

基于 Voronoi 图和动态自适应蚁群算法的 UAV 航迹规划

郭琦¹, 潘广贞¹, 杨江涛^{2,3}

(1. 中北大学 计算机与控制工程学院, 太原 030051; 2. 中北大学 电子测试技术国家重点实验室, 太原 030051;
3. 中北大学 仪器科学与动态测试教育部重点实验室, 太原 030051)

摘要: 以 UAV 航迹规划为应用背景, 提出了一种基于 Voronoi 图和动态自适应蚁群算法的航迹规划方法; 为了提高航迹规划问题最优解的质量及全局求解能力, 克服传统蚁群算法收敛速度慢、容易陷入局部最优等缺点, 提出了一种动态自适应蚁群算法; 采用动态自适应航迹点选择策略并将信息素更新规则和挥发系数进行动态自适应调整变化来对蚁群算法进行了改进, 提高了算法的求解效率; 根据战场已知威胁源生成 Voronoi 加权图, 并与所提的动态自适应蚁群算法相结合求解规划空间中的最优航迹; 考虑到 UAV 的物理约束限制, 对生成的可行航迹进行平滑优化; 仿真结果表明, 该方法能够为 UAV 规划出一条满足要求的可飞航迹, 验证了所提方法在解决航迹规划问题时是可行、有效的;

关键词: 航迹规划; Voronoi 图; 蚁群算法; 动态自适应; 信息素

Route Planning of UAV Based on Voronoi Diagram and Dynamic and Adaptive Ant colony algorithm

Wu Qi¹, Pan Guangzhen¹, Yang Jiangtao^{2,3}

(1. School of Computer Science and Control Engineering, North University of China, Taiyuan 030051, China; 2. Science and Technology on Electronic Test and Measurement Laboratory, North University of China, Taiyuan 030051, China;
3. Key Laboratory of Instrumentation Science & Dynamic Measurement of Ministry of Education, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: In the application background of UAV route planning, a method based on Voronoi diagram and dynamic and adaptive ant colony algorithm is proposed for route planning of UAV. In order to improve the quality of the optimal solution and the ability in searching the whole best solution of the path planning problem, and overcome the shortcomings of the traditional ant colony algorithm, such as premature convergence, in local optimum and running slowly, a dynamic and adaptive ant colony algorithm is proposed. A dynamic adaptive track point selection strategy, and a updating for pheromone and volatilization coefficient dynamically are used to improve the solution efficiency of the algorithm. The weighted Voronoi diagram is created according to the certain threat sources, with the dynamic and adaptive ant colony algorithm to search the optimal path in the space. Considering the physical constraints restrict of UAV, a route smoothing method is used to optimize the feasible path. Simulation results show that the proposed method can meet the requirements for route planning of UAV. Through the simulation, the feasibility and effectively of the scheme are verified.

Keywords: route planning; Voronoi diagram; ant colony algorithm; dynamic and adaptive; pheromone

0 引言

在防空技术日益完善的现代战争中, UAV 的作用越来越突出。航迹规划的能力是 UAV 所必须具备的, 是提高其作战性能, 实施远程精确攻击的有效手段, 对于提高 UAV 的生存能力和突防概率至关重要。近年来, 许多国内外学者在 UAV 航迹规划领域进行了大量的研究, 目前存在的航迹规划算法主要有 Voronoi 图法^[1], 蚁群算法^[2], 遗传算法^[3], 粒子群算法^[4], 模拟退火算法^[5]等。这些算法均有各自不同的优越性, 但同时也存在许多缺点和局限性。虽然蚁群算法具有较好的鲁棒性、协作性、寻优性, 易于与其他算法相结合等特点, 但其本身也存在一些缺陷, 如搜索时间长、容易陷入局部最优解

等。为了提高航迹规划问题最优解的质量及全局求解能力, 本文在研究现有算法的基础上, 提出了一种动态自适应蚁群算法。利用蚁群算法本身的特点, 采用动态自适应航迹点选择策略并将算法中的信息素更新规则和信息素挥发系数进行动态自适应调整变化来对算法进行了改进, 极大地改善了蚁群算法的全局搜索能力和搜索速度, 并且显著地提高了算法寻找最优解的能力。而要求规划出来的航迹必须是满足要求的可飞路径, 这就使得在规划时必须考虑 UAV 的动力学性能约束限制, 进行航迹平滑处理。本文首先根据战场已知威胁源生成 Voronoi 加权图, 然后与所提的动态自适应蚁群算法相结合求解规划空间中的可行航迹, 并对生成的折线航迹进行平滑优化。最后通过仿真实验验证了本文所提方法能够为 UAV 规划出一条满足要求的可飞航迹, 表明该方法是可行、有效的。

