

DOI: 10.3901/JME.2020.13.138

一种改进骨架提取的 Voronoi 路径规划*

蒋林^{1,2} 李峻¹ 马先重¹ 聂文康¹ 朱建阳^{1,2} 雷斌^{1,2}

(1. 武汉科技大学冶金装备及其控制教育部重点实验室 武汉 430081;

2. 武汉科技大学机器人与智能系统研究院 武汉 430081)

摘要: 针对目前基于栅格地图的路径规划算法, 机器人导航无法同时满足实时性与精确性要求, 以及原始 Voronoi 图算法生成的全局路径过于臃肿和现有骨架提取的方式生成的路线过于冗余, 导致过多占用机器人存储量的问题, 提出一种改进的骨架提取算法, 先对已知先验信息的栅格地图进行二值化、腐蚀、膨胀预处理, 再生成全新的精简骨架, 之后对每一次导航规划的路径进行基于改进的三次样条平滑处理, 在此基础上结合局部路径规划器 DWA 算法, 实现机器人导航。通过多次仿真试验和真实环境试验, 结果表明, 利用所设计的算法得到的精简骨架比原始 Voronoi 图以及现有骨架更为简洁, 优化之后的路径也更加平滑, 提高了移动机器人运动的稳定性及移动效率, 并以最安全的方式指导机器人移动。

关键词: Voronoi 算法; 栅格地图二值化; 腐蚀、膨胀预处理; 精简骨架; 平滑处理

中图分类号: TP249

Voronoi Path Planning Based on Improved Skeleton Extraction

JIANG Lin^{1,2} LI Jun¹ MA Xianzhong¹ NIE Wenkang¹ ZHU Jianyang^{1,2} LEI Bin^{1,2}

(1. Key Laboratory of Metallurgical Equipment and Control Technology of Ministry of Education,

Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081;

2. Institute of Robotics and Intelligent Systems, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081)

Abstract: An improved skeleton extraction algorithm is proposed to solve the problems that raster map-based path planning algorithms the robot navigation cannot meet the requirements of real-time and accuracy simultaneously, and robot storage is occupied due to the globe path generated by the original Voronoi diagram algorithm is too bloated and the route generated by the existing method of skeleton extraction is too redundant. Firstly, binarize the raster map with known prior information and carry out corrosion and expansion pretreatment, regenerating a new leaner skeleton. Then, the path of navigation planning with improved cubic spline is smoothed; the local path planner DWA algorithm is combined to realize robot navigation. The simulation and real environment experiments results show that the simplified skeleton is more concise than the original Voronoi diagram and the existing skeleton, the optimized path is smoother, which improves the stability and efficiency of the motion of the mobile robot, and guides the robot to move in the safest way.

Key words: Voronoi algorithm; binarize the raster map; corrosion and expansion pretreatment; streamline skeleton; smooth processing

0 前言

在机器人路径规划领域, 全球很多学者做了大量的研究, 产生了多种路径规划的办法, 这些方法中大都基于栅格地图^[1-2]进行计算, 且栅格法因其简

单、易实现的优点得到了广泛的应用, 例如 A*、Dijkstra 算法^[3]等, 但基于栅格地图的路径规划算法也存在一些弊端, 例如: 无法同时满足精度和实时性要求, 当栅格较精确时, 栅格数量将非常多, 算法的计算量将大大增加, 实时性降低, 导致机器人行动机械、决策迟钝; 当栅格面积设置较大时, 导航精度将大大降低^[4]。

Voronoi 图算法由俄国数学家 VORONOI 一经提出, 便在几何学、建筑学、地理学、气象学等领域得到了广泛的应用^[5]。为解决依靠栅格地图算法

* 国家重点研发计划(2019YFB1310000)、湖北省自然科学基金(2018CFB626)、武汉市应用基础前沿项目(2019010701011404)和机器人与智能系统研究院开放基金(F201803)资助项目。20200115 收到初稿, 20200413 收到修改稿

带来的问题, 目前, 国内外很多专家利用 Voronoi 算法来构建拓扑地图, 以减少计算量, 增强移动机器人运动的实时性^[6]。Voronoi 图被定义为自由空间中与两个最接近的障碍物具有相同距离的点集, 该方法的优点是离障碍物最远。2008 年 KWON 等^[7]提出利用拓扑节点的位置估计及基于细化的拓扑搜索, 成功提取节点构建了环境的拓扑地图, 但细化算法过于泛化以及拓扑点的提取算法过于复杂。2008 年樊征等^[8]提出面向移动机器人的拓扑地图自动生成, 利用改进的图像骨骼化混合算法生成拓扑地图, 解决了拓扑点冗余的问题, 但算法过于复杂且对于实际机器人难以实施。2016 年 FEDORENKO 等^[9]提出基于 Voronoi 的无人机局部和全局运动规划, 该文很好地实现了无人机导航问题, 但不足之处是使用的 Voronoi 算法会生成大量毛边。2018 年史红玉等^[10]提出了一种基于 Voronoi 图的无人机航路规划方法, 先将空间中点集分割, 构成三角网, 再对三角网每条边做中垂线, 获取所有相邻中垂线的交点, 最终将交点连接得到 Voronoi 图, 虽然该方法简单, 但对于现实情况, 导航环境复杂且障碍物不为点集, 空间将无法划分, 无法生成可用的 Voronoi 图。

上述算法各有特点, 但大多都存在一定的不足, 特别是生成全局地图冗余复杂、路径不平滑等, 本文在前人研究的基础之上, 对现有的算法加以改进, 提出一种改进骨架提取的 Voronoi 路径规划, 并针对生成的路径进行基于改进的三次样条^[11]平滑处理。该算法首先对建好的黑白灰三色栅格地图进行多步预处理, 再利用骨架提取生成全局 Voronoi 地图, 最后利用快速搜索法生成起点至终点的路径图, 同时利用基于改进的三次样条算法对该路径图进行平滑优化处理, 最终结合局部路径规划器 DWA^[12]实现机器人导航。

1 基于改进的骨架提取 Voronoi 图

移动机器人利用已建好的地图作为先验信息, 为机器人定位及路径规划提供支持, 该算法则是利用改进的骨架算法提取更精简的 Voronoi 图, 降低机器人存储量, 再将 Voronoi 全局路径作为输入, 来生成机器人导航的最安全路径, 并减少每一次导航机器人计算量, 增强机器人的实时性。改进的骨架提取 Voronoi 图算法具体过程如下。

1.1 栅格地图二值化

建图算法建好的黑白灰三色地图的像素值为

0、255 以及中间值组成, 为了提高最终骨架图的质量, 对地图进行二值化^[13]处理, 假设原地图的每个像素值为 $S(x, y)$, 处理之后的地图的像素值为 $D(x, y)$, 其中 (x, y) 代表像素点的坐标, 设置阈值为 T , 其范围根据地图可行区域与其他区域的像素值大小进行设置, 对每一个像素点进行判断, 将像素值大于 T 的像素设置为 255, 否则为 0, 数学表达式为

$$D(x, y) = \begin{cases} 255 & S(x, y) > T \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

