

基于 Voronoi 图和蚁群算法的无人机航迹规划

王钦禾¹, 尹永鑫¹, 戴 丽², 邹宇翔¹

(1. 中国航天空气动力技术研究院彩虹无人机, 北京 100074;

2. 国防科技大学文理学院, 长沙 410073)

摘 要: 为提高无人机任务环境模拟的真实性, 利用改进后的 Voronoi 图对任务环境进行建模。同时, 为了更快地生成一条满足任务需求的最优飞行航迹, 提高航迹规划的实战性和高效性, 分析了蚁群航迹规划算法的运行原理, 以及算法运行机制对算法性能的影响, 提出了算法的改进原则, 并在此基础上给出了新的信息素更新方式和新的启发式。利用改进后的蚁群算法, 在改进型 Voronoi 图上进行了无人机航迹规划。计算机仿真结果表明, 改进后的蚁群航迹规划算法与传统的蚁群航迹规划算法相比, 运行时间更短, 收敛速度更快, 且得到最优航迹的概率更高, 验证了算法改进原则的有效性。

关键词: 无人机; 航迹规划; 改进型 Voronoi 图; 改进型蚁群算法; 优化算法

中图分类号: V249; V279; TP18 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-8110(2021)02-0066-08

Trajectory Planning of UAV Based on Voronoi Diagram and Ant Colony Optimization Algorithm

WANG Qin-he¹, YIN Yong-xin¹, DAI Li², ZOU Yu-xiang¹

(1. CH UAV Department, China Academy of Aerodynamics, Beijing 100074, China;

2. College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In order to improve the authenticity of UAV task environment simulation, the improved Voronoi diagram is used to model the task environment. At the same time, in order to quickly generate the best trajectory track that satisfies mission requirements and improve practical efficiency of trajectory planning, this paper analyzes the operation principle of ant colony optimization (ACO) trajectory planning algorithm and the influence of algorithm running mechanism on the performance of algorithm, puts forward the principle of algorithm improvement and presents new way of updating pheromone information and the formula of heuristic value. Using the improved ACO, UAV trajectory planning is carried out on the improved Voronoi diagram. The simulation results show that compared with the traditional ACO trajectory planning algorithm, the improved ACO trajectory planning algorithm has shorter running time, faster convergence rate and higher probability of obtaining the optimal track, which verifies the effectiveness of the principle of improving algorithm.

Key words: UAV; Trajectory planning; Improved Voronoi diagram; Improved ACO; Optimization algorithm

收稿日期: 2019-12-01; 修订日期: 2020-01-16

作者简介: 王钦禾(1996-), 男, 硕士研究生, 主要从事无人机集群控制方面的研究。E-mail: wqinhe@stu.xjtu.edu.cn

通信作者: 尹永鑫(1980-), 男, 博士, 研究员, 主要从事无人机总体、导航飞控、集群技术方面的研究。

0 引言

与有人机相比,无人机(Unmanned Aerial Vehicle, UAV)具有零人员伤亡、持续作战能力强、全寿命周期成本低,以及在尺寸、速度和机动性等方面的特有优势^[1-2]。无人机凭借这些优势,广泛应用于军用和民用领域,其在战场中的作用也越来越被重视。如何提高无人机任务执行能力,成为当下研究的热点。而无人机航迹规划是提高复杂任务环境下平台生存性和完成任务有效性的关键技术之一。因此,研究无人机航迹规划技术,为其找到一条从起点到终点的最优航迹,能够有效保障无人机的飞行安全,提高任务的执行效率,减少不必要的损失^[3]。

航迹规划方法按照几何学的观点,可以分为基于栅格和基于图形的算法。基于栅格的航迹规划算法,利用栅格法对任务环境进行建模,优点是精度高、兼容性强,但是数据量大,对机载计算机的计算性能要求高。基于 Voronoi 图的无人机航迹规划方法,凭借其任务环境模型简洁实用和计算快速等特点,一直是目前比较常用和有效的方法^[4-6]。常规 Voronoi 图构图简单,只能用于等威胁体的航迹规划,对实际战场环境的建模有较大的局限性。文献^[7-8]提出了基于 Voronoi 图的新的建模思路,对 Voronoi 图进行了改进,改进后的 Voronoi 图更贴近现实情况,更能反映出不同威胁源对无人机威胁的差异性。在 Voronoi 图的基础上进行航迹规划的算法,主要包括: Dijkstra 算法^[9]、遗传算法^[10]、蚁群算法^[11]和粒子群优化算法^[12]等。上述算法在进行航迹规划时,各有优缺点,很难在复杂、规模较为庞大的任务环境模型中快速地规划出最优航迹。由于蚁群算法具有分布式计算、群体智能、正反馈^[13]、解的长度可变、解数据处理起来灵活方便等优点,因此被广泛采用。但是蚁群算法也有容易陷入局部最优解的缺点和存在算法堵塞的现象。针对蚁群算法的特点和缺陷,本文提出了算法的改进原则,并基于这些原则提出了新的启发式和信息素更新机制,将改进后的蚁群算法和改进后的 Voronoi 图相结合,对无人机的航迹进行规划,最后通过仿真验证了算法的高效性,以及算法改进原则的有效性。