收稿日期: 2014-05-04; 修回日期: 2014-06-16。

作者简介: 郭琦 (1989-), 女, 山西大同人, 硕士研究生, 主要从事无人飞行器航迹规划、计算机仿真与图形图像处理方向的研究。

1 建立威胁环境的 Voronoi 图

1.1 威胁源建模

Voronoi 图是一种表示点或实体集合近似信息的几何结构,近年来被广泛地应用在解决航迹规划的问题中。首先根据已知的战场威胁分布情况,取威胁中心点生成由初始可选路径集来构造威胁环境的 Voronoi 图,确定航迹的走向和航区。Voronoi 图每一条边上的点到相对应的两个威胁源等距离,即 Voronoi 图的边是规划空间中离散威胁源的中垂线。由于其线上的点是到威胁源距离最远的点,所以 UAV 沿 Voronoi 图的边飞行,受到相邻两个威胁点的威胁最小,可以获得较高的安全系数,使其在飞行过程中有效地降低威胁代价。本文在整个规划空间中根据威胁源的分布点集将每个威胁源的点的中心位置视为 Voronoi 图的点集,依此构建的任务态势 Voronoi 图如图 1 所示。

其中,任务态势 Voronoi 图中的菱形点代表在 $70 \text{ km} \times 60 \text{ km}$ 的作战空域内的雷达、导弹等已知的威胁源,虚线则代表 Voronoi 图的边。现在问题简化为在 Voronoi 图上寻找 UAV 从起始点到目标点的最小航迹代价可飞路径,将无限搜索转化为有限搜索,即航迹规划问题的解存在于 Voronoi 图所确定的路径集合中,降低了计算量,提高了计算效率^[6]。

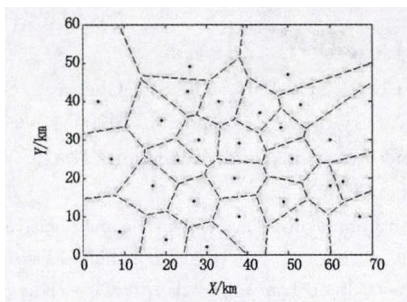


图 1 任务态势 Voronoi 图

1.2 基于 Voronoi 图的航迹代价计算

航迹规划就是在保证 UAV 自主飞行的生存能力和突防概率最大的前提下,寻找满足其在执行任务中飞行航迹代价最小的路径。这就要求 UAV 在飞行中能够有效地规避威胁,并且其所携带的燃料可以保证其顺利地完成任务。UAV 在起飞后保持一定的高度进入巡航阶段,因此,本文主要考虑确保 UAV 完成预定任务的燃料限制和规划空间中来自雷达、导弹等威胁,即 UAV 的航迹代价主要包括燃料代价和其所受的威胁代价。

1.2.1 燃料代价

假定 UAV 在巡航阶段以某一相对恒定的速度飞行,因此其飞行所消耗的燃料代价 $J_{fuel,i}$ 与飞行航迹的长短 L_i 存在着正相关关系,即燃料代价等效为飞行航迹的距离代价。由此可知其飞过第 i 条边所消耗的燃料代价为:

$$J_{fuel,i} = L_i \quad (1)$$

1.2.2 威胁代价

(1) 雷达威胁:假定 UAV 具有相同的雷达反射截面,满足雷达方程,因此其反射雷达的能量强度与其到雷达距离的四次方存在着负相关关系。若雷达最大探测半径为 rR_{max} , UAV 距雷达的水平距离为 d ,则可得到敌方雷达探测概率 $pR(d)$ 的模型近似为:

$$pR(d) = \begin{cases} 0, d > dR_{max} \\ \frac{d^4 R_{max}}{d^4 R_{max} + d^4}, d \leq dR_{max} \\ 1, d < dR_{min} \end{cases} \quad (2)$$

(2) 地空导弹威胁:地空导弹在作战中将杀伤区作为判断其作战性能的首要标准。根据杀伤区的特点,可知其水平方向上的横截面近似为一圆周面,该圆周面的圆心距导弹的距离 d 是导弹射程垂直高度的函数,并且当达到一定的垂直高度后,存在着一个对应的最大半径。若地空导弹杀伤区的最大半径为 rM_{max} 是,则可得到地空导弹杀伤概率 $pM(d)$ 的模型近似为:

$$pM(d) = \begin{cases} 0, d > dM_{max} \\ \frac{d^4 M_{max}}{d^4 M_{max} + d^4}, d \leq dM_{max} \\ 1, d < dM_{min} \end{cases} \quad (3)$$