经过处理之后, 留下的白色区域为机器人可行区域, 黑色区域为障碍物或非地图环境区域, 如图 1 所示。

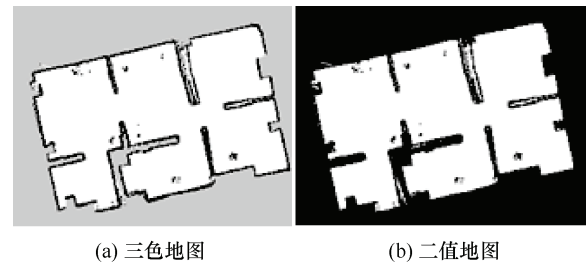


图 1 三色地图二值化

1.2 二值地图膨胀腐蚀处理

定义二值地图白色区域为 M , 结构元素为 N , 遍历 M 的每一个像素, 用结构元素 N 的中心对准 M 中正在遍历的像素, 取当前结构元素 N 所覆盖下的 M 对应区域内的所有像素的最小值, 即将该区域白色变成黑色, 称之为腐蚀^[14], 数学表达式为 $M \ominus N = \{x: N+x \subset M\}$, x 表示结构元素的平移量; 若取当前结构元素 N 所覆盖下的 M 对应区域内的所有像素的最大值, 即将该区域黑色变成白色, 称之为膨胀, 数学表达式为 $M \oplus N = [M^c \ominus (-N)]^c$, 其中 M^c 为 M 的补集。如图 2 所示, $M - N$ 为腐蚀过程, $M + N$ 为膨胀过程。

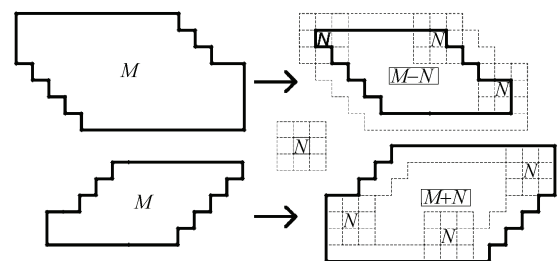


图 2 腐蚀膨胀示意图

先腐蚀后膨胀叫做开运算, 先膨胀后腐蚀叫做闭运算, 而开运算对于消除图像毛刺、孤立斑点以及“1”类噪声有比较好的效果, 对二值地图进行先腐蚀后膨胀的开运算, 其中设置结构元素的大小稍

大于机器人大小,则地图中黑色区域先会向四周扩张,然后黑色区域会向里收缩,经过腐蚀膨胀处理之后,去除了地图中的噪点及大量零散的障碍点空间,如图 3 所示。

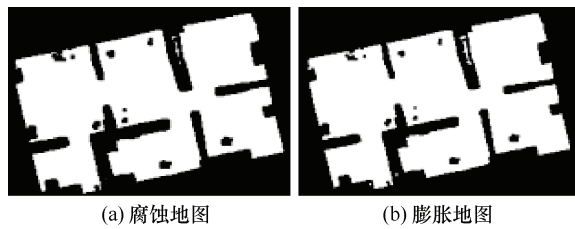


图 3 二值地图腐蚀膨胀处理

1.3 提取骨架^[15]

(1) 使用八邻域标记图像上的每一个像素点,设某一个像素点为 P_1 ,其相邻像素点为 $P_2 \sim P_9$,黑色像素值为 0,白色像素值为 1,如图 4 所示。

P_9	P_2	P_3
P_8	P_1	P_4
P_7	P_6	P_5

图 4 像素点 P_1 的八邻域

(2) 设 P_1 的八邻域 $P_2 \sim P_9$ 像素值从 0 到 1 的变化次数为 N , P_1 点的邻域 P_x 的八邻域之和为 $M(P_x)$,将满足以下四个条件的 P_1 像素点的值设置为 0。

(1) P_1 的八邻域之和满足

$$2 \leq P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9 \leq 6$$

(2) P_1 的八邻域像素值的变化次数 $N=1$ 。

(3) 三个像素值的积 $P_2 \cdot P_3 \cdot P_8 = 0$ 或 $M(P_2) \neq 1$ 。

(4) 三个像素值的积 $P_2 \cdot P_4 \cdot P_6 = 0$ 或 $M(P_4) \neq 1$ 。

(3) 对经过第 1.1 节、第 1.2 节预处理得到的膨胀地图反复迭代第 1.3 节中(1)、(2),直到形成 Voronoi 骨架图,并将其提取出来形成全局路径。

如图 5 所示,为本文改进算法与原始骨架算法得到的路线图,对比发现左边原始骨架算法在有零散障碍点处会生成冗余路径且容易溢出,而本文改进算法通过一系列预处理将零散障碍点聚焦化并消

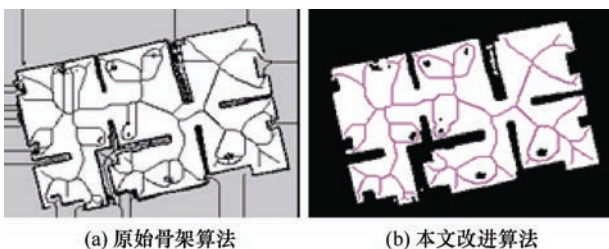


图 5 原始骨架算法与本文改进算法路径图

除噪点,去除机器人不能通过的障碍空间,得到更精简的 Voronoi 全局路径。

2 基于改进的三次样条路径平滑

机器人导航的过程中,首先会根据生成的 Voronoi 全局路径来寻找最优路径,再跟着该路径进行移动,但由于 Voronoi 图的先天弊端,路径图会十分曲折且伴有锯齿^[16],这样的路径严重影响了机器人移动的稳定性及移动效率,为解决此算法的不足,采用改进的三次样条进行路径平滑^[17],步骤如下。

(1) 提取每一次生成的最优路径的像素点坐标,按照顺序排列成路径点集,如: $B_1 = (X_1, Y_1)$, $B_2 = (X_2, Y_2)$, $B_3 = (X_3, Y_3)$, ..., $B_n = (X_n, Y_n)$ 。

(2) 取优化窗口 m (m 为大于 2 小于 n 的正整数),将路径点集以 m 为单位分为 $B_1 \sim B_m \sim B_{m+1} \sim B_n$ 多组数据,计算由每组数据始末点形成的直线方程 L : $Ax + By + C = 0$ 。

(3) 取距离阈值为 D_d ,依次计算每组数据中间 $m-2$ 个点到直线 L 的距离: $D = |Ax_0 + By_0 + C| / \sqrt{A^2 + B^2}$,若最大值 $D_m > D_d$ 时,去除中间 $m-2$ 个点集,连接始末两点,去除路径中的尖点,并计算出该直线上所有像素点坐标作为新的路径点集,反之则不作处理,如图 6 所示。