1 Voronoi 图建模过程

1.1 传统 Voronoi 图构建及特点

传统 Voronoi 图将各个相邻的母点按照一定规

则相连,生成 Delaunay 三角形,众多的 Delaunay 三角形组成 Delaunay 三角网^[14]。生成的 Delaunay 三角形是一种特殊的三角形,它能保证自己的外接圆不包含其他母点。已有学者证明, Delaunay 三角形是最优的^[15]。对 Delaunay 三角形的各条边作垂直平分线,这些垂直平分线所形成的边就是 Voronoi 图的边,即无人机的可选飞行轨迹。如图 1 所示,蓝色点代表威胁源,共有 50 个;蓝色线段代表无人机可选飞行轨迹。但是这样的建模过程没有充分考虑各个威胁源的类型,以及各个威胁源对无人机威胁的大小,因此需要作出改进。

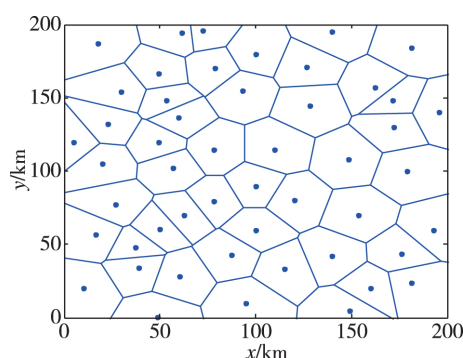


图1 传统 Voronoi 图

Fig 1 Traditional Voronoi diagram

1.2 改进型 Voronoi 图的构造

如图 2 所示, A 、 B 、 C 为三个威胁点,对无人机的威胁程度各不相同, $\triangle ABC$ 为 Delaunay 三角形,则 AD 的长度为

$$L_{AD} = \frac{T_A}{T_A + T_B} \times L_{AB} \quad (1)$$

式中, L_{AB} 为 A 、 B 点的间距; L_{AD} 为 A 、 D 点的间距; T_A 和 T_B 为 A 、 B 的威胁度。同理可以确定 F 、 E 点的位置。分别连接 D 、 E 、 F 点,得到分割三角形 $\triangle DEF$,然后作 $\triangle DEF$ 的内切圆,内切圆的圆心为 O 点,连接 OD 、 OE 、 OF ,所得的线段 OD 、 OE 、 OF 就是改进型 Voronoi 图的边。

如图 3 所示,蓝色实线为传统 Voronoi 图,红色实线为改进型 Voronoi 图。从图 3 中可以看出,红色实线到两侧威胁源的距离不再相等,红色实线对应的轨迹更偏向于对无人机威胁小的威胁源,较传统 Voronoi 图更能反映出各个威胁源对无人机威胁的差异性。

