rightarrow x_2 = \frac{m}{k}(g-a')$$

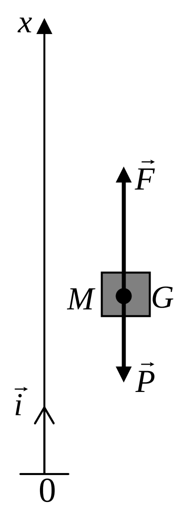
$$\Rightarrow x_2 = \frac{0,1}{10}(10 - 0,8) = 0,092\text{m}$$
$$\Rightarrow x_2 = 0,92\,\text{cm}$$

២២-បន្ទប់យោងមួយមានទំងន់1000kg វាចេញដំណើរដោយមានល្បឿនសូន្យ ហើយទាញឡើងលើដោយកំលាំងមួយស្មើ 12000N ។ តើអស់រយៈពេលប៉ុន្មានទើបវាចរបាន 25m? គណនាល្បឿន ។

រកកំលាំងថ្មីដើម្បីទាញវា យ៉ាងណាអោយវាឈប់បន្ទាប់ពីចរបាន 20m ។ គេអោយ $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។

ចំលើយ

-រករយៈពេលចរបាន 25m



យើងដៅទិសវិជ្ជមាន (+) ឡើងលើ ។

តាង x ជាចំងាយចរ: x = 25m = OA

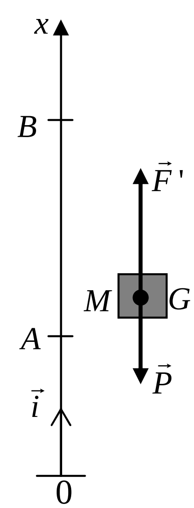
តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$\sum \vec{f} = M\,\vec{a}$$
$$\vec{P} + \vec{F} = M\,\vec{a} \qquad (1)$$

ទំលាក់ចំនោល (1) លើ Ox:

$$-P + F = Ma \Rightarrow a = \frac{F - P}{M}$$
$$a = \frac{F}{M} - g = \frac{12000}{1000} - 10 = 2\,\text{m/s}^2$$

សមីការចលនា: $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 \cdot t + x_0$, $t = 0$, $x_0 = 0$, $v_0 = 0$



$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{a}}$$
$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \times 25}{2}} = 5\text{s}$$

-ល្បឿន: $v = a\,.\,t = 2 \times 5 = 10$ m/s

-រកកំលាំងថ្មី F' :

តាមទំនាក់ទំនង

$$v^2 - {v'_0}^2 = 2a'x' \Rightarrow a' = \frac{v^2 - {v'_0}^2}{2x'}$$

ត្រង់ B: v = 0, Rtg; A: v'_0 = 10 m/s

$AB = x' = 20\text{m}$

$\Rightarrow a' = \dfrac{-10^2}{2\times 20} = -2{,}5\,\text{m/s}^2$ ឬ $|a| = 2{,}5\,\text{m/s}^2$

ទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច: $\vec{P} + \vec{F}' = M\,\vec{a}'$

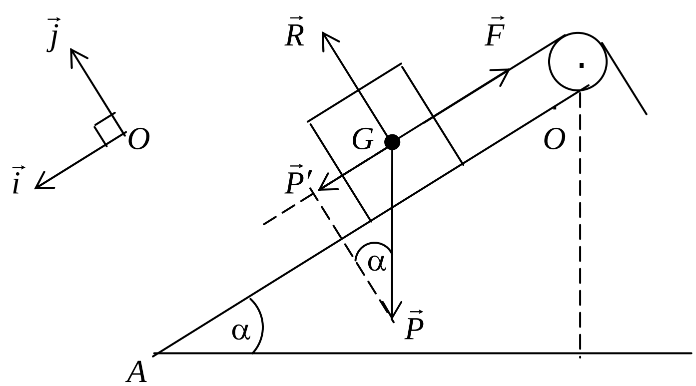
ធ្វើចំណោល: $-P + F' = -Ma' \Rightarrow F' = M(g - a^2)$

$F' = 10^3(10 - 2{,}5) = 7500\text{N}$

២៣-អង្គធាតុមួយមានទំងន់$1000kg$ ត្រូវបានទាញដោយខ្សែកាបមួយ រអិលលើប្លង់ទេរមួយប្រវែង$5m$ ហើយចំណោត 5%ធៀបនឹងប្លង់ដេក។ រកកំលាំងដែលបញ្ចេញដោយខ្សែកាបដើម្បីអោយអង្គធាតុដែលចេញដំណើរដោយគ្មានល្បឿនដើមពីចុងខ្ពស់ជាងគេនៃប្លង់ដល់ចុងម្ខាងទៀត 1m/s ។ គេយក $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។

<u>ចំលើយ</u>

<u>គណនាកំលាំងទាញរបស់ខ្សែកាប</u>



សិក្សាចលនារបស់អង្គធាតុក្នុងតំរុយកាលីលេ $\Re(O;\vec{i}\,;\,\vec{j})$ ។

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$\sum \vec{f} = m\,\vec{a}_G = m\vec{a}$

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\,\vec{a}$ (1)

ធ្វើចំណោល (1) លើ (Ox)

$P\sin\alpha - F = ma$

$\Rightarrow F = P\sin\alpha - ma$

ឬ $F = m(g\sin\alpha - a)$ (2)

គណនាសំទុះ a តាង O ជាកន្លែងខ្ពស់ជាងគេ

A ជាកន្លែងទាបជាងគេ អង្គធាតុចរបានប្រវែង $x = OA$ ។

តាមទំនាក់ទំនង: $v_A{}^2 - v_0{}^2 = 2ax$

$$\Rightarrow a = \frac{v_A{}^2 - v_0{}^2}{2x}, \ v_0 = 0$$ គ្មានល្បឿនដើម

$v_A = 1\text{m/s}$

$OA = 5\text{m}$

$$\Rightarrow a = \frac{1^2}{2\times 5} = 0{,}1\text{m/s}^2$$

$$(2) \Rightarrow F = 1000\left(10\cdot\frac{5}{100} - 0{,}1\right) = 400N$$

២៤-បន្ទប់យោងមួយមានម៉ាស $800kg$ ត្រូវបានចរចំងាយ $40m$ រវាងជាន់ក្រោម និងជាន់ក្រោយបង្អស់របស់សណ្ឋាគារមួយ គេសន្មតថា វាធ្វើចលនាឡើងលើបានកំពស់ $25m$ ដោយចលនាស្ទុះស្មើ ក្នុងខណៈដែលល្បឿនកើនឡើងបាន $50cm/s$ ក្នុងរយៈពេល $1s$ បន្ទាប់មកវាចរបាន $15m$ ចុងក្រោយដោយចលនាយឺតស្មើ ហើយដែលនាំទៅឈប់នៅជាន់ក្រោយនេះ ។ គណនា:

ក-ល្បឿនអតិបរមាដែលបន្ទប់យោងទៅដល់ ។

ខ-រយៈពេលសរុបក្នុងការឡើងនេះ ។

គ-កំលាំងទាញរបស់ខ្សែកាបទៅលើបន្ទប់យោងក្នុងចលនាទាំងពីរស្ទុះស្មើ-យឺតស្មើ ។

គេយក $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។

<u>ចំលើយ</u>

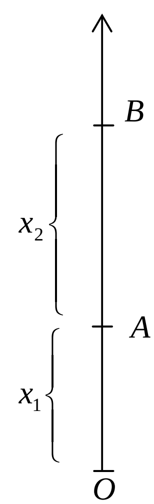
ក-ល្បឿនអតិបរមារបស់បន្ទប់យោង

ល្បឿនអតិបរមាត្រង់ A

យើងដៅទិសដៅវិជ្ជមានពីក្រោមទៅលើ ។

តាមបណ្តោយអ័ក្ស (Ox)

សមីការល្បឿន:



$$v_1 = a_1\cdot t_1 \Rightarrow a_1 = \frac{v_1}{t_1}$$

$v_1 = 50\text{cm/s} = 0{,}5\text{m/s}, \ t_1 = 1\text{s}$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{0{,}5}{1} = 0{,}5\,\text{m/s}^2$$

តាមទំនាក់ទំនង:

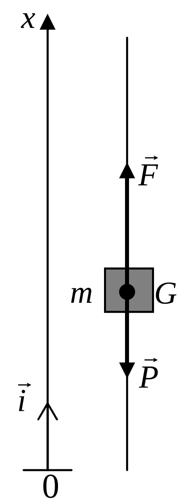
$v_A{}^2 - v_0{}^2 = 2a_1 \cdot x_1$

$\Rightarrow v_A{}^2 = 2a_1 \cdot x_1 + v_0{}^2$, ($v_0 = 0$ គ្មានល្បឿនដើម)

$\Rightarrow v_A{}^2 = 2 \times 0{,}5 \times 25 = 25$

$\Rightarrow v_A = 5\text{m/s}$

រយៈពេលត្រូវនឹងចំងាយចរ $x_1 = 25\,\text{m}$



$v_A = a_1 \cdot t \Rightarrow t = \dfrac{v_A}{a_1} = \dfrac{5}{0{,}5} = 10\text{s}$

ខ-<u>រយៈពេលសរុប</u>

រយៈពេលដែលបន្ទប់យោងចរបានចំងាយ $x_2 = AB$ ។

តាមទំនាក់ទំនង:

$v_B{}^2 - v_A{}^2 = 2a_2 \cdot x_2$

$\Rightarrow a_2 = \dfrac{v_B{}^2 - v_A{}^2}{2x_2}$, $v_B = 0$ (ព្រោះវាឈប់ត្រង់ B)

$\Rightarrow a_2 = \dfrac{-5^2}{2 \times 15} = -0{,}83\,\text{m/s}^2$

សមីការល្បឿនត្រង់ B:

$v_B = a_2 \cdot t^2 + v_A$

តែ $v_B = 0 \Rightarrow t' = -\dfrac{v_A}{a_2} = -\dfrac{5}{(-0{,}83)} = 6\text{s}$

រយៈពេលសរុប

$\theta = t + t' = 10 + 6 = 16\text{s}$

គ-<u>កំលាំងទាញរបស់ខ្សែក្នុងចលនានីមួយៗ</u>

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$\sum \vec{f} = m\vec{a}$

ឬ $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$ (3)

ដោយធ្វើចំណោលយើងបាន:

$F - P = ma$ (4)

-ចលនាស្មុះស្មើ

(4) $\Rightarrow F = P + ma_1 = mg + ma_1$

$= 800 \times 9{,}8 + 800 \times 0{,}5$
$= 8240\text{N}$

- ចលនាយឺត

$(4) \Rightarrow F = P + ma_2 = mg + ma_2\,,\ a_2 = -\dfrac{5}{6}\text{m/s}^2$

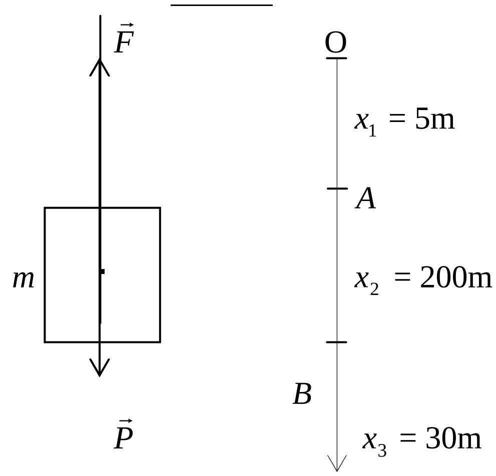
$\Rightarrow F = 800 \times 9{,}8 + 800 \times \left(-\dfrac{5}{6}\right) = 7173{,}4\text{N}$

២៥-បន្ទប់យោងរបស់អណ្តូងរ៉ែមួយមានទំងន់ 40តោន អណ្តូងមានជំរៅ 280m ។

ក-គេចង់អោយចលនាចុះរបស់បន្ទប់យោងដំបូងមានចលនាស្ទុះស្មើក្នុងចំងាយ50mហើយបានទៅដល់ល្បឿន $30km/h$ ។ បន្ទាប់មកចលនាស្មើក្នុងចំងាយ $200m$ ទីបញ្ចប់ចលនាយឺតស្មើដោយធ្វើយ៉ាងណាអោយបន្ទប់យោងចុះមកដល់ដីដោយល្បឿនសូន្យ (បាតអណ្តូង)។ រកកំលាំងទាញជាបន្តបន្ទាប់របស់ខ្សែកាប ដើម្បីអោយបានសំរេចចលនានេះ ។ រករយៈពេលនៃដំណាក់កាលនីមួយៗ និងរយៈពេលសរុបក្នុងការចុះ ។

ខ-បន្ទប់យោងពេញដោយធ្យូងថ្មមានទំងន់ 10 តោន គេចង់អោយវាមានចលនាឡើងលើដូចមុនដែរ ។ គណនាដូចសំនួរ a) ដែរ ។ គេអោយ $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។

ចំលើយ



យើងដៅទិសវិជ្ជមាន (+) ចុះក្រោមហើយ O ជាគល់អាប់ស៊ីស ។

កំលាំងរបស់ខ្សែកាប

-ចលនាស្ទុះស្មើ

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}_1$

ធ្វើចំនោលលើ (Ox) យើងបាន:

$P - F = ma_1 \Rightarrow F = P - ma_1 = m(g - a_1)$

តាមទំនាក់ទំនង: $v_A^2 - v_0^2 = 2a_1x_1$

$\Rightarrow a_1 = \dfrac{v^2{}_A - v^2{}_0}{2x_1}$, $v_A = 30\,\text{km/h} = \dfrac{25}{23}\text{m/s}$, $v_0 = 0$ គ្មានល្បឿនដើម

$$\Rightarrow a_1 = \frac{\left(\frac{25}{3}\right)^2}{2\times 50} = \frac{25}{36}\,\text{m/s}^2$$

$$\Rightarrow F = 4000\left(10 - \frac{25}{36}\right) = 37240N$$

ចលនាស្មើ: $\sum \vec{f} = \vec{P} = \vec{F} = m\vec{a}_2$, $a_2 = 0$

ធ្វើចំនោល $P - F = 0 \quad \Rightarrow \quad F = P = mg$

$\Rightarrow F = 4000\times 10 = 40.000N$

ចលនាយឺតស្មើ

$\Sigma\vec{f} = \vec{P}m\vec{a}_3$

ធ្វើចំនោល $\Rightarrow P - F = ma_3 \Rightarrow F = m(g = a_3)$

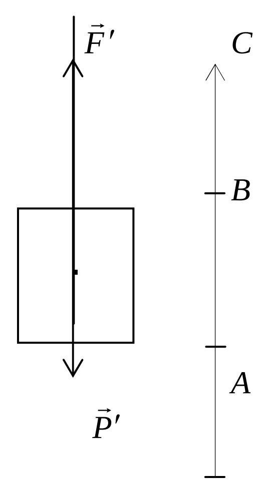
ល្បឿនត្រង់ C

$v_C^2 - v_B^2 = 2a_3x_3$

$\Rightarrow a_3 = \dfrac{v_C^2 - v_B^2}{2x_3}$,($v_C = 0$ ឈប់)

$$\Rightarrow a_3 = -\frac{\left(\frac{25}{3}\right)^2}{2\times 30} = -1{,}16\,\text{m/s}^2$$

$\Rightarrow F = 4000(10 - (-1{,}16)) = 44640\,\text{N}$



-រយៈពេលដំណាក់កាលនីមួយៗ

• ចលនាស្ទុះស្មើ:

$$v_A = a_1 \cdot t_1 \;\Rightarrow t_1 = \frac{v_A}{a_1} \quad \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{25}{3}}{\frac{25}{36}} = 12s$$

• ចលនាស្មើ:

$x_2 = v_A \cdot t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{x_2}{v_A}$

$\Rightarrow t_2 = \frac{200}{\frac{25}{3}} = 24s$

• ចលនាយឺតស្មើ:

$v_C = a_3 \cdot t_3 + v_B \,,\; v_C = 0$

$\Rightarrow t_3 - \frac{v_B}{a_3} = -\frac{\frac{25}{3}}{-1{,}16} = 7{,}18\,\text{s}$

រយៈពេលសរុប:

$t = t_1 + t_2 + t_3 = 12 + 24 + 7{,}18 = 43{,}13\,\text{s}$

ខ-បើចលនាឡើងដូចចលនាចុះ បានន័យថា ក្នុងចំងាយចរ $x_1 = 50\,\text{m}$ វាចលនាស្ទុះស្មើ ហើយ $a_1 = \frac{25}{36}\,\text{m/s}^2$ បន្ទាប់មកវាធ្វើចលនាស្មើ $a_2 = 0$ វគ្គចុងក្រោយវាមាន ចលនាយឺតស្មើដែលមានសំទុះ $a_3 = -1{,}16\,\text{m/s}^2$ ។

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$\sum \vec{f} = \vec{p}' + \vec{F}' = m\vec{a}$

ធ្វើចំនោល $\Rightarrow F' - P'm'a \Rightarrow F' = m'(g-a)$

-ចលនាស្ទុះស្មើ:

$F' = m'(g - a_1) = 10000\left(10 + \frac{25}{36}\right) = 106900\,\text{N}$

-ចលនាស្មើ: $a_2 = 0$

$F' = P' = m'g10000 \times 10 = 100000\,\text{N}$

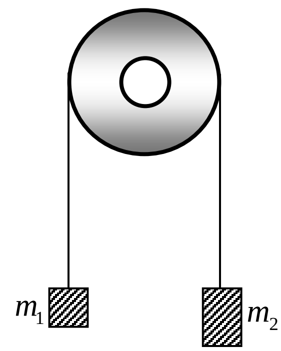
-ចលនាយឺតស្មើ:

$F' = m'(g - a_3) \;\; = 10000(10 - (-1{,}16)) = 111600\,\text{N}$

រយៈពេលសរុបដូចគ្នាសំនួរ a). គឺ: $43{,}18\,\text{s}$

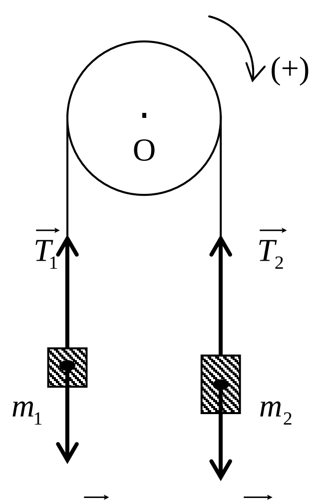
២៦-ប្រព័ន្ធមួយមានម៉ាស800g ផ្សំឡើងដោយម៉ាសពីរដែលព្យួរទៅចុងទាំងពីររបស់ខ្សែឆ្មារមួយមិនយឺតដែលកាត់តាមរ៉កមួយដែលមានអ័ក្សវានៅក្នុងប្លង់ដេក ។ ប្រព័ន្ធចេញដំនើរពីល្បឿនសូន្យហើយម៉ាសនីមួយៗបានទៅដល់ល្បឿនមួយមានតំលៃ 1m/s ក្នុងរយៈពេល4s ។ កំនត់តំលៃម៉ាសនីមួយៗ គេមិនគិតម៉ាសរបស់ខ្សែ និងម៉ាសរបស់រ៉កទេ ។

យក $g = 10\,\mathrm{m/s^2}$ ។



ចំលើយ

គណនាម៉ាសរបស់ m_1 និង m_2



យើងសន្មត $m_2 > m_1$ យើងបានប្រព័ន្ធផ្លាស់ទីតាមទិសដៅវិជ្ជមាន ដូចទិសដៅបំលាស់ទី របស់ m_2 ។ យើងសិក្សាចលនានេះក្នុងតំរុយពិសោធន៍ ។

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចលើអង្គធាតុនីមួយៗ:

-ចំពោះអង្គធាតុ m_1

$\vec{P_1} + \vec{T_1} = m_1\vec{a}_1$, (a_1 សំទុះរបស់ m_1) (1)

- ចំពោះអង្គធាតុ m_2

$\vec{P_2} + \vec{T_2} = m_2\vec{a}_2$, (a_2 សំទុះរបស់ m_2) (2)

យើងធ្វើចំនោល

$(1) \Rightarrow -P_1 + T_1 = m_1 a_1$

$(2) \Rightarrow P_2 - T_1 = m_2 a_2$

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ

$$\begin{cases} -P_1 + t_1 = m_1 a_1 \\ P_2 - T_2 = m_2 a_2 \end{cases} \quad (3)$$

តាង x_1 និង x_2 ជាចំងាយចររបស់ m_1 និង m_2 រៀងគ្នា ។

ដោយខ្សែមិនយឺតយើងបាន:

$$\Rightarrow \frac{d^2x_1}{dt^2} = \frac{d^2x_2}{dt_2} = a_1 = a_2 = a \quad (4)$$

$$(3)\,\&\,(4) \Rightarrow \begin{cases} -P_1 + T_1 = m_1 a \\ P_2 - T_2 = m_2 a \end{cases} \quad (5)$$

រ៉កដែលមានម៉ាស m រងកំលាំង

$\vec{T}_1 + \vec{t}_2 + \vec{P} = m\vec{a}$

ឬ $-T_1 + T_2 + P = ma$

ដោយម៉ាសរ៉ករមិនគិត នោះ $m = 0$

$\Leftrightarrow -T_1 + T_2 = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 = T \qquad (6)$

តាម (1) និង (6) យើងបាន:

$$\begin{cases} -P + T = m_1 a \\ P_2 - T = m_2 a \end{cases}$$

$P_2 - P_1 = a(m_1 - m_2)$

ឬ $(m_1 - m_2)g = a(m_1 + m_2)$

ដោយ $m_1 + m_2 = 800g = 0{,}8\,\text{kg} \Rightarrow m_2 = 0{,}8 - m_1$

សមីការល្បឿន $v = a \cdot t \Rightarrow a = \frac{v}{t} = \frac{1}{4} = 0{,}25\,\text{m/s}^2$

ដូនេះ $[(0{,}8 - m_1) - m_1] \times 10 = 0{,}25 \times 0{,}8$

$\Leftrightarrow (0{,}8 - 2m_1) \times 10 = 0{,}2$

$\Leftrightarrow 2m_1 = 0{,}8 - 0{,}02 = 0{,}78$

$\Rightarrow m_1 = \frac{0{,}78}{2} = 0{,}39\,\text{kg}$

ឬ $m_1 = 390\,\text{g} \quad \Rightarrow m_2 = 410\,\text{g}$

២៧-អង្គធាតុរឹង A មួយមានម៉ាស $m_1 = 800g$ អាចរអិលដោយគ្មានកកិតលើប្លង់ដេកមួយ ។ វាត្រូវទាញដោយខ្សែធ្នារមួយមិនយឺត ហើយស្របនឹងប្លង់ ។ ខ្សែធ្នារនេះកាត់តាមរ៉កមួយដែលគ្មានម៉ាស និងគ្មានកកិត ចល័តជុំវិញអ័ក្សដេកបានផ្ទុកអង្គធាតុ B ដែលមាន ម៉ាស $m_2 = 50g$ ។

ចូរកំនត់សំទុះរបស់ m_1 និង m_2 ។ យក $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$ ។

<u>ចំលើយ</u>

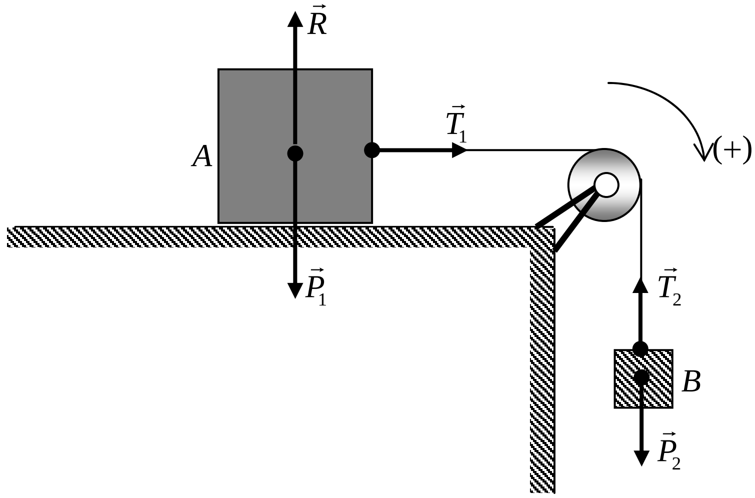
កំនត់សំទុះ m_1 និង m_2

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច យើងបាន:

-ចំពោះអង្គធាតុ A

$\vec{P}_1 + \vec{R} + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1 \qquad (1)$

-ចំពោះអង្គធាតុ B



$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2$ (2)

ទំលាក់ចំនោល យើងបាន:

$(1) \Rightarrow T_1 = m_1 a_1$ (3)

$(2) \Rightarrow P_2 - T_2 = m_2 a_2$ (4)

ដោយ $a_1 = a_2 = a$; $T_1 = T_1 = T$ នោះតាម (3) & (4)

$$\begin{cases} T = m_1 a \\ P_2 - T = m_2 a \end{cases}$$

$$P_2 = a(m_1 + m_2) \Rightarrow a = \frac{m_2 \cdot g}{m_1 + m_2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{50 \times 9{,}8}{50 + 800} = 0{,}57\,\text{m/s}^2$$

២៨-អង្គធាតុ A មួយមានម៉ាស $m_1 = 0{,}5\,\text{kg}$ អាចរអិលដោយគ្មានកកិតលើប្លង់ទេរ (P) ដែលមានមុំ $\alpha = 30^\circ$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក។ ម៉ាសរបស់អង្គធាតុ B មានតំលៃ $m_2 = 0{,}3\,\text{kg}$ ។ ម៉ាសរបស់ខ្សែ និងម៉ាសរ៉កអាច ចោលបាន ហើយខ្សែមិនយឺត។ រ៉កវិលដោយគ្មានកកិតជុំវិញអ័ក្សដេករបស់វា។ គណនាសំទុះរបស់ A កាល ណាគេលែង B ។ យក $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។

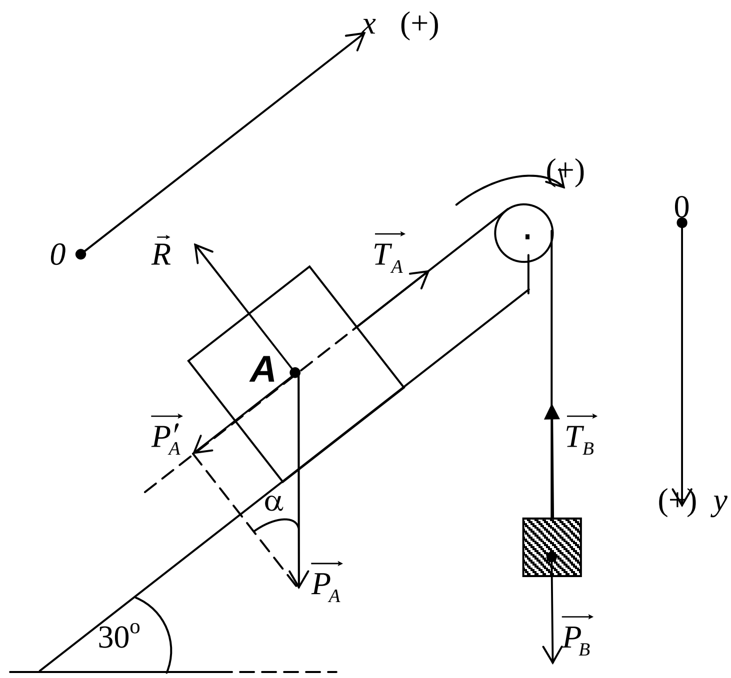
ចំលើយ

គណនាសំទុះនៃអង្គធាតុ A

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

-ចំពោះអង្គធាតុ A :

$\vec{P}_A + \vec{T}_A + \vec{R} = m_1\vec{a}_1$ (1)



ទំលាក់ចំនោល (1) លើ (Ox)

$$-P'_A + T_A = m_1 a_1$$

ឬ $\quad -P_A \sin\alpha + T_A = m_1 a_1$

-ចំពោះអង្គធាតុ B:

$$\vec{P}_B + \vec{T}_B = m_2 \vec{a}_2 \qquad (2)$$

ទំលាក់ចំនោល (2) លើ (Oy)

$$P_B - T_B = m_2 a_2$$

ដោយខ្សែមិនយឺតយើងបាន $a_1 = a_2 = a$

រ៉ក និងខ្សែមានម៉ាសអាចចោលបាន $\Rightarrow T_A = T_B = T$

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ:

$$\begin{cases} -P_A \sin\alpha + T = m_1 a \\ P_B - T = m_2 a \end{cases}$$

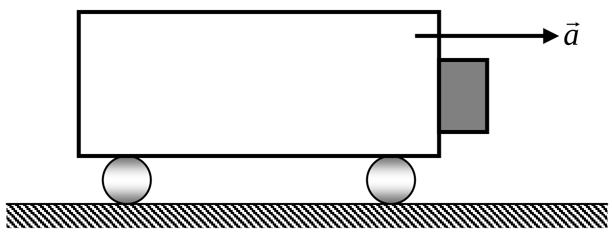
$$P_B - P_A \sin\alpha = a(m_1 + m_2)$$

$$\Rightarrow a = \frac{g(m_2 - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2}, \ \sin\alpha = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{10\left(0,3 - 0,5 \times \frac{1}{2}\right)}{0,5 + 0,3} = 0,625\,\text{m/s}^2$$

ដូច្នេះ $a = 0,625\,\text{m/s}^2$ ។

២៩-ដូចបង្ហាញក្នុងរូប។ ចូររកសំទុះរបស់កូនរទេះចាំបាច់ដើម្បីកុំអោយដុំវត្ថុ B ធ្លាក់។ មេគុណកកិតស្តាទិចរវាងដុំវត្ថុ និងកូនរទេះគឺ μ_s ។



ចំលើយ

កំណត់សំទុះរបស់កូនរទេះ

ដុំវត្ថុរងកំលាំងបី: ទំងន់ $\vec{P}$ កំលាំងកកិត $\vec{f}$ និង កំលាំងប្រតិកម្មកែង $\vec{N}$ ។

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច:

$\vec{P} + \vec{f} + \vec{N} = m.\vec{a}$

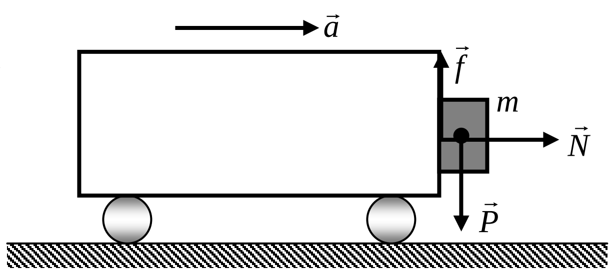
ដោយដុំវត្ថុមិនធ្លាក់ចុះ។ ដូចនេះ កំលាំងកកិតទប់ទល់នឹងទំងន់របស់ដុំវត្ថុ។

ដូចនេះ $\vec{P} + \vec{f} = \vec{0} \quad \Rightarrow f = P = m.g$

ទាញបានផងដែរ $\vec{N} = m.\vec{a}$ រឺ $N = m.a$

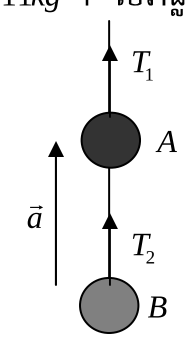
យើងបាន: $\frac{f}{N} = \frac{g}{a} \Rightarrow a = \frac{g}{f/N}$

ដោយសារតំលៃអតិបរមា$\frac{f}{N}$ គឺ μ_s



ដូចនេះយើងត្រូវតែយក $a \geq \frac{g}{\mu_s}$ បើដុំវត្ថុមិនធ្លាក់។

៣០-ដូចបង្ហាញក្នុងរូប។ ម៉ាស A គឺ $15kg$ និងម៉ាស B គឺ $11kg$ ។ បើវាផ្លាស់ទីឡើងលើដោយសំទុះ $3m/s^2$ ដោយទាញ A ។ ចូររកតំណឹងខ្សែ T_1 និង T_2 ។



ចំលើយ

តំណឹងខ្សែ T_1 និងT_2

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

-ចំពោះម៉ាស A

$$\vec{P}_A + \vec{T}_{2A} + \vec{T}_1 = m_A\vec{a}$$

រឺ $-P_A - T_{2A} + T_1 = m_A.a \qquad (1)$

-ចំពោះម៉ាស B

$$\vec{P}_B + \vec{T}_{2B} = m_B\vec{a}$$

រឺ $-P_B + T_{2A} = m_B.a \qquad (2)$

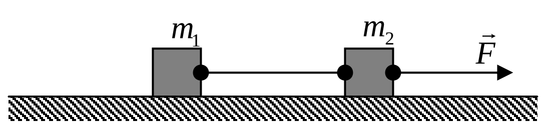
ដោយ $T_{2A} = T_{2B} = T_2$

(1) និង(2) យើងបាន:

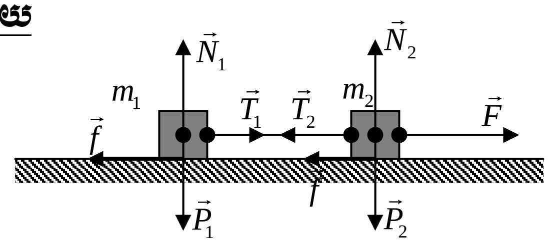
$$T_1 = P_A + P_B + (m_A + m_B)a = 332,8N$$

$$(2) \Rightarrow T_2 = P_B + m_B a = 140,8N$$

៣១-បង្ហាញដូចរូប ។ បើ $F = 20N, m_1 = m_2 = 3kg$ និងសំទុះ $0,50m/s^2$ ។ ចូររកតំនឹងខ្សែនៅចន្លោះម៉ាសទាំងពីរ ។ បើកំលាំងកកិតលើម៉ាសទាំងពីរស្មើគ្នា ។ ចូររកកំលាំងកកិតនេះ ។



ចំលើយ



ចំពោះម៉ាសនីមួយៗយើងបាន:

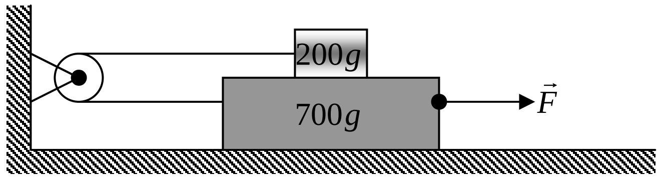
$$\begin{cases} -f + T_1 = m_1 a & (1) \\ -f - T_2 + F = m_2 a & (2) \end{cases}$$

ដោយ $T_1 = T_2 = T$

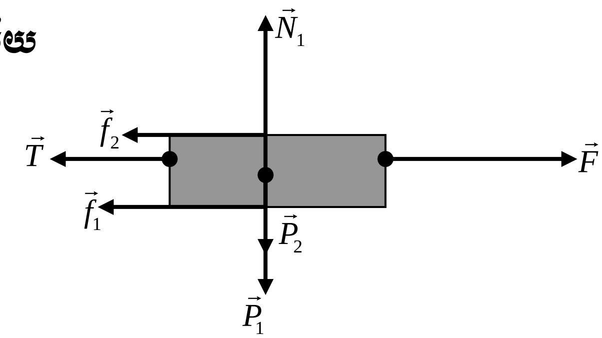
(1) និង (2) យើងបាន:

$T = 10N$ និង $f = 8,5N$

៣២-បង្ហាញដូចរូប ។ តើកំលាំងF ស្មើនឹងប៉ុន្មាន ដើម្បីអោយដុំវត្ថុមានម៉ាស$700g$ មានសំទុះ$30cm/s^2$? មេគុណកកិតរវាងដុំទាំងពីរ ហើយ រវាងដុំវត្ថុនិងតុ គឺ 0,150 ។



ចំលើយ



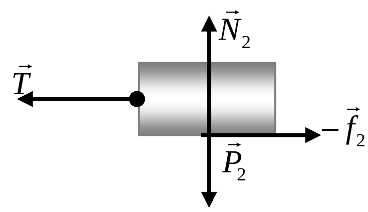
-ចំពោះម៉ាស $m_1 = 700g$

$\vec{T} + \vec{f_1} + \vec{f_2} + \vec{P_1} + \vec{P_2} + \vec{N_1} + \vec{F} = m_1\vec{a}$

រឺ $-T - f_1 - f_2 + F = m_1 a \qquad (1)$

-ចំពោះម៉ាស$m_2 = 200g$

$\vec{T} + \left(-\vec{f_2}\right) + \vec{P_2} + \vec{N_2} = m_2\vec{a}$



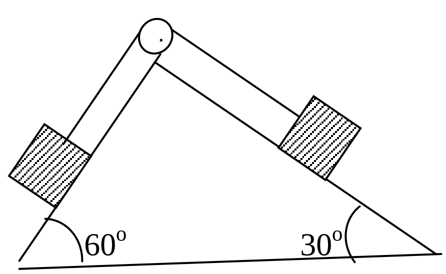
$T - f_2 = m_2 a \qquad (2)$

ដោយ $f_1 = \mu\left(P_1 + P_2\right)$ និង $f_2 = \mu P_2$

(1) និង (2) យើងបាន:

$F = 2,18N$

៣៣-អង្គធាតុពីរ A និងB មានម៉ាស $M_A = M_B = 5\,\text{kg}$ រអិលដោយគ្មានកកិត ម៉ាសរបស់ខ្សែ និងរ៉កចោលបាន។ រ៉កវិលជុំវិញអ័ក្សដេករបស់វាដោយគ្មានកកិត។ គណនាសំទុះរបស់A និងB និងតំនឹងខ្សែ (មើលរូប)។ $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។



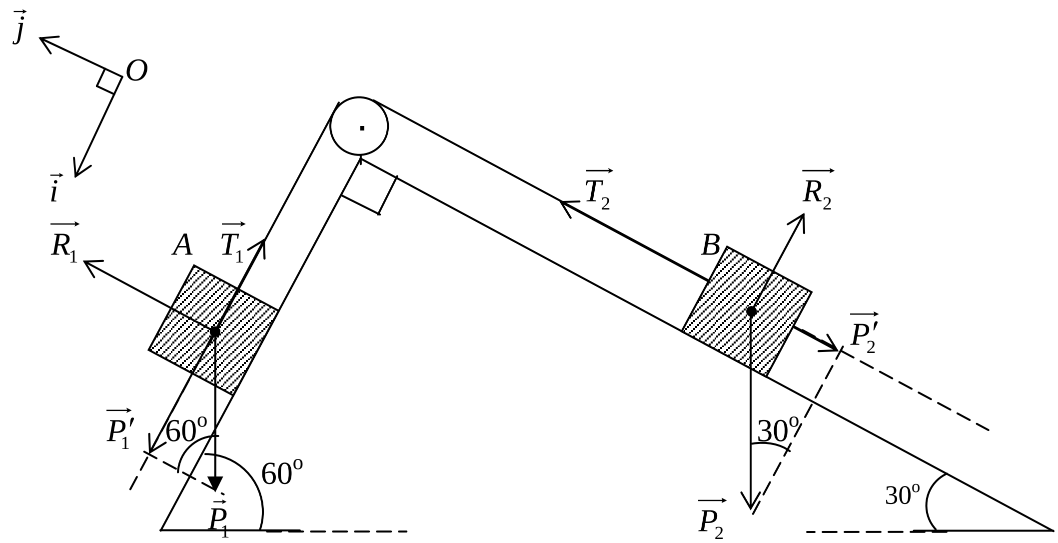
ចំលើយ

- គណនាសំទុះ តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

- ចំពោះអង្គធាតុ A :

$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{R}_1 = M_A \cdot \vec{a}_1$ (1)

ទំលាក់ចំនោល (1) លើ $(O; \vec{i})$



$P_1' - T_1 = M_A \cdot a_1$

ឬ $P_1 \sin 60^{o} - T_1 = M_A \cdot a_1$

-ចំពោះអង្គធាតុ (B)

$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{R}_2 = M_3 \vec{a}_2$ (2)

ទំលាក់ចំនោល (2) លើ $(O;\ j)$

$-P'_2 + T_2 = M_B \cdot a_2$

ឬ $-P_2' \sin 30^{o} + T_2 = M_B \cdot a_2$

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ:

$$\begin{cases} P_1 \sin 60^{o} - T_1 = M_A \cdot a_1 \\ -P_2 \sin 30^{o} + T_2 = M_B \cdot a_2 \end{cases}$$

ដោយ $a_1 = a_2 = a$, $T_1 = T_2 = T$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1 \sin 60^\circ - T = M_A \cdot a \\ -P_2 \sin 30^\circ + T = M_B \cdot a \end{cases}$$

$$P_1 \sin 60^\circ - P_2 \sin 30^\circ = a(M_A + M_B)$$

$$\Rightarrow a = \frac{g(M_A \sin 60^\circ - M_B \sin 30^\circ)}{M_A + M_B}$$

$$a = \frac{10\left(5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 5 \times \frac{1}{2}\right)}{5+5} = \frac{5}{2}(\sqrt{3}-1) = 1{,}82\,\mathrm{m/s^2}$$

ដូច្នេះ $a = 1{,}83\,\mathrm{m/s^2}$ ។

ដោយ $P_1 \sin 60^\circ - T = M_A \cdot a \Rightarrow T = P_1 \sin 60^\circ + M_A \cdot a$

$$T = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 5 \times 1{,}82 = 13{,}43N$$

ដូច្នេះ $T = 13{,}43N$

៣៤-គេព្យួរអង្គធាតុពីរ C និង C' នៅសងខាងនៃខ្សែឆ្លារឥតគិតម៉ាសមួយដែលរត់កាត់ចង្អូររ៉ករមួយ ។

a). ក្នុងពិសោធន៍ទីមួយ ខ្សែទាំងសងខាងរ៉កជាខ្សែឈរ ។ គេឥតគិតម៉ាសរ៉កទេ ។ តើចំងាយចរ និងល្បឿននៃប្រព័ន្ធនោះមានតំលៃប៉ុន្មានក្នុងរយៈពេល 3s ?

ម៉ាស C: $m = 539\,\mathrm{g}$; ម៉ាស C: $m' = 441\,\mathrm{g}$ ។

b). ក្នុងពិសោធន៍ទីពីរ ខ្សែម្ខាងដែលមានចងអង្គធាតុ C' ជាខ្សែស្របនឹងចំណោតនៃប្លង់ទេរមួយ ហើយបង្កើតបានមុំ 30° ធៀបនឹងប្លង់ដេក ។

ក-ក្នុងរយៈពេល $3s$ ក្រោយពេលគេលែងប្រព័ន្ធនេះអោយមានចលនាសេរីមក គេចង់អោយល្បឿននៃប្រព័ន្ធមានល្បឿនដូចសំនួរទីមួយ តើតំលៃថ្មីនៃ m និង m' ត្រូវមានតំលៃប៉ុន្មាន?

គេដឹងថាផលបូកម៉ាសទាំងពីរនេះឥតប្រែប្រួលទេហើយរ៉កវិលទៅតាមទិសដៅដូចលើកមុនដដែល ។

ខ- រកតំលៃតំនឹងខ្សែក្នុងរយៈពេលកំពុងមានចលនានោះ ។

c). នៅខណៈ $t = 3\,\mathrm{s}$ ខ្សែនោះត្រូវបានគេកាត់ផ្តាច់ ។

ក-តើចលនារបស់ C' ទៅជាចលនាប្រភេទណា?

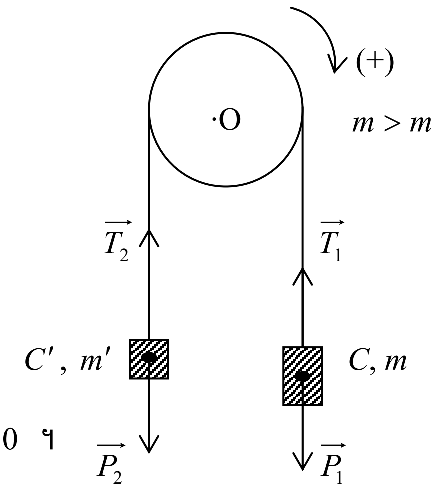
ចូរកំនត់ស្ថានភាពរបស់វាក្នុងរយៈពេល 1,2s ក្រោយពេលផ្តាច់ខ្សែ ។

ខ-តើចលនារបស់ C ទៅជាយ៉ាងដូចម្តេចដែរ?

ចូរកំនត់ស្ថានភាពរបស់វាក្នុងរយៈពេល 1,2s ក្រោយមក ។ $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$ គេមិនគិតកំដៅកកិតទេ។

ចំលើយ

a/- ចំងាយចរ និងល្បឿន



-ចំងាយចរ

អង្គធាតុ C និង C' ចរបានចំងាយស្មើគ្នា ។

តាង e ជាចំងាយចររបស់អង្គធាតុនីមួយៗ ។

សមីការចលនា

$$e = \frac{1}{2}at^2 + v_0 \cdot t + e_0$$

យើងជ្រើសរើសនៅខណៈ $t = 0$ ត្រូវនឹង $x_0 = 0$ ។

$$v_0 = 0 \Rightarrow e = \frac{1}{2}at^2$$

-គណនាសំទុះ

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច យើងបានៈ

-ចំពោះអង្គធាតុ C :

$$\vec{T_1} + \vec{P_1} = m\vec{a}_1$$

ធ្វើចំនោលបានៈ

$$-T_1 + P_1 = ma_1 \qquad (1)$$

-ចំពោះអង្គធាតុ C' :

$$\vec{T_2} + \vec{P_2} = m'\vec{a}_2$$

ធ្វើចំណោល យើងបានៈ

$$\vec{T_2} - \overrightarrow{P_2} = m'\vec{a}_2 \qquad (2)$$

ដោយ $T_1 = T_2 = T$, $a_1 = a_2 = a$ នោះតាម (1) និង (2) យើងបានៈ

$$\begin{cases} -T + P_1 = ma \\ T - P_2 = m'a \end{cases}$$

$$P_1 - P_2 = a(m + m')$$

$$\Rightarrow a = \frac{m - m'}{m + m'}g = \frac{539 - 441}{539 + 441} \times 9{,}8 = 0{,}98\,\text{m/s}^2$$

$$t = 3\,\text{s} \Rightarrow e = \frac{1}{2} \times 0{,}98 \times 3^2 = 4{,}41\,\text{m}$$

- គណនាល្បឿន: $v = at = 0,98 \times 3 = 2,94\,\text{m/s}$

b). ក-គណនាម៉ាសថ្មីរបស់ C និង C'

តាង m_1 និង m_1' ជាម៉ាសថ្មីរបស់ C និង C' ។

ដោយ $m_1 + m_1' = m = m' = 980\,\text{g}$ យើងអនុវត្តទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច:

-ចំពោះ C :

$\vec{P} + \vec{T} = m_1\vec{a}$

ធ្វើចំនោលយើងបាន:

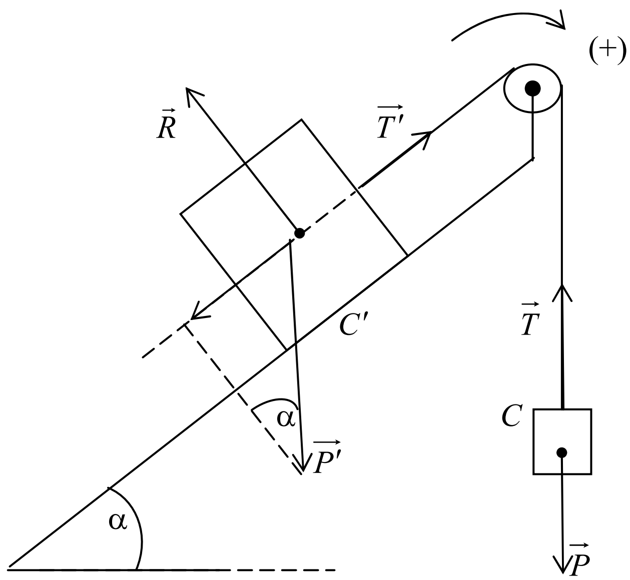
$P - T = ma$ (3)

-ចំពោះ C' :

$\vec{P}' + \vec{T}' + \vec{R} = m_1'\,\vec{a}$

ធ្វើចំនោលយើងបាន:

$-P'\sin\alpha + T = \vec{m}_1$ (4)



(3) និង (4) បង្កើតបាន:

$$\begin{cases} P - T = m_1 a \\ -P\sin\alpha + T = m_1' \end{cases}$$

$$P - P'\sin\alpha = a(m_1 + m_1')$$

$\Leftrightarrow (m_1 - m_1' \sin\alpha)g = a(m_1 + m_1')$

$\Leftrightarrow \left(m_1 - \frac{1}{2}m_1'\right) = \frac{0{,}98}{9{,}8} \times 908 = 98$ ព្រោះ $\sin\alpha = \sin 30^o = \frac{1}{2}$

ដោយ $\begin{cases} m_1 + m_1' = 980 \\ m_1 - \frac{1}{2}m_1' = 98 \end{cases}$

$\frac{3}{2}m_1' = 882 \Rightarrow m_1' = 588\,\text{g}$

$\Rightarrow m_1 = 392\,\text{g}$

ខ-<u>តំនឹងខ្សែ T</u>

$P - T = m_1 a \Rightarrow T = P - m_1 a = m_1(g - a)$

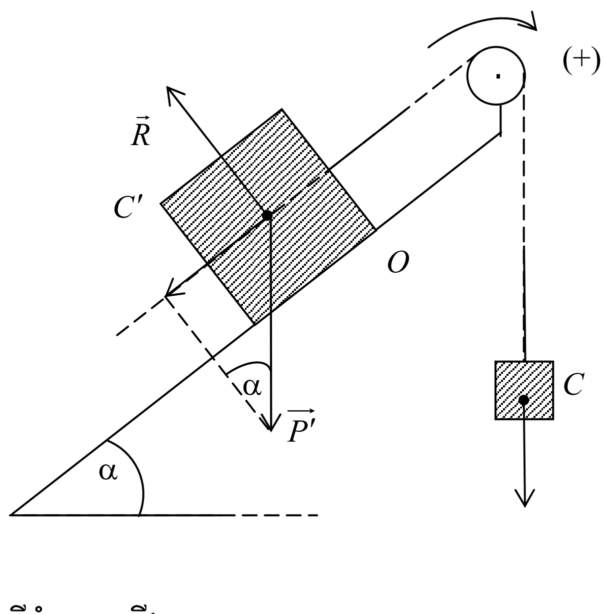
$\Rightarrow T = 392.10^{-3}(9{,}8 - 0{,}98) = 3{,}46\,\text{N}$

c).ក-<u>ប្រភេទចលនារបស់ C'</u>

យើងជ្រើសរើសនៅខណៈពេលដែលគេផ្តាច់ខ្សែជាខណៈដើមស្ថិតនៅត្រង់ចំនុច O ត្រូវនឹងល្បឿនត្រង់ នេះគឺៈ $v_0 = 2{,}94\,\text{m/s}$ ។

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$\vec{P}' + \vec{R} = m_1' \ \vec{a}'$



ធ្វើចំនោលយើងបានៈ

$-m'g\sin\alpha = m'_1\ a'$

$\Rightarrow -g\sin\alpha = a'$

$\Rightarrow a' = -9{,}8\times\frac{1}{2} = -4{,}9\,\mathrm{m/s^2}$

ដូចនេះ C' មានចលនាយឺតស្មើ ។

-ពេលកាត់ខ្សែ C' បន្តដំនើរទៅទៀតរហូតដល់ល្បឿនសូន្យ ។

រយៈពេលនេះគឺៈ

$v = a'\cdot t_1 + v_o \Rightarrow t_1 = -\frac{v}{a'} = -\frac{2{,}94}{-4{,}9} = 0{,}6\,\mathrm{s}$

ចំងាយចរត្រូវនឹងរយៈពេល t_1 :

$e_1 = \frac{1}{2}a't_1^2 + v_0t_1$

$\Rightarrow e_1 = \frac{1}{2}(-4{,}9)\cdot(0{,}6)^2 + 2{,}94\times 0{,}6 = 0{,}882\,\mathrm{m}$

-ក្រោយអស់រយៈពេល $t_1 = 0{,}6\,\mathrm{s}$ ្ស C' ក៏ត្រឡប់មកវិញតាមទិសដៅអវិជ្ជមាន $v<0$ ហើយ $a'<0 \Rightarrow a'\cdot v>0$ ពេលត្រឡប់មកវិញ C' មានចលនាស្ទុះស្មើ ។

សមីការចលនា យើងជ្រើសរើសយកខណៈ $t=0$ ជាខណៈដែល C' ចាប់ផ្តើមត្រលប់មកវិញពេលនោះល្បឿនស្មើសូន្យ v ហើយអាប់ស៊ីសដើមស្មើសូន្យ និងទិសដៅអវិជ្ជមានដូចទិសដៅបំលាស់ទីល្បឿន នៅខណៈ $T_2 = 1{,}2-0{,}6 = 0{,}6\,\mathrm{s}$ ។

$v = a't_2 = 4{,}9\times 0{,}6s = 2{,}94\,\mathrm{m/s}$

ដូចនេះល្បឿនក្នុងរយៈពេល $t=1{,}2s$ មានតំលៃ $2{,}94\,\mathrm{m/s}$ ។

-កំនត់ស្ថានភាពៈ

សមីការអាប់ស៊ីសៈ $x = \frac{1}{2}a't_2^2 = \frac{1}{2}\times 4{,}9(0{,}6)^2 = 0{,}882\,\mathrm{m}$

ពេលកាត់ខ្សែ C' បន្តដំណើរអស់រយៈពេល 0,6s ទើបឈប់ ។ វាក៏ត្រលប់មកវិញអស់រយៈពេលដែល ទើបមកដល់កន្លែងវិញ (អាប់ស៊ីសសូន្យ) ។

ដូចនេះចំងាយចរដែលវាធ្វើបានសូន្យ និងល្បឿនមានតំលៃ ពេលដែលគេកាត់ខ្សែរដែរ។

ខ- <u>ប្រភេទចលនារបស់ C</u>

ពេលផ្តាច់ខ្សែ អង្គធាតុ C មានល្បឿន $v_0 = 2{,}94\,\mathrm{m/s}$ ត្រូវនឹងខណៈ $t=0$ ។

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចៈ

$\vec{P} = m_1\vec{a} \Leftrightarrow P = m_1 a \Rightarrow a = g$

ដូចនេះអង្គធាតុ C មានសំទុះដែលជាសំទុះទំនាញផែនដី ។ ចលនារបស់អង្គធាតុ C ជាចលនាទន្លាក់សេរី ។

កំនត់ទីតាំង: យើងជ្រើសរើសនៅខណ: $t = 0$ ត្រូវនឹងអាប់ស៊ីសដើម $x_0 = 0$; $v_0 = 2{,}94\,\mathrm{m/s}$ ។

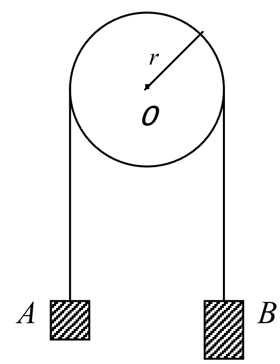
សមីការចលនា:

$$e = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t = \frac{1}{2}9{,}8(1{,}2)^2 + 2{,}94 \times 1{,}2$$

$$= 7{,}056 + 3{,}528 = 10{,}584\,\mathrm{m}$$

ដូច្នេះ $e = 10{,}584\mathrm{m}$ ។

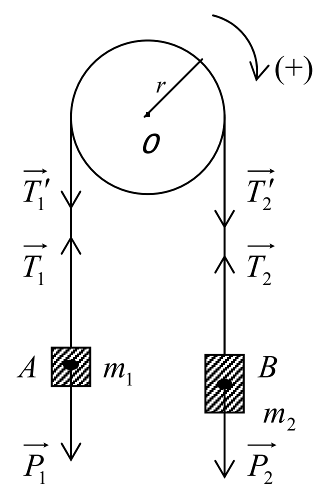
៣៥-រ៉កមួយមានម៉ាសអាចចោលបាន ហើយមានកាំ $r = 2\,\mathrm{cm}$ បានទ្រខ្សែមួយមិនយឺតមានម៉ាសចោលបាន ហើយ មិនរអិលលើរ៉កទេ (មើលរូប) ។ កំលាំងកកិតមានអំពើមួយ សមមូលនឹងកំលាំងបង្វិល $C = 2.10^{-5}\,(\mathrm{SI})$ ឈមនឹងចលនា បង្វិលរបស់រ៉កជុំវិញអ័ក្ស 0 ដេករបស់វា ។ ម៉ាស $A = 86{,}6g$ ម៉ាស $B = 100g$ ។ គណនាសំទុះរបស់ម៉ាសទាំងនោះ ។ $g = 9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$



ចំលើយ

គណនាសំទុះ A និង B

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច



-ចំពោះ A

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1 \qquad (1)$$

-ចំពោះ B

$$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2 \qquad (2)$$

ធ្វើចំណោល (1) និង (2) យើងបាន:

$$-P_1 + T_1 = m_1 a_1$$

$$P_2 - T_2 = m_2 a_2$$

ដោយខ្សែមិនយឺត នោះសំទុះ $a_1 = a_2 = a$ ។ យើងបាន:

$$\begin{cases} -P_1 + T_1 = m_1 a \\ P_2 - T_2 = m_2 a \end{cases}$$

-ចំពោះរ៉ក:

ម៉ូម៉ង់បង្វិល: $M = J \cdot \ddot{\alpha}$; J : ម៉ូម៉ង់និចលភាព

ម្យ៉ាងទៀត $M = \left(\vec{T}_1' + \vec{T}_2'\right) \wedge \vec{r} - C$

$$= \left(T_1' - T_2'\right) r - C$$

យើងបាន: $J \cdot \ddot{\alpha} = T_2' \cdot r - T_1' \cdot r - C$

$J = m' r^2 = 0$ ព្រោះម៉ាសរ៉កអាចចោលបាន

$\Rightarrow T_2' \cdot r - T_1' - C$

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ:

$$\begin{cases} -P_1 + T_1 = m_1 a & (3) \\ P_2 - T_2 = m_2 a & (4) \\ T_2' \cdot r - T_1' \cdot r = c & (5) \end{cases}$$

ដោយគេមិនគិតម៉ាសខ្សែ $\Rightarrow T_1' = T_1$, $T_2' = T_2$

ដូចនេះ $\begin{cases} -P_1 + T_1 = m_1 a \\ P_2 - T_2 = m_2 a \\ T_2 - T_1 = \dfrac{C}{r} \end{cases}$

$$\Rightarrow (P_2 - P_1) = a(m_1 + m_2) + \frac{C}{r}$$

$$\Rightarrow a = \frac{(P_2 - P_1) - \frac{C}{r}}{(m_1 + m_2)}$$

$$\Rightarrow a = \frac{(m_2 - m_1)g - \frac{C}{r}}{m_1 + m_2}$$

ដោយ $m_1 = 86{,}6\,\mathrm{g} = 0{,}0866\,\mathrm{kg}$, $m_2 = 100\,\mathrm{g} = 0{,}1\,\mathrm{kg}$, $C = 2.10^{-5}$,

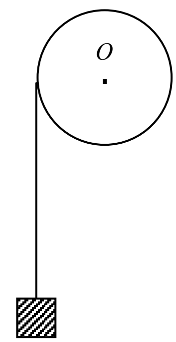
$r = 2\,\mathrm{cm} = 0{,}02\,\mathrm{m}$

$$\Rightarrow a = \frac{(0,1 - 0,0866) \times 9,8 - \dfrac{2.10^{-5}}{0,02}}{0,1 + 0,0866}$$

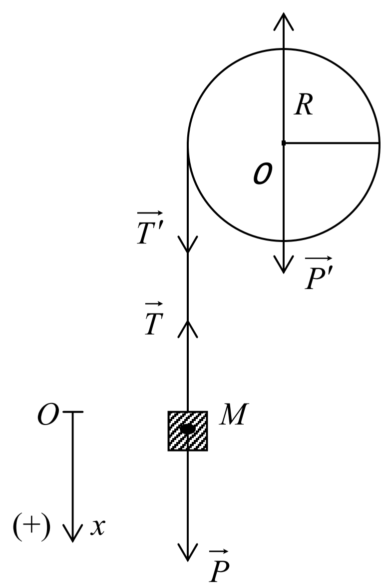
$$= \frac{0,13132 - 0,01}{0,1866} = 0,65$$

ដូច្នេះ $a = 0,65\,\mathrm{m/s^2}$ ។

៣៦-អ័ក្ស0 មួយដេក (មើលរូប) ម៉ាស $\mu = 2\,\mathrm{kg}$ របស់រ៉កត្រូវវាយនៅលើកងមួយដែលមានកាំ $R = 0,2\,\mathrm{m}$ ។ ខ្សែរុំនៅលើរ៉កទ្រម៉ាស $M = 2\,\mathrm{kg}$ ល្បឿនដើមមានល្បឿនសូន្យ ។ គណនាល្បឿនរបស់ M បន្ទាប់ពីចរបាន $2,45m$ ។ គេមិនគិតម៉ាសរបស់ខ្សែ និងកំលាំងកកិតទេ ។ យក $g = 9,8\,\mathrm{m/s^2}$ ។



ចំលើយ



<u>គណនាល្បឿន</u>

ដំបូងយើងគណនាល្បឿនរបស់ M ។

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$\vec{P} + \vec{T} = M\vec{a} \qquad (1)$$

ទំលាក់ចំនោល (1) លើ (Ox)

$$\Rightarrow P - T = Ma$$

ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងទាំងអស់ដែលអនុវត្តលើរ៉ក

M = $J\ddot{\alpha}$; J : ម៉ូម៉ង់និចលភាព $\ddot{\alpha}$: សំទុះមុំ ។

ម៉ូម៉ងនៃកំលាំងបង្វិលៈ

M = $T' \cdot R \Rightarrow J\ddot{\alpha} = T' \cdot R$

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការៈ

$$\begin{cases} P - T = Ma \\ T' = \dfrac{J\ddot{\alpha}}{R} \end{cases}$$

ដោយ $a = R \cdot \ddot{\alpha} \Rightarrow \ddot{\alpha} = \dfrac{a}{R}$

ខ្សែគ្មានម៉ាស ហើយមិនយឺត $\Rightarrow T = T'$

$$\Rightarrow P = Ma + J\frac{a}{R^2}$$

$$\Leftrightarrow Mg = \left(M + \frac{J}{R^2}\right)a$$

$$\Rightarrow a = \frac{Mg}{M + \dfrac{J}{R^2}}$$

ម៉ូម៉ង់និចលភាពរបស់រ៉កៈ $J = \mu R^2$

$$\Rightarrow a = \frac{Mg}{M + \dfrac{\mu R^2}{R^2}} = \frac{Mg}{M + \mu}$$

$$\Rightarrow a = \frac{2 \times 9{,}8}{2 + 2} = 4{,}9\,\mathrm{m/s^2}$$

តាមទំនាក់ទំនងៈ

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

នៅខណៈ $t = 0$ ត្រូវនឹង $v_0 = 0 \Rightarrow v^2 = 2.ax$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2a.x} = \sqrt{2 \times 4{,}9 \times 2{,}45} = 4{,}9\,\mathrm{m/s}$$

ដូច្នេះ $v = 4{,}9 m/s$

៣៨-លំហាត់ដូចលំហាត់ **៣៧-** ឧបករណ៍នៅដដែល ។ ដើម្បីអោយបានចលនាមួយនៃM យឺតជាងមុន គេប្រើប្រាំង ដោយមានអំពើទៅលើកង់របស់រ៉ក ។ គណនាម៉ូម៉ង់ថេរនៃកកិត ដើម្បីអោយម៉ាសMចេញដំណើរពីល្បឿនសូន្យ ទៅដល់ $v_1 = 2{,}45\,\mathrm{m/s}$ បន្ទាប់ពីចរបាន $2{,}45\,\mathrm{m}$ ។

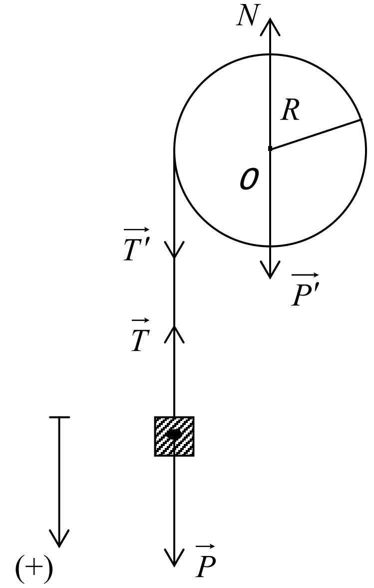
ចំលើយ

គណនាម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងកកិត

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចៈ

$\vec{P} + \vec{T} = M\vec{a}$

ធ្វើចំនោល $\Rightarrow P - T = Ma'$ (1)