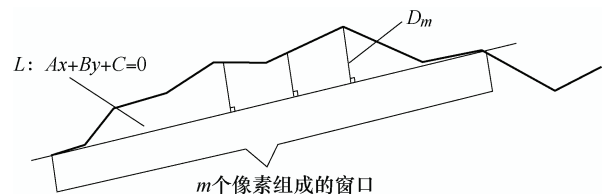


图 6 路径平滑窗口判断

(4) 最后,对经过(1)~(3)过程优化后的路径点集进行三次样条插值处理,将生成本文的平滑路径,如图 7 所示。

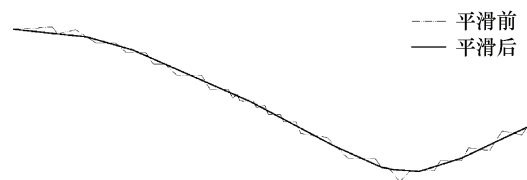


图 7 平滑前路径与平滑后路径

综上所述,基于改进骨架提取的 Voronoi 路径规划算法整体流程如图 8 所示,下文将使用多次多环境的仿真试验及实际试验验证此算法的可行性及高效性。

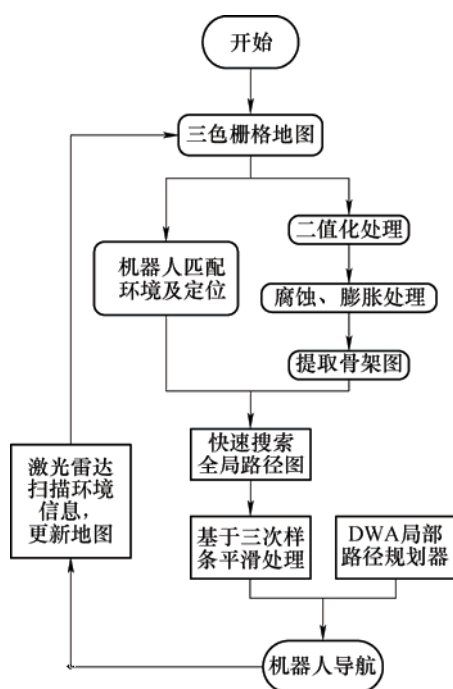


图 8 算法整体流程

用圆形底盘搭建轮式差分机器人, 差分轮上可以获取里程计信息, 其底盘中心上方放置有激光雷达传感器, 可以通过激光雷达来扫描环境信息。

为证明本算法强大的鲁棒性, 利用 Gazebo 建立三种复杂的仿真环境, 并进行逐一验证, 如图 9 所示, 分别为图 9a 障碍物较多的环境、图 9b 迷宫环境^[18]、图 9c 家庭环境, 在三种环境下, 先构建环境的三色栅格地图, 再利用本算法进行机器人的路径规划和导航。

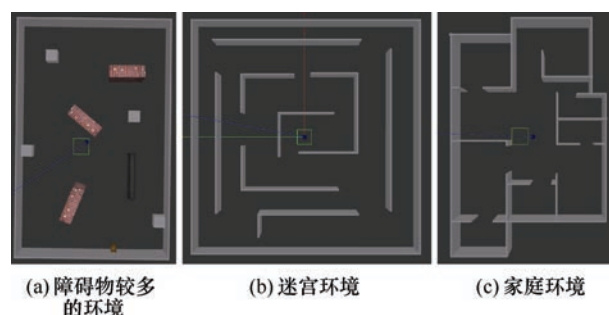


图 9 三种复杂的仿真环境

3 仿真试验与结果

由于实体试验环境搭建比较复杂, 所以首先对本算法进行仿真试验, 来验证本算法的可行性。在 Ubuntu16.04 系统下的 ROS 机器人操作系统, 采用 Gazebo 和 Rviz 进行联合仿真, Gazebo 是一款功能强大的三维物理仿真平台, 能建立复杂的模拟机器人仿真环境, Rviz 是一款强大的图形显示界面, 可以实时观看机器人状态及导航路径。仿真试验中采

3.1 三种环境改进骨架提取

障碍物较多的环境图 9a 是一个 $15\text{ m} \times 9\text{ m}$ 的长方形环境, 环境中无规则的添加了多个矩形块障碍物; 迷宫环境图 9b 外围是一个 $18\text{ m} \times 18\text{ m}$ 的正方形环境, 环境中添加若干个 L 型和 I 型墙体形成迷宫; 图 9c 是一个常见的家庭环境, 由多个独立的单开口的小房间组成。构建环境的三色栅格地图, 利用本文算法依次进行二值化、腐蚀、膨胀预处理, 得到三种环境的二值地图、腐蚀地图和膨胀地图, 如图 10~12 所示。