基于 Voronoi 图规划得到的航迹具有固有的威胁回避能力,无人机的飞行航迹只要在 Voronoi 图

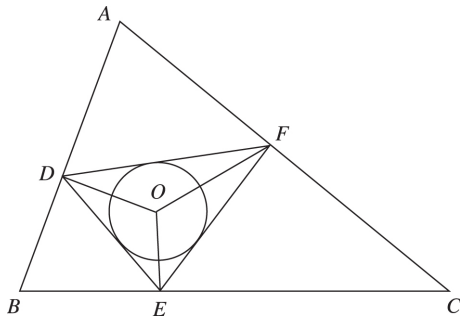


图 2 改进型 Voronoi 图构造过程

Fig 2 Construct procedure of the improved Voronoi diagram

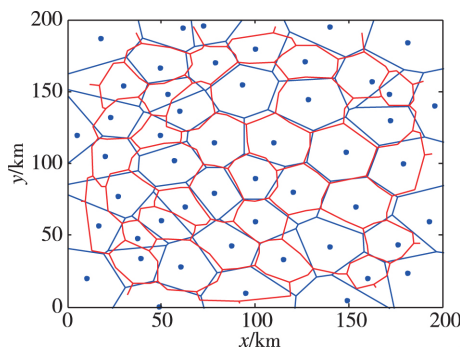


图 3 改进型 Voronoi 图

Fig 3 The improved Voronoi diagram

的边中选择即可^[16], 而每条边包含两个端点, 这些端点就构成了无人机飞行的航迹点。

2 航迹规划

2.1 航迹代价函数

无人机航迹规划的本质是在一定的约束条件下找出从起点到终点能有序地避开威胁区域的最优航迹^[17]。由于无人机巡航飞行的高度一般在 3000m 以上, 无法利用地形因素进行威胁规避机动, 因此只考虑其横向运动, 航迹规划问题就被简化成为一个二维水平航迹规划问题^[18]。采用 1.2 节中改进型 Voronoi 图的构图方法, 对无人机任务环境进行建模, 不考虑禁飞区、障碍区、移动威胁源和面威胁源, 则无人机航迹规划就变成在改进型 Voronoi 图中寻找有序子集, 使无人机从起点到终点的航迹代价最小的问题。航迹代价可以为无人机飞行航迹总长, 但是据此生成的飞行航迹所受的威胁总代价并不一定是最小的。本文综合考虑飞行航程和飞行过程所受威胁, 设计了无人机航迹规划的航迹代价函数如下所示

$$C_i = \sum_{j=1}^{n_i-1} (\sqrt{(x_j - x_{j+1})^2 + (y_j - y_{j+1})^2} + T_{j+1}) \quad (2)$$

式中, n_i 为第 i 只蚂蚁生成航迹的航迹点数; $\sqrt{(x_j - x_{j+1})^2 + (y_j - y_{j+1})^2}$ 为每一小段的飞行航程; T_{j+1} 为航迹点所受到的威胁大小。如果要使飞行航程代价和威胁代价对算法的影响权重相同, 需要对每个航迹点的威胁代价大小进行处理, 以保证两部分的数值大小处于相同的取值范围。

2.2 蚁群航迹规划算法的分析

自然界中, 蚂蚁蚁群在觅食过程中形成的轨迹往往是最短的。这个现象产生的原因主要是基于蚂蚁的一个生物群体特征: 信息素。蚂蚁会在经过的航迹上留下信息素, 信息素又会随着时间逐渐挥发。航迹上经过的蚂蚁越多, 则信息素浓度高。随着时间的推移, 最优航迹因为路程短, 且经过的蚂蚁数量多, 航迹上的信息素浓度逐渐升高。蚂蚁自身在前进的过程中, 又会选择信息素浓度高的方向前进, 则在最优航迹上的蚂蚁数量会越来越多, 信息素的浓度也会越来越高, 直到信息素的挥发量等于信息素的增加量, 此时信息素浓度保持不变, 最优航迹与其他航迹被区分开来。

在蚁群寻优过程中, 信息素体现了一种对历史信息的记载: 路程更短的航迹上信息素浓度更高, 信息素浓度高又会引来更多的蚂蚁, 更多的蚂蚁又会增加信息素的浓度, 这一正反馈机制, 就可以引导蚂蚁找到最优航迹。根据蚁群算法原理, 信息素是蚁群在觅食过程中对蚂蚁产生吸引作用的信息载体, 在一定程度上对算法的收敛速度和航迹规划效果有着十分重要的影响^[19]。因此, 算法中信息素的更新方式和变化过程, 必须能较好地反映出算法逐渐向最优解航迹收敛的过程。

蚁群算法在开始启动时, 默认各个点的信息素浓度是一样的。如果算法单纯的只有信息素机制, 在算法迭代初期, 蚁群算法就类似于群举法, 得出最优解航迹的时间太长, 所以蚁群算法还有另外一个机制: 启发式。启发式的作用是: 对蚂蚁产生一种牵引力, 促使蚂蚁朝着终点(解航迹)的方向前进。最简单的启发式可以定义为

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{(x - x_t)^2 + (y - y_t)^2}} \quad (3)$$