由上述两种威胁源对应的简单概率模型可知,雷达威胁和地空导弹威胁对 UAV 的作用效果类似,所以可以将导弹威胁近似为雷达威胁,采用和雷达威胁相同的方法来量化处理。

UAV 在执行任务时飞行所受的雷达威胁代价是其经过相邻航迹点间的航迹段的积分,本文将每条航迹段均分成 3 个等长的小段,取两个相邻航迹点间的中点代价和来近似代替整条航迹段的代价,如图 2 所示。

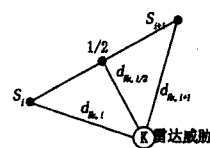


图 2 所受雷达威胁代价量化图

设雷达的个数为 mR 个,则对于第 i 条航迹段,其相应的雷达威胁代价 $JR_{k,i}$ 可以表示为:

$$JR_{k,i} = \sum_{k=1}^{mR} (pR(dR_{k,i}) + (dR_{k,i}, \frac{1}{2}) + (dR_{k,i+1})) \quad (4)$$

根据雷达方程,则上式又可表示为:

$$JR_{k,i} = \sum_{k=1}^{mR} (\frac{1}{d^4 R_{k,i}} + \frac{1}{d^4 R_{k,i}, \frac{1}{2}} + \frac{1}{d^4 R_{k,i+1}}) \quad (5)$$

式中, $dR_{k,i}$ 、 $dR_{k,i}, \frac{1}{2}$ 、 $dR_{k,i+1}$ 分别代表第 i 条航迹段起点 S_i , 末点 S_{i+1} 以及中点处距第 k 个雷达威胁的距离。设飞行航迹共有 n 个节点,第 i 条航迹段的长度为 l_i ,则整条航迹所受雷达威胁的总代价 JR 可以表示为:

$$JR = l_i \sum_{i=1}^n JR_{k,i} \quad (6)$$

由于将地空导弹威胁近似为雷达威胁,即把所有威胁都看作雷达威胁,采用和雷达威胁相同的方法来量化处理,所以 UAV 在执行任务时所受的威胁总代价 $J_{threaten,i}$ 可以近似表示为:

$$J_{threaten,i} = JR \quad (7)$$

1.2.3 综合代价

综上所述,UAV 的航迹代价包括燃料代价和其所受的威胁代价,UAV 沿着任务态势 Voronoi 图的第 i 条边飞行时,其所受到的航迹综合代价可以表示为:

$$J_i = (1-k)J_{fuel,i} + kJ_{threaten,i} \quad (8)$$

式中,系数 k ($0 \leq k \leq 1$)为航迹制订人员根据任务安排在制订航迹的过程中所做出的倾向性选择的权重系数,加权的大小取决于权项的可行性和重要性的综合指标。

此时根据任务态势构造的Voronoi图就变成了加权Voronoi图,其每条边的代价为 J_i ,从而建立了UAV航迹规划时所有可行航迹的集合。

2 动态自适应蚁群算法

针对传统蚁群算法在解决航迹规划问题上具有搜索时间长、收敛速度慢、容易陷入局部最优解等缺点,为了提高航迹规划问题最优解的质量及全局求解能力,本文在研究现有算法的基础上,提出了一种动态自适应蚁群算法,对传统蚁群算法作了如下改进:

2.1 动态自适应航迹点选择策略

传统蚁群算法依概率随机选择航迹点,但采用这种方法搜索时间长,收敛速度慢,容易出现停滞现象。因此,本文采用动态自适应航迹点选择策略,将确定性选择和随机选择相结合,并动态地调整作确定性选择的概率。当迭代到一定次数时,搜寻方向已经大致确定,这时对路径上信息量作动态调整。缩小最好和最差路径上的信息量的差距,并且通过适当加大随机选择的概率,可以更全面地搜寻解空间,从而克服了传统蚁群算法的不足,更利于得到最优解。