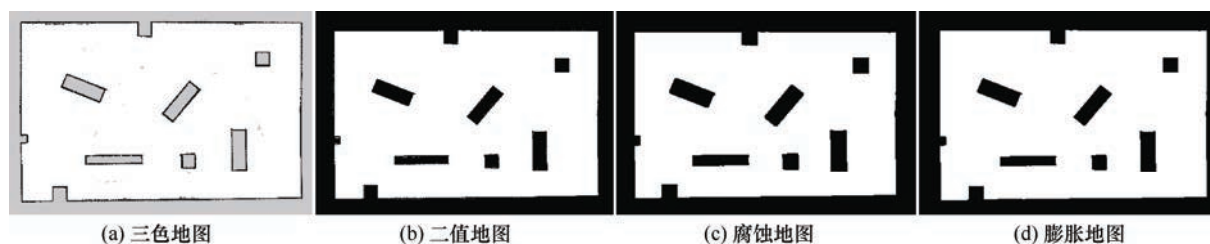


图 10 障碍物较多环境

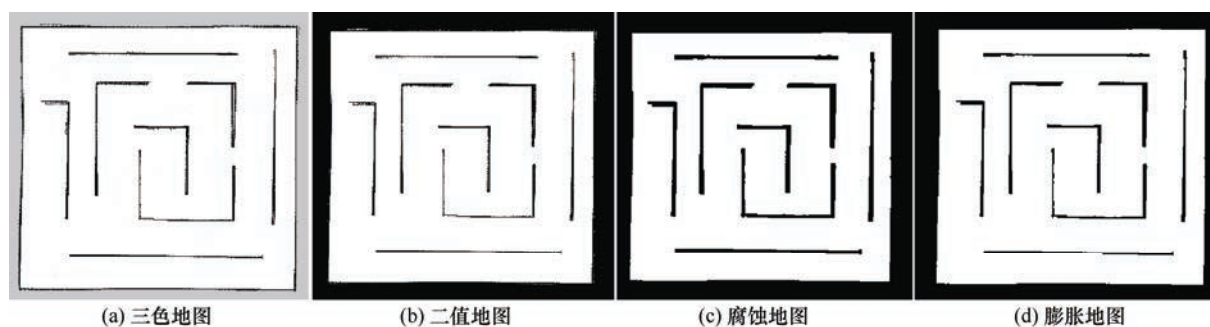


图 11 迷宫环境

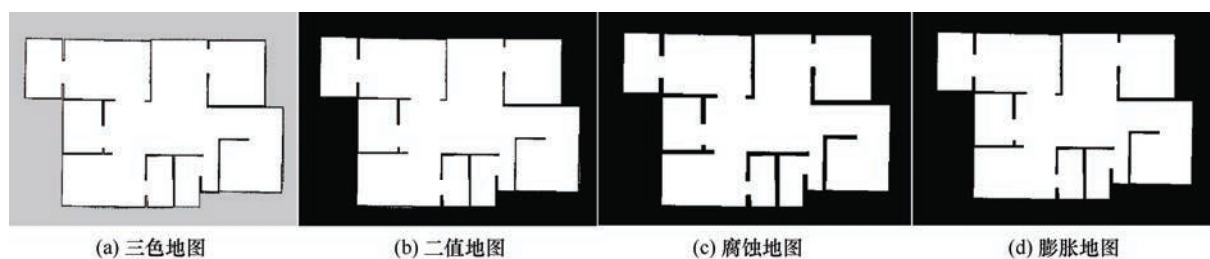


图12 家庭环境

图13~15为三种环境下的骨架图。预处理得到的膨胀地图噪点^[19]及零散障碍点最少,故生成的骨架图也最为合理,对膨胀地图进行骨架提取生成Voronoi全局路径图,如图13c、14c、15c所示,与FEDORENKO等人使用的Voronoi原算法相比,产生的Voronoi全局路径图更为合理,如图13a、14a、15a所示,生成的

Voronoi图中有很多毛边,其原因是地图中像素点不平滑,特别是倾斜的线段带有锯齿状,而每一个不平滑处就会生成多余路径,如图13b、14b、15b为原骨架算法生成的路径图,由于没有经过预处理,导致许多噪点被当成障碍物,造成路径冗余,而本文改进的算法可以消除像素不平滑以及噪点的影响。

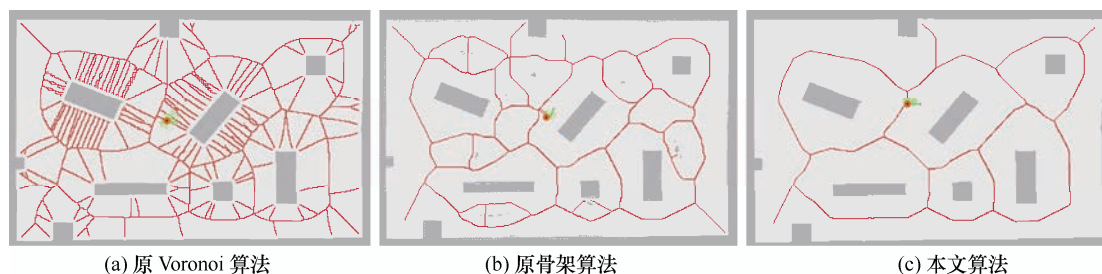


图13 障碍物较多环境的骨架图

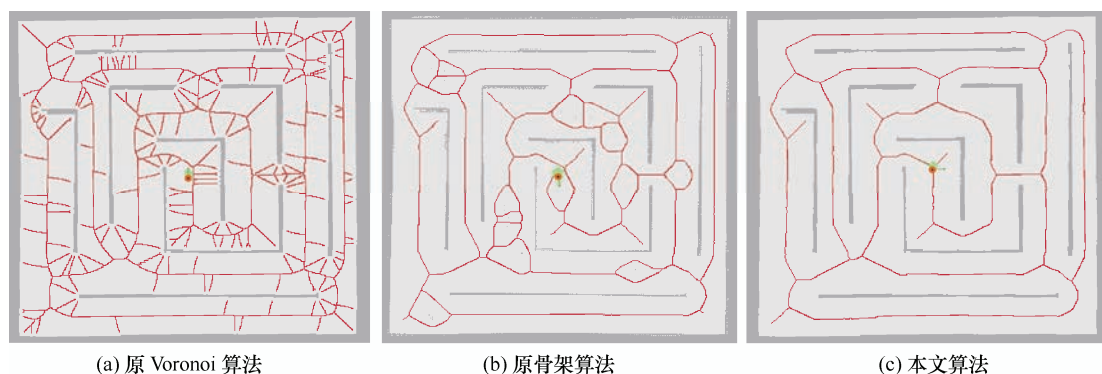


图14 迷宫环境的骨架图

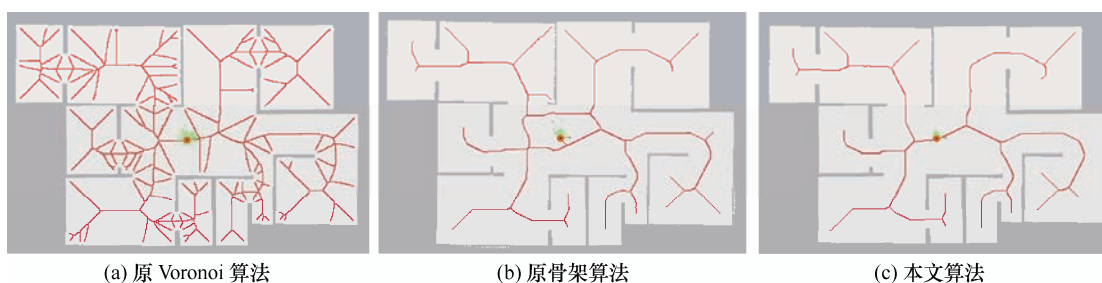


图15 家庭环境的骨架图

3.2 路径平滑前后性能对比

在机器人导航过程中,路径的搜索分为三个部分,如图16所示,第一部分为起始点到骨架图

的路径,第二部分为目标点到骨架图的路径,第三部分为起始点与目标点之间的骨架部分。具体搜索方法是:首先获取起始点的坐标,再计算该

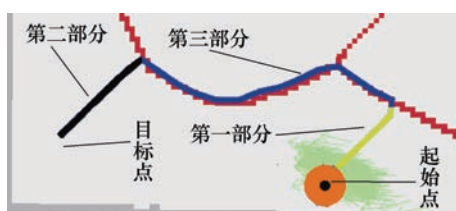


图 16 路径搜索的三部分

点到附近骨架图坐标点的距离，取距离最短且两点之间无障碍物的点，最后连接该点与起始点作为路径的第一部分；第二部分路径的搜索方法与前者相同；当第一部分路径与第二部分路径确定