式中, (x, y) 为当前蚂蚁所在航迹点的某一个可选邻点坐标, (x_t, y_t) 为目标点坐标。当可选邻

点到目标点的距离都很远时,此时式(2)是一个小量,各个可选邻点对应启发式的值差异不大,此时启发式不能很好地区分出各个可选邻点的优劣。

为了使算法能更快地收敛于最优解,信息素与启发式在算法迭代过程中对蚂蚁前进过程的影响应该随着算法的迭代而逐渐变化。迭代初期,各个点的信息素浓度差异不大,此时启发式对蚂蚁选择下一个航迹点的影响应该要大一点,约束蚂蚁向着终点的方向前进,即生成初始可行解航迹;当算法迭代到后期时,信息素的影响要大于启发式,从而体现出历史的痕迹。

综上,提出了信息素和启发式的改进原则:

启发式机制改进原则:

- 1) 算法运行初期,启发式的影响要大于信息素;
- 2) 具有明显的使当前解航迹向最优解航迹靠近的趋势;

3) 在靠近最优解航迹时,这种趋势要减弱,在最优解航迹附近时,启发式对算法的影响要弱于信息素。

信息素机制改进原则:

- 1) 当靠近最优解航迹时,解的微小变化引起的信息素浓度变化较明显;
- 2) 最优解航迹上的信息素能够自动平衡,并在最优解航迹上达到最大值;
- 3) 信息素值的变化能够明显反映出航迹代价函数值的变化、最优解航迹和次优解航迹的差距。

2.3 蚁群航迹规划算法的改进

假定有 50 个威胁源,基于 2.1 节中提出的改进原则,提出了新的启发式和信息素机制。

启发式

$$\xi_{i,j,k} = \varphi + \frac{\varphi}{2} \times \frac{\varphi - e^{-\theta(l_{i,j} - l_{i,j,k})}}{1 + e^{-\theta(l_{i,j} - l_{i,j,k})}} \quad (4)$$

式中, i 指第 i 只蚂蚁, j 指第 i 只蚂蚁的第 j 个航迹点,即蚂蚁当前所在的点, k 指第 i 只蚂蚁第 j 个航迹点的第 k 个可选邻点, $\xi_{i,j,k}$ 为当前蚂蚁所在航迹点第 k 个可选邻点的启发式值; φ 为启发式极值控制系数, θ 为启发式形状因子; $l_{i,j}$ 为当前蚂蚁所在航迹点到目标航迹点的距离, $l_{i,j,k}$ 为蚂蚁所在航迹点的第 k 个可选邻点到目标航迹点的距离。启发式以 $(l_{i,j} - l_{i,j,k})$ 为自变量,表明以当前蚂蚁所在航迹点到目标航迹点的距离为基准,度量可选邻点的优劣,距离目标点更近的可选邻点更优。由式(4)决定的启发式存在极限值,表明可选邻点并不

是单纯的距终点越近越好,极限值的存在是为了防止算法陷入局部最优解,无法跳出局部最优解循环。

全局信息素更新中,信息素的增量为

$$\Delta\tau = \rho \times Q \times \frac{Pr}{C_i - Pr} \quad (5)$$

式中, ρ 为信息素挥发系数; Q 为信息素修正系数; C_i 为第 i 只蚂蚁经过航迹的航迹总代价; Pr 为航迹总代价预估值,计算公式为

$$Pr = \sqrt{(x_s - x_t)^2 + (y_s - y_t)^2} \times U \quad (6)$$

式中, (x_s, y_s) 为起点坐标; U 为航迹代价平衡系数。则全局信息素更新为

$$\tau_{i,j} = \begin{cases} (1 - \rho) \times \tau_{i,j} + \Delta\tau, & P_{i,j} \text{ 在已到达轨迹中} \\ \rho \times \tau_{i,j}, & P_{i,j} \text{ 不在已到达轨迹中} \end{cases} \quad (7)$$

其中, $P_{i,j}$ 代表第 i 只蚂蚁的第 j 个航迹点; $\tau_{i,j}$ 为第 i 只蚂蚁第 j 个航迹点的信息素浓度。

2.4 算法堵塞现象的分析与处理

通过大量的实验发现,在某些特殊的点处,算法会出现堵塞,堵塞现象会降低算法的运行速度,甚至会使算法陷入死循环。因此,为了提高算法的运行速度,不得不考虑堵塞现象。

堵塞现象的处理分为以下几种情况:

- 1) 如图 4 所示,蚂蚁的前进路线为 $A \rightarrow B \rightarrow C$ $\rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C$,此时蚂蚁在 C 点,满足约束条件的可选邻点为 B 点和 D 点,而 B 、 D 两点都在航迹中, D 点出现一次, B 点出现两次,此时选择出现次数少的邻点作为下一个航迹点,即选择 D 点。