-ចំពោះរ៉កៈ

ម៉ូម៉ង់ផ្ទួប $\mathrm{M} = J \cdot \ddot{\alpha}_1$

ម៉ូម៉ង់កំលាំងបង្វិលៈ

$\mathrm{M} = (T' - f) \cdot R$; f : កំលាំងទប់នៃប្រាំង

$\Rightarrow \mathrm{M} = T'R - f \cdot R$

តាង $\mathrm{M}' = f \cdot R$ ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងកកិត

$\Rightarrow \mathrm{M} = T' \cdot R - \mathrm{M}'$ (2)

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការៈ

$$\begin{cases} P - T = Ma' \\ T' \cdot R - \mathcal{M}' = J\ddot{\alpha}_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow T' = J\frac{\ddot{\alpha}_1}{R} + \frac{\mathcal{M}'}{R}$$

តែ $a' = R\ddot{\alpha}_1 = \frac{a'}{R}$, $T = T'$

$$\Rightarrow P = Ma' + J\frac{a'}{R^2} + \frac{\mathcal{M}'}{R}$$

$$\Rightarrow \mathcal{M}' = \left(P - Ma' - J\frac{a'}{R^2}\right) \cdot R \ ; \ J = \mu R^2$$

$$\Rightarrow \mathcal{M}' = \left[M(g - a') - \mu a'\right] \cdot R$$

ដោយ $v_1^2 - v_0^2 = 2a'x$; $v_0 = 0$

$$\Rightarrow a' = \frac{v_1^2}{2.x} = \frac{(2{,}45)^2}{2 \times 2{,}45} = 1{,}225\,\mathrm{m/s^2}. \ R = 0{,}2\,\mathrm{m}$$

$$\Rightarrow \mathcal{M}' = \left[2(9{,}8 - 1{,}225) - 2 \times 1{,}225\right] \times 0{,}2$$

ដូច្នេះ $\mathcal{M}' = 2{,}94\,\text{Nm}$ ។

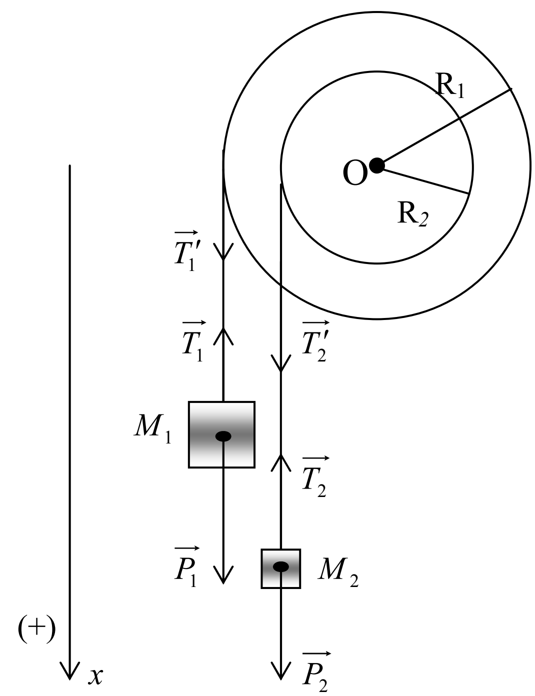
៣៩-រ៉កពីរត្រូវគេដាក់ផ្គួបគ្នា $\mu_1 = 2\,\text{kg},\ R_1 = 0{,}24\,\text{m}$, $\mu_2 = 0{,}5\,\text{kg},\ R_2 = 0{,}08\,\text{m}$ ។ អ័ក្សរួមរបស់វាស្ថិតនៅក្នុងប្លង់ដេក។ គេសន្មតថា ម៉ាសរបស់រ៉កនោះរាយតែលើផ្ទៃខាងក្រៅរបស់វា។ ម៉ាសដែលគេព្យួរ $M_1 = 2\,\text{kg}$ និង $M_2 = 4\,\text{kg}$ ត្រូវគេលែងដោយគ្មានល្បឿនដើម ហើយផ្លាស់ទីតាមទិសដៅឈរក្នុងទិសដៅតែមួយ។ គណនាសំទុះមុំរបស់ រ៉កទាំងនេះ។ យក $g = 9{,}8 m/s^2$ ។

ចំលើយ

គណនាសំទុះមុំរបស់រ៉ក

ដោយអនុវត្តទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

យើងបាន:



-ចំពោះ M_1 :

$$\vec{T_1} + \vec{P_1} = \overrightarrow{M_1} \cdot \vec{a}_1$$

-ចំពោះ M_2 :

$$\vec{P_2} + \vec{T_2} = \vec{M}_2 . \vec{a}_2$$

ធ្វើចំនោល (1) និង (2) យើងបាន:

$$(1) \Rightarrow P_1 - T_1 = M_1 a_1$$
$$(2) \Rightarrow P_2 - T_2 = M_2 a_2$$

កាលណារ៉កវិលបានមុំ θ, M_1 ចរបាន x_1, M_2 ចរបាន x_2 ដែល:

$$x_1 = R_1 \cdot \theta \ \Rightarrow \ddot{x}_1 = R_1 \ddot{\theta} = a_1$$
$$x_2 = R_2 \cdot \theta \Rightarrow \ddot{x}_2 = R_2 \ddot{\theta} = a_2$$

យើងបាន:

$$\begin{cases} P_1 - T_1 = M_1 R_1 \ddot{\theta} \\ P_2 - T_2 = M_2 R_2 \ddot{\theta} \end{cases}$$

ម៉ូម៉ង់ផ្គួប: $M = J\ddot{\theta}$

ម៉ូម៉ង់កំលាំងបង្វិល:

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2$$
$$\Leftrightarrow \mathcal{M} = T_1' R_1 + T_2' R_2$$

$$\Rightarrow J\ddot{\theta} = T_1'R_1 + T_2'R_2$$

J ម៉ូម៉ង់និចលភាព: $J = \sum_{i=t}^{n} M_i R_i^2$

$$\Rightarrow J = \mu_1 R_1^2 + \mu_2 R_2^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} J\ddot{\theta} = T_1'R_1 + T_2'R_2 \\ M_1 R_1^2 \ddot{\theta} = R_1 P_1 - T_1 R_1 \\ M_2 R_2^2 \ddot{\theta} = R_2 P_2 - T_2 R_2 \end{cases}$$

$$(J + M_1 R_1{}^2 + M_2 R_2{}^2)\ddot{\theta} = R_1 P_1 + R_2 P_2$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{R_1 P_1 + R_2 P_2}{J + M_1 R_1^2 + M_2 R_2^2} = \frac{(M_1 R_1 + M_2 R_2)g}{\mu_1 R_1^2 + \mu_2 R_2^2 + M_1 R_1{}^2 + M_2 R_2^2}$$

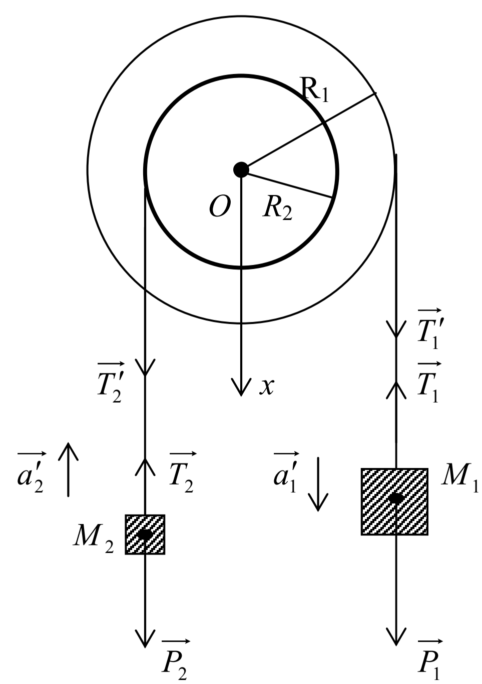
$$\Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{(2\times 0,24 + 4\times 0,08)\times 9,8}{2(0,24)^2 + 2(0,24)^2 + 0,5(0,08)^2 + 4(0,08)^2} = \frac{7,84}{0.2592}$$

ដូច្នេះ $\ddot{\theta} = 30,25\,\text{rad/s}^2$ ។

៤០-រ៉កមួយមានចង្អូរលពីរវិលជុំវិញអ័ក្សដេកមួយ ហើយមានម៉ូម៉ង់និចលភាពមួយកាលណាម៉ាស $\mu = 4kg$ រាយនៅលើផ្ទៃខាងក្រៅរបស់រ៉ក ហើយមានកាំ $\rho = 8\,\text{cm}$ ។ ខ្សែមិនយឺតហើយឥតគិតម៉ាសត្រូវគេរុំតាមទិសដៅផ្ទុយគ្នា។ ម៉ាស $M_1 = 20\,\text{kg}$ និង $M_2 = 50\,\text{kg}$ ត្រូវគេលែងដោយគ្មានល្បឿនដើម ។ គណនាតំនឹងខ្សែ ទាំងពីរ ។

គេអោយ $R_1 = 0,2\,\text{m}$, $R_2 = 0,10\,\text{m}$, $g = 9,8\,\text{m/s}^2$ ។

ចំលើយ



គណនាតំនិងខ្សែទាំងពីរ T_1 និង T_2

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច យើងបាន:

-ចំពោះ M_1:

$$\vec{P_1} + \vec{T_1} = M_1 \vec{a}_1 \qquad (1)$$

-ចំពោះ M_2:

$$\vec{P_2} + \vec{T_2} = M_2 \vec{a}_2 \qquad (2)$$

ដោយទំលាក់ចំនោលយើងបាន:

$(1) \Rightarrow P_1 - T_1 = Ma_1$

$(2) \Rightarrow P_2 - T_2 = Ma_2$

ដោយ $\begin{cases} a_1 = R_1\ddot{\theta} \,, \\ a_2 = R_2\ddot{\theta} \end{cases}$ $\ddot{\theta}$ សំទុះមុំ

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1 - T_1 = M_1 R_1 \ddot{\theta} \\ P_2 - T_2 = -M_2 R_2 \ddot{\theta} \end{cases}$$

ម៉ូម៉ង់ផ្គួបនៃកំលាំងទាំងអស់:

$\mathcal{M} = J\ddot{\theta}$, J : ម៉ូម៉ង់និចលភាព

ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងបង្វិល $M = T_1'R_1 - T_2'R_2$

$\Rightarrow J\ddot{\theta} = T_1'R_1 - T_2'R_2$

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ: $(T_1 = T_1' , T_2 = T_2')$

$$\begin{array}{r} R_1 \times \\ -R_2 \times \\ \\ \end{array} \begin{cases} P_1 - T_1 = M_1 R_1 \ddot{\theta} \\ P_2 - T_2 = -M_2 R_2 \ddot{\theta} \\ T_1'R_1 - T_2'R_2 = J\ddot{\theta} \end{cases}$$

$$P_1R_1 - P_2R_2 = \ddot{\theta}(M_1R_1^2 + M_2R_2^2 + J)$$

$$J = \mu\rho^2 = 4 \times (0{,}08)^2 = 0{,}0256\,\text{kgm}^2$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{(M_1R_1 - M_2R_2)g}{M_1R_1^2 + M_2R_2^2 + \mu\rho^2} = \frac{(20\times 0{,}20 - 50\times 0{,}10)9{,}8}{20\times(0{,}20)^2 + 50(0{,}10)^2 + 0{,}0256}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} = -\frac{9{,}8}{0{,}8 + 0{,}5 + 0{,}0256} = -7{,}4\,\text{rad/s}^2$$

ដោយ: $P_1 - T_1 = M_1 a_1$

$$\Rightarrow T_1 = P_1 - M_1a_1 = M_1g - M_2R_1\ddot{\theta} = M_1(g - R_1\ddot{\theta})$$

$$\Rightarrow T_1 = 20(9{,}8 - 0{,}20\times(-7{,}4)) = 225{,}56\,\text{N}$$

ហើយ: $P_2 - T_2 = -M_1a_2 = -M_2R_2\ddot{\theta}$

$$\Rightarrow T_2 = P_2 + M_2R_2\ddot{\theta}$$

$$= M_2(g + R_1\ddot{\theta})$$

$$= (509{,}8 + 0{,}1\times(-7{,}4)) = 453\,\text{N}$$

ដូច្នេះ $T_2 = 453\,\text{N}$

៤១-ខ្សែមួយដោយចុងម្ខាងជាប់ទៅនឹងចំនុច A មួយ ហើយចុងម្ខាងទៀតត្រូវគេយកទៅរុំនៅលើថាសមួយដែលមានម៉ាស $M = 1\text{kg}$ និងកាំ $R = 0{,}1\text{m}$ ។ ថាសធ្លាក់ចុះក្រោមដោយគ្មានល្បឿនដើម ។

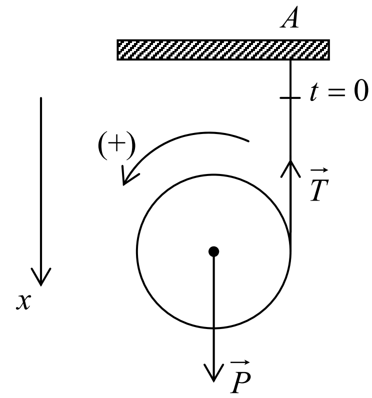
ក-គណនាល្បឿនប្រវែងរបស់ C នៃផ្ចិតរបស់ថាស ។

ខ-គណនាតំនឹងខ្សែ ។ យក $g = 9{,}81\text{m/s}^2$ ។

ចំលើយ

ក-គណនាល្បឿនប្រវែង

នៅខណៈ $t=0$ ខ្សែមិនទាន់រលាហើយទីតាំងផ្ចិត C នៅត្រង់ O ។



ទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច:

$\vec{P}+\vec{T}=M\vec{a}_c$

ទំលាក់ចំនោលលើអ័ក្ស (Ox)

$P-T=M\vec{a}_c$, a_c សំទុះថាស $a_c=R\ddot{\theta}$

$\Rightarrow P-T=MR\ddot{\theta}$

ម៉ូម៉ង់ផ្លូប: $M=J\ddot{\theta}$

ម៉ូម៉ង់កំលាំងបង្វិល: $M=T\cdot R$

$$\Rightarrow J\ddot{\theta}=MR\ddot{\theta}\Rightarrow T=\frac{J\ddot{\theta}}{R}$$

យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ:

$$\begin{cases} P-T=MR\ddot{\theta} \\ T=\dfrac{J\ddot{\theta}}{R} \end{cases}$$

$$P=MR\ddot{\theta}+\frac{J\ddot{\theta}}{R}\cdot\ J=\frac{1}{2}MR^2$$

$$\Rightarrow P=\left(MR+\frac{MR}{2}\right)\ddot{\theta}=\frac{3}{2}MR\ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta}=\frac{2P}{3MR}=\frac{2g}{3R}=\frac{2\times 9{,}8}{3\times 0{,}1}$$

$$=65{,}33\,\text{rad/s}^2$$

ដោយ: $a_c=\dfrac{v^2}{R}\Rightarrow v^2=Ra_c\Rightarrow v=\sqrt{Ra_C}$

$$\Rightarrow v=\sqrt{R\cdot R\ddot{\theta}}=\sqrt{(0{,}1)^2\times 65{,}33}=0{,}81\text{m/s}$$

ខ-<u>គណនាតំនឹងខ្សែ</u>

$P-T=MR\ddot{\theta}\Rightarrow T=P-MR\ddot{\theta}$

$T=1\times 9{,}8-1\times 0{,}1\times 65{,}33=3{,}267\text{N}$

ដូច្នេះ $T=3{,}267\text{N}$

៤២-ថាសពេញស្មើសាច់មួយមានម៉ាស $M = 16\,\mathrm{kg}$ កាំ $r = 0{,}2\,\mathrm{m}$ រមៀលដោយគ្មានរអិលនៅលើប្លង់ទេរមួយដែលបង្អៀតបានមុំ α ជាមួយប្លង់បាត $(\sin\alpha = 0{,}2)$ ។ គណនាសំទុះផ្ចិតរបស់ថាស និងគណនាកំលាំងសរុបនៃអំពើរបស់ប្លង់ទៅលើថាស ។ យក $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$ ។

ម៉ូម៉ង់និចលភាពរបស់ថាសធៀបនឹងអ័ក្សបង្វិលរបស់វាគឺ: $J = \frac{1}{2}Mr^2$ ។

<u>ចំលើយ</u>

ក-<u>សំទុះផ្ចិតរបស់ថាស</u>

ទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច:

$$\sum \vec{f} = M\,\vec{a}_c$$

កាលណាថាសរមៀលដោយគ្មានរអិល នាំអោយកើតមានកំលាំងកកិត ។

$$\Rightarrow \sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{R} = M\,\vec{a}_C \qquad (1)$$

ទំលាក់ចំនោល (1) ទៅលើ:

-អ័ក្ស Ox:

$$P\sin\alpha - R_x = Ma_c \qquad (2)$$

-អ័ក្ស Oy:

$$-P\cos\alpha + R_y = 0 \qquad (3)$$

ម៉ូម៉ង់ផ្ទួប:

$$\mathcal{M}_{(\vec{R})} = J\cdot\ddot{\theta}$$

ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងបង្វិល:

$$\mathcal{M}_{(\vec{R})} = -R_x r$$

$$\Rightarrow J\ddot{\theta} = -R_x - r \qquad (4)$$

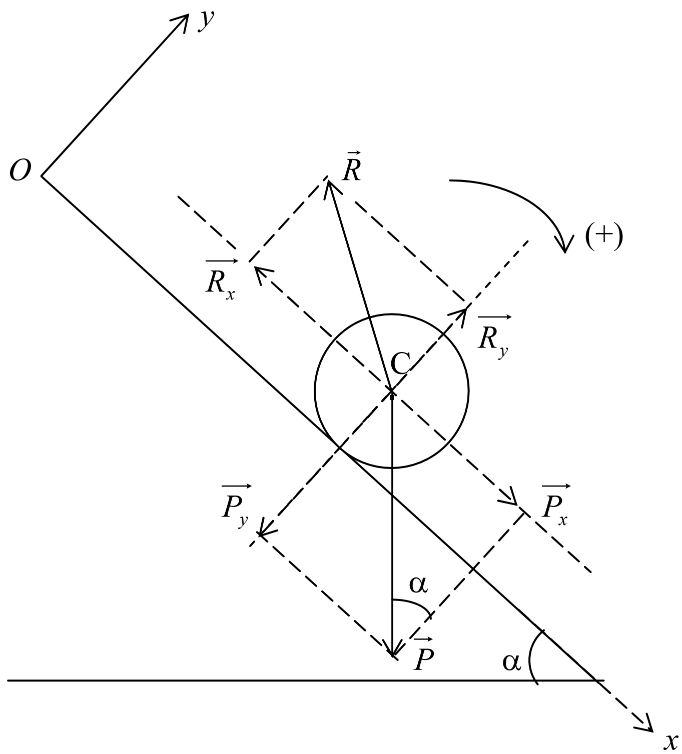
សំទុះប្រវែង:

$$a_c = r\cdot\ddot{\theta} \qquad (5)$$

(4) និង (5) $\Rightarrow J\cdot\frac{a_c}{r} = R_x\cdot r\,,\; J = \frac{1}{2}Mr^2$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}M.a_c = -R_x \qquad (6)$$

tam (2) និង (6) យើងបានប្រព័ន្ធសមីការ:



$$-1\times\begin{cases} P\cdot\sin\alpha - R_x = M\cdot a_C \\ -R_x = \frac{1}{2}Ma_C \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P\cdot\sin\alpha - R_x = M\cdot a_C \\ R_x = -\frac{1}{2}Ma_C \end{cases}$$

$$P\sin\alpha = \frac{1}{2}Ma_C \Leftrightarrow a_C = 2g\sin\alpha$$

$\Rightarrow a_C = 2\times 9{,}8\times 0{,}2 = 3{,}924\,\mathrm{m/s^2}$

ដូច្នេះ $a_C = 3{,}924\,\mathrm{m/s^2}$ ។

ខ-<u>កំលាំងសរុប</u>

យើងបាន: $R^2 = R_x{}^2 + R_y{}^2 \Rightarrow R = \sqrt{R_x{}^2 + R_y{}^2}$

យើងមាន: $R_x = -\frac{1}{2}Ma_C = -\frac{1}{2}\times 16\times 4 =$ — ៣២ណ

$(3) \Rightarrow R_y = P\cos\alpha = Mg\sqrt{1-\sin^2\alpha}$

$R_y = 16\times 9{,}8\times\sqrt{1-(0{,}2)^2} = 153{,}77\mathrm{N}$

ជំនួសយើងបាន: $R = 157{,}40\mathrm{N}$

៤៣-ផលសងប៉ូតង់ស្យែលនៅចន្លោះបន្ទះលោហៈពីរស្របគ្នាដេក និងមានបន្ទុកអគ្គិសនីផ្ទុយគ្នាគឺ $u = 50V$ ។ បន្ទះស្របទាំងពីរនៅចំងាយពីគ្នា 10cm ។ បន្ទះនីមួយៗមានប្រវែង $\ell = 5\,\text{cm}$ ។ អេឡិចត្រុងមួយផ្លាស់ទីតាមទិសដេកចូលចំនុច O កណ្តាលនៃចន្លោះបន្ទះទាំងពីរដោយល្បឿនដើម $v_0 = 2\cdot 10^6\ \text{m/s}$ ។

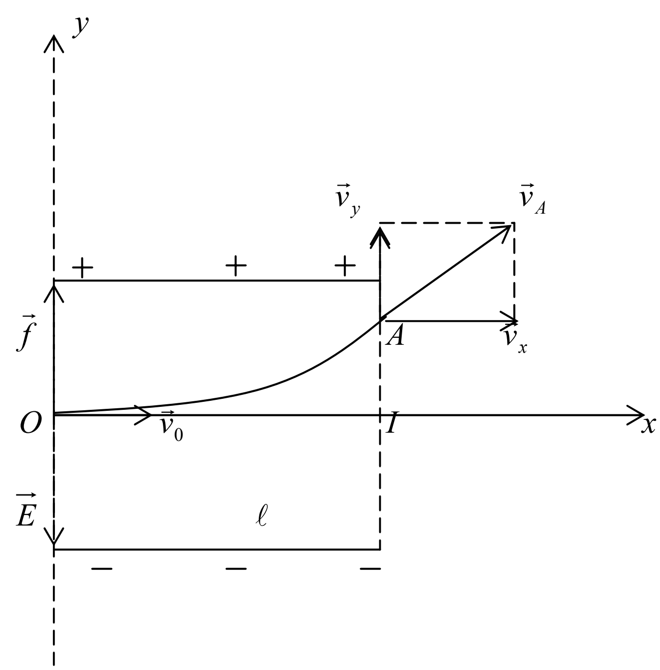
ក-គណនាអាំងតង់ស៊ីតេដែនអគ្គិសនី E រវាងបន្ទះទាំងពីរ ។

ខ-កំនត់រាងគន្លងរបស់អេឡិចត្រុង ។

គ- គណនាចំងាយ h រវាងទិសដៅដើម និងទិសដៅស្រេចពេលវាចេញផុតពីបន្ទះទាំងពីរ ។

ឃ-កំនត់ល្បឿនអេឡិចត្រុងពេលវាចេញផុតពីបន្ទះទាំងពីរ ។

<u>ចំលើយ</u>



ក-<u>អាំងតង់ស៊ីតេដែនអគ្គិសនី</u>

តាមទំនាក់ទំនង:

$$u = \vec{E}\cdot\vec{d}\ ,\ \vec{E}\uparrow\uparrow\vec{d}$$

$$\Rightarrow u = E\cdot d$$

$$\Rightarrow E = \frac{u}{d},\ d = 10\,\text{cm} = 10^{-1}\,\text{m}$$

$$\Rightarrow E = \frac{50}{10^{-1}} = 500V/\text{m}$$

ខ-<u>គន្លងអេឡិចត្រុង</u>

អេឡិចត្រុងរងនូវកំលាំងអគ្គិសនី

$\vec{f} = q\vec{E}$ ដោយ $q = -e < 0 \Rightarrow \vec{F}$ និង $\vec{E}$ មានទិសដៅផ្ទុយគ្នា។

$\Rightarrow f = |q|E$

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចៈ

$$\sum \vec{f} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow m\vec{a} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E} \qquad (1)$$

សមីការចលនាតាមបណ្ដោយៈ

-អ័ក្ស (Ox):

$$a_x = 0 = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow v_x = \text{ថេរ} \Rightarrow v_x = v_{Ox} = v_0$$

$$\Rightarrow x = v_0 \cdot t \qquad (2)$$

-អ័ក្ស (Oy):

$$a_y = \frac{|p|}{m}E = \text{ថេរ} \quad \Rightarrow v_{Oy} = 0$$

$$\Leftrightarrow a_{Oy} = \frac{dv_y}{dt} \Rightarrow \int_0^{v_y} dv_y = \int_0^t \frac{|q|}{m}Edt$$

$$\Rightarrow v_y = \frac{|q|}{m}E \cdot t$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} \Rightarrow \int_0^y dy = \int_0^t \frac{|q|}{m}Edt \cdot t$$

$$\Rightarrow y = \frac{|q|}{2m} \cdot Et^2 \qquad (3)$$

$(2) \Rightarrow t = \frac{x}{v_0}$ ជំនួសក្នុង (3) យើងបានៈ

$$y = \frac{|q|E}{2mv_0^2} \cdot x^2 \qquad (4)$$

គន្លងរបស់អេឡិចត្រុងមានរាងជាប៉ារ៉ាបូលដែលមានភាពផតបែរទៅខាង $y > 0$ ។

គ-<u>គណនាចំងាយ</u> h <u>រវាងទិសដៅដើម និងទិសដៅស្រេច</u>

កាលណាអេឡិចត្រុងចរបានប្រវែង $x = \ell$ វាងាកពីទិសដៅដើមបាន $y = h$ ។

ដូចនេះកូអរដោនេរបស់ $A(x=l,\ y=h)$

$$(4)\Rightarrow\ h=\frac{|q|E}{2mv_0^2}\cdot\ell^2$$

ដោយ: $q=-e=-1,6.10^{-19}C,\ m=9,1.10^{-31}\ \text{kg}$

$v_0=2.10^6\ \text{m/s}$, $l=5\,\text{cm}=5.10^{-2}\ \text{m}$, $E=500\,\text{v/m}$

$$\Rightarrow\ h=\frac{1,6.10^{-19}\times500}{2\times9,1.10^{-31}\times(2\cdot10^{6})^2}\times(5\cdot10^{-2})=0,028\,\text{m}=2,8\,\text{cm}$$

ឃ-<u>កំនត់ល្បឿនអេឡិចត្រុងពេលចេញផុតពីបន្ទះ</u>

យើងបាន: $\vec{v}_A=\vec{v}_x+\vec{v}_y$

$$\Rightarrow\ v_A^2=v_x^2+v_y^2$$

$$v_x=v_{0x}=v_0=2.10^6\ \text{m/s}$$

$$v_y=\frac{dy}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{|q|E}{2m}\cdot t^2\right)=\frac{|q|E}{m}\cdot t$$

$$(2)\Rightarrow\ t=\frac{x}{v_0},\ x=l=5.10^{-2}\ \text{m}$$

$$\Rightarrow\ v_y=\frac{|q|E}{m.v_0}\cdot x=\frac{1,6.10^{-19}\times500}{9,1.10^{-31}}\times\frac{5.10^{-2}}{2.10^6}=2,22.10^6\ \text{m/s}$$

$$\Rightarrow\ v_A=\sqrt{(2.10^6)^2+(2,22.10^6)^2}\ =2,98\,\text{m/s}$$

-<u>របៀបទីពីរ</u>

$$\Delta E_c=W_{(\vec{f})}$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{1}{2}mv_A^2-\frac{1}{2}mv_0^2=f\cdot h=|q|E\cdot h$$

$$\Leftrightarrow\ v_A^2-v_0^2=2\frac{|q|E}{m}\cdot h$$

ជំនួសលេខយើងបាន: $v_A=2,981.10^6\ \text{m/s}$

៤៤-គេតំឡើងរ៉ឺសរ R_1 ដែលមានស្ពៀរមិនជាប់ៗគ្នា ឥតគិតម៉ាសហើយមានថេរកំរាញ k_1 ចុងមួយរបស់រ៉ឺសរត្រូវបានគេភ្ជាប់ទៅទំរឹងមួយ ហើយចុងម្ខាងទៀតរបស់វាត្រូវថ្អក់នឹងអង្គធាតុ S ដែលមានម៉ាស $M=0,1\text{kg}$ ។

1). គេផ្លាស់ទីអង្គធាតុS តាមបណ្តោយខ្សែឈរឆ្ពោះទៅក្រោមបានប្រវែង a ។

ក-សិក្សាចលនារបស់ S កាលណាគេលែងវាដោយគ្មានល្បឿនដើម ។

ខ-គេវាស់រយៈពេលត្រូវនឹងចលនា 10 លំយោល។ ចំណាយពេល $t = 2{,}78\,\text{s}$ ។ គណនាថេរកំរាញ K_1, （$\pi^2 = 10$）។

2). រ៉ឺសរ R_1 និង S ត្រូវគេតំឡើងលើប្លង់ទេរ ។ គេមិនគិតកំលាំងកកិតទាំងអស់ ។ គណនាខួប របស់ S ។

3). គេភ្ជាប់ទៅនឹង R_1 នូវរ៉ឺស័រ R_2 ដែលមានម៉ាសអាចចោលបាន និងមានថេរកំរាញ k_2 ទៅនឹងសំទុះនេះ គេព្យួរអង្គធាតុ S មួយ។

ក-បើប្រព័ន្ធមានលំនឹង ចូរសរសេរកន្សោមសាច់លូត a_1 និង a_2 នៃរ៉ឺសរទាំងពីរ។

ខ-កំនត់ជាអនុគមន៍នៃ k_1 និង k_2 នូវថេរកំរាញសមមូល k នៅទីតាំងលំនឹងក្រោមអំពើ របស់ S មានសាច់លូត a_1 និង a_2 ។

គ-គេផ្លាស់ទី S តាមបណ្តោយខ្សែឈរក្រោមហើយគេលែង។ រកខួប T ចលនាលំយោលរបស់អង្គធាតុ S ។ អនុវត្តន៏ចំពោះ $k_2 = 20\,\text{N/m}$ ។

ចំលើយ

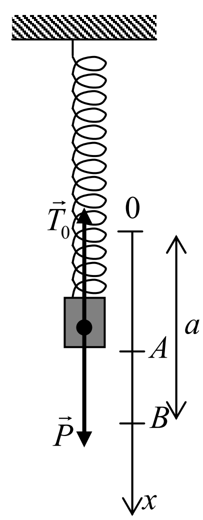
1). ក.។ <u>សិក្សាចលនារបស់អង្គធាតុ S</u>

សន្មត O ជាទីតាំងលំនឹង ហើយគេទាញវាចុះក្រោមបានប្រវែង a ។

-អាប់ស៊ីសរបស់ S នៅខណៈ

$t = 0$; x_0 ; $v = v_0 = 0$; $OA = x_m$

-អាប់ស៊ីសរបស់ S នៅខណៈ t គឺ: $OB = x$



ក្នុងស្ថានភាពលំនឹង រ៉ឺសរយឺតបានប្រវែង x_0

ករណីនេះ:

$$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{T}_0 = \vec{0}$$

$$\Rightarrow P - T_0 = 0 \Rightarrow P = T_0$$

$$P = Mg \; ; \; T_0 = k_1 \cdot x_0$$

$$\Rightarrow Mg = k_1 x_0 \qquad (1)$$

ករណី S មានចលនានៅទីតាំង B ត្រូវនឹងខណៈ t

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច:

$$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{T} = M\vec{a} \qquad (2)$$

ទំលាក់ចំនោល (2) លើ (Ox):

$$P - T = M.a \qquad (3)$$

$a = \dfrac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

$T = k_1(x + x_0)$

$(3) \Rightarrow Mg - k_1(x + x_0) = M.\ddot{x}$ (4)

(1) និង (4) យើងបាន:

$k_1 x_0 - k_1(x + x_0) = M \cdot \ddot{x}$

$-k_1 x = M \cdot \ddot{x}$

ឬ $\ddot{x} + \dfrac{k_1}{M} x = 0$

តាង $\omega^2 = \dfrac{k}{M} \Rightarrow \ddot{x} + \omega^2 x = 0$

ដូចនេះអង្គធាតុ S មានចលនាលំយោលអាម៉ូនិច $x = x_m \sin(\omega t + \varphi)$ ។

ខ-<u>គណនាថេរកំរាញ</u>

ខួបនៃចលនា: $T = \dfrac{2\pi}{\omega}, \ \omega = \sqrt{\dfrac{k}{M}}$

$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\dfrac{M}{k_1}} \ \Rightarrow k_1 = 4\pi^2 \dfrac{M}{T^2}$

មួយលំយោលត្រូវនឹងរយៈពេលមួយខួប ។

យើងបាន: $T = \dfrac{t}{10} = \dfrac{2{,}98}{10} = 0{,}298\,\text{s}$

ដូច្នេះ $k_1 = 45{,}04 Nm^{-1}$ ។

2). គណនាខួបរបស់ S :

តាង O ជាទីតាំងលំនឹង

ដៅទិសវិជ្ជមានចុះក្រោមតាមបណ្តោយប្លង់ទេរ ។

- ទីតាំងលំនឹង:

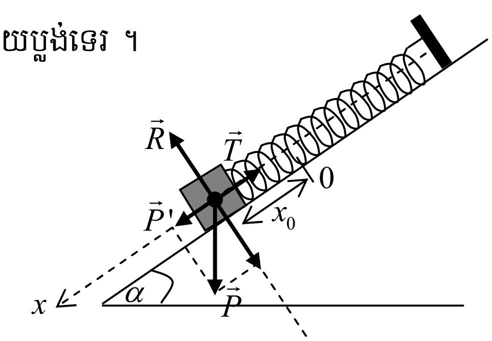
$\sum \vec{f} = M\vec{a} = \vec{O}$

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{T}_0 = \vec{O}$

ធ្វើចំនោលលើអ័ក្ស (Ox):

$P.\sin\alpha - T_0 = 0$

$\Rightarrow P\sin\alpha = T_0 = k_1 x_0$ (a)



យើងសិក្សាករណីដែលរ៉ឺសរយឺតបានប្រវែង x ថែមទៀត ។

ទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច:

$$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = M\vec{a}$$

ទំលាក់ចំនោលលើអ័ក្ស (Ox) :

$$P\sin\alpha - T = Ma = M\ddot{x}$$
$$T = k_1(x + x_0)$$
$$\Rightarrow P\sin\alpha - k_1(x + x_0) = M\ddot{x} \qquad \text{(b)}$$

x

(a) និង (b) យើងបាន:

$$k_1x_0 - k_1(x + x_0) = M\ddot{x}$$

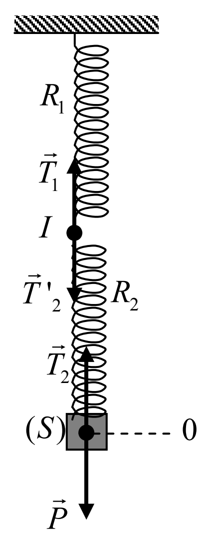
$\Rightarrow -k_1x = M\ddot{x}$ b¤ $\ddot{x} + \dfrac{k_1}{M}x = 0$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{k_1}{M} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k_1}}$$

ដូច្នេះ $T = 0,298\,\mathrm{s}$ ។

3).ក-<u>កន្សោមនៃសាច់លូត</u>

តាង Oជាទីតាំងលំនឹង ។



$$\vec{P} + \vec{T}_2 = 0$$
$$\Rightarrow P = T_2 \qquad (1')$$

ឬ $Mg = k_2a_2$

-ត្រង់ I :

$$\sum \vec{f} = \vec{T}_1 + \vec{T}_2' = 0 \; (m = 0)$$
$$\Rightarrow T_1 + T_2' = T_2 \qquad (2')$$

(1') និង (2') យើងបាន:

$$P = T_2 = T_1 \Rightarrow k_2a_2 = k_1a_1 = Mg$$
$$\Rightarrow a_1 = \frac{Mg}{k_1};\; a_2 = \frac{Mg}{k_2}$$

ខ-គណនា k ជាអនុគមន៍ k_1 និង k_2

ក្នុងស្ថានភាពលំនឹងយើងបាន:

-ចំពោះ S :

$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{f}_2 = \vec{O}$

$\Rightarrow P = F_2$

តំនឹងរ៉ឺស័រ R_2 គឺ: $F_2 = k_2 a_2$; $P = Mg$

-ចំពោះ I :

$\Rightarrow \vec{F}_2' + \vec{F}_1 = \vec{O} \Rightarrow F_2 = F_1$ (3)

តំនឹងរ៉ឺសរ R_1:

$F_1 = K_1 a_1$

តែ $F_2' = F_2$ (4)

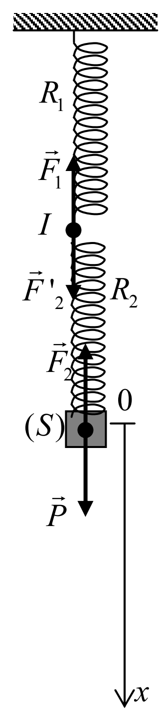
(3) និង (4) យើងទាញបាន:

$F_2 = F_1 = P$ (5)

(5) $\Rightarrow Mg = k_1 a_1 = k_2 a_2$ (6)

ក្រោមអំពើរបស់ S :

រ៉ឺសរយឺតបាន $a = a_1 + a_2$ ហើយ k ជាថេរកំរាញនៃរ៉ឺស័រត្រូវនឹងសាច់លូត a ក្នុងករណីនេះតំនឹងនៃរ៉ឺសរគឺ: $T = k \cdot a$



ក្នុងស្ថានភាពលំនឹងយើងបាន: $P = T$

$\Rightarrow Mg = k.a = k\left(a_1 + a_2\right)$

(6) $\Rightarrow a_1 = \dfrac{Mg}{k_1}$; $a_2 = \dfrac{Mg}{k_2}$

$\Rightarrow Mg = k\left(\dfrac{Mg}{k_1} + \dfrac{Mg}{k_2}\right)$

$\Rightarrow \dfrac{1}{k} = \dfrac{1}{k_1} + \dfrac{1}{k_2}$

ដូច្នេះ $k = \dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

គ-<u>គណនាខួប T'</u>

តាង a'_1 ជាសាច់លូតបន្ថែម R_1 ។

តាង a'_2 ជាសាច់លូតបន្ថែម R_2 ។

សាច់លូតនៃរ៉ឺសរសរុប: $x = a_1' + a_2'$

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច:

-ចំពោះ I

$\vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2{}' = m\vec{a} = 0$, $m = 0$

$\Rightarrow \tau_1 = \tau_2{}'$ (7)

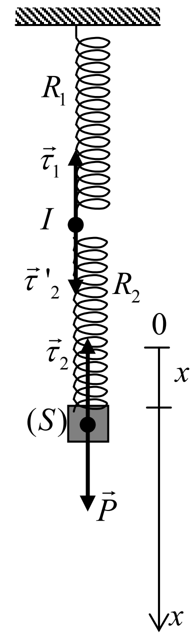
-ចំពោះ (S)

$\sum \vec{f} = \vec{P} + \vec{\tau}_2 = M\vec{a}$

ឬ $P - \tau_2 = M\ddot{x}$ (7')

តែ $\tau_2 = \tau_2{}'$ (មិនគិតម៉ាសនៃរ៉ឺសរ) (8)

(7) និង (8) $\Rightarrow \tau_1 = \tau_2$ (9)



$\tau_1 = k_1(a_1 + a_1')$

$\tau_2 = k_2(a_1 + a_1')$ (10)

$(9) \Rightarrow k_1(a_1 + a'_1) = k_2(a_2 + a'_2)$

តែដោយ: $k_1a_1 = k_2a_2$

$\Rightarrow k_1a_1' = k_2a_2'$ (11)

(7') និង (10) យើងបាន:

$P - k_2\left(a_2 + a_2'\right) = M\ddot{x}$ (11′)

ហើយ $P = k_2a_2 = Mg$

$\Rightarrow Mg - Mg - k_2a_2' = M\ddot{x}$

$\Rightarrow -k_2a_2' = M\ddot{x}$

$(11) \Rightarrow a_2' = \dfrac{k_1}{k_2}a_1'$ (12)

ដោយ $x = a_1' + a_2'$

$\Rightarrow a_1' = x - a_2'$ (13)

(13) និង (12) $\Rightarrow a_2' = \dfrac{k_1}{k_2}(x - a_2')$

$$\Rightarrow a_2' = \frac{k_1}{k_2}\cdot\frac{x}{\left(1+\dfrac{k_1}{k_2}\right)}$$

$$(11') \Rightarrow -k_2\cdot\frac{k_1}{k_2}\cdot\frac{x}{\left(1+\dfrac{k_1}{k_2}\right)} = M\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{k_1k_2}{k_1+k_2}x = M.\ddot{x}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{k_1 k_2}{m(k_1 + k_2)} \cdot x = 0$$

$$\Rightarrow \omega^2 = \frac{k_1 k_2}{M(k_1 + k_2)}$$

ដោយ $T' = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{M(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}$

ដោយ $k_1 = 45\,\text{Nm}^{-1}$; $k_2 = 20\,\text{Nm}^{-1}$; $M = 0{,}1$ kg

$$\Rightarrow T' = 2 \times 3{,}14\sqrt{\frac{0{,}1(45 + 20)}{45 \times 20}} = 0{,}51\text{s}$$

ដូច្នេះ $T' = 0{,}51\text{s}$

៤៥-តាមច្បាប់ Newton ធ្វើអោយអង្គធាតុមួយចុះត្រជាក់នៅក្នុងចរន្តខ្យល់គឺសមាមាត្រទៅនឹងភាពខុសគ្នានៃសីតុណ្ហភាពរវាងអង្គធាតុនឹងខ្យល់។ បើសីតុណ្ហភាពខ្យល់ 30°C ហើយអង្គធាតុឆ្លងកាត់សីតុណ្ហភាពពី 100°C ទៅ 70°C ក្នុងរយៈពេល 15 mn គណនារយៈពេលចុងក្រោយរហូតដល់សីតុណ្ហភាពនៅ 40°C ។

<u>ចំលើយ</u>

បើ T ជាសីតុណ្ហភាពនៅខណៈពេល t (mn) យើងបាន:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - 30)$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{T - 30} = -kdt$$

k : ចំនួនថេរអវិជ្ជមាន (សីតុណ្ហភាពថយ)

នៅខណ: $t = 0$; $T = 100$; $t = 15$; $T = 0$

$$\Rightarrow \int_{100}^{70} \frac{dT}{T - 30} = -k\int_0^{15} dt$$

$$\Leftrightarrow \ln 40 - \ln 70 = -15k$$

$$\Rightarrow 15k = 0{,}56 \Rightarrow k = \frac{0{,}56}{15}$$

ចំពោះ $t = 0$; $T = 100$ nig $t = t$; $T = 40$

$$\Rightarrow \int_{200}^{40} \frac{dT}{T - 30} = -k\int_0^t dt \Rightarrow 15kt = 15\ln 7$$

$$\Rightarrow t = 52mn$$

៤៦-ចូរគណនារយៈពេលដែលទឹកហូរអស់ពីស៊ីឡាំងមានកាំ 250cm និងកំពស់ 350cm ហូរតាមរន្ធមួយរាងជារង្វង់មានអង្កត់ផ្ចិត 5cm ស្ថិតនៅផ្នែកខាងក្នុងស៊ីឡាំង។ គេអោយល្បឿនហូរចេញ $v = 26\sqrt{h}$ cm ; h កំពស់ទឹកនៅក្នុងស៊ីឡាំង។

<u>ចំលើយ</u>

មាឌទឹកដែលហូរក្នុងរយៈពេល 1s ឆ្លងកាត់មុខកាត់ស៊ីឡាំងមានអង្កត់ផ្ចិត5cm កំពស់ hក្នុងរយៈពេល dt

$$\Rightarrow \pi(2,5)^2 \cdot \left(26\sqrt{h}\right)dt = \pi \cdot 6,25\left(26\sqrt{h}\right)dt$$

dh : ជាកំពស់ទឹកដែលថយចុះនៅក្នុងស៊ីឡាំង

មាឌទឹកដែលហូរចេញអោយដូចគ្នា: $62500\pi\, dh$

ដូចនេះយើងបាន:

$$6,25\pi 26\sqrt{h} \cdot dt = -62500\pi dh$$

$$\Rightarrow dt = -\frac{10000}{26} \cdot \frac{dh}{\sqrt{h}} = -\frac{5000dh}{13\sqrt{h}}$$

នៅខណៈ $t = 0$; $h = 350$; nig $t = t$; $h = 0$

$$\Rightarrow \int_0^t dt = -\frac{5000}{13}\int_{350}^{0}\frac{dh}{\sqrt{h}}$$

$$\Rightarrow t = 3\,\text{h}\,28\,\text{mn}$$

៤៧- នាវាមួយមានម៉ាស 45000 Mg ផ្លាស់ទីក្រោមកំលាំងថេរ 100 000N ។

ក-ចូរបង្ហាញល្បឿនរបស់វាជាអនុគមន៍នៃពេល។ កំលាំងទប់នៃមជ្ឈដ្ឋានគឺ 150 000v ;(v ជាល្បឿន គិតជា m/s) ។

ខ-គណនាលីមីតនៃល្បឿនកាលណា $t \to \infty$ ។

<u>ចំលើយ</u>

ក-<u>គណនា v</u>

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{f}$$

$\vec{F}$: កំលាំងចលករ

$\vec{f} = -150000\vec{v}$ កំលាំងទប់

$$\Rightarrow ma = -150000v$$

$$\Leftrightarrow 45\cdot 10^6 \frac{dv}{dt} = 900000 - 15\cdot 10^4 v$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{v}{300} = \frac{1}{50} \Leftrightarrow dv = \left(\frac{1}{50} - \frac{v}{300}\right)dt$$

$$\Leftrightarrow \frac{dv}{6-v} = \frac{1}{200}dt \Leftrightarrow \int \frac{dv}{6-v} = \int \frac{1}{300}dt$$

$$\Leftrightarrow -\ln(6-v) = \frac{1}{300}t + \ln c \text{ ; } \ln c \text{ : ថេរ}$$

$$\Rightarrow \frac{6-v}{c} = e^{-\frac{1}{300}\cdot t} \quad \Rightarrow \quad 6 - v = c e^{-\frac{1}{300}\cdot t}$$

$$\Rightarrow v = 6 - c e^{-\frac{1}{300}\cdot t}$$

ខណៈ $t = 0$; $v = 0 \Rightarrow c = 6 \quad \Rightarrow v = 6 - 6e^{-\frac{1}{300}\cdot t}$

ខ-កាលណា $t \to \infty$

$$\Rightarrow \lim_{t\to\infty} e^{-\frac{t}{300}} = 0$$

$$\Rightarrow v = 6\,\mathrm{m/s} = 21{,}6\,\mathrm{km/h}$$

៤៨-កប៉ាល់សណ្ដោងរ៉ឺម៉កមួយគ្រឿងមានល្បឿន 20 km/h ។ នៅខណៈ $t = 0$ ចាប់ផ្ដើមធ្វើចលនាដែលមានកំលាំងចលករ90N ។ បើម៉ាសសរុបកប៉ាល់-រ៉ឺម៉ក និងមនុស្សមាន 225kg ហើយកំលាំងទប់នៃមជ្ឈដ្ឋាន26,25 (v ជាល្បឿនគិតជា m/s) គណនាល្បឿននៅខណៈ $t = 30\,\mathrm{s}$ ។

ចំលើយ

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$\vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}$$

$\vec{F}$:កំលាំងចលករ $F = 90\,\mathrm{N}$

$\vec{f} = -26{,}25\vec{v}$ កំលាំងទប់នៃមជ្ឈដ្ឋាន

$$\Rightarrow F - f = ma$$

$$\Leftrightarrow 90 - 26{,}25v = 225 \times \frac{dv}{dt}$$

$$\Leftrightarrow 18 - 5{,}25v = 45\cdot\frac{dv}{dt}$$

$$\Leftrightarrow 6 - 1{,}75v = 15\frac{dv}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dv}{6-1{,}75v} = \frac{dv}{15}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{1{,}75}\frac{d(6-1{,}75v)}{6-1{,}75} = \frac{1}{15}dt$$

$$\Leftrightarrow \int\frac{d(6-1{,}75v)}{6-1{,}75v} = \int-\frac{1{,}75}{15}dt$$

$$\Leftrightarrow \ln(6-1{,}75v) - \ln c = -\frac{1{,}75}{15}dt$$

$$\Leftrightarrow \frac{6-1{,}75v}{c} = e^{-\frac{0{,}35}{3}\cdot t}$$

$$\Rightarrow 1{,}75v = 6 - c\,e^{-\frac{0{,}35}{3}\cdot t}$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{1{,}75}\left(6 - c\,e^{-\frac{0{,}35}{3}\cdot t}\right)$$

នៅខណៈ $t = 0\ ;\ v = 0 \Rightarrow c = 6$

$$\Rightarrow v = \frac{6}{1{,}75}\left(1 - e^{-\frac{0{,}35}{3}\cdot t}\right)$$

នៅខណៈ $t = 30\,\text{s}$

$$\Rightarrow v = \frac{6}{1{,}75}\left(1 - e^{-0{,}35}\right) = 3{,}5\,\text{m/s}$$

៤៨-គេទាញរឺម៉កនៅលើទឹកកក។ ម៉ាសរបស់រឺម៉ក 35kg ។ ដោយដឹងថា កំលាំងទប់នៃទឹកកកមិនគិត ហើយកំលាំងទប់នៃខ្យល់គិតជា N ស្មើ 70 ដងនៃល្បឿនរបស់រឺម៉ក។

ក-បង្ហាញថា កំលាំងទាញមានតំលៃថេរដែលអនុវត្តទៅលើរឺម៉ក ដើម្បីទទួលល្បឿនកំនត់ 16km/h ។

ខ-គណនាល្បឿន និងចំងាយចរក្នុងរយៈពេល 48s ។

ចំលើយ

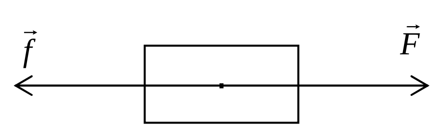
ក-គណនាកំលាំងចលករ F

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$\vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow F - f = m\frac{dv}{dt} \qquad \Leftrightarrow F - 70v = 35\frac{dv}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dv}{F-70v} = \frac{1}{35}dt$$



$$\Leftrightarrow \int \frac{d(F-70v)}{F-70v} = \int -2dt$$

$$\Leftrightarrow \ln\frac{(F-70v)}{c} = -2t$$

$$\Rightarrow v = \frac{1}{70}\left(F - c\,e^{-2t}\right)$$

នៅខណៈ $t = 0$; $v = 0$

$$\Rightarrow c = F \quad \Rightarrow v = \frac{F}{70}\left(1 - e^{-2t}\right)$$

បើ $t \to \infty$

$$\Rightarrow v = \frac{F}{70} = \text{ថេរ}$$

$$\Leftrightarrow \frac{F}{70} = \frac{16000}{60^2} \Rightarrow F = 311\,\mathrm{N}$$

ខ-ល្បឿន និងចំងាយនៅខណៈ $t = 48\,\mathrm{s}$

$$\Rightarrow \frac{311}{70}\left(1 - e^{-2\times 48}\right) = \frac{40}{9}\,m/s$$

$$xv = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = vdt$$

$$\Leftrightarrow \int_0^x dx = \int_0^{48} \frac{311}{70}\left(1 - e^{-2t}\right)dt$$

$$\Rightarrow x = \left[\frac{311}{70}\left(t + \frac{1}{2}\cdot e^{-2t}\right)\right]_0^{48}$$

ដូចនេះ $x = 211m$

៤៩-រ៉ឺសរមួយមានម៉ាសមិនគិតគេព្យួរតាមទិសឈរ។ ម៉ាស m (kg) ត្រូវបានគេព្យួរនៅចុងម្ខាង។ ម៉ាសទាញរ៉ឺសរដោយល្បឿន v_0 (m/s) ចុះទៅក្រោម ។ ពេលរ៉ឺសរមិនយឺត ចូរគណនាល្បឿនជាអនុគមន៍នៃពេល ។

<u>ចំលើយ</u>

កំលាំងសរុបដែលមានអំពើលើអង្គធាតុ

$$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$
$$\Leftrightarrow P - T = ma$$

តែ $T = kx$; $P = mg$; $a = \dfrac{dv}{dt}$

$$\Leftrightarrow mg - kx = m\frac{dv}{dt}$$

$$\Leftrightarrow\ mg - kx = m\frac{dv}{dx}\times\frac{dx}{dt}$$

$$\Leftrightarrow\ mg - kx = mv\frac{dv}{dx}$$

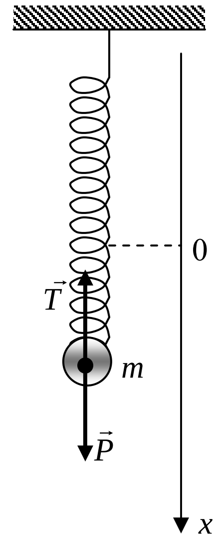
$$\Leftrightarrow\ \int mvdv = \int (mg - kx)dx$$

$$\Rightarrow\ \frac{1}{2}mv^2 = mgx - \frac{1}{2}kx^2 + c$$

នៅខណៈ $t=0$; $v = v_o$ $\Rightarrow c = m{v_0}^2$

$$\Rightarrow\ mv^2 = 2mgx - kx^2 + m{v_0}^2$$

$$\Rightarrow\ v = \sqrt{2gx - \frac{k}{m}x^2 + v_0^2}$$



៥០-អង្គធាតុមួយមានម៉ាស $m(kg)$ ធ្លាក់ចុះនៅក្នុងមជ្ឈដ្ឋានមួយ ដែលមានកំលាំងទប់សមាមាត្រទៅនឹងការេនឹងល្បឿន (m/s) ។ បើល្បឿនលីមីតវាមាន $40m/s$:

ក-គណនាល្បឿននៅខណៈពេល 2s ក្រោយមក ។

ក-គណនារយៈពេលចាំបាច់ដើម្បីអោយល្បឿនមកដល់ $30m/s$ ។

ចំលើយ

ក-គណនាល្បឿន

កំលាំងដែលមានអំពើលើអង្គធាតុ

$$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow\ P - f = m\frac{dv}{dt}$$

$\Leftrightarrow\ P = mg$; $|\ f\ | = kv^2$; k : ថេរសមាមាត្រ

$$\Rightarrow mg - kv^2 = m\frac{dv}{dt}$$

យក $g = 9{,}8\ m/s^2$

តាង $k = 2{,}45mk^2$

$$\Rightarrow\ \frac{dv}{dt} = 2{,}45\left(4 - k^2v^2\right)$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{dv}{k^2v^2 - 4} = -2{,}45dt$$

$$\Rightarrow \int \frac{dv}{k^2v^2-4} = \int -2{,}45dt$$

$$\Rightarrow \ln\frac{kv-2}{kv+2} = -9{,}8kt + \ln c$$

$$\Rightarrow \frac{kv-2}{kv+2} = c\, e^{-9{,}8\cdot k\cdot t}$$

ចំពោះ $t=0$; $v=0 \Rightarrow c=-1$

បើ $t \to \infty \Rightarrow v = 50$ ដោយ $e^{-9{,}8kt} = 0$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{v-50}{v+50} = -e^{-o{,}39\cdot t}$$

បើ $t = 2\,\text{s} \Rightarrow v = 18{,}5\,\text{m/s}$

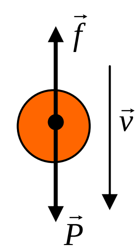
ខ-ចំពោះ $v = 30\,\text{m/s}$

$$\Rightarrow \frac{30-50}{30+50} = -e^{-0{,}39\cdot t} \quad \Rightarrow \quad t = 3{,}5s$$

៩១-អ្នកលោតឆ័ត្រម្នាក់ហក់ចុះដោយល្បឿន 55 m/s នៅពេលបើកឆ័ត្រ។ កំលាំងទប់នៃខ្យល់គឺ: $\frac{Pv^2}{25}$; P ជាទំងន់សរុបមនុស្ស និងឆ័ត្រ។ គណនាល្បឿនជាអនុគមន៍នៃពេលក្រោយពេលបើកឆ័ត្រ។

<u>ចំលើយ</u>

កំលាំងសរុបមានអំពើលើប្រព័ន្ធ



$$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow P - f = m\frac{dv}{dt}$$

ហើយ $f = \frac{Pv^2}{25}$

$$\Rightarrow mg - \frac{Pv^2}{25} = m\frac{dv}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dv}{v^2-25} = -\frac{9{,}8}{25}dt$$

នៅខណៈ $t=0$; $v=55$ ហើយ $t=t$; $v=v$

$$\Rightarrow \int_{55}^{v}\frac{dv}{v^2-25} = -\frac{9{,}8}{25}\int_0^t dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{10}\left[\ln\frac{v-5}{v+5}\right]_{55}^{v} = \left[-\frac{9{,}8t}{25}\right]_0^t$$

$$\Rightarrow \ln\frac{v-5}{v+5} - \ln\frac{5}{6} = -\frac{98}{25}t$$

$$\Leftrightarrow \frac{v-5}{v+5} = \frac{5}{6}e^{-4t}$$

ដូចនេះ $v = \dfrac{5(6+5e^{-4t})}{6-5e^{-4t}}$

៥២-កំលាំងទំនាញអនុវត្តទៅលើអង្គធាតុមួយមានម៉ាស m នៅចំងាយ x ពីផ្ចិតផែនដីគឺសមាមាត្រនឹង m ហើយច្រាសសមាមាត្រនឹង x^2 ។

ក-គណនាល្បឿនវាទៅដល់ផ្ទៃផែនដី។ មុនដំបូងអង្គធាតុនៅនឹងចំងាយ $5R$ ពីផ្ចិតផែនដី។ $R = 6375km$ ។

ខ-តើល្បឿននេះស្មើប៉ុន្មាន បើអង្គធាតុធ្លាក់ពីអនន្ត ? (កំលាំងផ្សេងនិងកំលាំងទប់នៃខ្យល់មិនគិត) ។

ចំលើយ

ក-កំលាំងមានអំពើលើអង្គធាតុ

$$v\frac{dv}{dt} = m\cdot\frac{dx}{dt}\cdot\frac{dv}{dt} = mv\frac{dv}{dx} = -\frac{mgR^2}{x^2}$$

$$\Rightarrow vdv = -gR^2\cdot\frac{dx}{x^2}$$

នៅ $v=0$; $x=5R$ ហើយ $v=v$; $R=x$

$$\Rightarrow \int_0^v vdv = -gR^2\int_{5R}^{R}\frac{dx}{x^2} \Rightarrow \frac{1}{2}v^2 = gR^2\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{5R}\right)$$

$$\Rightarrow v = 10\,\text{km/s}$$

ខ-ពី $v=0$; $x\to\infty$ ហើយ $v=v$; $x=R$

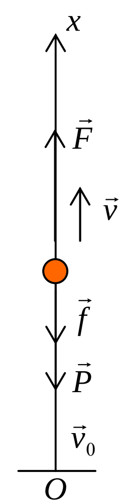
$$\Rightarrow \int_0^v vdv = -gR^2\int_{\infty}^{R}\frac{dx}{x^2}$$

$$\Rightarrow v^2 = 2gh = 11\,\text{km/s}$$

៥៣-អង្គធាតុមួយមានម៉ាស m ត្រូវបានគេបាញ់ឡើងចេញពីចំនុច O ចាត់ទុកជាគល់តំរុយដោយល្បឿនដើម v_0 ។ គណនាកំពស់អតិបរិមាដែលឡើងដល់។ កំលាំងទប់នៃខ្យល់សមាមាត្រនឹងល្បឿន។

ចំលើយ

កំលាំងសរុបដែលមានអំពើលើអង្គធាតុ:



$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$

តែ $\vec{f} = -K\cdot\vec{v} \quad \Rightarrow \vec{P} - K\cdot\vec{v} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$

ធ្វើចំណោលលើ (Ox)

$$-P - Kv = m\frac{dv}{dt}$$

$$\Leftrightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} + K\frac{dx}{dt} = -gm \Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}\frac{dx}{dt} = -g$$

តាង $k = \frac{K}{m}$

$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + k\frac{dx}{dt} = -g$ ជាសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ពីរ ។

សមីការនេះមានចំលើយ

$x = C_1 + C_2 e^{-kt} - \frac{g}{k}\cdot t$; C_1 , C_2 ចំនួនថេរកំនត់នៅលក្ខ័ណ្ឌដើម

$$v = \frac{dx}{dt} = C_2\times(-k)\, e^{-kt} - \frac{g}{k}$$

ចំពោះ $t = 0$; $x = 0$; $v = v_0$

$$\Leftrightarrow 0 = C_1 + C_2 e^{-k\times 0} - \frac{g}{k}\times 0$$

$$\Leftrightarrow v_0 = -k\cdot C_2\cdot e^{-k\times 0} - \frac{g}{k}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} C_1 + C_2 = 0 \\ v_0 = -kC_2 - \frac{g}{k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow C_1 = -C_2 = \frac{v_0}{k} + \frac{g}{k^2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{k^2}(g + kv_0)\left(1 - e^{-kt}\right) - \frac{g}{k}\cdot t$$

កំពស់អតិបរមាដែលវាឡើងទៅដល់គឺៈ $v = 0$

$$\Rightarrow e^{-kt} = \frac{-g}{k^2\cdot C_2} = \frac{g}{g + k\cdot v_0}$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{k}\ln\frac{g + kv_0}{g}$$

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{1}{k^2}(g + kv_0)\left(1 - \frac{g}{g + kv_0}\right) - \frac{g}{k}\left(\frac{1}{k}\ln\frac{g + kv_0}{g}\right)$$

ដូចនេះ $x_{\max} = \dfrac{1}{k}\left(v_0 - \dfrac{g}{k}\ln\dfrac{g+kv_0}{g}\right)$

៥៤-ម៉ាស m ផ្លាស់ទីដោយសេរីលើអ័ក្ស *(Ox)* ត្រូវបានទាញពីគល់0ដោយកំលាំងសមាមាត្រនឹងចំងាយធៀប 0 ។

ចូរបង្ហាញសមីការចលនាៈ

ក-នៅលក្ខ័ណ្ឌដើម $x = x_0$; $v = 0$

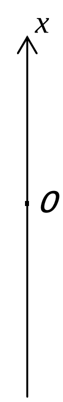
ខ-នៅលក្ខ័ណ្ឌល្បឿនដើម v_0 ពេលម៉ាសចាកចេញពីគល់0 បាន $x = x_0$ ។

<u>ចំលើយ</u>

x ជាចំងាយចរនៅខណៈ t

ដូចនេះកំលាំងដែលអនុវត្តៈ

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -K\cdot x \Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + k^2\cdot x = 0$$



តាង $k^2 = \dfrac{K}{m} = \omega^2$

$\Rightarrow$ ចំលើយរបស់សមីការៈ

$$x = C_1 + \sin kt + C_2\cos kt$$
$$\Rightarrow v = k_1C_1\cos kt - kC_2\sin kt$$

ក-ចំពោះ $t = 0$; $x = x_0$; $v = 0$

$\Rightarrow C_1 = 0 \Rightarrow C_2 = x_0$

ដូចនេះ $x = x_0\cos kt$ ជាចលនាស៊ីនុយសូអ៊ីតងាយមានអំព្លីទុត x_0 ហើយខួប $\dfrac{2\pi}{k}$

ខ-ចំពោះ $t = 0$; $x = x_0$ និង $v = v_0$

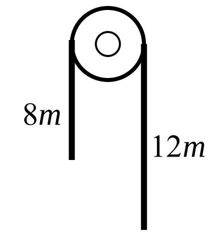
$\Rightarrow C_2 = x_0$; $C_1 = \dfrac{v_0}{k}$

$\Rightarrow x = \dfrac{v_0}{k}\sin kt + x_0\cos kt$

ចលនាស៊ីនុយសូអ៊ីតងាយមានអំព្លីទុត $\sqrt{\dfrac{v^2{}_0 + k^2\cdot x_0{}^2}{k}}$ ហើយមានខួប $\dfrac{2\pi}{k}$ ។

៥៥-ច្រវាក់មួយត្រូវគេព្យួរនឹងរ៉កមួយ ។ ចុងម្ខាងមានប្រវែង 8m និងចុងម្ខាងទៀត 12m ។

តើរយៈពេលប៉ុន្មានវារត់មកដល់រ៉កៈ



ក-មិនគិតកំលាំងកកិត?

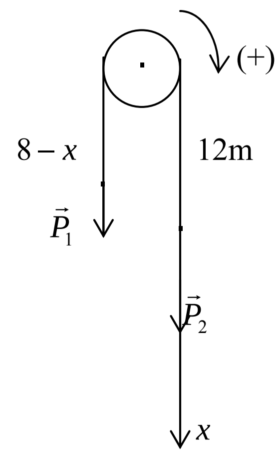
ខ-កំលាំងកកិតសមមូលនឹងទំងន់ច្រវាក់ប្រវែង 1m?