在 t 时刻,设蚂蚁在航迹点 a 处,则按下式确定蚂蚁 k 在下一时刻将到达的节点 s :

$$s = \begin{cases} \text{依概率 } p_{kab}(t) \text{ 选择 } b & (r \leq r_0) \\ \max_{u \in \text{allowed}(a)} \{ \tau_a^k u(t) \eta_a^k u(t) \} & (r > r_0) \end{cases} \quad (9)$$

$$p_{kab}(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{ab}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ab}(t)]^\beta}{\sum_{b \in \text{allowed}(a)} [\tau_{ab}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ab}(t)]^\beta} & \text{if } b \in \text{allowed}(a) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

其中: $\tau_{ab}(t)$ 表示Voronoi图中边 ab 上的信息素值, $\eta_{ab}(t)$ 为启发函数,表示蚂蚁从航迹点 a 转移到航迹点 b 的期望程度, $\eta_{ab}(t) = \frac{1}{J_{a,b}}$, $J_{a,b}$ 是边 ab 的航迹总代价; $\text{allowed}(a)$ 是第 k 只蚂蚁由航迹点 a 出发待访问的所有可行航迹点的集合; α 为信息素重要程度因子,其值越大,表示信息素的浓度在转移中起的作用越大; β 为启发函数重要程度因子,表示能见度的相对重要性,其值越大,表示启发函数在转移中起的作用越大,即蚂蚁会以较大的概率转移到距离短的航迹点。 r 为 $(0,1)$ 中均匀分布的随机数, $r_0 \in (0,1)$,可以动态地调整 r_0 的值。

2.2 信息素动态自适应更新规则

传统蚁群算法中,最差蚂蚁释放的信息素将导致算法的搜索陷入局部最优。为了提高收敛速度,避免陷入局部最优解,本文对信息素进行动态自适应更新,增大每次循环中局部最小路径代价的蚂蚁释放的信息素量,去除局部最大路径代价上蚂蚁释放的信息素量。同时为了避免搜索的停滞,借鉴最大-最小蚂蚁系统^[7]的思想,把各条路径上的信息素量的值域限制在 $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$ 内。因此,当所有蚂蚁完成一次路径选择时,Voronoi图上的信息素按动态自适应更新规则可以更新为:

$$\tau_{ab}(t+1) = \begin{cases} \tau_{\min}, \tau_{ab}(t) \leq \tau_{\min} \\ (1-\rho)\tau_{ab}(t) + \rho\Delta\tau_{ab}(t) + \Delta\tau_{ab}^{J_{\min}}(t) - \Delta\tau_{ab}^{J_{\max}}(t), \tau_{\min} < \tau_{ab}(t) < \tau_{\max} \\ \tau_{\max}, \tau_{ab}(t) \geq \tau_{\max} \end{cases} \quad (11)$$

$$\text{其中: } \Delta\tau_{ab}(t) = \sum_{k=1}^{num} \Delta\tau_{ab}^k(t) \quad (12)$$

$$\Delta\tau_{ab}^k(t) = \begin{cases} \frac{Q}{J_k} & \text{if } (a,b) \in \text{path} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

$$\Delta\tau_{ab}^{J_{\min}}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{J_{\min}} & \text{if } (a,b) \in \text{bestpath} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

这里, $\Delta\tau_{ab}^{J_{\max}}(t)$ 与 $\Delta\tau_{ab}^{J_{\min}}(t)$ 求解公式类似,不再赘述。

式中, num 是蚂蚁的总数量, ρ 为信息素挥发系数; $\Delta\tau_{ab}(t)$ 为本次循环产生的信息素增量; $\Delta\tau_{ab}^k(t)$ 为本次循环中第 k 只蚂蚁经过边 ab 后的信息素增量; Q 值是一个常数; J_k 为第 k 只蚂蚁选择的航迹广义代价, J_{\min} 与 J_{\max} 分别表示本次循环中的最小、最大航迹代价; $\Delta\tau_{ab}^{J_{\min}}(t)$ 为本次循环中在最小航迹代价上的信息素增量; $\Delta\tau_{ab}^{J_{\max}}(t)$ 为本次循环中最大航迹代价上的信息素增量。