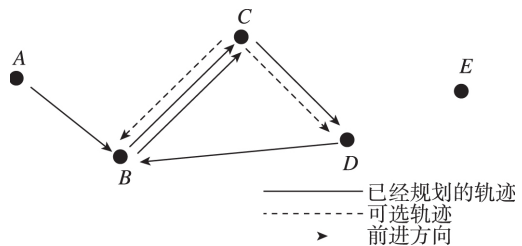


图4 第一种停滞现象

Fig 4 The first stagnation

- 2) 如图 5 所示,蚂蚁的前进路线为 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C$,此时蚂蚁在 C 点,满足约束条件的可选邻点为 E 点和 D 点, E 点不在航迹中, D 点在航迹中。针对这种情况,此时已经在航迹中出现过的可选邻点的状态转移公式为

$$\eta_{i,j,k} = \mu^{\lambda_k} \times \frac{(\tau_{i,j,k})^\alpha \times (\xi_{i,j,k})^\beta}{\sum_{z=1}^m (\tau_{i,j,z})^\alpha \times (\xi_{i,j,z})^\beta} \quad (8)$$

式中, $\eta_{i,j,k}$ 为已经在航迹中出现过的可选邻点的选择概率; μ 为重复点选择概率系数; λ_k 为可选邻点在航迹中出现的次数; α 为信息素权重系数; β 为启发式权重系数; m 为第 i 只蚂蚁第 j 个航迹点的可选邻点数。

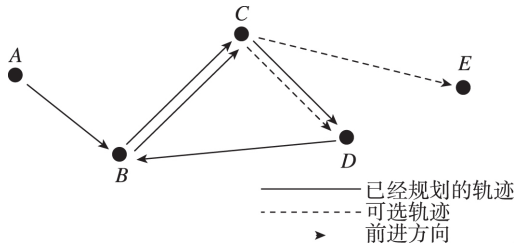


图 5 第二种停滞现象

Fig 5 The second stagnation

未在航迹中可选邻点的状态转移公式为

$$\eta_{i,j,k} = \frac{(\tau_{i,j,k})^\alpha \times (\xi_{i,j,k})^\beta}{\sum_{z=1}^m (\tau_{i,j,z})^\alpha \times (\xi_{i,j,z})^\beta} + \left[\sum_{r=1}^h (1 - \mu^{\lambda_r}) \times \frac{(\tau_{i,j,r})^\alpha \times (\xi_{i,j,r})^\beta}{\sum_{z=1}^m (\tau_{i,j,z})^\alpha \times (\xi_{i,j,z})^\beta} \right] / (m - h) \quad (9)$$

式中, h 为第 i 只蚂蚁第 j 个航迹点的在航迹中已经出现过的可选邻点数目。

3 蚁群航迹规划算法设计

根据改进型 Voronoi 图对任务环境进行建模, 在此基础上, 利用改进后的蚁群航迹规划算法求解无人机航迹规划问题的算法流程如图 6 所示。

4 实验仿真

假定在 $200\text{km} \times 200\text{km}$ 的数字地图上, 分布有 50 个威胁源, 如图 3 所示。在本文仿真中, 蚂蚁数量为 200 只, 单次循环终止时需到达目的地的蚂蚁数量为 100 只, 信息素权重系数 $\alpha = 1$, 启发式权重系数 $\beta = 1$, 信息素挥发系数 $\rho = 0.2$, 重复点选择系数 $\mu = 0.5$, 信息素初始值和最小值为 1.0, 信息素修正系数 $Q = 3$, 信息素扩散系数 $\zeta = 0.4$, 由航迹代价函数可知, 航迹代价平衡系数 $U = 2$, 启发式极值控制系数 $\varphi = 10$, 启发式形状因子 $\theta = 0.4$ 。每一次实验循环 5 次, 在 Windows 10-64bit, Matlab 2014a 平台进行 1000 次仿真实验, 并与传统蚁群算法进行对