<u>**ចំលើយ**</u>

ក-m ជាម៉ាសរុបនៃច្រវាក់

x ជាប្រវែងច្រវាក់ឆ្លងកាត់រ៉កក្នុងរយៈពេល t

ដូចចុងម្ខាងមានប្រវែង $(8-x)$ និងម្ខាងទៀត $(12+x)$ ។



កំលាំងមានអំពើលើច្រវាក់

$$\Rightarrow \vec{P}_2 + \vec{P}_1 = m\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow P_2 - P_1 = ma$$

$$P_2 = m_2 g \ ; \ P_1 = m_1 g$$

ហើយ $m_2 = \dfrac{m(12+x)}{20}$

$$m_1 = \frac{m(8-x)}{20}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{m(12+x)}{20} - \frac{m(8-x)}{20}\right) = ma$$

$$\Leftrightarrow m\frac{dx^2}{dt^2} = (4+2x)\frac{mg}{20}$$

$$\Leftrightarrow 10\frac{d^2x}{dt^2} = gx + 2g$$

$\Leftrightarrow \dfrac{d^2x}{dt^2} - \dfrac{g}{10}x = \dfrac{g}{5}$ ជាសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលលំដាប់ពីរមានចំលើយ

$$x = C_1 e^{\sqrt{\frac{g}{10}}\cdot t} + C_2\, e^{-\sqrt{\frac{g}{10}}\cdot t} - 2$$

$$\Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{g}{10}}\left(C_1 e^{\sqrt{\frac{9}{10}}\cdot t} - C_2\, e^{-\sqrt{\frac{g}{10}}\cdot t}\right)$$

ចំពោះ $t = 0 \ ; \ x = 0 \ ; \ v = 0 \Rightarrow C_1 = C_2 = 1$

$$\Rightarrow x = e^{\sqrt{\frac{g}{10}}\cdot t} + e^{-\sqrt{\frac{g}{10}}\cdot t} - 2$$

$$\Leftrightarrow x = 2ch\sqrt{\frac{g}{10}}\cdot t - 2$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{10}{g}}\,\text{Argch}\frac{1}{2}(x+2)$$

$$\Leftrightarrow\ t=\sqrt{\frac{10}{g}}\ln\frac{x+2+\sqrt{x^2+4x}}{2}$$

ចំពោះ $x=8$

$$\Rightarrow \qquad t=\sqrt{\frac{10}{g}}\ln\left(5+2\sqrt{6}\right)s$$

ខ-ករណីមានកំលាំងកកិត

យើងបាន:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=(4+2x)\frac{mg}{20}-\frac{mg}{20}$$

$$\Leftrightarrow\ 20\frac{d^2x}{dt^2}=(2x+3)g$$

យើងគុណអង្គទាំងពីរនឹង $\frac{dx}{dt}$

$$\Rightarrow\ 20\frac{d^2x}{dt^2}\cdot\frac{dx}{dt}=2gx\frac{dx}{dt}+3g\,\frac{dx}{dt}$$

$$\Leftrightarrow\ 20\cdot\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right)\cdot dx=2gxdx+3gdx$$

$$\Leftrightarrow\ 20\cdot d\left(\frac{dx}{dt}\right)\cdot\frac{dx}{dt}=2gxdx+3gdx$$

ដោយធ្វើអាំងតេក្រាល យើងបាន:

$$\Rightarrow\ 20\left(\frac{dx}{dt}\right)^2=gx^2+3gx+C_1$$

នៅពេល $t=0\ ;\ x=0\ ;\ v=0\quad\Rightarrow C_1=0$

$$\Rightarrow\ v=\frac{dx}{dt}=\sqrt{\frac{g}{10}(x^2+3x)}\ \Rightarrow\ dt=\sqrt{\frac{10}{g}}\ \frac{dx}{\sqrt{x^2+3x}}$$

$$\Rightarrow\ t=\sqrt{\frac{10}{g}}\ln\left(x+\frac{3}{2}+\sqrt{x^2+3x}\right)+C_2$$

ចំពោះ $t=0\,;\ x=0\ \Rightarrow\ C_2=-\sqrt{\frac{10}{g}}\ln\frac{3}{2}$

$$\Rightarrow\ t=\sqrt{\frac{10}{g}}\ln\frac{2}{3}\left(x+\frac{3}{2}+\sqrt{x^2+3x}\right)$$

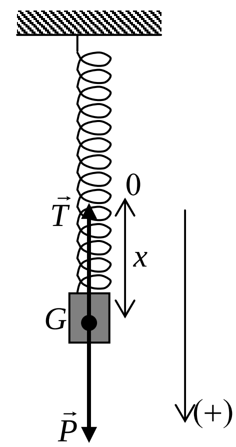
ចំពោះ $x=8;\ t=\sqrt{\frac{10}{g}}\ln\left(\frac{19+4\sqrt{22}}{3}\right)=1{,}4\,\mathrm{s}$

៥៦-រ៉ឺសរមួយមានថេរកំរាញ $k = 700\,\text{N/m}$ គេព្យួរក្នុងទិសឈរចុងម្ខាងចងភ្ជាប់នឹងចំនុចនឹងមួយ ហើយចុងម្ខាងទៀតចង់ភ្ជាប់ម៉ាស $m = 7\,\text{kg}$ ។ គេទាញរ៉ឺស័របានប្រវែង $\frac{1}{2}\text{m}$ ទៅក្រោមពីទីតាំងលំនឹង រួចគេលែងវា។ ចូរពិភាក្សាចលនានេះ បើគេកំលាំងទប់នៃខ្យល់មិនគិត ។

ចំលើយ

យើងយកគល់តំរុយត្រង់ទីតាំងលំនឹង ។

កំលាំងដែលអនុវត្តលើអង្គធាតុគឺ កំលាំងលំរឹក ព្រោះចលនាសេរីគ្មានគិតកំលាំងទប់នានា ។



$\Rightarrow m\vec{a} = -k\vec{x}$

$\Leftrightarrow m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -k \cdot x$

$\Leftrightarrow \dfrac{7}{g}\dfrac{d^2x}{dt^2} = -700x$

$\Leftrightarrow \dfrac{d^2x}{dt^2} + 100x = 0$

សមីការនេះមានឫស: $x = C_1 + \sin 10t + C_2 \cos 10t$

$\Rightarrow v = \dfrac{dx}{dt} = 10\left(C_1 \cos 10t - C_2 \sin 10t\right)$

ចំពោះ $t = 0$; $x = 0{,}05$; $v = 0$

$\Rightarrow C_2 = 0{,}05$; $C_1 = 0$

$\Rightarrow x = 0{,}05\cos 10t$ ជាចលនាអាម៉ូនិចងាយមានខួប $\dfrac{2\pi}{10}$ ។

៥៧- ដូចលំហាត់ **៥៦** ។ ក្នុងករណីនេះវាយោលក្នុងមជ្ឈដ្ឋានដែលមានកំលាំងទប់ស្មើនឹង $980v$; v ជាល្បឿន ។

ចំលើយ

ក-យើងបាន:

$7\dfrac{d^2x}{dt^2} = -700x - \dfrac{1}{4}\dfrac{dx}{dt}$

$\Rightarrow \dfrac{d^2x}{dt^2} + \dfrac{1}{28}\dfrac{dx}{dt} + 100x = 0$

ឬ $\ddot{x} + \dfrac{1}{28}\dot{x} + 100x = 0$ ជាសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលមានឫស:

$x = e^{-0{,}0179\cdot t}\left(C_1 \cos 10t + C_2 \sin 10t\right)$

$$\Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = e^{-0,0179t}\left[(10C_2 - 0,0179C_1)\cos 10t - (10C_1 + 0,0179C_2)\sin 10t\right]$$

ចំពោះ $t = 0$; $v = 0$ ហើយ $x = 0,05$

$\Rightarrow C_1 = 0,05 \Rightarrow C_2 = 0,000895$

$\Rightarrow x = e^{-0,0179t}\left(0,05\cos 10t + 0,000895\sin 10t\right)$

នេះជាចលនាលំយោលថយមានប្រេកង់ $\frac{10}{2\pi} = 1,59Hz$ មានតំលៃថេរ តែអំព្លីទុតមានតំលៃថយបន្តិចម្តងៗ កន្សោមតំលៃថយគឺ $e^{-0,0179t}$ ។

ខ-ក្នុងនេះយើងបាន

$$7\frac{d^2x}{dt^2} = -700x - 980v$$

ឬ $$7\frac{d^2x}{dt^2} = -700x - 980\frac{dx}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 140\frac{dx}{dt} + 100x = 0$$

$$\Leftrightarrow \ddot{x} + 140\dot{x} + 100x = 0$$

សមីការនេះមានឫស:

$$x = C_1e^{-0,7t} + C_2e^{-139,3t}$$

$$\Rightarrow v = \frac{dv}{dt} = -0,7C_1\,e^{-0,7t} - 139,3C_2e^{-139,3t}$$

ចំពោះ $t = 0$; $x = 0,05$; $v = 0$

$\Rightarrow C_1 = 0,0503$; $C_2 = -0,0003$

$\Rightarrow x = 0,0503e^{-0,7t} - 0,0003e^{-139,3t}$

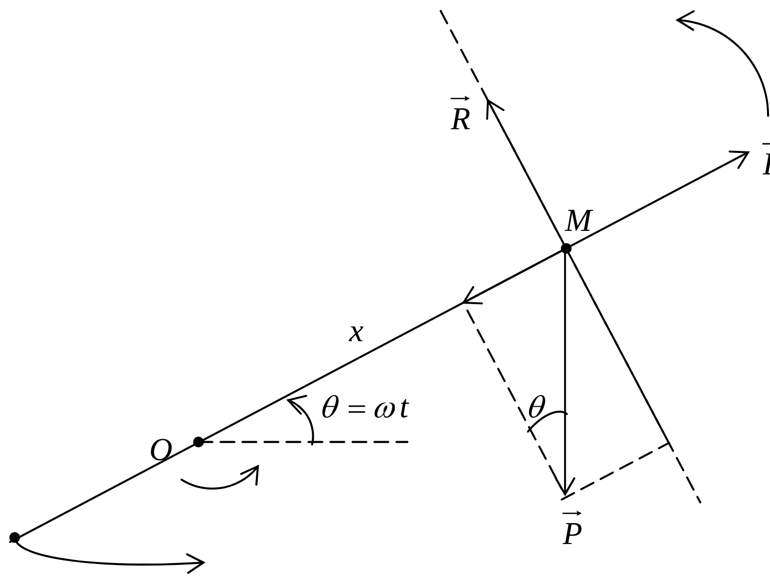
នេះមិនមែនជាចលនាលំយោលទេ។ បន្ទាប់ពីបំលាស់ទីដើមម៉ាស m ធ្វើចលនាបន្តិចម្តងវិកិលរកទីតាំង លំនឹង ។

៥៨-គុជ (Perle) រអិលដោយគ្មានកកិតលើរបាមិនគិតម៉ាស ហើយរបានេះវិលដោយល្បឿនមុំថេរ ω ជុំវិញផ្ចិតO របស់វា ។ ចូរកំនត់ចលនារបស់វា:

ក-បើគុជដំបូងនៅនឹងត្រង់O ។

ខ-បើគុជដំបូងនៅនឹងត្រង់Oហើយវាធ្វើចលនាដោយល្បឿន $g/2\omega$ ។

ចំលើយ



របារវិលក្នុងប្លង់ឈរ ។

តាង x ជាចំងាយពីO របស់គុជនៅខណៈ t ។

កំលាំងដែលគុជរងគឺ:

$\vec{R} + \vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$

ធ្វើចំនោលយើងបាន:

$-P\sin\theta + F = ma$

F ជាកំលាំងចាកផ្ចិត $\Rightarrow F = m\omega^2 \cdot x$

$\Rightarrow -mg\sin\omega t + m\omega^2 \cdot x = m\dfrac{dx^2}{dt}$

$\Leftrightarrow \dfrac{d^2x}{dt^2} - \omega^2 \cdot x = -g \cdot \sin\omega t$

សមីការនេះមានឫស:

$x = C_1 e^{\omega t} + C_2 e^{-\omega t} + \dfrac{g}{2\omega^2}\sin\omega t$

$\Rightarrow v = \dfrac{dx}{dt} = \omega C_1 e^{\omega t} - \omega C_2 e^{-\omega t} + \dfrac{g}{2\omega}\cos\omega t$

ក-ចំពោះ $t = 0$; $x = 0$; $v = 0$

$\Rightarrow C_1 + C_2 = 0$ ហើយ $C_1 - C_2 + \dfrac{g}{2\omega^2} = 0$

$$\Rightarrow C_1 = C_2 = -\frac{g}{4\omega^2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{g}{4\omega^2}\left(e^{-\omega t} - e^{\omega t}\right) + \frac{g}{2\omega^2}\sin\omega t$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{g}{2\omega^2} sh\omega t + \frac{g}{2\omega^2}\sin\omega t$$

ខ-ចំពោះ $t = 0\,;\ x = 0\,;\ v = \dfrac{g}{2\omega}$

$$\Rightarrow C_1 + C_2 = 0\ ;\ C_1 - C_2 = 0\ \Rightarrow C_1 = C_2 = 0$$

ដូចនេះ $x = \dfrac{g}{2\omega^2}\sin\omega t$

៥៩-ម៉ាសមួយ$10kg$ ត្រូវបានគេព្យួរទៅនឹងរ៉ឺសរមួយមានថេរកំរាញ $\mathrm{k} = 1210\,\mathrm{N/m}$ ។ ចុងខាងលើនៃរ៉ឺស័រធ្វើចលនាតាមច្បាប់ $y = \sin 2t + \cos 2t$ ។ បង្ហាញពីចលនារបស់វា កំលាំងទប់នៃខ្យល់មិនគិត ។

<u>ចំលើយ</u>

យើងយកគល់តំរុយត្រូវផ្ចិតនិចលភាពនៃម៉ាសត្រង់ទីតាំងលំនឹង ។ បើ x ជាបំលាស់ទីរបស់វានៅខណៈ t ។ អេឡុងកាស្យុងនៃរ៉ឺស័រគឺ $(x - y)$ ។

ដូចនេះយើងបានកំលាំងដែលមានអំពើលើម៉ាស គឺមានតែកំលាំងរំលឹកនៃរ៉ឺសរ

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -K\left(x - y\right)$$

$$\Leftrightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} = -1210\left(x - \sin 2t - \cos 2t\right)$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + 121x = 121\left(\sin 2t + \cos 2t\right)$$

សមីការនេះមានចំលើយ:

$$x = C_1\cos 11t + C_2\cos 11t + \frac{242}{117}\left(-\sin 2t + \cos 2t\right)$$

$$\Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = -11C_1\sin 11t + 11C_2\cos 11t + \frac{242}{117}\left(-\sin 2t + \cos 2t\right)$$

ចំពោះ $t = 0\,;\ x = 1\,;\ v = 0$

$$\Rightarrow C_1 = -0{,}034\ ;\ C_2 = -0{,}188$$

$$\Rightarrow x = -0{,}034\cos 11t - 0{,}188\sin 11t + 1{,}034\left(\sin 2t + \cos 2t\right)$$

៦០-ម៉ាសមួយ 30kg ត្រូវបានគេព្យួរនឹងរ៉ឺស័រមួយមានថេរកំរាញ $\mathrm{k} = 750\,\mathrm{N/m}$ ហើយមកកាន់ទីតាំងលំនឹង ។ បង្ហាញសមីការចលនារបស់ម៉ាស បើកំលាំងដែលអនុវត្តគឺ: $20\sin 2t$ ។

ចំលើយ

យើងយកគល់តំរុយត្រង់ផ្ចិតនិចលភាពនៃម៉ាសត្រង់ទីតាំងលំនឹង ។

កំលាំងដែលអនុវត្តលើម៉ាស:

$$\vec{F} + \vec{T} = m\vec{a} \quad \Leftrightarrow \quad F - T = ma$$

$$\Leftrightarrow\ 30\frac{d^2x}{dt^2} = 20\sin 2t - 750x$$

$$\Leftrightarrow\ 30\frac{d^2x}{dt^2} + 750x = 20\sin 2t$$

សមីការនេះមានឫស:

$$x = C_1\cos 5t + C_2\sin 5t + \frac{2}{63}\sin 2t$$

$$\Rightarrow\ v = \frac{dx}{dt} = -5C_1\sin 5t + 5C_2\cos 5t + \frac{4}{63}\cos 2t$$

នៅលក្ខខ័ណ្ឌដើម³ $x = 0\ ;\ v = 0$

$$\Rightarrow\ C_1 = 0\,;\ C_2 = \frac{-4}{315}$$

$$\Rightarrow\ x = -0{,}013\sin 5t + 0{,}032\sin 2t$$

បំលាស់ទីនេះ គឺជាផលបូកពីជគណិតនៃបំលាស់ទីពីរមានរាងស៊ីនុយសូអ៊ីតដែលមានខួបផ្សេងគ្នា ។

៦១-ភាគល្អិតមួយមានម៉ាស m ត្រូវបានរុញដោយកំលាំងមួយច្រាសសមាមាត្រទៅនឹងគូបនៃចំងាយបំលាស់ទី ρ របស់វា ។ បើវាចេញដំណើរពីចំនុច $\rho = a\,;\ \theta = 0$ (មុំ) ល្បឿន v_o កែងនឹងអ័ក្ស (Ox) ។ បង្ហាញសមីការ គន្លង ។

ចំលើយ

កុំប៉ូសង់ Radiale ហើយកែងទៅនឹងកំលាំងជំរុញគឺ:

$$F_\rho = \frac{k}{\rho^3}\ ;\ F_\theta = 0$$

តាង $K = mk^2 \Rightarrow F_\rho = \dfrac{mk^2}{\rho^3}$

តាមកូអរដោនេប៉ូលែ:

$$\begin{cases} m\left(\dfrac{d^2\rho}{dt^2}-\rho\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2\right)=m\dfrac{k^2}{\rho^3} \\ m\left(2\dfrac{d\rho}{dt}\dfrac{d\theta}{dt}+\rho\dfrac{d^2\theta}{dt^2}\right)=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{d^2\rho}{dt^2}-\rho\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2=\dfrac{k^2}{\rho^3} & (1) \\ \rho\dfrac{d^2\theta}{dt^2}+2\dfrac{d\rho}{dt}\dfrac{d\theta}{dt}=0 & (2) \end{cases}$$

ធ្វើអាំងតេក្រាល (2) $\Rightarrow \rho^2\dfrac{d\theta}{dt}=C_1$ ពេល $t=0$; $\rho=a$

និង $\rho\dfrac{d\theta}{dt}=v_0 \Rightarrow C_1=av_0$ ហើយ $\dfrac{d\theta}{dt}=\dfrac{av_0}{\rho^2}$

ជំនួសក្នុង (1) $\Rightarrow \dfrac{d^2\rho}{dt^2}=\dfrac{a^2{v_0}^2}{\rho^3}+\dfrac{k^2}{\rho^3}$

ដោយគុណអង្គនឹង $2\dfrac{d\rho}{dt}$

$$\Rightarrow 2\frac{d\rho}{dt}\frac{d^2\rho}{dt^2}=2\frac{a^2\cdot{v_0}^2+k^2}{\rho^3}\frac{d\rho}{dt}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{d\rho}{dt}\right)^2=-\frac{a^{2v}{v_0}^2+k^2}{\rho^2}+C_2$$

ចំពោះ $t=0$; $\rho=a$ ហើយ $\dfrac{d\rho}{dt}=0$

$$\Rightarrow C_2=\frac{a^2v^2+k^2}{a^2}$$

ហើយ $\left(\dfrac{d\rho}{dt}\right)^2=\left(a^2{v_0}^2+k^2\right)\left(\dfrac{1}{a^2}-\dfrac{1}{\rho^2}\right)$

$$=\left(a^2{v_0}^2+k^2\right)\frac{\rho^2-a^2}{a^2\rho^2}$$

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2=\frac{a^2{v_0}^2}{\rho^4}\ ;\ \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2=\frac{\left(a^2{v_0}^2+k^2\right)\rho^2\left(\rho^2-a^2\right)}{a^4{v_0}^2}$$

ហើយ $\dfrac{d\rho}{\rho\sqrt{\rho^2-a^2}}=\dfrac{\sqrt{a^2{v_0}^2+k^2}}{a^2v_0}d\theta$

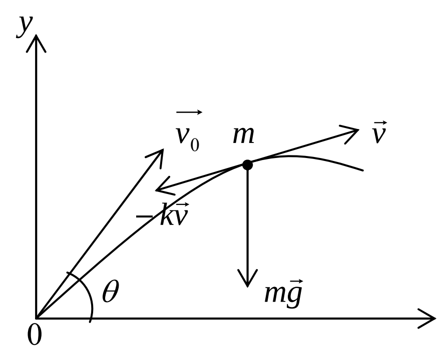
ធ្វើអាំងតេក្រាល $\Rightarrow \dfrac{1}{a}\mathrm{Arcsec}\dfrac{\rho}{a}=\dfrac{\sqrt{a^2{v_0}^2+k^2}}{a^2v_0}\theta+C_3$

ចំពោះ $t=0\,;\ \rho=a\,;\ \theta=0\ \Rightarrow\ 0\cdot C_3=0$

$$\Rightarrow\ \rho=a\sec\frac{\sqrt{a^2{v_0}^2+k^2}}{av_0}\cdot\theta$$

៦២-គ្រាប់បាញ់មួយមានម៉ាស m ត្រូវបានគេបាញ់នៅក្នុងខ្យល់ ដោយល្បឿនដើម v_0 ផ្គុំបានមុំ θ ជាមួយអ័ក្សដេក ។ កំលាំងផ្សេងមិនគិតក្រៅពីកំលាំងទំនាញនិងទំនប់នៃខ្យល់ ។ កំលាំងទប់នៃខ្យល់សមាមាត្រទៅនឹងល្បឿន ។ បង្ហាញទីតាំងនៃគ្រាប់បាញ់នៅខណៈ t ។

<u>ចំលើយ</u>



កំលាំងដែលមានអំពើលើប្រាប់

$$\sum\vec{f}=\vec{P}+\vec{f}=m\vec{a}$$

ដោយ $\vec{f}=-k\vec{v}$

$$\Rightarrow\ \vec{P}-k\vec{v}=m\vec{a}\qquad(1)$$

- ធ្វើចំនោល (1) លើ (Ox)

$$-k\frac{dx}{dt}=m\frac{dv_x}{dt}$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{k}{m}\frac{dx}{dt}$$

តាង $\dfrac{k}{m}=K$

$$\Rightarrow\ \frac{d^2x}{dt^2}=-K\frac{dx}{dt}\qquad(2)$$

-ធ្វើចំនោល (1) លើ (Oy)

$$-P-k\frac{dy}{dt}=m\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\Rightarrow\ \frac{d^2y}{dt^2}=-g-K\frac{dy}{dt}\qquad(3)$$

$$(2)\Rightarrow\int\frac{d^2y}{dt^2}=\int-K\frac{dx}{dt}$$

$$\Leftrightarrow\ \frac{dx}{dt}=-Kx+C_1$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{1}{K}C_1+C_2e^{-kt}$$

$$(3) \Rightarrow \int \frac{d^2 y}{dt^2} = \int -g - K\frac{dy}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dy}{dx} = -gt - K\,y + K_1$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{K}K_1 + K_2 e^{-kt} - g\left(\frac{1}{k}t - \frac{1}{k^2}\right)$$

នៅលក្ខណដើម: $x = y = 0$; $\frac{dx}{dt} = v_0 \cos\theta$

$\frac{dy}{dt} = v_0 \cos\theta$ ចំពោះ $t = 0$

$$\Rightarrow C_1 = v_0 \cos\theta; \quad C_2 = -\frac{1}{K}v_0\cos\theta; \qquad K_1 = v_0 \sin\theta;$$

$$K_2 = -\frac{1}{K}v_0 \sin\theta - \frac{1}{k^2}\cdot g$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{K}(v_0 \cos\theta)\left(1 - e^{-Kt}\right)$$

$$y = \frac{1}{K}\left[\left(\frac{g}{K} + v_0 \sin\theta\right)\left(1 - e^{-Kt}\right) - gt\right]$$

៦៣-សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលនៃចលនាលំយោលមួយមានទីតាំង x ស្ថិតនៅលើអ័ក្ស $(o,\vec{i})$ គឺ: $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$

ចំលើយនៃសមីការនេះអាចសរសេរជារាង:

$$x = x_0 \cos\omega t + \frac{\dot{x}_0}{\omega}\sin\omega t$$

ក-ចូរប្រាប់ពីប៉ារ៉ាម៉ែត្រ x_0 និង $\dot{x}_0$ ។

ខ-គណនាល្បឿន $\dot{x}(t)$ ។

គ-បង្ហាញថា ចំលើយអាចសរសេរក្រោមទំរង់:

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$$

ចូរសរសេរ x_m; $\cos\varphi$; $\sin\varphi$ និង $\operatorname{tg}\varphi$ ជាអនុគមន៍នៃ x_0, $\dot{x}_0$ និង ω ។

ចំលើយ

ក-យើងមាន:

$$x = x_0 \cos\omega t + \frac{\ddot{x}_0}{\omega}\sin\omega t$$

x_0 : ជាបំលាស់ទីនៅខណ: $t = 0$

$\dot{x}_0$: ជាល្បឿនដើមនៅខណៈ $t = 0$

ខ-គណនាល្បឿន $v(t) = \dot{x}(t)$

$$\Rightarrow \dot{x}_{(t)} = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x_0 \cos \omega t + \frac{\dot{x}_0}{\omega} \sin \omega t \right)$$

$$\Rightarrow \dot{x}(t) = -\omega x_0 \cos \omega t + \dot{x}_0 \cos \omega t$$

គ-សរសេរឫសសមីការនេះតាមរាង $x = x_m \cos(\omega t + \varphi)$

យើងមាន: $x = x_0 \cos \omega t + \dfrac{\dot{x}_0}{\omega} \sin \omega t$

យើងគុណអង្គខាងស្តាំ $\dfrac{\sqrt{x_0{}^2 + \left(\dfrac{\dot{x}_0}{\omega}\right)^2}}{\sqrt{x_0{}^2 + \left(\dfrac{\dot{x}_0}{\omega}\right)^2}}$

តាង $\rho = \sqrt{x_0{}^2 + \left(\dfrac{\dot{x}_0}{\omega}\right)^2}$ ។

$$\Rightarrow x = \rho \cdot \frac{x_0}{\rho} \cos \omega t + \rho \cdot \frac{\frac{\dot{x}_0}{\omega}}{\rho} \sin \omega t$$

យើងបាន: $\dfrac{x_0}{\rho} = \cos \varphi \,;\ \dfrac{\frac{\dot{x}_0}{\omega}}{\rho} = \sin \varphi$

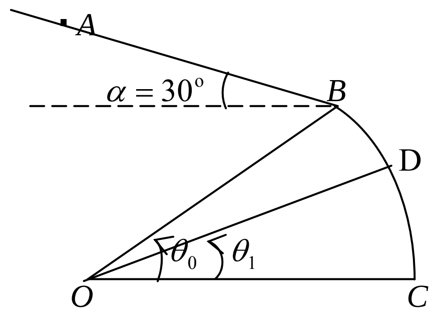
$$\Rightarrow x = \rho(\cos \varphi \cos \omega t + \sin \varphi \sin \omega t)$$

$$\Leftrightarrow x = \rho \cdot \cos(\omega t - \varphi) \ ;\ \rho = x_m$$

$$\Rightarrow x = x_m \cos(\omega t - \varphi)$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{x_0{}^2 + \left(\frac{\dot{x}_0}{\omega}\right)^2} (\cos \varphi \cos \omega t + \sin \varphi \sin \omega t)$$

៦៤-ទរររិលមួយកើតពីបន្ទាត់ $AB = \ell = 1\,\text{m}$ និងធ្នូ $\overset{\frown}{\text{BC}}$ ផ្ចិត0 មានកាំ $r = 2\,\text{m}$ ដូចរូប ។ អង្គធាតុមួយចាត់ទុកដូចចំនុចរូបធាតុត្រូវបានគេលែងដោយគ្មានល្បឿនដើម ។ កំលាំងកកិតមិនគិត ។ បង្ហាញថា អង្គធាតុនេះចាកចេញពីទរត្រង់ D ។ គណនាមុំ $\theta_1 = (\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OD})$ ។ អនុវត្តជាលេខ: $\theta_0 = \left(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD}\right) = 60^0$ ។



ចំលើយ

នៅលើប្លង់ទេរ AB យើងជ្រើសតំរុយកាលីលេ $(G, \vec{i}, \vec{j})$ មកសិក្សា ។

តាមទ្រឹស្តីបទថាមពលស៊ីនេទិចយើងបានកម្មន្តបំលាស់ទីពី $\mathrm{A} \to \mathrm{B}$:

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overline{AB} = \Delta E_c$$

$\vec{F}$ ជាកំលាំងសរុបដែលអនុវត្តលើអង្គធាតុ:

$$\vec{F} = \vec{P} + \vec{R}$$

$$\Rightarrow W_{AB}(\vec{F}) = W_{A\to B}(\vec{P}) + W_{A\to B}(\vec{R})$$

យើងបាន: $W_{A\to B}(\vec{R}) = \vec{R} \cdot \overrightarrow{AB} = 0\,;\ (\vec{R} \perp \overrightarrow{AB})$

$$W_{A\to B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = P \cdot AB = P \cdot AB\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$= P\ AB\sin\alpha$$

$$\Rightarrow \Delta E_C = P\ AB\sin\alpha = mg\ell\sin\alpha$$

ហើយ $\Delta E_C = \frac{1}{2}mv_B{}^2 - \frac{}{2}mv^2{}_{A=0}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2{}_B = mg\ell\sin\alpha$$

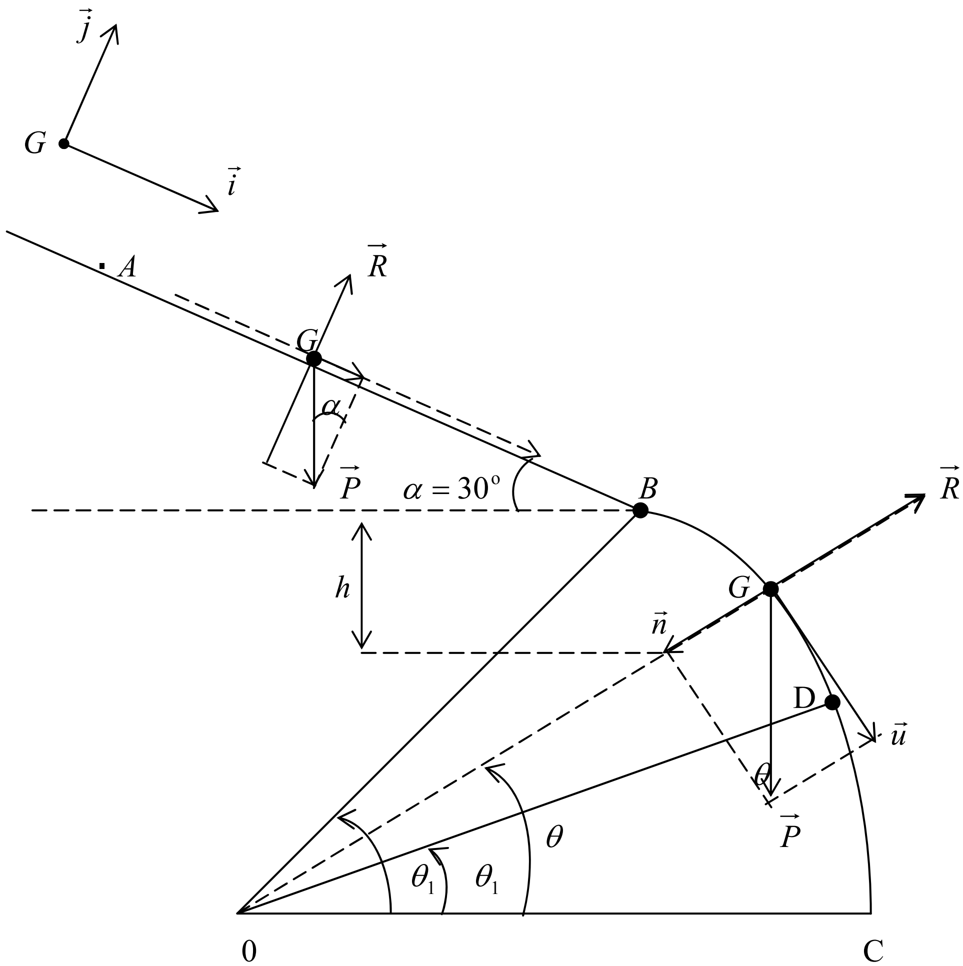
$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2gl\sin\alpha}$$

$$= \sqrt{2\times 10\times 1\sin 30^{\circ}} = \sqrt{10}\ \text{ m/s}$$

អង្គធាតុផ្លាស់ទីពី $B \to C$ ជាចលនាវង់ ។

យើងសិក្សានៅក្នុងតំរុយប្រេណេ $(G, \vec{u}, \vec{n})$ ។

កំលាំងដែលអនុវត្តលើអង្គធាតុ:



$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

-ធ្វើចំនោល (1) លើ $(G \cdot \vec{u})$

$P\cos\theta = ma_t = m\dfrac{dv}{dt}$

$\Rightarrow\ g\cos\theta = \dfrac{dv}{dt}$

-ធ្វើចំនោល (2) លើ $(G, \vec{n})$

$\Rightarrow\ P\sin\theta - F = ma_n = m\dfrac{v^2}{r} \Leftrightarrow g\sin\theta - F = \dfrac{v^2}{r}$

ដើម្បីអោយអង្គធាតុធ្លាក់ចេញពីធ្នូត្រង់ D លុះត្រាតែ: $F = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} g\cos\theta_1 = \dfrac{dv}{dt} \\ g\sin\theta_1 = \dfrac{{v_D}^2}{r} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v^2{}_D = rg\sin\theta_1$$

ម្យ៉ាងទៀត ថាមពលស៊ីនេទិច:

$$\Delta E_C = W_{BD}\left(\vec{F}\right)$$
$$W_{B\to D}\left(\vec{F}\right) = W_{B\to D}\left(\vec{P}\right) + W_{B\to D}\left(\vec{R}\right)$$
$$W_{B\to D}\left(\vec{R}\right) = \overset{\frown}{BD}\cdot\vec{R} = 0\ ;\ \overset{\frown}{BD}\perp\vec{R}$$
$$W_{B\to D}\left(\vec{P}\right) = \overset{\frown}{BD}\cdot\vec{P} = mgh$$

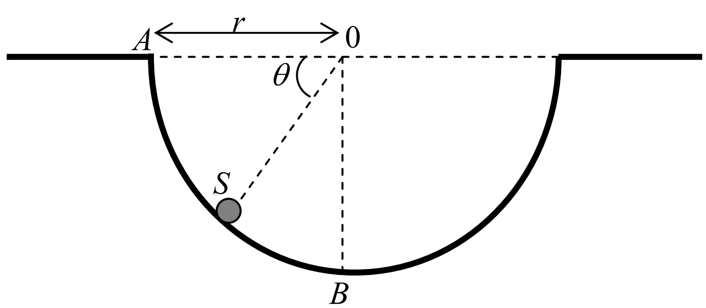
ហើយ $\Delta E_C = \frac{1}{2}mv^2{}_D - \frac{1}{2}mv^2{}_B$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2{}_D - \frac{1}{2}mv^2{}_B = mgh$$

តែ $h = r - R\sin\theta_1 = r(1-\sin\theta_1)$; $\sin\theta_0 = 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v^2{}_D - \frac{1}{2}v^2{}_B = gr(1-\sin\theta_1)$$
$$\Leftrightarrow rg\sin\theta_1 - v^2{}_B = 2gr - 2gr\sin\theta_1$$
$$\Rightarrow 3rg\sin\theta_1 = 2gr + v^2{}_B$$
$$\Rightarrow \sin\theta_1 = \frac{2gr(\sin\theta_0) + v_B{}^2}{3gr} = \frac{2\times10\times2+10}{3\times10\times2} = 0{,}8333 = 0{,}744$$
$$\Rightarrow \theta_1 = 56{,}44^{\circ}\ ;\ \theta_1 = 48{,}07^{\circ}$$

៦៥-អង្គធាតុ S ចាត់ទុកដូចចំនុចរូបធាតុមានម៉ាស $m = 10\,\mathrm{g}$ អាចរអិលនៅក្នុងកន្លះស្វ៊ែផ្ចិត0 និងកាំ $r = 1{,}25$ m ។ គេលែងវាពីចំនុច A ដោយល្បឿនដើម ។ ទីតាំងវានៅក្នុងកន្លះស្វ៊ែតាងដោយមុំ θ ។



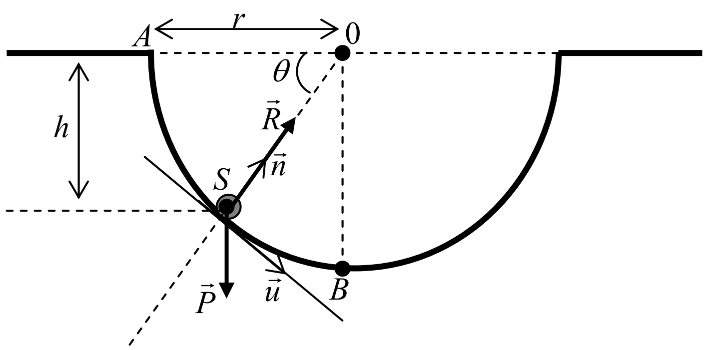
a). គេចាត់ទុកថាអង្គធាតុធ្វើចលនាដោយគ្មានកកិត ។

ក-គណនាល្បឿនត្រង់ចំនុច ំជាអនុគមន៍ g, r និង θ រួចគណនាជាលេខត្រង់ B, $g = 10\,\mathrm{ms}^2$ ។

ខ-បញ្ជាក់លក្ខខ័ណ្ឌកំលាំងមានអំពើលើស្វ៊ែអង្គធាតុត្រង់ M ដោយកន្លះស្វ៊ែ ។ រួចគណនាវាជា អនុគមន៍ g , r និង θ ។ រួចគណនាតំលៃនេះត្រង់ B ។

b). តាមពិតអង្គធាតុនេះមកដល់ត្រង់ B ដោយល្បឿន $4{,}5\,\text{ms}^{-1}$ ។ វារងនូវកំលាំងកកិត $\vec{f}$ ដែលមានទិសដូរល្បឿន $\vec{v}$ នៃចល័ត តែមានទិសដៅផ្ទុយហើយមានអាំងតង់ស៊ីតេថេរ ។ គណនាកំលាំង f នេះ ។

<u>ចំលើយ</u>



a). <u>កំនត់ល្បឿនត្រង់ M ជាអនុគមន៍ g, r និង θ</u>

ក-សិក្សានៅក្នុងតំរុយប្រេណែ $(M,\vec{u},\vec{n})$

$$W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)=\vec{F}\cdot\sum_{A}^{M}\overrightarrow{\Delta l}$$

$$\Rightarrow W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)=W_{A\to M}\left(\vec{P}\right)+W_{A\to M}\left(\vec{R}\right)$$

$$\Rightarrow W_{A\to M}\left(\vec{R}\right)=\vec{R}\cdot\overset{\frown}{AM}=0\ ;\ \vec{R}\perp\overset{\frown}{AM}$$

$$\Rightarrow W_{A\to M}\left(\vec{P}\right)=\vec{P}\cdot\overset{\frown}{AM}=mgh$$

$$\Rightarrow h=r\sin\theta$$

$$\Rightarrow W_{A\to M}\left(\vec{F}\right)=mgr\sin\theta$$

ម្យ៉ាងទៀត: $W_{A\to B}\left(\vec{F}\right)=\Delta E_C=\frac{1}{2}mv^2{}_M-\frac{1}{2}mv^2{}_{A=0}$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2{}_M=mgr\sin\theta$$

$$\Rightarrow v_M=\sqrt{2gr\sin\theta}$$

ចំពោះល្បឿនត្រង់ $B\Rightarrow\ \theta=\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow v_B=\sqrt{2gr\left(\sin\frac{\pi}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow v_B=\sqrt{2\times10\times1{,}25}=5\,\text{m/s}$$

ខ-កំលាំង $\vec{R}$ ជាកំលាំងប្រតិកម្មរបស់កន្លះស្វ៊ែលើអង្គធាតុ ។

មានចំនុចចាប់ត្រង់ផ្ទៃប៉ះគ្នា និងទិសនៅលើកាំស្វ៊ែមានទិសដៅចូលផ្ចិត ។

កំលាំងដែលមានអំពើលើអង្គធាតុ:

$\vec{P}+\vec{R}=m\vec{a}$

-ធ្វើចំនោល (1) លើ $(M,\overrightarrow{N})$

$\Rightarrow -P\cos\theta+R=m\dfrac{v_M^2}{r}$

$\Rightarrow R=m\dfrac{v_M^2}{r}+mg\cos\theta$

តែ $v_M^2=2gr\sin\theta$

$\Rightarrow R=m\dfrac{2gr\sin\theta}{r}+mg\cos\theta$

$R=2g\sin\theta\times m+mg\cos\theta$

ចំពោះត្រង់ B $\Rightarrow\theta=\dfrac{\pi}{2}$

$\Rightarrow R=2\times10\times1\times10\cdot10^{3}=0{,}2\,\mathrm{N}$

b). ដោយល្បឿនមកដល់ B មាន 4,5m/s

ដោយល្បឿនប៉ះនឹងគន្លង $\Rightarrow$ ប៉ះនឹងគន្លងដែរ តែមានទិសដៅផ្ទុយពី $\vec{v}$ ។

យើងបានកំលាំងដែលអនុវត្តលើអង្គធាតុ:

$\vec{f}+\vec{P}+\vec{R}=\varepsilon m\vec{a}$ (2)

-ធ្វើចំនោល (2) លើ $(a,B,\vec{u})$

$\Rightarrow -f=ma_t=m\dfrac{dv}{dt}$

$\Rightarrow \int_0^{v_b}dv=\int_0^t-\dfrac{f}{m}\cdot dt$

$\Rightarrow v_B=-\dfrac{f}{m}\cdot t$

ម្យ៉ាងទៀតចលនានេះជាចលនាវង់ប្រែប្រួល នាំអោយសមីការពេល:

$\Rightarrow \theta=\dfrac{1}{2}\ddot{\theta}t^2;\ \theta=\dot{\theta}\cdot \mathrm{t}$

$v=R\dot{\theta}\ \Rightarrow\dot{\theta}=\dfrac{v}{r}\ \Rightarrow\theta=\dfrac{v}{r}\cdot t$

$\Rightarrow t=\dfrac{r\theta}{v}$ ចំពោះត្រង់ B; $\theta=\dfrac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow t=\frac{1{,}25\times\dfrac{\pi}{2}}{4{,}5}=0{,}436\,\mathrm{s}$$

$$\Rightarrow |\,f\,| = \frac{mv_B}{t} = \frac{10\times10^{-3}\times4{,}5}{0{,}436} = 0{,}1032\,\mathrm{N}$$

៦៦-ស្វ៊ែស្មើសាច់មួយមានកាំ a និងម៉ាសមាឌ ρ ហើយត្រូវបានគេលែងដោយគ្មានល្បឿនដើមនៅក្នុងអង្គធាតុរាវមានម៉ាសមាឌ ρ_2 ។ ភាពខាប់នៃអង្គធាតុរាវអនុវត្តកំលាំងដែលចែកជាពីរៈ កំលាំងដោលអាស៊ីម៉ែដ និងកំលាំងភាពខាប់ $\vec{f} = -6\pi\mu\, a\vec{v}$ ។

ក-បង្ហាញសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលដែលអាចកំនត់ល្បឿនស្វ៊ែជាអនុគមន៍នៃពេល ។

ខ-ធ្វើអាំងតេក្រាលនៃសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលនេះ ចូរបង្ហាញថា ស្វ៊ែទៅដល់ល្បឿនលីមីតតាមទិសឈរ v_L ។ ទាញរកថេរពេល τ ។

គ-អនុវត្តជាលេខៈ

-ឃ្លីធ្វើពីដែកថែបៈ $a = 0{,}1\,\mathrm{cm}$; $\rho = 7{,}9\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$

-គ្លីសេរីនៈ $\rho_L = 1\,\mathrm{gcm^{-1}}$; $\mu = 14\,\mathrm{gm^{-1}s^{-1}}$; $\mathrm{g} = 9{,}8\,\mathrm{ms^{-2}}$

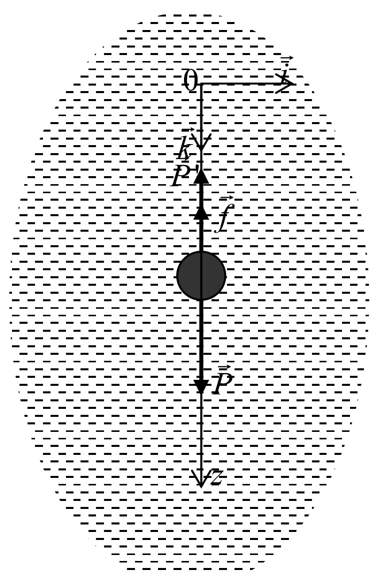
គណនាថេរពេល τ លក្ខណៈរបស់ទន្លាក់សេរីនៃឃ្លីក្នុងគ្លីសេរីន ។ គណនាល្បឿនលីមីត ។

តើអាចសិក្សារបៀបដូចគ្នានូវទន្លាក់សេរីនៃឃ្លីនៅក្នុងខ្យល់ដោយដឹងថា μ តូចជាង $18\cdot10^{-5}\,\mathrm{gcm^{-1}s^{-1}}$?

ចំលើយ

ក-យើងជ្រើសតំរុយសិក្សាគឺតំរុយកាលីលេ $\mathrm{R}(O,\vec{\mathrm{i}},\vec{\mathrm{j}})$ ហើយសិក្សាចលនារបស់ឃ្លីតាមអ័ក្ស $(O,\vec{k})$ យកទិសដៅចុះក្រោម ។

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច



$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a}$

ដោយ $\vec{\mathrm{f}} = -6\pi\mu\mathrm{a}\vec{v}$

$\Rightarrow \vec{\mathrm{P}}' + \vec{\mathrm{P}} - 6\pi\mu\vec{v} = m\vec{a}$

ដោយចលនានេះនៅលើតែអ័ក្ស $(O,\vec{k})$

ធ្វើចំនោលលើ $(O,\vec{k})$

$$P' - P - 6\pi\,\mu\,\mathrm{a}\,v = m\frac{dv}{dt}$$

$$-m'g + mg - 6\pi\,\mu\,a\frac{dz}{dt} = m\frac{d\dot{z}}{dt}$$

ហើយ $m = \dfrac{4}{3}\pi a^3\rho$

$$-\frac{4}{3}\pi a^3 + \frac{4}{3}\pi a^3\rho - 6\pi\mu a \quad \frac{dz}{dt} = m\frac{d^2z}{dt}$$

$$m\ddot{z} + 6\pi\mu a \quad \dot{z} = \frac{4}{3}\pi a^2 g(\rho - \rho_L)$$

$$\Rightarrow \ddot{z} + \frac{6\pi\mu a}{m}\dot{z} = \frac{g}{\rho}(\rho - \rho_L)$$

ខ-ដោះស្រាយនេះដំបូងរកចំលើយពិសេសដោយ

$$\ddot{z} + \frac{6\pi\mu a}{m}\dot{z} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\dot{z}}{dt} + \frac{\pi\mu a}{m}\dot{z} = 0$$

$\Leftrightarrow \dot{z} = A\, e^{-\frac{6\pi\mu a}{m}\cdot t}$ តាង $\tau = \dfrac{m}{6\pi\mu a}$ ថេរពេល

$\Rightarrow \dot{z} = A\, e^{-\frac{t}{\tau}}$; A: ចំនួនថេរ

ចំលើយពិសេសត្រូវកំនត់នៅអង្គទី ២ (ថេរ)

$\dot{z} = \dot{z}_L$ ថេរ $\quad \Rightarrow \dot{z}_L = \dfrac{\tau . g}{\rho}(\rho - \rho_L)$

ដូចនេះចំលើយទូទៅ:

$$\dot{z} = \dot{z}_L + A\cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

អនុវត្តនៅលក្ខខ័ណ្ឌដើម $t = 0\,;\ \dot{z}_o = 0 \Rightarrow A = -\dot{z}_L$

$$\Rightarrow \dot{z} = \dot{z}_L\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

ល្បឿនទទ្លាក់ជាអាស៊ីមតូតនៃល្បឿនលីមីត $\dot{z}_L$ ។

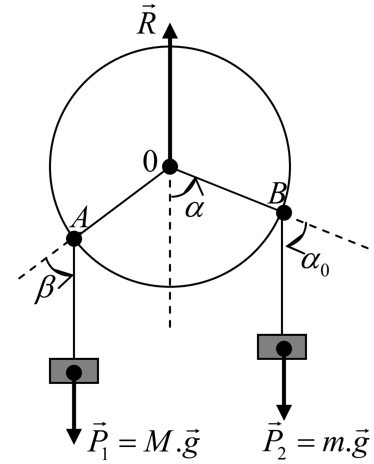
បើ $t = 3\tau$ ជាចលនាឯកសណ្ឋាន ។

គ-អនុវត្តជាលេខ:

$\tau = 1{,}25\cdot 10^{-3}\ \mathrm{s}$ ហើយ $\dot{z}_L = 1{,}1\,\mathrm{cm.s^{-1}}$

៦៧-នៅក្នុង A និង B នៃកាំរង្វង់ពីរកែងគ្នា(រង្វង់តែមួយមានផ្ចិតO កាំ r) គេព្យួរម៉ាសពីរ $\mathrm{M} = 1{,}732\,\mathrm{kg}$ នៅត្រង់ A និង $\mathrm{m} = 1\mathrm{kg}$ នៅត្រង់ B ។ រង្វង់នេះស្ថិតនៅក្នុងប្លង់ឈរ ហើយអាចវិលជុំវិញអ័ក្សដេកកាត់តាមផ្ចិតវា។ ចូរកំនត់ទីតាំងលំនឹងស៊ុមកំនត់ដោយមុំ α កើតឡើងពីកាំ OB ជាមួយអ័ក្សដេក។

ចំលើយ



យើងចាត់ទុករង្វង់មានផ្ចិតនិចលភាពត្រង់0 ។

ដូចនេះកំលាំងដែលមានអំពើលើរង្វង់ត្រង់0គឺ

$\vec{P}_1$; $\vec{P}_2$ និង $\vec{R}$

ប្រព័ន្ធមានលំនឹងគឺផលបូកកំលាំងទាំងនេះស្មើសូន្យ ។

$\Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{R} = 0$

$\Leftrightarrow (M+m)\vec{g} + \vec{R} = 0$

$\Rightarrow \vec{R} = -(\mathrm{M+m})\vec{\mathrm{g}}$

ប្រព័ន្ធនេះអាចវិលជុំវិញអ័ក្សដេកតាម0ដូចនេះម៉ូម៉ងសរុបនៃកំលាំងធៀបនឹងអ័ក្សដេកសូន្យ ។

$M_{O(\vec{P}_1)} + M_{O(\vec{P}_2)} + M_{O(\vec{R})} = 0$

ដោយ $M_{O(\vec{R})} = 0$; គ្មានប្រវែងដៃឈ្នាស់

$\Rightarrow \overrightarrow{OA} \wedge \vec{P}_1 + \overrightarrow{OB} \wedge \vec{P}_2 = 0$

$\Leftrightarrow OA \cdot P \cdot \sin(\overrightarrow{OA}, \vec{P}_1) + OB \cdot P_2 \sin(\overrightarrow{OB}, \vec{P}_2) = 0$

តាង $(\overrightarrow{OA}, \vec{P}_1) = \beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ ។

$(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{mg}) = \alpha_0 = -\alpha$

$\Rightarrow r.Mg\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + rmg\sin(-\alpha) = 0$

$\Leftrightarrow M\cos\alpha - m\sin\alpha = 0$

$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{M}{m} = 1{,}732 \approx \sqrt{3}$

ដូចនេះ $\alpha \approx 60^\circ$

៦៨-ភាគល្អិតមួយផ្លាស់ទីលើរង្វង់មានកាំ r ក្រោមអំពើនៃកំលាំងទំនាញ $F = \frac{k}{r^2}$ ។ គណនា:

ក-ល្បឿននិងថាមពលស៊ីនេទិច ។

ខ-ម៉ូម៉ងស៊ីនេទិច ។

គ-ថាមពលប៉ូតង់ស្យែល $\mathrm{E}_{\mathrm{p}(r)}$ ដោយដឹងថា $E_{p(\infty)} = 0$ ។

ឃ-គណនាថាមពលសរុប ។

<u>ចំលើយ</u>

ក-យើងជ្រើសរើសវិុចទ័រឯកតា $\vec{n}$ ដូចរូបដែលមានទិសដៅផ្ទុយពីកំលាំងទំនាញ $\vec{F}$:

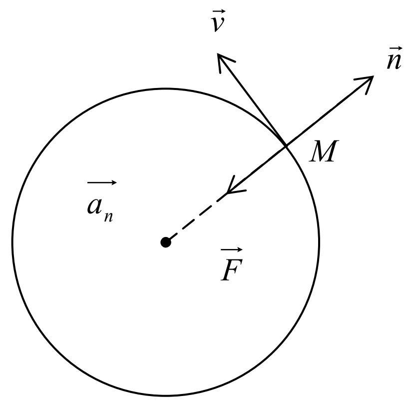
$$\vec{F} = -\frac{k}{r^2}\vec{u} = m\vec{a}_n$$

ដោយ $m\vec{a}_n = -m\frac{v^2}{r}\vec{u}$

$$\Rightarrow \frac{k}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{mr}}$$

ថាមពលស៊ីនេទិច: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

$$\Rightarrow E_c = \frac{1}{2}\frac{k}{r}$$



ខ-ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច

$$\vec{L} = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{P} = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{v}$$

$$\Rightarrow L = OM \cdot mv\sin\left(\overrightarrow{OM}, m\vec{v}\right)$$

$$L = OM.mv.\sin\frac{\pi}{2} = rmv$$

$$L = rm\sqrt{\frac{k}{mr}} = \sqrt{rmk}$$

គ-តាមទំនាក់ទំនង:

$dE_p = -\vec{F}.d\vec{r}$, ($\vec{F}$ អាស្រ័យតែនឹង r)

$$\Rightarrow dE_p = -\left(\frac{k}{r}\vec{n}\right).\vec{n}.dr = \frac{k}{r^2}dr$$

$$\Rightarrow E_p = \int dE_p = \int \frac{k}{r^2}dr$$

$$E_p = -\frac{k}{r} + c$$

បើ $r = \infty \Rightarrow E_{p(\infty)} = 0 \Rightarrow c = 0$

$$\Rightarrow E_p = -\frac{k}{r}$$

ឃ-ថាមពលសរុប:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}\frac{k}{r} - \frac{k}{r} = -\frac{1}{2}\frac{k}{r}$$

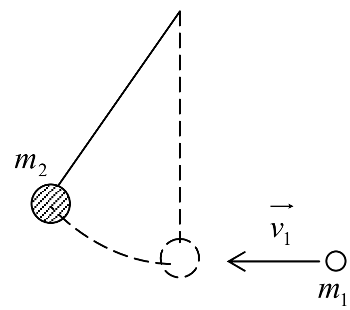
៦៩-យើងពិនិត្យប៉ោលបាលីស្ទិច (ប៉ោលបាញ់) កើតឡើងពីដុំមួយមានម៉ាស m_2 ត្រូវព្យួរដោយខ្សែមួយ។ កាលណាគេយកបាល់មានម៉ាសm_1 មានល្បឿនv_1 ទៅបុកដុំដែលមានម៉ាសm_2 រួចជាប់គ្នា។ ប៉ោលឡើងបានកំពស់h ។ បង្ហាញថាល្បឿនv_1 នៃប៉ោលអោយដោយ $v_1 = \sqrt{2gh}.\dfrac{m_1+m_2}{m_1}$ ។

ចំលើយ

ម៉ាសm_1 ទៅបុក m_2 ដូចនេះថាមពលស៊ីនេទិចនៃ m_1 បានក្លាយជាថាមពលប៉ូតង់ស្យែលដែលនាំ ម៉ាស m_1+m_2 ឡើងបានកំអស់ h ។ ដូច្នេះយើងបានបរិមាណចលនាមុនទង្គិចនិងក្រោយ ទង្គិចស្មើគ្នា ។

$$\Rightarrow m_1\vec{v}_1 = (m_1+m_2)\vec{v}_2$$

$$\Rightarrow \vec{v}_2 = \frac{m_1}{m_1+m_2}\cdot\vec{v}_1$$



តាមច្បាប់រក្សាថាមពលក្រោយទង្គិច

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(m_1+m_2)v_2^2 = (m_1+m_2)gh$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}(m_1+m_2)\left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2\cdot v_1^2 = (m_1+m_2)gh$$

$$\Rightarrow v_1^2 = \left(\frac{m_1+m_2}{m_1}\right)^2\times 2gh$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}\cdot\frac{m_1+m_2}{m_1}$$

៧០-ភាគល្អិតមួយមានម៉ាសស្មើ 3 ដងនៃម៉ាសវានៅនឹង។ ម៉ាសនៅនឹងវាមានថាមពលស្មើនឹង 0,5 MeV, (1MeV=10^6 eV) ។

ក-គណនាថាមពលស៊ីនេទិចគិតជា MeV ។

ខ-គណនាល្បឿនវាជាអនុគមន៍នៃល្បឿនពន្លឺ C បន្ទាប់មកអោយតំលៃជាលេខ។

ចំលើយ

ក-ថាមពលធៀបដោយទំនាក់ទំនង

$$E = E_0 + E_c = mc^2 = m_0c^2 + E_c$$

$$\Rightarrow E_c = mc^2 - m_0c^2$$

ដោយ $m = 3m_0$

$\Rightarrow E_c = 3m_0c^2 - m_0c^2 = 2m_0c^2$

$\Rightarrow \mathrm{E_c} = 2\times 0,5 = 1\mathrm{Me}V$

ខ-គណនាល្បឿន

ដោយ $m = \gamma\, m_0 = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}} = 3m_0$

$\Rightarrow \sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}} = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow 1-\dfrac{v^2}{c^2} = \dfrac{1}{9} \Rightarrow \dfrac{v}{c} = \dfrac{\sqrt{8}}{3}$

អនុវត្តន៍ជាលេខ: $v = 0,94\,\mathrm{c} = 282000\,\mathrm{kms^{-1}}$

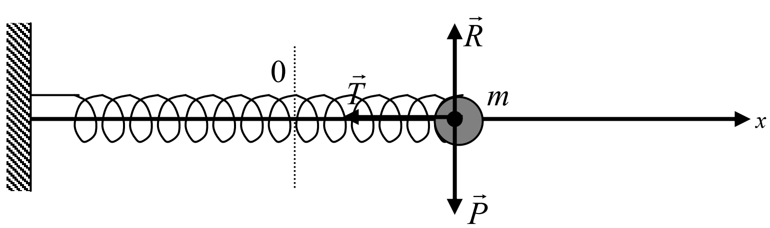
៧១-លំយោលដេកមួយកើតពីម៉ាស $m = 0,1\mathrm{kg}$ រងភ្ជាប់នឹងរ៉ឺសរមួយមានម៉ាសមិនគិត ហើយមានថេរកំរាញ $\mathrm{k} = 1\mathrm{Nm^{-1}}$ ។ វាយោលតាមបណ្តោយអ័ក្ស $(O,\vec{i})$ នៅជុំវិញទីតាំងលំនឹង $x = 0$ ។ នៅខណ: $t = 0$; $x = x_0$; $\dot{x} = \dot{x}_0$ ។

ក-គណនាខួប T និងពុលសាស្យុង ω នៃលំយោលនេះ ។

ខ-ចូរសំដែងអំព្លីទុត x_m ជាអនុគមន៏នៃ x_0 ; $\dot{x}_0$ និង ω ។ អនុវត្តន៍ជាលេខ: $\dot{x}_0 = 15\,\mathrm{cms^{-1}}$ $x_0 = 0,10\,\mathrm{m}$

គ-គណនាថាមពលមេកានិចនៃលំយោល ។

<u>ចំលើយ</u>



ក-<u>គណនាខួប T និងពុលសាស្យុង ω</u>

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$\Sigma\vec{f} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

ដោយ $\vec{T} = -k\cdot\vec{x} = -k\ x\ \vec{i}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{R} - k \cdot x \cdot \vec{i} = m\vec{a}$

ធ្វើចំនោលលើអ័ក្ស $\left(0, \vec{i}\right)$:

$\Rightarrow -kx = ma \ ; \ a = \ddot{x}$

$\Leftrightarrow m\ddot{x} + kx = 0 \Rightarrow \ddot{x} + \dfrac{k}{m}x = 0$

តាង $x = e^{rt} \Rightarrow \dot{x} = re^{rt} \Rightarrow \ddot{x} = r^2 e^{rt}$

$\Rightarrow r^2 e^{rt} + \dfrac{k}{m} \cdot e^{rt} = 0$

$\Rightarrow r^2 = -\dfrac{k}{m} = i^2 \dfrac{k}{m} \ ; \ i^2 = -1$

$\Rightarrow r = \pm\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

នាំអោយចំលើយសមីការនេះ

$x_1 = A\, e^{i\sqrt{\frac{k}{m}}\, t}$

$x_2 = B\, e^{-i\sqrt{\frac{k}{m}}\, t}$; A, B ជាចំនួនថេរ

$\Rightarrow x = x_1 + x_2 = A\, e^{i\sqrt{\frac{k}{m}}\, t} + B\, e^{-i\sqrt{\frac{k}{m}}\, t}$

តាមរូបមន្ត Euler: $e^{\pm i\theta} = \cos\theta \pm i\sin\theta$

$$\Rightarrow x = A\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + Ai\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + B\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\, t - B\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\, t$$

$$\Rightarrow (A+B)\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + (Ai - Bi)\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\, t$$

តាង $A + B = C_1$; $Ai - Bi = C_2$

$$\Rightarrow x = C_1\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + C_2\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\, t$$

បើយើងគុណអង្គខាងស្តាំនឹង $\dfrac{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}}$

$\Rightarrow$

$$x = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \cdot \frac{C_1}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}} \cdot \cos\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \times \frac{C_2}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}}\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\, t$$

ដោយៈ $\dfrac{C_1}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}} = \cos\varphi \ ; \ \dfrac{C_2}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}}\ \sin\varphi \ ; \ x_m = \sqrt{C_1^2 + C_1^2}$

$$\Rightarrow x = x_m\left(\cos\varphi\cos\sqrt{\frac{k}{m}}\,t + \sin\varphi\sin\sqrt{\frac{k}{m}}\,t\right)$$

$$\Rightarrow x = x_m\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\,t - \varphi\right)$$

ដូច្នេះយើងបានពុលសាស្យុង: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$K = 1\,\mathrm{Nm}^{-1}$; $m = 0{,}1\,\mathrm{kg}$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{0{,}1}} = \sqrt{10}\ rad/s$$

ហើយ $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{10}} = \frac{\pi}{5}\sqrt{10}\,\mathrm{s}$

ខ-យើងមានរូបមន្តជាទូទៅរបស់វា

$$x = x_m\cdot\cos(\omega t - \varphi)$$

$$\Rightarrow \dot{x} = -x_m\,\omega\sin(\omega t - \varphi)$$

ចំពោះ $t = 0$; $x = x_0$; $\dot{x} = \dot{x}_0$

$$\Rightarrow x_0 = x_m\cdot\cos(\omega\times 0 - \varphi)$$

$$\Rightarrow x_0 = x_m\cos\varphi \Rightarrow x_m = \frac{x_0}{\cos\varphi}$$

ហើយ $\dot{x}_0 = -x_m\omega\sin(\omega\times 0 - \varphi)$

$$\Rightarrow \dot{x}_0 = x_m\,\omega\sin\varphi$$

អនុវត្តន៏ជាលេខ: $\dot{x}_0 = 15\,\mathrm{cms}^{-1} = 0{,}15\,\mathrm{ms}^{-1}$

$x_0 = 0{,}1\,\mathrm{m}$

$$\Rightarrow \dot{x}_0 = \frac{x_0}{\cos\varphi}\cdot\omega\cdot\sin\varphi \quad\Rightarrow \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{\dot{x}_0}{x_0\omega}$$

$$\Rightarrow \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{0{,}15}{0{,}1\times\sqrt{10}} = 0{,}474 \quad\Rightarrow \varphi = 0{,}44\,\mathrm{rd}$$

$$\Rightarrow x_m = \frac{x_0}{\cos\varphi} = \frac{0{,}1}{\cos 0{,}44} = 0{,}11\,\mathrm{m}$$