2.3 信息素挥发系数动态自适应调整变化

在蚁群算法中,信息素挥发系数 ρ 的大小直接关系到算法的全局搜索能力及其收敛速度。在传统蚁群算法中, ρ 的值是固定的,若 ρ 的值选取不当,很容易使算法陷入局部最优,不利于找到更好的解。为了克服上述不足,本文利用模拟退火中温度递减的过程,将其用于信息素挥发系数的动态自适应调整,使算法可以以一定概率跳出局部最优解。根据Metropolis准则^[8],粒子在温度 λ 时趋于平衡的概率为 $\exp(-\Delta E/K\lambda)$,其中 E 为温度 λ 时的内能, ΔE 为其改变量, K 为Boltzmann常数。因此在蚁群算法的寻优过程中,当迭代一定次数、进化方向基本确定时,当算法出现最优解疑似陷入局部最优时, ρ 采用下式进行动态自适应调整变化:

$$\rho(t+1) = \begin{cases} \rho_{\min}, \rho(t) \leq \rho_{\min} \\ \lambda * \rho(t), \rho_{\min} < \rho(t) < \rho_{\max} \\ \rho_{\max}, \rho(t) \geq \rho_{\max} \end{cases} \quad (15)$$

式中, ρ_{\max} , ρ_{\min} 分别是信息素挥发系数 ρ 的上限和下限,通过设定 ρ 的最大、最小值,可以避免算法的收敛速度过慢,容易陷入局部最优解。 $\lambda \in (0,1)$ 为挥发约束系数。为了更加真实地模拟信息素挥发情况,并提高算法的实时性,本文引入一种随机函数,将其记为 $\text{random}(t+1)$,即为 $t+1$ 时刻随机取值为 $(0.75, 0.95)$ 的函数,并给出挥发约束系数的修正公式:

$$\lambda = \frac{\text{random}(t+1) - \rho_{\min}}{\rho_{\max} - \rho_{\min}} \quad (16)$$

利用模拟退火算法的局部优化性以避免蚁群算法早熟现象的出现,可以使算法整体优化性能得到提高。通过引入这个随机函数使信息素挥发能够按照一种随机方式进行,因而使得信息素的调节更加符合自然规律,从而保留解的多样性,并且搜索的起始阶段使信息素挥发系数设定为上限值,可以避免算法陷入局部最优。通过信息素挥发系数 ρ 的动态自适应调整变化,使得信息素 τ 也随着动态更新,即式(11)变为:

$$\tau_{ab}(t+1) = \begin{cases} \tau_{\min}, \tau_{ab}(t) \leq \tau_{\min} \\ (1 - \rho(t))\tau_{ab}(t) + \rho(t)\Delta\tau_{ab}(t) + \Delta\tau_{ab}^{\min}(t) - \\ \Delta\tau_{ab}^{\max}(t), \tau_{\min} < \tau_{ab}(t) < \tau_{\max} \\ \tau_{\max}, \tau_{ab}(t) \geq \tau_{\max} \end{cases} \quad (17)$$

从而通过将信息素挥发因子 ρ 用随迭代自适应的 $\rho(t)$ 来代替,提高了算法的全局性。为了提高算法的搜索速度和全局搜索能力,在每次循环搜索结束时,都将最优解保留,作为判断 ρ 动态自适应调整变化的条件。

2.4 基于 Voronoi 图和动态自适应蚁群算法的实现步骤

本文采用 Voronoi 图和动态自适应蚁群算法求解 UAV 航迹规划问题的具体步骤如下。

Step 1.: 根据战场威胁源分布构造任务态势 Voronoi 图,并计算 Voronoi 图中每条边的总代价;参数初始化,对 Voronoi 图所有边赋初始信息素值;

Step 2.: 将所有蚂蚁置于距离出发点最近的 Voronoi 图节点,并根据公式(9)、(10)将每只蚂蚁由当前节点移动到可行的相邻节点,直到所有蚂蚁均到达目标点;

Step 3.: 根据公式(8)计算出可行航迹的代价,并更新所找到的最优航迹;

Step 4.: 对所有 Voronoi 边的信息素值进行动态自适应更新,其规则如公式(11)~(14);

Step 5.: 应用公式(15)、(16)进行信息素挥发系数随动态自适应调节,并根据公式(17)对信息素进行更新;