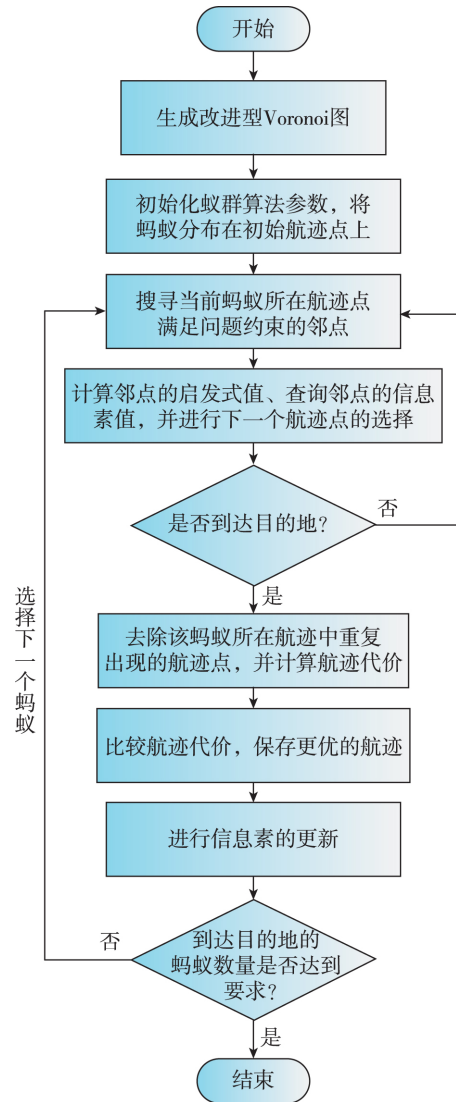


图 6 算法流程

Fig 6 Algorithm flow chart

比, 结果如表 1 所示。

表 1 蚁群算法实验对比

Tab 1 Experimental comparison of ACO algorithms

| 对比 | 传统蚁群算法 | 改进型蚁群算法 |
|--------------|---------|---------|
| 得到最优航迹的次数 | 372 | 910 |
| 得到最优航迹的概率 | 0.3720 | 0.9100 |
| 平均每次实验运行时间/s | 34.1243 | 8.0527 |
| 得到最好的次优航迹的次数 | 65 | 84 |

由表 1 可知, 改进型蚁群算法得到最优航迹的概率较传统蚁群算法提高了 144.62%, 运行时间缩短了 76.40%, 得到最好的次优航迹的次数也提高了 19 次, 可见, 改进型蚁群算法的性能得到了大幅度的提升。

利用改进型蚁群算法, 基于传统 Voronoi 图与

改进型 Voronoi 图的航迹规划结果如图 7 和图 8 所示,两者的最优航迹实验数据对比结果如表 2 所示。

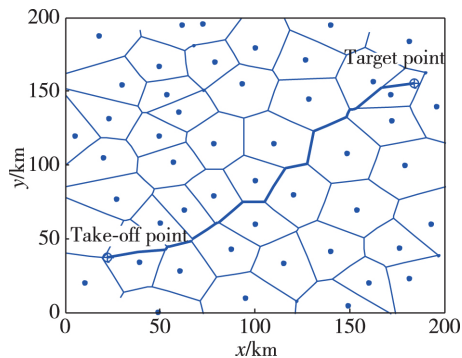


图 7 传统 Voronoi 图最优飞行航迹
Fig 7 The optimal trajectory of the traditional Voronoi diagram

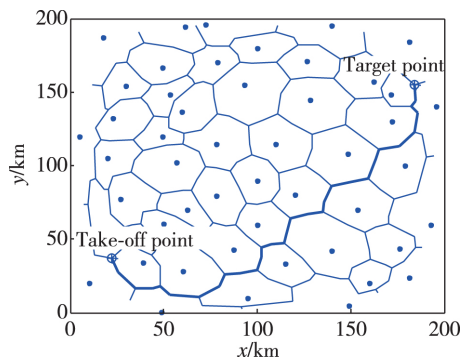


图 8 改进型 Voronoi 图最优飞行航迹
Fig 8 The optimal trajectory of the improved Voronoi diagram

| 表 2 Voronoi 图实验对比 | | | |
|---|-----------------|------------------|-----------------------------|
| Tab 2 Experimental comparision of Voronoi diagram | | | |
| 对比 | 传统 Voronoi 图 | 改进型 Voronoi 图 | 改进型 Voronoi 图 数据变化率/% |
| 总代价 | 383.0691 | 451.9052 | 17.97 |
| 航程代价 | 233.0095 | 282.6477 | 21.30 |
| 威胁代价 | 164.253 | 159.2575 | -0.30 |
| 单位航程威胁代价 | 0.7049 | 0.5634 | -20.07 |

由表 2 可知,改进型 Voronoi 图的航程代价增加了 21.30%,威胁代价却基本没变。从图 8 可以看出,航程代价增长的部分是因为规划生成的航迹有明显的迂回规避意图,从而增加了航程;改进型 Voronoi 图的单位航程威胁代价比传统 Voronoi 图降低了 20.07%,为无人机提供了一条更安全的飞行航迹。在无人机执行任务过程中,与其他因素相