之后，则确定了第三部分路径的两个端点，在骨架图中搜索连接两个端点的最短路径图作为路径的第三部分。

在本文改进骨架图中搜索出了起始点到目标点的路径后，机器人就可以进行移动，但由于骨架图不平滑，导致寻找的全局路径十分曲折且伴有锯齿，这样的路径会降低移动机器人的稳定性及效率^[20]，故对生成的路径进行基于改进的三次样条平滑处理，在三种环境下随机截取平滑前后路径图进行对比，如图 17~19 所示，由于环境较大路径较长，导致路径对比不明显，故取局部放大图进行比较。

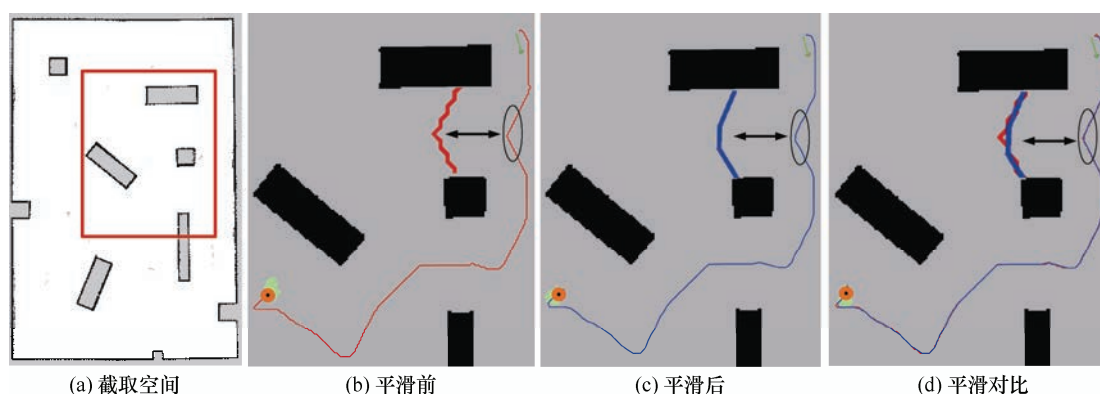


图 17 障碍物较多环境路径平滑前后对比图

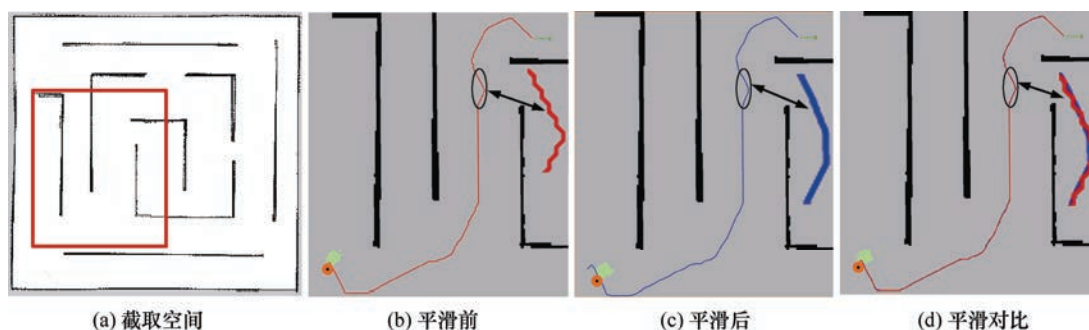


图 18 迷宫环境路径平滑前后对比图

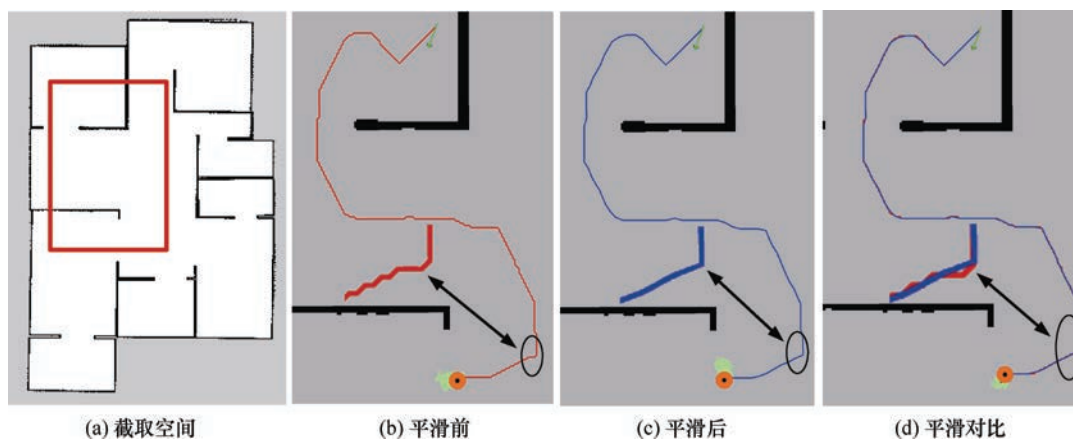


图 19 家庭环境路径平滑前后对比图

为了更具体地进行比较,我们计算平滑前后路径长度与累计转折次数^[21],其中路径长度由该路径的像素点个数表示,各项试验数据如表1所示。

表1 路径平滑前后性能参数比较

试验环境	是否平滑	路径长度	路径降低率(%)	累计转折次数	转折降低率(%)
迷宫环境	否	2 955	3.6	159	74.2
	是	2 847		41	
障碍物较多环境	否	5 059	3.1	135	68.1
	是	4 903		43	
家庭环境	否	4 858	2.5	128	67.2
	是	4 737		42	

3.3 与A*算法的比较及导航过程

图20、21、22中给出了本文算法与A*算法的轨迹比较,通过对比发现,本文算法离障碍物距离最远,而A*算法轨迹会紧贴障碍物,这会导致机器人运动过程中容易与障碍物发生碰撞或者停顿^[22],经过多次试验取平均值,表2展示了三种环境下本文算法与A*算法在机器人导航过程中离障碍物最近距离以及机器人停顿旋转次数的数据对比,其中