គ-ថាមពលមេកានិច

ដោយប្រព័ន្ធមានការរក្សាថាមពលគ្រប់កន្លែង ដូចនេះយើងបានថាមពលមេកានិច ។

$E_M = E_C + E_P$, $E_C = \frac{1}{2}mv^2$, $E_p = \frac{1}{2}kx^2$

ចំពោះ $x = x_0 = 0{,}1\,\mathrm{m}$; $v = \dot{x}_0 = 15\,\mathrm{cms}^{-1} = 0{,}15\,\mathrm{ms}^{-1}$

$$\Rightarrow\ E_M = \frac{1}{2}\times 0{,}1\times(o{,}15)^2 + \frac{1}{2}\times 1\times 0{,}1$$
$$\Leftrightarrow\ E_M = 1{,}125\cdot 10^{-3} + 5\cdot 10^{-3} = 6{,}125.10^{-3}\ \mathrm{J}$$

៧២-ទីលានបាញ់គ្រាប់ M មួយមានមួយផ្នែកជាបន្ទាត់ដេក ABC និងមួយផ្នែកទៀតជាកំណាត់រង្វង់ CD មាន ផ្ចិត O កាំ $r = 1\mathrm{m}$ មុំផ្ចិត $\alpha = 60^{\circ}$ ហើយOCកែងនឹងAC ។ គ្រាប់បាញ់ M ចាត់ទុកដូចចំនុចរូបភាពមានម៉ាស $\mathrm{m} = 0{,}5\mathrm{kg}$ ត្រូវបានគេបាញ់តាម AB មានប្រវែង $1\mathrm{m}$ ដោយកំលាំងថេរ $\vec{\mathrm{F}}$ ដេកអនុវត្តលើ M តែពី $\mathrm{A}\rightarrow\mathrm{B}$ ។

1.a). ចូរថែងទ្រឹស្តីបទថាមពលស៊ីនេទិចចំពោះអង្គធាតុចាត់ទុកជាចំនុចរូបធាតុ ។

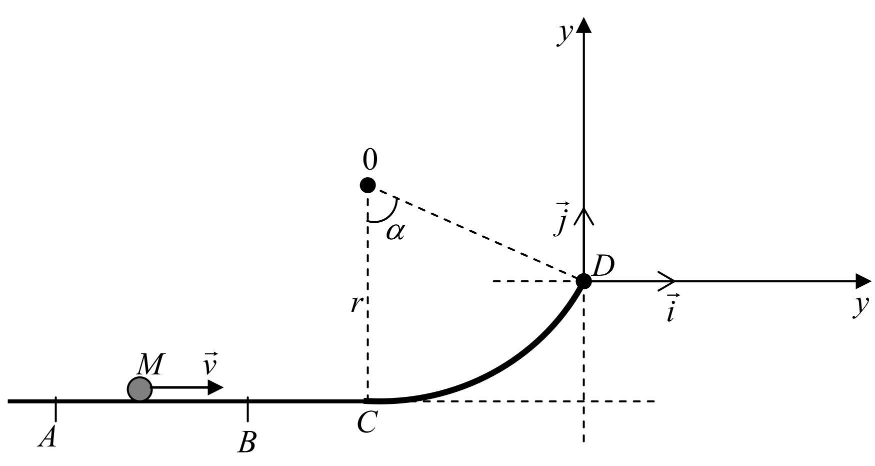
b). ដោយអនុវត្តទ្រឹស្តីបទនេះ ចូរកំនត់អាំងតង់ស៊ីតេអប្បបរមានៃ $\vec{\mathrm{F}}$ ដើម្បីការពារគ្រាប់បាញ់ចាកចេញពីទីលានត្រង់ D ។

c). អាំងតង់ស៊ីតេនៃកំលាំង $\vec{\mathrm{F}}$ ស្មើនឹង $150\mathrm{N}$ ។ ចូរអោយតំលៃជាលេខនូវល្បឿន V_D ដែលគ្រាប់ចាកចេញពីទីលាន ។

2.a). ចូរអោយសមីការគន្លងពេលវាចាកចេញពីទីលានត្រង់ D នៅក្នុងតំរុយអ័រតូណរមេមានផ្ចិត D ។

b). គណនាកំពស់អតិបរិមាដែលវាឡើងទៅដល់ធៀបទៅនឹងប្លង់ដេក ABC ។

3. គណនាអាំងតង់ស៊ីតេកំលាំងដែលអនុវត្តន៏ដោយអង្គធាតុលើទីលាននោះពេលវាចាកចេញត្រង់ D ដោយល្បឿន $\vec{v}_D$ ខាងលើ មិនគិតកំលាំងកកិតទាំងអស់ ។ យក $\mathrm{g} = 10\,\mathrm{m/s^2}$ ។



ចំលើយ

1.a). ទ្រឹស្តីថាមពលស៊ីនេទិច

បើអង្គធាតុមួយផ្លាស់ទីពី x_1 ទៅ x_2 ដោយកំលាំង $\Sigma\vec{f}$ នោះយើងបាន:

$$W_{x_1\to x_2}\left(\Sigma\vec{f}\right)=\Delta E=E_{C(x_2)}-E_{C(x_1)}$$

b). កំនត់កំលាំងអប្បបរមា F ដើម្បីអោយវាមកដល់ D ។

កម្មន្តនៃកំលាំងដែលអនុវត្តពី $\mathrm{A}\to\mathrm{D}$ មានកំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{\mathrm{R}}$ ទំងន់ $\vec{\mathrm{P}}$ ហើយ $\vec{\mathrm{F}}$ អនុវត្តថេរ លើចំងាយ AB ។

$$\mathrm{W}_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}\left(\vec{\mathrm{F}}\right)+\mathrm{W}_{\mathrm{A}\to\mathrm{D}}\left(\vec{\mathrm{P}}\right)+\mathrm{W}_{\mathrm{A}\to\mathrm{D}}\left(\vec{\mathrm{R}}\right)=\frac{1}{2}\mathrm{my}^2-\frac{1}{2}\mathrm{nv}_\mathrm{A}^2$$

ហើយ $\mathrm{W}_{\mathrm{A}\to\mathrm{D}}\left(\vec{\mathrm{R}}\right)=0$

$$\mathrm{W}_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}}\left(\vec{\mathrm{F}}\right)=\vec{\mathrm{F}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\mathrm{F}\cdot\mathrm{AB}$$

$$W_{A\to D}\left(\vec{P}\right)=-mgh=-mgr(1-\cos\alpha)$$

ដោយ $v_A=0\Rightarrow F.AB-mgr(1-\cos\alpha)=\frac{1}{2}mv_D^2$

ដើម្បីអោយអង្គធាតុចាកចេញត្រង់ D លុះត្រាតែ $v_D\geq 0$ លីមីត $v_D=0$

$$\Rightarrow F=\frac{mgr(1-\cos\alpha)}{AB}=2{,}5\,\mathrm{N}$$

c). គណនា v_D ចំពោះ $F=150N$

$$\Rightarrow v_D^2=2\frac{F}{m}\cdot AB-gr(1-\cos\alpha)$$

$$\Rightarrow v_D=24{,}3\,\mathrm{ms}^{-1}$$

2. a). កំនត់សមីការគន្លងដែលចាកចេញត្រង់ចំនុច D :

$\vec{v}_D$ ផ្តុំបានមុំ α ជាមួយ Dx

$$\Rightarrow y=-\frac{1}{2}g\frac{1}{v_D^2\cos^2\alpha}x^2+x\,\mathrm{tg}\,\alpha$$

$$\Rightarrow y=-3{,}39\cdot 10^{-2}x^2+1{,}732x$$

b). កំពស់អតិបរមាដែលវាឡើងដល់

$$\Rightarrow \frac{dy}{dx}=0\Rightarrow x=\frac{v_D^2\cos^2\alpha\ \mathrm{tg}\alpha}{g}$$

$$\Rightarrow y_{\max}=\frac{v_D^2\sin^2\alpha}{2g}=22{,}65\,\mathrm{m}$$

$\Rightarrow\ h = y_{\max} + 0{,}5 = 22{,}65\,\mathrm{m}$

3. ទំនាក់ទំនងត្រីះឱណាមិច

$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

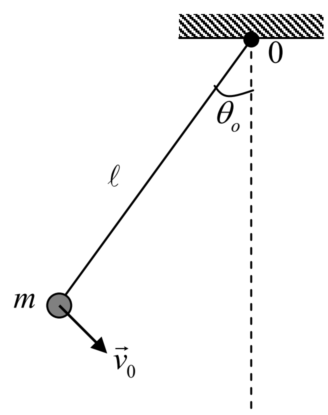
យើងធ្វើចំនោលលើទិសកែង

$-mg\cos\alpha + R = ma_m = m\dfrac{v_D^2}{r}$

$\vec{R}$ ជាអំពើនៃទីលានលើអង្គធាតុ ហើយអង្គធាតុមានកំលាំង $\vec{R}'$ មានអំពើលើទីលានវិញ ដូច្នេះតាមអំពើនិងប្រតិកម្ម $\Rightarrow R = R'$

$\Rightarrow\ R' = R = m\dfrac{v_D^2}{r} + mg\cos\alpha s = 300N$

៧៣-ឃ្លីមួយមានម៉ាស m ត្រូវបានគេព្យួរត្រង់ O ដោយខ្សែមិនយឺតមួយមានប្រវែងℓ ម៉ាសមិនគិត។ ប៉ោលត្រូវបានគេទាញចេញពីទីតាំងលំនឹងបានមុំ θ_o។ គេចោលវាដោយល្បឿនដើម $\vec{v}_0$ ប៉ះនឹងរង្វង់ផ្ចិត O កាំ ℓ មានទិសដៅដូចរូប ។ កំលាំងទប់នៃខ្យល់មិនគិត។



ក-គណនាតំលៃអប្បបរមានៃ $\vec{v}_0$ ដើម្បីអោយឃ្លីផ្លាស់ទីបានមួយជុំ (ជាចលនាវង់ជុំវិញ O) ។

ខ-ដោយតំលៃអប្បបរមានេះ គណនាល្បឿនពេលវាឆ្លងកាត់អ័ក្សឈរកាត់តាម O ។

<u>ចំលើយ</u>

ក-គណនាតំលៃអប្បបរមានៃ $\vec{v}_0$

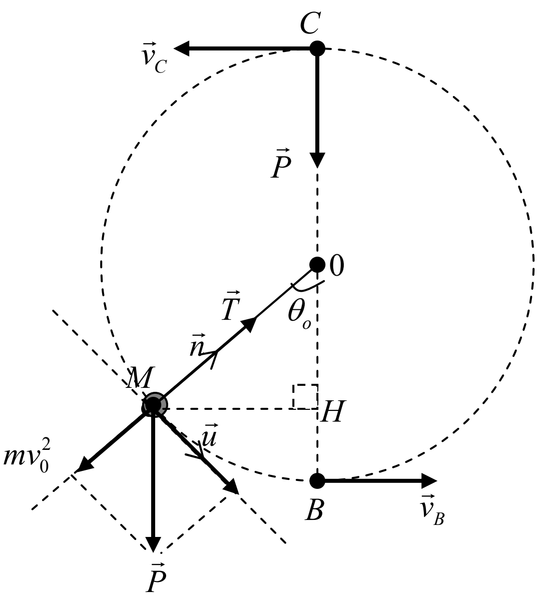
-នៅត្រង់ A យើងយកតំរុយ Frenet មកសិក្សា $(A, \vec{n}, \vec{u})$:

កំលាំងដែលអនុវត្តលើឃ្លី:

$\vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

-ធ្វើចំនោលលើ $(A, \vec{n})$

$\Rightarrow\ -\mathrm{P}\cos\theta_0 + \mathrm{T} = \mathrm{ma_n} = \mathrm{m}\dfrac{\mathrm{v}_0^2}{\ell}$



$$\Leftrightarrow T - mg\cos\theta_0 = m\frac{v_0^2}{\ell}$$

-ធ្វើចលនាលើ $(A,\vec{u})$

$$P\sin\theta_0 = m\frac{dv_0}{dt}$$

ទ្រឹស្តីបទថាមពលស៊ីនេទិច

$$W_{A\to C} = W_{AC}\left(\vec{P}\right) + W_{A\to C}\left(\vec{T}\right)$$

$$= \vec{P}\cdot\overrightarrow{HC} + 0 = -mg\cdot HC$$

$$\Leftrightarrow -mg\left(\ell + \ell\cos\theta_0\right) = \frac{1}{2}mv_c^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$\Leftrightarrow -g\ell - g\ell\cos\theta_0 = \frac{1}{2}v_c^2 - \frac{1}{2}v_0^2$$

ដើម្បីផ្លាស់ទីបានមួយជុំលុះត្រាតែត្រង់ C, T

$$\Rightarrow P = m\frac{v_c^2}{\ell} \Rightarrow v_c^2 = g\ell$$

$$\Rightarrow -g\ell\left(1 + \cos\theta_0\right) = \frac{1}{2}g\ell - \frac{1}{2}v_0^2$$

$$\Leftrightarrow -3g\ell - 2g\ell\cos\theta_0 = -v_0^2$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{g\ell\left(3 + 2\cos\theta_0\right)}$$

b). គណនាល្បឿន v_B

$$W_{A\to B} = \vec{P}\cdot\overrightarrow{HB} = mgl\left(1 - \cos\theta_0\right)$$

$$= \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}nv_0^2$$

$$\Leftrightarrow g\ell\left(1 - \cos\theta_0\right) = \frac{1}{2}v_B^2 - \frac{1}{2}\left(3g\ell + 2g\ell\cos\theta_0\right)$$

$$\Leftrightarrow g\ell\left(1 - \cos\theta_0\right) = \frac{1}{2}v_B^2 - \frac{3}{2}g\ell - g\ell\cos\theta_0$$

$$\Leftrightarrow v_B^2 = \frac{5}{2}g\ell$$

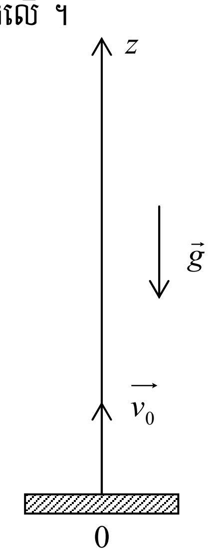
$$\Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{5}{2}g\ell}$$

៧៤-ដុំថ្មមួយត្រូវបានគេបាញ់តាមទិសឈរឡើងលើដោយល្បឿន 10m/s បន្ទាប់មកគេបាញ់ដុំថ្មទី ២ ក្នុងលក្ខខ័ណ្ឌដូចគ្នា តែក្រោយដុំថ្មទី ១ មួយវិនាទី ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មានទើបដុំថ្មទាំងពីរជួបគ្នា ហើយនៅកំពស់ណា?

យក $g = 10\,\mathrm{m/s}$ ។

<u>**ចំលើយ**</u>

យើងជ្រើសរើសតំរុយ $(0z)$ មកសិក្សាមានទិសឈរ ទិសដៅឡើងលើ ។



-ដុំថ្មទី ១: A

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចរងតែទំងន់:

$\vec{P} = m\vec{a}_A \Rightarrow \vec{a}_A = \vec{g}$

-ធ្វើចំនោលលើអ័ក្ស

$$\Rightarrow a_A = -g = \frac{dv_A}{dt} \Rightarrow \int_{v_o}^{v_A} dv_A = \int_0^t -g\ dt$$

$$\Rightarrow v_A = -gt + v_0$$

ហើយ $v_A = \dfrac{dz_A}{dt} \Rightarrow \displaystyle\int_0^{z_A} dz_A = \int_0^t \left(-gt + v_0\right)dt$

$$\Rightarrow z_A = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot t$$

$$\Leftrightarrow z_A = -5t^2 + 10.t \qquad (1)$$

-ដុំថ្មទី ២ : B សំរាយដូចដុំថ្ម A ដែរ តែវាបាញ់ក្រោយ A: 1s

$$\Rightarrow z_B = -5(t-1)^2 + 10(t-1)$$

$$\Rightarrow z_B = -5t^2 + 10 \cdot t - 5 + 10t - 10 \qquad (2)$$

ដើម្បីអោយ A និង B ជួបគ្នា លុះត្រាតែ: (1) = (2)

$$\Rightarrow -5t^2 + 10t = -5t^2 + 10t - 15$$

$$\Leftrightarrow 10t = 15 \Rightarrow t = 1{,}5s$$

គឺវាជួបគ្នាពេល A ធ្លាក់មកវិញ ។

កំពស់ដែលវាជួបគ្នា

$$z_A = -5(1{,}5)^2 + 10(1{,}5) = 3{,}75\,\mathrm{m}$$

៧៥-ឃ្លីតូចមួយរមៀលទៅក្នុងជំរៅនៃចានមួយមានរាងជាកន្លះស្វ៊ែ ។ ផ្ចិតនិចលភាពនៃឃ្លីបានអ័ក្សនៃរង្វង់មានកាំ R ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់ដេក ហើយអាប់ស៊ីសកំណោងប្រែប្រួលតាមច្បាប់នៃពេល: $S = \dfrac{R}{5}\cos\omega t$

(យកគល់អាប់ស៊ីសត្រង់ជុំរៅនៃចាន) ។

ក-ចូរកំនត់កន្សោមជាអ័ក្សនៃសំទុះប៉ះ និងសំទុះកែងនៅចុងគន្លង និងពាក់កណ្ដាលគន្លងរបស់វា ។

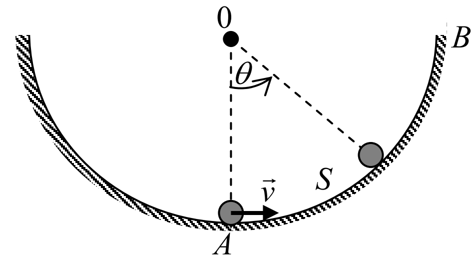
ខ-អនុវត្តន៏ជាលេខចំពោះ $R = 5\,\mathrm{cm}$ ខួបចលនា $0{,}5\,\mathrm{s}$ ។

ចំលើយ

ក-គណនាសំទុះប៉ះ និងកែង

យើងមានសមីការពេល:

$$S = \frac{R}{5}\cos\omega t$$



ហើយ $a_t = \frac{dv}{dt}$; $a_n = \frac{v^2}{R}$

ដោយ $v = \frac{ds}{dt}$

$$v = \frac{d}{dt}\left(\frac{R}{5}\cos\omega t\right) = -\frac{R\omega}{5}\sin\omega t$$

$$\Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(-\frac{R\omega}{5}\sin\omega t\right) = -\frac{R\omega^2}{5}\cos\omega t$$

$$a_t = -\frac{R\omega^2}{5}\cos\omega t = -\omega^2 s$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{\left(-\frac{R\omega}{5}\sin\omega t\right)^2}{R} = \frac{R\omega^2}{25}\cdot\sin^2\omega t$$

-ចំពោះចុងគន្លងត្រង់ B

$$\Rightarrow \theta = \omega t = 90^\circ$$

$$\Rightarrow a_t = -\frac{R\omega^2}{5}\cos 90^\circ = 0$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{R\omega^2}{25}\cdot\sin^2 90^\circ = \frac{R\omega^2}{25}$$

-ចំពោះពាក់កណ្ដាលគន្លងត្រង់ A : $\theta = 0$

$$\Rightarrow a_t = -\frac{R\omega^2}{5}\cos 0^\circ = -\frac{R\omega^2}{5}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{R\omega^2}{25}\sin 0^\circ = 0$$

ខ-អនុវត្តន៏ជាលេខ:

-ត្រង់ B:

$R = 5\,\text{cm}$; $T = 0{,}5s \Rightarrow a_t = 0$

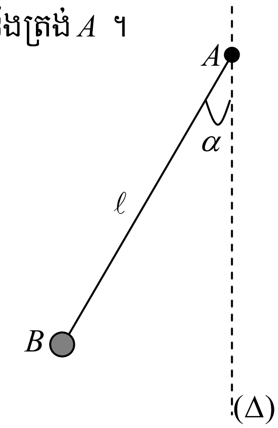
$$\Rightarrow a_n = \frac{R\omega^2}{25} = \frac{5\cdot 10^{-2}}{25}\left(\frac{2\pi}{0{,}5}\right)^2 = 0{,}32 m/s^2$$

-ត្រង់ A:

$$\Rightarrow a_t = -\frac{R\omega^2}{5} = -\frac{5\cdot 10^{-2}}{5}\times\left(\frac{2\pi}{0{,}5}\right)^2 = -1{,}58 m/s$$

$$\Rightarrow a_n = 0$$

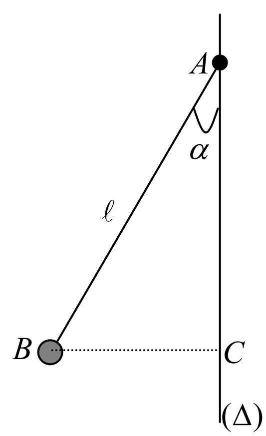
៧៦-អង្គធាតុរឹង S មានវិមាត្រតូចមានម៉ាស m ត្រូវបានចងភ្ជាប់ទៅចុង B ដោយខ្សែឆ្មារមួយមានម៉ាសអាចចោលបាន ប្រវែងថេរ ℓ ។ ចុងម្ខាងទៀតចងភ្ជាប់នឹងខ្សែនឹងត្រង់ A ។



ក- S ត្រូវបានបំលែងអោយវិលជុំវិញអ័ក្សឈរ Δ កាត់តាម A ដោយល្បឿនមុំ ω ថេរ ។ S ធ្វើចលនាវង់ស្មើជុំវិញ Δ ។ α ជាមុំផ្គុំរវាង AB និង Δ ។

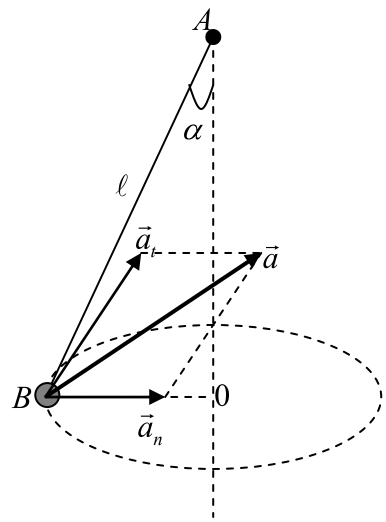
ចូរកំនត់លក្ខណៈសំទុះ $\vec{a}$ នៃ B ។ តំលៃសំទុះសំដែងជាអនុគមន៍ ω, ℓ និង α ។

ខ-ចុងខាងលើនៅដដែល។ ឥឡូវនេះយើងចង S ទៅចំនុច C នៃ Δ ដោយខ្សែឆ្មារមានប្រវែងថេរ ម៉ាសមិនគិត ។ ខ្សែ BC សន្ទឹងស្ថិតនៅក្នុងប្លង់ដេកកាលណា α ស្មើ α_o ។ ប្រព័ន្ធវិលជុំវិញ Δ ដូចសំនួរ ក- ។



គេឧបមា BC សន្ទឹងតឹង ។ គណនាតំនឹងខ្សែជាអនុគមន៍ $m, \omega, \ell, \alpha_o$ និង g ។ គេអោយ: $\ell = 0{,}30m$; $\omega = 12rd/s$; $\alpha_0 = 30^o$; $m = 0{,}1kg$; $g = 10\,\mathrm{N/kg}$

ចំលើយ



ក-ចំនុច B ធ្វើអោយចលនាវង់ជុំវិញ Δ គូសបាន គន្លងជារង្វង់ក្នុងប្លង់ដេកមានផ្ចិត 0 ។

វ៉ិចទ័រសំទុះ $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$

ដោយ B ធ្វើចលនាវង់ស្មើ

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \quad \Rightarrow v = \omega R = \text{ថេរ}$$

$$\Rightarrow a = a_n = \omega^2 R$$

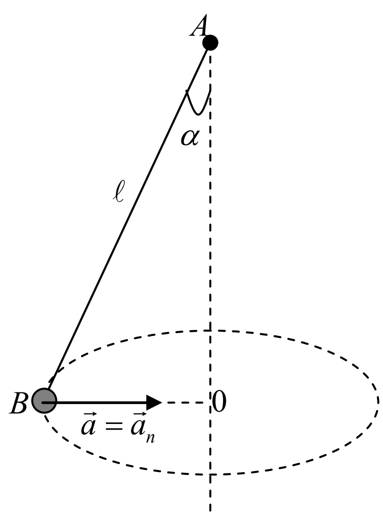
ដោយ $R = OB = \ell \sin\alpha$

$$a = \omega^2 \cdot \ell \cdot \sin\alpha$$

អនុវត្តជាលេខ

$\omega = 12rd/s$; $\ell = 0{,}30\,\mathrm{m}$; $\alpha = \alpha_0 = 30^o$

$$\Rightarrow a = (12)^2 \times 0{,}3 \times \frac{1}{2} = 21{,}6m/s^2$$



ខ-គណនាតំនឹងខ្សែ BC

សិក្សាចលនានោះនៅក្នុងតំរុយកាលីលេ (B, xy)

កំលាំងក្រៅដែលអនុវត្តត្រង់ចំនុច B មានបី

$\vec{T}_1$: តំនឹងអង្គធាតុ

$\vec{T}_2$: តំនឹងខ្សែ BC

$\vec{P}$: ទំងន់

ដូចនេះតាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$$\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a} \qquad (1)$$

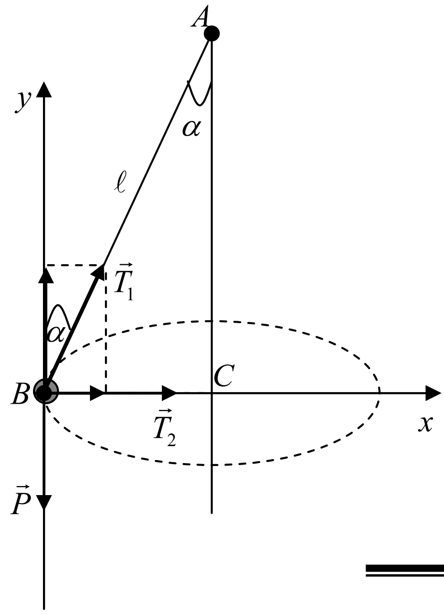
-ធ្វើចលនា (1) លើ (By)

$$\Rightarrow -P + T_1 \cos\alpha_0 = 0$$

$$\Rightarrow T_1 \cos\alpha_0 = P = mg$$

-ធ្វើចំនោល (1) លើ (Bx)

$$\Rightarrow 0 + T_1 \sin\alpha_0 + T_2 = ma_n = m\omega^2 R$$



$\Rightarrow T_1 \sin\alpha_0 + T_2 = m\omega^2 \ell \sin\alpha_0$

$T_2 = m\omega^2 \ell \sin\alpha_0 - T_1 \sin\alpha_0$

ដោយ $T_1 \cos\alpha_0 = mg \Rightarrow T_1 = \dfrac{mg}{\cos\alpha_0}$

$\Rightarrow T_2 = m\omega^2 \ell \sin\alpha_0 - \left(\dfrac{mg}{\cos\alpha_0}\right)\sin\alpha_0$

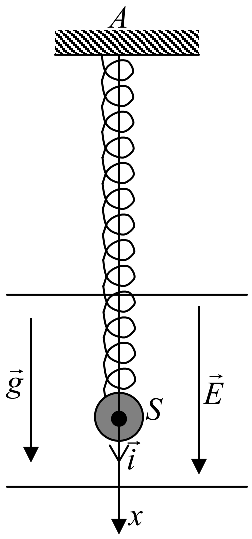
$\Rightarrow T_2 = m\omega^2 \ell \sin\alpha_0 - mgtg\alpha_0$

<u>អនុវត្តជាលេខ:</u>

$T_2 = 0{,}1\times(12)^2\times 0{,}3\times\dfrac{1}{2} - 0{,}1\times 10\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$= 2{,}16 - 0{,}57 = 1{,}58N$

៧៧-ស្វ៊ែ S តូចមួយចាត់ទុកដូចជាចំនុចរូបធាតុមានម៉ាស $m = 2g$ ដែលគេព្យួរភ្ជាប់នឹងរ៉ឺសរដូចរូប ។ ថេរកំរាញ រ៉ឺសរ $K = 1Nm^{-1}$ ។ ប្រព័ន្ធត្រូវដាក់នៅក្នុងដែនទំនាញដីដែលមាន $g = 9{,}8N/kg$ ។



ក-បើស្វ៊ែស្ថិតនៅទីតាំងលំនឹងវានៅតែក្នុងដែនទំនាញដី ។ គណនាសាច់លូត x_0 នៃរ៉ឺសរ ។ ត្រង់ទីតាំងនេះយើងកំនត់យកចំនុច0 ។

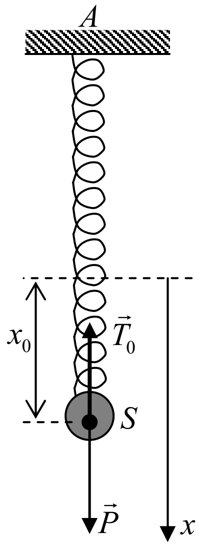
ខ-តាមពិតស្វ៊ែត្រមោចនេះផ្ទុកបន្ទុកអគ្គិសនី $q = -2\cdot 10^{-6}C$ (កន្លែងចងភ្ជាប៉រ៉ឺស័រនិងស្វ៊ែចងដោយខ្សែអ៊ីសូឡង់) ។ ហើយវាស្ថិតនៅក្នុងដែនអគ្គិសនីឯកសណ្ឋានដែលមានទិសដៅចុះក្រោម ហើយមានអាំងតង់ស៊ីតេ $E = 5000\,Vm^{-1}$ ។ ស្វ៊ែស្ថិតនៅទីតាំងលំនឹងក្នុងដែន $\vec{g}$ និង $\vec{E}$ ។ គណនាសាច់លូតថ្មី x_4 នៅទីតាំងលំនឹង ។

គ-នៅខណៈ $t = 0$ គេយកដែន $\vec{E}$ ចេញ ពេលនោះ S ធ្វើចលនាទៅទីតាំងលំនឹងដើមវិញ ។ ចូរបង្កើតសមីការពេល $x = f(t)$ ឯចលនារបស់ S នៅក្នុងតំរុយ $(O;\vec{i})$; O ជាចំនុចកំនត់នៅសំនួរ ក- ។

<u>ចំលើយ</u>

ក-គណនាសាច់លូត x_0 នៅទីតាំងលំនឹង 0 យើងបាន:

$\vec{T}_0 + \vec{P} = \vec{0}$



ធ្វើចំនោលលើ $(O;\vec{i})$

$\Rightarrow -T_0 + P = 0$

$\Rightarrow T_0 = P = mg$

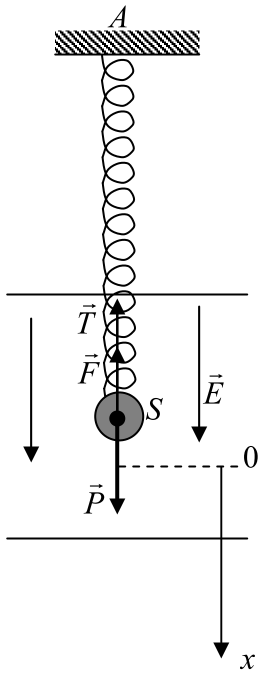
ដោយ $T_0 = kx_0$

$\Rightarrow kx_0 = mg$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{mg}{k} = \frac{2\cdot 10^{-3}\times 9,8}{1} = 19,6\cdot 10^{-3}\,m$$

ខ-គណនាសាច់លូត x_1 ថ្មី

ពេលនេះរ៉ឺសររងកំលាំង



$\vec{F}+\vec{P}+\vec{T}=\vec{O}$

ដោយ $\vec{T} = -k\cdot\vec{x}_1$

$\vec{F} = q\vec{E}$ ដោយ $q<0$

$\Rightarrow \vec{F}\uparrow\downarrow\vec{E}$

$\Rightarrow q\vec{E}+\vec{P}-k\cdot\vec{x}_1=\vec{0}$

ធ្វើចំនោលលើ $(O;\vec{i})$

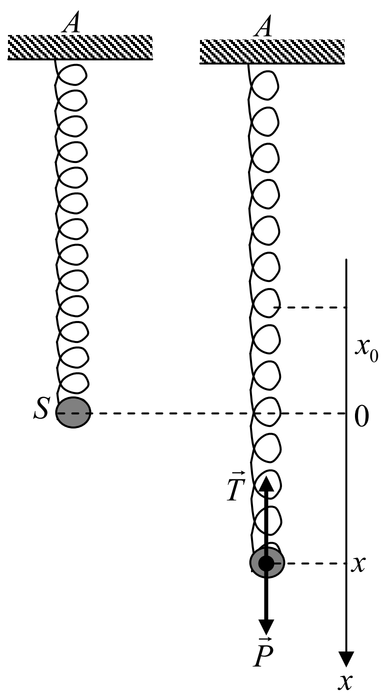
$-|q|E+mg-kx_1=0$

$$\Rightarrow x_1=\frac{mg-qE}{k}$$

$$=\frac{2\cdot 10^{-3}\times 9,8^{-3}-(-2\cdot 10^{-6})\times 5000}{1}$$

$$=19,6\cdot 10^{-3}-10\times 10^{-3}$$

$$=9,6\cdot 10^{-3}\,m$$



គ-សមីការពេល $x=f(t)$

ពេលយើងដក $\vec{E}$ ចេញពេលនោះ S ផ្លាស់ទីមកក្រោមវិញរក0 ។

ពេលនោះវារងតែកំលាំង $\vec{P}+\vec{T}\neq\vec{0}$

កំលាំង $\vec{T}$ មិនគ្រប់គ្រាន់សំរាប់អោយឈប់នៅត្រង់0 ទេ ។

ដូចនេះវាបង្កើតបានជាសំយោលជុំវិញ0 ។

ដូចនេះ $\vec{P}+\vec{T}=m\vec{a}$

ធ្វើចំនោលលើ $(O;\vec{i})$

$\Rightarrow P - T = ma$

ដោយ $T = k(x_0 + x)$

$P = k\,x_0$

$\Rightarrow \; k\,x_0 - k(x_0 + x) = m\dfrac{d^2x}{dt^2}$

$\Rightarrow m\dfrac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$

សមីការនេះមានចំលើយៈ $x_{(t)} = x_m \cos(\omega_0\, t + \varphi)$

$\omega_0{}^2 = \dfrac{k}{m}$

$\Rightarrow \dot{x} = -x_m \cdot \omega_0 \, \sin(\omega_0 t + \varphi)$

ចំពោះ $t = 0 \Rightarrow x_{(0)} = x_m \cdot \cos\varphi$

$v_{(0)} = \dot{x}_{(0)} = -x_m\omega_0 \sin\varphi$

ដោយ $v_{(0)} = 0$

$\Rightarrow -x_m \sin\varphi = 0 \;\; \varphi = 0$

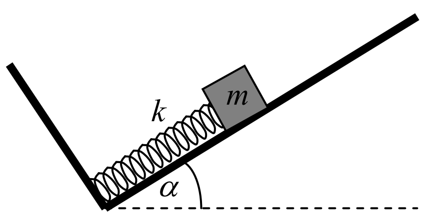
ដោយ $x_{(0)} = x_1 - x_0 = x_m \cos\varphi$

$\Rightarrow x_m = x_1 - x_0$

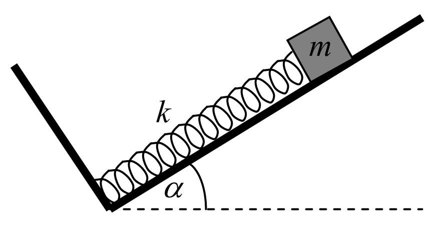
$\Rightarrow x = -10^{-2} \cos(22{,}4t)$

៧៨-a). រ៉ឺសរអេលីកូអ៊ីតមួយមានស្ពៃមិនជាប់គ្នាមានថេរកំរាល k ប្រវែងដើម $\ell_0 = 12\,\text{cm}$ ។ គេចងរ៉ឺសរ ទៅចំនុចនឹងមួយ រួចគេព្យួរអង្គធាតុមួយមានម៉ាស $\text{m} = 100\,\text{g}$ ពេលនោះរ៉ឺស័រយឺតបានប្រវែង $\ell_1 = 14\,\text{cm}$ ។

ចូរកំនត់ថេរកំរាលនៃរ៉ឺសរ ។ យក $g = 10m/s^2$ ។



(រូបក)



(រូបខ)

b). អង្គធាតុS និងរ៉ឺសរលើប្លង់ទេររួចលែងS ធ្វើចលនាត្រង់លើប្លង់ទេមានចំនោត α ធៀបនឹងអក្ស័ដេក ។ ប្រវែងរ៉ឺសរនៅទីតាំងលំនឹងថ្មី $\ell_2 = 11{,}5cm$ គិតកំលាំងកកិតនៅទីតាំងស៊ប់ ។ គណនាមុំ α ។

c). គេផ្លាស់ទីS នៃ G_0 តិចៗទៅG_M ដែល $\overrightarrow{G_0G_M} = x_m\vec{u}$ ដោយ: $x_m = +4{,}5\,\text{cm}$ ហើយគេលែងវា ដោយ គ្មានល្បឿនដើម ។

ក- នៅខណ: t ផ្ចិតនិចលភាពនៃ G ដែល $\overrightarrow{G_0G} = x\vec{u}$ គណនាតំនឹងរ៉ឺស័រ $\vec{T}$ ។

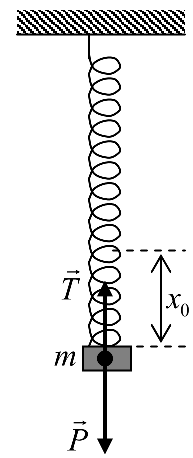
ខ- កំលាំងកកិតសមាមាត្រទៅនឹងល្បឿននៃអង្គធាតុ $\vec{f} = -b\vec{v}$,b: មេគុណសមាមាត្រ ។

ចូរបង្កើតសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែលនៅលើប្លង់ទេនេះ ។

គ-ដោយពិនិត្យកំលាំងកកិតអាចចោលបាន $(b=0)$ ចូរអាយសមីការពេលនៃS ។ គណនាខួបនៃលំយោល ។

ចំលើយ

a). គណនាថេរកំរាញ k



ពេលមានលំនឹង:

$\Rightarrow \vec{T} + \vec{P} = 0$

$\Leftrightarrow -T + P = 0 \Rightarrow T = P$

តែ $T = k \cdot x$; $x = \ell_1 - \ell_0$

$\Rightarrow k(\ell_1 - \ell_0) = mg$

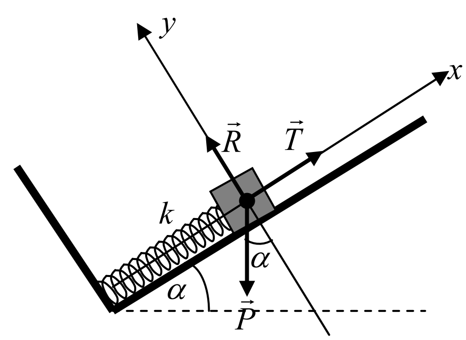
$$\Rightarrow k = \frac{mg}{\ell_1 - \ell_0} = \frac{0{,}1\times 10}{(14-12)\cdot 10^{-2}} = 50Nm^{-1}$$

b). គណនាមុំα

ជ្រើសរើសយកតំរុយកាលីលេ $(O;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$ ។

ពេលមានលំនឹង យើងបាន:

$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = \vec{0}$ (1)



-ធ្វើចំនោល (1) លើ $(O,\vec{j}\,)$

$\Rightarrow R - P\cos\alpha = 0$

-ធ្វើចំនោល (1) លើ $(O,\vec{i}\,)$

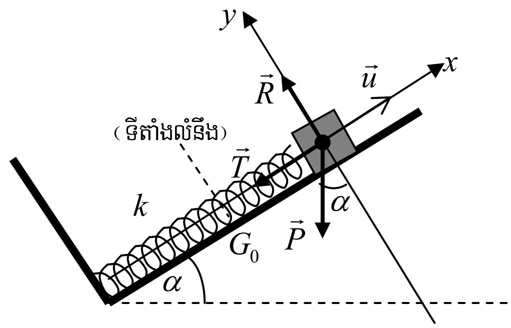
$T - P\cdot\sin\alpha = 0$

$\Rightarrow \sin\alpha = \dfrac{T}{P}$ តែ $T = kx$

ដែល: $x = |\ell_2 - \ell_0| = |11{,}5 - 12| = 0{,}5\,\text{cm}$

$$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{k\cdot x}{mg} = \frac{50\times 0{,}5\times 10^{-2}}{0{,}1\times 10} = 0{,}25$$

$\Rightarrow \alpha = 14{,}5^{\circ}$



c). ក- គណនា $\vec{T}$

យើងបាន: $\vec{T} = -k(x-0,5)\,\vec{u}$

$\Rightarrow T = k(x-0,5)\times 10^{-2}$

$\Rightarrow T = 50(x-5\cdot 10^{-3})$

$T = (50x-0,25)N$

ខ- <u>សមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល</u>

កំលាំងដែល S រង:

$\vec{P}+\vec{f}+\vec{T} = m\vec{a}$

ធ្វើចំនោលលើ $(G_0,\vec{u})$

$\Rightarrow -P\sin\alpha - k(x-0,5\cdot 10^{-2}) - b\dot{x} = m\ddot{x}$

ដោយ $P\cdot\sin\alpha = k\cdot 0,5\times 10^{-2}$

$\Rightarrow m\ddot{x}+b\dot{x}+kx = 0$

គ-ដោយគ្មានកកិត: $b=0$

$\Rightarrow m\ddot{x}+kx=0$

សមីការនេះមានខួប $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 0,28s$

ចំលើយទូទៅនៃសមីការ: $x = x_m\cos(\omega t+\varphi)$

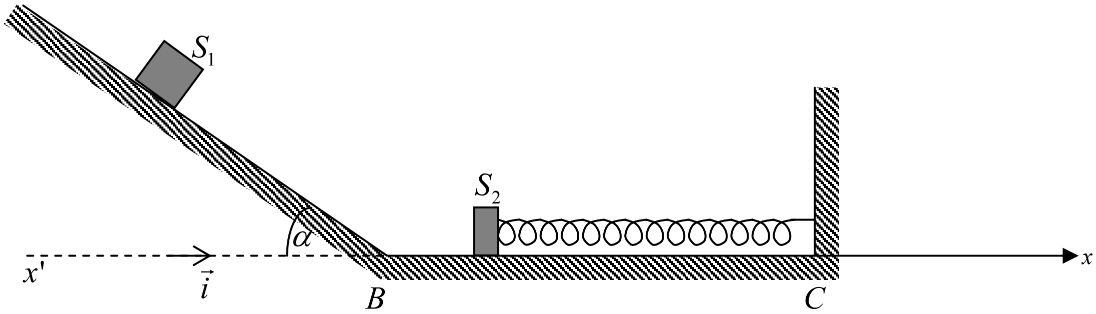
នៅខណ: $t=0 \Rightarrow x_0 = 4,5cm\,;\ \dot{x}_0 = 0$

$\Rightarrow$ សមីការពេល: $x = 4,5\times 10^{-2}\cos\omega_0 t$

៧៩-អង្គធាតុ S_1 មានម៉ាស $m_1 = 50g$ ត្រូវបានគេលែងដោយគ្មានល្បឿនដើមពីចំនុច A រអិលលើប្លង់ទេរ មានចំណោទ $\alpha = 30^\circ$ ធៀបនឹងអ័ក្សដេក។ បន្ទាប់ពីចរបានប្រវែង $AB = \ell = 1\text{m}$ រួចវាបន្តទៅទង្គិចអង្គធាតុ S_2 ដែលមានម៉ាស $m_2 = 200\,\text{g}$ ដែលនៅនឹង។ (គេមិនគិតកំលាំងកកិត)

a). គណនាតំលៃនៃល្បឿន $\vec{v}_1$ របស់អង្គធាតុ (S_1) មុនពេលទង្គិចជាមួយ (S_2) ។

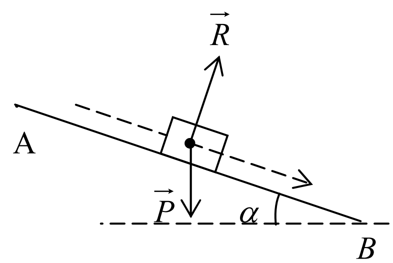
b). នៅពេលទង្គិចអង្គធាតុ (S_1) និង (S_2) បានផក់ជាប់គ្នាបង្កើតបានប្រព័ន្ធ (S) រួចមានផ្ចិត (G') ។ ដោយអនុវត្តច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនានៃប្រព័ន្ធ (S_1,S_2) ។ គណនាតំលៃវ៉ិចទ័រល្បឿន $\vec{v}_G$ ក្រោយពេលទង្គិច ។



c). អង្គធាតុ S_2 ចងភ្ជាប់នឹងរ៉ឺសរមួយមិនគិតម៉ាស់ហើយស្ពៀរមិនជាប់គ្នាមានថេរកំរាញ $k = 50\,\mathrm{Nm^{-1}}$ ហើយចុងម្ខាងទៀតចងត្រង់ C នឹង។ មុនទង្គិចរ៉ឺស័រនៅនឹង ក្រោយពេលទង្គិចរ៉ឺសរធ្វើចលនា ។ ទីតាំងនៃ G ត្រុយនៅលើអ័ក្ស $(B,\vec{i})$ នៅលើរូប ។ ចំពោះគល់នៃទីតាំងG នៅខណៈពេលទង្គិច (កន្លែង ទង្គិច) ។ យើងយកដើមពេលនៅពេលទង្គិច ។ គណនាអាប់ស៊ីសនៃG ពេលល្បឿនសូន្យចំពោះទីតាំង ទីមួយ ។

ចំលើយ

a). គណនាល្បឿន v_1



តាមទ្រឹស្តីបទថាមពលស៊ីនេទិច:

$$W_{A\to B}\left(\Sigma\vec{f}\right) = \Delta E_C = E_{C(B)} - E_{C(A)}$$

ដោយ $W_{A\to B}\left(\Sigma\vec{f}\right) = W_{A\to B}\left(\vec{P}_1\right) + W_{A\to B}\left(\vec{R}\right)$

$$W_{A\to B}\left(\vec{R}\right) = \vec{R}\cdot\overrightarrow{AB} = 0$$

$$W_{A\to B}\left(\vec{P}\right) = \vec{P}_1\cdot\overrightarrow{AB} = P\cdot AB\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$$

$$= m_1 g\cdot AB\cdot\sin\alpha$$

$$E_{C(A)} = \frac{1}{2}m_1 v_A^{\ 2} = 0,\ v_A = 0$$

$$E_{C(B)} = \frac{1}{2}m_1 v_B^{\ 2} = \frac{1}{2}m_1 v_1^{\ 2}$$

$$\Rightarrow mg.AB.\sin\alpha = \frac{1}{2}m_1 v_1^{\ 2}$$

$$\Rightarrow v_1 = \sqrt{2g.AB.\sin\alpha} = \sqrt{2.10\times 1.\frac{1}{2}}$$

$$v_1 = \sqrt{10}\ \mathrm{m/s}$$

b). ក្រោយពេលទង្គិចអង្គធាតុ ($\mathrm{S_1}$) និង ($\mathrm{S_2}$) បានជាប់គ្នាបង្កើតបាន (S) មួយមានផ្ចិតG រួចយើង គណនា G_1 ទង្គិចរបស់អង្គធាតុទាំងពីរហៅថា ទង្គិចស្ទក់

-បរិមាណចលនាមុនទង្គិច

(S_1): $\vec{p}_1 = m_1 v_1$; $p_2 = m_2 \vec{v}_2 = 0$; $v_2 = 0$

-បរិមាណចលនាក្រោយទង្គិច

$\vec{P} = (m_1 + m_2)\vec{v}_G$

តាមច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា $\Rightarrow \vec{P}_1 = \vec{P}_2$

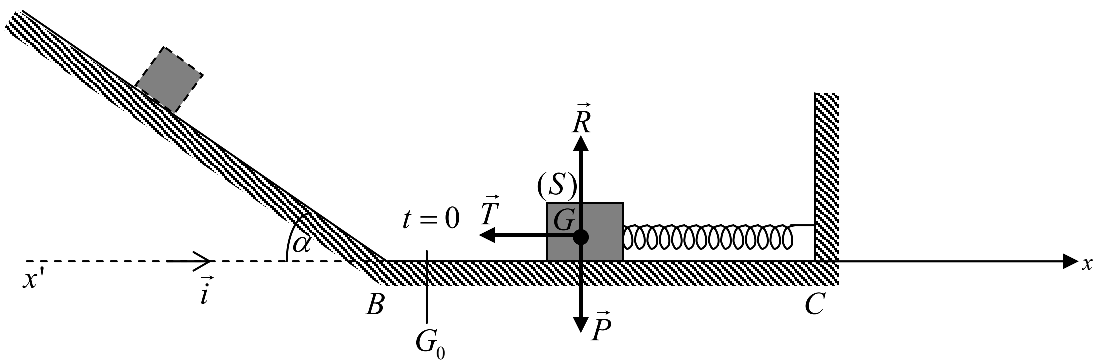
ធ្វើចំនោលលើអ័ក្ស $(x'x;\, t)$

$\Rightarrow m_1 \vec{v}_1 = (m_1 + m_2) v_G$

$$\Rightarrow v_G = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{50 \cdot 10^{-3}\sqrt{10}}{50 \cdot 10^{-3} + 200 \cdot 10^{-3}}$$

$$v_G = \frac{\sqrt{10}}{5} = 0{,}63\,\text{m/s}$$

c). គណនា x_m



ក្រោយពេលទង្គិច អង្គធាតុS ធ្វើចលនាលំយោលជុំវិញទីតាំងមួយដែលមានសមីការចលនា:

$x = x_m \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$

$\Rightarrow x_0 = -x_m \cdot \omega_0 \sin(\omega_0 \cdot t + \varphi)$

នៅខណៈ $t = 0$

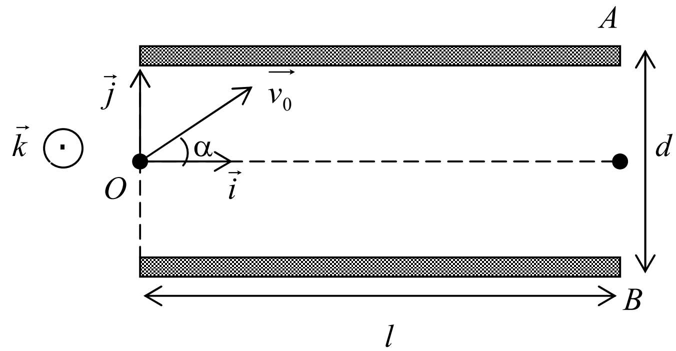
$$x = x_m \cos(\omega_0 \cdot 0 + \varphi) \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$x_0 = 6v_G$

$$\Rightarrow 0{,}63 = -x_m \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \cdot \sin\frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x_m = -\frac{0{,}63}{14{,}14} = -0{,}044\,\text{m}$$

៨០-ចន្លោះបន្ទះទាំងពីរនៃកុងដង់សាទ័រដូចរូប ឃ្លាតពីគ្នាចំងាយ d ចំនុច0 ចំនុចកណ្តាលរវាងបន្ទះទាំងពីរ គេបាញ់ផង់មានម៉ាសm និងមានបន្ទុក q ។ ល្បឿនដើម $\vec{v}_0$ ផ្គុំបានមុំ α ជាមួយអ័ក្សដេកនៅក្នុងប្លង់ $(O,\vec{i},\vec{j})$ ។



a). តង់ស្យុង $U = V_A - V_B$ វិជ្ជមាន ។ ចូរគូសវ៉ិចទ័រដែនអគ្គិសនី ។

b). ទំងន់របស់វាអាចចោលបានដោយធៀបទៅនឹងកំលាំងអេឡិចត្រូស្តាទិច ។ ចូរគូសវ៉ិចទ័រសំទុះត្រង់ចំនុចមួយនៃគន្លងក្នុងករណី $q > 0$, $q < 0$ ។

c). សមីការពេលនៃគន្លងកំនត់ដោយទំនាក់ទំនងវ៉ិចទ័រៈ

$$\overrightarrow{OM} = t \cdot \vec{v}_0 + \frac{qt^2}{2m}\vec{E}$$

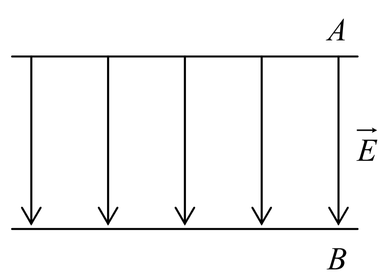
គណនា $x(t); y(t)$ និង $z(t)$ ។ ចូរសំដែងសមីការដេកាតនៃគន្លងជាអនុគមន៍ $q; E$ និង $\mathrm{tg}\,\alpha$ ។

d). ចូរគូសគន្លងចំពោះ $q > 0$; $q < 0$

e). ឧបមាថា $q > 0$ តើគេត្រូវអោយតំលៃ d, l អប្បបរមាប៉ុន្មានដើម្បីអោយផង់ចេញពីបន្ទះត្រង់ O' ។ α និង v_0 ស្គាល់ ។

ចំលើយ

a). វ៉ិចទ័រដែន $\vec{E}$ គូសក្នុងរូប



យើងមានតង់ស្យុងៈ

$U = V_A - V_B > 0$

$\Rightarrow V_A > V_B$

ដូចនេះខ្សែដែនចេញពី $A \to B$ ។

b). កំលាំងដែលមានអំពើលើផង់មានតែកំលាំងអេឡិចត្រូស្តាទិចៈ $\vec{F} = q\vec{E}$

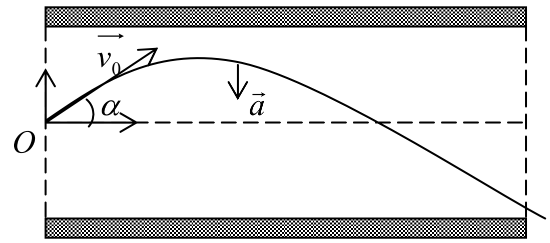
ម្យ៉ាងទៀតទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិចៈ

$\vec{F} = m\vec{a}$

$\Rightarrow m\vec{a} = q\vec{E}$

$\Rightarrow \vec{a} = \frac{p}{m}\vec{E}$

ដោយ $\vec{E} = -E \cdot \vec{j}$



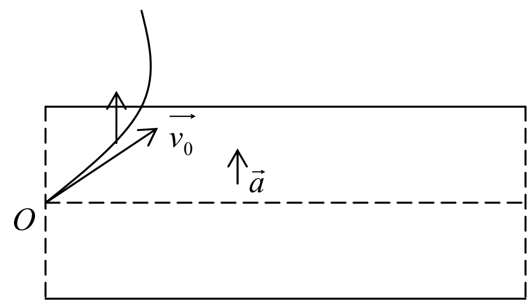
$\Rightarrow \vec{a} = -\frac{q}{m}E \cdot \vec{i}$

- ចំពោះ $q > 0 \Rightarrow a = -\frac{q}{m}E$

គន្លងវាដូចរូបៈ

-ចំពោះ $q < 0 \Rightarrow a = -\frac{q}{m}E$

ដោយ $q < 0 \Rightarrow a = \frac{|p|}{m} \cdot E$



គ-គណនា $x(t), y(t)$ និង $z(t)$

យើងមានសមីការពេល

$\overrightarrow{OM} = t \cdot \vec{v}_0 + \frac{qt^2}{2m} \cdot \vec{E}$

ដែល $\overrightarrow{OM} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$ ។

ដោយចលនារបស់ថង់នៅក្នុងប្លង់ $(O; \vec{i}\,; \vec{j})$

$\Rightarrow z = 0$

$\Rightarrow \vec{x} + \vec{y} = t\overrightarrow{v_0} + \frac{qt^2}{2m}\vec{E}$ (1)

-ធ្វើចំនោល (1) លើ (Ox)

$\Rightarrow x = t.v_0.\cos\alpha$

-ធ្វើចំនោល (1) លើ (Oy)

$\Rightarrow y = t.v_0 \sin\alpha - \frac{qt^2}{2m} \cdot E$

ឃ-គន្លងគូសដូចរូបខាងលើ

ង-យើងបានសមីការគន្លង

$y = x\,\mathrm{tg}\,\alpha - \frac{q}{2m}E \cdot \frac{x^2}{v^2{}_0 \cos\alpha}$

ដើម្បីអោយវាចេញត្រង់ O' លុះត្រាតែ $y = 0; x = \ell$

$$\Rightarrow\ 0=\ell\cdot\mathrm{tg}\,\alpha-\frac{q}{2m}E\cdot\frac{\ell^2}{v_0^{\ 2}\cos^2\alpha}$$

$$\Rightarrow\ \ell\left(\mathrm{tg}\,\alpha-\frac{qE}{2m}\cdot\frac{\ell}{v_0^{\ 2}\cos^2\alpha}\right)=0$$

$\Rightarrow\ \ell=0$ （ត្រង់O）

$$\Rightarrow\ \ell=\frac{\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\times 2m\times v_0^{\ 2}\cos^2\alpha}{qE}$$

$$\ell=\frac{mv_0^{\ 2}}{qE}\cdot\sin\alpha$$

d អប្បបរមា គឺយ៉ាងហោចណាស់ $d\geq y_{ma\alpha}=\dfrac{v_0^{\ 2}m\sin^2\alpha}{|q|E}$

៨១-ដុំថ្មមួយត្រូវបានគេបាញ់ឡើងលើដោយល្បឿន $10m/s$ ។ មួយវិនាទីក្រោយមក គេបាញ់ដុំថ្មទី ២ តាមក្រោយដោយល្បឿនដើមដូចគ្នាទិសដៅដូចគ្នា។ តើវាជួបគ្នានៅរយៈពេលប៉ុន្មាន? ហើយនៅកំពស់ណា? យក $g=10\,\mathrm{m/s^2}$ ។

<u>ចំលើយ</u>

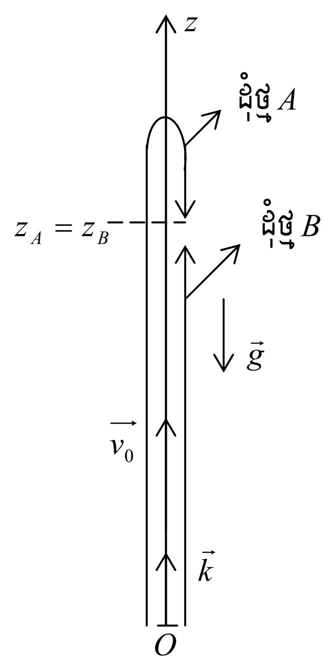
យើងជ្រើសរើសអ័ក្សមួយ (Oz) មកសិក្សា ។

-ចំពោះដុំថ្មទី 1 (A)

ដុំថ្មនេះរងតែទំងន់របស់វា

$\vec{P}=m\vec{a}\ \ \Rightarrow\vec{a}=\vec{g}$

ធ្វើរំយោល $\vec{a}$ លើ (Oz) យើងបាន:



$a=-g$

ហើយ $a=\dfrac{dv_A}{dt}$, v_A ល្បឿនរបស់ A

$\Rightarrow\ dv_A=-gdt$

ហើយនៅខណ: $t=0$; $v_A=v_0$

$$\Rightarrow\int_{V_o}^{v_A}dv_A=\int_0^{t_1}-gdt$$

$\Rightarrow\ v_A=-gt_1+v_0$; t_1 រយៈពេលរបស់ A

ហើយ $v_A = \dfrac{dz_A}{dt}$

$\Rightarrow dz_A = (-gt_1 + v_0)dt$

ដោយនៅខណៈ $t = 0$; $z_A = 0$

$$\Rightarrow \int_0^{z_A} dz_A = \int_0^{t_1} (-gt_1 + v_0)dt$$

$$\Rightarrow z_A = -\frac{1}{2}gt_2^2 + v_0.t_2 \qquad (1)$$

ដោយ $t_2 = t_1 - 1$

$$\Rightarrow z_B = -\frac{1}{2}g(t_1-1)^2 + v_0(t_1-1)$$

$$z_B = -\frac{1}{2}gt_1^2 + gt_1 - \frac{1}{2}g + v_0t_1 - v_0 \quad (2)$$

ដើម្បីអោយដុំថ្មទាំងពីជួបគ្នាលុះត្រាតែ $z_A = z_B$ គឺ (1) = (2) ។ យើងបាន:

$$-\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t = -\frac{1}{2}gt^2 + gt_1 - \frac{1}{2}g + v_0 t_1 - v_0$$

$$\Rightarrow gt_1 = \frac{1}{2}g + v_0 \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{1}{2} + \frac{v_0}{g} = \frac{1}{2} + \frac{10}{10} = 1{,}5\,\text{s}$$

ដូចនេះ $t_1 = 1{,}5\,\text{s}$ គឺវាជួបគ្នានៅពេលដុំថ្មទីមួយធ្លាក់ចុះមកវិញ ។

-កំពស់ដែលវាជួបគ្នាតាម (1)

$$z_A = -\frac{1}{2}gt_1 + v_0t_1$$

$$z_A = -\frac{1}{2}\times 10(1{,}5)^2 + 10(1{,}5) = 3{,}75\,\text{m}$$

ដូច្នេះ $z_A = 3{,}75\,\text{m}$

៨២-គ្រាប់បាញ់ពី A និង B ត្រូវបានគេបាញ់តាមទិសឈរដោយល្បឿនដើមដូចគ្នា v_0 ។ គ្រាប់ A ត្រូវបានគេបាញ់ឡើងលើហើយគ្រាប់ B ត្រូវបានគេបាញ់ចុះក្រោម ។

កំនត់សមីការចលនារបស់គ្រាប់បាញ់នីមួយៗ ។

គណនា v_0 ដោយដឹងថា $AB = 10\,\text{m}$ រយ:ពេលចន្លោះ A និង B ចំណាយពេល $1s$ ។ យក $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។

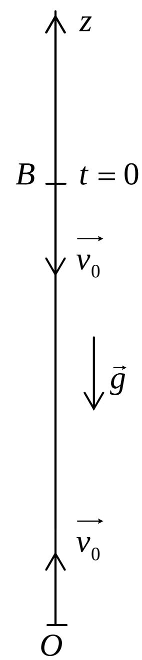
<u>ចំលើយ</u>

យើងជ្រើសរើសអ័ក្សឈរ (Oz) មកសិក្សាហើយ O ត្រួត A ។

-ចំពោះគ្រាប់បាញ់ A

សំរាយដូចលំហាត់ (49) យើងបានសមីការពេលៈ

$$z_A = -\frac{1}{2}gt_1^2 + v_0 t_1 \qquad (1)$$



-ចំពោះគ្រាប់បាញ់ A វារងតែទំងន់

$$\vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

ធ្វើចំណោលលើអ័ក្ស

$$\Rightarrow a = g$$

ហើយ $a = \dfrac{dv_B}{dt}$

$$\Rightarrow dv_B = gdt$$

នៅខណៈ $t = 0$; $v_B = -v_0$

$$\Rightarrow \int_{-v_0}^{v_B} dv_B = \int_0^{t_2} gdt$$

$$\Rightarrow v_B = g\,t_2 - v_0$$

ហើយ $v_B = \dfrac{dz_B}{dt}$ នៅខណៈ $t = 0$; $z_B = z_{BO} = AB$

$$\Rightarrow \int_{z_{BO}}^{z_B} dz_B = \int_0^{t_2} (gt_2 - v_0)dt$$

$$\Rightarrow z_B = \frac{1}{2}g\,t_2{}^2 - v_0\,t_2 + z_{B_0}$$

រឺ $z_B = \dfrac{1}{2}g\,t_2{}^2 - v_0\,t_2 + AB \qquad (2)$

-គណនាល្បឿន v_0

- ចំពោះ (2) យើងបានៈ

បើគ្រាប់បាញ់ B មកដល់ $A\,(O)$

$$\Rightarrow z_B = 0\,;\ AB = 10\,\mathrm{m}\,;\ t_2 - 1\,\mathrm{s}$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{\frac{1}{2}g\,t_2 + AB}{t_2} = \frac{\frac{1}{2}10\times 1^2 + 10}{1}$$

$$\Rightarrow v_0 = 15\,\mathrm{m/s}$$

៨៣-គេលែងឃ្លីធ្វើពីកែវតូចមួយដោយគ្មានល្បឿនដើមទៅក្នុងអង្គធាតុរាវមួយ ។ គេសង្កេតឃើញល្បឿនរបស់វាប្រែប្រួលតាមច្បាប់ $v_0 = V\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ ។ τ ជាចំនួនថេរ ដែលមានខ្នាតដូចពេល ។ គេហៅថា ថេរពេល ។