比,首先要降低无人机被威胁源发现、干扰和攻击的可能性,以保证无人机能够安全顺利地完成任

务,因此,改进型 Voronoi 图更贴近真实任务环境。

式(4)中,启发式随 $(l_{i,j} - l_{i,j,k})$ 的变化过程如图 9 所示。由图 9 可知,启发式的极限值约为 60,当 $(l_{i,j} - l_{i,j,k}) = 0$ 时,启发式基准值为 32.5。

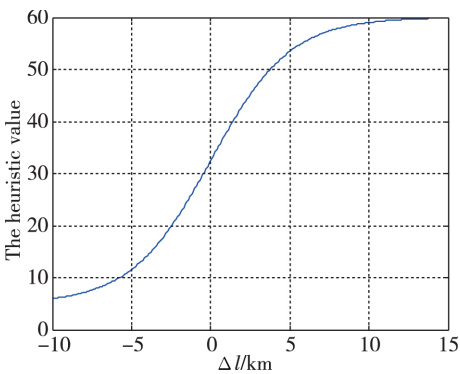


图 9 启发式变化过程
Fig 9 Changing process of heuristic value

进行多次航迹规划实验,统计 20 次输出为最优航迹的程序运行结果,并对这 20 次程序运行过程中,每次循环的最大信息素值和航迹代价函数值取平均值,得到每次循环的最大信息素值均值和航迹代价函数值均值随迭代次数变化的过程,如图 10 所示。

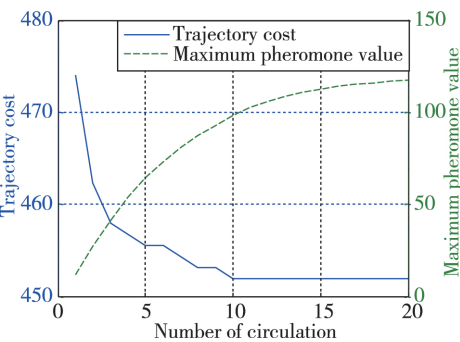


图 10 航迹代价和最大信息素变化过程
Fig 10 Changing process of trajectory cost and maximum pheromone value

从图 10 中可以看出,随着迭代次数的增加,航迹代价迅速减小,最大信息素值迅速增加,表明航迹规划过程中,当前航迹正迅速向最优航迹靠近,满足启发式机制改进原则 2)和信息素机制改进原则 1)和 3);当迭代次数为 1 时,最大信息素均值为 11.5982,小于启发式基准值 32.5,此时启发式机制

的作用大于信息素机制;经过 5 次迭代,最大信息素均值为 64.3286,已经大于启发式的极限值,此时信息素机制的作用大于启发式机制,满足启发式机制改进原则 1)和 3);当迭代次数大于 10 时,航迹代价已基本不变,此时算法已得到最优航迹;当迭代次数为 20 时,最大信息素均值趋于稳定,满足信息素机制改进原则 2)。

5 结论

本文针对无人机航迹规划问题,提出了利用改进型 Voronoi 图对任务环境进行建模,并在此基础上利用改进型蚁群算法进行航迹规划的方案。算法分析与实验结果表明:

1)蚁群航迹规划算法的信息素更新方式和启发式对算法运行结果产生较大影响。本文提出的信息素机制改进原则和启发式机制改进原则,为后续蚁群算法的改进提供了新的指导思路。

2)基于提出的改进原则,设计了新的信息素更新过程和新的启发式机制,实验仿真结果表明,改进后的蚁群航迹规划算法与传统蚁群算法相比,具有更高的运行效率。

3)本文所提无人机航迹规划方案,在数字地图尺寸和威胁源数量发生变化时,需要对一些参数进行等效处理,因此需要进一步完善。在威胁源数量较为庞大时,使用该航迹规划算法需要结合其他算法的优点,以进一步缩短寻优时间。