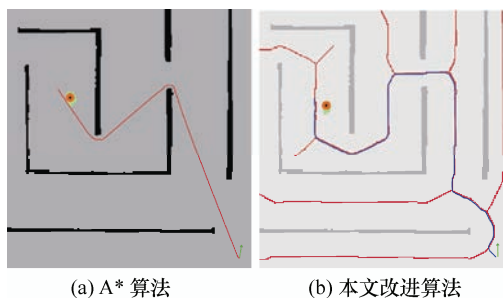


图20 迷宫环境下A*算法与本文改进算法

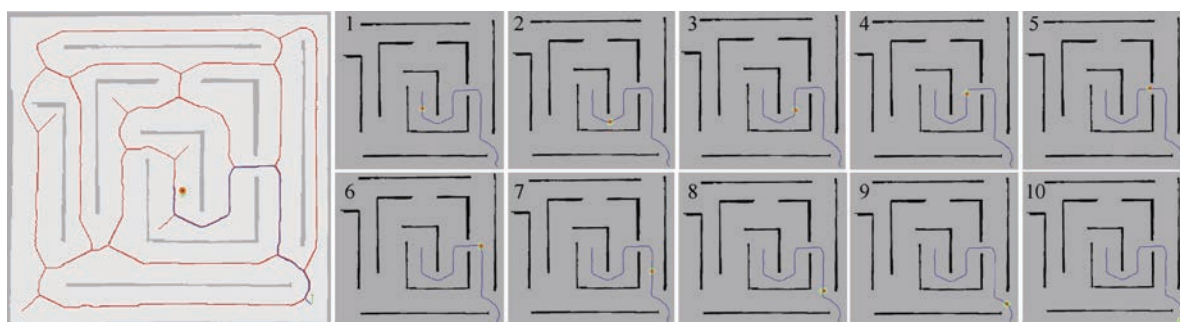


图23 迷宫环境下机器人导航运动过程

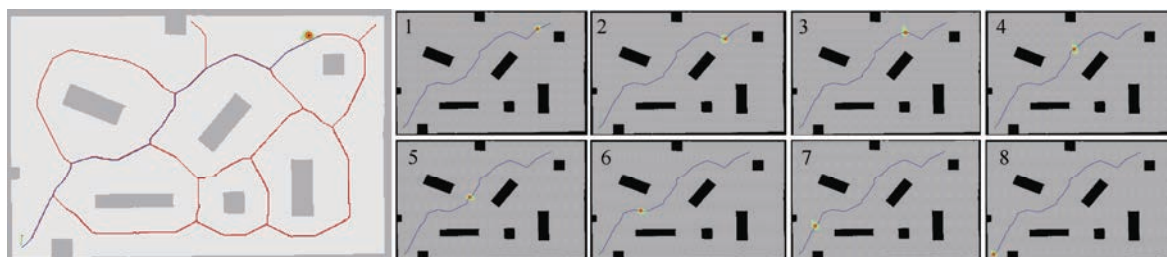


图24 多障碍物环境下机器人导航运动过程

距离由Rviz的栅格数表示。

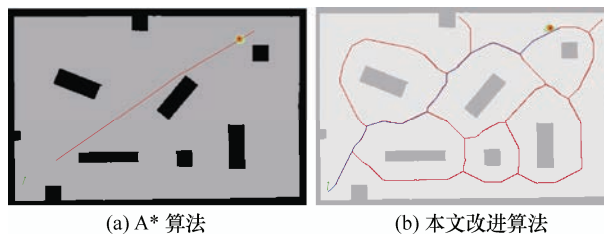


图21 多障碍物环境下A*算法与本文改进算法

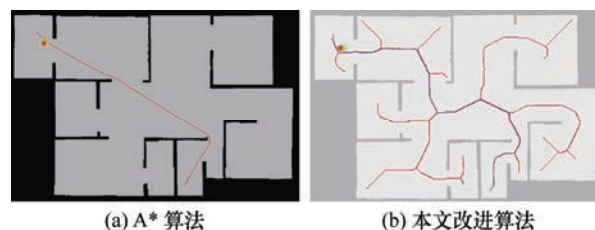


图22 家庭环境下A*算法与本文改进算法

表2 本文算法与A*算法的数据对比

试验环境	使用算法	机器人离障碍物的最近距离	机器人停顿旋转次数
迷宫环境	本文算法	2.0	1
	A*算法	0.5	2
障碍物较多环境	本文算法	1.2	0
	A*算法	0.5	1
家庭环境	本文算法	1.0	0
	A*算法	0.2	1

在三种环境下使用本文路径规划算法,结合Gazebo与Rviz进行导航仿真,分别截取若干图片来展示机器人导航过程,如图23~25所示。

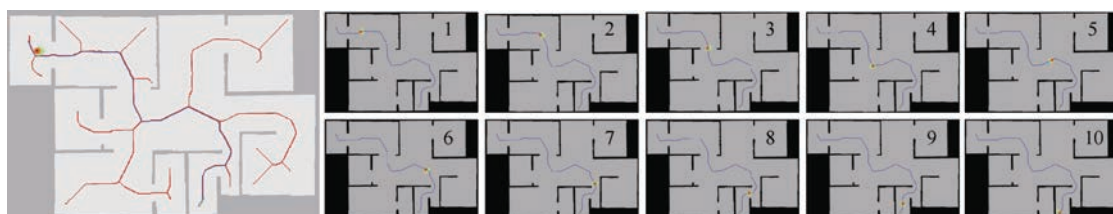


图 25 家庭环境下机器人导航运动过程

4 真实环境试验

在多次仿真试验下证明了本文算法的稳定性与可行性的基础之上，将本文算法用于实际环境进行测试，真实试验中使用的机器人由本实验室搭建，该机器人主要为轮式差分机器人，如图 26 所示，轮式差分机器人主要由机械部分、传感器部分和控制器三部分构成，机械部分主要由玻璃纤维板及其他紧固件构成；传感器部分主要包括 SICK1ms111 激光雷达、光电编码器、Kinect2 相机；控制器部分主要包括 Intel-NUC 主控和驱动控制。在实体试验中也采用 Rviz 显示障碍物及机器人运动轨迹。