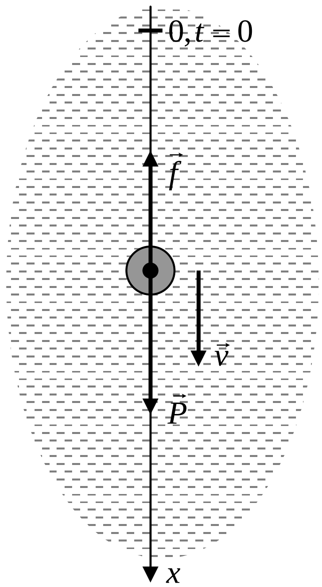
a). ចូរបកស្រាយដោយបំពេញឃ្លាដូចតទៅ:

V ជាល្បឿន..........របស់ឃ្លី τ ជាចុងពេលនៃលំអៀង $(V-v)$ ជាផលចែក..........។

b). ចូរបង្ហាញក្រាភិច v ជាអនុគមន៍នៃពេល ។

c). គណនាសំទុះជាអនុគមន៍ពេល និងសំទុះដើម ។

d). ចូរសំដែងចំងាយចរ x ជាអនុគមន៍ពេល ។



ចំលើយ

ក-យើងមានសមីការនៃល្បឿន:

$$v = V\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

V : ជាល្បឿនក្រោយពេលទំលាក់បន្តិច ។

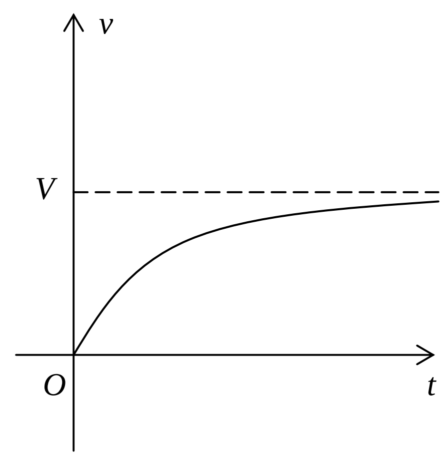
ហើយ $v = V\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$

(រូប)

τ : ជាថេរពេលហើយ $\tau = \frac{c}{m}$;

c : មេគុណថេរនៃសន្ទនីយ៍

m : ម៉ាសអង្គធាតុ ។



ក-ក្រាប

$$V = V\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

-កាលណា $t = 0 \Rightarrow v = 0$

-កាលណា $t \to \infty$ $v = V$

ខ- <u>សំទុះខណៈ</u>

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(V\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

សំទុះដើម $t = 0 \Rightarrow \quad a = \frac{1}{\tau}$

គ- <u>ចំងាយចរ</u>

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_0^x dx = \int_0^t V\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)dt$$

$$\Rightarrow x = \left[V\left(1 + \tau e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right]_0^t$$

$$\Rightarrow x = V\left(1 + \tau\, e^{-\frac{t}{\tau}}\right) - V(1 + \tau \cdot 1)$$

$$x = \tau\left(-V + e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

៨៤-ចល័តមួយមានបរិមាណចលន $\vec{P}_1$ មានតំលៃ $10kgms^{-1}$ ។ ចូរកំនត់រយៈពេលដែលត្រូវអនុវត្តដោយកំលាំងថេរមានតំលៃ $5N$ ដើម្បីនាំម៉ូលេគុលនៃបរិមាណចលនាស្មើពាក់កណ្ដាលបរិមាណចលនាដើមនៅក្នុងពីរករណីដូចខាងក្រោម:

ក-$\vec{F}$ និង $\vec{P}_1$ នៅលើទរតែមួយ តែមានទិសដៅផ្ទុយគ្នា។

ខ-វ៉ិចទ័រ $\vec{F}$ និង $\vec{P}$ ផ្ដុំគ្នាបានមុំ 150° ។

<u>ចំលើយ</u>

ក-កំនត់រយះពេល

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow \vec{F} = \frac{dp}{dt}$$

$$\Rightarrow \int_{10}^{5} dp = \int_0^t F \cdot dt$$

$$\Rightarrow -1 = 5t \Rightarrow t = 1s$$

ខ- $\left(\vec{F}, \vec{p}_1\right) = 150^\circ$ ឬ $\left(\vec{F}, \vec{v}\right) = 150^\circ$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Leftrightarrow \vec{F} \cdot \vec{p} = \frac{d\vec{p}}{dt}\vec{p}$$

$$\Leftrightarrow F \cdot p\cos 150^\circ = p\frac{dp}{dt}$$

$$\Leftrightarrow\ F\cos 150^{\circ} = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Rightarrow \int_{10}^{5} dp = \int_{0}^{t} F\cos 150^{\circ}\, dt$$

$$\Rightarrow -5 = 5\times(-0{,}866)t$$

$$\Rightarrow t = \frac{1}{0{,}866} = 1{,}15s$$

៨៥-ចំនុចរូបធាតុមួយដំបូងនៅនឹងត្រង់គល់ O នៃអ័ក្ស(Ox) រងកំលាំងគិតជាតំលៃពីជគណិត $F_x = Ct$ (C ជាចំនួនថេរវិជ្ជមាន បើ $t > 0$) ។ x ជាអាប់ស៊ីស ហើយ v ជាល្បឿននៅខណៈ t ។

គណនា $\frac{x}{v}$ ជាអនុគមន៍នៃពេល ។

ចំលើយ

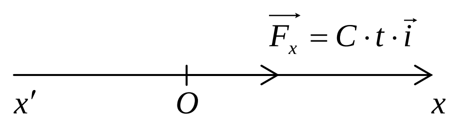
គណនា $\frac{x}{v}$ ជាអនុគមន៍នៃពេល t

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច: $\Sigma\vec{f} = m\vec{a}$

ដោយចំនុចរូបធាតុរងតែកំលាំង $\vec{F}_x$

$\Rightarrow \vec{F}_x = m\vec{a}$ ធ្វើចំនោលលើអ័ក្ស:

$\Rightarrow F_x = ma = C\cdot t$



ដោយ: $a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow m\frac{dv}{dt} = C\cdot t$

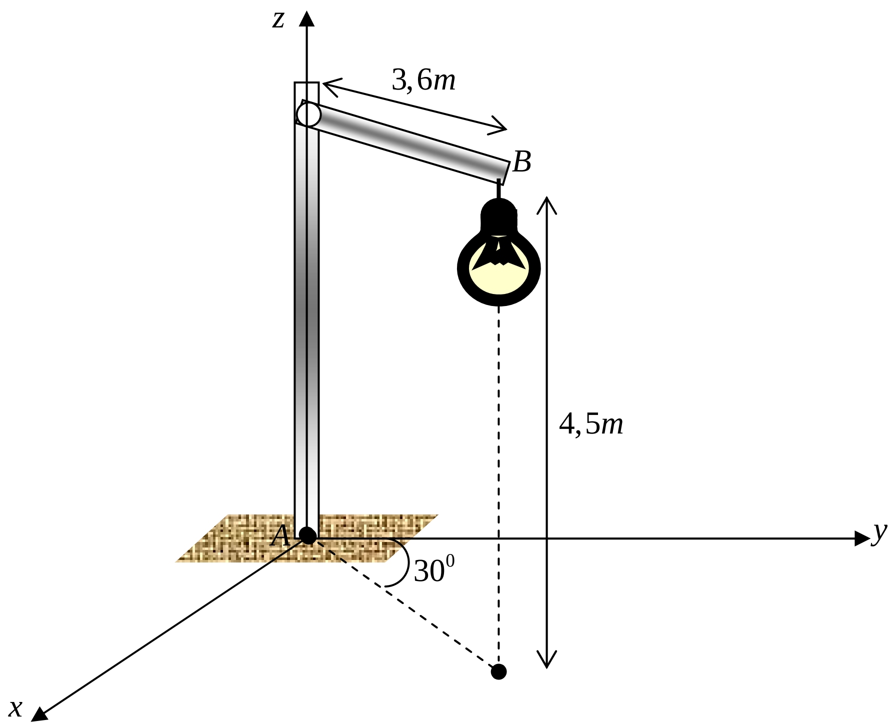
$$\Rightarrow \int_{0}^{v} m dv = \int_{0}^{t} Ct dt$$

$$\Rightarrow mv = \frac{1}{2}Ct^2 \Rightarrow v = \frac{1}{2}\frac{C}{m}t^2$$

ដោយ: $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int_{0}^{x} dx = \int_{0}^{t}\frac{1}{2}\frac{C}{m}t^2\, dt$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{6}\frac{C}{m}t^3 \quad \Rightarrow \quad \frac{x}{v} = \frac{t}{3}$$

៨៥-បង្គោលភ្លើងអគ្គិសនីមួយទ្រចង្កៀងចរាចរណ៍មានទំងន់$100N$ ។ ចូរកំណត់ម៉ូម៉ង់នៃទំងន់ចង្កៀងធៀបA ។



ចំលើយ

ម៉ូម៉ង់នៃទំងន់ចង្កៀងធៀបនឹងចំនុច A ដែលជាគល់សរសរៈ

តាមរូបមន្តម៉ូម៉ង់

$\overrightarrow{M}_A = \vec{r} \wedge \vec{F}$

ដែល $\vec{r} = \overrightarrow{AB} = \left\{3,6\times\sin 30^0\,\vec{i} + 3,6\times\cos 30^0\,\vec{j} + 5,4\vec{k}\right\} m$

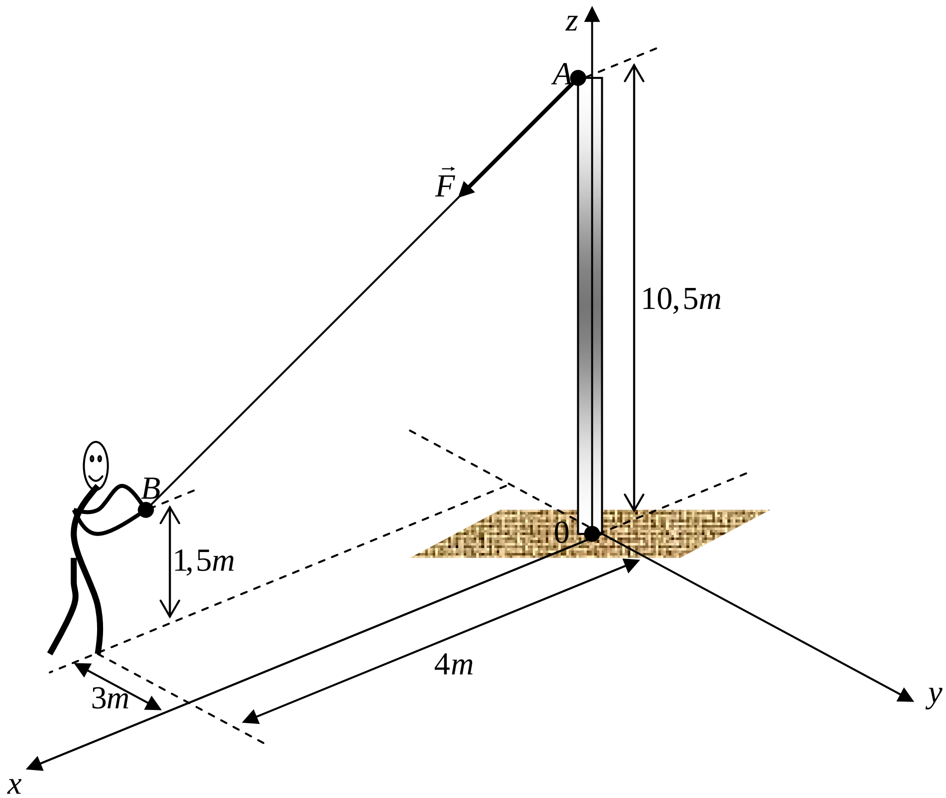
និង $\vec{F} = \vec{P} = \left\{-100\vec{k}\right\} N$

យើងបានៈ

$$\overrightarrow{M}_A = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1,8 & 3,12 & 5,4 \\ 0 & 0 & -100 \end{vmatrix} = \left\{-312\,\vec{i} + 180\,\vec{j}\right\} N.m$$

ដូចនេះ $M_A = 360,2 N.m$

៨៧-បុរសម្នាក់ទាញបង្គោលដោយកំលាំង $F = 20N$ ។ ចូរកំណត់ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំង $\vec{F}$ ធៀបនឹងគល់បង្គោលត្រង់ O ។



ចំលើយ

ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំង $\vec{F}$ ធៀបនឹងចំនុច0 ដែលជាគល់បង្គោលៈ

តាមរូបមន្តម៉ូម៉ង់

$$\overrightarrow{M}_A = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

ដែល $\vec{r} = \overrightarrow{0A} = \left\{10,5\vec{k}\right\} m$

និង $\vec{F} = F\,\vec{u}_{AB}$ ហើយ $\vec{u}_{AB} = \dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|} = \dfrac{4\vec{i} - 3\vec{j} - 9\vec{k}}{10,3} = 0,4\vec{i} - 0,3\vec{j} - 0,87\vec{k}$

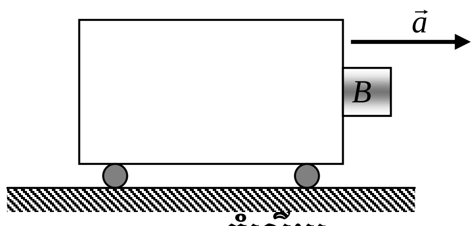
$$\Rightarrow \vec{F} = \left\{8\vec{i} - 6\vec{j} - 14,4\vec{k}\right\} N$$

យើងបានៈ

$$\overrightarrow{M}_A = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 10,5 \\ 8 & -6 & 14,4 \end{vmatrix} = \left\{63\vec{i} - 84\vec{j}\right\} N.m$$

ដូចនេះ $M_A = 105 N.m$

៨៨-បង្ហាញដូចរូប ។ ចូររកសំទុះរបស់កូនរទេះចាំបាច់ដើម្បីបង្ការកុំអោយដុំB ធ្លាក់ ។ មេគុណកកិតស្តាទិចរវាងដុំនិងកូនរទេះគឺ μ_s ។



ចំលើយ

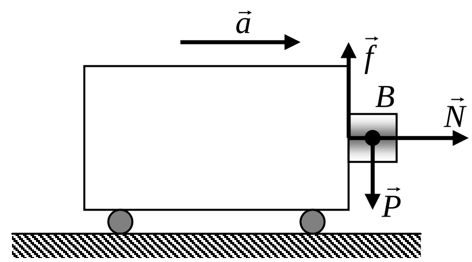
សំទុះa ចាំបាច់ដើម្បីកុំអោយដុំB ធ្លាក់

យើងឃើញថា ដុំរងកំលាំងបី:

-ទំងន់ $\vec{P}$

-កំលាំងកកិត $\vec{f}$

-កំលាំងទ្ររបស់រថយន្ត $\vec{N}$



បើដុំមិនធ្លាក់ យើងបាន: $f = P$ ហើយ $N = m.a$

ដោយ $\mu_s = \dfrac{f}{N} \Rightarrow f = \mu_s N = m\,g \Rightarrow N = \dfrac{m\,g}{\mu_s}$

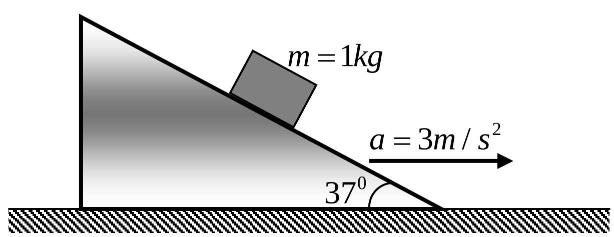
$\dfrac{mg}{\mu_s} = m\,a \;\Rightarrow a = \dfrac{g}{\mu_s}$

ដូចនេះដើម្បីកំអោយដុំB ធ្លាក់ កាលណា $a \geq \dfrac{g}{\mu_s}$

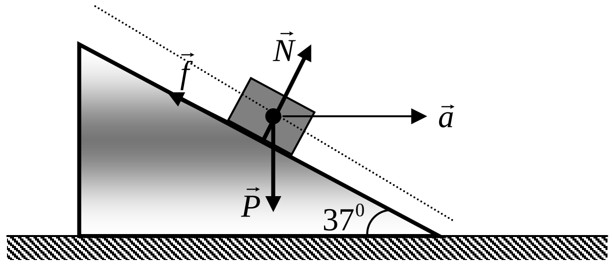
៨៩-ដុំមួយដាក់លើប្លង់ទេរដូចរូប ។

ក-បើប្លង់ទេរមានសំទុះ$3m/s^2$ ហើយដុំមិនរអិលលើប្លង់ទេរ តើកំលាំងកកិតរវាងដុំនិងប្លង់ទេរស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

ខ-គណនាមេគុណកកិតស្តាទិច ។



ចំលើយ



ក-កំលាំងកកិត

ដុំរងកំលាំង

-ទំងន់ $\vec{P}$

-កកិត $\vec{f}$

-កំលាំងទ្ររបស់ប្លង់ទេរ $\vec{N}$

ដោយដុំមានលំនឹងធៀបនឹងប្លង់ទេរ យើងបាន:

$$-f + P\sin 37^0 = m\,a\cos 37^0$$

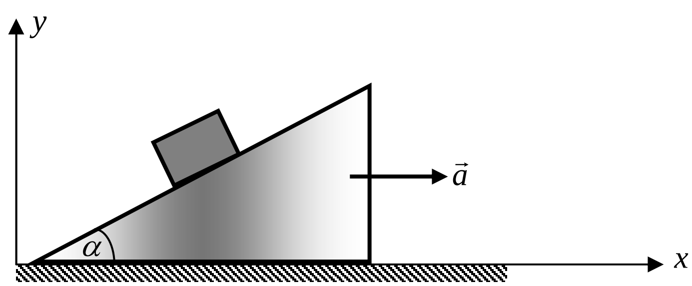
$$\Rightarrow f = 3,48\,N$$

ខ-មេគុណកកិត

$$\mu_s = \frac{f}{N} = \frac{f}{ma\sin 37^0 - P\cos 37^0}$$

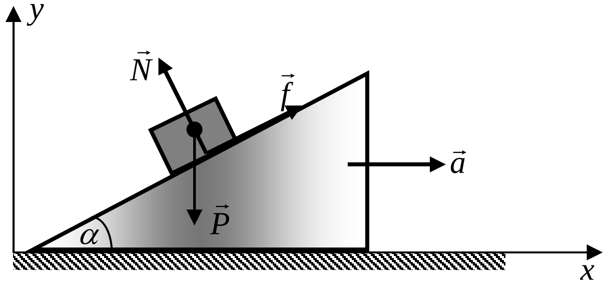
$$\Rightarrow \mu_s = 0,36$$

៩០-ប្លង់ទេរមួយបង្ហាញដូចរូបមានសំទុះ $\vec{a}$ ទៅស្តាំ ។ ចូរបង្ហាញថា ដុំនឹងរអិលឡើងលើប្លង់ទេរ បើ $a > g\tan(\theta - \alpha)$ ដែល $\mu_s = \tan\theta$ គឺជាមេគុណកកិតស្តាទិចចំពោះផ្ទៃប៉ះ ។



ចំលើយ

បើដុំមិនរអិល វាមានសំទុះស្មើនឹងសំទុះរបស់ដុំ ។



ដុំរងកំលាំង

-ទំងន់ $\vec{P}$

-កកិត $\vec{f}$

-កំលាំងទ្រូវរបស់ប្លង់ទេរ $\vec{N}$

យើងបាន:

$$f\cos\alpha - N\sin\alpha = ma$$

និង $f\sin\alpha + N\cos\alpha - mg = 0$

ដោះស្រាយសមីការទាំងពីរនេះ យើងបាន:

$$f = m(a\cos\alpha + g\sin\alpha)\ ,\ N = m(g\cos\alpha - a\sin\alpha)$$

យើងបានផលធៀប:

$$\frac{f}{N} = \frac{a\cos\alpha + g\sin\alpha}{g\cos\alpha - a\sin\alpha} = \frac{a + g\tan\alpha}{g - a\tan\alpha}$$

ឥឡូវ តំលៃអតិបរមា $\frac{f}{N}$ អវត្តមានរអិលគឺ $\mu_s = \tan\theta$ ។

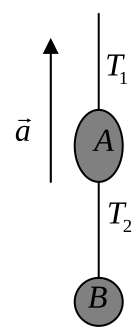
ដូចនេះ សំទុះ a ត្រូវតែ:

$$\frac{a + g\tan\alpha}{g - a\tan\alpha} \le \tan\theta$$

$$\Rightarrow a \le g\frac{\tan\theta - \tan\alpha}{1 + \tan\theta\tan\alpha} = g\tan(\theta - \alpha)$$

បើ $a > g\tan(\theta - \alpha)$ ដុំរអិល ។

៩១-ក្នុងរូប A មានម៉ាស $15kg$ និង B មានម៉ាស $11kg$ ។ បើគេអោយវាស្ទុះទៅលើដោយសំទុះ $3m/s^2$ ដោយទាញ A ។ ចូររកតំនឹងខ្សែ T_1 និង T_2 ។



<u>ចំលើយ</u>

-ចំពោះ A យើងបាន:

$$T_1 - T_2 + P_A = m_A a \qquad (1)$$

-ចំពោះ B យើងបាន:

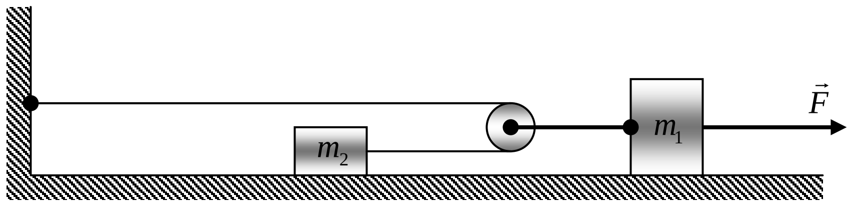
$$T_2 - P_B = m_B a \qquad (2)$$

យក $(1)+(2)$ យើងបាន:

$$T_1 - (P_B - P_A) = (m_A + m_B)a \quad \Rightarrow T_1 = (m_A + m_B)a + (P_B - P_A)$$

$$\Rightarrow T_1 = 332{,}8N \quad , T_2 = 140{,}8N$$

៩២-នៅក្នុងរូប សន្មតថា កកិតអាចចោលបានរវាងដុំនិងតុ ។ ចូរគណនាតំនឹងខ្សែ និងសំទុះរបស់ m_2 បើ $m_1 = 300g\,, m_2 = 200g$ និង $F = 0,40N$ ។



<u>ចំលើយ</u>

ដោយអនុវត្ត ទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច ចំពោះ ម៉ាសនីមួយៗ:

$F - 2T = m_1 a_1$ (1)

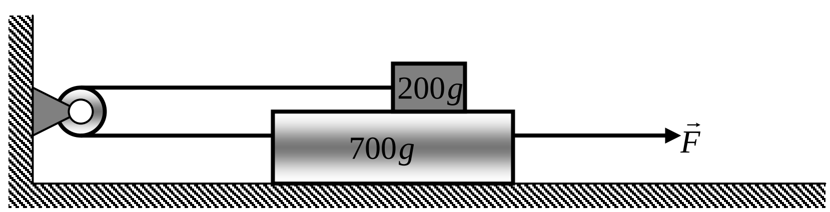
$T = m_2 a_2$ (2)

ដោយ $a_2 = \dfrac{a_1}{2}$, $a_1 = a$

ដោះស្រាយសមីការទាំងពីរ យើងបាន:

$a = 0,73m/s^2$, $T = 0,145N$

៩៣-នៅក្នុងរូប តើកំលាំង F ស្មើនឹងប៉ុន្មាន ដើម្បីអោយដុំ $700g$ មានសំទុះ $30cm/s^2$? មេគុណកកិតរវាងដុំទាំងពីរ ហើយដុំនិងតុគឺ 0,15 ។



<u>ចំលើយ</u>

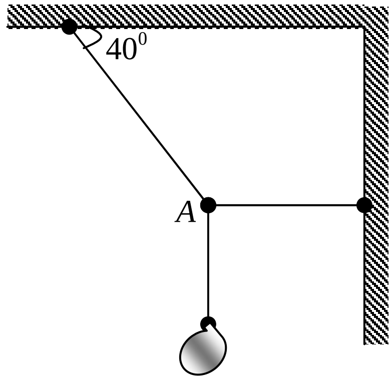
តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

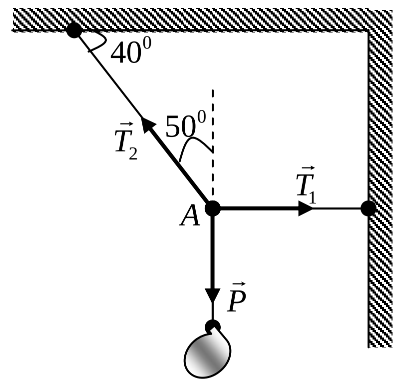
-ចំពោះម៉ាស $700g$:

$F - T - f - f' = 0,7\,a$ (1)

ដែល $f = \mu_k N$ ហើយ

៩៤-បង្ហាញលើរូប តំនឹងខ្សែដេកមានតំលៃ $30N$ ។ ចូររកទំងន់វត្ថុដែលព្យួរ ។





<u>ចំលើយ</u>

គណនាទំងន់ P

តាមសមីការលំនឹង (នៅក្នុងប្លង់)

$\sum F_x = 0$

$\sum F_y = 0$

យើងបាន:

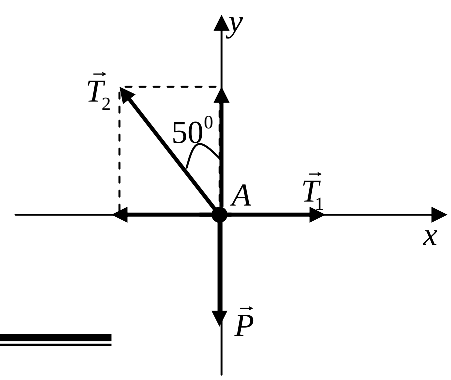
$\sum F_x = T_1 - T_2 \sin 50^0 = 0$ (1)

$\sum F_y = T_2 \cos 50^0 - P = 0$ (2)

ដោយ $T_1 = 30N$

ដោះស្រាយសមីការទាំងពីរ យើងបាន:

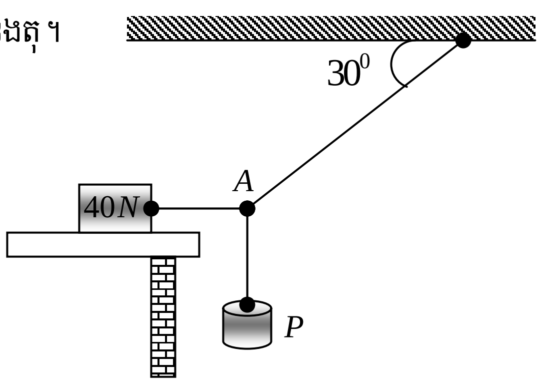
$P = 25,2N$



៩៥-បង្ហាញលើរូប ប្រព័ន្ធមានលំនឹង ។

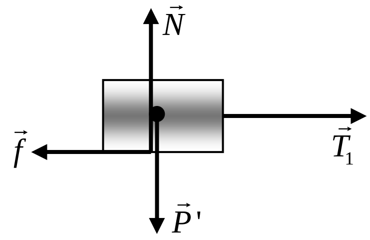
ក-តើតំលៃ P អតិបរមាប៉ុន្មាន បើកំលាំងកកិតលើដុំ $40N$ មិនលើស $12N$?

ខ-រកមេគុណកកិតរវាងដុំនិងតុ ។



ចំលើយ

ដ្យាក្រាមកំលាំងត្រូវបង្ហាញដូចរូប ។

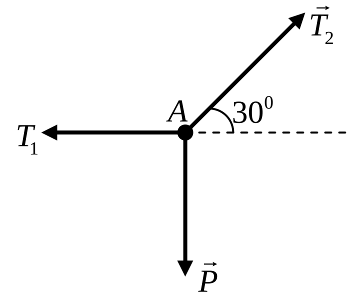


-សមីការលំនឹងចំពោះដុំ

$$\sum F_x = T_1 - f = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = N - P' = 0 \quad (2)$$

-សមីការលំនឹងចំពោះតំណ A :



$$\sum F_x = T_2 \cos 30^0 - T_1 = 0 \quad (3)$$

$$\sum F_y = T_2 \sin 30^0 - P = 0 \quad (4)$$

ដោយ $f = f_{\max} = 12N \Rightarrow T_1 = 12N$

ពីសមីការ $(3),(4)$ យើងបាន: $P = P_{\max} = 6,92N$

ខ-មេគុណកកិតស្តាទិច

$$\mu_s = \frac{f}{N} = \frac{f}{P'} = \frac{12}{40} = 0,30$$

៩៦-គេពិនិត្យប៉ោលបាញ់មួយកើតឡើងពីដុំមានម៉ាស m_2 ដែលព្យួរដោយខ្សែមួយ ។ កាលណាគ្រាប់បាញ់មួយមានម៉ាស m_1 និងល្បឿន v_1 ទៅបុកវាជាប់ ហើយរុញឡើងលើបានកំពស់ h ។ ចូរបង្ហាញថា ល្បឿន v_1 នៃគ្រាប់បាញ់អោយដោយ: $v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\sqrt{2gh}$

ចំលើយ

តាមច្បាប់ រក្សាបរិមាណចលនា:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2)V$$

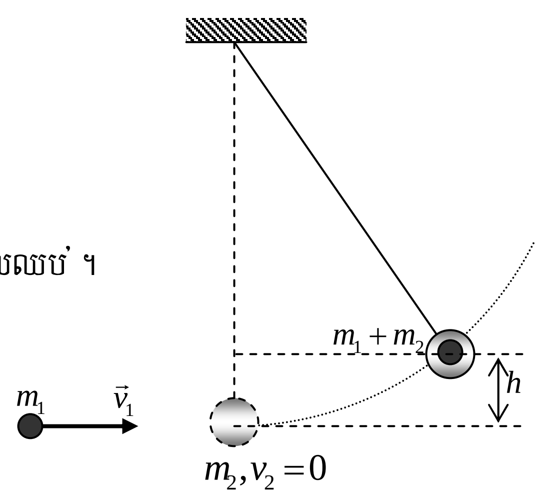
$$\Rightarrow V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad (1)$$

ដោយថាមពលស៊ីនេទិចនៅត្រង់ ទង្គិច

បានបំលែងទៅជាថាមពលប៉ូតង់ស្យែលនៅពេលឈប់ ។

យើងបាន: $\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = (m_1 + m_2)gh$

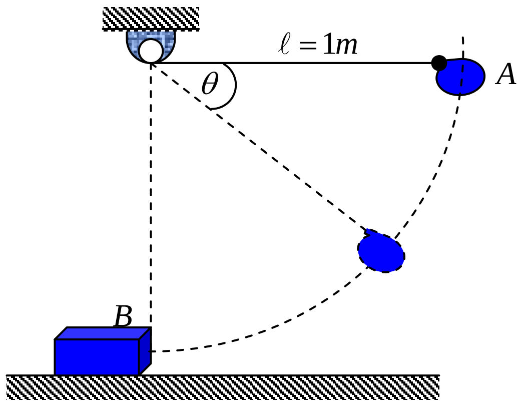
$$\Rightarrow V = \sqrt{2gh} \quad (2)$$



(1) និង(2) យើងបាន:

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\sqrt{2gh}$$

៩៧-បាវ A មួយមានម៉ាស $6kg$ ត្រូវបានលែងពីនៅនឹងត្រង់ទីតាំង $\theta = 0^0$ ដូចរូប ។ បន្ទាប់ពីធ្លាក់បានមុំ $\theta = 90^0$ វាទៅទង្គិចប្រអប់ B មានម៉ាស $18kg$ ។ បើមេគុណបដិទានរវាងបាវនិងប្រអប់គឺ $e = 0,5$ ។ ចូរកំណត់ល្បឿនបាវ និងប្រអប់ក្រោយពេលទង្គិច និងកំហាតថាមពលកំឡុងពេលទង្គិច ។



ចំលើយ

យើងអាចកំណត់ល្បឿនរបស់បាវដែលមកដល់ប្រអប់ ដោយប្រើច្បាប់រក្សាថាមពល:

$$E_{C0} + E_{P0} = E_{C1} + E_{P1}$$

$$\Leftrightarrow 0 + 0 = \frac{1}{2}m_A v_{A1}^2 - m_A g\ell$$

$$\Rightarrow v_{A1} = \sqrt{2g\ell} = \sqrt{2\times 9,81\times 1} = 4,43m/s$$

-ការរក្សាបរិមាណចលនា

$$m_A v_{A1} + m_B v_{B1} = m_A v_{A2} + m_B v_{B2}$$

$$\Leftrightarrow 6\times 4,43 + 19\times 0 = 6\times v_{A2} + 18\times v_{B2}$$

$$\Rightarrow v_{A2} = 4,43 - 3v_{B2} \qquad (1)$$

-មេគុណបដិទាន

$$e = \frac{v_{B2} - v_{A2}}{v_{A1} - v_{B1}} \Leftrightarrow 0,5 = \frac{v_{B2} - v_{A2}}{4,43 - 0}$$

$\Rightarrow v_{A2} = v_{B2} - 2,215 \qquad (2)$

ដោះស្រាយសមីការ (1) និង (2) យើងបាន:

$v_{A2} = 0,554m/s$ និង $v_{B2} = 1,66m/s$

-កំហាតថាមពល អនុវត្តគោលការណ៏កម្មនិងថាមពលចំពោះបាវនិងប្រអប់ មុននិងក្រោយទង្គិច យើងបាន:

$$W_{1\to 2} = E_{C2} - E_{C1}$$
$$W_{1\to 2} = \left[\frac{1}{2}\times 18\times 1,66^2 + \frac{1}{2}\times 6\times 0,554^2\right] - \left[\frac{1}{2}\times 6\times 4,43^2\right] = -33,15J$$

៩៨-មាំសុ m ធ្លាក់ក្នុងខ្យល់ដោយសេរី ។ តើបរិមាណរបស់វាស្មើនឹងប៉ុន្មានបន្ទាប់ពីចរបានចំងាយ h ?

<u>ចំលើយ</u>

បរិមាណចលនាប្តូរពីសូន្យទៅ mv ដោយសារកំលាំងទនាញដីក្នុងរយៈពេល t ដែល មាំសធ្លាក់បាន h ។ ពី $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ ដោះស្រាយសមីការនេះ យើងបាន:

$$p = m\sqrt{2gh}$$

៩៩-ចូរបង្ហាញថាបរិមាណចលនា p និងថាមពលស៊ីនេទិច E_C របស់មាំស m មានទំនាក់ទំនង $E_C = \frac{p^2}{2m}$ ។

<u>ចំលើយ</u>

ដោយសារបរិមាណចលនា $p = mv$ និង $E_C = \frac{1}{2}mv^2$

ដូចនេះ $E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2m}(mv)^2 = \frac{p^2}{2m}$

១០០-បាល់មួយធ្លាក់ទៅលើប្លង់ដេកនឹងមួយពីកំពស់ h_0 ។ មេគុណបដិទានគឺ e ។ ចូររកចំងាយចរសរុប D បន្ទាប់ពីបាល់ ឈប់នឹងនៅលើប្លង់ដេក ។

<u>ចំលើយ</u>

តាង $h_i (i = 1,2,3,...)$ ជាកំពស់លោតបន្តបន្ទាប់នៅទង្គិចទី i ។

ដូចនេះ $e=\sqrt{\frac{h_i}{h_i-1}} \Rightarrow h_i = e^2 h_{i-1}$

ចំងាយចរសរុប: $D = h_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty} h_n = h_0\left[1+2\sum_{n=1}^{\infty} e^{2n}\right]$

ដោយអង្គខាងស្តាំជាស៊ីតធរណីមាត្រ យើងបាន:

$$D = h_0\left[1+2\frac{e^2}{1-e^2}\right] = h_0\frac{1+e^2}{1-e^2}$$

១០១-បាល់មួយធ្លាក់ទៅលើប្លង់ដេកនឹងមួយពីកំពស់ h_0 ។ មេគុណបដិទានគឺ e ។ ចូររយៈពេលសរុប τ បន្ទាប់ពីបាល់ឈប់នឹងនៅលើប្លង់ដេក ។

ចំលើយ

រយៈពេលធ្លាក់ទី១ (ដំបូង): $t_0 = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}$

រយៈពេលធ្លាក់ទី n គឺ $t_n = \sqrt{\frac{2h_n}{g}} = e^n\sqrt{\frac{2h_0}{g}}$

ដូចនេះ $\tau = t_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty} t_n = \sqrt{\frac{2h_0}{h}}\left(1+2\sum_{n=1}^{\infty} e^n\right) = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}\left(1+2\frac{e}{1-e}\right)$

$$\tau = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}\frac{1+e}{1-e}$$

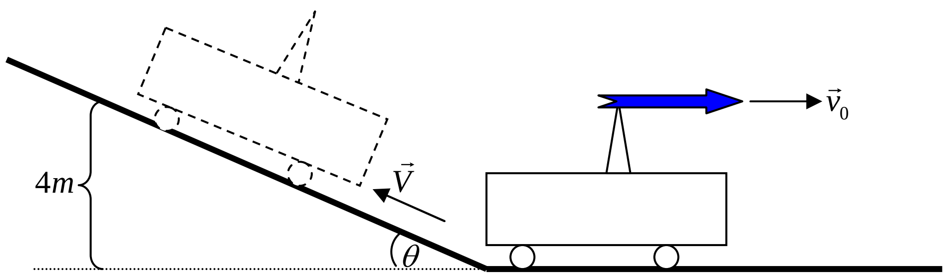
១០២-បាល់មួយធ្លាក់ទៅលើប្លង់ដេកនឹងមួយពីកំពស់ h_0 ។ មេគុណបដិទានគឺ e ។ ចូរល្បឿនមធ្យមបន្ទាប់ពីបាល់ឈប់នឹងនៅលើប្លង់ដេក ។

ចំលើយ

តាមលំហាត់៩៧និង៩៨

យើងបានល្បឿនមធ្យម $\overline{v} = \frac{D}{\tau} = \frac{h_0\frac{1+e^2}{1-e^2}}{\sqrt{\frac{2h_0}{g}}\frac{1+e}{1-e}} = \sqrt{\frac{gh_0}{2}}\frac{1+e^2}{(1+e)^2} = \frac{v_0}{2}\frac{1+e^2}{(1+e)^2}$

១០៣-កាំជ្រួចបំពាក់លើរទេះម៉ាស $4400kg$ មួយត្រូវបានបាញ់តាមទិសដេក កាំជ្រួចមានម៉ាស $110kg$ ហើយវាធាក់ថយ លើប្លង់ទេររលោង ឡើងបានកំពស់ $4m$ ដូចរូប ។ ចូររកល្បឿនដើមរបស់រ៉ូកែត ។



<u>ចំលើយ</u>

យើងអាចកំណត់ល្បឿនរបស់រទេះពេលចាប់ផ្តើមឡើងប្លង់ទេរ

តាមទំនាក់ទំនងគ្មានពេលៈ

$$0^2 - V^2 = -2g\sin\theta \times s = -2gh$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{2gh} = 8{,}85m/s$$

គ្រប់កំលាំងដែលទាក់ទងការបាញ់ជាកំលាំងក្នុង ។ ចំពោះបរិមាណចលនាតាមទិសដេក

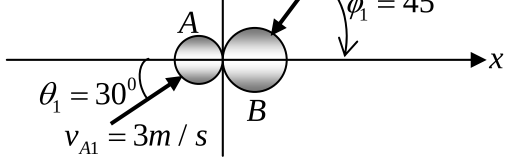
$$\vec{p}_{initial} = \vec{p}_{final}$$

ដោយយកទិសដៅរ៉ូកែតវិជ្ជមាន ។

$$0 = m_r v_0 - m_l V$$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{m_l}{m_r} V = 354m/s$$

១០៤-ថាសររលោងពីរ A និង B មានម៉ាស $1kg$ និង $2kg$ រៀង ។ វាទង្គិចគ្នាដូចបង្ហាញក្នុងរូប ។ បើមេគុណបដិទាននៃថាសគឺ $e = 0{,}75$ ។ ចូរកំណត់កុំប៉ូសង់ល្បឿនក្រោយពេលទង្គិច ។



ចំលើយ

ចំណោទនេះទាក់ទងទៅនឹងទង្គិចបញ្ឆិត(មិនចំ)

យើងមានកុំប៉ូសង់ល្បឿនមុនពេលទង្គិច:

$$\vec{v}_{A1}\begin{cases} v_{Ax1} = v_{A1}\cos 30^0 = 2,6m/s \\ v_{Ay1} = -v_{A1}\sin 30^0 = -0,707m/s \end{cases}$$

និង $\vec{v}_{B1}\begin{cases} v_{Bx1} = v_{B1}\cos 45^0 = 1,5m/s \\ v_{By1} = -v_{B1}\sin 45^0 = -0,707m/s \end{cases}$

-ការរក្សាបរិមាណចលនា(តាមទិស x)

$$m_A v_{Ax1} + m_B v_{Bx1} = m_A v_{Ax2} + m_B v_{Bx2}$$

$$\Rightarrow v_{Ax2} + 2v_{Bx2} = 1,18 \qquad (1)$$

-មេគុណបដិទាន

$$e = \frac{v_{Bx2} - v_{Ax2}}{v_{Ax1} - v_{Bx1}} \Leftrightarrow 0,75 = \frac{v_{Bx2} - v_{Ax2}}{2,6 - (-0,707)}$$

$$\Rightarrow v_{Bx2} - v_{Ax2} = 2,48 \qquad (2)$$

ដោះស្រាយសមីការទាំងពីរខាងលើ យើងបាន:

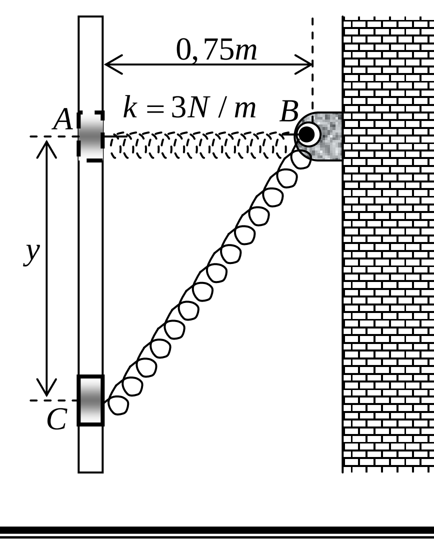
$$v_{Ax2} = -1,26m/s \quad , \; v_{Bx2} = 1,22m/s$$

និង $v_{Ay2} = 1,5m/s$, $v_{By2} = -0,707m/s$

១០៥-ប្រឡៅរលោង C មួយដូចរូប រអិលតាមដងរលោងឈរ ។ បើរ៉ុសរមិនទាន់ យឺតនៅពេលប្រឡៅនៅទីតាំង A ។ ចូរកំណត់ ល្បឿនដែលប្រឡៅកំពុងធ្វើចលនានៅពេល $y = 1m$ បើ:

ក-វាត្រូវបានលែងពីរ នៅនឹងត្រង់ ចំនុច A

ខ-វាត្រូវលែងនៅចំនុច A ជាមួយល្បឿនឡើងលើ $v_A = 2m/s$



ចំលើយ

ក-ល្បឿនរបស់ C

តាមច្បាប់រក្សាថាមពល

$$E_m(A) = E_m(C)$$

$$\Leftrightarrow E_C(A) + E_P(A) = E_C(C) + E_P(C)$$

$$\Leftrightarrow 0 + 0 = \frac{1}{2}mv_C^2 + \left\{\frac{1}{2}k\,x^2 - mgy\right\}$$

$$\Rightarrow 0 = \frac{1}{2}\times 2\times v_C^2 + \frac{1}{2}\times 3\times 0,5^2 - 2\times 9,81\times 1$$

$$\Rightarrow v_C = 4,39m/s$$

ខ-ដោយ $v_A = 2m/s$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_C^2 + \left\{\frac{1}{2}k\,x^2 - mgy\right\}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\times 2\times 2^2 + 0 = \frac{1}{2}\times 2\times v_C^2 + \frac{1}{2}\times 3\times 0,5^2 - 2\times 9,81\times 1$$

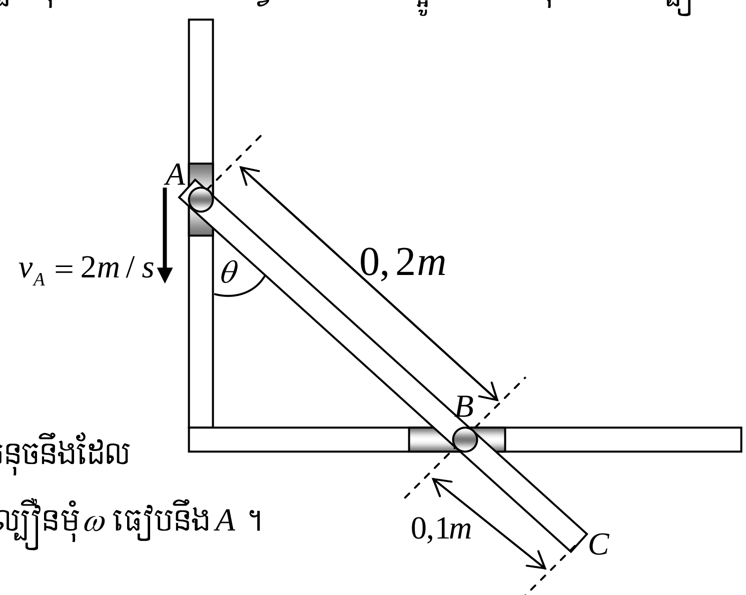
$$\Rightarrow v_C = 4,82m/s$$

១០៦-សន្លាក់មេកានិចមួយបង្ហាញដូចរូប ដើម្បីនាំដុំពីរ A និង B ដែលធ្វើចលនាតាមចង្អូរនឹង ។ បើដុំ A មានល្បឿន $2m/s$ ចុះក្រោម ។

ក-ចូរកំណត់ល្បឿន $\vec{v}_B$

ខ-ចូរកំណត់ល្បឿនធៀប $\vec{v}_{B/A}$

គ-ល្បឿនរបស់ចំនុច C



ចំលើយ

ក-ល្បឿន $\vec{v}_B$

បើយើងចាត់ទុកចំនុច A ជាចំនុចនឹងដែល

ចំនុច B ធ្វើចលនាវង់ដោយល្បឿនមុំ ω ធៀបនឹង A ។

ដូចនេះ $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega}\wedge\vec{r}_{B/A}$

ដោយ $\vec{v}_B = v_B\vec{i}\quad ,\vec{v}_A = -v_A\vec{j} = -2\,\vec{j}$

$\vec{\omega} = \omega \vec{k}\ , \vec{r}_{B/A} = \overrightarrow{AB} = 0,2\sin\theta \vec{i} - 0,2\cos\theta \vec{j} = 0,1\sqrt{2}\,\vec{i} - 0,1\sqrt{2}\,\vec{j}$

$$\begin{pmatrix} v_B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0,1\sqrt{2} \\ -0,1\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

យើងបាន:

$v_B = 0,1\sqrt{2}\ \omega \quad , \quad 0 = -2 + 0,1\sqrt{2}\,\omega$

$\Rightarrow \omega = 14,1 rad/s$

និង $v_B = 2m/s$

ខ-ល្បឿនធៀប $\vec{v}_{B/A}$

$$\vec{v}_{B/A} = \vec{\omega} \wedge \vec{r}_{B/A} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 14,1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0,1\sqrt{2} \\ -0,1\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$$

$\Rightarrow v_{B/A} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} m/s$

គ-ល្បឿនចំនុចC

$\vec{v}_C = \vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge \vec{r}_{C/A}$

ដោយ $\vec{r}_{B/A} = \left(0,1\sqrt{2} + 0,1\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{i} - \left(0,1\sqrt{2} + 0,1\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\vec{j} = \dfrac{0,3}{2}\sqrt{2}\,\vec{i} - \dfrac{0,3}{2}\sqrt{2}\,\vec{j}$

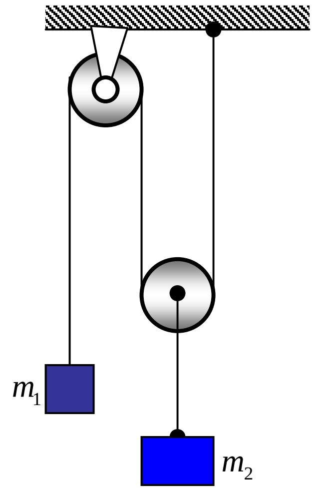
$$\Rightarrow \begin{pmatrix} v_{Cx} \\ v_{Cy} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 14,1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \dfrac{0,3}{2}\sqrt{2} \\ -\dfrac{0,3}{2}\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow v_{Cx} = 3m/s$

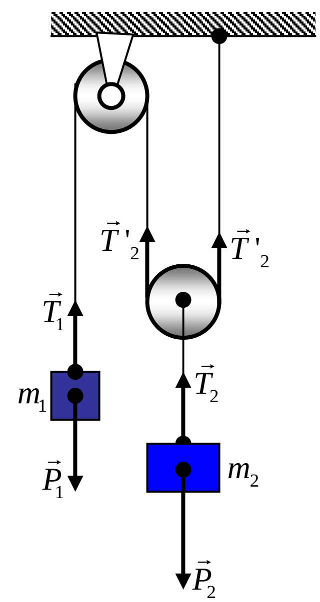
$\Rightarrow v_{Cy} = 1m/s$

$\Rightarrow v_C = \sqrt{v_{Cx}^2 + v_{Cy}^2} = \sqrt{3^2 + 1^2} = 3,16m/s$

១០៧-គណនាតំនឹងខ្សែនៃប្រព័ន្ធរ៉កដូចបង្ហាញក្នុងរូប ។ មា៉សខ្សែនិងរ៉កមិនគិត ហើយរ៉កគ្មានកកិត ។ ដោយដឹងថា $m_1 = 300g$ និង $m_2 = 400g$ ។



ចំលើយ



គណនាតំណឹងខ្សែ

ដោយខ្សែនិងរ៉ កមិនគិតម៉ាសនិងកកិត យើងបាន:

$T_1 = T'_2 = T$ និង $T_2 = 2T'_2 = 2T$

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច:

-ចំពោះម៉ាស m_1 :

$\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1\vec{a}_1$

រឺ $P_1 - T_1 = m_1 a_1 \qquad (1)$

-ចំពោះម៉ាស m_2 :

$\vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a}_2$

រឺ $-P_2 + T_2 = m_2 a_2 \qquad (2)$

ដោយ $a_1 = 2a_2 = a$

(1) និង (2) យើងបាន:

$$\Rightarrow (2m_1 - m_2)g = \left(2m_1 + \frac{m_2}{2}\right)a$$

$$\begin{cases} m_1 g - T = m_1 a \\ -m_2 g + 2T = m_2 \dfrac{a}{2} \end{cases}$$

$\Rightarrow a = \dfrac{2(2m_1 - m_2)g}{4m_1 + m_2}$ ជំនួសក្នុង (1) យើងបាន:

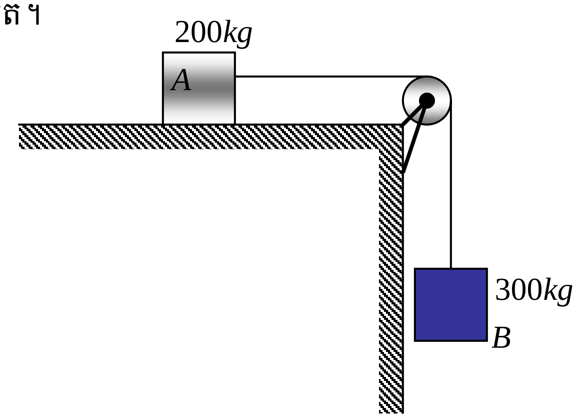
$$T = m_1 g - m_1 a = m_1 g - m_1 \times \frac{2(2m_1 - m_2)g}{4m_1 + m_2}$$

$$T = m_1 g\left(\frac{4m_1 + m_2 - 2(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2}\right) = \frac{3m_1 m_2}{4m_1 + m_2} g$$

អនុវត្តន៍ជាលេខ:

$$T = \frac{2 \times 0,3 \times 0,4}{4 \times 0,3 + 0,4} \times 10 = 1,5N$$

១០៨-ដុំពីរភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែពួរមិនយឺតដូចបង្ហាងក្នុងរូប ។ បើប្រព័ន្ធត្រូវបានលែងពីនៅនឹង ។ ចូរកំណត់ល្បឿនរបស់ដុំ B បន្ទាប់វាចលនាបាន $2m$ ។ ដោយសន្មតមេគុណកកិតរវាងដុំ A និងប្លង់គឺ $\mu_k = 0,25$ និងរ៉កមិនគិតទំងន់និងកកិត ។



ចំលើយ

ល្បឿនរបស់ដុំ B ពេលផ្លាស់ទីបាន $2m$

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

-ចំពោះអង្គធាតុ A

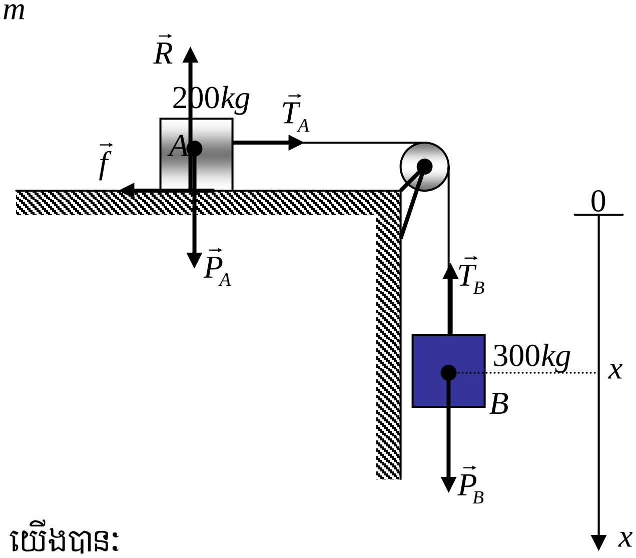
$$\vec{f} + \vec{P}_A + \vec{R} + \vec{T}_A = m_A \vec{a}_A$$

រឺ $-f + T_A = m_A a_A \qquad (1)$

-ចំពោះអង្គធាតុ B

$$\vec{P}_B + \vec{T}_B = m_B \vec{a}_B$$

រឺ $P_B - T_B = m_B a_B \qquad (2)$



ដោយខ្សែមិនយឺត និងរ៉កគ្មានកកិត យើងបាន:

$T_A = T_B = T \quad , \; a_A = a_B = a$

(1) និង(2) យើងបាន:

$a = \dfrac{P_B - f}{m_A + m_B}$ តែ $f = \mu_k R = \mu_k P_A = 0,25 \times 200 \times 10 = 500N$

$\Rightarrow a = \dfrac{300 \times 10 - 500}{200 + 300} = 5m/s^2$

យើងឃើញថា ដុំB ធ្វើចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើ ។

តាមទំនាក់ទំនងគ្មានពេល: $v^2 - v_0^2 = 2a\left(x - x_0\right)$

នៅលក្ខខណ្ឌដើម $t = 0, v_0 = 0, x_0 = 0$

$\Rightarrow \; v = \sqrt{2ax} = \sqrt{2 \times 5 \times 2} = 4,47m/s$

១០៩-ភាគល្អិតមួយផ្លាស់ទីនៅលើរង្វង់មានកាំr ក្រោមអំពើនៃកំលាំងទំនាញ $F = \dfrac{K}{r^2}$ ដែលK ជាចំនួនថេរ ។

ចូរគណនា:

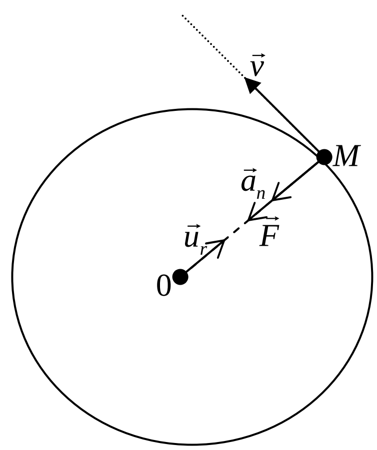
ក-ល្បឿនរបស់វា និងថាមពលស៊ីនេទិច ។

ខ-ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចរបស់វា ។

គ-ថាមពលប៉ូតង់ស្យែល$E_P(r)$ ដោយដឹងថា $E_P(\infty) = 0$ ។

ឃ-ថាមពលសរុប ។

<u>ចំលើយ</u>



ក-ល្បឿន និងថាមពលស៊ីនេទិច

$\vec{F} = -\dfrac{K}{r^2}\vec{u}_r = m\vec{a}_n = -m\dfrac{v^2}{r}\vec{u}_r$

នាំអោយ $\dfrac{K}{r^2} = m\dfrac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{K}{mr}}$

-ថាមពលស៊ីនេទិច $E_C = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{K}{r}$

ខ-ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច

$\vec{\sigma}_0 = \overrightarrow{0M} \wedge \vec{p}$

$\Rightarrow \sigma_0 = \left|\overrightarrow{0M}\right| mv\sin\alpha \quad , \quad \alpha = \left(\overrightarrow{0M}, \vec{p}\right) = \dfrac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \sigma_0 = r\,m\,v = r\,m\sqrt{\frac{K}{m\,r}} = \sqrt{r\,m\,K}$$

គ-ថាមពលប៉ូតង់ស្យែល

យើងមាន $dE_P = -\vec{F}\,d\vec{r}$

$$\Leftrightarrow dE_P = -\left(\frac{K}{r^2}\vec{u}_r\right)dr\,\vec{u}_r = \frac{K}{r^2}dr$$

$\Rightarrow E_P = \int dE_P = \int \frac{K}{r^2}dr + C$, C ជាថេរអាំងតេក្រាលកំណត់ពេល $r = \infty$

$$\Rightarrow E_P = -\frac{K}{r} + C$$

ចំពោះ $r = \infty \Rightarrow C = 0$

ដូចនេះ $E_P(r) = -\frac{K}{r}$

ឃ-ថាមពលសរុប

$$E_m = E_P + E_C = -\frac{K}{r} + \frac{1}{2}\frac{K}{r} = -\frac{1}{2}\frac{K}{r}$$

១១០-រណបមួយមានម៉ាស m វិលជុំវិញផែនដីដែលមានម៉ាស M គូសគន្លងជារង្វង់តាមចលនាឯកសណ្ឋាន ។

ក-ចូររកទំនាក់ទំនងទំហំ v នៃល្បឿនរណបនិងកាំគន្លង r ។

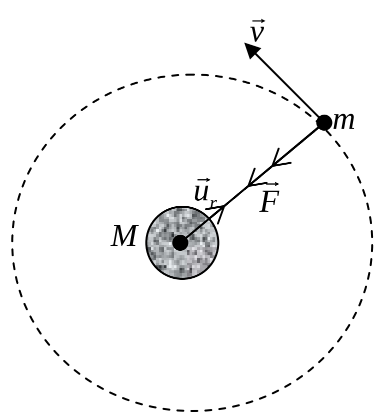
ខ-ចូរទាញរកកន្សោមកាំគន្លង r ជាអនុគមន៍នៃខួបបរិវត្ត T របស់រណប ។

គ-ឥឡូវដោយចាត់ទុកថា រណបវិលនៅក្នុងប្លង់អេក្វាទ័រនៃផែនដី គណនាខួប T នៃរណបនៅពេលអ្នកសង្កេតនៅផែនដីមើលទៅវានៅនឹង ។

ឃ-គណនាកំពស់ h ធៀបទៅនឹងផ្ទៃដី ត្រូវតែស្ថិតនៅរណបដី ។

អនុវត្តន៍ជាលេខ $G = 6,67.10^{-11}\ SI$, $M = 6.10^{24}kg$, $R = 6400km$ (កាំផែនដី) ។

ចំលើយ



ក-ទំនាក់ទំនងល្បឿននិងកាំគន្លង

រណបរងតែកំលាំងទំនាញសកល:

$$\vec{F} = -G\frac{M\,m}{r^2}\vec{u}_r$$

ដោយសាររណបធ្វើចលនាវង់ស្មើ រងនូវកំលាំងចូលផ្ចិត

$\vec{F} = -m\dfrac{v^2}{r}\vec{u}_r$

ដូចនេះ $G\dfrac{M\,m}{r^2} = m\dfrac{v^2}{r} \quad \Leftrightarrow \dfrac{G\,M}{r} = v^2$

ខ-ទំនាក់ទំនងរវាងកាំគន្លងនិងខួប

ចំងាយចរក្នុងរយៈពេលមួយខួប: $vT = 2\pi r \;\Rightarrow v = \dfrac{2\pi r}{T}$

$\Leftrightarrow \dfrac{G\,M}{r} = \dfrac{4\pi^2 r^2}{T^2} \qquad \Rightarrow T^2 = \dfrac{4\pi^2}{G\,M} r^3$

គ-បើរណបនៅនឹងចំពោះអ្នកសង្កេតនៅលើផ្ទៃដី ដូចនេះខួបរបស់វាស្មើនឹងខួបរង្វិលរបស់ផែនដី

$T = 24h = 86400s$

ឃ-ដោយស្គាល់ខួបយើងអាចគណនាកាំគន្លង

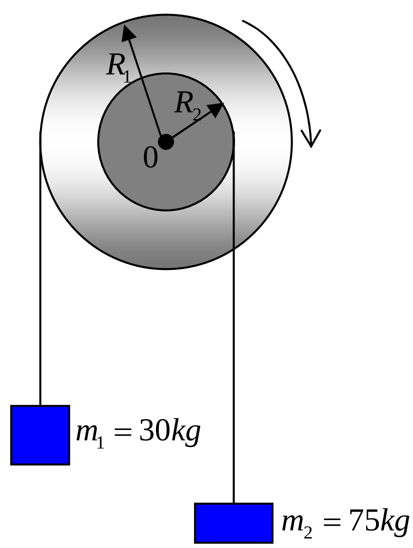
$r^3 = \dfrac{G\,M}{4\pi^2} T^2$

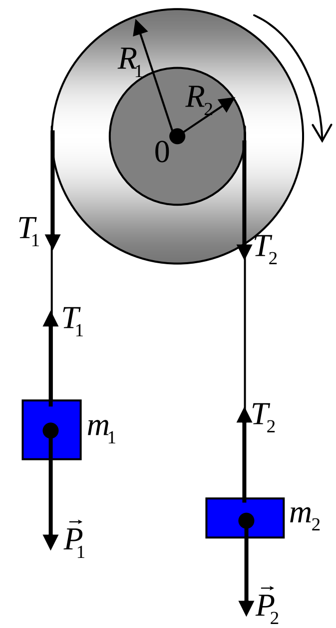
$r^3 = \dfrac{6,67.10^{-11} \times 6.10^{24}}{4\pi^2} \times 86400^2 = 75,6.10^{21} m^3$

$\Rightarrow r = 4,23.10^7 m = 42300km$

រយៈកំពស់នៃរណបគឺ: $h = r - R = 42300 - 6400 = 35900km$

១១១-ប្រព័ន្ធរ៉កមួយត្រូវបានបង្ហាញដូចរូបមានម៉ូម៉ង់និចលភាព $J = 4kg.m^3$ ។ រ៉កទាំងពីរមានកាំ $R_1 = 0,6m$, $R_2 = 0,3m$ ។ គេលែងប្រព័ន្ធដោយសេរី ។ ចូរគណនាសំទុះមុំរបស់រ៉ក និងតំណឹងខ្សែ ។





ចំលើយ

សំទុះមុំនៃរ៉ក និងតំនឹងខ្សែ

ចំពោះសំទុះប្រវែងនៃm_1 និងm_2

$a_1 = R_1\beta = 0,6\beta$

$a_2 = R_1\beta = 0,3\beta$

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច ចំពោះម៉ាសទាំងពីរ:

$m_1g - T_1 = -m_1a_1 \Leftrightarrow 30\times 9,8 - T_1 = -30\times 0,6\times \beta$ (1)

$m_2g - T_2 = m_2a_2 \Leftrightarrow 75\times 9,8 - T_2 = 75\times 0,3\times \beta$ (2)

ម៉ូម៉ង់សរុបនៃកំលាំងដែលអនុវត្តលើប្រព័ន្ធ:

$M = J\,\beta$

រឺ $T_2R_2 - T_1R_1 = J\,\beta \Leftrightarrow T_2\times 0,3 - T_1\times 0,6 = 4\beta$ (3)

សមីការ(1),(2),(3) បង្កើតបានជាប្រព័ន្ធសមីការលីនេអ៊ែមានបីអញ្ញាត ។

យើងដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការនេះ បានចំលើយ:

$\beta = 2rad\,/\,s^2$, $T_1 = 331N$, $T_2 = 689N$

១១២-កាំមួយមានកាំ$R = 0,2m$ និងម៉ូម៉ង់និចលភាព$J = 6kg.m^2$ ធៀបទៅនឹងអ័ក្សរបស់វា ។ គេអនុវត្តកំលាំងប៉ះថេរ$F = 45N$ ។ ចូរគណនា:

ក-សំទុះមុំ ។

ខ-ល្បឿនមុំក្នុងរយៈពេល$4s$ ។

គ-ចំនួនជុំដែលវាធ្វើបានក្នុងរយៈពេល$4s$ ។

ឃ-កម្មន្តដែលធ្វើដោយកំលាំងF ក្នុងរយៈពេល$4s$ ។ ចូរបង្ហាញថា វាស្មើនឹងថាមពលស៊ីនេទិចនៃកង់នៅក្នុងរយៈ ពេលដូចគ្នា ។

ចំលើយ

ក-សំទុះមុំ

តាម៉ូម៉ង់ផ្ទួប $M = J\,\beta \Leftrightarrow 45\times 0,2 = 6\beta \Rightarrow \beta = 1,5rad\,/\,s^2$

ខ-ចលនាជាចលនាស្ទុះស្មើ ណិងល្បឿនមុំជាអនុគមន៍ពេល:

$\omega = \beta t + \omega_0$, $\omega_0 = 0$

នៅខណៈ $t = 4s \quad \Rightarrow \omega = 1,5\times 4 = 6rad/s$

គ-សមីការអាប់ស៊ីសមុំ $\theta = \frac{1}{2}\beta t^2$

ចំពោះ $t = 4s \Rightarrow \theta = \frac{1}{2}\times 1,5\times 4^2 = 12rad$

ដូចនេះចំនួនជុំដែលវាធ្វើបាន: $N = \frac{12}{2\pi} = 1,91tr$

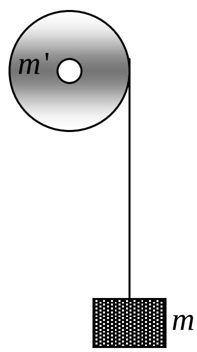
ឃ-កម្មន្ត

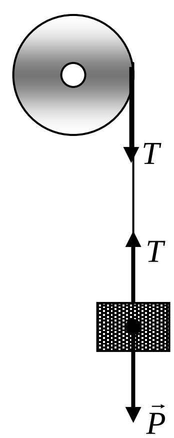
$W = M\,\theta = 45\times 0,2\times 12 = 108J$

១១៣-រ៉កមួយមានកាំ R និងមានម៉ូម៉ង់និចលភាព J អាចវិលជុំវិញអ័ក្សដេក0 ។ ម៉ាស m ត្រូវបានចងភ្ជាប់ទៅនឹងចុងខ្សែដែលរុំលើចង្កូររ៉ក ។ នៅពេលរៀបចំរួចគេលែងវាដោយសេរីដើម្បីអោយម៉ាស m ធ្លាក់ចុះ ។

ក-ចូរសរសេរសមីការចលនានៃម៉ាស m ។

ខ-ចូរសំដែលសំទុះជាអនុគមន៍នៃ m, I, R ។ អនុវត្តន៍ជាលេខ $R = 0,2m, m = 0,5kg$ និង ម៉ាសរាយស្មើសាច់ $m' = 0,1kg$ ។





<u>ចំលើយ</u>

ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចធៀបនឹងអ័ក្សរបស់វា: $\sigma = J\,\omega$

ម៉ូម៉ងសរុបនៃកំលាំងអនុវត្តលើរ៉ក: $M = RT$

ក-សមីការចលនានៃម៉ាស m

ដោយ $M = \frac{d\sigma}{dt}$

$\Rightarrow T.R = J\frac{d\omega}{dt} \qquad (1)$

ខ-ល្បឿនប្រវែងនៃរ៉ក $v = R\omega$ និងសំទុះប៉ះ $a_t = R\frac{d\omega}{dt} \qquad (2)$

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច ចំពោះម៉ាស m :

$m.g - T = m a \qquad (3)$

ពីសមីការ $(1),(2),(3)$ គេទាញបាន:

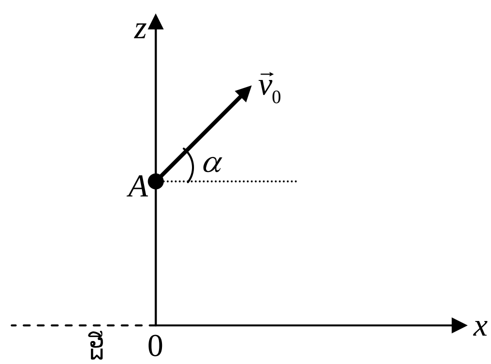
$$mg - J\frac{a_t}{R^2} = m a \qquad , \quad a = a_t$$

$$\Rightarrow \; a = \frac{mg}{m + \dfrac{I}{R^2}}$$

អនុវត្តន៍ជាលេខ $J = m'R^2 = 0,1\times 0,2^2 = 0,004kg.m^2$

$\Rightarrow a = 8,2m/s^2$

១១៤-នៅក្នុងលំហាត់ទាំងមូល អង្គធាតុចាត់ទុកជាចំនុចរូបធាតុ និងកំលាំងទប់នៃខ្យល់អាចចោលបាន ។ ប្រដាប់បាញ់មួយបានបាញ់ស្វៃមួយមានម៉ាស $7,26kg$ ។ វាត្រូវបានបាញ់ចេញពីចំនុច A ស្ថិតនៅ $2m$ ពីដីដោយល្បឿន $\vec{v}_0$ ផ្គុំបានមុំ α ជាមួយទិសដេក ។ គេអោយ $\alpha = 45^0, v_0 = 14m/s$



ក-ចូរបង្កើតសមីការគន្លងនៃអង្គធាតុនៅក្នុងប្លង់ $(0xz)$ ។

ខ-ចូរគណនាអាប់ស៊ីសនៃចំនុចរូបធាតុពេលធ្លាក់ដល់ដី ។

គ-ចូរទាញរកអាប់ស៊ីសនៅពេលវានៅកំពស់ $60cm$ ពីដី ។

ចំលើយ

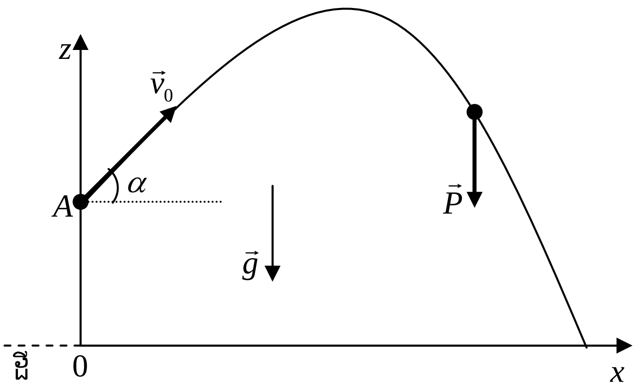
ក-សមីការគន្លង

អង្គធាតុដែលបាញ់រងកំលាំងតែមួយគត់គឺទំងន់ $\vec{P} = m.\vec{g}$

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច យើងបាន:

$\vec{P} = m\vec{a} = m\vec{g} \;\Rightarrow\; \vec{a} = \vec{g} \quad (1)$

នៅលក្ខខណ្ឌដើម $t = 0, \overrightarrow{0A}\left(x_A = 0,\ z_A = h\right)$, $\vec{v}_0\left(v_{0x} = v_0\cos\alpha, v_{0y} = v_0\sin\alpha\right)$



-ធ្វើចំណោល(1) លើអ័ក្ស$(0,\vec{i})$:

$$a_x = 0 \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} = 0 \Rightarrow v_x = v_0\cos\alpha$$

និង $v_x = \dfrac{dx}{dt} \Rightarrow \int_0^x dx = \int_0^t v_0\cos\alpha\, dt$

$$x = v_0\cos\alpha\ t \qquad (2)$$

-ធ្វើចំណោល(1) លើអ័ក្ស$(0,\vec{k})$:

$$a_y = -g \;\Rightarrow \frac{dv_y}{dt} = -g \;\Rightarrow \int_{v_0\sin\alpha}^{v_y} dv_y = \int_0^t -g dt$$

$$\Rightarrow v_y = -g\,t + v_0\sin\alpha$$

និង $v_z = \dfrac{dz}{dt} \;\Rightarrow \int_h^z dz = \int_0^t \left(-gt + v_0\sin\alpha\right)dt$

$$\Rightarrow z = -\frac{1}{2}g\,t^2 + v_0\sin\alpha\, t + h \qquad (3)$$

បំបាត់ប៉ារ៉ាម៉ែត t ពី(1) និង(2) យើងបានសមីការគន្លង:

$$z = -\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha + h \qquad (4)$$

អនុវត្តន៍ជាលេខ:

$$z = -0,05x^2 + x + 2 \qquad (5)$$

ខ-អាប់ស៊ីសពេលអង្គធាតុធ្លាក់ដល់ដី

$$z = 0 \;\Rightarrow\; 0 = -0,05x^2 + x + 2$$

$$\Delta = 1 + 4\times 0,05\times 2 = 1,4$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1,4}}{-0,1}$$

ចំលើយយកតែតំលៃវិជ្ជមាន គឺ $x = 21,83m$ ។

គ-អាប់ស៊ីសពេល $z = 60cm = 0,6m$

$$(5) \Rightarrow 0,6 = -0,05x^2 + x + 2$$

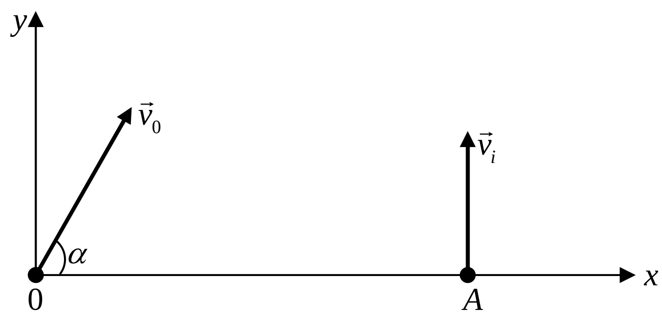
$$\Leftrightarrow -0,05x^2 + x + 1,4 = 0$$

$\Delta = 1 + 4 \times 0,05 \times 1,4 = 1,28$

$\Rightarrow x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{1,28}}{-0,1}$

ចំលើយយកតែវិជ្ជមានគឺ $x = 21,31m$

១១៥-គ្រាប់បាញ់ពីរត្រូវបានគេបាញ់ដំណាលគ្នា។ គ្រាប់ទី១ត្រូវបានបាញ់ពីចំនុច0ដោយល្បឿន$\vec{v}_0$ ផ្គុំបានមុំ$\alpha = 60^0$ ជាមួយទិសដេក ហើយគ្រាប់ទី២ត្រូវបានបាញ់ពីចំនុចAនៅចំងាយ$5m$ពី0 តាមទិសឈរសំដៅទៅលើដោយល្បឿន $\vec{v}_i$ ។



ក-ចូរសរសេរសមីការពេលនៃគ្រាប់ទាំងពីរ រួចទាញរកសមីការគន្លងរបស់វា។

ខ-ចូរកំណត់v_0ដើម្បីអោយគ្រាប់បាញ់ទី១ទៅប៉ះកន្លែងខ្ពស់បំផុតដែលគ្រាប់បាញ់ទី២ទៅដល់។

ចំលើយ

ក-សមីការពេល

គ្រាប់បាញ់នៅក្នុងដែនទំនាញដី ដូចនេះគ្រាប់រងតែកំលាំងទំនាញដី រឺ ទំងន់របស់វា។

-ចំពោះគ្រាប់ទី១:

$x_1 = v_0 \cos\alpha\, t \qquad (1)$

$y_1 = -\dfrac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin\alpha\, t \qquad (2)$

សមីការគន្លង: $y_1 = -\dfrac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x_1^2 + x_1 \tan\alpha \qquad (3)$

-ចំពោះគ្រាប់ទី២: ចលនាតែតាមអ័ក្សy ដូចនេះគន្លងរបស់វាជាបន្ទាត់។

សមីការពេលគឺ:

$x_2 = 5m \qquad (4)$

$y_2 = -\dfrac{1}{2} g t^2 + v_i t \qquad (5)$

ខ-កំពស់អតិបរមាដែលគ្រាប់ទី២ទៅដល់

$$t=\frac{v_i}{g}\quad\Rightarrow\ y_{2\max}=\frac{v_i^2}{2g}$$

ពេលគ្រាប់ទី១ទៅដល់កំពស់ខ្ពស់បំផុតនៃគ្រាប់ទី២គឺ

$$x_1=x_2=5m\ ,\ y_1=y_{2\max}$$

$$(3):\ \frac{v_i^2}{2\times10}=-\frac{10}{2v_0^2\times\frac{1}{4}}\times5^2+5\times1,732$$

$$\frac{v_i^2}{20}=-\frac{500}{v_0^2}+8,66\Leftrightarrow\frac{10000}{v_0^2}=173,2-v_i^2$$

$$\Rightarrow v_0=\sqrt{\frac{10000}{173,2-v_i^2}}=\frac{100}{\sqrt{173,2-v_i^2}}$$

ដូចនេះ $v_i>13,16m/s$

១១៤-រណបមួយមានម៉ាស m ធ្វើបរិវត្តលើគន្លងរង្វង់ជុំវិញផែនដីនៅរយៈកំពស់ h ។

ក-ចូរបង្កើតកន្សោមនៃល្បឿនរបស់វានិងថាមពលស៊ីនេទិចរបស់វា

ខ-ថាមពលប៉ូតង់ស្យែលនៃវត្ថុមានម៉ាស m នៅរយៈកំពស់ h អោយដោយទំនាក់ទំនង: $E_P=-G\dfrac{M_Tm}{R_T+h}$

ភាពនៃការយោងនៅអនន្ត។ ចូរបង្ហាញថា ថាមពលមេកានិចរបស់រណប $E_m=-E_C$

គ-នៅពេលរណបស្ថិតនៅក្នុងស្រទាប់អាត់ម៉ូស្វ៊ែ វារងនូវកំលាំងកកិត។ តើថាមពលមេកានិច ល្បឿន និង រយៈកំពស់បរិវត្តរបស់វាដូចម្តេច?

ចំលើយ

ក-ល្បឿននិងថាមពលស៊ីនេទិច

ដោយរណបធ្វើចលនារង្វង់ស្មើដោយសាររងតែកំលាំងទំនាញដី ហើយមានសំទុះចូលផ្ចិត ជាសំទុះទំនាញដី

$$a_n=g=\frac{GM_T}{r^2}=\frac{v^2}{r}$$

$$\Rightarrow v=\sqrt{\frac{GM_T}{r}}\quad,\quad r=R_T+h$$

ថាមពលស៊ីនេទិច $E_C=\dfrac{1}{2}mv^2=\dfrac{GmM_T}{(R_T+h)}$

ខ-ថាមពលមេកានិច

$$E_m = E_P + E_C = -G\frac{M_T m}{R_T + h} + G\frac{M_T m}{2(R_T + h)} = -G\frac{M_T m}{R_T + h}$$

ដូចនេះ $E_m = -E_C$

គ- E_m ថយចុះ $|E_m|$ កើនឡើង E_C កើនឡើង v កើនឡើង និង h ថយចុះ ។

១១៥-រណបមួយមានម៉ាស m ធ្វើបរិវត្តលើគន្លងវង់ជុំវិញផែនដីនៅរយៈកំពស់ h ។ ផែនដីត្រូវបានចាត់ទុកជាស្វ៊ែមានកាំ R_T និងម៉ាស M_T ។ របាយម៉ាសគឺជាស្វ៊ែស៊ីមេទ្រី ។

ក-ចូរបង្កើតតំលៃនៃដែនទំនាញដី ς នៅរយៈកំពស់ h ជាអនុគមន៍ ς_0, R_T, h បន្ទាប់អនុវត្តជាលេខ ។

ខ-ចូរបង្កើតកន្សោមល្បឿននិងល្បឿនមុំរបស់រណប

គ-ចុប្រង្ហាញថាល្បឿនមុំ ω និងកាំ r នៃគន្លងរណបផ្ទៀងផ្ទាត់ $\omega^2 r^3 =$ ថេរ

ឃ-គណនា ω និងខួប T ។

គេអោយ $h = 800km$

<u>ចំលើយ</u>

ក-ដែនទំនាញដីអោយដោយកន្សោម

$$\varsigma = G\frac{M_T}{r^2} = G\frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

ចំពោះដែនទំនាញនៅលើផ្ទៃដី $h = 0 \quad \Rightarrow \varsigma_0 = \frac{GM_T}{R_T^2} \Rightarrow GM_T = \varsigma_0 R_T^2$

ដូនេះ $\varsigma = \varsigma_0 \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2}$

ខ-ដោយដែនទំនាញដីដើរតួជាសំទុះចូលផ្ចិតរបស់រណប យើងបានៈ

$$\varsigma = \varsigma_0 \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} = \frac{v^2}{(R_T + h)}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{\varsigma_0 R_T^2}{R_T + h}}$$

ល្បឿនមុំ $\omega = \frac{v}{(R_T + h)} = \sqrt{\frac{\varsigma_0 R_T^2}{(R_T + h)^3}}$

គ-ដោយ $r = (R_T + h)$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{\varsigma_0 R_T^2}{r^3}} \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{\varsigma_0 R_T^2}{r^3}$$

$\Rightarrow \omega^2 r^3 = \varsigma_0 R_T^2 =$ ថេរ ដោយ $\varsigma_0 =$ ថេរ (ដែនទំនាញដីនៅសំបកផែនដី) និង

$R_T =$ ថេរ(កាំផែនដី)

ឃ-ជំនួសជាលេខ យើងបាន:

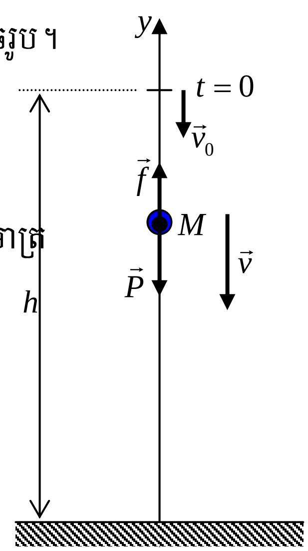
-ល្បឿនមុំ $\omega = 10^{-3} rad/s$

-ខួប: $T = 1h41mn$

១១៦-គ្រាប់បាញ់មួយត្រូវបានបាញ់តាមទិសឈរពីលើចុះក្រោមនៅកំពស់ h ដោយល្បឿនដើម v_0 ។ បើកំលាំងទប់នៃខ្យល់សមាមាត្រទៅនឹងល្បឿនរបស់គ្រាប់ ។ ចូររកល្បឿនរបស់គ្រាប់និងទីតាំងរបស់វាជាអនុមន៍នៃពេល ។

ចំលើយ

យើងជ្រើសរើសទិសដៅឡើងលើជាទិសដៅវិជ្ជមានដូចរូប ។



យើងសង្កេតឃើញគ្រាប់រងកំលាំងពីរ

-ទំងន់របស់វា $\vec{P} = m\vec{g}$

-កំលាំងទប់នៃខ្យល់ $\vec{f} = -k\vec{v}$, k ជាមេគុណសមាមាត្រ

តាមទំនាក់ទងគ្រឹះឌីណាមិច:

$$\vec{P} + \vec{f} = m\vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} - k\vec{v} = m\vec{a}$$

ចំលើយមីការលើអ័ក្ស y :

$$m\frac{dv}{dt} = -mg + kv$$

$$\int_{-v_0}^{v} \frac{dv}{(mg - kv)} = -\frac{1}{m}\int_{t=0}^{t} dt$$

$$\Rightarrow \left[\frac{1}{k}\ln(mg - kv)\right]_{-v_0}^{v} = \frac{t}{m}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{mg - kv}{mg - kv_0}\right) = \frac{k}{m}t$$

$$\Rightarrow \frac{mg - kv}{mg - kv_0} = e^{\frac{k}{m}t}$$

ដូចនេះ $v=\frac{1}{k}\left\{mg-\left(mg-kv_0\right)e^{\frac{k}{m}t}\right\}$

-សមីការពេលនៃគ្រាប់

$$v=\frac{dy}{dt}\Rightarrow dy=vdt$$

$$\Rightarrow\int_{y_0=h}^{y}dy=\int_{t=0}^{t}\frac{1}{k}\left\{mg-\left(mg-kv_0\right)e^{\frac{k}{m}t}\right\}dt$$

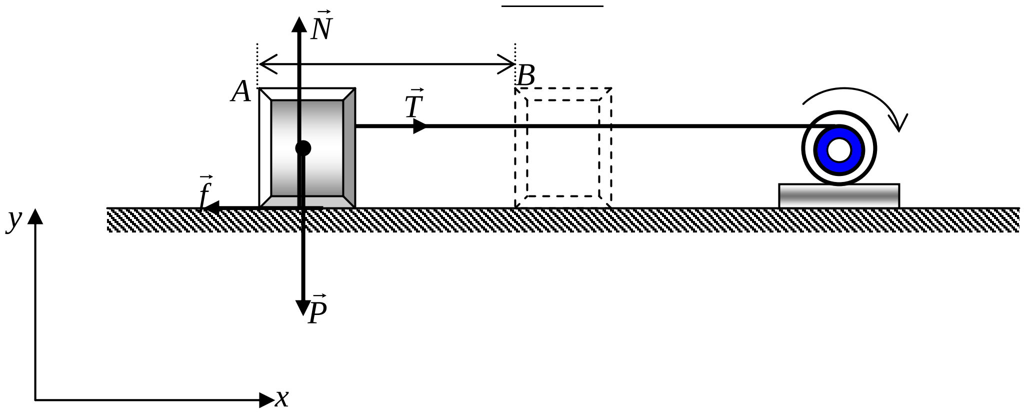
$$\Rightarrow y-h=\frac{1}{k}\left[mgt-\left(mg-kv_0\right)\frac{m}{k}e^{\frac{k}{m}t}\right]_0^t$$

$$\Rightarrow y-h=\frac{1}{k}\left\{\left[mgt-\left(mg-kv_0\right)\frac{m}{k}e^{\frac{k}{m}t}\right]-\left[\left(mg-kv_0\right)\frac{m}{k}\right]\right\}$$

ដូចនេះ $y=\frac{1}{k}\left[mgt-\left(mg-kv_0\right)\frac{m}{k}\left(1+e^{\frac{k}{m}t}\right)\right]+h$

១១៧-ឡាំងមួយមានម៉ាស $50kg$ ដូចបានបង្ហាញនៅនឹងលើផ្ទៃគ្រើមដេកដែលមានមេគុណស៊ីនេទិច $\mu_k=0,30$ ។ ថាមពលអគ្គិសនីត្រូវបានប្រើដើម្បីអោយឡាំងស្ទុះនៅអត្រាថេររហូតដល់ល្បឿន $v=5m/s$ ក្នុងចំងាយ $20m$ ។ បើម៉ូទ័រនិងទិន្នផល $\eta=0,70$ ។ ចូរកំណត់អានុភាពដែលត្រូវផ្តល់ទៅអោយម៉ូទ័រពេលទាញឡាំងផ្លាស់ទីបាន $20m$ ។

<u>ចំលើយ</u>



អានុភាពដែលផ្តល់អោយ(អានុភាពចូល) ទៅម៉ូទ័រស្មើនឹងអានុភាពចេញរបស់ម៉ូទ័រចែកនឹងប្រសិទ្ធិភាពមេកានិច:

$$P_{input}=\frac{P_{output}}{\eta}=\frac{T\,v}{\eta}\qquad(1)$$

យើងត្រូវកំណត់តំណឹងខ្សែកាបដែលទាញឡាំង T ។

ពីទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច យើងបាន:

$N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$ ដោយ $f = \mu_k N = \mu_k mg$ (2)

និង $T - f = ma \Rightarrow T = ma + f = ma + \mu_k mg$

រឺ $T = m(a + \mu_k g)$ (3)

តាមទំនាក់ទំនងគ្មានពេល

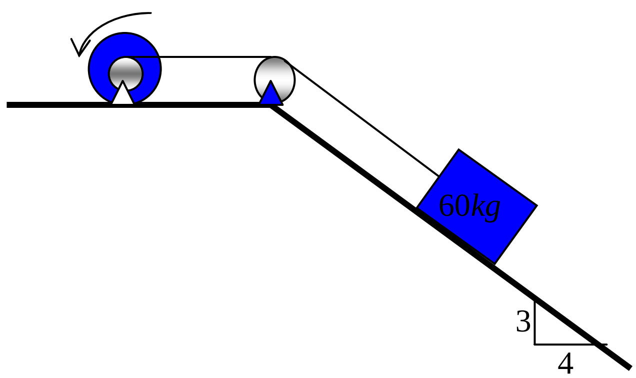
$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \Rightarrow a = \dfrac{v^2 - v_0^2}{2(x - x_0)} = \dfrac{5^2 - 0^2}{2(20 - 0)} = 0,625m/s$ ជំនួសក្នុង(3)

យើងបាន:

$T = 178,4N$

ដូចនេះអានុភាពចូល: $P_{input} = \dfrac{178,4 \times 5}{0,7} = 1274W = 1,7hp$

១១៨-ឡាំងមួយមានម៉ាស$60kg$ នៅលើប្លង់ទេរត្រូវបានទាញដោយម៉ូទ័រអគ្គិសនីដូចរូប ។ មេគុណស៊ីនេទិច រវាងឡាំងនិងប្លង់ទេគឺ $0,2$ ។ ចូរកំណត់អានុភាពចាំបាច់ដើម្បីអោយឡាំងផ្លាស់ទីដោយល្បឿនថេរ$3m/s$ ។



ចំលើយ

អានុភាពនៃម៉ូទ័រចាំបាច់ដើម្បីទាញឡាំងឡើងដោយល្បឿនថេរ

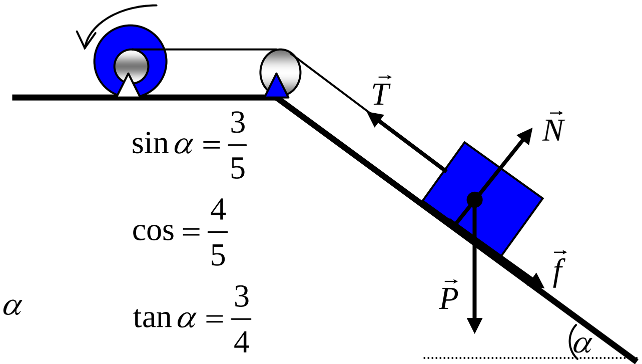
$P = \vec{T}.\vec{v}$

តាមទំនាក់ទំនងគ្រឹះឌីណាមិច

$\vec{f} + \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = \vec{0}$

យើងបាន:

$N - mg\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = mg\cos\alpha$



ដោយ $N = \dfrac{f}{\mu_k}$

$\Rightarrow f = \mu_k mg\cos\alpha$

និង $T - f - mg\sin\alpha = 0$

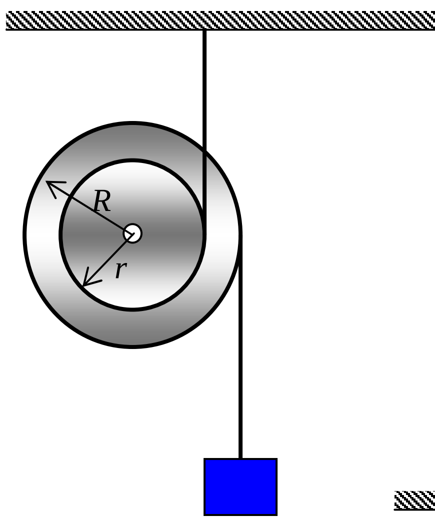
$\Rightarrow T = \mu_k mg\cos\alpha + mg\sin\alpha$

ដូចនេះអានុភាពដែលត្រូវការៈ

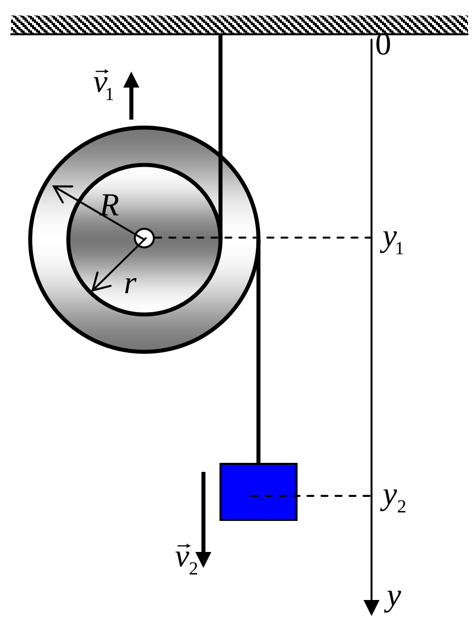
$P = \left(\mu_k mg\cos\alpha + mg\sin\alpha\right)v$

$P = \left(0,2\times 60\times 9,81\times\dfrac{4}{5} + 60\times 9,81\times\dfrac{3}{5}\right)\times 3 = 1342W$

១១៩-នៅក្នុងរូបដុំត្រូវបានធ្លាក់ចុះក្រោម រ៉ូទ័ររុំខ្សែផ្លាស់ទីឡើងលើ ។ ចូររកទំនាក់ទំនងរវាងសំទុះលីនេអ៊ែនិងសំទុះមុំ ហើយល្បឿនប្រវែងនិងល្បឿនមុំ ។



ចំលើយ



នៅខណៈដើមពេល យើងជ្រើសរើសទីតាំងដើមរ៉ូទ័រ និងដុំវៀង y_{10} , y_{20} ។

-សមីការចលនានៃរ៉ូទ័រ ល្បឿន និងសំទុះ

$y_1 = y_{10} - r\theta$, θ ជាមុំកៀសរបស់រ៉ូទ័រ

$v_1 = \dfrac{dy_1}{dt} = -r\dot{\theta}$, $\dot{\theta}$:ល្បឿនមុំ

និង $a_1 = \dfrac{d^2y_1}{dt^2} = -r\ddot{\theta}$, $\ddot{\theta}$:សំទុះមុំ

-សមីការពេលនៃដុំនិងល្បឿន

$$y_2 = y_{20} + R\theta - r\theta$$

និង $v_2 = \dfrac{dy_2}{dt} = (R-r)\dot{\theta}$

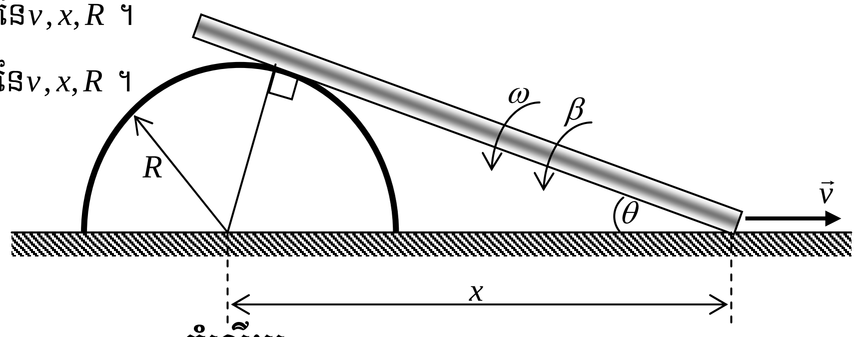
$$a_2 = \frac{d^2 y_2}{dt^2} = (R-r)\ddot{\theta}$$

១២០-ដងមួយផ្អែកទៅលើស៊ីឡាំងនឹងដូចរូប ហើយចុងខាងស្តាំនៅលើកំរាលដេកផ្លាស់ទីទៅស្តាំដោយល្បឿនថេរ v ។

ចូររក:

ក-ល្បឿនមុំ ω ជាអនុគមន៍នៃ v, x, R ។

ខ-សំទុះមុំ β ជាអនុគមន៍នៃ v, x, R ។



ចំលើយ

ក-ល្បឿនមុំ

តាមត្រីកោណមាត្រ យើងបាន: $x = \dfrac{R}{\sin\theta}$

$$\Rightarrow v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{R}{\sin\theta}\right) = \frac{-R\dot{\theta}\cos\theta}{\sin^2\theta}$$ ដោយ $\omega = -\dot{\theta}$

$$\Leftrightarrow v = \frac{R\omega\cos\theta}{\sin^2\theta}$$ ហើយ $\sin\theta = \dfrac{R}{\sqrt{x^2 - R^2}}, \cos\theta = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - R^2}}$

$$\Rightarrow \omega = \frac{Rv}{x\sqrt{x^2 - R^2}}$$

ខ-សំទុះមុំ

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{Rv}{x\sqrt{x^2 - R^2}}\right) = \frac{-Rv^2\left(2x^2 - R^2\right)}{x^2\left(x^2 - R^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

សូមរង់ចាំអានស្នាដៃរបស់លោក ហង់ ស៊ីម ចេញពេលក្រោយៗទៀត

លំហាត់ត្រិះរិះ

១- យានយន្តប្រតិកម្មពិសោធន៍មួយមានម៉ាស $4440kg$ ។ វេអាក់ទ័ររបស់វាដំនើរការអាស្រ័យចំហេះរបស់ធាតុឆេះហើយមានកំលាំងរុញ $890000N$ ក្នុងរយៈពេលបួនវិនាទី ។

ក-ចូរអោយសំទុះមធ្យមនិងល្បឿនអតិបរមានៃយានយន្តនេះ ។

ខ-គណនាបំរែបំរួលបរិមាណចលនា ។

គ-តាមពិតសំទុះមធ្យមរបស់វាគឺ $300m/s^{-2}$ ។ ចូរពន្យល់លទ្ធផលនេះ ។

២-ជណ្តើរយន្តមួយមានម៉ាស $250kg$ ដឹកមនុស្សបីនាក់មានម៉ាសរុប $240kg$ ។ ម៉ូទ័របង្កើតកំលាំងយោង 5000N ។ គណនាសំទុះរបស់ជណ្តើរយន្ត ។ នៅចុងក្រោយនេះវានៅនឹង ។ គណនាកំពស់ដែលវាឡើងក្នុងរយៈពេល $6s$ ។ យក $g=10m/s^2$

៣- អង្គធាតុមួយផ្លាស់ទីនៅក្នុងសន្ទនីយ(ឧស្ម័ន អង្គធាតុរាវ) ដោយល្បឿន $\vec{v}$ ។ កំលាំងកកិតសមាមាត្រទៅនឹងល្បឿន ហើយមានទិសដៅផ្ទុយពីល្បឿនវាអាស្រ័យនឹងរាងអង្គធាតុ ។ ករណីអង្គធាតុមានរាងជាស្វ៊ែមានកាំ R កំលាំងកកិត $\vec{f}=-6\pi R.\eta.\vec{v}$; η ជាលក្ខណៈរបស់សន្ទនីយហៅថាមេគុណភាពខាប់នៃសន្ទនីយ ។

ចូរបង្ហាញថាល្បឿនលីមីតនៃតំនក់ទឹកភ្លៀងមានរាងជាស្វ៊ែមានអង្កត់ផ្ចិត $10^{-3}m$ ។ គេអោយដង់ស៊ីតេទឹក $\rho=10^3 kg/m^3$ ដង់ស៊ីតេខ្យល់ $\eta=1{,}81.10^{-5}N.s/m^2$ ។

៤- រថយន្តមួយមានម៉ាស $1500kg$ មានល្បឿនដើម $60km/h$ ។ គេជាន់ប្រាំងអោយសំទុះមានតំលៃថេរក្នុងរយៈពេល 72s ។ គណនាកំលាំងរបស់ប្រាំង ។

៥- រថយន្តមួយមានម៉ាស $750kg$ ផ្លាស់ទីលើដីរាបស្មើ ។ កំលាំងកកិតរបស់រថយន្តមានទិសដៅផ្ទុយពីល្បឿន ហើយមានតំលៃ $200N$ ។

ក-គណនាកំលាំងម៉ូទ័រដែលរថយន្តចេញដំនើរពីនៅនឹងរហូតដល់មានល្បឿន $4m/s$ ក្នុងរយៈពេល $5s$ ។

ខ-គណនាសំទុះ ។

គ-គណនាបំរែបំរួលបរមាណចលនានិងថាមពលស៊ីនេទិចរបស់វា ។

៦- ផ្ចិតនិចលភាព G នៃអង្គធាតុមួយផ្លាស់ទីនៅក្នុងលំហធៀបទៅនឹងតំរុយអរតូណរមេ $(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ។ នៅរាល់ខណៈពេលសមីការចលនាផ្ចិតនិចលភាពអោយដោយ $\overrightarrow{OG}=(4t^2-t^3)\vec{i}+5t.\vec{j}(t^3-2).\vec{k}$ ហើយអង្គធាតុមានម៉ាស $2kg$ ។

ក-គណនាបរិមាណចលនារបស់អង្គធាតុនេះនៅខណៈ $t=1s$ ។

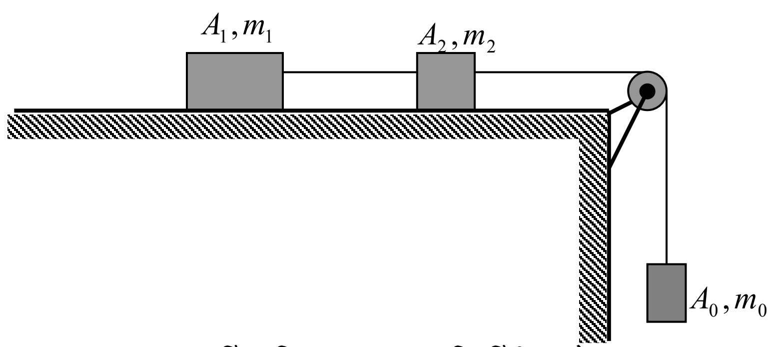
ខ-គណនាកំលាំងដែលអនុវត្តលើអង្គធាតុនៅខណៈពេលខាងលើ ។

៧- អង្គធាតុមួយមានម៉ាស $20kg$ ធ្វើចលនាត្រង់តាមបណ្តោយអ័ក្ស $(0x)$ ។ អាប់ស៊ីសនៃផ្ចិតនិចលភាពអោយដោយសមីការ: $x = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ។ នៅខណៈ $t = 0;\ x_0 = 4m;\ v_0 = 15m/s;(\vec{v}_0$ មានទិសដៅសំដៅទៅ0 និងសំទុះ $a_0 = 100m/s^2$ មានទិសដៅមករក0ដែរ ។ ω មានតំលៃថេរវិជ្ជមាន ។

ក-គណនាចំនួនថេរ $A;B$ ។

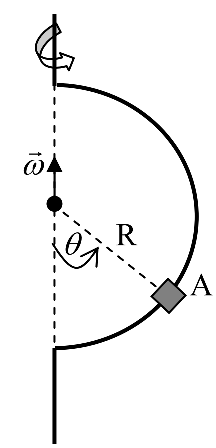
ខ-គណនាកំលាំងដែលអង្គធាតុទទួលរងនៅខណៈ $t = \frac{\pi}{10}s$ ។

៨- ក្នុងពិសោធន៍ដូចរូបមានអង្គធាតុ $A_0;A_1;A_2$ មានម៉ាសរៀង $m_0;m_1;m_2$ ។ ម៉ាសខ្សែ រ៉ក និងកំលាំងកកិតមិនគិត ។ ចូរអោយកន្សោមសំទុះនៃ A_0 រួចគណនាតំនឹងខ្សែដែលភ្ជាប់ពី $A_1 \to A_2$ ។

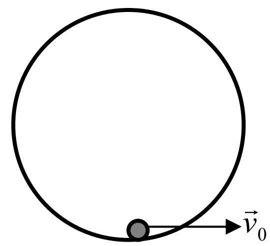


៩- អង្គធាតុតូច A មួយចាប់ផ្តើមរអិលដោយគ្មានកកិតពីកំពូលស្វ៊ែមួយ ។ គណនាមុំ θ ដើម្បីអោយវាចាកចេញពីស្វ៊ែ ។ គណនាល្បឿនត្រង់កន្លែងនេះ ។

១០-ស្រោមសំណតូចមួយរអិលដោយគ្មានកកិតតាមរបារតូចមួយមានរងជាកន្លះរង្វង់មានកាំ R ដូចរូប ។ គេធ្វើអោយប្រព័ន្ធមានចលនារង្វិលដោយល្បឿនមុំ ω ថេរជុំវិញអ័ក្សឈរ (Δ) ។ គណនាមុំ θ ដើម្បីអោយស្រោមសំណស្ថិតនៅទីតាំងលំនឹងមួយ ។



១១-ឃ្លីមួយចាត់ទុកដូចជាចំនុចរូបធាតុអាចរអិលដោយគ្មានកកិតខាងក្នុងកងឈរមួយមានកាំR ។ តើត្រូវផ្តល់ល្បឿន v_0 ប៉ុន្មានដើម្បីអោយឃ្លីផ្លាស់ទីបានមួយជុំដោយមិនធ្លាក់ ? ចំពោះ $R = 0,5m\ ; g = 10m/s^2$ ។



១២-ដុំថ្មមួយមានម៉ាស $2kg$ ត្រូវបានចងភ្ជាប់នឹងខ្សែមួយមិនយឺតមានប្រវែង $0,6m$ រួចបង្វិលវាដោយល្បឿន $50tr/mn$ វាគូសបានជារង្វង់ឈរមួយ ។

ក-គណនាតំនឹងខ្សែកាលណា

-ដុំថ្មមកដល់ចំនុចខ្ពស់បំផុតនៃគន្លង ។

-ដុំថ្មមកដល់ខ្សែស្ថិតនៅក្នុងទិសដេក ។

-ដុំថ្មមកដល់ចំនុចទាបបំផុតនៃគន្លង ។ គេអោយ $g = 9,8m/s^2$

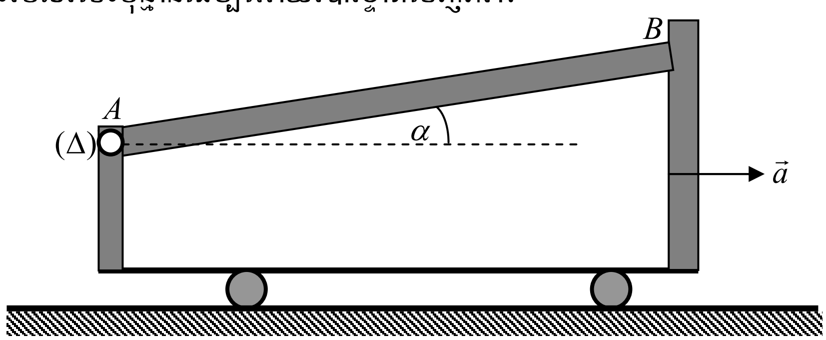
ខ-គណនាល្បឿនត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុតនៃគន្លងដើម្បីអោយតំនឹងខ្សែត្រង់ចំនុចនោះស្មើសូន្យ ។

១៣-រទេះមួយធ្វើចលនាត្រង់ប្រែប្រួលស្មើមានសំទុះ $\vec{a}$ ដេកផ្តេកទៅនឹងតំរុយកាលីលេ ។ របារ AB ដូចរូប អង្កត់ទៅលើជញ្ជាំងត្រង់ B មានចលនាត្រង់ A វិលជុំវិញអ័ក្សដេក (Δ) ។ មិនគិតកំលាំងកកិតរបារមានប្រវែង $AB = 2\ell = 1m$ និងមានម៉ាស $m = 0,5kg$ មុំ $\alpha = 30^0$ ។

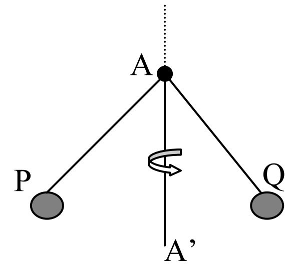
ក-ចូរអោយកន្សោមកំលាំងប្រតិកម្មនៃរទេះមានអំពើលើរបារត្រង់ B ។ គេអោយ $a = 6m/s^2;\quad g = 10m/s^2$

ខ-ចូរទាញរកកំលាំងប្រតិកម្មនៃអ័ក្ស (Δ) លើរបារ ។

គ-តើសំទុះរបស់រទេះប៉ុន្មានដើម្បីអោយរបារខ្ទាតចេញពីវា?



១៤-គេចងប៊ូលពីរឯកលក្ខណ៍រួចគេបង្វិលជុំវិញអ័ក្ស AA' ដោយចលនាស្មើ ហើយល្បឿន $32tr/22s$ ។ ក្នុងនេះ $AP = AQ = 1,96m$ ហើយម៉ាសប៊ូលនិមួយៗស្មើនឹង $1kg$ ។



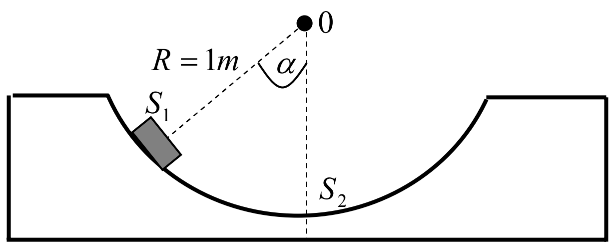
ក-គណនាមុំ $\overset{\frown}{PAA'}$ ។

ខ-គណនាកំលាំងតំនឹងខ្សែ AP និងAQ ។ យក $g = 9,8m/s^2$

១៥-ស៊ីឡាំងស្មើសាច់មួយមានកាំ $R = 5cm$ មានទំងន់ $P = 10N$ រមៀលដោយគ្មានរអិលតាមបណ្តោយប្លង់ទេរមានមុំចំណោត $\alpha = 20^0$ ធៀបទៅនឹងប្លង់ដេក ។ គណនាបំរែបំរួលថាមពលប៉ូតង់ស្យែលពេលវាវិលចុះបាន10 ជុំ ។

១៦-រថយន្តមួយមានម៉ាស $M = 1000kg$ ចុះតាមចំណោត 7% ដោយល្បឿន $50km/h$ ។ គណនាតំហយថាមពលប៉ូតង់ស្យែលក្នុងរយៈពេល $20mn$ ។

១៧-ឥដ្ឋមួយដុំមានម៉ាស $M = 100g$ រអិលដោយគ្មានកកិតនៅខាងក្នុងស្នូកស៊ីឡាំងមួយមានកាំ $R = 1m$ ដែលមានផ្ចិតស្ថិតនៅអ័ក្សដេក0 ។ ចូរបង្ហាញកំលាំងដែលអនុវត្តលើឥដ្ឋ ។ រួចគណនាកម្មន្តពេលរអិលក្រោយ គេត្រង់ទីតាំង $S_1, (\alpha = 30^0)$ ទៅទីតាំង $S_2, (\alpha = 0^0)$ ។ យក $g = 10m/s^2$



១៨-ឥដ្ឋមួយមានទំងន់ $P = 100N$ រអិលដោយល្បឿនថេរលើប្លង់ទេរមានចំណោត $\alpha = 20^0$ ។ ភាពប៉ះរវាងឥដ្ឋ និងប្លង់ទេរបង្កើតបានកំលាំងកកិត ។

ក-បង្កើតគោលការណ៏និចលភាព ។

ខ-គណនាកំលាំងប្រតិកម្មរបស់ប្លង់លើឥដ្ឋ ។

គ-ពេលឥដ្ឋចរបានចំងាយ $L = 2m$ មានល្បឿន $1,5m/s$ ។ គណនាចំពោះចំងាយចរនេះ

-កម្មន្ត $W(\vec{P})$ នៃទំងន់របស់ឥដ្ឋ

-កម្មន្ត $W(\vec{R})$ នៃកំលាំងប្រតិកម្មទំរ

-គណនាអានុភាព $P(\vec{P})$ និង $P(\vec{R})$ ។

១៩-ជណ្តើរយន្តមួយមានម៉ាស $m_1 = 250kg$ ផ្ទុកមនុស្សពីរនាក់មានម៉ាសសរុប $m_2 = 250kg$ ។ ពេលជណ្តើរយន្តមានចលនាខ្សែកាបដែលយោងជណ្តើរយន្តតាមទិសឈរទាញដោយកំលាំងថេរ $\vec{F}$ មានទិសដៅឡើងលើ មានតំលៃ $F = 4800N$ ។

ក-ចូរកំនត់កន្សោមជាអ័ក្សនៃសំទុះរបស់ជណ្តើរយន្ត ។ រួចបញ្ជាក់ទិសដៅរបស់សំទុះ ។

ខ-គណនាសំទុះជណ្តើរយន្ត ។ យក $g = 10m/s^2$

គ-ជណ្តើរយន្តចុះមកវិញដោយគ្មានល្បឿនដើម ។ ចូរអោយកន្សោមល្បឿន និងបំរែបំរួលកំពស់ជាអនុគមន៏នៃពេល ។

-គណនាល្បឿននិងកំពស់នៅខណ: $t = 6s$ ។

-គណនាអានុភាពដោយកំលាំង $\vec{F}$ នៅខណ: $t = 6s$ ។

២០-កំនាត់លោហ:មួយមានម៉ាស $m = 100kg$ រអិលដោយគ្មានកកិតលើប្លង់មានចំណោត α ធៀបនឹងប្លង់ដេក ។ ចលនារំកិលតាមខ្សែធំមួយស្របអ័ក្ស $(0,\vec{i})$ នៃតំរុយ $(0;\vec{i};\vec{j})$ ។

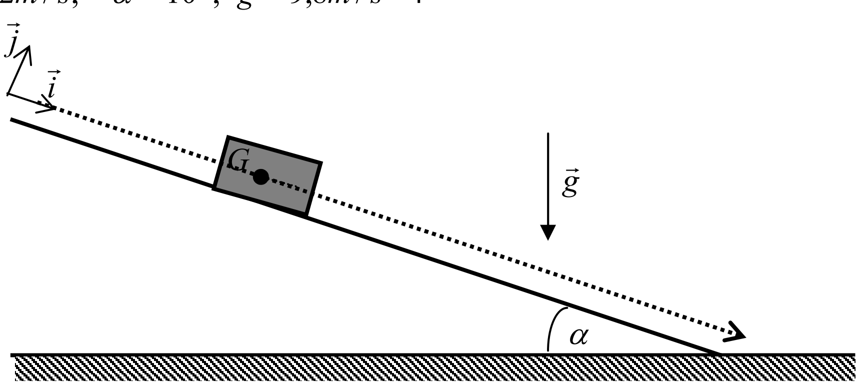
ក-ចូរធ្វើគំនូសតាងកំលាំងដែលមានអំពើលើអង្គធាតុនេះ ។

ខ-ចូរសំដែងវ៉ិចទ័រសំទុះនិងទាញរកប្រភេទចលនា ។

គ-ល្បឿនដើម $\vec{v}_0 = v_0\vec{i}$ ។ បង្ហាញថាវ៉ិចទ័រទីតាំងនៃផ្ចិតនិចលភាព G ដែលអាចសរសេរក្រោមទំរង់: $\overrightarrow{OG} = \beta t^2.\vec{i} + t.\vec{v}_0$ រួចបញ្ជាក់ β និងទីតាំង G នៅដើមពេល ។

ឃ-គណនាល្បឿនក្រោយពីផ្លាស់ទីបានប្រវែង $\ell = 1m$ ។

ដោយ $v_0 = 2m/s; \quad \alpha = 10^0; \; g = 9,8m/s^2$ ។



២១-អង្គធាតុមួយមានម៉ាស $m = 20kg$ រអិលតាមខ្សែមួយលើប្លង់ទេរ $\alpha = 30^0$ ។ ផលបូកកំលាំង $\vec{R}$ នៃកំលាំងប៉ះរវាងផ្ទៃនៃអង្គធាតុនិងប្លង់ទេរមានតំលៃថេរ ។ ខ្សែកែងនិងប្លង់ទេរផ្តុំបានមុំ α ជាមួយ $\vec{R}$ ។

ក-ចូរសំដែងរិចទ័រសំទុះជាអនុគមន៏នៃ$\alpha; \beta; m; R; g$ ។

ខ-មុនដំបូងគេលែងវាដោយគ្មានល្បឿនដើមវាចរបានចំងាយ $\ell = 5m$ ក្នុងរយៈពេល $t = 1,7s$ ។ គណនាសំទុះ ។ យក $g = 10m/s^2$

គ-គណនាមុំ β និង $\vec{R}$ ។

២២-អង្គធាតុមួយផ្លាស់ទីលើប្លង់ទេរទាញដោយខ្សែកាបមួយស្របនឹងប្លង់ទេរនេះ ។ ប្លង់ទេរផ្តុំបានមុំ α ជាមួយប្លង់ដេក ។ អង្គធាតុមានម៉ាស $980kg$ ។

ក-គេចែកចលនានេះជាបីដំនាក់កាលៈ

-ដំនាក់កាលទី១: ចលនាស្ទុះស្មើក្នុងរយៈពេល Δt

-ដំនាក់កាលទី២: ចលនាស្មើរយៈពេល 6s ចរបានចំងាយ $36m$

-ដំនាក់កាលទី៣:ចលនាយឺតស្មើក្នុងរយៈពេល Δt រហូតដល់ពេលឈប់ ។ ដោយដឹងថាចំងាយចរសរុប $60m$ ។ ចូរគណនារយៈពេលសរុប ។

ខ-ការផ្លាស់ទីនេះគ្មានកកិត ។ គណនាកំលាំងទាញរបស់ខ្សែកាបនិងកំលាំងប្រតិកម្មប្លង់លើអង្គធាតុទាំងបីដំនាក់កាលខាងលើ ។ ចំពោះ $\alpha = 20^0; g = 9,8m/s^2$

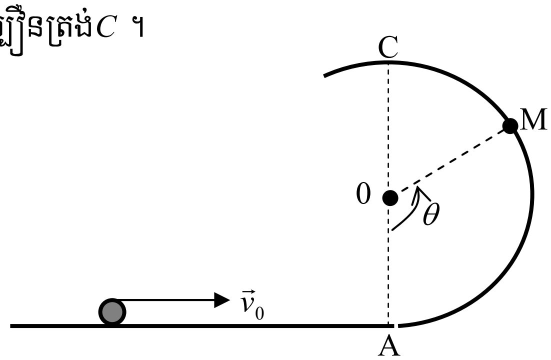
គ-គណនាអានុភាពនៃកំលាំងទាញរបស់ខ្សែកាបនៅដំនាក់កាលទី២ ។

២៣-អង្គធាតុមួយចាត់ទុកដូចជាចំនុចរូបធាតុមានម៉ាស m ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $\vec{v}_0$ រអិលលើកងមួយមានកាំ r និង ផ្ចិត 0 ។ កំលាំងកកិតមិនគិត ។ ទីតាំងលើកំនាត់ផ្លូវនៃគន្លងត្រូវបានត្រុយដោយមុំ $\theta = (\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OM})$ ។

ក-គណនាល្បឿនជាអនុគមន៏ $\theta; r$ ។

ខ-កំនត់កំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{R}$ របស់កងលើអង្គធាតុ ។

គ-បង្ហាញថា R សូន្យចំពោះតំលៃ $\theta_{\max}$ ជាអនុគមន៏ v_0 ។ គណនាតំលៃអប្បបរមានៃ v_0 មកដល់កំពូល C នៃគន្លង ។ ចូរគណនាល្បឿនត្រង់ C ។



២៤-ចល័តមួយមានម៉ាស $m = 20kg$ ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v_0 = 4m/s$ ឡើងតាមបណ្ដោយប្លង់ទេរដោយចលនារំកិលត្រង់។ មុំចំណោត $\alpha = 20^0; g = 9{,}8m/s^2$ ។ កំលាំងកកិត $\vec{f}$ មានទិសដៅផ្ទុយពីល្បឿនមានតំលៃថេរ $f = 40N$ ។

ក-គណនាចំងាយដែលវាឡើងបានរហូតដល់ឈប់។

ខ-ពេលឡើងដល់កំពូលគន្លងរបស់វា វាក៏ត្រឡប់ចុះមកវិញ។ ចូរគូសកំលាំងក្រៅដែលមានអំពើលើអង្គធាតុពេល វាចុះមកវិញ។ តើមានអ្វីដែលប្តូរធៀបទៅនឹងពេលឡើង?

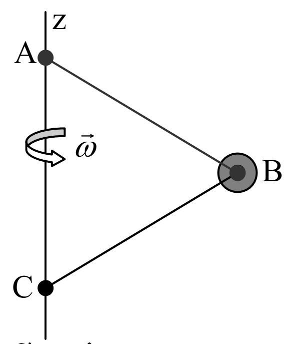
គ-គណនាល្បឿនពេលវាឆ្លងកាត់ទីតាំងដើម។ តើល្បឿននេះមានតំលៃប៉ុន្មាន បើកំលាំងកកិតមិនគិត?

២៥-ឃ្លីមួយចាត់ទុកជាចំនុចរូបធាតុ B មានម៉ាស m ត្រូវចងភ្ជាប់នឹងខ្សែពីរមិនគិតម៉ាសចងត្រង់ចំនុច A និង C នៃអ័ក្ស Δ ដូចរូប។ គេអោយ $AB = BC = \ell$ និង $AC = a$

ក-ឃ្លី B វិលដោយល្បឿនមុំថេរ ω ជុំវិញអ័ក្ស Δ ។ ខ្សែមិនយឺត។ គណនាតំនឹងទាំងពីរជាអនុគមន៏នៃ ω ។

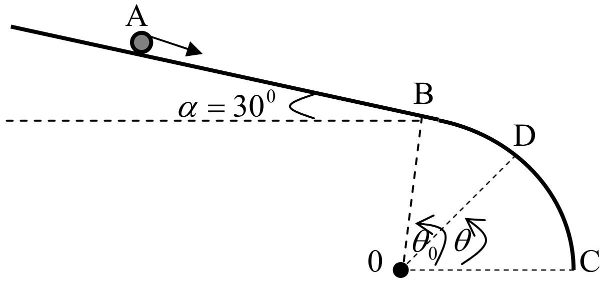
ខ-បង្ហាញខ្សែ BC តឹងតែម្នាក់ឯងចំពោះតំលៃខ្លះនៃល្បឿនមុំ។

អនុវត្តជាលេខ $m = 0{,}6kg;\ \ell = 0{,}7m;\ g = 9{,}8m/s^2;\ \omega = 8rad/s$ បន្ទាប់មក $\omega = 4rad/s$ ។



២៦-អង្គធាតុមួយរអិលលើប្លង់កើតឡើងពីមួយផ្នែកជាបន្ទាត់ $AB = \ell = 1m$ និងមួយផ្នែកទៀតជាធ្នូរង្វង់ BC មានផ្ចិត 0 កាំ $r = 2m$ ។ បង្ហាញថា អង្គធាតុចាកចេញពីប្លង់ត្រង់ចំនុច D ។ គណនាមុំ $\theta_1 = (\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OD})$

អនុវត្តជាលេខ $\theta_0 = (\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OB}) = 60^0$ ។



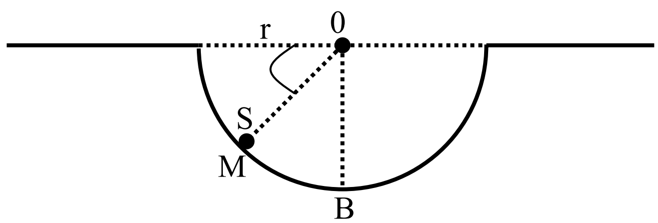
២៧-អង្គធាតុS មួយចាត់ទុកដូចជាចំនុចរូបធាតុមានម៉ាស$m = 10g$ អាចរអិលក្នុងកន្លះស្វ៊ែផ្ចិត0កាំ$r = 1{,}25m$ ។ គេលែងវាពីចំនុចA ដោយគ្មានល្បឿនដើម ទីតាំងរបស់វាលើកន្លះស្វ៊ែត្រុយដោយមុំθ ។

ក-យើងចាត់ទុកអង្គធាតុរអិលដោយគ្មានកកិត

-ចូរសំដែងល្បឿនត្រង់M ជាអនុគមន៍ $g;r;\theta$ ។ គណនាល្បឿនត្រង់B យក$g = 10m/s^2$ ។

-បញ្ជាក់លក្ខណៈកំលាំងដែលមានលើអង្គធាតុដោយកន្លះស្វ៊ែត្រង់ចំនុចM រួចគណនា តំលៃរបស់វាជាអនុគមន៍ $g;r;\theta$ ។ គណនាអាំងតង់ស៊ីតេ កំលាំងនេះនៅត្រង់ចំនុចB

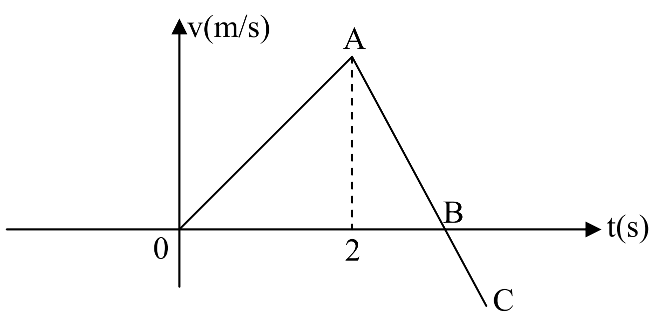
ខ-តាមពិតអង្គធាតុមកដល់ចំនុចB មានល្បឿន $4{,}5m/s$ ។ វារងកំលាំងកកិត $\vec{f}$ មានទិសដូច $\vec{v}$ នៃចល័ត និងមានទិសដៅផ្ទុយគ្នា ហើយកំលាំងនេះមានតំលៃថេរ ។ គណនាអាំងតង់ស៊ីតេនៃកំលាំងកកិត នេះ ។



២៨-ចល័តM មួយមានម៉ាស $m = 0{,}5kg$ អាចរអិលដោយគ្មានកកិតតាមបណ្តោយប្លង់ទេរ $0x$ មានចំណោត $\alpha = 16^0$ ធៀបទៅនឹងប្លង់ដេក ។ គេចងវាភ្ជាប់ដោយខ្សែមួយមិនយឺតស្របនឹងox ។ នៅខណៈ$t = 0$ ចល័តនៅនឹងត្រង់គល់អ័ក្ស ។ គេទាញខ្សែអោយM ផ្លាស់ទីលើប្លង់ទេរ ។ យើងសិក្សាចលនារបស់ចល័តរួចទាញរកល្បឿនរាល់ខណៈតាងលើក្រាភិច$t \to v(t)$ ដែលជាអង្កត់$[OA]$ នៅខណៈ $t_1 = 2s$ ខ្សែបានដាច់ ។ ឥឡូវនេះ តាងល្បឿន ជាអនុគមន៍គេទទួលបានកន្លះបន្ទាត់ $[AC)$ កាត់អ័ក្សត្រង់ B មានអាប់ស៊ីស $t_2 = 2{,}63s$ ។

ក-ចូរទាញពីក្រាភិចដោយមិនចាំបាច់គណនា ប្រាប់ប្រភេទចលនារបស់ចល័ត និងទិសដៅ បំលាស់ទីរវាង រយៈពេល t_0 និងt_1 ហើយt_1 និង t_2 ។ ចូរបញ្ជាក់វ៉ិចទ័រល្បឿន និងសំទុះ ។

ខ-ចន្លោះពេលt_0 និង t_1 ។ គណនាសំទុះរបស់ចល័ត ។ គណនាចំងាយចរ និងកំលាំងទាញដោយខ្សែ ។ យក $g = 9{,}8m/s^2$



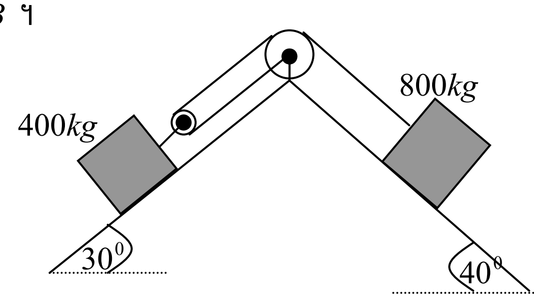
២៩-ផលបូកកំលាំងដែលអនុវត្តលើចំនុចរូបធាតុមួយមានម៉ាស m អោយផ្លាស់ទីលើអ័ក្ស $(x'x,\vec{i})$ គឺ $\vec{F}=F.\vec{i}$ មានតំលៃថេរវិជ្ជមាន ។ តើរយះពេលប៉ុន្មានទើបវាមកដល់ចំនុចមានអាប់ស៊ីស x ?