参考文献

- [1] 沈林成, 张庆杰, 王林, 等. 美国及欧洲无人作战飞机计划发展[J]. 火力与指挥控制, 2009, 34(10): 8-14.
Shen Lincheng, Zhang Qingjie, Wang Lin, et al. The evolution of unmanned combat aerial vehicle projects in U. S. and Europe[J]. Fire Control & Command Control, 2009, 34(10): 8-14(in Chinese).
- [2] 刘重阳. 国外无人机技术的发展[J]. 舰船电子工程, 2010, 30(1): 19-23.
Liu Chongyang. Development of UAV technology abroad[J]. Ship Electronic Engineering, 2010, 30(1): 19-23(in Chinese).
- [3] 焦阳. 基于改进蚁群算法的无人机三维航迹规划研究[J]. 舰船电子工程, 2019, 39(3): 41-45.
Jiao Yang. Research on path planning of UAV based on improved ant colony algorithm[J]. Ship Electronic Engineering, 2019, 39(3): 41-45(in Chinese).
- [4] McLain T W, Beard R W. Trajectory planning for coordinated rendezvous of unmanned air vehicles[J]. Fire Control & Command Control, 2009, 34(2): 1247-1254.
- [5] Beard R W, McLain T W, Goodrich M A, et al. Coordinated target assignment and intercept for unmanned air vehicles[J]. IEEE Transaction on Robotics and Automation, 2002, 18(6): 911-922.
- [6] McLain T W, Beard R W. Coordination variables, coordination functions and cooperative timing missions[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2005, 28(5): 150-161.
- [7] 潘广贞, 李亚女. 基于改进型 Voronoi 图的无人机航迹规划研究[J]. 电光与控制, 2014, 21(4): 15-19.
Pan Guangzhen, Li Yanü. Route planning for UAVs based on improved Voronoi diagram[J]. Electronics Optics & Control, 2014, 21(4): 15-19(in Chinese).
- [8] 肖秦琨, 高晓光. 基于空间改进型 Voronoi 图的无人机路径规划研究[J]. 计算机工程与应用, 2005, 41(26): 204-207.
Xiao Qinkun, Gao Xiaoguang. A study on path layout of UAV based on 3D reform Voronoi diagram[J]. Computer Engineering and Applications, 2005, 41(26): 204-207(in Chinese).
- [9] Dijkstra E W. A note on two problems in connexion with graphs[J]. Numerische Mathematik, 1959(1): 269-271.
- [10] Zhang Y, Wan X Y, Zheng X D, et al. Cellular genetic algorithm for multi objective optimization based on orthogonal design[J]. Acta Electronica Sinica, 2016, 23(10): 4742-4746.
- [11] Dorigo M, Stützle T. The ant colony optimization metaheuristic[J]. New Ideas in Optimization, 2003, 57(3): 251-285.
- [12] Roberge V, Tarbouchi M, Labonte G. Comparison of parallel genetic algorithm and particle swarm optimization for real-time UAV path planning[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2013, 9(1): 132-141.
- [13] 段海滨. 蚁群算法原理及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
Duan Haibin. Principles and applications of ant colony algorithm[M]. Beijing: Science Press, 2005 (in Chinese).
- [14] 宗大伟. Voronoi 图及其应用研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2006.
Zong Dawei. Voronoi diagrams and its applications [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and

- Astronautics, 2006(in Chinese).
- [15] 余杰, 吕品, 郑昌文. Delaunay 三角网构建方法比较研究[J]. 中国图象图形学报, 2010, 15(8): 1158-1167.
- Yu Jie, Lyu Pin, Zheng Changwen. A comparative research on methods of Delaunay triangulation[J]. Journal of Image and Graphics, 2010, 15(8): 1158-1167(in Chinese).
- [16] 阎代维, 谷良贤, 王兴治. 基于 Voronoi 图的巡航导弹突防航迹规划研究[J]. 弹箭与制导学报, 2005, 25(2): 11-13.
- Yan Daiwei, Gu Liangxian, Wang Xingzhi. The study of cruise missile path planning with Voronoi diagram[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2005, 25(2): 11-13(in Chinese).
- [17] 唐强, 张翔伦, 左玲. 无人机航迹规划算法的初步研究[J]. 航空计算技术, 2003, 33(1): 120-128, 132.
- Tang Qiang, Zhang Xianglun, Zuo Ling. Initial study on the path planning's algorithms for unmanned aerial vehicles [J]. Aeronautical Computer Technique, 2003, 33(1): 120-128, 132(in Chinese).
- [18] 李亚女, 潘广贞, 焦健, 等. 基于 Voronoi 图的无人机快速航迹规划研究[J]. 科学技术与工程, 2014, 14(19): 142-147, 154.
- Li Yanü, Pan Guangzhen, Jiao Jian, et al. Fast route planning for UAV based on Voronoi diagram[J]. Science Technology and Engineering, 2014, 14(19): 142-147, 154(in Chinese).
- [19] Ergezer H, Leblebicioglu K. Path planning for UAVs for maximum information collection[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(1): 502-520.

(编辑:李瑾)