实验室场景如图 27 所示，并构建室内环境三色栅格地图，利用本文算法依次进行二值化、膨胀、

腐蚀处理，然后再生产 Voronoi 骨架，由于前文中已经详细介绍，此处不再重复。

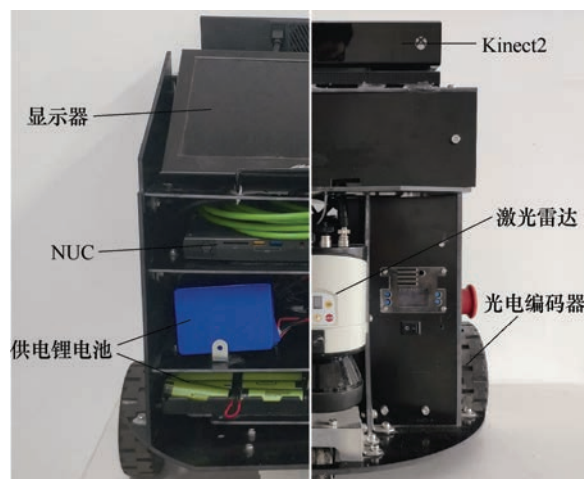


图 26 实验室轮式差分机器人



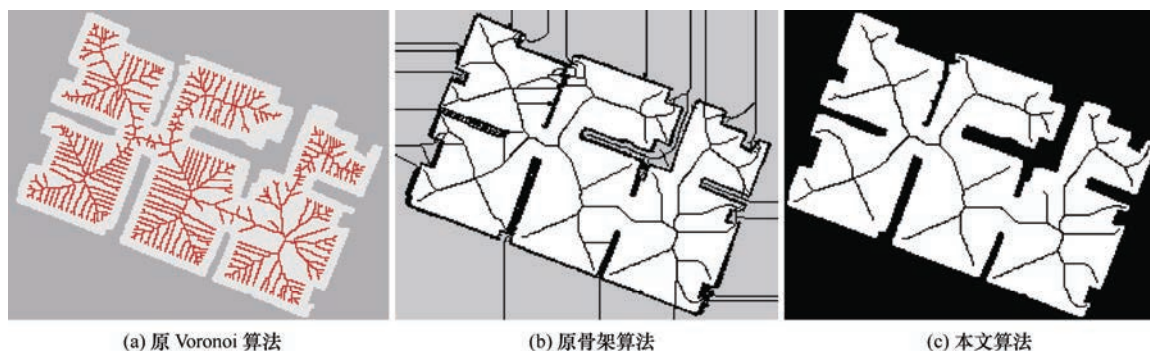
(a) 实验室实际环境

(b) 实验室栅格地图

图 27 实验室整体环境图

生成的实验室骨架图如图 28 所示，其中图 28a 为 FEDORENKO 等使用的原算法，图 28b 为原骨架算法，图 28c 为本文优化算法，从图 28 中可见，原 Voronoi 算法会产生过多毛边，且相比于上节仿

真试验更为明显，其原因是真实环境下各种因素会导致建图效果远低于仿真试验，而原骨架算法受地图噪声影响较大，导致路线冗乱且路径容易溢出。



(a) 原 Voronoi 算法

(b) 原骨架算法

(c) 本文算法

图 28 实验室环境下的骨架图

在实际试验中,也将本文算法与 A*算法进行了对比,如图 29 所示,左边线条为 A*算法规划的路线,右边线条为根据本文算法规划的路线,对比可知,基于骨架提取的 Voronoi 算法的路径离障碍物距离最远,而 A*算法仅考虑路径最短,导致机器人紧贴障碍物运动,在机器人实际运动的过程中,我们分别提取了两种算法下机器人 Odometry 轨迹,如图 30 所示,左边算法为 A*算法轨迹,右边为本文算法轨迹,对比发现, A*算法在靠近障碍物的地方会进行判断识别,导致机器人停顿或者原地旋转。

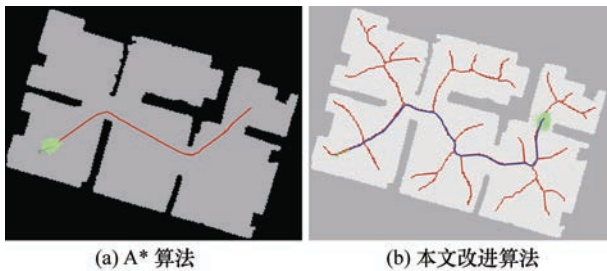


图 29 A*算法与本文改进算法路径图

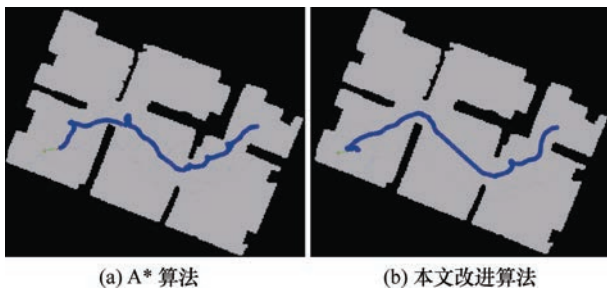


图 30 A*算法与本文改进算法机器人 Odometry 轨迹

图 31 展示了机器人基于骨架提取 Voronoi 算法的实际运行轨迹,图中可见,机器人基本都从通道处的中间位置通过,距离两边障碍物最远,保证了机器人移动过程中的安全性。

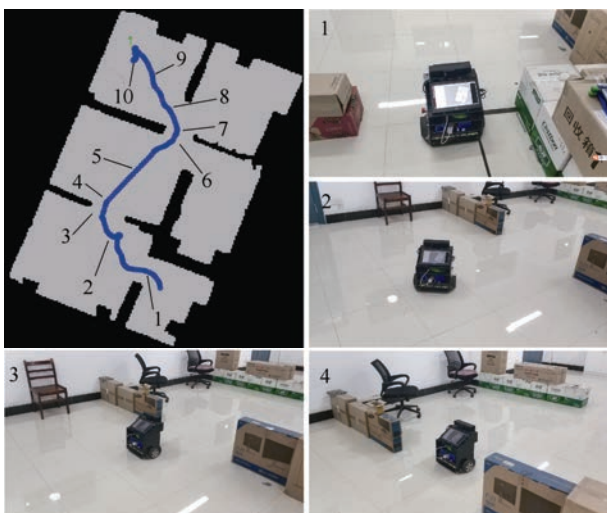


图 31 机器人导航运动过程

5 结论

(1) 本文通过先对栅格地图进行二值化、腐蚀、膨胀预处理,去除地图中的噪点、机器人无法通过的障碍空间,再对其进行骨架提取生成全新的 Voronoi 全局路径图,试验结果表明,相比原始 Voronoi 图算法、原始骨架算法生成的路径更精简。

(2) Voronoi 图存在先天弊端,生成路径图曲折且伴有锯齿,严重影响机器人移动的稳定性,本文对生成的全局路径进行基于改进的三次样条平滑处理,试验数据表明,相比于平滑之前,路径长度降低了 3%左右,路径转折次数降低了 65%以上,更利于机器人的移动。

(3) 大量仿真试验及真实环境试验均与传统 A*算法进行了对比,试验数据与试验轨迹图表明,本文算法引导机器人在靠近障碍物的转角更容易通过,保证了机器人的安全性,也证明了本文算法强大的鲁棒性及可行性。

参考文献

- [1] 罗元, 苏琴, 张毅, 等. 基于优化的同时定位与地图构建[J]. 华中科技大学学报, 2016, 44(5): 35-39.
LUO Yuan, SU Qin, ZHANG Yi, et al. Simultaneous positioning and map construction based on optimized RBPF[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2016, 44(5): 35-39.
- [2] 田春颖, 刘瑜, 冯申坤, 等. 基于栅格地图的移动机器人完全遍历算法——矩形分解法[J]. 机械工程学报, 2004, 40(10): 56-61.
TIAN Chunying, LIU Yu, FENG Shenkun, et al.