គណនា បរិមាណចលនារបស់វា ។ ដោយឧបមាថា $t=0$ អង្គធាតុស្ថិតនៅ $x=0$ ។ អនុវត្តជាលេខ $m=20g$; $F=10N;\ \ x=100m$ ។

៣០-រថយន្តមួយមានម៉ាស $m=1100kg$ ចរបានចំងាយ $1000m$ ពីចេញដំនើររហូតដល់ឈប់ក្នុងរយះពេល $30s$ ។ ដោយឧបមាថា សំទុះរបស់វាមានតំលៃថេរ ។ គណនា កំលាំងសរុបដែលបង្កើតអោយមានចលនារំកិលនេះ ។

៣១-ចំនុចរូបធាតុមួយដំបូងនៅនឹងត្រង់ 0 នៃអ័ក្ស $0x$ ចំពោះ $t>0$ វារងនូវកំលាំងមួយដែលមានរង្វាស់ពិជគណិត $F_x=C.t$ ដែល C ជាចំនួនថេរវិជ្ជមាន ។ x ជាអាប់ស៊ីស ហើយ v ជាល្បឿននៅខណះ t ។ ចូរគណនា $\dfrac{x}{v}$ ជាអនុគមន៍នៃពេល ។

៣២-ប្រព័ន្ធបន្ទុកមួយត្រូវបង្ហាញដូចរូប ។ គេលែងវាពីនៅនឹង ។ ម៉ាស់រ៉ក និងខ្សែមិនគិត ហើយប្លង់ទំរមានមេគុណកកិតរៀង $0,2$ របស់ទំរម៉ាស A និង $0,3$ របស់ទំរម៉ាស B ។



ក-គណនាសំទុះរបស់បន្ទុកនិមួយៗ ។

ខ-គណនាតំនឹងខ្សែ ។

គ-ចំងាយចររបស់បន្ទុក B ក្នុងរយះពេលបីវិនាទី ។

ឃ-គណនាល្បឿនរបស់ B ក្នុងរយះពេលបីវិនាទី ។

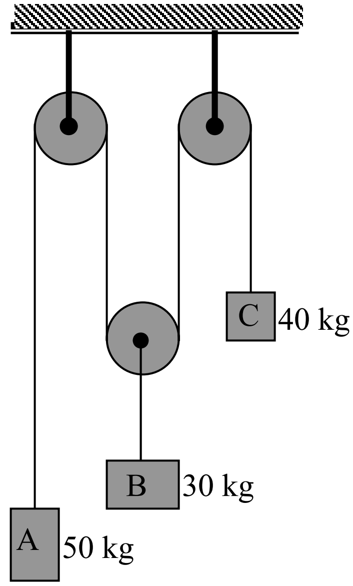
៣៣-គេអោយប្រព័ន្ធរ៉កដូចរូប ។ ម៉ាសរ៉កមិនគិត ។ ចូរកំនត់នៅលើរូបនិមួយៗនូវៈ

ក-សំទុះរបស់បន្ទុកនីមួយៗ ។

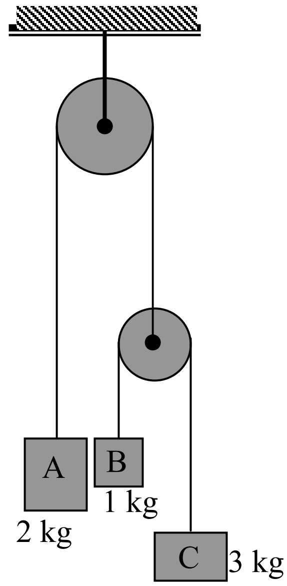
ខ-តំនឹងខ្សែ ។

គ-ល្បឿនរបស់ B នៅចុងបីវិនាទី ។

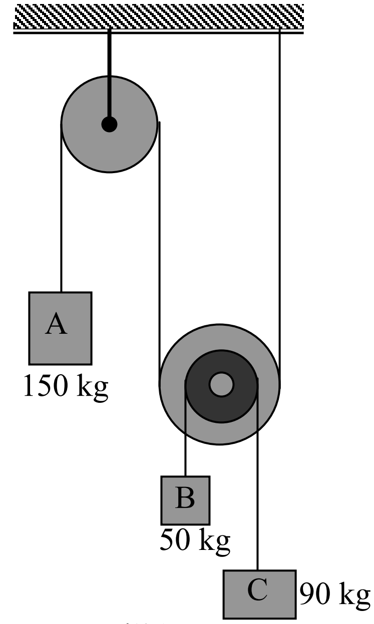
ឃ-គណនាចំងាយចររបស់ B នៅចុងបីវិនាទី ។



(រូប ក)

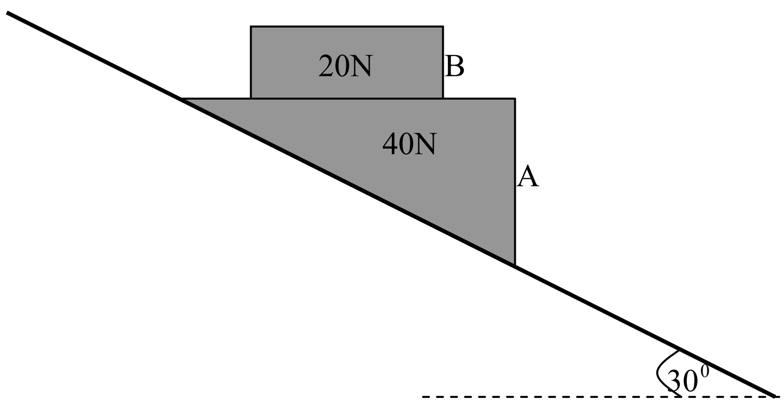


(រូប ខ)



(រូប គ)

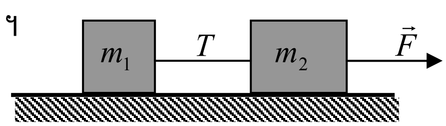
៣៨-ប្រព័ន្ធមួយមានដុំពីរ A និង B មានទំងន់ $40N$ និង $20N$ រៀងត្រូវបានគេលែងពីនៅនឹងលើប្លង់ទេរ ដូចរូប ។ ចូរកំនត់មេគុណកកិតតូចបំផុត ដើម្បីកុំអោយ B រអិលចេញពី A ។ មុំចំណោតរបស់ប្លង់ទេរ $\alpha = 30^0$



៣៩-ដុំឈើពីរភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែស្រាលមួយត្រូវបានគេទាញដោយកំលាំងតាមទិសដេក $\vec{F}$ ដូចរូប ។ ឧបមាថា $F = 50N$, $m_1 = 10kg$, $m_2 = 20kg$ និងកកិតស៊ីនេទិចរវាងដុំឈើនីមួយៗនិងផ្ទៃប៉ះស្មើនឹង 0,1 ។

ក-ចូរគូសដ្យាក្រាម (វិចទ័រកំលាំងលើដុំឈើនីមួយៗ) ។

ខ-ចូរកំនត់តំនឹងខ្សែ T និង សំទុះរបស់ប្រព័ន្ធ ។



(ប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យគរុកោសល្យ ០១-១០-២០០៣)

៣៦-ស្វ៊ែតូចពីរមានម៉ាស m ដូចគ្នាត្រូវបានគេព្យួរដោយខ្សែប្រវែង ℓ ទៅនឹងចំនុចនឹងមួយ ។ ស្វ៊ែមានបន្ទុក Q និងមួយទៀតមានបន្ទុក $2Q$ ។ សន្មតថា មុំ θ_1 និង θ_2 ផ្គុំដោយខ្សែប៉ោលនិងខ្សែឈរជាមុំតូច ។

ក-តើ θ_1 និង θ_2 មានទំនាក់ទំនងគ្នាដូចម្តេច?

ខ-បង្ហាញថា ចំងាយ r រវាងស្វ៊ែទាំងពីរគឺ $r \cong \left(\dfrac{4.k.Q^2\ell}{mg}\right)^{\frac{1}{3}}$ ។

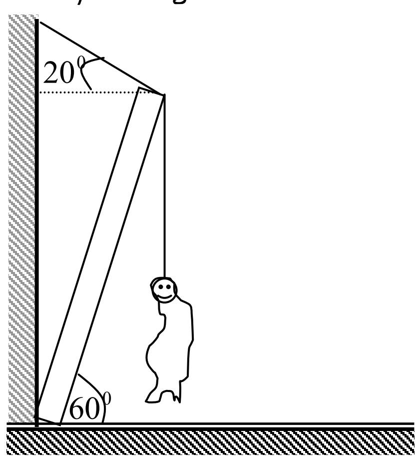
(*ប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យគរុកោសល្យ ២០០៤*)

៣៧-ត្រីឆ្លាមមួយមានទំងន់ $10000N$ ត្រូវបានព្យួរដោយខ្សែ ហើយភ្ជាប់ទៅនឹងរបារមួយមានប្រវែង $4m$ ដែលចំនុចទ្ររបស់របារស្ថិតនៅត្រង់គល់ដូចរូប ។

ក-គណនា តំនឹងខ្សែ ។

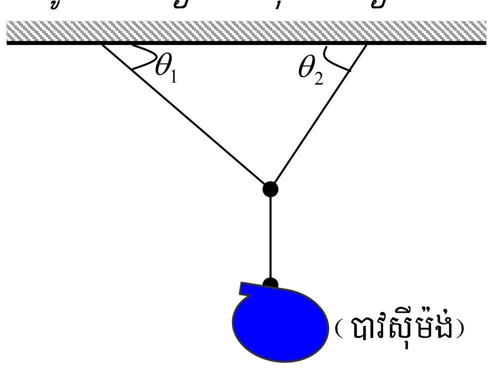
ខ-រកកំលាំងតាមទិសដេក និងទិសឈរដែលបញ្ចេញទៅលើរបារ ។

(*ប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យគរុកោសល្យ ២០០៤*)



៣៨-បាវស៊ីម៉ង់មួយមានទំងន់ F_g ព្យួរដោយខ្សែបីដូចរូប ។ ខ្សែពីរក្នុងចំនោមខ្សែទាំងបីបង្កើតបានមុំ θ_1 និង θ_2 ជាមួយប្លង់ដេក ។ ប្រសិនបើប្រព័ន្ធមានលំនឹង បង្ហាញថា តំនឹងខ្សែខាងឆ្វេងមានតំលៃ: $T_1 = \dfrac{F_g \cos\theta_2}{\sin(\theta_1+\theta_2)}$

(*ប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យគរុកោសល្យ ២០-១០-២០០៥*)



៣៩-បុរសម្នាក់មានម៉ាស $70kg$ ព្យាយាមទាញឡាំងធ្ងន់មួយដែលមានម៉ាស $140kg$ តាមបណ្ដោយផ្ទៃដេករលោង ដោយកំលាំង $50N$ ។ ប៉ុន្តែដោយសារតែកំលាំងកកិតពីកំរាលស្មើសូន្យទាំងបុរសទាំងឡាំងរអិលដោយ សេរី ដោយគ្មានកំលាំងទប់ ។ បើបុរស និងឡាំងឃ្លាតពីគ្នា $10m$ ចូរកំនត់:

ក-រយៈពេលបុរស និងឡាំងទង្គិចគ្នា ។

ខ-ទីតាំងដែលបុរស និងឡាំងទង្គិចគ្នាធៀបនឹងទីតាំងដើមនៃឡាំង ។

គ-វ៉ិចទ័រល្បឿនរបស់ឡាំង និងបុរសក្រោយពេលទង្គិច ។

(*ប្រលងចូលមហាវិទ្យាល័យគរុកោសល្យ ២៧-១០-២០០៦*)

៤០-អ្នកលេងតេនីសម្នាក់បោះកូនបាល់ត្រង់ឡើងលើតាមខ្សែឈរត្រង់កំពស់ 1,6m ពីដី ។ បាល់ឡើងកំពស់ 0,4m ។

ក- តើគេត្រូវបោះបាល់ដោយល្បឿនដើមប៉ុន្មាន?

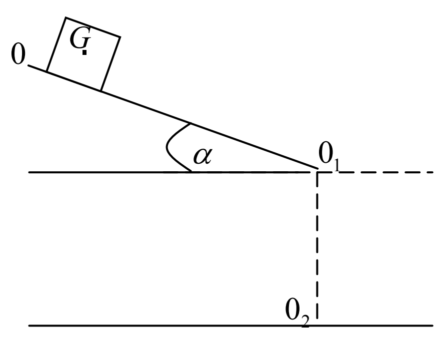
ខ-ត្រង់កំពស់បាល់ឡើងដល់នេះ អ្នកលេងតេនីសក៏វាយបាល់ដោយរ៉ាកែតតាមខ្សែដេកដោយល្បឿនដើម $\vec{v}_0$ ។ អ្នកលេងស្ថិតចំងាយ 12m ពីបង្គោលសំណាញ់ ។ សំណាញ់មានកំពស់ 0,9m ពីដី ។

កំនត់សមីការគន្លងរបស់បាល់ ។

គ-តើគេត្រូវវាយកូនបាល់ដោយល្បឿនដើមប៉ុន្មាន ដើម្បីអោយបាល់ឆ្លងកាត់សំណាញ់ត្រង់កំពស់ 10cm ពីសំណាញ់? គេអោយ $g = 9{,}81\,\text{m/s}^2$ ។

(ចំលើយ: ក/ $v_{0_1} = 2{,}8\,\text{m/s}$ ខ/ $y = -\frac{4{,}9}{v_0^2}x^2 + 2$ គ/ $v_0 = 26{,}6\,\text{m/s}$)

៤១- នៅលើប្លង់ទេរ $\alpha = 30^\circ$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក គេលែងអង្គធាតុរឹងស្មើសាច់មួយមានម៉ាស $m = 100g$ ពីចំនុច O ។ ផ្ចិតនិចលភាព G នៃអង្គធាតុអង្គធាតុស្ថិតត្រង់ O ។ គេមិនគិតកំលាំងកកិត ។



ក- រកប្រភេទចលនារបស់ G ពេលរអិលលើប្លង់ទេរ ។

ខ- កំនត់វ៉ិចទ័រល្បឿន $\vec{v}_1$ ត្រង់ O_1 ។ កំនត់តំលៃបើ $|OO_1| = 1\,\text{m}$ ។

គ- កំនត់គន្លងចលនារបស់ផ្ចិត G ចន្លោះ O_1 និងដី ។

ឃ- តើថាសធ្លាក់ដល់ដីចំងាយប៉ុន្មានពី O_2 បើ $|O_1O_2| = 0{,}8\,\text{m}$?

យក $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។

(ចំលើយ: ក-ចលនាត្រង់ស្មើ ខ/ $v_1 = 3{,}16\,\text{m/s}$; គ/ $y = 0{,}67x^2 + 0{,}58x$; ឃ/ $x = 0{,}74\,\text{m}$)

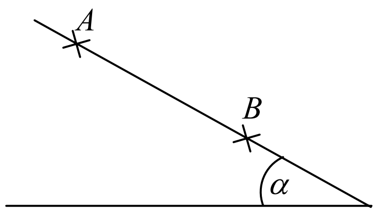
៤២-វត្ថុរឹងមួយអាចចាត់ទុកថាជាចំនុចរូបធាតុមានម៉ាស $m = 0,1\,\text{kg}$ រអិលលើប្លង់ទេរផ្គុំជាមួយប្លង់ដេកបានមុំ $\alpha = 20^\circ$ ។

ក- វត្ថុរឹងត្រូវលែងចេញពី A ដោយគ្មានល្បឿនដើម ។

a). បើគ្មានកកិត រកប្រភេទចលនារបស់វត្ថុរឹង និងគណនារយៈពេលចលនាលើ AB ។

អនុវត្តន៏ជាលេខ: $AB = 2\,\text{m}$; $g = 9,8\,\text{m/s}^2$ ។

b). បើ $t = 1,3\,\text{s}$ គណនាកំលាំងកកិត ។



ខ-ឥឡូវគេអោយចល័តផ្លាស់ទីពី B ទៅ A ដោយល្បឿន 3m/s ត្រង់ B ។ កំនត់ទីតាំង C ដែលអង្គធាតុឡើងទៅដល់ បើគេដឹង កំលាំងកកិតស្មើ 0,1N ។

(ចំលើយ: a). 1,1s; b). ក. $9,8.10^{-2}$ N; ខ. $|BC| = 1,03\,\text{m}$)

៤៣-វត្ថុ A មានម៉ាស $m = 100\,\text{g}$ ហើយស្ថិតនៅកំពស់3m ពីដី ។ វាទាញវត្ថុ B មានម៉ាស $M = 500\,\text{g}$ ពេលវាធ្លាក់ចុះ ហើយរអិលដោយគ្មានកកិតលើប្លង់ដេកយ៉ាងវែងមួយ ។ A និង B ត្រូវគេភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែឆ្មារមួយដែលកាត់តាមរ៉កមួយ ។ ម៉ាសរ៉កអាចចោលបាន ។ គណនា:

a). សំទុះនៃប្រព័ន្ធ, $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។

b). រយៈពេលនៃចលនារបស់ A ។

c). តំនឹងខ្សែសងខាងរ៉ក ។

(ចំលើយ: a). $1,67\,\text{m/s}^2$; b). $1,9\,\text{s}$; c). $0,83\,\text{N}$

៤៤-វត្ថុ A មួយមានម៉ាស 250g ។ វាអាចរអិលដោយគ្មានកកិតលើប្លង់ទេរផ្គុំជាមួយប្លង់ដេកបាន $\alpha = 30^\circ$ ។ គេចងវានឹងខ្សែមួយដែលកាត់តាមរ៉ក P ។ នៅចុងម្ខាងទៀតមានពាក់ទំពក់តូចមួយដែលថ្ពក់ថាស ជញ្ជីងយ៉ាងស្រាលមួយ ។ ភាគ AP នៃខ្សែស្របនឹងប្លង់ទេរ ឯភាគមួយទៀតឈរត្រង់ ។

a).តើគេត្រូវដាក់ម៉ាសប៉ុន្មានលើថាស ដើម្បីអោយប្រព័ន្ធមានលំនឹង?

b).ក្រោយពីដាក់ម៉ាសខាងលើនេះហើយ គេដាក់ថាសកំពស់ 112,5cm ពីដីហើយគេថែមម៉ាស 25 g ទៀតលើថាស ។ គណនាសំទុះរបស់ A ។ តើក្នុងរយៈពេលប៉ុន្មានទើបអង្គធាតុធ្លាក់ដល់ដី?

c).ពេលមកដល់ដីថាសក៏របូតទំពក់ ។ តើចលនារបស់វាទៅជាយ៉ាងដូចម្តេចវិញ? តើក្នុងរយៈពេលប៉ុន្មានទើប A មកដល់កន្លែងដើមវិញ? តើខណៈពេលនោះវាមានល្បឿនប៉ុន្មាន? យក $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។

(ចំលើយ a). $125\,\text{g}$; b). $0{,}62\,\text{m/s}^2$; c). $5\,\text{m/s}^2$; $0{,}95\,\text{s}$; $3{,}56\,\text{m/s}$)

៤៥-លើចំងាយត្រង់ 300m ល្បឿននៃរថយន្តមួយដែលមានម៉ាស 100kg កើនពី 36km/h ទៅ 72km/h ។ រកកំលាំង ផ្គួបនៃកំលាំងចាប់ទាំងអស់ដែលមានអំពើលើរថយន្តនោះ “ គេសន្មតថាកំលាំងផ្គួបនោះមានតំលៃថេរ ” ។

(ចំលើយ: 600N)

៤៦-វត្ថុរឹងមួយមានចលនារំកិលលើប្លង់ដេក ។ វាចាប់ផ្តើមឡើងប្លង់ទេរ 30° លើប្លង់ដេកដោយល្បឿន 1m/s ។ រកចំងាយដែលវាអាចចរបានតាមប្លង់ទេរ និងសំទុះនៃចលនារបស់វា ។ គេសន្មតថាវារអិលដោយគ្មានកកិតលើប្លង់ទេរ ហើយគេមិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់ទេ ។ យក $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។

(ចំលើយ: $0{,}1\,\text{m}$, $-5\,\text{m/s}^2$)

៤៧- រ៉ូឡង់មួយមានម៉ាស 1960kg ។ គេសន្មតម៉ាសរបស់វា រាយយ៉ាងទៀងទាត់លើស៊ីឡាំងបរិវត្តន៍ {ស៊ីឡាំងប្រហោងក្នុង } ដែលមានអង្កត់ផ្ចិត 60cm ។

ក- គណនាម៉ូម៉ង់និចលភាពរបស់វាធៀបនឹងអ័ក្សរង្វិល?

ខ-ចាប់ពីពេលនៅស្ងៀមទៅ គេបង្វិលវារហូតដល់ល្បឿន 300 ជុំក្នុងមួយនាទី ។ គណនាកម្មន្តដែលគេបានផ្តល់អោយរ៉ូឡង់នោះ ។

(ចំលើយ: ក-$J = 176{,}4\,\text{kgm}^2$ ខ-$W = 87k\,\text{J}$)

៤៨-ម៉ាស៊ីនអាត់វូតមានរ៉កដែលមានម៉ាស 60g រាយយ៉ាងទៀងទាត់លើវង់ក្រៅ និងមានម៉ាស $M = M' = 210\,\text{g}$ ។ បន្ទុកដែលគេដាក់បន្ថែមលើ M មានម៉ាស $M = 10\,\text{g}$ ។ គេមិនគិតកំលាំងកកិត និងកំលាំងទប់នៃខ្យល់ទេ ។ គណនាសំទុះនៃចលនារបស់ $M + m\,; M'$ និងតំនឹងខ្សែសងខាងរ៉ក ។ គេអោយ $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។

(ចំលើយ: $0{,}2\,\text{m/s}^2$ $T = 2{,}156\,\text{N}$ $T' = 2{,}142\,\text{N}$)

៤៩-ស៊ីឡាំងដេកស្មើមួយមានម៉ាស $M = 20\,\text{kg}$ និងកាំ $r = 10\,\text{cm}$ ។ វាវិលជុំវិញអ័ក្សរង្វិលរបស់វា ។ ខ្សែមួយដែលមានវត្ថុរឹង S មានម៉ាស $m = 10\,\text{kg}$ នៅខាងចុងត្រូវបានគេរុំជុំវិញស៊ីឡាំងនោះ ។ វត្ថុ S ចេញ ដំណើរពីល្បឿនសូន្យ ហើយចុះបានចំងាយ3mដោយទាញស៊ីឡាំងអោយវិល ។ ដោយមិនគិតម៉ាសរបស់ខ្សែនិងកំលាំងទប់ទាំងអស់ ។ គណនាសំទុះរបស់S ល្បឿនរបស់វាក្រោយចរបាន 3m និងរយៈពេលដែលត្រូវនឹងចំងាយចរនោះ ។ គេអោយ $g = 10\,\text{m/s}^2$ ។

(ចំលើយ: $5\,\text{m/s}^2$; $v = 5{,}5\,\text{m/s}$; $t = 1{,}1\,\text{s}$)

៥០-ប៉ោលទោលមួយ ផ្សំឡើងដោយកូនឃ្លី A មានម៉ាស $m = 100\,\text{g}$ ចងនឹងខ្សែមិនយឺត-គ្មានម៉ាស មានប្រវែង $OA = \ell = 1\,\text{m}$ ។ គេទាញចេញពីស្ថានភាពលំនឹងបានមុំ $\alpha_m 30^\circ$ ហើយលែងវាដោយគ្មានល្បឿនដើម ។

ក-គណនាល្បឿនរបស់ឃ្លី A ពេលឆ្លងកាត់ខ្សែឈរ ។ $g = 9,8\,\mathrm{m/s^2}$ ។ តើនៅខណៈនោះបរិមាណ ចលនា និងថាមពលស៊ីនេទិចរបស់ឃ្លី A មានតំលៃប៉ុន្មាន ។

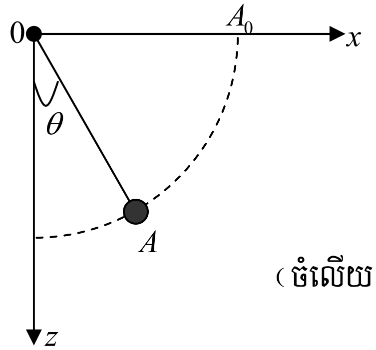
ខ-ត្រង់ខ្សែឈរ 0 នេះខ្សែព្យួរទាក់នឹងដែកគោល T ដែលគេបោះត្រង់ចំនុច T ដែល $OT = \frac{\ell}{2}$ ។ គណនាមុំ β_m ដែលខ្សែប៉ោលផ្គុំជាមួយខ្សែឈរ ។ គេមិនគិតកំលាំងកកិតទាំងអស់ ។

(ចំលើយ: $v = 1,62\,\mathrm{m/s}$; $P = 0,16\,\mathrm{km/s}$; $E_C = 0,13\,\mathrm{J}$)

៥១-ប៉ោលទោលមួយមានម៉ាស $m = 50\,\mathrm{g}$ ចងទៅនឹងខ្សែមិនយឺតមានប្រវែង $\ell = 25\,\mathrm{cm}$ ។ គេលែងវាដោយគ្មានល្បឿនដើមពី A_0 ។ ម៉ាស m គូសបានជាខ្សែធ្នូមានកាំ ℓ ។ គេមិនគិតកំលាំងកកិតទាំងអស់ ។

ក-គណនាល្បឿនអតិបរមានៃម៉ាស m ពេលធ្វើចលនា ?

ខ-គណនាល្បឿន v នៃម៉ាស m ត្រង់ទីតាំង A ផ្គុំជា មួយខ្សែឈរបានមុំ $\theta = 60^\circ$ ។



គ-គណនាតំនឹងខ្សែពេលប៉ោលឆ្លងកាត់ A ។

ឃ-គណនាតំនឹងខ្សែពេលឆ្លងកាត់ A ?

គេអោយ $g = 9,8\,\mathrm{m/s^2}$ ។

(ចំលើយ: $v_1 = 2,21\,\mathrm{m/s}$; $v = 1,55\,\mathrm{m/s}$; $T_1 = 1,47\,\mathrm{N}$; $T = 0,735\,\mathrm{N}$)

៥២-ប៉ោលមួយផ្សំដោយម៉ាស m ចងទៅខ្សែមិនយឺតមានប្រវែង ℓ ។ ត្រង់ស្ថានភាពលំនឹង OA_0 ប៉ោលធ្វើចលនាដោយល្បឿន $\vec{v}_0$ ។

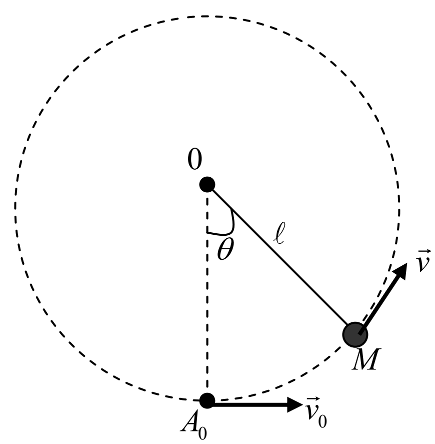
ក-គណនាល្បឿន v នៃម៉ាស m ជាអនុគមន៍នៃ θ និង v_0 ។

ខ-គណនាតង់ស្យុងខ្សែជាអនុគមន៍នៃ v, v_0 ។

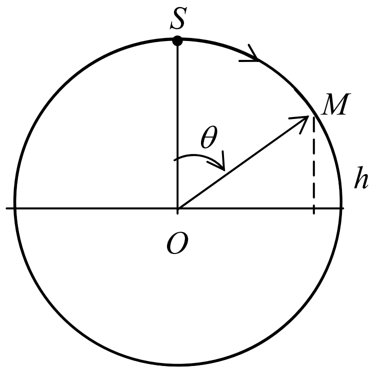
គណនាតំលៃតង់ស្យុងអប្បបរមារបស់ខ្សែ ។

គ-តើតំលៃនៃអប្បបរមានៃល្បឿន v_0 ប៉ុន្មាន ដើម្បីអោយម៉ាស m ធ្វើចលនាវង្វិលជុំវិញ 0 ។

អនុវត្តន៍ជាលេខចំពោះ: $\ell = 1\,\mathrm{m}$, $g = 9,8\,\mathrm{m/s^2}$ ។



៥៣-ចំនុចរូបធាតុ M មានម៉ាស m រអិលដោយគ្មានកកិតលើស្វ៊ែមួយមានកាំ r ។ ចំនុច M ត្រូវលែងចេញពីកំពូល S ដោយគ្មានល្បឿនដើម ហើយទីតាំងបានកំនត់ដោយមុំ $\theta = (\overrightarrow{OS}, \overrightarrow{OM})$ ។ គណនាជាអនុគមន៍នៃ θ



ក-ល្បឿនរបស់ M ត្រង់M

ខ-កំលាំងប្រតិកម្មដែលមានអំពើលើចំនុចM ។ រកមុំ θ_0 និងកំពស់ h ពេលដែលចំនុចM ត្រូវចាកចេញពីស្វ៊ែរ ។

៥៤-រថយន្តមួយធ្វើចលនាលើផ្លូវត្រង់ដេកដោយម៉ូទ័រដែលមានអានុភាពថេរ។ រថយន្តចេញពីទីតាំងដើមនៅខណៈ $t = 0$ ហើយនៅខណៈ $t = 10\,\text{s}$ វាមានល្បឿន 72km/h ។ រថយន្តមានម៉ាស 900kg ។ គណនាអនុភាពរបស់ម៉ូទ័រ និងសរសេរសមីការចលនារបស់រថយន្ត។

(ចំលើយ: 18 kW; $x = 4{,}2 \cdot t^{\frac{3}{2}}$)

៥៥-ពីចំនុច0 នៅខណៈ$t = 0$ គេចោលចំនុចរូបធាតុM ដែលមានម៉ាសm នៅក្នុងសុញ្ញាកាសដោយល្បឿនដើម $\vec{v}_0$ ហើយអាំងតង់ស៊ីតេ v_0 ។វ៉ិចទ័រ $\vec{v}_0$ ផ្គុំជាមួយប្លង់ដេកតាម 0 បានមុំ α មួយ ។

ក-បង្កើតក្នុងតំរុយមួយដែលគេនឹងបញ្ជាក់នូវសមីការគន្លងនៅត្រង់ចំនុច M ណាមួយ ។

ខ-តើតំលៃអប្បបរមានៃ v_0 របស់ $\vec{v}_0$ មានតំលៃប៉ុន្មានដើម្បីអោយចំនុច M ទៅដល់ចំនុច A មួយដែលស្ថិតនៅក្នុងប្លង់ដេកដែលកាត់តាម 0 ហើយមានចំងាយ $OA = 20\,\text{m}$? ក្នុងល័ក្ខខ័ណ្ឌនេះ ចូររកមុំបាញ់ α ។យក $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$ កំលាំងកកិតទាំងអស់មិនគិត ។

៥៦-កុងដង់សាទ័រប្លង់មួយមានផលសងប៉ូតង់ស្យែល $u = 300V$ ចំងាយរវាងអាម៉ាតូទាំងពីរ $d = 2\,\text{cm}$ ហើយអាម៉ាតូនីមួយៗមានប្រវែង $\ell = 10\,\text{cm}$ ។ អេឡិចត្រុងមួយហោះតាមទិសដេកស្របនឹងអាម៉ាតូ ហើយនៅចំងាយស្មើគ្នាពីអាម៉ាតូទាំងពីរនេះ ។ល្បឿនដើមរបស់អេឡិចត្រុង $v_0 = 10^8\ \text{m/s}$ ។

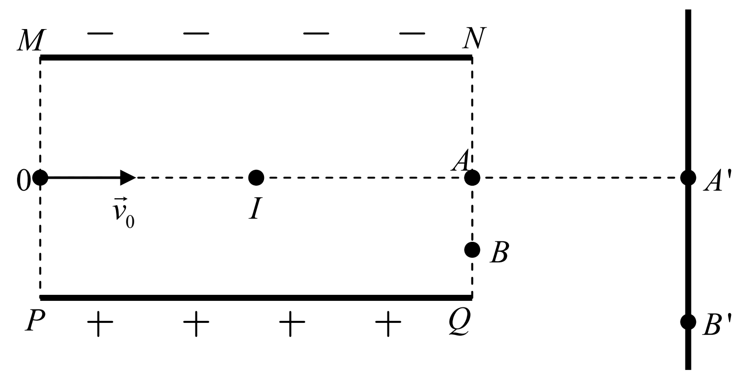
ក-កំនត់គន្លងរបស់អេឡិចត្រុង

ខ-គណនាលំងាកអគ្គិសនី h រវាងទិសដៅដើម និងទិសដៅស្រេចពេលចេញផុតពីកុងដង់សាទ័រ និងទីស្រេចក្នុងករណីនេះរបស់អេឡិចត្រុង ។

គ-ថាមពលអេឡិចត្រុងដែលទទួលបានត្រង់ចំនុចដែលចេញផុតពីដែនអគ្គិសនី ។

ឃ-ដើម្បីអោយអេឡិចត្រុងចេញផុតពីកុងដង់សាទ័រ តើល្បឿនដើមត្រូវមានតំលៃប៉ុន្មាន?

៥៧-គេបាញ់អេឡិចត្រុងម៉ូណូស៊ីនេទិចយ៉ាងតូចមួយមានល្បឿន $v_0 = 5000\,\text{km/s}$ ។ កាលណាវាចូលទៅដល់ចន្លោះអាម៉ាតួ $MNPQ$ នៃកុងដង់សាទ័រប្លង់មួយត្រង់0 ។ ម៉ាសអេឡិចត្រុងនីមួយៗ $m = 0{,}9.10^{-30}\,\text{kg}$ គេសន្មតថាម៉ាសនេះមានតំលៃថេរតាមល្បឿនដូចពោលខាងលើ ។ ចំនរអេឡិចត្រុងប្រព្រឹត្តទៅនៅក្នុងសុញ្ញកាស ។ នៅពេលគ្មានកំលាំងអគ្គិសនីទេ នោះកុងដង់សាទ័រឥតមានបន្ទុកឡើយ គេបាចអេឡិចត្រុងចេញពីកុងដង់សាទ័រត្រង់ A ហើយវាបានបញ្ចេញស្នាមពន្លឺត្រង់ A' នៃអេក្រង់ ។ I ជាចំនុចកណ្តាល OA គេឱ្យ $IA = d = 1\,\text{cm}$ ។



a). បើគ្មានកំលាំងណាមានអំពើលើអេឡិចត្រុងនោះ តើរយះពេលនៃចំងាយចរ OA' មានប៉ុន្មាន ? ទាញរកបំលាស់ទីឈរនៃ A' បើគេគិតទំងន់ក្នុងចំនរដែលគេសន្មតថាដេក ហើយបញ្ជាក់ថាបំលាស់ទីនេះមិនអាចគិតតំលៃបានឡើយបើគិតចំងាយ IA' ។ $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$ ។

b).នៅពេលកុងដង់សាទ័រមានបន្ទុក អេឡិចត្រុងនីមួយៗ ត្រូវរងអំពើនៃកំលាំងអគ្គិសនីមួយ មានអាំងតង់ស៊ីតេ $F = 1{,}6.10^{-16}\,\text{N}$ ដែលកែងនឹងអាម៉ាតួនៃកុងដង់សាទ័រ បាញ់អេឡិចត្រុងក៏ចេញត្រង់ B ហើយក៏រត់ទៅប៉ះនឹងអេក្រង់ត្រង់ B' ។

ក-កំនត់ប្រភេទគន្លងអេឡិចត្រុង នៅក្នុងកុងដង់សាទ័រហើយគណនាចំងាយ AB ។

ខ-បញ្ជាក់ស្ថានភាព និងគន្លង BB' ហើយគណនាចំងាយ $A'B'$ ។

c). គណនាថាមពលស៊ីនេទិចនៃអេឡិចត្រុងនីមួយៗនៅពេលទៅដល់ B' ។

តើល្បឿនមានតំលៃប៉ុន្មានដែរ?

d). កុងដង់សាទ័រឥតទទួលកំនែប្រែអ្វីឡើយ ។ គេឃើញស្នាម B' ផ្លាស់ទីមកខាង A' បាន 1mm ។ តើល្បឿន v_0 ប្រែប្រួលបានប៉ុន្មាន?

៥៨-ប៉ោលទោលមួយមានប្រវែង $\ell = 1\,\text{m}$ ម៉ាស $m = 500\,\text{g}$ សំទុះទំនាញដី $g = \pi^2\,\text{m/s}^2$ គេមិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់ទេ ។

ក-គណនាខួបរបស់ប៉ោលក្នុងករណីមុំតូច ។

ខ-គេទាញប្រោលចេញពីទីតាំងលំនឹងដល់កំពស់ $h = 20\,\text{cm}$ ។

គណនាល្បឿនពេលវាឆ្លងកាត់ទីតាំងលំនឹង C ។

ឥឡូវនេះគេទាញប៉ោលចេញពីទីតាំងលំនឹងបានមុំមួយ $\alpha_0 = 60^\circ$ ហើយគេលែងដោយគ្មានល្បឿនដើម ។ គណនាថាមពលស៊ីនេទិច និងតំនឹងខ្សែកាលណាប៉ោលទៅដល់ទីតាំងមួយដែលមានមុំលំងាក $\alpha = 30^\circ$ ។

៥៩-ប៉ោលទោលមួយមានម៉ាស $m = 50\,\text{g}$ មានប្រវែង $\ell = 1m$ ។

a). គេអោយប៉ោលយោលដោយអំព្លីទុត $\alpha_0 = 0{,}1\,\text{rad}$ ។ គណនាខួប ហើយសរសេរសមីការរបស់ប៉ោល ជ្រើសរើសដើមពេលជាខណៈដែលប៉ោលចាប់ផ្ដើមយោល ។

b). គេអោយប៉ោលយោលដោយអំព្លីទុត $\alpha_0 = 60^\circ$ ។ គណនាល្បឿនប្រវែង និងតំនឹងខ្សែពេលមុំលំយោលរបស់ប៉ោលមានតំលៃ $\alpha_0 = 30^\circ$ ។

c).នៅក្នុងករណីប៉ោលយោលដោយអំព្លីទុត$\alpha_0 = 60^\circ$ គេដុតខ្សែនៅពេលដែលប៉ោលឆ្លងកាត់ទីតាំងលំនឹង ។

ក-រកល្បឿន និងថាមពលស៊ីនេទិចរបស់ប៉ោលកាលណាវាទៅប៉ះដី យើងដឹងថាទីតាំងលំនឹងរបស់ប៉ោលនៅចំងាយពីដីប្រវែង $4\,\text{m}$ ។

ខ-រកចំងាយពីចំនុចដែលទៅប៉ះដីដល់បន្ទាត់ឈរដែលកាត់តាមចំនុចព្យួរ ។ គេអោយ $g = \pi^2\,\text{m/s}^2$ ។

(ចំលើយ: a). $T = 2\,\text{s}$; $\alpha = 0{,}1\sin\left(\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right) = 0{,}1\cos\pi t$; b). $v = 2{,}7\,\text{m/s}$

$T = 0{,}787\,\text{N}$; c). ក/. $v = 9{,}42\,\text{m/s}$; $E_C = 2{,}218\,\text{J}$; ខ/. $x = 2{,}828\,\text{m}$)

៦០-ប៉ោលទោលមួយមានប្រវែង $\ell = 1\,\text{m}$ យោលត្រង់កន្លែងដែលមានសំទុះទំនាញដី $g = \pi^2\,\text{m/s}^2$ ។

a). គណនាខួបរបស់ប៉ោលកាលណាយោលបានអំព្លីទុតតូច ។

b). ឥឡូវនេះគេទាញប៉ោលចេញពីទីតាំងលំនឹងបានមុំមួយ $\alpha_0 = 30^\circ$ ហើយលែងវាដោយថ្នមៗ ។

ក-គណនាល្បឿនរបស់ប៉ោលកាលណាវាឆ្លងកាត់ទីតាំងលំនឹង ។

ខ-ពេលដល់ទីតាំងលំនឹង ខ្សែព្យួរបានជួបដែកគោលមួយដែលបោះត្រង់$0'$ ខាងក្រោម0 របស់ប៉ោលហើយនៅចំងាយ $0{,}36\,\text{m}$ ។ គណនាមុំធំបំផុត β ដែលខ្សែផ្ដុំនឹងខ្សែឈរក្រោយពេលជួបដែកគោល (គេមិនគិតកំលាំងកកិតអ្វីទាំងអស់) ។

គ-រកខួបរបស់ប៉ោលត្រង់កន្លែងដែលគេបោះដែកគោលត្រង់0' និងខួបសរុបរបស់ប៉ោល ករណីដែលមានអំព្លីទុតតូច ។

៦២-ប៉ោលទោលមួយយោលដោយខួប $2s$ កាលណាវាយោលត្រង់កន្លែងសំទុះទំនាញដី $g = \pi^2 m/s^2$ ។

a). រកប្រវែងខ្សែរបស់ប៉ោល ។

b). គេដឹងថាអំព្លីទុតលំយោលរបស់ប៉ោលស្មើ $\alpha_0 = 6^\circ$ ។

គណនារយៈពេលគិតពីពេលប៉ោលឆ្លងកាត់ទីតាំងលំនឹងតាមទិសដៅវិជ្ជមាន រហូតដល់ប៉ោលឆ្លងកាត់ទីតាំងត្រូវនឹងលំងាក $\alpha = 3^\circ$ តាមទិសដៅវិជ្ជមានលើកទី១ ។

គណនាល្បឿនរបស់ប៉ោលនៅពេលនោះ ។

៦៣-ពីកំពូលរបស់ប្លង់ទេរដែលមានកំពស់ $h = 1{,}5\,\text{m}$ ធៀបនឹងប្លង់ដេកគេអោយអង្គធាតុមានរាងផ្សេងៗរមៀលមិនរអិលលើប្លង់ទេរនោះ ។ គណនាល្បឿនរបស់អង្គធាតុទាំងនោះពេលរមៀលដល់ជើងប្លង់ទេរបើៈ

ក-វត្ថុមានរាងជាស្វ៊ែរស្មើសាច់ ។

ខ-វត្ថុមានរាងជាថាសស្មើសាច់ ។

គ-វត្ថុមានរាងជាកងមូល ។

៦៤-ប៉ោលលោហៈស្មើសាច់មួយមានអង្កត់ផ្ចិត 6cm និងមានម៉ាស 245g ។ គេព្យួរប៊ូលត្រង់ចំនុច C ទៅនឹងខ្សែ OC ដែលឥតគិតម៉ាស ហើយមានប្រវែង 42cm ។ ប្រព័ន្ធនេះបង្កើតបានជាប៉ោលមួយ ។

a). កំនត់ប្រវែងប៉ោលទោលសាំងក្រូននឹងប៉ោលនេះ ។ គណនាខួបប៉ោលក្នុងករណីអំព្លីទុតតូចដោយគិត ត្រឹម 1% ។ បើសិនគេបង្រួមប៉ោលនោះអោយនៅទីតាំងប្រជុំទំងន់ តើគេបានបង្កើតល្បៀង និងខួបវា ប៉ុន្មាន ? តើល្បៀងនេះអាចកំនត់យកបានឬទេបើធៀបទៅនឹងភាពជាក់ស្តែងដែលគេប្រាប់រួចមកហើយនោះ?

b). ក្នុងនេះគេដាក់ប៊ូលតែឯងនៅលើប្លង់ទេរមួយដែលបង្កើតបានមុំ30° ជាមួយប្លង់ដេក។ បន្ទាប់មកគេលែងវាដោយគ្មានល្បឿនដើម។ គេសន្មតថាប៊ូលរអិលដោយឥតរមៀល និងគ្មានកកិតឡើយ។ គណនាសំទុះប៊ូលតាមវិធីពីរបែបផ្សេងគ្នា។ កំនត់សមីការចលនាប៊ូលដោយបញ្ជាក់ដើមចំងាយអោយបានច្បាស់លាស់។

៦៥-ប៉ោលមួយធ្វើអំពីស្វ៊ែមានផ្ចិត C កាំ$r = 4\,\text{cm}$ មានម៉ាស $M = 400\,\text{g}$ គេព្យួរស្វ៊ែរនេះនឹងដងមាំមួយឥតម៉ាសដែលចល័តជុំវិញអ័ក្សដេក O ។ ចំងាយពីព្យួរ 0 ទៅផ្ចិត C មានប្រវែង $\ell = 100\,\text{cm}$ នៅ 30° ។

a). ដោយគេទុកប៉ោលនេះជាប៉ោលទោល គណនាខួបរបស់វានៅកន្លែងមួយដែលមានសីតុណ្ហភាព 30° ។

b). ក្នុងចំនាត់ទុកប៉ោលនេះជាប៉ោលទោល តើគេបានបង្កើតល្បឿងធៀបលើខួប T ប៉ុន្មាន?

c). នៅពេលដែលសីតុណ្ហភាពពី $30^\circ \rightarrow 0^\circ C$ តើបំរែបំរួលធៀបនៃខួបT របស់ប៉ោលនេះមានប៉ុន្មាន?

d). ម៉ាសM របស់ស្វ៊ៃនៅតែថាសទ្ធតចំនួនមួយដដែលគេបានភ្ជាប់ម៉ាស $m=\dfrac{M}{2}$ នៅពាក់កណ្តាលដងនេះថែមទៀត ។ រកខួបប៉ោលសមាសនេះ ($30^\circ C$) ។

e). គេទាញប៉ោលសមាសនេះចេញពីស្ថានភាពលំនឹងអោយបានមុំ 90° ហើយលែងវាដោយគ្មានល្បឿនដើម ។

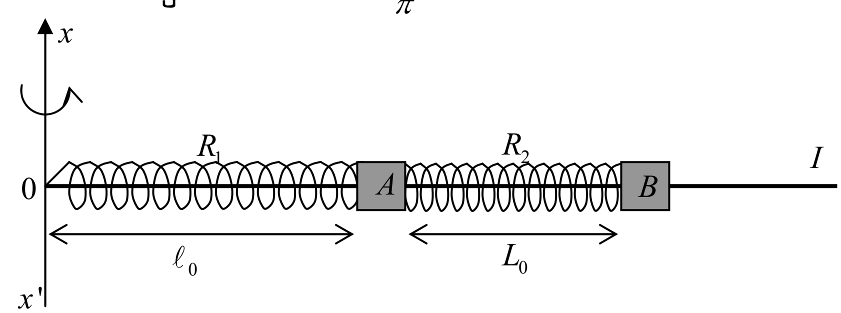
ក-គណនាថាមពលស៊ីនេទិចរបស់ប៉ោលសមាសនៅពេលវាបង្កើតបានមុំ 60° ជាមួយខ្សែឈរជាលើកដំបូង ។

-តើល្បឿនរបស់ម៉ាស m មានតំលៃប៉ុន្មាននៅស្ថានភាពដដែលនេះ ។ មេគុណការរីកបណ្តោយរបស់ដង: $\lambda = 1,6.10^{-5}/{}^\circ C$ ។

(ចំលើយ: a). $T = 2\,\text{s}$; b). $\dfrac{\Delta T}{T} = 0,032\%$; c). $\dfrac{\Delta T}{T} = -24.10^{-5}$; d). $T = 1,9\,\text{s}$; e).ក. $E_C = 2,46\,\text{J}$

ខ. $v = \omega a$)

៦៦-របារដេក$0I$ ត្រូវនាំដោយចលនារង្វិលរបស់អ័ក្ស($x'x$)។ ម៉ាស A និងB ស្មើគ្នា $m = 60\,\text{g}$ រអិលដោយគ្មានកកិតលើអ័ក្សដេកនេះ ។ រ៉ឺសរ R_1 មានប្រវែងដើម $\ell_0 = 50\,\text{cm}$ ថេរកំរាញ $k = 156\,\text{Nm}^{-1}$ រ៉ឺសរ R_2 : $\ell_0 = 60\,\text{cm}$, $k = 156\,\text{Nm}^{-1}$ ល្បឿនមុំមានតំលៃ $\omega = \dfrac{5}{\pi} t\ \text{r/s}$ ។



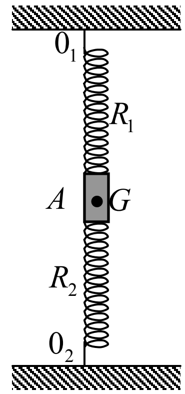
a). គណនាសាច់ល្ងូតនៃរ៉ឺស័រនីមួយៗ។

b). គណនាតំនឹងនៃរ៉ឺស័រទាំងនោះ ។

(ចំលើយ: a). 6,8cm; 4,6 cm; b). 10,6N; 7,17N)

៦៧-គេអោយ $O_1O_2 = 76\,\text{cm}$; R_1 និង R_2 ជារ៉ឺសរឯកលក្ខណៈមានប្រវែង $\ell_0 = 25\,\text{cm}$, $k = 24,5\,\text{Ncm}^{-1}$ ។ A ជាស៊ីឡាំងមានកំពស់ 4cm មានម៉ាស $M = 200\,\text{g}$; $g = 9,8\,\text{m/s}^2$ ។ ស៊ីឡាំងស្ថិតនៅក្នុងស្ថានភាពលំនឹង គេទាញវាចុះក្រោមបាន

ប្រវែង 3cm ហើយគេលែងវាដោយគ្មានល្បឿនដើម ។ កំនត់ទីតាំងលំនឹងនៅផ្ចិតនិចលភាព G របស់ស៊ីឡាំង (ឬទីប្រជុំទំងន់) ហើយនិងសមីការចលនារបស់ G ។



៦៨-រ៉ឺសរមួយមានថេរកំរាញ k មានប្រវែងដើម ℓ_0 ។ គេព្យួរអង្គធាតុមួយដែលមានម៉ាស m ទៅនឹងចុងរ៉ឺសរនោះដោយចុងម្ខាងរបស់វាត្រូវភ្ជាប់ទៅនឹងចំនុចរឹងមួយ ពេលនោះរ៉ឺស័រលូតបានប្រវែង x_0 តាមបណ្តោយខ្សែឈរ ។ គេទាញរ៉ឺសរចេញពីទីតាំងលំនឹង ចុះក្រោមបានប្រវែង 2cm រួចគេលែងវាដោយគ្មានល្បឿនដើម ។

a). បង្ហាញថាអង្គធាតុ m មានចលនាលំយោលអាម៉ូនិច ។

b). សរសេរសមីការចលនា:

- ពេល m ចាប់ធ្វើចលនា

-ពេល m ឆ្លងកាត់ទីតាំងលំនឹងតាមទិស (+) ។

៦៩-រ៉ឺសរមួយមានម៉ាសអាចចោលបានត្រូវគេព្យួរទៅនឹងចំនុចនឹងមួយ ។ គេយកអង្គធាតុរឹង S ដែលមានផ្ចិតនិចលភាព G មានម៉ាស $m = 80\,\text{g}$ ទៅផ្តក់នឹងចុងម្ខាងទៀតនៃរ៉ឺសរ ។ ក្នុងស្ថានភាពលំនឹង រ៉ឺសរលូតបាន 1,6cm ហើយ G ស្ថិតនៅត្រង់0 អ័ក្ស $(x'x)$ មានទិសដៅពីលើចុះក្រោម ។

1). គណនាថេរកំរាញរ៉ឺស័រ

2). គេទាញអង្គធាតុ S ចុះក្រោមតាមបណ្តោយខ្សែឈរបានប្រវែង 2cm រួចលែងវាដោយគ្មានល្បឿនដើម:

ក-សរសេរសមីការឌីផេរ៉ង់ស្យែល និងប្រាប់ប្រភេទចលនារបស់ G

ខ-នៅខណ: $t = 0$ ជាខណៈដែលគេចាប់ផ្តើមលែងអង្គធាតុ S ។ បង្កើតសមីការចលនាពេលរបស់ផ្ចិតចលភាព G ។ គេយក $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$ ។

៧០- គណនាកំពស់របស់គ្រាប់មួយដែលគេចោលដោយល្បឿនដើម v_0 ផ្គុំជាមួយខ្សែដេកបានមុំ φ ។ ចំពោះ តំលៃ v_0 ដែលអោយ តើតំលៃ φ ប៉ុន្មានទើបកំពស់របស់គ្រាប់អតិបរមា?

៧១- ចលនានៃប៉ោលទោលមួយមានប្រវែង ℓ មួយគូសបានមុំ θ ធៀបទៅនឹងខ្សែឈរ ។

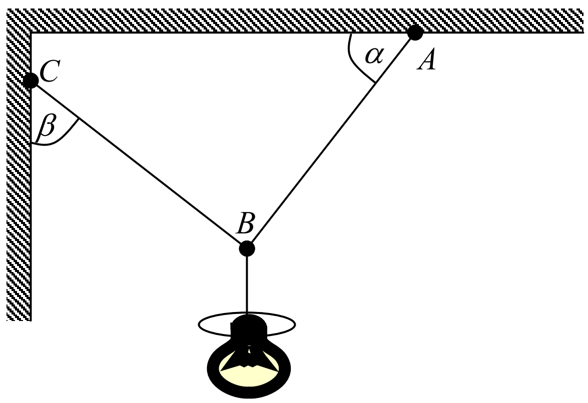
ក-បើ $\theta = \theta_0 \sin \omega t$ គណនាវិចទ័រល្បឿន និងសំទុះ ។

ខ-គូសខ្សែកោងដែលត្រូវនឹងចលនានេះ និងគូសវិចទ័រល្បឿន និងសំទុះ ចំពោះ $\theta = 0$, $\theta = \frac{1}{2}\theta_0$

$\theta = \theta_0$, $\theta = -\theta_0$ ។

៧២-ធុងទឹកមួយត្រូវបានគេទំលាក់ចូលទៅក្នុងអណ្តូងមួយដោយសំទុះ $1\,\mathrm{m/s^2}$ ។ ធុងត្រូវភ្ជាប់នឹងខ្សែមួយដែលរុំនឹងអ័ក្សមួយដែលមានកាំ $r = 25\,\mathrm{cm}$ ដោយគ្មានរអិល ។ តើសំទុះមុំរបស់ម៉ានីវែលមានតំលៃប៉ុន្មាន ?

៧៣-ចង្កៀងអគ្គិសនីមួយមានទំងន់ 20N ព្យួរទៅនឹងពិដានដោយខ្សែ AB ហើយទាញទៅគៀនជញ្ជាំងដោយខ្សែ BC ។ កំនត់តំនឹងខ្សែ T_A នៃខ្សែ AB និង T_C នៃខ្សែ BC បើ $\alpha = \frac{\pi}{3}$ និង $\beta = \frac{\pi}{4}$ ។



៧៤-វត្ថុមួយមានម៉ាស $m = 500\,\mathrm{g}$ ព្យួរទៅនឹងចំនុច A ដោយខ្សែមិនយឺត គ្មានម៉ាស់ប្រវែង $\ell = 20\,\mathrm{cm}$ តាមខ្សែឈរ ។ អ័ក្សនេះវិលដោយល្បឿនមុំ ω ។

ក-គូសវិចទ័រកំលាំងមានអំពើលើម៉ាស់ m កាលណាខ្សែផ្តុំបានមុំ α ជាមួយខ្សែឈរ ។

ខ-គណនាតំលៃសមស្រប α ជាអនុគមន៍នៃ ω, ℓ និង g ។

គ-បង្ហាញថាខ្សែស្ថិតនៅលើខ្សែឈរបើ $\omega < \omega_0$ ។ កំណត់ ω_0 ។

៧៥-កូនឃ្លីមួយផ្លាស់ទីដោយចលនាយឺតស្មើលើប្លង់ដីខ្សាច់ ។ ដោយសន្មត់ថាសំទុះរបស់វាសមមាត្រទៅនឹងឫសការេនៃល្បឿនប្រវែងវានៅខណៈនីមួយៗ តើរយៈពេលប៉ុន្មានទើបកូនឃ្លីឈប់បើល្បឿនដើម $v_0 = 49\,\mathrm{m/s}$? គេអោយមេគុណកកិត k ។

៧៦-រ៉ឺសរមួយពេលនៅនឹងមានប្រវែង ℓ_0 មានថេរកំរាញ k វិលជុំវិញអ័ក្សឈរលើប្លង់ដេកដោយគ្មានកកិត និងមានល្បឿនមុំថេរ ។ វត្ថុដែលគេថ្កក់ទៅនឹងចុងរ៉ឺសរមានម៉ាស m ។

ក-បង្កើតច្បាប់បំរែបំរួល ប្រវែងរ៉ឺសរជាអនុគមន៍នៃ ω ។

ខ-តើរ៉ឺសរមានប្រវែងប៉ុន្មានបើ $\ell_0 = 0{,}1\,\mathrm{m}$, $k = 20\,\mathrm{Nm^{-1}}$, $\omega = 2\pi\,\mathrm{rad/s}$, $m = 5\mathrm{g}$?

៧៧-អ្នកស្ថិតនៅក្នុងជណ្តើរយន្តមួយ ដែលមានជញ្ជីងសំរាប់ថ្លឹងម៉ាស់មួយ។ ពេលជណ្តើរមិនទាន់ធ្វើចលនា អ្នកថ្លឹងឃើញមានម៉ាស $70\,\text{kg}$ ។ ពេលចាប់ផ្តើមចលនាអ្នកឃើញមានបំរែបំរួលរៀងគ្នា $80\,\text{kg}$ រួច $50\,\text{kg}$ ។ ក្នុងករណីនីមួយៗ អោយលក្ខណៈសំគាល់ចលនារបស់ជណ្តើរយន្ត។ បន្ទាប់មកអ្នកឃើញជញ្ជីងចង្អុល $0\,\text{kg}$ ។ តើហេតុអ្វីបានជាមានបាតុភូតនេះកើតឡើង?

៧៨-វត្ថុមួយមានម៉ាស m មានចលនាក្នុងដែនទំនាញដី។ គេសន្មតចលនារបស់វត្ថុ រងអំពើនៃកំលាំងទប់របស់ខ្យល់សមមាត្រទៅនឹងល្បឿន $\vec{F}=-k\vec{v}$ ។ កំនត់សមីការរបស់វត្ថុក្នុងប្លង់ដេក (Oxy) ។

៧៨- ដុំថ្មមួយដុំដែលគេចងនឹងខ្សែឆ្មារមួយ វិលជុំវិញចំនុច Oលើប្លង់ឈរដោយល្បឿន ω= ថេរ ។

ក-តើតំលៃល្បឿនមុំអប្បបរមាប៉ុន្មាន ដើម្បីអោយខ្សែនៅតែតឹង មានន័យថាគន្លងនៅតែជារង្វង់ ដដែល ?

ខ-គណនាតំនឹងខ្សែត្រង់ចំនុចទាបបំផុតនៃគន្លង។

៧៩-ឧបមាចំនុចរូបធាតុមួយមានម៉ាស m ផ្លាស់ទីលើបន្ទាត់ត្រង់ $x'ox$ ។ ចាប់ចេញពីគល់0 ចំនុចរងអំពើនៃកំលាំងច្រានត្រឡប់មកវិញ មានកុំប៉ូសង់តាមអ័ក្ស (Ox): $F_x=mk^2x$ ។

ក-តើ k មានខ្នាតជាអ្វី?