Step 6.: 若满足循环结束条件,即当前迭代次数达到最大值或已经找到最优解,则循环结束并输出计算结果,否则转入 Step2。

3 仿真实验分析

为了验证本文所提的动态自适应蚁群算法在 Voronoi 图中进行 UAV 航迹规划的可行性和有效性,进行仿真实验,UAV 的航迹规划空间为 70 km×60 km,UAV 的起飞点坐标为(5,40),目标点坐标为(68,10),进入敌方防御区域后,UAV 需要根据自身所处的威胁环境完成航迹优化计算。利用仿真技术对 UAV 任务航迹进行了规划,其中各参数的取值分别为: $num = 35$, $\alpha = 1$, $\beta = 4$, $Q = 100$, $\rho_{\min} = 0.1$, $\rho_{\max} = 0.95$, $r_0 = 0.8$, $\tau_{\max} = 10$, $\tau_{\min} = 0.01$,最大迭代次数为 200。首先针对战场威胁源建立相应的 Voronoi 图,然后采用本文所提的动态自适应蚁群算法在 Voronoi 图中进行 UAV 航迹规划。图 3 给出了 UAV 进入威胁区域执行作战任务时的航迹规划结果,可行航迹在图中用实线表示,仿真结果表明这种航迹规划方法是可行和有效的。选好可行航迹后,考虑到 UAV 的动力学性能约束限制,使其不能沿着折线航迹飞行,要对可行航迹进行平滑处理才能转变为 UAV 实际可飞的航路,本文采用 B 样条曲线方法对所得的航迹进行了平滑优化,如图 4 所示。

4 结论

为了提高航迹规划问题最优解的质量及全局求解能力,本文在研究现有算法的基础上,提出了一种动态自适应蚁群算法。利用蚁群算法本身的特点,采用动态自适应航迹点选择策略;借鉴最大-最小蚂蚁系统的思想,改进信息素更新方式;利用模拟退火算法的思想并引入一个适当的随机函

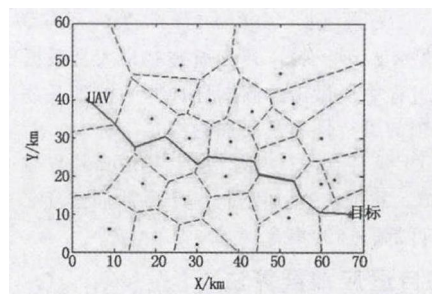


图3 动态自适应蚁群算法的 UAV 可行航迹图

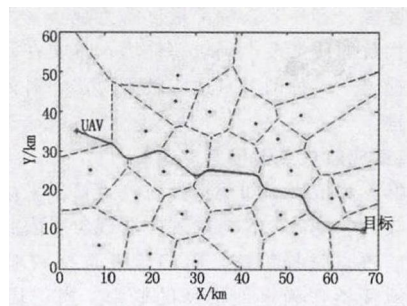


图4 航迹平滑处理后的 UAV 最优航迹图

数,对信息素挥发系数进行动态自适应调整变化来对算法进行了改进,极大地改善了蚁群算法的全局搜索能力和搜索速度,保留了解的多样性,并且显著地提高了算法寻找最优解的能力。而要求规划出来的航迹必须是满足要求的可飞路径,这就使得在规划时必须要考虑 UAV 的动力学性能约束限制,进行航迹平滑处理。本文首先根据战场已知威胁源生成 Voronoi 加权图,然后与所提的动态自适应蚁群算法相结合求解规划空间中的可行航迹,并对生成的折线航迹进行平滑优化。仿真结果验证了本文所提的动态自适应蚁群算法在 Voronoi 图中进行航迹规划的可行性和有效性,能够为 UAV 规划出一条满足要求的可飞航迹,保证 UAV 能够回避战场威胁,顺利飞抵目标点。

参考文献:

- [1] 潘广贞,李亚女.基于改进型 Voronoi 图的无人机航迹规划研究[J].电光与控制,2014,21(4):15-19.
- [2] 庄夏,戴敏,贺元骅.基于改进 ACO 算法的无人作战飞机航路规划设计[J].计算机测量与控制,2014,22(1):270-272.
- [3] 李柠,万顷浪,刘福,等.基于改进遗传算法的无人机协同航路规划[J].计算机测量与控制,2013,21(8):2255-2258.
- [4] 王新增,慈林林,李俊山,等.基于改进粒子群优化算法的无人机实时航迹规划[J].微电子学与计算机,2011,28(4):87-90.
- [5] 华珊珊.基于遗传退火算法的无人机航路规划[J].计算机测量与控制,2013,21(3):712-715.
- [6] 刘森琪,段海滨,余亚翔.基于 Voronoi 图和蚁群优化算法的无人作战飞机航路规划[J].系统仿真学报,2008,20(21):5936-5939.
- [7] 黄永青,杨凡,张俊岭,等.一种交互式最大最小蚂蚁算法[J].计算机工程,2012,38(20):128-131.
- [8] 周之平,华路.复杂环境路径规划的改进蚁群算法[J].计算机工程与设计,2011,32(5):1773-1776.