- Complete traversal algorithm of mobile robot based on raster map—rectangle decomposition method [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 40(10): 56-61.
- [3] 王树西, 李安渝. Dijkstra 算法中的多邻接点与多条最短路问题[J]. 计算机科学, 2014, 41(6): 217-224.
- WANG Shuxi, LI Anyu. Multiple adjacency points and multiple shortest paths in Dijkstra algorithm[J]. Computer Science, 2014, 41(6): 217-224.
- [4] 许凯波, 鲁海燕, 黄洋, 等. 基于双层蚁群算法和动态环境的机器人路径规划方法[J]. 电子学报, 2019, 47(10): 2166-2176.
- XU Kaibo, LU Haiyan, HUANG Yang, et al. Robot path planning based on two-layer ant colony algorithm and dynamic environment[J]. Acta Electronica Sinica, 2019, 47(10): 2166-2176.
- [5] 刘青平, 赵学胜, 王磊, 等. 横-纵扫描的 Voronoi 图栅格生成算法[J]. 测绘学报, 2019, 48(3): 129-135.
- LIU Qingping, ZHAO Xuesheng, WANG Lei, et al. Voronoi graph raster-generating algorithm for transverse and longitudinal scanning[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2019, 48(3): 129-135.
- [6] XU M, CAO H, WANG C Y. Raster-based parallel multiplicatively weighted Voronoi diagrams algorithm with MapReduce[J]. Advances in Intelligent Systems and Computing, 2014, 254: 177-188.
- [7] KWON T B, SONG J B. Thinning-based topological exploration using position possibility of topological nodes[J]. Advanced Robotics, 2008, 22(2-3): 339-359.
- [8] 樊征, 曹其新, 杨扬, 等. 面向移动机器人的拓扑地图自动生成[J]. 华中科技大学学报, 2008, 36(S1): 163-166.
- FAN Zheng, CAO Qixin, YANG Yang, et al. Automatic generation of topological maps for mobile robots[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2008, 36(S1): 163-166.
- [9] FEDORENKO R. Local and global motion planning for unmanned surface vehicle[C]// Proceedings of 2015 the 3rd International Conference on Control, Mechatronics and Automation. Chengdu: ICCMA, 2015: 35-40.
- [10] 史红玉, 刘淑芬. 基于 Voronoi 图的无人机航路改进规划[J]. 吉林大学学报, 2018, 56(4): 945-952.
- SHI Hongyu, LIU Shufen. Improving UAV route planning based on Voronoi diagram[J]. Journal of Jilin University, 2018, 56(4): 945-952.
- [11] 张玲. 基于三次样条曲线的码垛机器人平滑轨迹规划方法[J]. 高技术通讯, 2018, 28(1): 78-82.
- ZHANG Ling. Method of smooth trajectory planning for stacking robot based on cubic spline curve[J]. High Technology Communications, 2018, 28(1): 78-82.
- [12] 王永雄, 田永永, 李璇, 等. 穿越稠密障碍物的自适应动态窗口法[J]. 控制与决策, 2019, 34(5): 34-43.
- WANG Yongxiong, TIAN Yongyong, LI Yuan, et al. Adaptive dynamic window method for crossing dense obstacles[J]. Control and Decision, 2019, 34(5): 34-43.
- [13] 韩征, 栗滨, 李艳鸽, 等. 基于蒙特卡洛模拟的图像二值化增强算法[J]. 中南大学学报英文版, 2019, 26(6): 1661-1671.
- HAN Zheng, SU Bin, LI Yange, et al. Image binarization enhancement algorithm based on monte carlo simulation[J]. Journal of Central South University: English Edition, 2019, 26(6): 1661-1671.
- [14] 邓仕超, 黄寅. 二值图像膨胀腐蚀的快速算法[J]. 计算机工程与应用, 2017, 53(5): 207-211.
- DENG Shichao, HUANG Yin. Fast algorithm for binary image expansion and corrosion[J]. Computer Engineering and Application, 2017, 53(5): 207-211.
- [15] 史聪伟, 赵杰煜, 常俊生. 基于中轴变换的骨架特征提取算法[J]. 计算机工程, 2019, 45(7): 242-250.
- SHI Congwei, ZHAO Jieyu, CHANG Junsheng. Skeleton feature extraction algorithm based on central axis transformation[J]. Computer Engineering, 2019, 45(7): 242-250.
- [16] 涂伟, 李清泉, 方志祥. 一种大规模车辆路径问题的启发式算法[J]. 武汉大学学报, 2013, 15(3): 307-310.
- TU Wei, LI Qingquan, FANG Zhixiang. A heuristic algorithm for large-scale vehicle routing problem[J]. Journal of Wuhan University, 2013, 15(3): 307-310.
- [17] 王红卫, 马勇, 谢勇, 等. 基于平滑 A*算法的移动机器人路径规划[J]. 同济大学学报, 2010, 38(11): 1647-1650.
- WANG Hongwei, MA Yong, XIE Yong, et al. Path planning of mobile robots based on smooth A* algorithm[J]. Journal of Tongji University, 2010, 38(11): 1647-1650.
- [18] 易长安, 闵华清, 罗荣华. 基于子任务的机器人潜在动作预测[J]. 华中科技大学学报, 2015, 43(S1): 412-415.
- YI Changan, MIN Huaqing, LUO Ronghua. Potential motion prediction of robots based on subtasks[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 2015, 43(S1): 412-415.
- [19] 龚建伟, 王安帅, 熊光明, 等. 一种自适应动态窗口车道线高速检测方法[J]. 北京理工大学学报, 2008, 4(6): 20-24.

- GONG Jianwei, WANG Anshuai, XIONG Guangming, et al. An adaptive dynamic window lane line high-speed detection method[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2008, 4(6): 20-24.
- [20] 卜新苹, 苏虎, 邹伟, 等. 基于非均匀环境建模与三阶 Bezier 曲线的平滑路径规划[J]. 自动化学报, 2017, 43(5): 710-724.
- BU Xinping, SU Hu, ZOU Wei, et al. Smooth path planning based on heterogeneous environment modeling and third-order Bezier curves[J]. Acta Automata Sinica, 2017, 43(5): 710-724.
- [21] 黄辰, 费继友, 刘洋, 等. 基于动态反馈 A~*蚁群算法的平滑路径规划方法[J]. 农业机械学报, 2017, 48(4): 39-45.
- HUANG Chen, FEI Jiyu, LIU Yang, et al. Smooth path planning based on dynamic feedback A~* ant colony algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2017, 48(4): 39-45.
- [22] WANG Weizhong, ZHAO Jie, GAO Yongsheng, et al. Novel approach for robot path planning based on numerical artificial potential field and genetic algorithm[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2006, 19(3): 340-343.
-
- 作者简介: 蒋林, 男, 1976 年出生, 博士, 教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为室内移动机器人地图构建、定位、导航及液压机器人。
E-mail: jianglin76@wust.edu.cn
- 李峻, 男, 1997 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为室内移动机器人地图构建、导航。
E-mail: lijun_mce@163.com
- 马先重, 男, 1995 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为室内移动机器人激光建图、激光视觉融合。
E-mail: 1058088476@qq.com
- 聂文康, 男, 1996 年出生, 硕士研究生。主要研究方向为室内移动机器人物体识别、语义地图构建。
E-mail: 1797537258@qq.com
- 朱建阳(通信作者), 男, 1981 年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为仿生机器人, 机器人运动及动力学研究等。
E-mail: zhujiy@wust.edu.cn
- 雷斌, 男, 1979 年出生, 博士, 副教授, 硕士研究生导师。主要研究方向为群体机器人, 编队控制, 一致性方法。
E-mail: leibin@wust.edu.cn