ខ-កំនត់ទីតាំង $x(t)$ និងល្បឿន $v(t)$ របស់ចំនុចរូបធាតុនៅលក្ខខណ្ឌដើម $t=0$, $x=x_0$, $v=v_0$ ។

៨០-រថយន្តមួយកំពុងធ្វើចលនាលើផ្លូវត្រង់ដេកមួយដោយល្បឿន $\vec{v}_0$ ។ គេពន្លត់ម៉ាស៊ីននៅខណៈ $t=0$ ពេលនោះរថយន្តរងតែអំពើនៃកំលាំងកកិត $\vec{f}$ ដែល $\vec{f}=-k.\vec{v}$ ។

ក-អនុវត្តន៍ទ្រឹស្តីបទផ្ចិតនិចលភាពទាញរកទំនាក់ទំនងល្បឿន v និង $\dfrac{dv}{dt}$ ។

ខ-កំនត់សមីការ $v=f(t)$ គូសខ្សែកោង អនុវត្តន៍តំលៃជាលេខ $m=10^3\,\text{kg}$, $k=12{,}5\,\text{Nsm}^{-1}$ ។

គ-តើរយៈពេលប៉ុន្មានទើបល្បឿនមានតំលៃ $\dfrac{v_0}{10};\dfrac{v_0}{100};\dfrac{v_0}{1000}$ ។

(ចំលើយ: $\dfrac{dv}{dt}=-\dfrac{k}{m}v$; $v=v_0e^{-\frac{k}{m}t}$ $t_1=184\,\text{s}$; $t_2=368\,\text{s}$; $t_3=553\,\text{s}$)

៨១-វ៉ូឡង់មួយមានរាងជាស៊ីឡាំងស្មើសាច់មានកាំ $R=0{,}50\,\text{m}$ មានម៉ាស 200kg វិលជុំវិញអ័ក្សរបស់វាដោយអនុភាពថេរ $P=2\,\text{k}W$ ។ គណនារយៈពេលអប្បបរមាដើម្បីអោយវាឈប់ដោយវាវិលបាន $2000\,\text{tr/mn}$ ។ ម៉ូម៉ង់និចលភាព $J_\Delta=\dfrac{1}{2}MR^2$ ។

៨២-វ៉ូឡង់មួយមានម៉ូម៉ងនិចលភាពJ_Δ ធ្វើចលនាដោយល្បឿន 1200 ជុំក្នុង 1mn ។ គេធ្វើអោយវាឈប់ដោយចាប់ហ្វ្រាំងដោយម៉ូម៉ង់ថេរ $20\text{N}\cdot\text{m}$ ធៀបនឹងអ័ក្សរបស់វា។ វាឈប់ដោយវិលបានតែ 20 ជុំតែប៉ុណ្ណោះ។ គណនា J_Δ ។

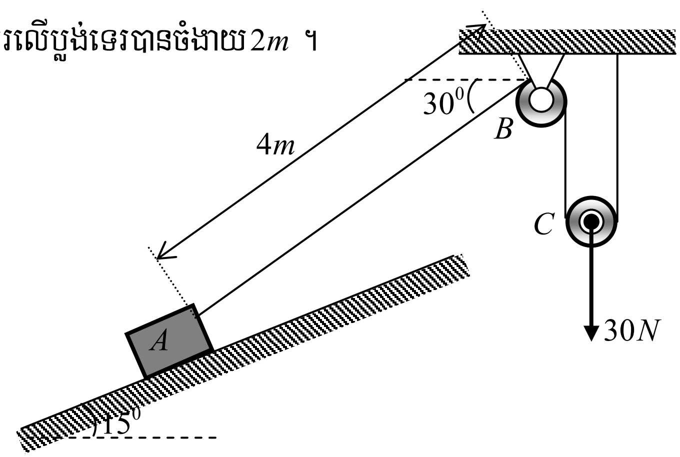
៨៣-ប្រព័ន្ធមួយកើតពីដងរអិល T មួយផ្សារភ្ជាប់នឹងដងម៉ូទ័រឈរ (Δ) រួចគេធ្វើអោយវាវិលជុំវិញ (Δ) ។ នៅលើដងរអិលផ្គុំបានមុំ θធៀបនឹងអ័ក្សឈរគេដាក់អង្គធាតុ S ដែលមានម៉ាស m ដែលរអិលគ្មានកកិត ។ អង្គធាតុនេះចាត់ទុកដូចចំនុចរូបធាតុត្រូវបានគេថ្កក់នឹងរ៉ឺសរមួយមានថេរកំរាញ k ប្រវែងដើម $\ell_0 = 20\,\text{cm}$ ។

1. ប្រព័ន្ធនៅនឹង រ៉ឺសរយឺតបានប្រវែង 10cm ចំពោះ $\theta = 60^\circ$ និង $m = 200\,\text{g}$ ។ គណនាថេរកំរាញ k និងប្រតិកម្ម $\vec{R}_1$ របស់ដងរអិលលើ S ។ គេអោយ $g = 10\,\text{ms}^{-2}$ ។
2. ប្រព័ន្ធវិលជុំវិញ (Δ) ដោយល្បឿនមុំ ω ថេរ ។

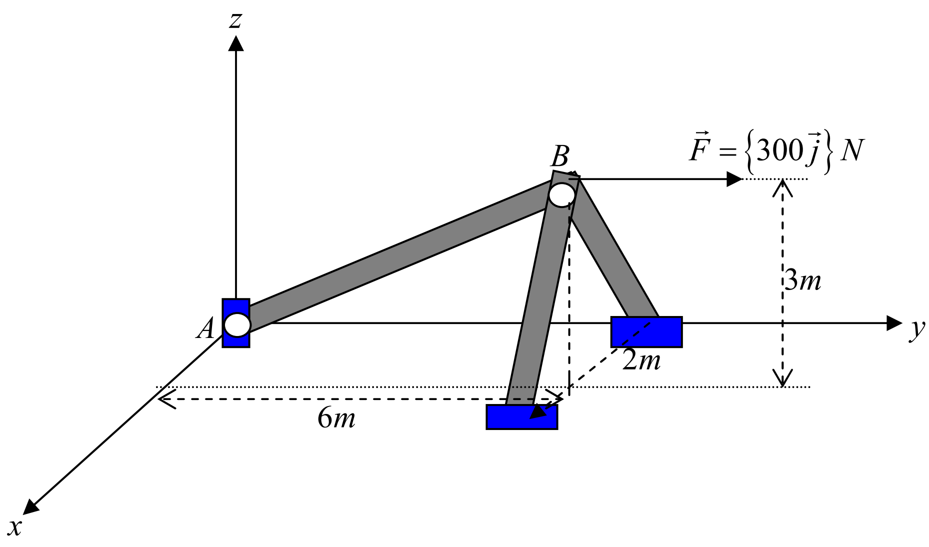
   a).ចូរកំនត់ប្រវែង ℓ_2 នៃរ៉ឺសរនិងប្រតិកម្ម $\vec{R}_2$ នៃដងរអិលលើអង្គធាតុពេលវិញដល់ទីតាំងលំនឹងមួយ ។ អនុវត្តន៏ជាលេខ: $\omega = 4\,\text{rds}^{-2}$

   b). បង្ហាញថា អង្គធាតុខ្ទាតចេញពេល ω ធំជាង ω_0 ដែលគេនឹងគណនាវា ។

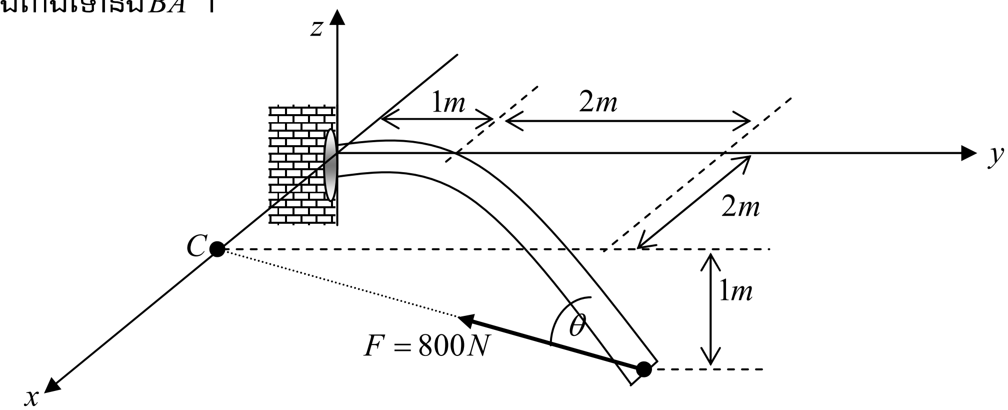
៨៤-ដុំ A មួយត្រូវបានលែងពីនៅនឹងនៅទីតាំងដូចបង្ហាញ ។ ដោយមិនគិតកំលាំងកកិតនិងម៉ាសរបស់រ៉ក ចូរកំនត់ល្បឿនរបស់ដុំ A បន្ទាប់ពីចរលើប្លង់ទេរបានចំងាយ $2m$ ។



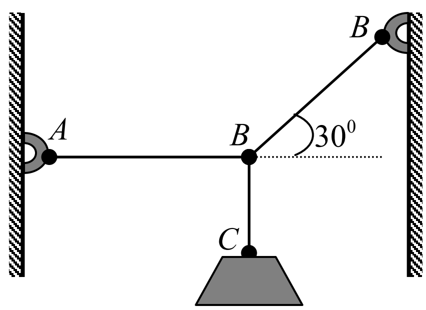
៨៥-គ្រោងមួយបង្ហាញដូចរូប រងនូវកំលាំងដេក $\vec{F} = \{300\vec{j}\}N$ ។ ចូរកំនត់ទំហំនៃកំលាំងស្របនិងកែងទៅនឹងរបារ AB ។



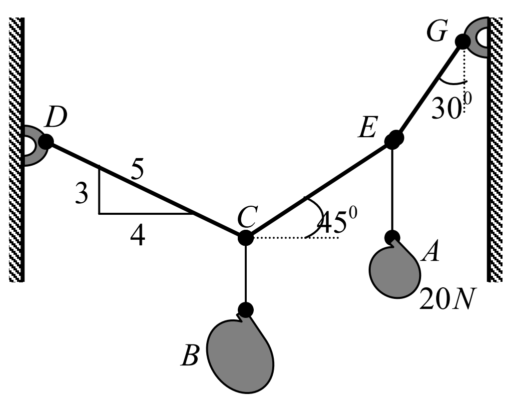
៨៦-បំពង់ដូចរូបរងនូវកំលាំង$F = 800N$ ។ ចូរកំនត់មុំθ រវាង$\vec{F}$ និងអង្កត់បំពង់BA និងទំហំម៉ូម៉ង់នៃ$\vec{F}$ ដែលស្របនិងកែងទៅនឹងBA ។



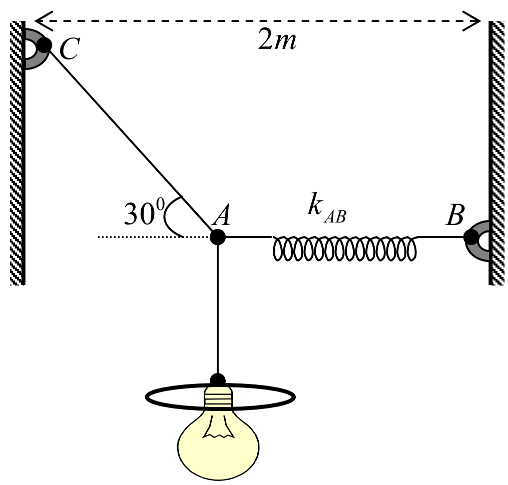
៨៧-ចូរកំនត់តំនឹងខ្សែAB និងAD ចំពោះលំនឹងនៃម៉ាស$250kg$ ដូចរូប ។



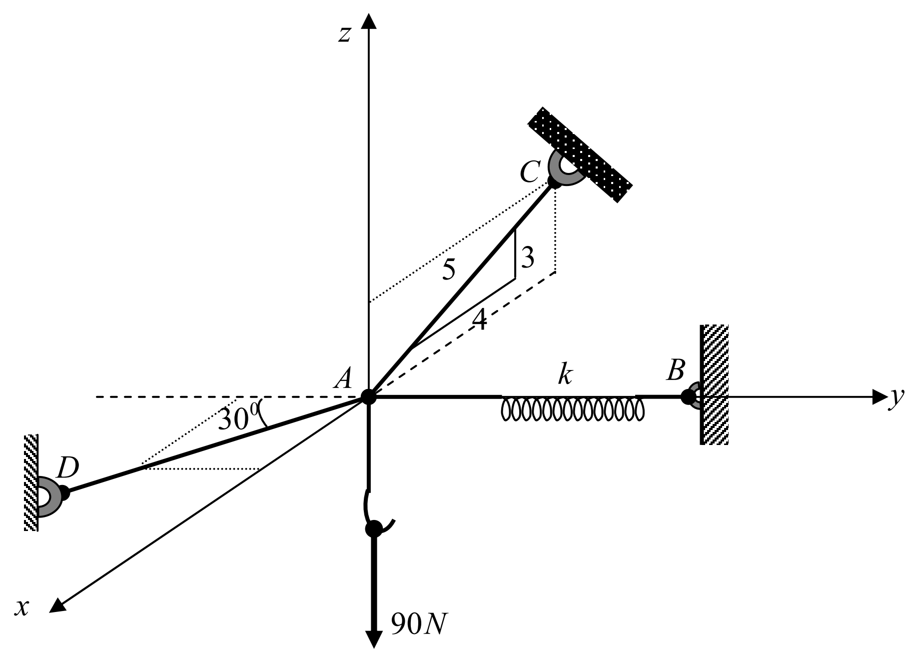
៨៨-បើបាវA មួយមានទំងន់$20N$ ។ ចូរកំនត់ទំងន់នៃបាវB និងកំលាំងដែលនៅក្នុងខ្សែនិមួយៗចាំបាច់ដើម្បីទ្រប្រព័ន្ធនៅក្នុងស្ថានភាពលំនឹង ដូចរូប ។



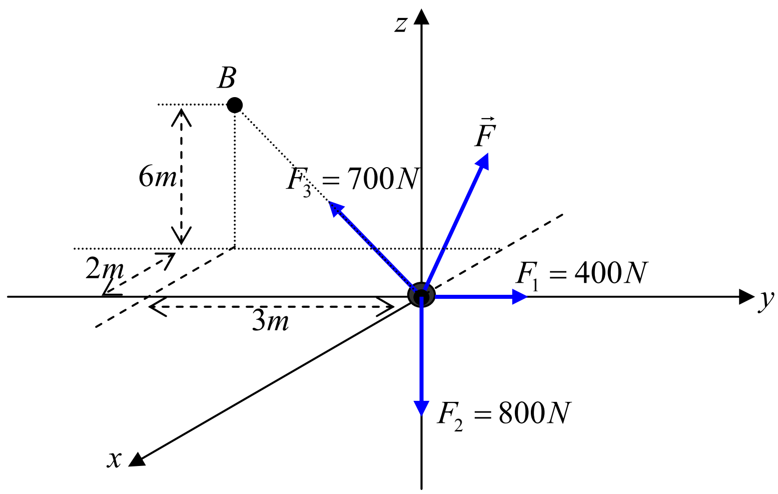
៨៩-ចូរកំនត់តំរូវការខ្សែAC ដូចរូប ដើម្បីអោយចង្កៀង$8kg$ ព្យួរនៅក្នុងទីតាំងរូប ។ ប្រវែងរ៉ឺសរមិនទាន់ខូចរាងAB គឺ $\ell'_{AB} = 0,4m$ ហើយរ៉ឺសរមានថេរកំរាញ$k_{AB} = 300N/m$ ។



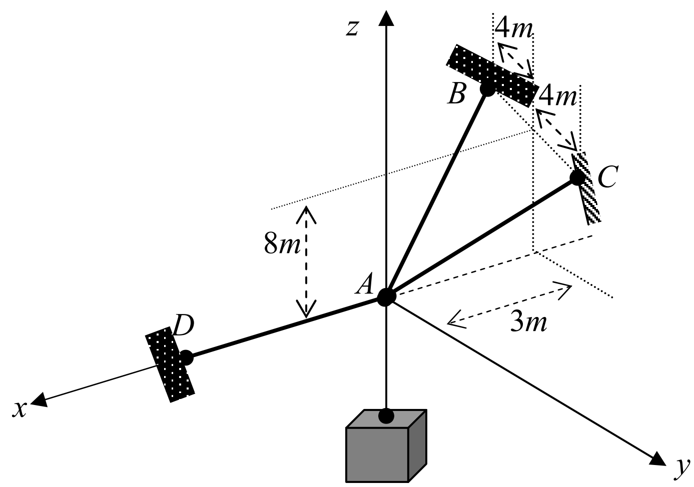
៩០-បន្ទុក$90N$ ត្រូវបានព្យួរដូចរូប។ បន្ទុកត្រូវព្យួរដោយខ្សែពីរ និងរឺសរមួយមានថេរកំរាញ$k = 500N/m$ ។ ចូរកំនត់កំលាំងតំនឹងខ្សែ និងតំនឹងរ៉ឺសរ ចំពោះលំនឹង។ ខ្សែAD ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់$x-y$ និងខ្សែAC ស្ថិតនៅក្នុងប្លង់$x-z$ ។



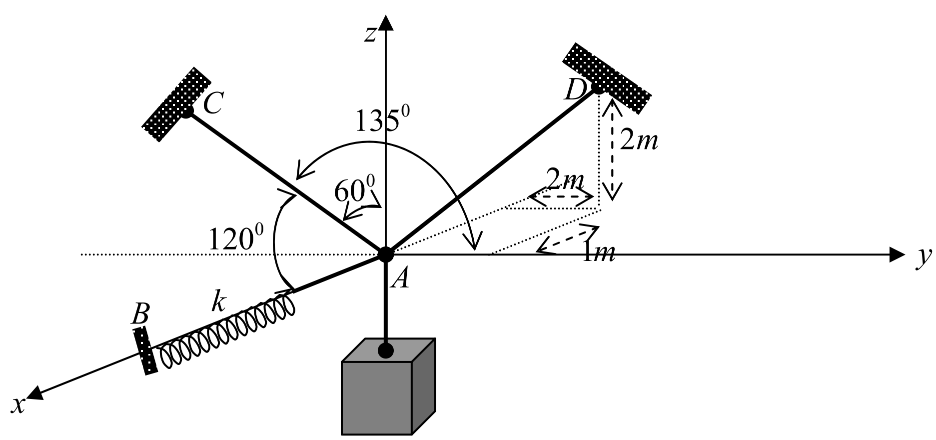
៩១-ចូរកំនត់ទំហំនិងកូអ័រដោនេម៉ុំនៃកំលាំង$\vec{F}$ ក្នុងរូបដែលវាត្រូវការលំនឹងនៃភាគល្អិត0 ។



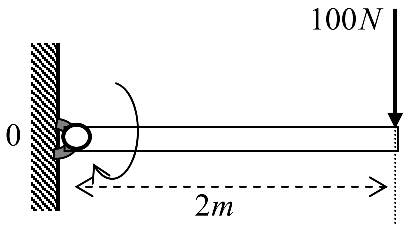
៩២-ចូរកំនត់តំនឹងខ្សែនិមួយៗដែលប្រើដើម្បីទ្រឡាំងមួយទំងន់$40kN$ ដូចរូប ។



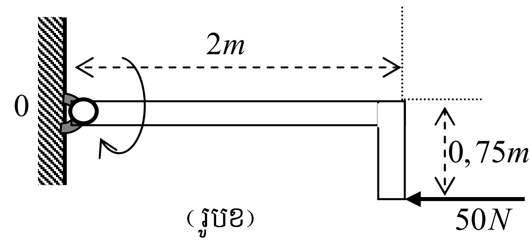
៩៣-ឡាំងមួយមានម៉ាស$100kg$ បង្ហាញដូចរូប ត្រូវព្យួរដោយខ្សែបីដែលមានខ្សែមួយត្រូវភ្ជាប់ទៅនឹងរ៉ឺសរ ។ ចូរកំនត់តំនឹងខ្សែ AC និង AD ហើយនិងតំនឹងរ៉ឺសរ ។



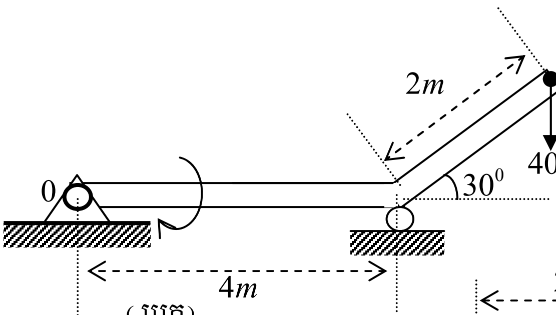
៩៤-នៅលើរូបនិមួយៗ ។ ចូរកំនត់ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងធៀបនឹងចំនុច0 ។



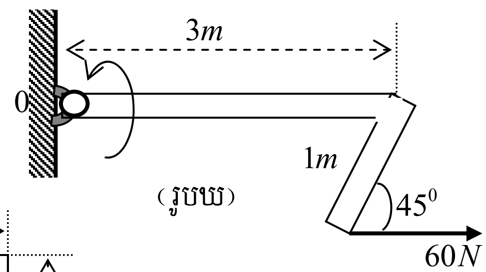
(រូបក)



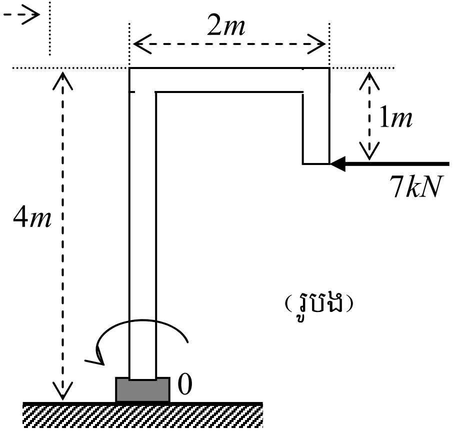
(រូបខ)



(រូបគ)

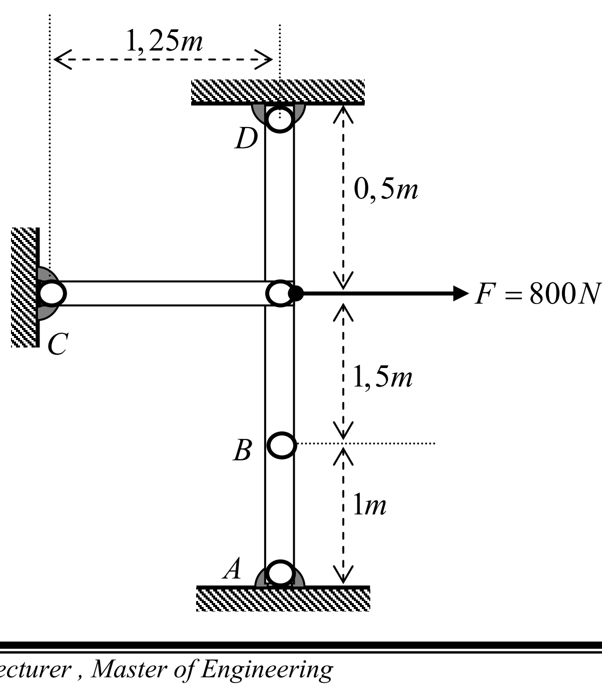


(រូបឃ)

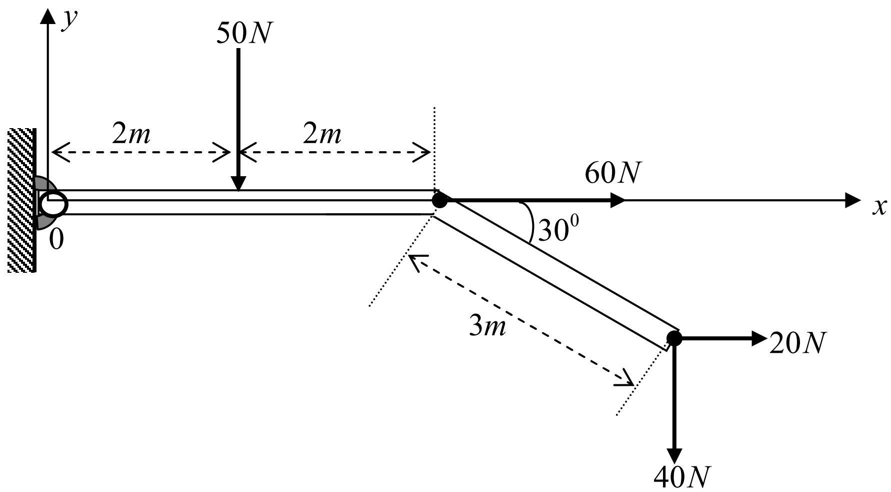


(រូបង)

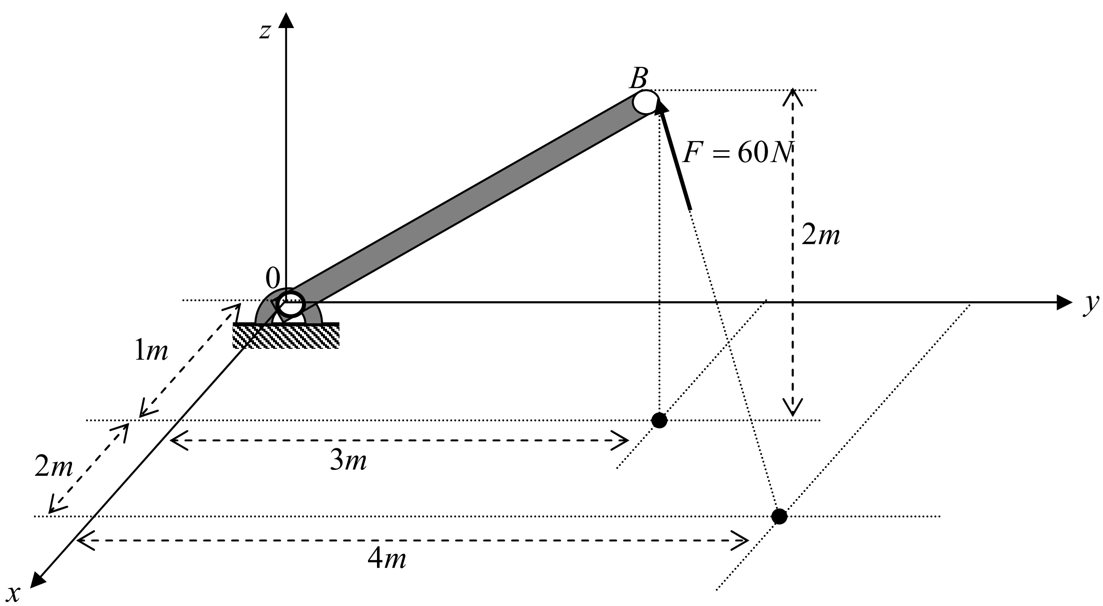
៩៥-ចូរកំនត់ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំង$800N$ ដែលមានអំពើលើគ្រោងមួយ ដូចរូប ធៀបទៅនឹងចំនុច A, B, C និង D ។



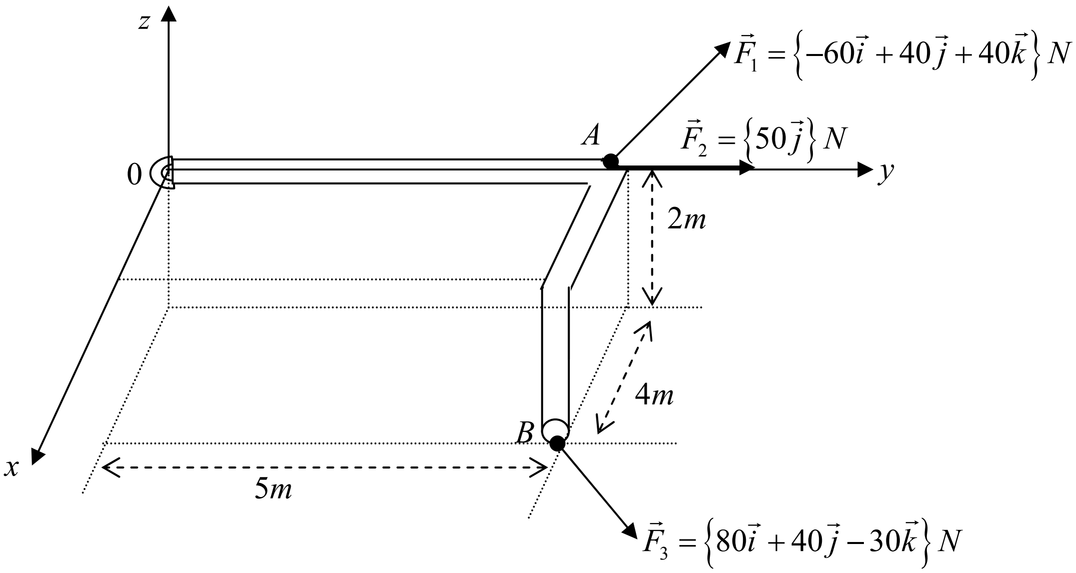
៩៦-ចូរកំនត់ម៉ូម៉ង់ផ្គួបនៃកំលាំងទាំងបួនដែលមានអំពើលើដងមួយ ដូចរូប អាចវិលជុំវិញ0 ។



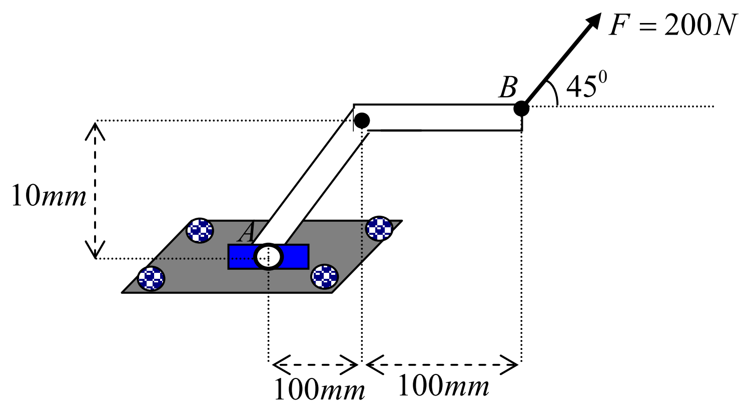
៩៧-បង្គោលដូចរូប រងនូវកំលាំង$60N$ ដែលមានទិសដៅពីC ទៅB ។ ចូរកំនត់ទំហំម៉ូម៉ង់ដែលបង្កើតដោយកំលាំងធៀបនឹងទំរត្រង់A ។



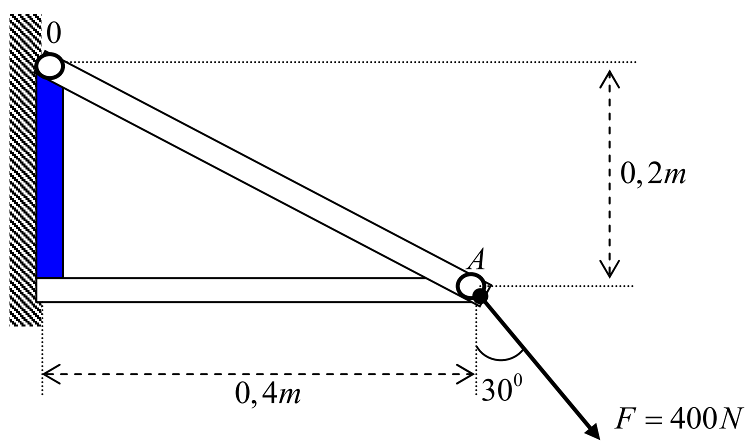
៩៨-កំលាំងបីមានអំពើលើបំពង់ដូចរូប ។ ចូរកំនត់ម៉ូម៉ង់សរុបធៀបនឹង0 ។ ចូរកំនត់កូអរដោនេទិសនៃមុំរបស់អ័ក្សម៉ូម៉ង់ ។



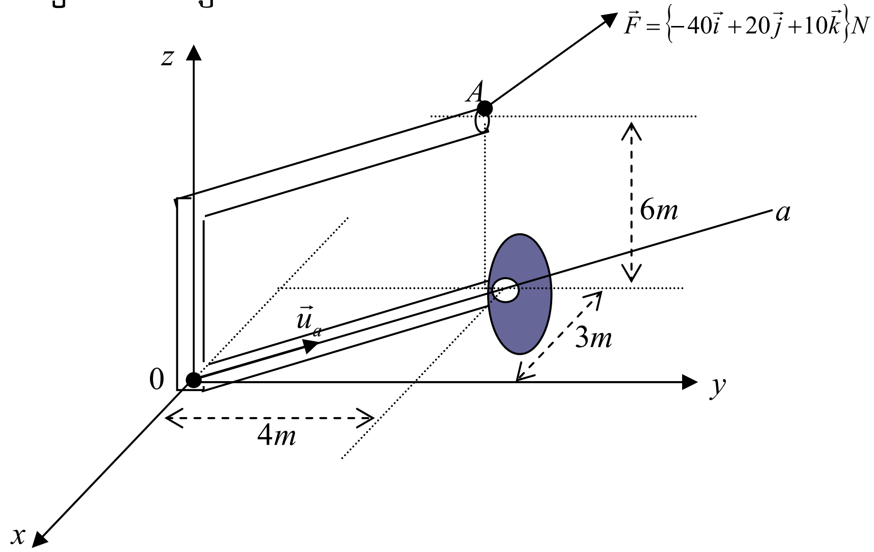
៩៩-កំលាំង$200N$ មានអំពើលើឃ្នាប ដូចរូប ។ ចូរកំនត់ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងធៀបនឹងចំនុច A ។



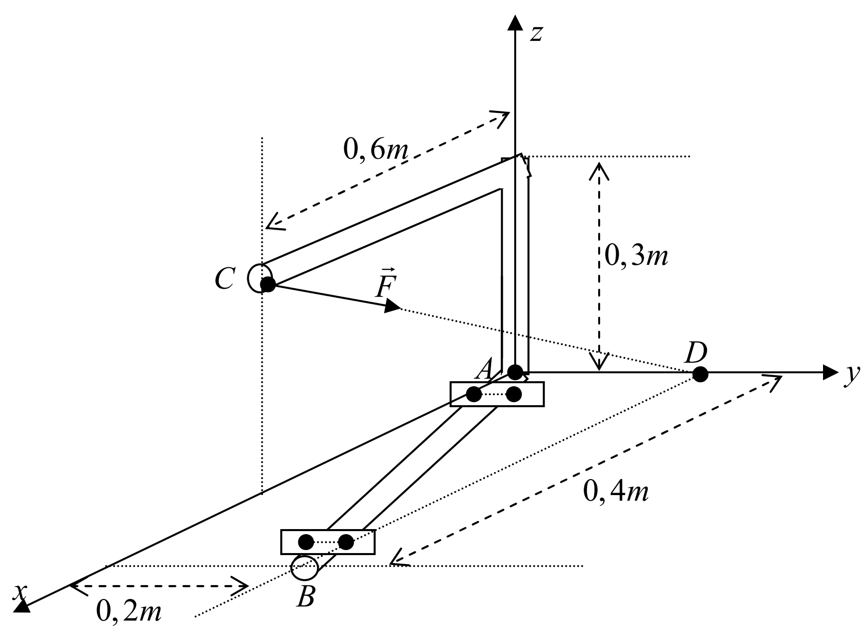
១០០-កំលាំង$\vec{F}$ មួយមានអំពើលើចុងមុំនៃឃ្នាបមួយ ដូចរូប ។ ចូរកំនត់ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងធៀបនឹង0 ។



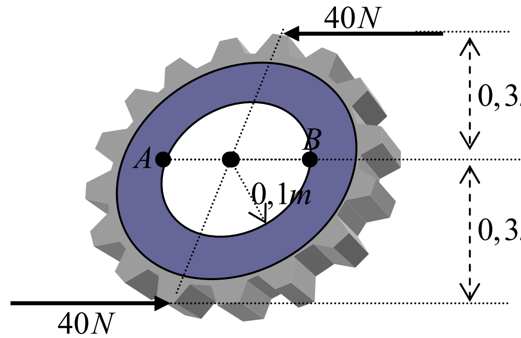
១០១-កំលាំង $\vec{F} = \{-40\vec{i} + 20\vec{j} + 10\vec{k}\}N$ មានចំនុចត្រង់ចំនុចមានអំពើត្រង់ចំនុច A ដូចបង្ហាញក្នុងរូប ។ ចូរកំនត់ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងនេះធៀបទៅនឹងអ័ក្ស x និង a ។



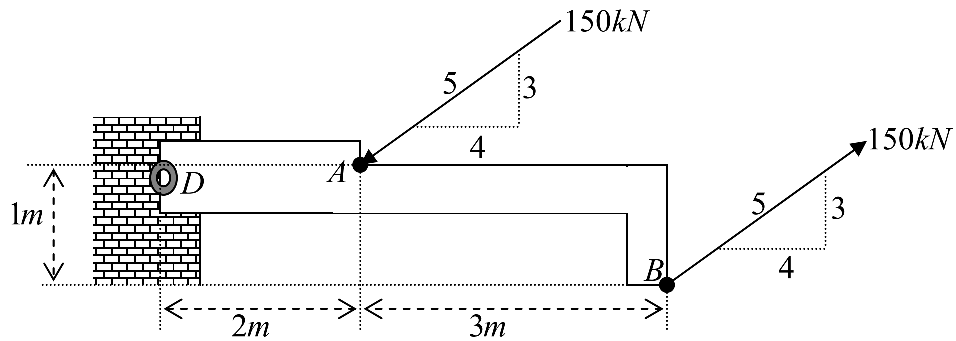
១០២-ដងមួយបង្ហាញដូចរូបទ្រដោយក្រចាប់ពីរត្រង់ A និង B ។ ចូរកំនត់ម៉ូម៉ង់ $\vec{M}_{AB}$ ដែលបង្កើតដោយកំលាំង $\vec{F} = \{-600\vec{i} + 200\vec{j} - 300\vec{k}\}N$ មានទំនោរបង្វិលដងជុំវិញអ័ក្ស AB ។



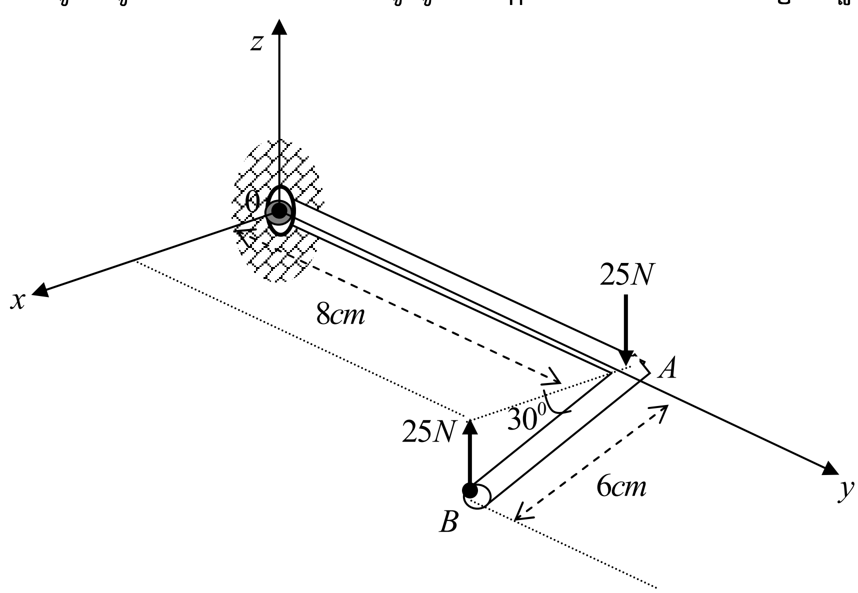
១០៣-កំលាំងគូមានអំពើលើធ្មេញនៃស្ពឺ ដូចរូប ។ ចូរជំនួសវាដោយគូសកំលាំងសមមូលដែលមានកំលាំងគូលើចំនុច A និង B ។



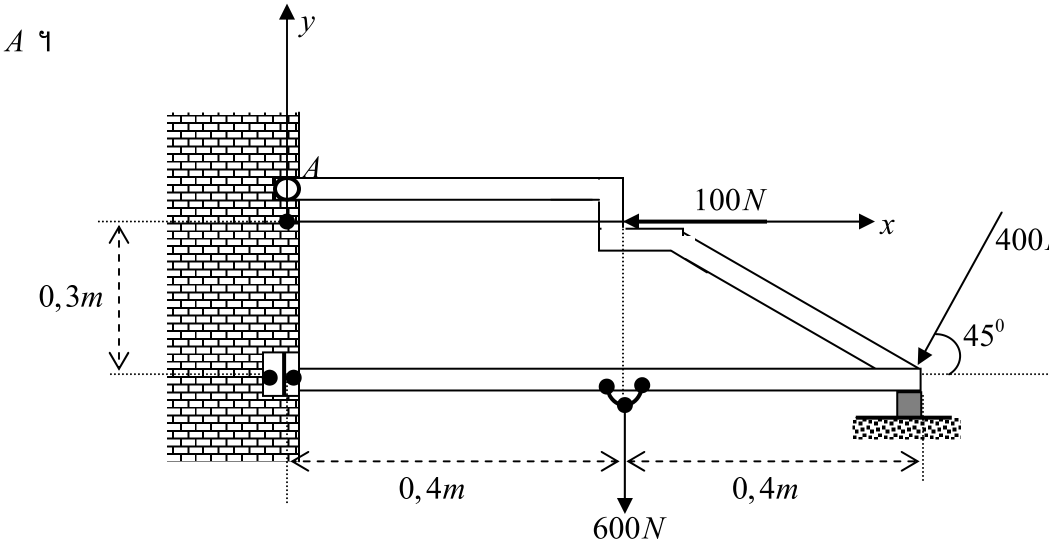
១០៤-ចូរកំនត់ម៉ូម៉ង់គូដែលមានអំពើលើរបារ ដូចរូប ។



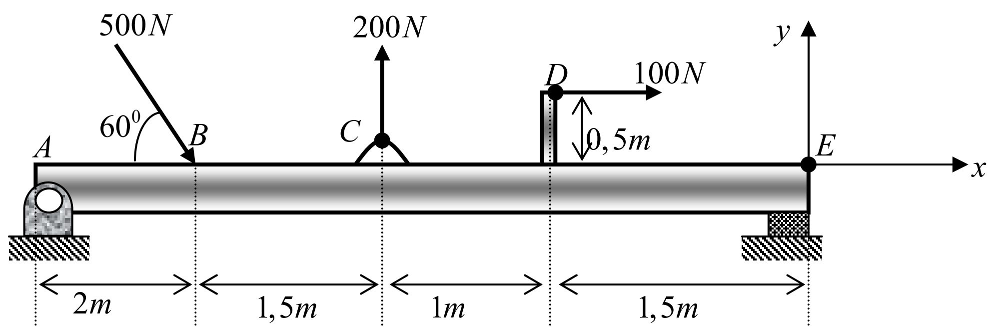
១០៥-ចូរគណនាម៉ូម៉ង់គូដែលមានអំពើលើបំពង់ ដូចរូប ។ អង្កត់ AB មានទិស 30^0 ពីក្រោមប្លង់ $x-y$ ។



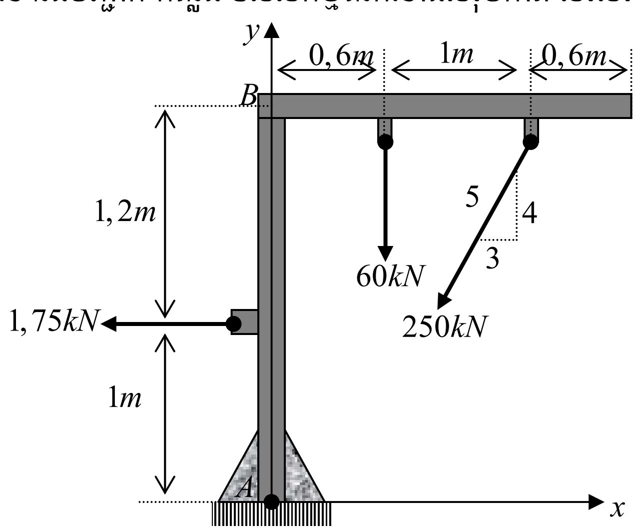
១០៦-ចូរជំនួសកំលាំងដែលមានអំពើលើប្រដាប់ទល់ទ្រមួយ ដូចរូបដោយកំលាំងសរុបសមមូល និងម៉ូម៉ង់គូមានអំពើត្រង់ចំនុច A ។



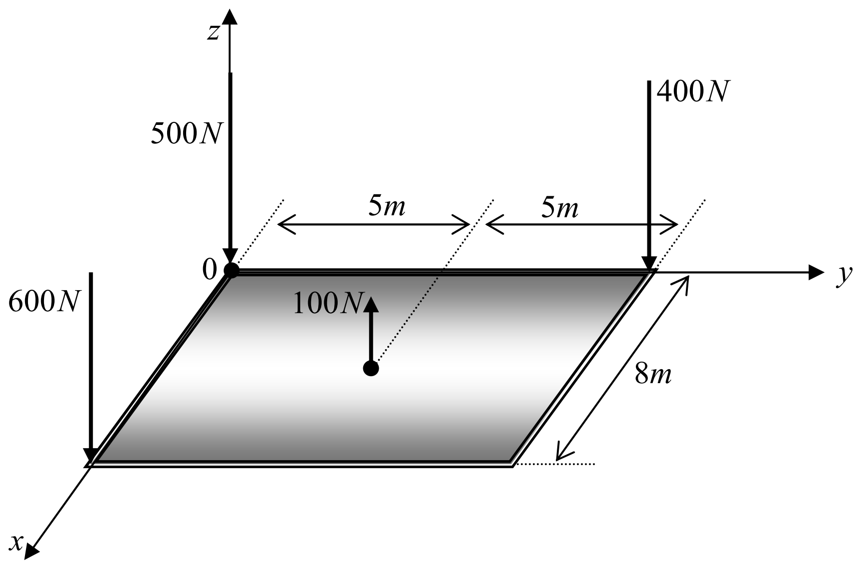
១០៧-របារ AE ក្នុងរូបរងប្រព័ន្ធកំលាំងនៅក្នុងប្លង់តែមួយ ។ ចូរកំនត់ ទំហំ ទិស និងចំនុចចាប់នៅលើរបារនៃកំលាំងសរុបដែលសមមូលទៅនឹងប្រព័ន្ធដែលអោយនៃកំលាំងដែលគិតពី E ។



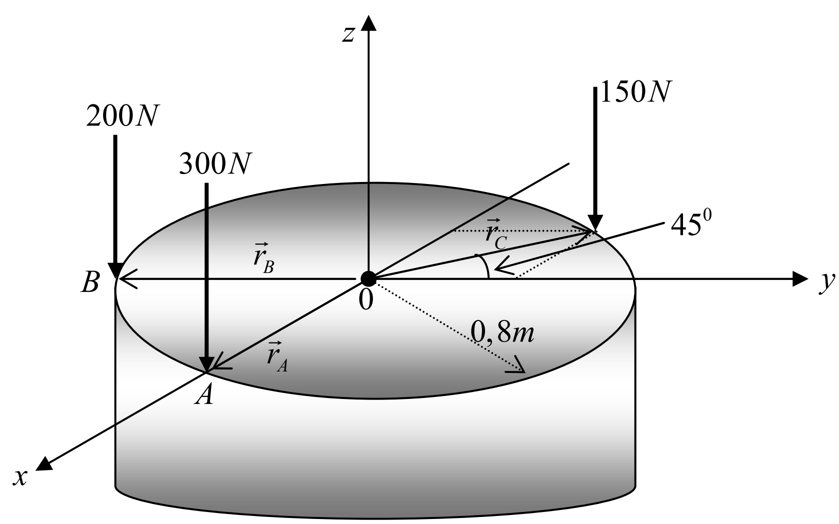
១០៩-ដងមាស៊ីនស្ទូចមួយបង្ហាញដូចរូបរងកំលាំងនៅក្នុងប្លង់តែមួយ ។ ចូរជំនួសបន្ទុកនេះដោយកំលាំងសរុបសមមូល និងបញ្ជាក់ កន្លែង ទិសសកម្មនៃកំលាំងសរុបកាត់ សរសរ AB និង ដង BC ។



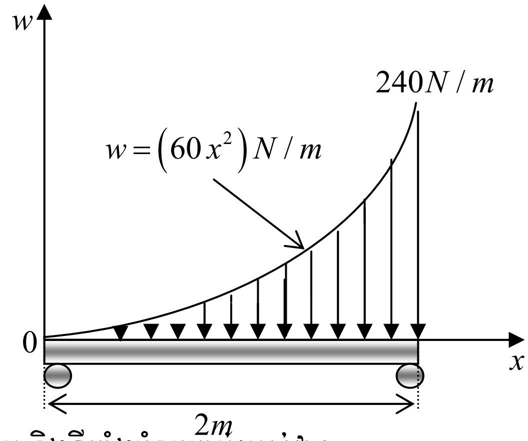
១១០-បន្ទះក្រាស់មួយដូចរូប រងកំលាំងស្របបួន។ ចូរកំណត់ទំហំនិងទិសដៅកំលាំងផ្គួបសមមូលទៅនឹងប្រព័ន្ធកំលាំងដែលអោយ និងទីតាំងចំនុចចាប់របស់វាលើបន្ទះក្រាស់ ។



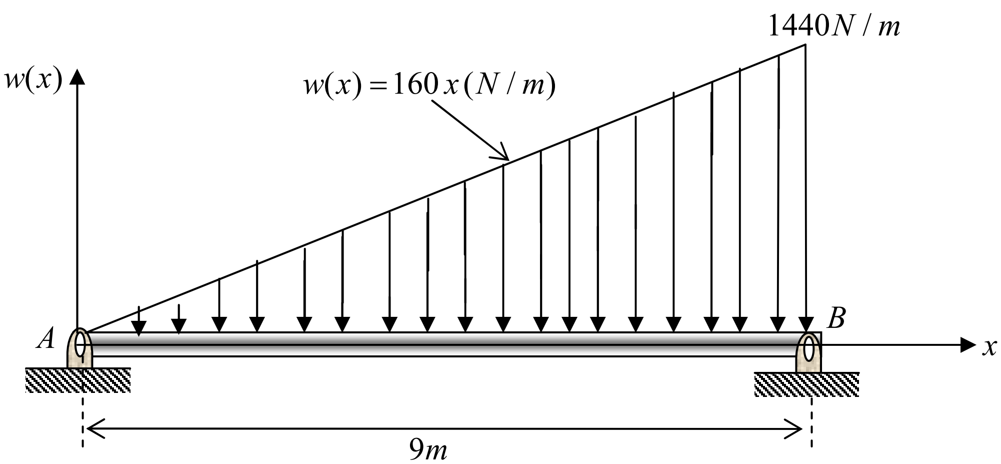
១១១-កំលាំងស្របបីមានលើស៊ីឡាំងស្មើសាច់ដូចរូបមានមុខកាត់ជារង្វង់ដូចរូប។ ចូរកំនត់ទំហំនិងទិសនៃកំលាំងផ្គួបសមមូលទៅនឹងប្រព័ន្ធកំលាំងដែលអោយ និងទីតាំងចំនុចចាប់របស់វានៅលើផ្ទៃកលើនៃស៊ីឡាំង។



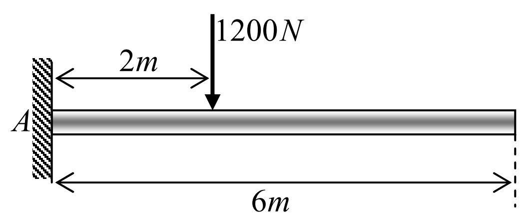
១១២-ចូរកំនត់ទំហំ និងចំនុចចាប់នៃកំលាំងសមមូលសរុបដែលមានធ្នឹមដូចរូប។



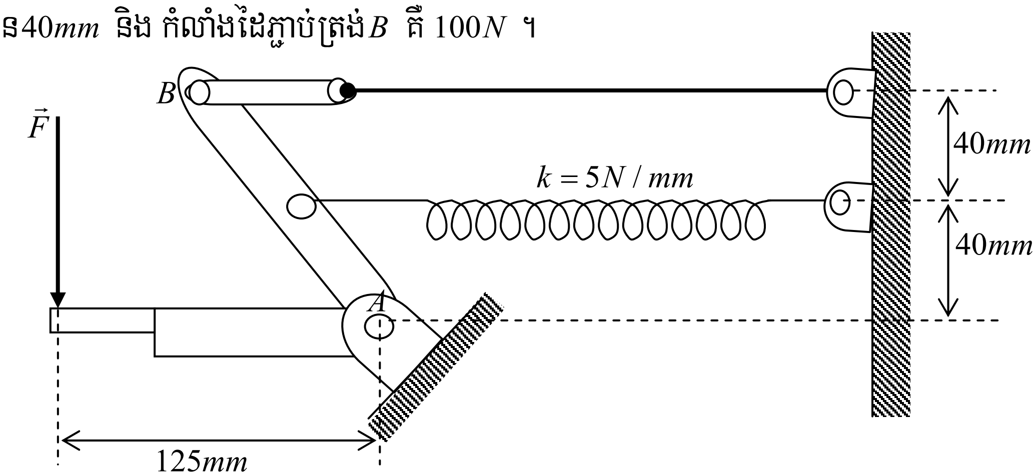
១១៣-ចូរកំណត់កំលាំងសរុប និងទីតាំងចំនុចចាប់របស់វា ។



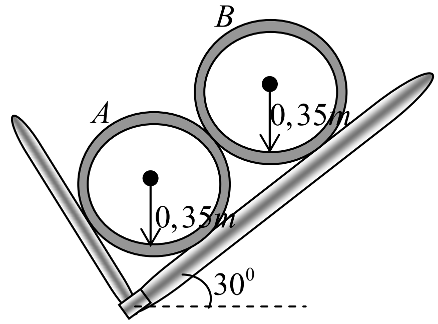
១១៤-ចូរគូសដ្យាក្រាមកំលាំងនៃរបាស្មើសាច់មួយដូចរូប ។ របារមានម៉ាស$100kg$ ។



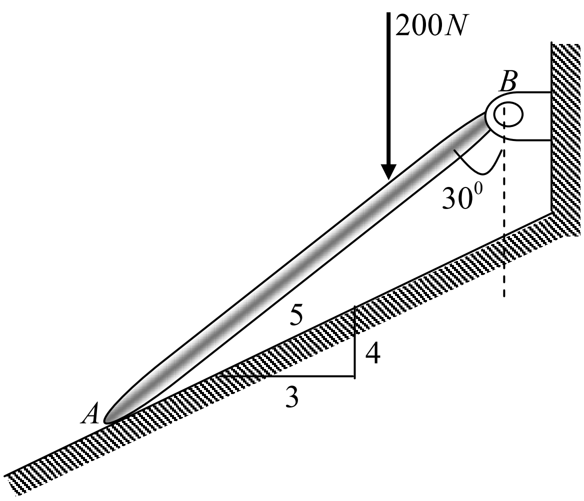
១១៥-ចូរគូសដ្យាក្រាមកំលាំងនៃជើងលើកមួយដូចរូប ។ អ្នកប្រតិបត្តិអនុវត្តកំលាំងឈរទៅលើឈ្នាន់ដើម្បីអោយរ៉ឺសរលូតបាន$40mm$ និង កំលាំងដៃភ្ជាប់ត្រង់B គឺ $100N$ ។

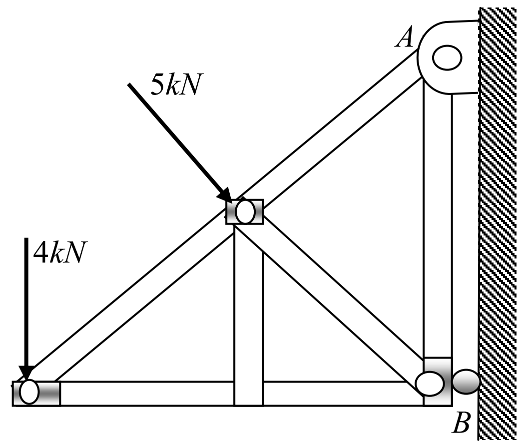


១១៦-បំពង់រលោងពីរនីមួយមានម៉ាស $300kg$ ត្រូវបានទ្រដោយសមនៃត្រាក់ទ័រដូចក្នុងរូប ។ ចូរគូសដ្យាក្រាមកំលាំងចំពោះបំពង់នីមួយនិង បំពង់ទាំងពីររួមគ្នា ។

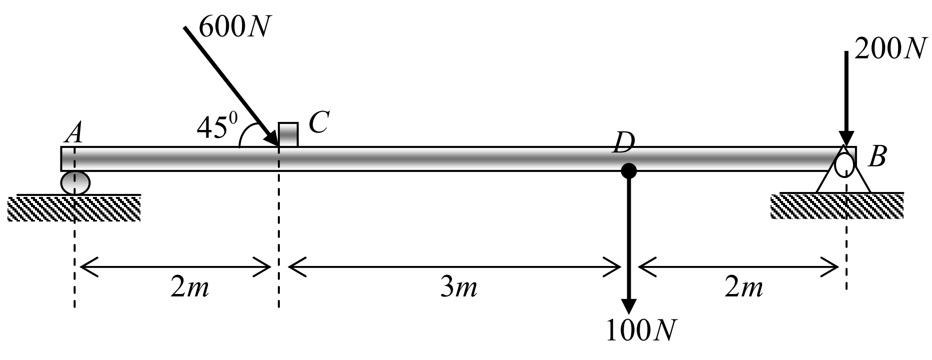


១១៧-ចូរគូសដ្យាក្រាមកំលាំងនៃឧបករណ៍នីមួយដូចរូប ។

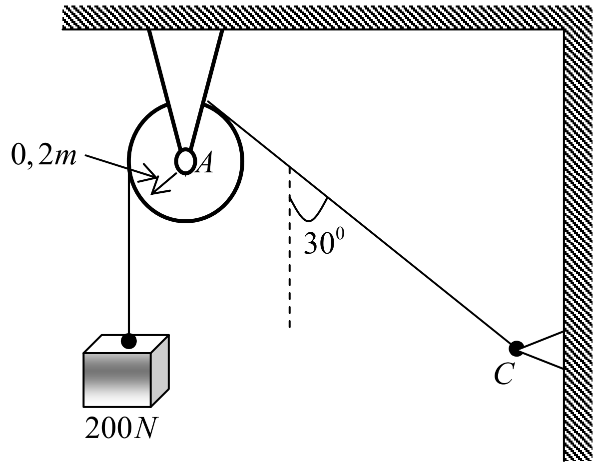




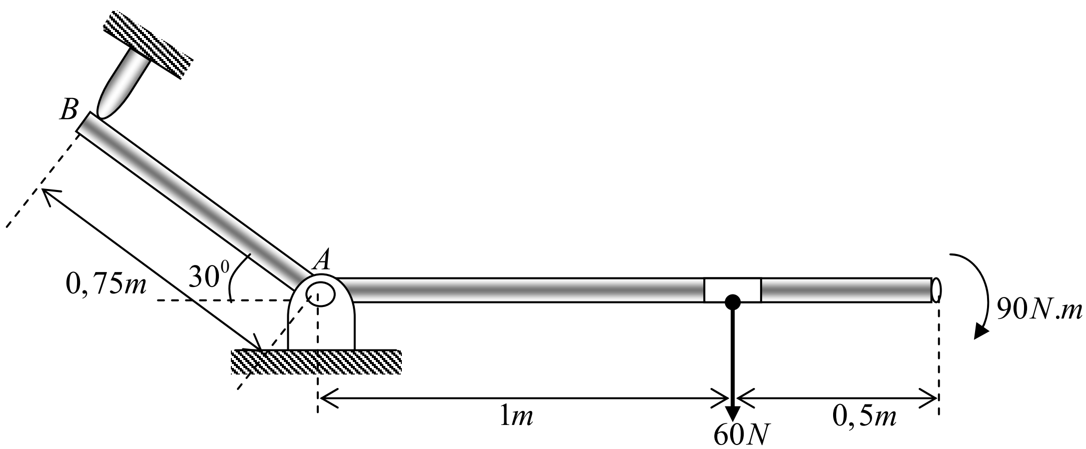
១១៨-ចូរកំណត់កុំប៉ូសង់ដេក និងកុំប៉ូសង់ឈរនៃប្រតិកម្មលើរបារដែលបណ្តាលដោយជើងត្រង់ A និងជើងត្រង់ B ដូចរូប ។ មិនគិតទំងន់របស់របារ ។



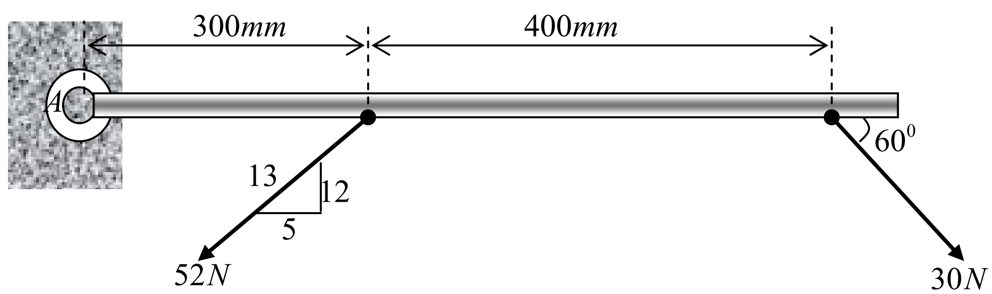
១១៩-ខ្សែពួរមួយបង្ហាញដូចរូបទ្រកំលាំង$500N$ ហើយរុំលើរ៉ករគ្មានកកិត ។ ចូរកំនត់តំនឹងខ្សែត្រង់C និង កុំប៉ូសង់ដេកនិងឈរនៃប្រតិកម្មនៅត្រង់ A ។



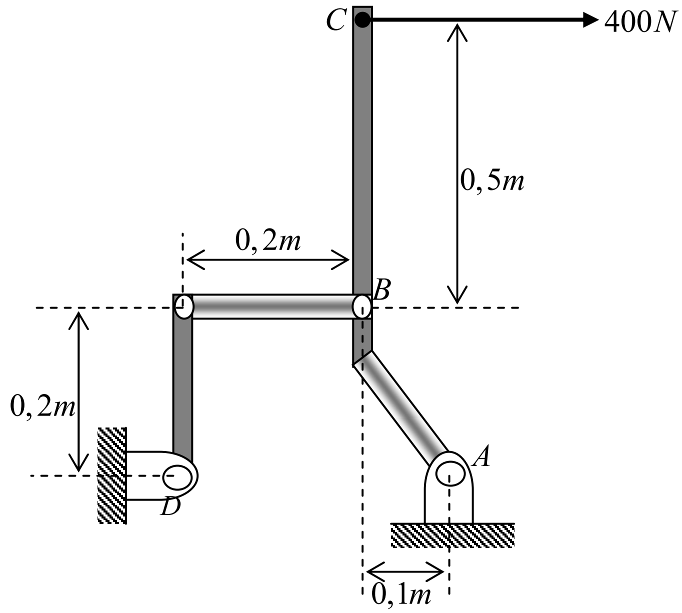
១២០-សន្លាក់មួយដូចរូប ជើងភ្ជាប់ត្រង់ A ហើយនៅតែប្រឆាំងទំររលោងត្រង់ B ។ ចូរគណនាកុំប៉ូសង់ដេក និងឈរនៃប្រតិកម្មត្រង់ជើង A ។



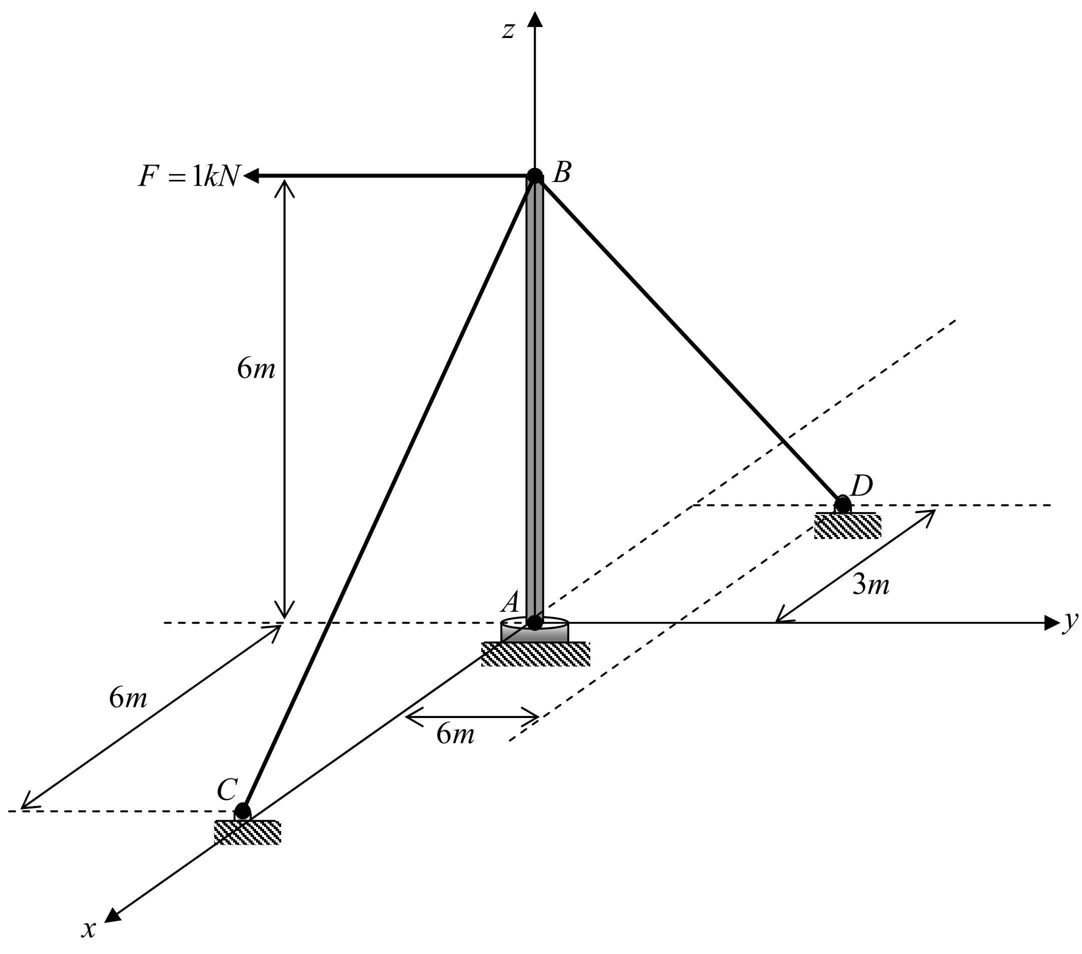
១២១-សោរប្រអប់មួយដូចរូបប្រើដើម្បីដោះប៊ូឡុងត្រង់ A ។ បើសោរមិនវិលនៅពេលបន្ទុកអនុវត្តចំពោះដង កាន់។ ចូរកំនត់ម៉ូម៉ង់ដែលអនុវត្តចំពោះប៊ូឡុងនិងនិងកំលាំងនៃសោរលើប៊ូឡុង។



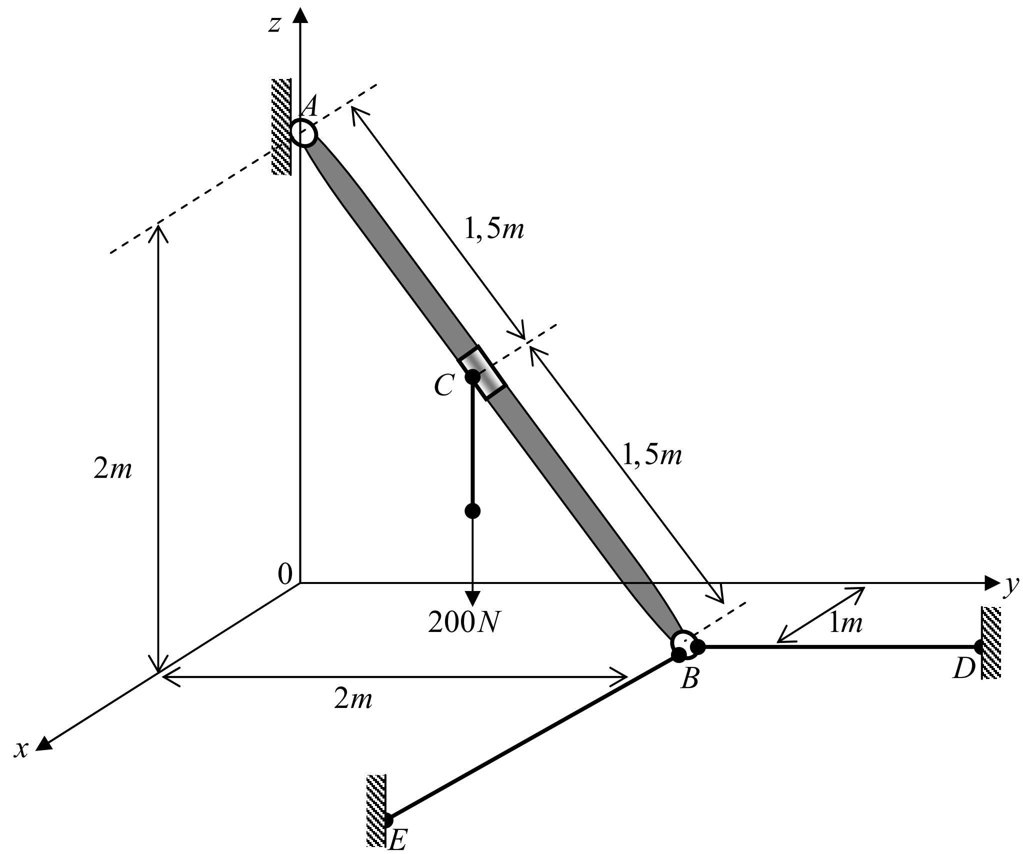
១២២-ដងថ្នឹង ABC មួយជើងទំរត្រង់ A ហើយត្រូវបានភ្ជាប់ទៅនឹងរបារកាច់ BD ដូចបង្ហាញក្នុងរូប ។ បើទំងន់នៃរបារមិនគិត ។ ចូរកំនត់កំលាំងនៃជើងលើដងថ្នឹងត្រង់ A ។



១២៣-ចូរកំនត់នឹងខ្សែកាប BC និង BD និងកំលាំងប្រតិកម្មនៅត្រង់គល់ទំរត្រង់ A ដូចរូប ។



១២៤-ដង AB ដូចរូប រងកំលាំង$200N$ ។ ចូរកំនត់កំលាំងប្រតិកម្មនៅត្រង់ទំរ A និងតំនឹងខ្សែកាប BD & BE ។



សូមអានសៀវភៅរបស់លោក **ហង់ ស៊ីម** ដើម្បីពង្រីកចំណេះដឹងផ្នែករូបវិទ្យា:

-រូបវិទ្យាទូទៅភាគ១ ២០០៧

-សង្ខេបមេរៀន និង លំហាត់និងកំណែ មេកានិចសំរាប់ថ្នាក់មូលដ្ឋានវិទ្យាសាស្ត្រ ២០០៩

-សង្ខេបមេរៀននិងលំហាត់និងកំណែ អគ្គិសនី ២០០១

-សង្ខេបមេរៀននិងលំហាត់និងដំណោះស្រាយ អេឡិចត្រូស្តាទិច ២០០៧

-សង្ខេបមេរៀននិងលំហាត់និងចំលើយខ្លីៗ ទ្រឹស្តីមេកានិច សំរាប់និស្សិតរូបវិទ្យាឆ្នាំទី២ ២០០៨

-វិស្វកម្មមេកានិច

សូមមានសំណាងល្អក្នុងការសិក្សា